

# 中学校数学科における協働的問題解決場面

河寄祐子 ・ 天野秀樹 ・ 植田敦三\* ・ 下村哲\* ・ 松浦武人\* 寺垣内政一\*

**要約.** 本研究の目的は、中学校の数学科において協働的問題解決を生起させる授業の仕かけを探ることである。そのために、特設課題を設定した。この特設課題は、日常課題から必要な既習の数学的知識を組み合わせ、見通しを立てながら挑戦させる課題である。授業実践の結果、協働的問題解決を生起させる有効な課題方法が見出された。

**キーワード：** 協働的問題解決 特設課題 日常課題

## I. はじめに

広島大学附属東雲小学校・中学校では、昨年度より数学的モデル化課程を重視した実践をしてきた。これは、OECDにおける数学的リテラシーとしても述べられており、世界中でその重要性が指摘されている。本年度は数学的モデル化課程を遂行する際に、子供それぞれの主体性と多様性が相互にかかわりあい、協働性を生み出しながら協働的問題解決を生起させる学習を通して、グローバル時代をきりひらく数学的資質・能力を伸ばさせていく子どもの姿を実現することをめざす。そのために本校数学科では、特設課題による学習を設定して取り組んだ。オープンエンドでオープンプロセスである日常課題から、必要な情報や既習の数学的知識を組み合わせ、見通しを立てながら挑戦させる特設学習である。この学習はグローバル時代をきりひらく数学的資質・能力を伸ばさせることはもちろん、既習の数学的知識がわかっている段階から使える段階になっていることが要求される。したがって、日々の授業において、学習した内容を活用しようとする意識や日常事象を数学で捉えようとする意識を高めさせるような波及効果もある。

## II. 授業実践の概要

### 1 目的研究の目的

本研究の目的はオープンエンドプロセスである日常課題から、数学化する方法が多様にある課題を設定し、協働性を生み出せるような活動を仕組むことにより、協働的問題解決を生起させる授業の仕かけを探ることである。

### 2 課題「鉛筆の形状をさぐる」について

鉛筆は誰もが使用した経験があり身近なものである。その鉛筆の底面は、なぜ正六角形をしたものが多いのかなど、形状について深く考える機会があまりない。持ちやすさや安定性、デザインやコストなど、生徒自身が形状に求められる条件を見いだすことが多様にできるものである。かつ、シンプルな形状であることから、生徒が既習の数学的知識をもとにその理由を裏づけすることができるように本課題の価値がある。

### 3 対象

平成27年11月に、広島大学附属東雲中学校第3学年1・2組生徒(80名)を対象として、特設課題「鉛筆の形状をさぐる」授業実践を行った。

### 4 指導の流れ

課題1「鉛筆の形状【底のかたち】をさぐる」

1. グループ別の探求 …………… 1時間
2. グループ間の交流 …………… 1時間

課題2「鉛筆の形状【先のかたち】をさぐる」

1. グループ別の探求 …………… 1時間
2. グループ間の交流 …………… 1時間

### 5 実践経過

(1) 課題1「鉛筆の形状【底のかたち】をさぐる」

#### ①課題

鉛筆の底の形は、なぜ正五角形・正三角形よりも正六角形の方が多いのか？

②形状に求められる条件を数学的知識にもとづいて理由を考える。4人グループで、1人1視点に絞り考える。

- (視点) ・持ちやすさ ・転がりにくさ
- ・納まりやすさ ・芯の折れにくさ

③班で交流し、班の考えをまとめる。

④グループ間の交流を、以下のように行う。

- ・1枚の用紙にまとめる。
- ・まとめた用紙を3分ごとに区切り回覧する。
- ・他の班の考えから得た新たな考えをワークシートに記録する。

⑤班の考えを再構築する。

(2) 課題2「鉛筆の形状【先のかたち】をさぐる」

①課題

鉛筆の先の傾斜は、何を条件に決まっているのか？

②視点を形状に求められる条件を数学的知識にもとづいて考える。4人グループで、視点を絞り考える。

(視点) ・持ちやすさ ・芯の折れにくさ ・書きやすさ

③グループ間の交流を、以下のように行う。

(目的) 班の考えを班員が説明し、他の班から反応を得ることにより、班の考えを高める機会を得る。

(方法)

- ・数学的な知識の領域や深まりが異なる、新しい班を構成する。
- ・説明する生徒へは、班の視点と理由を明確に説明させるように呼びかけた。
- ・説明を聞く生徒へは、説明者へ意見や質問を伝えさせるように呼びかけた。

④他の班の考えから得たことを班で共有する。

⑤自分の班の考えを以下の点を意識し再構築する。

- ・他の班へ説明した際に、得た質問や課題点や、新たな視点やアイデアを参考にし、自分達の考えを軸として、よりよいものにする

### III. 結果

(1) 課題1「鉛筆の形状【底のかたち】をさぐる」

①4つの視点に関する生徒の考えを次に示す。

(視点) 持ちやすさ

3つの指の位置が等間隔にあることから、3の倍数である方が持ちやすいので、正三角形か正六角形がよい。

(視点) 転がりにくさ

多角形の1つの外角が大きいほど転がりにくいので、

正三角形がよい。

鉛筆の1つの面と床が接する部分が大きいほど摩擦が大きく転がりにくいので正三角形がよい。

(視点) 納まりやすさ

正多角形の方が敷き詰めやすい、円であればいい。

(視点) 芯の折れにくさ

鉛筆の表面から芯までの距離が遠いほど折れにくく、手を置く部分が芯から等しい距離にあれば、力が分散して折れにくいので、円がよい。

②班で各視点に基づく考えを交流し、すべての条件を満たすものを考えたうえで、正六角形が最適であるという結論をすべての班が導いた。

(2) 課題2「鉛筆の形状【先のかたち】をさぐる」

①3つの視点に関する生徒の考えを次に示す

視点：書きやすさ (1班・7班)

2つの班は平面図形の考えを用い、机と鉛筆の角の大きさと書きやすさとの関係に着目して考えた。鉛筆と机とのなす角の設定の方法に違いがある。1班は鉛筆を机に垂直に立てたときの机と鉛筆の先とのなす角(図1) 7班は、鉛筆の円錐部分となす角の大きさと鉛筆の芯の角の大きさ(図2)に着目している。

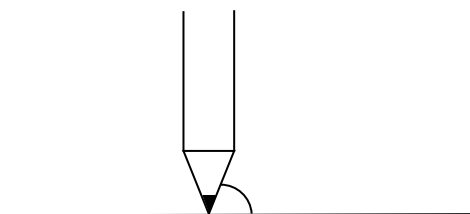


図1 机と鉛筆の先とのなす角の図

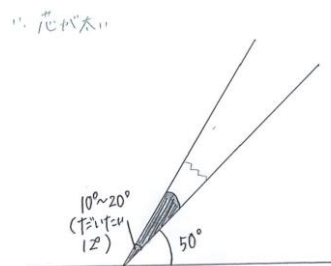


図2 生徒のワークシートの記述

視点：持ちやすさ（2班・5班・9班）

3つの班はともに、鉛筆と手の甲の長さとの関係に着目して考えた。

2班と5班は、直角三角形を用い鉛筆を持つときの鉛筆と机と手の甲を3辺とする直角三角形に着目しているが、鉛筆と手の甲とのなす角を直角とする見方（図3）と、鉛筆と机のなす角を直角とする見方（図4）に違いがある。

9班は関数を用い鉛筆を持つとき、手の甲の長さと机と鉛筆のなす角との関係（図5）に着目し考えた。

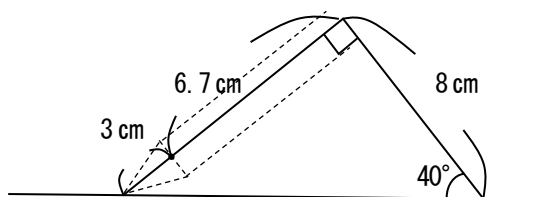


図3 鉛筆と机と手の甲を3辺とする三角形の図

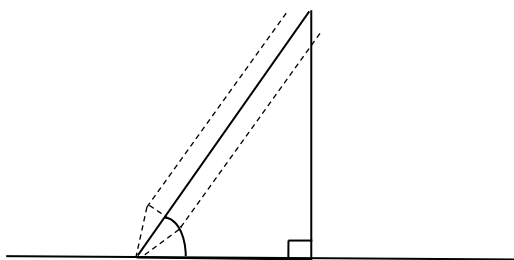


図4 鉛筆と机と手の甲を3辺とする三角形の図

度	10°	20°	25°	35°	40°	45°	50°	55°
手の甲の長さ	1cm	2cm	3cm	4cm	5cm	6cm	7cm	8cm

図5 生徒のワークシートの記述

視点：芯の折れにくさ（6班・10班・4班・8班）

4班は鉛筆の先端の傾斜と折れにくさの関係について考え、8班は削る道具に着目し、円錐の高さに着目して考えた。

6班と10班はともに、相似な立体の比と折れにくさの関係に着目して考えた。

違いは、芯の円錐部分と全体の円錐部分（図5）の比が削り方により変化するかに着目した考えと、2つの円錐は相似であり、芯の半径と鉛筆の半径の比で決

まるので、削り方でその割合は変わらないという考え。芯の円錐部分と全体の円錐部分の体積比（図6）に着目して考えた。

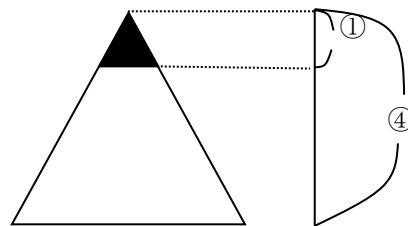


図5 芯の円錐部分と全体の円錐部分の図

Handwritten student work showing calculations for the volume ratio of the pencil tip and core.

$$\frac{A}{B} = \frac{64}{61}$$

$$\frac{256}{128} = \frac{500}{250}$$

$$\frac{64}{125}$$

$$A = B = 64 = 61$$

2人がわけてあげている部分で、その体積の方が大きい。

$$\frac{A}{B} = \frac{63}{63} \rightarrow \text{体積比 } 1 = 63$$

色鉛筆  $A = B = 64 = 125$   
 鉛筆  $A : B = 1 : 63$

図6 生徒のワークシートの記述

すべての班が、1時間で結論まで到達することは難しかった。しかし、どの班も鉛筆の先の形状を数学的に捉えることができた。

#### ②グループ間の交流から再構築

再編成した班での交流により、自分の班の視点と理由を明確に説明できた。また、班員全員が確実に班の考えを理解することができていた。また、直接、他の班から質問を得て、それに答えることにより、根拠を明確にすることができていた。しかし、「なぜ」や「いいね」という反応に終わり、批判的に見て課題点を指摘することは難しい様子であった。最終的には、どれもいい考えであるということに落ち着いていた。

#### IV. 考察

(1) 次の条件をもつ課題を設定することで、生徒から多様な考えが生まれた。

- ・観察や試行実験がしやすい
- ・要因となる条件が適度である

授業では「書きやすさ」「持ちやすさ」「折れにくさ」などの多様な視点が生徒から出された。また、鉛筆を使う場面（図7）を考えることで、鉛筆だけでなく、手や机との関係にできた。これらの多様性から、数学的な知識の多様性へとつながっていったと考える。



図7 鉛筆を使う場面

(2) 次のグループ間交流をする際に、以下の点を意識することで、生徒に協働性が生まれた。

- ・数学的な知識の領域や深まりが異なる班を再編成する。
- ・班の考えを高めるための交流であるという目的を理解させる。
- ・「内 ⇒ 外」で終わるのでなく、「内 ⇄ 外」を班の考えを構築する過程で設定する（図8）。

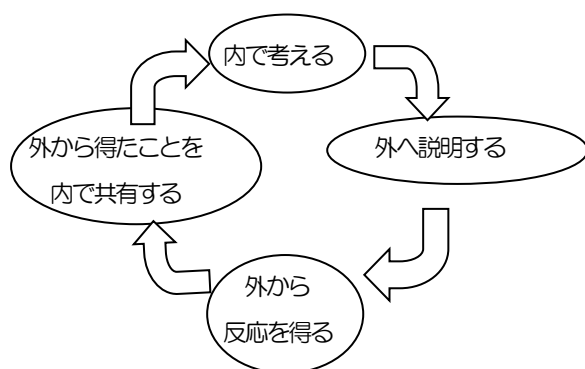


図8 「内 ⇄ 外」のサイクル

班の考えを高めるために、班内に閉じた考えとなるのではなく、外へ説明することにより、考えを研磨する機会を得ることができた。また、すべての生徒に班の考えを他の班へ説明させたことで主体性が生まれた。

#### IV. おわりに

本研究の目的は、中学校の数学科において協働的問題解決を生起させる授業の仕かけを探った。日常課題から必要な既習の数学的知識を組み合わせ、見通しを立てながら挑戦させる特設課題を設定した授業実践の結果、協働的問題解決を生起させる有効な課題方法が見出すことができた。

今後も協働的問題解決を生じさせる授業研究を継続していきたい。

#### 引用・参考文献

- 国立教育政策研究所（2013）『教育課程の編成に関する基礎的研究 報告書5 社会の変化に対応する資質や能力を育成する教育課程編成の基本原理』
- 広島大学附属東雲小学校・中学校（2013：2014）『東雲教育研究会実施要項』
- 三宅なほみ（2012）「第12章 協調的な学習」, 三宅芳雄, 『教育心理学特論』, 放送大学教育振興会
- 西村圭一（2012）『数学的モデル化を遂行する力を育成する教材開発とその実践に関する研究』, 東洋館出版社

## **Collaborative problem solving in mathematics education**

**Yuko KAWASAKI, Hideki AMANO, Atsumi UEDA,  
Taketo MATSUURA, Tetsu SHIMOMURA and Masakazu TERAGAITO**

**Abstract.** The purpose of this study was to examine ways to achieve 'collaborative problem solving'.

To that end, we set up practice lessons that dealt with solving particular problems. The problems involved students having to use mathematical knowledge to solve problems related to natural phenomena in a logical manner. In this way, we were able to engage the students in 'collaborative problem solving'.

**Key words :** collaborative problem solving    particular problems    problems related to natural phenomena in a logical manner