

学位論文要約

初等教育における確率概念の形成を意図した  
学習材の開発研究

松浦 武人

## 【論文題目】

### 初等教育における確率概念の形成を意図した学習材の開発研究

## 【論文目次】

### 第1章 問題の所在と本研究の目的

- 第1節 問題の所在と本研究の目的
- 第2節 本研究の意義と具体的な課題
- 第3節 研究方法と論文の構成

### 第2章 初等教育における確率指導に関する基礎的考察

- 第1節 確率論の発展と確率の定義
  - (1) 古典的確率
  - (2) 統計的確率
  - (3) 公理的確率
  - (4) 主観的確率
  - (5) 確率論の発展と確率の定義のまとめ
- 第2節 日本の初等教育における確率の指導
  - (1) 小学校学習指導要領の改訂と算数科の授業時数の変遷
  - (2) 学習指導要領における確率に関する指導内容の変遷
  - (3) 確率の定義との関連
  - (4) 教科書における確率の扱い
- 第3節 初等教育における確率の指導に関する先行研究
  - (1) 先行研究の概要
  - (2) 先行研究の考察
- 第4節 国際調査（TIMSS）における日本の児童・生徒の実態
  - (1) 確率の問題と小学生の実態
  - (2) 中学生の実態
  - (3) 内容領域の相対的成績
- 第5節 諸外国の初等教育における確率の指導内容
  - (1) アメリカのNCTMのスタンダードにおける確率の指導内容
  - (2) イギリスのナショナル・カリキュラムにおける確率の指導内容
  - (3) ドイツの基礎学校のカリキュラムにおける確率の指導内容
- 第6節 本章のまとめと学習材開発への示唆

### 第3章 確率の学習材の重要性と特性

- 第1節 算数科教育と学習材開発の理念
  - (1) 算数教育観と学習材

- (2) 算数的活動と学習材
- 第2節 学びの自立を促す学習材開発の条件
  - (1) 目的意識の喚起
  - (2) 日常の事象の教材化
  - (3) 遊びの特性を活かす
- 第3節 生活的概念と科学的概念の統合
  - (1) カリキュラムの捉え
  - (2) 生活的概念と科学的概念の統合を図る
- 第4節 確率概念の形成を意図した学習材の重要性と特性
  - (1) 現代社会とのかかわりから
  - (2) 遊びの基本要素としての「偶然性」や「不確定性」
  - (3) 主観的・直観的な確率と数学的確率とのずれ
- 第5節 本章のまとめと学習材開発への示唆

#### 第4章 児童・生徒を対象とした確率概念の発達に関する実態調査

- 第1節 実態調査の目的と方法
  - (1) 実態調査の目的
  - (2) 実態調査の方法
- 第2節 遊びの経験と確率判断に関する考察
  - (1) 不確定要素を含む遊びの生活経験
  - (2) 身近な素材を用いた具体的な問題場面における確率判断
  - (3) 遊びの経験と確率判断の関連性
- 第3節 確率の共通概念経路の考察
  - (1) 共通概念経路
  - (2) 共通概念経路の横断的考察
- 第4節 確率判断の数量化に関する考察
  - (1) 確率判断の数量化
  - (2) 数量化に関する横断的考察
- 第5節 主観的・直観的な確率判断に関する横断的・縦断的考察
  - (1) Fischbein & Schnarch による調査研究
  - (2) 確率判断に関する横断的・縦断的考察
- 第6節 本章のまとめと学習材開発への示唆

#### 第5章 児童の確率概念の形成を意図した学習材の開発

- 第1節 確率概念の形成を意図した学習材開発の目標
  - (1) 学習材開発の理念と条件
  - (2) 確率の学習材の特性と学習材開発の目標
  - (3) 学習材開発への示唆
  - (4) 確率概念の形成を意図した学習材開発の目標
- 第2節 確率概念の形成を意図した学習材の開発
  - (1) 共通概念経路を考慮した学習材
  - (2) ヒューリスティクスに基づく誤認知の改善を意図した学習材
  - (3) 確率の数量化を促す学習材
  - (4) 遊びの経験を活かす学習材

(5) 日常の事象の確実性に関する判断・表現を促す学習材

(6) 確率概念の形成を意図した学習材の目標と内容の系統

### 第3節 本章のまとめ

## 第6章 開発した学習材の実践的検討

第1節 実践的検討Ⅰ～ヒューリスティクスに基づく確率判断における誤認知の改善を意図した学習指導と評価～

- (1) 主観的・直観的な確率判断の実態
- (2) 評価と指導の構想
- (3) 学習活動の概要と児童の反応
- (4) 児童の変容の考察
- (5) 本実践のまとめ

第2節 実践的検討Ⅱ～確率概念の形成を意図した学習材（分離量素材）を用いた学習指導と評価～

- (1) 確率の共通概念経路（分離量素材）
- (2) 評価と指導の構想
- (3) 学習活動の概要と児童の反応
- (4) 児童の変容の考察
- (5) 本実践のまとめ

第3節 実践的検討Ⅲ～確率概念の形成を意図した学習材（連続量素材）を用いた学習指導と評価～

- (1) 確率の共通概念経路（連続量素材）
- (2) 評価と指導の構想
- (3) 学習活動の概要と児童の反応
- (4) 児童の変容の考察
- (5) 本実践のまとめ

### 第4節 本章のまとめ

## 第7章 本研究の総括と今後の課題

第1節 本研究の総括

- (1) 初等教育段階から高等教育段階に至る児童・生徒の確率概念の発達の様相（課題1に対応する考察のまとめ）
- (2) 年齢の上昇に伴う児童の確率概念の変容（課題2に対する考察のまとめ）
- (3) 児童の確率概念の形成を意図した学習材開発の目標と学習材の開発（課題3に対応する考察のまとめ）
- (4) 小学校現場における実践的検討（課題4に対応する考察のまとめ）
- (5) 初等教育段階における確率概念の形成を意図したカリキュラム（課題5に対応する考察のまとめ）

第2節 本研究の成果と課題

- (1) 本研究の成果
- (2) 今後に残された課題

## 引用・参考文献

### 本論文に関する著者の主な先行研究

#### 資料

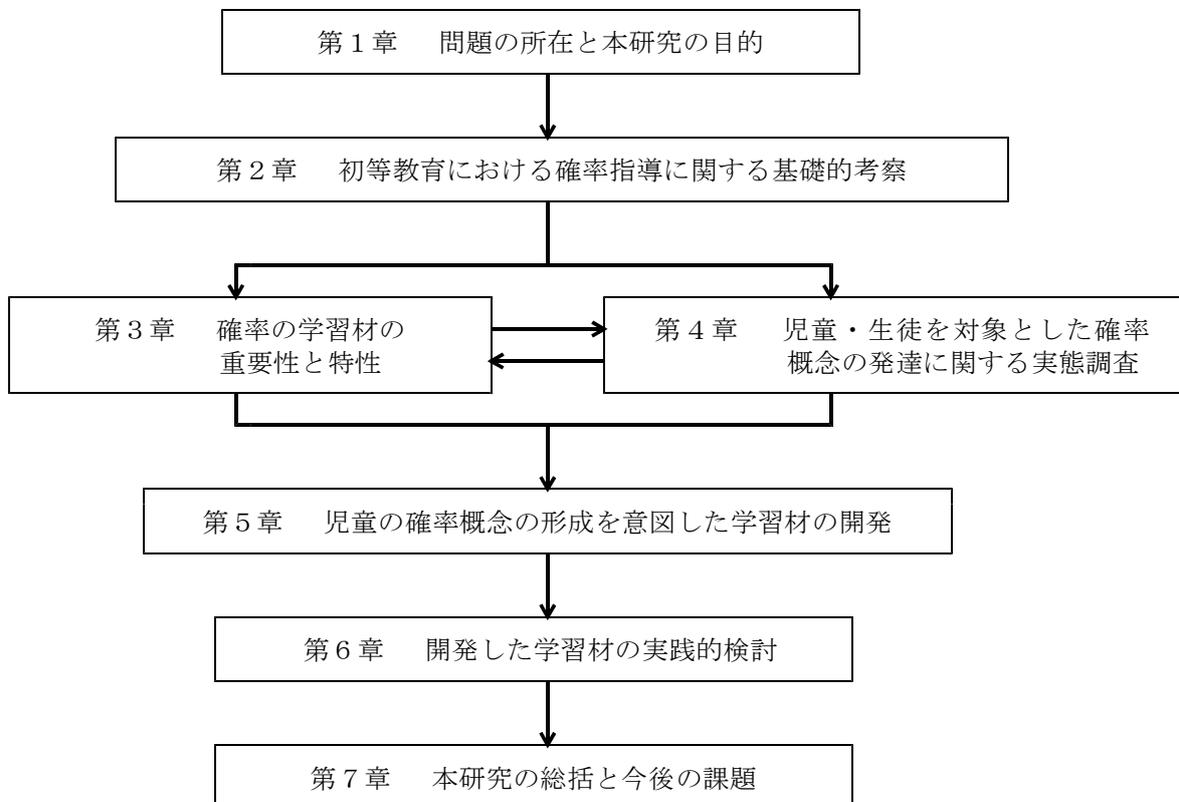
資料1 学習指導要領における統計・確率に関する記述内容

- 1-1 昭和22年版『学習指導要領一般編』の統計・確率に関する内容
- 1-2 昭和26年版『学習指導要領一般編』の統計・確率に関する内容
- 1-3 昭和33年版『小学校学習指導要領』の統計・確率に関する内容
- 1-4 昭和43年版『小学校学習指導要領』の統計・確率に関する内容
- 1-5 昭和52年版『小学校学習指導要領』の統計・確率に関する内容
- 1-6 平成元年版『小学校学習指導要領』の統計・確率に関する内容
- 1-7 平成10年版『小学校学習指導要領』の統計・確率に関する内容
- 1-8 平成20年版『小学校学習指導要領』の統計・確率に関する内容

資料2 統計・確率教育に関する先行研究

(日本数学教育学会誌『算数教育』より)

### 【 論文構成 】



## 【論文要約】

### 第1章 問題の所在と本研究の目的

第1章では、初等教育における確率の概念形成の必要性と可能性を明らかにするとともに、本研究の目的、意義、課題を明確にした。

児童の確率概念の発達に関する先行研究では、初等教育の段階で既に確率概念の発達が見られるものの、そこには多くの誤概念が含まれていることが指摘されている。しかし、小学校全学年児童を対象とした年齢の上昇に伴う確率概念の発達に関する考察（以下、横断的考察と称する）や、同一被験者の年齢の上昇に伴う確率概念の発達に関する考察（以下、縦断的考察と称する）、さらに横断的・縦断的考察に基づく学習材の開発研究及び実践研究は、これまで見受けられない。こうした研究により、初等教育段階の児童の確率概念の発達の精緻化を図るとともに初等教育における確率概念の形成に資することが本研究の目的である。そのために、以下に示す課題を設定する。

- 課題1. 初等教育段階から高等教育段階に至る児童・生徒の確率概念の発達の様相を実態調査を通して把握し、横断的に考察する。
- 課題2. 年齢の上昇に伴う児童の確率概念の変容について、実態調査を継続して行い、縦断的に考察する。
- 課題3. 確率の基礎的考察及び児童の確率概念の実態把握に基づき、児童の確率概念の形成を意図した学習材開発の目標を整理し、具体的な学習材の開発を行う。
- 課題4. 児童の確率の認知過程を考慮した学習材及び学習指導過程を開発するとともに、小学校現場において実践的検討を行う。
- 課題5. 初等教育段階における確率概念の形成を意図したカリキュラム（学年別の学習目標と内容の系統表、学習材及び学習指導過程）の原案を作成する。

### 第2章 初等教育における確率指導に関する基礎的考察

第1節では、確率論の発展・成立の過程において、Mere や D'Alenbert 等の誤謬の果たした役割及び誤謬の修正過程について考察し、主観的確率を学校教育に積極的に取り入れていく必要性と統計的確率の重要性について指摘した。

第2節では、日本の戦後の初等教育における確率指導に関する「意図したカリキュラム」を総括し、その具体的記述としての算数教科書の記述内容の考察を行った。その結果、昭和52年版の学習指導要領の改訂で数学的確率から統計的確率への指導観の転換が図られたにもかかわらず、教科書にはその趣旨が反映されていないことを指摘した。

第3節では、日本の初等教育における確率指導に関する「実施したカリキュラム」の視座から、昭和27年以降の日本数学教育学会誌『算数教育』に掲載された確率指導に関する全論文を抽出し、その内容の考察を行った。その結果、低学年の児童にも見られる確率概念の萌芽を意図的に育てる配慮がなされていないことへの批判や、確率と割合を同一視する児童、確率空間の理解ができない児童の実態等から、数学的確率重視のカリキュラムを批判する指摘が多く見られた（西中、1967

；三角，1970；古藤，1972；杉浦，1974)。また，多くの実践的研究が，試行実験を通して統計的確率と数学的確率を統合する指導の必要性を提唱するものであった（片桐・佐藤・筒井，1967；西部，1971；永池，1972；松田，1973；難波，1974；北大阪数学教育研究会，1975)。

第4節では，日本の初等教育における確率指導に関する「達成したカリキュラム」の視座から，TIMSS 調査における確率の問題に対する日本の小・中学生の実態を考察した。日本の児童は小学校3年生の段階で既に直観的に確率を捉え始めているものの，数学的確率において最も低い選択肢を当たりやすいものとして選択している児童が20%近くいた。中学生の正答率については，小学校と比較して国際的な順位の落ち込みが目立ち，「資料・確率」の領域の成績が全体の平均より有意に低いものとなっていた。これらの結果から，日本の確率指導についてより早期の段階からの指導の可能性と必要性を指摘した。

第5節では，比較教育学の視座から，米，英，独の初等レベルの確率カリキュラムを考察し，我が国のカリキュラムを批判的に総括し，学習材開発の展望を明らかにした。

本章で得られた結果から第3章の学習材の考察と第4章の実態調査の必要性を促し，第5章表2の目標設定に展開する。

### 第3章 確率の学習材の重要性と特性

第1節では，学校教育の果たす役割は「学びの自立」を確立することであり，算数科教育は「身の回りの数・量・形とのかかわりの中で，自ら問いをもち，その問いを解決するために，学習対象としての数・量・形に主体的にかかわり，追究していく過程を通して，数学的なものの見方や考え方が広がり深まるような活動」をめざすものであるという，教師のもつべき算数教育観を示した。また，このような学習活動を構成することを算数科における学習材開発の理念とした。

第2節では，学習材開発の理念を具体化するために，(1)子どもの問いを引き出す内容構成であること，(2)身の回りの数・量・形を素材にすること，(3)遊びの要素を取り入れること，の3つの条件を示した。第3節では，「カリキュラム」の本来の意味（「学びの経験の総体」，「学びの履歴」）から，学校教育以前の生活経験を「生活経験としてのカリキュラム」として捉えなおした。さらに，「生活経験としてのカリキュラム」を通して育まれた児童の生活的概念の実態を把握し，「意図したカリキュラム」及び「実施したカリキュラム」の内容構成に反映させていく必要性を指摘した。また，学習材は，「生活経験としてのカリキュラム」を踏まえた「意図したカリキュラム」を学習対象として具体化するものであり，「実施したカリキュラム」を通して生活的概念と科学的概念を統合する媒体となるものであることを指摘した。本節の考察を踏まえ，「生活的概念と科学的概念の統合を図る」ことを上述した学習材開発の理念を具体化するための1つの条件とした。

第4節では，学習材として確率を取り上げることの重要性とその特性について，現代社会とのかかわり，遊びの基本要素，主観的・直観的な確率と数学的確率とのずれ，という3つの観点から述べた。現代社会とのかかわりでは，われわれが不確実な社会に生きているという事実（平林，1976）から，また，科学においても法則や理論の多くが確率的な性格のものであるという事実（川寄，1983）から，学校数学における唯一の非決定論的教材として確率を取り上げることの重要性を指摘した。次に，確率の学習材は，「偶然性」や「不確定性」という遊びの重要な要素（Huizinga，1983；Henriot，1982；Caillois，1983，）そのものを対象とする学習材であるという点で独自性を持つものであり，それ故に遊びの豊かな特性（自発性，反復性，創造性，発展性）が学習活動に自然に反映されるも

のであることを指摘した。最後に、子どもたちを取り巻く世界において、子どもたちは常に不確定な事象と触れていることから、確率の学習においては生活的概念と科学的概念のずれが顕著に現れるものと考えられ、そのずれが思考の葛藤を生み出し、目的意識をもって取り組む学習活動の原点となることを指摘した。

## 第4章 児童・生徒を対象とした確率概念の発達に関する実態調査

第1節では、実態調査の目的、調査問題の構成、調査方法を示した。実態調査の目的は「児童の確率概念の実態を横断的・縦断的に考察し、初等教育における確率概念の形成を意図した学習材開発への示唆を得る」ことにある。2001年～2002年に広島県下の公立小学校、公立中学校、公立高校、国立大学の児童、生徒、学生を対象として実施し、横断的考察を行った。2002年～2005年には、同一被験者の確率判断の変容を縦断的に考察するために、上述した小学校の児童を対象に同一問題による調査を繰り返し実施した。調査問題は、不確定な要素を含む遊びの生活経験を問う問題、身近な素材を用いて具体的な問題場面における確率判断を問う問題、当たりやすさを比較し数量化する問題（分離量、連続量）、主観的・直観的な確率判断を問う問題で構成した。

第2節では、不確定要素を含む遊びの経験と確率判断の実態について横断的に考察した。その結果、不確定要素を含む遊びの経験値（経験の頻度を数量化した値）は年齢の上昇に伴って増加する傾向があること、遊びの素材により経験値に差があること、小学校段階において既に児童が生活経験に基づく主観的・直観的な確率判断を行っており、その判断には数学的確率とのずれが生じていること、遊びの経験値の高い児童がかえって誤った確率判断をするという関連性があることを明らかにした。これらの考察結果から、不確定要素を含む遊びや試行実験の経験を量的に保障すればよいのではなく、その結果についていかに客観的に捉えさせるかという質的な視点から学習活動を構成する必要性があることを指摘した。

第3節では、同一素材で複数の問題を設定したカードゲーム、玉引き、ルーレットの問題について、問題間の共通概念経路の検定（Vinner & Hershkowitz, 1980）を行った。ここでは、玉引きの問題とルーレットの問題についての考察結果を示す。

玉引きの問題（2つの箱の赤玉の当たりやすさを比較する問題）においては、一方の箱が赤玉が多く白玉が少ない問題から、赤玉か白玉のどちらかの数が等しい問題、一方の箱が赤玉も白玉も多い問題、赤玉と白玉の比が等しい問題への経路、赤玉と白玉の比が1:1で等しい問題から1:2で等しい問題への経路が認められた（図1は高学年の経路）。また、ルーレットの問題（2つの円板の当たりやすさを比較する問題）においては、当たりとはずれの面積比が等しく分割のない

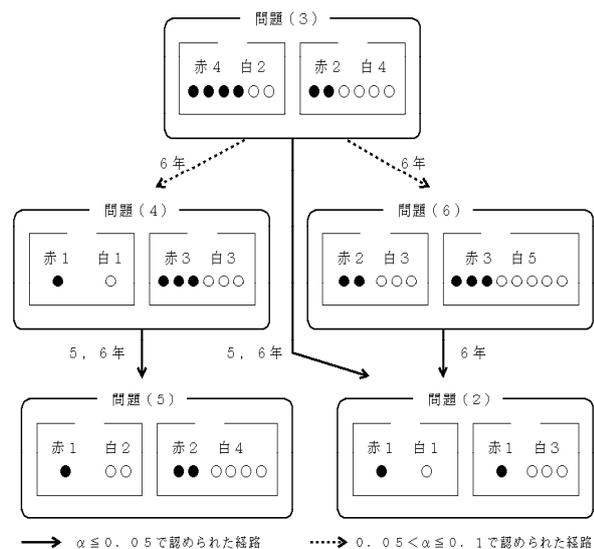


図1 玉引きの問題の共通概念経路(高学年)

問題から分割のある問題，大小差のある問題への経路が多く，多くの学年で認められた（図2）。

これらの共通概念経路の存在は，学習材の内容や提示の方法・順序に関する具体的な示唆を与えてくれるものであり，児童の認知過程に基づく学習材開発の必要性と可能性を示すものであった。

また，第3節では，玉引きの問題とルーレットの問題における児童の当たりやすさの判断の実態について，横断的考察及び縦断的考察を行った。考察の結果，横断的考察においても縦断的考察においても，以下の特徴が見られた。

- ・ 正答率は，各問題とも，年齢の上昇とともに概ね高まる傾向があり，玉引きの問題（分離量素材）の方がルーレットの問題（連続量素材）より正答率が高い。
- ・ 当たりとはずれの比が等しい問題の正答率は，比が異なる問題と比較して低い。
- ・ 当たりとはずれの比が等しい問題においては，当たり玉の数が多い箱，当たりの面積の大きい板，当たりの面の分割がある板を選択する傾向がある。

第4節では，玉引きの問題とルーレットの問題において，児童・生徒が捉えた当たりやすさの度合いを数直線上に位置づけた（数量化した）結果を横断的に考察した。その結果，小学校6年間で評定値（児童が示した位置）と基準値（数学的確率の示す位置）との偏差が大きく減少すること，玉引きの問題（分離量素材）の方がルーレットの問題（連続量素材）より当たりやすさの数量化が容易であること，素材の違い（分離量か連続量か）が評定値の分布に影響を与えること，当たりやすい箱や板の選択と評定値の一貫性は第2学年以降で認められることなどが明らかになった。一貫性の考察から，学習材としての確率判断の数量化は2学年以降において取り入れることが妥当であると判断した。

第5節では，Fischbein & Schnarch(1997)による主観的・直観的な確率判断の実態調査に基づき筆者が作成・実施した実態調査の結果について，横断的考察及び縦断的考察を行った。横断的考察の結果から，確率判断における誤認知の変化を，「年齢の上昇とともに，徐々に減少していく誤認知」，「年齢の上昇にかかわらず，安定している誤認知」，「年齢の上昇とともに，徐々に高まる誤認知」に分類・整理した（表1）。また，横断的考察において年齢の上昇とともに徐々に誤認知の割合が増加する傾向が見られた「複合と単一の事象」については，縦断的考察においても年齢の上昇とともに誤

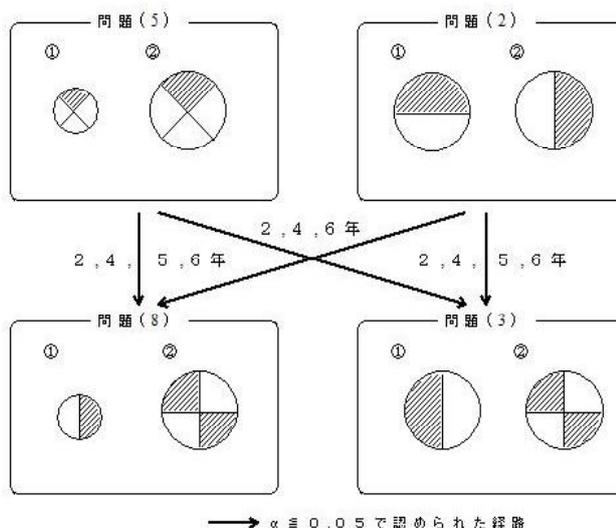


図2 ルーレットの問題の共通概念経路

表1 確率判断における誤認知の変化

ヒューリスティックス	年齢の上昇に伴う誤認知の変化
<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 代表性</li> <li>・ 負の新近効果</li> <li>・ 連言錯誤</li> </ul>	年齢の上昇とともに，徐々に減少していく。
<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 検索容易性</li> <li>・ 時間軸の影響</li> </ul>	年齢の上昇にかかわらず，比較的安定しているが，誤認知の選択率は比較的低い。
<ul style="list-style-type: none"> <li>・ 標本サイズの影響</li> <li>・ 複合と単一の事象</li> </ul>	年齢の上昇とともに，徐々に高まる。

認知の割合が増加した。この結果から、特に、「複合と単一の事象」に関する学習材開発及び早期の段階からの学習指導の必要性を指摘した。

## 第5章 児童の確率概念の形成を意図した学習材の開発

第1節では、第2章から第4章の考察に基づいて、確率概念の形成を意図した学習材開発の諸条件を明らかにした。学習材にはおのずと目標・内容・方法が含意されるため、「目標」という視座から、分析的に開発の条件を整理した。

表2 確率概念の形成を意図した学習材開発の目標

<p><b>I. 確率概念の形成に関する目標</b></p> <p>目標① 試行実験を通じた統計的確率に基づく確率の概念形成を重視する。</p> <p>目標② 場合の数からではなく、統計的確率から数学的確率の概念を導き出す（大数の法則への着目）</p> <p><b>II. 学習内容・素材・用語に関する目標</b></p> <p>目標③ 不確定要素を含む遊びを学習活動に取り入れる。</p> <p>目標④ 児童の生活経験を活かし、発達段階に応じた身近な遊びの素材を教材化する。</p> <p>目標⑤ 児童の確率の認知過程（共通概念経路）を考慮した問題を提示する。</p> <p>目標⑥ 分離量素材を提示した後に連続量素材を提示する。</p> <p>目標⑦ ヒューリスティックスに基づく確率判断における誤認知の変化を考慮した問題を提示する。（年齢の上昇とともに高まる誤認知「複合と単一の事象」については、特に早期の段階で改善を図る。）</p> <p>目標⑧ 現行の算数科の指導内容との関連づけを図る。</p> <p>目標⑨ 発達段階に応じた確率に関する言語環境を構成する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・低学年の段階から、「いつも（かならず）・・・」、「ときどき・・・」、「決して・・・ない」、「・・・しそう」、「・・・しそうでない」など、事象の起こりやすさを表す言葉を、教室の日常的な会話の中で、教師が意識して用いるとともに、児童が表現する場を構成する。</li> <li>・中学年から高学年の段階では、「確実に・・・」、「起こりそう」、「同じように起きそう」、「どちらとも言えない」、「起こりそうでない」、「不可能」などの言葉を用いて話し合うことを通して、不確定な事象の起こりやすさに対する理解を深めることができるようにする。</li> </ul> <p><b>III. 学習方法・学習過程に関する目標</b></p> <p>目標⑩ 試行結果の予想、試行・記録、記録に基づく話し合い（予想のふり返し）という学習過程を基本とする。その際、予想の根拠が記述できれば記述させる。</p> <p>目標⑪ 児童が有する主観的・直観的な確率概念と、客観的・論理的な確率概念のずれを活かす。</p> <p>目標⑫ 児童の主観的・直観的な確率の捉えを量的に表現させる場を構成する（第2学年以降）。</p>
--

第2節では、「確率概念の形成を意図した学習材開発の目標」に基づき、(1)共通概念経路を考慮した学習材、(2)ヒューリスティックスに基づく誤認知の改善を意図した学習材、(3)確率の数量化を促す学習材、(4)遊びの経験に基づく学習材、(5)日常の事象の確実性に関する判断・表現を促す学習材を開発した。また、形成したい確率概念の内容と学年進行に基づいて Matrix を作成し、それぞれの項に学習材を配置して、初等教育にける学習目標の系統表を構成した。すなわち、児童の主観的・直観的な確率概念と客観的・論理的な確率概念の統合を促すカリキュラム案を、表3の形で提案した。

表3 形成したい確率概念の内容と学習目標の系統

内容 学年	存在しない、確実性に関する認識	ラン*に関する認識 (負の新近効果)	標本空間に関する認識	確率の数量化に関する認識	確率判断の根拠・観点 (比や割合としての見方)	関連事項 (他学年の指導内容には〔 〕で対象学年を示している。)	時数
1	・不確定な事象と確実な事象が異なることに気付く。(P①) ・日常の事象を、確実な事象、不確定な事象、不可能な事象に分類し、表現する。(L①)		・ジャンケンで出す指の本数、起こる範囲が異なることに気付く。(P①)			・一位数の加法・減法 (P①) ・十進位取り記数法による二位数の大小比較 (P②)	3
2	・確実に起きる事象、不可能な事象、不確定な事象が異なることに気付く。(C①) ・日常の事象を、確実に起きる事象、起こりそうにない事象、不可能な事象に分類し、表現する。(L②) ・日常の事象の起こりやすさを比較する。(L③)	・ジャンケンの結果が予想より長くなることに気付く。(N①)		・確実に起きる事象、不可能な事象、不確定な事象を量(高さ)で表す。(Q①)	・当たり玉の数だけに着目するのではなく、はずれ玉の数にも着目する。(B①)	・簡単な事柄の分類整理、表やグラフを用いた表現(N①, C①)	5
3	・不確定な事象にも確実性があることに気付く。(C②) ・サイコロの各面が同等に出やすいことに気付く。(E①)	・トランプで同じ数字も出ることに気付く。(N②)	・単一事象と複合に事象があることに気付く。(E②)	・確実に起きる事象、不可能な事象、不確定な事象を量(高さ)で表す。(Q②)	・ルーレットの板が小さくてもよく当たる場合があることに気付く。(R①)	・資料の分類整理、表やグラフを用いた表現 (C②) ・場合の数 (E②) [第6学年の内容] ・任意単位による測定 [第1学年] (R①)	6
4	・確実性の度合いを意識する。(C③)			・不確定な事象の確実性の度合いを量(高さ)で表す。(Q③)	・玉引きの当たり玉とはずれ玉の数量関係に着目する。(B②)	・伴って変わる2つの数量の関係(B②, C③, Q③)	3
5	・コインの表裏が同等に出やすいことに気付く。(E③) ・サイコロの各面が同等に出やすいことに気付く。(E③) ・確実性の度合いを意識する。(C③)		・標本空間として、表と裏をあげる。(E③) ・標本空間として、1から12の目をあげる。(E③)	・確実性の度合いを量(高さ)で表す。(Q④) ・相対度数を用いて確からしさを比較し、比較することができ( E③ ) ・相対度数と面の数の関係に気付く。(E③) ・画紙、将棋の駒、びんが同等に確からしく相対度数で表現でき( E③ )	・ルーレットの当たりの面数(分割数)ではなく面積に着目する。(R②) ・勝敗を決めるカードの枚数の割合に着目する。(C③)	・割合 (C③, E③) ・商分数、同値分数 (C③, E③) ・折れ線グラフ、[第4学年] (E③) ・任意単位による測定 [第1学年] (R②)	5
6	・確実性の度合いを意識する。(C③)				・当たり玉とはずれ玉の比(割合)に着目する。(B③, B④) ・ルーレットの当たりとはずれの面積の比(割合)に着目する。(R③, R④) ・標本サイズに着目する。(S①) ・勝敗を決めるカードの枚数の比(割合)に着目する。(C③)	・比 (B③, B④, C③, R③, R④) ・円の面積 (R③, R④) ・折れ線グラフ、[第4学年] (B③, B④, R③, R④)	5

・\* 「ラン」とは、「ランダム系列における同じ項の続き」を意味する。  
 ・〈 〉は、複数学年で活用できる学習材の学習目標を、学年に対応させて示している。

## 第6章 開発した学習材の実践的検討

第1節では、確率判断における誤認知の改善を意図した学習材の実践的検討を行った。Fischbein & Schnarch (1997) の先行研究に基づいて筆者が実施した実態調査の横断的・縦断的考察の結果から、「複合と単一の事象」に関する誤認知が年齢の上昇とともに高まることが認められた。この誤認知

の改善を意図した学習材を用いて、小学校第3学年の児童を対象に学習指導を行った。学習指導の事前と事後におけるパフォーマンス課題とループリックに基づく評価結果の考察から、児童が標本空間を具体的に捉え、複合の事象と単一の事象を認識する基準へと変容していることを示し（McNemar の検定、 $p < .01$ ）、開発した学習材の有効性を実証した。

第2節では、玉引きの問題（分離量素材）における児童の確率の共通概念経路に配慮した学習材の実践的検討を行った。学習指導は小学校第6学年の児童を対象にして行った。学習指導の事前と事後におけるパフォーマンス課題とループリックに基づく評価結果の考察から、児童の玉引きの当たりやすさについての認識が、主観的・直観的な認識から比や割合を視点とした論理的・客観的な認識へと変容していることを示し（McNemar の検定、 $p < .01$ ）、開発した学習材の有効性を実証した。

第3節では、ルーレットの問題（連続量素材）における児童の確率の共通概念経路に配慮した学習材の実践的検討を行った。学習指導は小学校第6学年の児童を対象にして行った。学習指導の事前と事後におけるパフォーマンス課題とループリックに基づく評価結果の考察から、児童のルーレットの当たりやすさについての認識が、主観的・直観的な認識から比や割合を視点とした論理的・客観的な認識へと変容していることを示し（McNemar の検定、 $p < .01$ ）、開発した学習材の有効性を実証した。

これらの児童の確率概念の変容は、初等教育段階における確率の概念形成を意図した学習材開発及び学習指導の可能性を示すものであり、日本の中等教育における統計的確率及び数学的確率の概念形成への移行・連結を図る、初等教育における学習材開発への示唆を与えるものである。また中等教育における連続量素材を用いた学習材開発への示唆を与えるものである。

## 第7章 本研究の総括と今後の課題

本研究の成果は、次の5点に集約される。

- ① 初等教育段階から高等教育段階に至る児童・生徒の確率概念の発達の様相を横断的考察を通して明らかにしたこと
- ② 実態調査を継続して行い、年齢の上昇に伴う児童の確率概念の変容を、縦断的考察を通して明らかにしたこと
- ③ 確率の基礎的考察及び児童の確率概念の横断的・縦断的考察に基づいて、児童の確率概念の形成を意図した学習材開発の目標を整理し、学習材を開発したこと
- ④ 児童の確率概念の形成を意図した学習材を用いて、小学校現場における学習指導と評価を行い、児童の確率概念の変容を示すことによって、開発した学習材の有効性を実証したこと
- ⑤ 初等教育段階における確率概念の形成を意図したカリキュラム（開発した学習材の学年別の学習目標と内容の系統表、学習材及び学習指導過程）の原案を作成したこと

本研究の課題としては以下の3点を挙げ、今後の研究の発展に繋げる。

- ① 初等教育段階で形成したい確率概念の内容（表3の横軸）について、今後も理論的・実践的な精査を重ねること
- ② 提示したカリキュラムに基づき、小学校現場における実践的検討を継続して行い、カリキュラムの改善・精緻化を図ること
- ③ 開発した学習材の有効性を評価するための評価材を開発すること

## 【 主要引用・参考文献 】

- 青柳雅計. 1991. 確率・統計の指導内容の概観と問題点の考察. 古藤怜・正田實編. 新・中学校数学指導実例講座 4 数量関係. 金子書房.
- Caillois, Roger. 1983. 遊びと人間. 清水幾太郎・霧生和夫訳. 岩波書店.
- Cohen, J. & Hansel, C. E. M. 1955. The Idea of Independence. *British Journal of Psychology*. Vol.46. pp.178-180.
- Fischbein, E.& Schnarch, D. 1997. The Evolution With Age of Probabilistic. Intuitive Based Misconceptions. *Journal for Reseach in Mathematics Education* 28 . pp. 97-105.
- 福森信夫. 1977. 中学校新教育課程の解説. 第一法規. pp.179-180.
- 船山良三. 1991. 身近な数学の歴史. 東洋書店.
- Gillies, D. 2004. 確率の哲学理論. 中山智香子訳. 日本経済評論社. pp.271-295.
- Hawkins, A. & Kapadia, R. 1984. Cildren's Conceptions of Probability - A Psychological and Pedagogical Review - . *Educational Studies in Mathematics* 15. pp.349-377.
- 林昭. 1983. 確率概念の指導. 数学教育学研究紀要. 第9号. pp.66-70.
- Henriot, Jacques. 1982. 遊びー遊ぶ主体の現象学へー. 佐藤信夫訳. 白水社. p.123.
- 平林一榮. 1976. 算数・数学教育のシツエーション. 広島大学出版研究会. pp.58-59.
- 平林一榮. 1987. 数学教育の活動主義的展開. 東洋館出版社. pp.227-229.
- Huizinga, Johan. 1983. ホモ・ルーデンス. 里見元一郎訳. 河出書房新社.
- 廣松渉他. 1998. 岩波哲学思想事典. pp.235-236.
- HMSO. 2000. National Curriculum. (<http://www.stockportmbc.gov.uk/docs/curriculum01.htm>)
- 市川伸一. 1996. 確率判断. 市川伸一編. 認知心理学思考. 東京大学出版会.
- 市川伸一. 2000. 考えることの科学. 中公新書. pp. 110-127.
- 石田忠男. 1984. 共通概念経路についてー数学の「教授・学習」原理の構築をめざしてー. 西日本数学教育学会誌. 第10号. pp.56-60.
- 岩淵千晶. 1997. データの処理と解析. 福村出版. pp.148-155.
- 岩原信九郎. 1964. ノンパラメトリック法. 日本文化科学社. pp.44-45.
- 岩崎秀樹・國本景亀. 1995. 諸外国における統計教育. 岡田禎雄編. 小学校算数実践指導全集第10巻. 日本教育図書センター.
- Jones, G., A. & Thornton, C., A. 2005. An Overview of Reseach into the Teaching and Learning of Probability. In Jones, G., A. (Eds.), *Exploring probability in school*. Springer. p.65-92.
- 梶光雄・岩田義孝・川瀬喜生ほか. 1977. 不確定な事象を的確に判断していくちからをどのように育てたらよいか: 確からしさの指導の学年別系統化を求めて. 日本数学教育学会誌. 第59巻. pp.155-157.
- 金子郁容. 1990. 不確実性と情報. 岩波書店.
- Kapadia, R. & Borovcnik, M. 1991. *Chance Encounters: Probability in Education*. Kluwer Academic Publishers. pp.73-105.
- 片桐重男・佐藤晋作・筒井安雄. 確率の実験的指導. 1967. 日本数学教育学会誌. 第49巻. pp.120-127.
- 河野敬雄. 1999. 確率概論. 京都大学学術出版会. pp.3-11.
- 川寄道広. 1983. 子どもの確率概念の発達についての考察. 西日本数学教育学会誌. 数学教育学研究紀要. 第9号. pp.61-65.
- 川寄道広. 1990. 学校数学における確率教材の教材研究. 平林一榮先生頌寿記念出版会編. 数学教育学のパースペクティブ. pp.397-412.

- 北大阪数学教育研究会. 1975. 小学校における確率指導の一試案. 日本数学教育学会誌. 第 57 卷. pp. 54-56.
- 国立教育研究所. 1996. 小・中学生の算数・数学, 理科の成績—第 3 回国際数学・理科教育調査国内中間報告書—. 東洋館出版社. pp.56-58.
- 古藤怜. 1972. 確率の指導. 日本数学教育学会誌. 第 54 卷. pp.94-98.
- 國本景亀. 1981. 西ドイツの小学校数学教育の動向(Ⅲ). 新しい算数研究. 東洋館出版社. pp.61-64.
- 楠岡成雄. 1995. 確率・統計. 森北出版社. pp.20-21.
- Laplace. 1997. 確率の哲学的試論 (内井惣七訳). 岩波文庫.
- 松田智尚. 1973. 統計的確率から導入した確からしさの概念指導. 日本数学教育学会誌. 第 55 卷. pp.31-33.
- 松田文子. 2002. 関係概念の発達. 北大路書房. pp.123-159
- 松井孝雄. 1995. 問題解決. 森敏昭・井上毅・松井孝雄. グラフィック認知心理学. サイエンス社. p.214.
- 松浦俊輔. 2005. 確率と統計—不確実性の科学—. 青土社.
- 松浦武人. 2006. 児童の確率判断の実態に関する縦断的・横断的研究. 全国数学教育学会誌. 数学教育学研究. 第 12 卷. pp.141-151.
- 松浦武人. 2007. 初等教育における児童の確率概念の発達を促す学習材の開発(I) —共通概念経路に基づく学習指導と評価を通して—. 全国数学教育学会誌. 数学教育学研究. 第 13 卷. pp. 163-174.
- 松浦武人. 2008. 初等教育における児童の確率概念の発達を促す学習材の開発(Ⅱ) —共通概念経路に基づく学習指導と評価を通して—. 全国数学教育学会誌. 数学教育学研究. 第 14 卷. pp. 139-151.
- 松浦武人. 2009. 初等教育における児童の確率概念の発達を促す学習材の開発研究—確率判断におけるヒューリスティックスの改善に焦点を当てて—. 日本数学教育学会誌. 数学教育学論究. 第 90 卷. Vol.91. pp.3-13.
- 三角富士夫. 1970. 小学校における確率指導のすすめ方. 日本数学教育学会誌. 第 52 卷. pp.52-57.
- 三宅章彦. 1997. 統計学. 培風館. pp.1-4. pp.17-20.
- 永池知道. 1972. こどもの見方・考え方を大切にした確からしさの指導. 日本数学教育学会誌. 第 54 卷. pp.214-216.
- 中原忠男. 1995. 算数・数学教育における構成的アプローチの研究. 聖文社. pp. 305-320.
- 中野昇. 1968. 確率と統計. 日本数学教育学会誌. 第 50 卷. pp.123-127.
- 中島義明他. 1999. 心理学辞典. 有斐閣. p.114.
- 難波常作. 1974. 確率指導上の留意点. 日本数学教育学会誌. 第 56 卷. pp.5-7.
- NCTM. 2000. Principle and Standards for School Mathematics. <<http://standards.nctm.org/index.htm>>.
- 新村出. 1998. 広辞苑第五版. 新村出編. 岩波出版. p.572.
- 日本カリキュラム学会. 2001. 現代カリキュラム事典. ぎょうせい. pp.1-2.
- 日本数学教育学会. 2000. 和英／英和算数・数学用語活用辞典. 東洋館出版社.
- 西部哲. 1971. 統計・確率の考えを伸ばす指導の一考察：5年・6年の指導を中心にして. 日本数学教育学会誌. 第53卷. pp.58-63.
- 西岡加名恵. 2003. ポートフォリオ評価法. 図書文化. pp.140-144.
- 西村清和. 1996. 遊びの現象学. 勁草書房. pp.321-322.
- 西中隆. 1967. 小学校における確率の指導. 日本数学教育学会誌. 第 49 卷. pp.212-214.
- 大森正輝. 1970. 小学校における確率指導について. 日本数学教育学会誌. 第 52 卷. pp.48-51.
- 岡崎正和. 1997. 子どもの理解に基づく教材構成に関する研究(1) —四角形の相互関係の共通概念

- 経路を中心として－. 日本数学教育学会第30回数学教育論文発表会論文集. pp.391-396.
- 坂間利昭. 1978. 52年度改訂小学校教育課程講座. ぎょうせい. pp.89-90.
- 算数授業研究会. 1995. 子どもの問いを引き出す問題提示の技術. 東洋館出版社. p.1.
- 佐藤学. 2000. カリキュラムの批評. 世織書房. pp.3-6.
- 佐藤晋作. 1971. 統計・確率の考えで育てる“素材”についての研究：新しい素材で試みた指導事例. 日本数学教育学会誌. 第53巻. pp.182-184.
- 柴谷久雄. 1979. 遊びによる人間形成. 黎明書房. pp.77-81.
- 下中弘. 1995. 哲学事典. 平凡社. pp.235-236.
- 清水静海. 1989. 改訂小学校教育課程講座. ぎょうせい. p.183.
- 杉浦正勝. 1974. 「ことがらの起こる確からしさ」の指導. 日本数学教育学会誌. 第56巻. pp.144-147.
- 鈴木隆一郎. 1995. 不確定さをどう扱うか：確率・統計. 日本数学教育学会誌. 第77巻. pp.62-63.
- 正田實. 1989. 改訂中学校学習指導要領の展開数学科編. 明治図書. pp.193-195.
- 田山義夫. 1972. 確定的事象と不確定事象の存在について－確からしさの指導から－. 日本数学教育学会誌. 第54巻. pp.168-170.
- Todhunter. 1975. 確率論史 (安藤洋美訳). 現代数学社.
- 妻鳥敏彦. 1995. 確率・統計の歴史. 中学校数学科教育実践講座刊行会. 中学校数学科教育実践講座第9巻確率・統計. ニチブン.
- Tversky, A. & Kahneman, D. 1973. Availability: A heuristic for Judging Frequency and Probability. *Cognitive Psychology*. Vol.3. pp.207-232.
- Tversky, A. & Kahneman, D. 1983. Extensional Versus Intuitive Reasoning: The Conjunction Fallacy in Probability Judgment. *Psychological Review*. Vol. 90. pp.293-315.
- 植田敦三. 2002. 算数科教育学. 協同出版. pp.5-15.
- 植芝力. 1968. 算数カリキュラムに確率を導入することについて. 日本数学教育学会誌. 第50巻. pp.21-25.
- Vinner, S. & Hershkowitz, R. 1980. Concept Image and Common Cognitive Paths in the Development of Some Simple Geometrical Concepts. *Proceedings of the 4th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*, pp.177-184.
- Vygotsky, L., S. 1975. 子どもの知的発達と教授. 柴田義松・森岡修一訳. 明治図書. pp. 102-107.
- Vygotsky, L., S. 2001. 思考と言語. 柴田義松訳. 新読書社. pp.225-353.