博士論文

算数・数学教育における多様な価値観に取り組む力の育成に関する研究

－社会的オープンエンドな問題を通して－

島田　功

広島大学大学院国際協力研究科

2015 年 9 月

算数・数学教育における多様な価値観に取り組む力の育成に関する研究

－社会的オープンエンドな問題を通して－

D116388

島田　功

広島大学大学院国際協力研究科博士論文

2015 年 9 月

広島大学大学院国際協力研究科

論　文　名:　算数・数学教育における多様な価値観に取り組む力の育成に関する研究
　　　　　　　－社会的オープンエンドな問題を通して－
学位の名称:　博士（教育学）
学 生 番 号:　D116388
氏　　　名:　島田　功

平成 27 年　7　月　29　日

審査委員会

委員長・教授

馬場 卓也　印

教授

池田 秀雄　印

教授

清水 欽也　印

広島大学名誉教授

岩崎 秀樹　印

国立教育政策研究所名誉所員

長崎 榮三　印

平成 27 年　9 月　4 日

研究科長

藤原 章正　印

目次

序章　本研究の課題と目的及び方法

第 1 節　算数・数学教育の課題

1.1　研究の背景

1.1.1　社会的背景

算数・数学教育は，社会とともに変化する．その社会の変化を言い表すキーワードに価値観の多様性・多元化がある．価値観の多様化・多元化した社会を「価値多元化社会」と言い，その社会の特徴に社会の構成員の価値志向における著しい個別化・個性化と国際化の急激な進展に伴う異なる民族的文化的背景を持つ価値観の多様性を挙げている(山崎,1997)．前者は国内における価値観の多様性であり，後者は国外からの価値観の多様性である．国外からの多様な価値観は国内における価値観の多様性にも影響を与え，社会の構成員の価値志向は更に個別化・個性化を示すようになる．

国内の多様性の元にあるのは，社会の構成員が「伝統的な価値観や世界観，生活様式への結びつきを弱め，自分自身の価値観や世界観，生活様式を個性的に作り上げる自由を満喫できる状況を生み出している」ことによる（山崎,1997)．

国外からの多様性の元にあるのは，「グローバル化」社会である．そこでは，「グローバル＝地球」が一体化され，これまでに意識することのなかった世界各地の多くの文化や価値観と向き合うことになる（馬場，2007)．

文部科学省コミュニケーション教育推進会議（2011）も「グローバル化」社会をこれからの社会の特性として挙げている．「21 世紀はグローバル化が一層進む時代．多様な価値観，自分とは異なる文化や歴史に立脚する人々とともに，正解のない課題，経験したことのない課題を解決していかなければならない「多文化共生」の時代」（文部科学省コミュニケーション教育推進会議,2011）と述べて，「グローバル化」が進む社会で大切なこととして，多様な価値観の受容と協働を挙げている．

こうした「グローーバ化」は，これから進む社会の特性である「情報通信技術の高度化と利活用」,「資源の有限化」,「知識基盤社会」（国立教育政策研究所,2012,2013）にも影響を及ぼす.

例えば,「情報通信技術の高度化と利活用」された社会では，情報は居ながらにして瞬時に世界の多くの人と交流することができる．その中で，異なる文化や価値観と接触する機会が飛躍的に増えることになる．

「資源の有限化」された社会では，エネルギー問題や水資源の問題や食糧問題や環境問題などが存在し，そうした中で国外からの多様な価値観に遭遇したり，また，国内での多様な価値観に遭遇したりする．特に，環境問題では，温暖化問題や異常気象問題を世界が共通の問題として話し合い，持続可能な社会づくりを目指して具体的な対策を話し合って

いる．その中で，当然多様な価値観に遭遇する．

「知識基盤社会の進展」が図られた社会では，新しい知識やアイデア，技術のイノベーション（創出）がほかの何よりも重視される社会である（国立教育政策研究所,2013）．「知識基盤社会」の持つ条件にあるように,「知識には国境がなくグローバル化が一層進み」,「知識は日進月歩であり，競争と技術革新が絶え間なく生まれ」，その技術革新のために多様な視点や発想を持つ人材を取り入れて創造的な力を発揮させることが求められている．そこには，多様な価値観に基づく考えが交流される（文部科学省，2009）．

以上，価値多元化社会の具体的な姿について考察してきたが，価値多元化社会では，多様な価値観を生み出し，それらがぶつかり合うことも考えられる（花井，2007）．学校教育では，このような側面を持つ多様な価値観に取り組む人間を育成するにはどのようにすればよいのだろうか．また，算数・数学教育では，多様な価値観に取り組む子どもを育成するにはどのようにすればよいのだろうか．このことは重要な問題である．

算数・数学教育の中に目を転じれば，馬場(2007)は，多様な価値観が存在する「グローバル化」社会では「答えが 1 つに定まらないような問題を，異なる価値観を有する社会・人が協働して解決に当たる必要がある」(p.2)として多様な価値観の受容と協働の重要性を指摘している．

この「答えが 1 つに定まらない問題」を更に具体化して述べている教育者として，藤原（2003）がいる．藤原（2003）は多様な価値観に取り組む教育の重要性について，PISA の問題を取り上げて，PISA で問われる読解力や数学的リテラシーは正解が 1 つには決まらない“納得解”を導く力であり，これからは，一人ひとりが自分の価値観に照らして”納得解”を探し，それを選択した責任を自分自身でとらなければならない社会が訪れた(p.41)と述べている．藤原(2003)の言う“納得解”というのは，その人の価値観に応じて数学を用いて解決した解を指している．

藤原(2003)が指摘するように，日常の文脈の中で「多様な価値観に基づいた正解が 1 つに決まらない問題に対して取り組む力」を育成するにはどうすればよいのかは，算数・数学教育にとって重要な問題である．

以上の 2 つの課題は関連している．最初の「多様な価値観に取り組む子どもの育成」は社会の変化から生まれてきた大きな課題であり，それを教室レベルでより具体化したものが後半の課題である「多様な価値観に基づいた正解が 1 つに決まらない問題に対して取り組む力の育成」である．このように社会的な課題を受け止めて，教育課題としていくには教室レベルでの具体化が求められる．したがって後述するように，目標に階層が生じる．

なお，上記で言う多様な価値観に基づく正解が 1 つに決まらない問題と言うのは，先述した文部科学省コミュニケーション教育推進会議（2011）における「正解のない課題」つまり，根拠とするものが異なれば解も変わり正解が 1 つに決まらないような課題と共通す

る面を持ち合わせている．どちらも根拠や価値観により結論が変わって来て，いずれの結論も正解になり，正解が多数存在することになる．

ただし，本研究では多様な価値観に基づく正解が 1 つに決まらない問題に焦点当てて，価値観の多様性を重視しているので，文部科学省コミニュニケーション会議の言う「正解のない課題」を研究の守備範囲から外すことにする．

1.1.2　算数・数学教育における課題

(1) 多様な価値観に取り組む力の育成に繋がる算数・数学教育における研究の萌芽期（社会的価値観に繋がる課題意識）

上記の社会における課題として，多様な価値観に取り組む子どもの育成と多様な価値観に基づく正解が 1 つに決まらないという問題に取り組む力の育成の必要性が明らかになったが，このような力の育成に関わる研究として，飯田(1985,1995),飯田・山下他(1995),Brown(1984),Silver(1993)の研究が挙げられる．いずれの研究も問題解決過程に表出する子どもの社会的価値観の重要性を指摘している．更に，Bishop（1988）,Ernest（1991）に見られる主張にも子どもの社会的価値観の重要性の指摘を見ることができる．

なお，社会的価値観という用語を算数・数学教育で初めて使用したのは，馬場(2008)である．馬場（2008）は，社会的価値観を厳密には規定していないが，辞書的な意味（多くの社会人が共有している価値観又は個々人が持つ社会に対する価値観の意味）で用いていると思われる．

飯田（1995）は，人間的な価値の認識（p.33）を重視していて，人間的な価値の認識とは思いやりや平等などの倫理的価値観を指している．本研究では，飯田（1995）が主張する倫理的価値観に関わる人間的な価値認識を社会的価値観に含めている（第 1 章で詳述）ので，社会的価値観に関わる研究の萌芽期として飯田（1995）の価値観を取り上げている．

一方，Brown（1984）は，問題の中に「価値や倫理」が埋め込まれていないようなものは，現実世界の問題とは言わない（p.13）と述べていることから，飯田(1995)の価値観同様,「価値や倫理」を本論文の社会的価値観に含め，Brown(1984)も社会的価値観研究の萌芽期に入れている．

Silver(1993)は，問題づくりの中で子どもが「道徳性や公正さ」に関わる問題をつくり，子どもがつくったこのような問題を大事にすべきである（p.81）としていることから，本研究では，飯田(1995)，Brown(1984)同様に Silver(1993)も社会的価値観研究の萌芽期の一人に入れている．

なお，飯田（1995）は当時，島田（1977）のオープンエンドの問題の開発グループが開発したオープンエンドな問題の中に子どもの人間的価値観が表れる問題があると指摘した．飯田（1995）はそのような問題を価値負荷的で文脈依存性のある問題と述べている．具体

的な問題としてメロン問題やホテルの部屋割り問題を指している．

しかし，その当時は，このような人間的価値観が表出する問題は島田（1977）が求めているオープンエンドの問題に含まれなかったようである．つまり，数学の問題には，人間的価値観のような感情に関わるようなものを挿入してはいけないという認識があったのかもしれない．あくまでも，数学の問題は，冷静であるべきで人間の感情が入ることは許されなかったものと思われる．そのために,『算数・数学科のオープンエンドアプローチ』(島田，1977，みずうみ書房）の中には，メロン問題もホテルの部屋割り問題も掲載されていない．

それに対して，飯田（1995）は，このような人間的価値観が表出する問題を大切にすべきであると算数・数学教育で初めて述べている．

①　飯田(1995),飯田・山下他(1995),Brown(1984),Silver(1993)の研究

上述したように，算数・数学教育における社会的価値観につながる課題意識は，Brown (1984)，Silver（1993)，飯田(1995)，飯田・山下他(1995)によって取り上げられてきた．飯田(1995)は，今まで算数・数学教育の中でノイズと切り捨てられてきた子どもの社会的価値観を生かすべきと主張し,「”Humanistic　Mathematics”の相対主義的傾向を指摘し，文脈依存的でオープンエンドな問題解決が学習者の語用論的水準における価値を数学学習に持ち込むことになる」(p.243)と述べて，算数・数学教育における問題解決の中で価値的側面に配慮することへの重要性を指摘している．

また，先述したように，Brown(1984)は，「問題そのものに何らかの価値の示唆が含まれていないような問題は，現実的な問題(real world)とは言えない」(p.13)と述べ，McGinty and Meyerson(1980)が考えた価値や倫理が含まれている問題を紹介している．そして，そのような現実の問題の解決を通して「私たちは，意思決定（decision making）の中心的な構成要素としての倫理や価値の問題に気づくようになる」(Brown，1984，p.13)と述べている．同様に Silver(1993)は ，問題設定の場面で子どもは数学的な問題の構成と同じ位に公平さや道徳性が重要と考えている事を示唆している．いずれの研究も子どもの社会的価値観に配慮する事の重要性を指摘していると考えられる．同様に，飯田・山下他(1995)の研究では，オープンエンドの問題の中に,「数学性を超えてオープンな解を探求していくと，人間活動としての価値や倫理の問題あるいは道徳性の問題へと関わってくる」(p.36)問題の存在を指摘し，算数・数学教育の中で社会的価値観を大切にする数学的活動が展開できる事を提唱している．

②　ビショップ（1988）,Ernest（1991）に見られる主張

算数・数学教育において価値観研究の重要性を唱えたのはビショップ(1988)と

Ernest(1991)である．

ビショップ(1988) は，数学には価値が含まれることを主張し，「教えられる数学があたかも価値に関わらないように提示される．数学は脱人間的であり，脱主体的であり，脱文脈的である．数学がその純粋性を保護するために価値や文化に関わるもののすべてを除去してきた」(p.41)ので，価値や価値観を意識して授業の中で取り上げていくことの重要性や学び手（子ども）の個人性の重視や社会的文脈を取り上げることの重要性を示唆している．

更に，ビショップ(1988)は自著『数学的文化化』の中で社会的価値観へ配慮することの重要性を「数学の影響力の実際の効果を定めるのは社会に存在するこれらの価値観と他の価値観との間の相互関係の有様であって数学による文化化ではこれらの諸価値の熟考を促す義務を持つ」(p.124)と述べている．この中の社会に存在するこれらの価値観と他の価値観と言うのは，社会的価値観と思われる．

一方，社会的構成主義者である Ernest(1991)は，数学的知識には価値が負荷されていて「価値が負荷されるとは，社会的集団の好みや関心を表すことである」(p.96)として今までの絶対主義的数学観－数学は中立であり価値を含まない立場－に対して数学は価値を含み，文化が関わっている立場，相対主義的数学観を支持している．つまり，価値が含まれていないとする絶対主義者を批判し，数学的知識は，人間と文化の価値を背負っていると論じている（p.104）.

また，Ernest(1991)は自著『数学教育の哲学』の中で社会的価値観へ配慮することの重要性を述べている．例えば，Ernest(1991)は，社会文化的な視点から，「学校数学は，数学に関連した価値とその社会的な使用に関連した価値を明白に求めるべきである．」（p.138）と述べている.数学に関連した価値とは本研究で言う数学的価値観（第 1 章で詳述する）に関わるものであり，社会的な使用に関連した価値とは本研究で言う社会的価値観に関連する．つまり，社会的価値観には数学を使用する人の思いが含意されているのである．

なお，Bishop et al.(2000,2001)も Ernest et al. (1997)も授業で大切にすべき 3 つの価値観を挙げている．これについては，第 1 章で詳述する．

(2) 社会的価値観研究の継続

① 馬場(2007，2009，2012a)の研究

飯田(1995)の社会的価値観の重要性の指摘後 12 年を経て，馬場(2007)は，飯田・山下他(1995)の研究で指摘された社会的価値観が認識できる問題を「社会的オープンエンドな問題」(馬場, 2007, p.22)と呼び，「この様な問題によって育成する社会的判断力は，条件や解を含めて議論したり選択したりする事ができる力を指す」(馬場, 2007, p.22)とし，飯田

(1995), 飯田・山下他(1995)の研究に積極的な意味づけを行っている.

更に，馬場(2012a)は，飯田(1995),Bishop(1988), Ernest(1991)と同様に算数・数学教育における価値観研究の重要性を指摘して，算数・数学教育の中での価値や価値観に関する研究を大きく次の 5 つのタイプに分けている.「1）数学的文化化の研究；Bishop（1988）は，数学的知識のみならず，数学特有の価値の習得が重要である．2）歴史的アプローチの研究；Hirabayashi(2006)，Baba et al.(2012)の研究，3）社会学的アプローチの研究；Skovsemose(1994）批判的数学教育の研究，4）国際比較型アプローチの研究；第三の波，5）問題解決における価値観の研究；飯田(1995)，島田・馬場(2012)を挙げている」(馬場，2012, pp.1219-1220). 1)から 4)が現状を文化・歴史・社会の観点から批判的に検証するアプローチや国際比較をすることで文化的特徴を浮かび上がらせるアプローチに対して，この 5）問題解決における価値観の研究は，問題解決の中で表出する子どもの価値観を社会的価値観と呼び，算数・数学教育の中でその価値観を積極的に取り上げていく理論的整備や実践的研究を行うものである．本研究は 5)に位置づく.

(3) 飯田(1985,1995), 馬場(2007，2008，2009)の研究の成果と課題の整理

ここで飯田(1985,1995)と馬場(2007,2008，2009)の研究の成果と課題を整理する.

飯田(1985)は Wheeler(1975)の数学教育の人間化の考えを根底に置き（1985,p.52）,上述したように，今まで算数・数学教育の中でノイズとして切り捨てられてきた子どもの社会的価値観を生かすべきと主張し，更に日常の文脈の中で価値が負荷されているオープンエンドな問題を記号論的に分析し，社会的オープンエンドな問題は，語用論的水準にあると述べている(飯田，1995，p.244)．更には，問題解決過程（DeVault,1981）の中に位置づけているのが特徴的である(飯田，1985,p.53)．DeVault(1981)の問題解決過程は，現在における数学的モデリングの過程を表している.

一方，馬場（2007,2008，2009）は，Bishop の価値観に考えの基盤を置き(2009,p.53), 更に Skovsemose(1994）の批判的数学教育の考え(2007,p.22)や国際社会が進む中での多様な価値観に対応できる力の育成を目指して(2007,p.20)，飯田(1995)の主張を支持し研究を継続している．馬場(2007)は，先に述べたが「社会的オープンエンドな問題」(p.22)という用語を初めて算数・数学教育で命名し，更には，社会的オープンエンドな問題のカテゴリー化を行った．そのカテゴリーとして分配の問題を挙げている(2009,p.54)．また，先述したが「社会的価値観」(馬場，2008）という言葉を算数・数学教育で初めて使用した.

総括すると, 本研究が課題とする多様な価値観に取り組む力の形成において, 飯田(1985, 1995)や馬場(2007, 2008，2009)の貢献は大きく，以下の業績を残した.

問題解決時の価値観表出を指摘したこと,

その教育的重要性を指摘したこと,

このような価値観が表出する問題の傾向を指摘したこと，

加えて，社会的価値観や社会的オープンエンドな問題という用語を作り出したこと．

これらの諸点は，数学教育において多様な価値観を取り上げる重要性を指摘するとともに，実際に取り上げる準備として用語を設定し，数学教育の中で将来行われるであろう多様な価値観を取り上げていくことの理論的足掛かりを与えたと評価できる．

他方で，授業の中で多様な価値観を取り上げていこうとする時，その目的の体系化，社会的オープンエンドな問題，社会的価値観など基本的用語の内包と外延の整備，さらにそれらを用いた取り組みの過程の具体化について，以下のような点がまだ課題として残されている．

① 多様な価値観に取り組む力に関わる課題

本研究では，社会的変化を受けた教育的課題として，多様な価値観に取り組む力の育成を課題とするが，その内容の明確化が必要である．

② 価値や価値観に関わる課題

算数・数学教育における価値観に関わる先行研究を体系的に分析し，種類と全体的枠組みを明らかにできていない．

③ 社会的オープンエンドな問題に関わる課題

算数・数学教育の中での社会的オープンエンドな問題に関わる先行研究を体系的に分析し，問題の基礎的条件，カテゴリーなど体系的な説明がなされていない．

④ 社会的オープンエンドな問題の授業化に関わる課題

社会的オープンエンドな問題を用いる授業において，その授業過程，授業の中で表出する子どもの考えや価値観の実態，その解釈などが明らかにされていない．

第 2 節　本研究の目的と方法

2.1　研究目的

社会的課題として，正解が 1 つに決まらない問題に対してそこに表出する多様な価値観に取り組む力の育成が明らかになった．このような研究は皆無ではなく，幾つかの先駆的研究が見られて，そこでは教育的意義の指摘や用語の準備がなされていた．しかし，本研究が課題とする目的となる多様な価値観に取り組む力，内容上の社会的オープンエンドな問題，社会的価値観に関して体系的な議論は行われておらず，その教育的具体化は課題として残されている．

そこで，本研究の目的を以下のようにする．

算数・数学教育において，これからの価値多元化社会において求められる力として，多様な価値観に取り組む力を定位し，その体系化と教育的具体化を図ることを目的とする．

本目的を達成するために，以下のように，具体的な研究目的（これを小目的と言うことにする）を 6 点設定して，小目的毎に各章を立て考察する．

小目的 1：多様な価値観に取り組む力の明確化→序章

小目的 2：本研究における価値や価値観及び社会的オープンエンドな問題の規定→第 1 章

小目的 3：社会的オープンエンドな問題を用いる授業の構成要素の検討→第 2 章

小目的 4：社会的オープンエンドな問題を用いる授業で表出する多様な社会的価値観の特性の検討→第 3 章

小目的 5：社会的オープンエンドな問題を用いた授業における社会的価値観と数学的モデルの多様性の実態→第 4 章

小目的 6：多様な価値観に取り組む力の育成の検証→第 5 章

2.2　本研究における基本的用語の説明補足

上記の第 1 節から用いている「社会的オープンエンドな問題」,「価値」,「価値観」,「社会的価値観」,「数学的価値観」や「社会的価値観」に関連する「個人的価値観」などについて概略的に説明する．詳しくは，第 1 章で述べることにする．

「社会的オープンエンドな問題」とは，飯田（1995）の考えを援用して,「子どもの身近な生活の中に見られる問題で価値が負荷されているオープンエンドの問題」を指す．換言すれば，子どもの身近な問題で社会的な価値観が表出するような問題を指す.「価値」とは社会学者森岡(1993)の考えを援用して「価値とは主体の欲求を満足する客体の性能を意味する」(森岡 1993，p.196),「価値観」とは「価値観とは，対象を評価または志向する際，主体の判断を支える基準，枠組みである」(森岡 1993，p.196).「社会的価値観」とは「社会を組織する多くの人が共有する価値観」である．社会的価値観は，例えば，平等・公平の価値観であったり，1 年生思いの価値観であったりする.「数学的価値観」とは,「数学的価値（数学が本来有する価値)」に対する価値観である．例えば，簡潔・明確・統合などは数学的価値であり，そうした数学的価値に対する価値づけ（基準）が数学的価値観である.「個人的価値観」とは「社会的価値観と密接に関わるが，個々人が個別に有する価値観」である．

2.3　研究の方法

本研究は日本の算数・数学教育における問題解決学習の上に構成されており，その中に定位すること，またそれらが有する課題を批判的に検討するために，海外の論文や数学教育以外の論文を鏡とすべきことから，文献を丹念に読みこなし，道具立てを整備する必要

から，先行研究を批判的に分析する文献研究法を用いる．後述する本論文の構成では，序章，第 1 章，第 2 章，第 3 章がそれに当たる．

次に，本研究では先行研究を批判的に検討する中で導出された「多様な価値観に取り組む力の育成」に取り組むが，そこで研究仮説として設定した力を，実践を通して実現する必要がある．そこでその実態を示し，それ自身に批判的考察を加えることで，理論的堅牢性を高めていくことが求められる．そのため，後半ではデザイン研究法を用いた事例研究法による授業実践が主になる．具体的には，社会的オープンエンドな問題を用いた問題解決学習過程に焦点を当て子どもの記述を分析し，その中に表出する子どもの社会的価値観と数学的モデルを質的に量的に分析する．後述する本論文の構成では，第 3 章，第 4 章，第 5 章がそれに当たる．なお，デザイン研究法の研究対象者は，主として小学生である．というのは，筆者は長年，小学校を研究フィールドとしてきたからである．

第 3 節　本研究の「多様な価値観に取り組む力」の明確化

3.1　「多様な価値観に取り組む力」の明確化

本研究の研究主題や研究目的に関わる「多様な価値観に取り組む力」を明確にする．「多様な価値観に取り組む力」とは算数・数学教育において社会的オープンエンドな問題を用いることにより子ども達に育成したい力である．

算数・数学教育の中で，多様な価値観に取り組むとき，まず必要なのは考え方を数学的に表現することである．そこでは価値観に基づく数学的表現（数学的モデル）が重要な役割を果たす．次に，子ども達の各々によって表現された価値観に基づく数学的表現を教室内で議論していくときに，お互いの価値観に基づく数学的表現を認め合う価値観を教師はもとより，子ども達が有することが必要である．最後に認め合ったうえで，理由を問うたり，代替の考えを示したりする中で，自分並びに他の子どもの考えを批判的に考察することが必要となってくる．

この節では，この育成したい力である「多様な価値観に取り組む力」を以下の 3 つの力と規定する．1 つ目は，授業の前半に関係する「価値観に基づく数学的モデルを構成する力」（力①）である．2 つ目は，授業の中盤に関係する「価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力」（力②）である．3 つ目は，授業の後半に関係する「価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力」（力③）である．

これらの 3 つの力を先行研究を参考にしながら，その重要性を述べるが，まだこの段階では言わば研究仮説といえる．つまり，社会的オープンエンドな問題の授業化を通して，これらの 3 つの力が育成されるだろうということである．

これらの 3 つの力が本当に育成されているかは，第 5 章で検証する．

3.1.1　価値観に基づく数学的モデルを構成する力

社会的オープンエンドな問題を与えると，その人なりの多様な価値観が生み出され，更にそれらの価値観に応じて多様な数学的モデルが構成されることが期待される．

そこで，価値観に基づく数学的モデルを構成する力を更に「価値観に基づく」と「数学的モデルを構成する力」に分解して考察する．

社会的オープンエンドな問題は，日常の文脈に関する問題を取り扱っているので，日常の文脈に関係する数学的モデリングに関わる先行研究を分析し,「価値観に基づく」という意味を明らかにする．

長崎他（2001）は，数学的モデリングに関わる社会と数学をつなげる力の研究をしてきた．その中で，社会の問題を数学の問題にする際に重要な力として「社会の現象を数学の対象に変える力」を挙げていて，具体的な力として「仮定をおく力」を挙げている．「仮定をおく力」とは，理想化したり単純化したり条件をつけたりする力のことである．平たく言えば,「もし，～だとすると・・・」と考える力である．このように考えることが社会の問題を数学の問題にする際に重要になってくるのである．

社会的オープンエンドな問題では，多様な価値観に基づいて数学的モデルを構成するので，その社会的価値観は仮定をおいて考えるときの条件の役割を果たすことになる（Shimada & Baba, 2012）．従って，どんな価値観に基づいて考えているのかを明確にすることが重要になる．これは，自分の立場を明確にしていることにもなる．

社会的価値観を意識させることは，仮定に対する意識を持たせることにつながり，ひいては仮定をおく力の育成にもつながることが期待できる．

次に,「数学的モデルを構成する力」について考察する．

長崎他（2001）は，社会と数学をつなげる力として,「対象を数学的に処理する力」を挙げている．具体的には,「表，式，グラフ，図等で表現すること」を挙げている．つまり，自分の考えを数学的モデルを用いて表す力を挙げている．

本研究では，数学的モデルを「事象をある目的に従って，数学的処理が可能な，数，式，図，表，グラフなどの数学的表現を用いて表したモデル」と定義する．詳しくは，第 2 章の数学的モデリングで述べる．

以上をまとめると，長崎他（2001）の研究に見られるように，社会の問題を数学の問題にするために,「社会の現象を数学の対象に変える力」と「対象を数学的に処理する力」が重要であることが分かる．前者は特に「仮定をおいて考える力」を重視し，後者は「数学的モデルを構成して自分の考えを表現する力」を重視している．前者の「仮定をおいて考える力」は，社会的オープンエンドな問題を用いる場合には，社会的価値観に基づいて考える力を表し，後者では自分の考えを数学的に表現するために数学的モデルを構成する力を表す．

また，価値観に基づく数学的モデルを構成する力は，社会的オープンエンドな問題を用いた授業により育成することが期待できると思われる．

3.1.2　価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力

ここでは，お互いの価値観に基づく数学的モデルを認め合うことに関わる「価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力」について考察する．

ここで言う力について考察し，その後,「数学的モデルの多様性を尊重する力」と「価値観を尊重する力」に分解し考察する．

ここで言う力とは数学に対する見方と言える．換言すれば数学観である．数学観とは，数学の本性についての見方を表している．

教師の持つ数学観には，プラトン的数学観とアリストテレス的数学観がある（平林，1993;湊・浜田，1994；高橋，2010a）．プラトン的数学観を外在的数学観，アリストテレス的数学観を内在的数学観と呼び，この 2 つの数学観を平林(1993)は，次のようにまとめている．

> プラトンの立場では，数学的対象は，人の心を超えた外の世界にそれ自身の存在性をもっていると，考えられている．このように考えることによって，プラトンは，心の中の観念と，感覚によって外界に認められるその表象との間に，明確な区別をした．
>
> アリストテレス的数学観は,外的に孤立した観察不可能な知識体についての理論には基づいていない．それは，経験された実在に基づいており，そこでは，知識は実験・観察・抽象からえられる．（p.4）

以上のような数学観も含め，Ernest (1991)は，どのような数学観を教師が持つかにより教師の指導が変わってくるという（p.111）．

一方，子どもの持つ数学観は，問題解決の仕方に影響を与え，解決の「妥当性」を支えたり，逆に解決の進展を阻害する結果を生んだりする（清水，1988）．従って，子どもの持つ数学観は，問題解決に影響を与えることになるので，教師が算数・数学の授業を行う際に，子どもがどのような数学観をもっているかに配慮する事は重要なことである．

もちろん，子どもの数学観は，教師の数学観の影響を受ける．子どもがどのような数学の授業を受けてきたかにより，子どもの数学観が形成されるからである．

ここでは，教師の数学観を念頭に置きながらも，子どもの数学観に焦点を当てて考察する．

次に，「数学的モデルの多様性を尊重する力」について考察する．数学的モデルの多様

性とは，数，式，図，表，グラフなどの数学的表現を用いて表したモデルの多様性（以下，数学的表現の多様性とする）とモデルを処理した結果としての答えの多様性を表すことにする．従って，「数学的モデルの多様性を尊重する力」とは，数学的表現や答えの多様性を尊重する数学観である．

次に，「価値観の多様性を尊重する力」とは，多様な価値観を受容し，認め，そして尊重する数学観である．

では，「価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力」を育成する必要性は何か．それは，多様な価値観による答えが 1 つに決まらない問題に取り組むには，今までの「数学は正しい答えが 1 つである」という数学に対する見方（数学観）とは違った数学観を持つ必要が生じるからである．つまり，算数・数学の授業で扱う問題の中には，正しい数学的表現や答えが多様に存在する場合があること，また，多様な価値観が存在する場合があること，それらの多様性をお互いが認め，尊重すること，このような数学観を育てる必要がある．

また，これらの多様性を尊重する数学観は，社会的オープンエンドな問題を用いた授業により育成することが期待できると思われる．

3.1.3　価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力

ここでは，多様な価値観に基づく数学的モデルが発表され，それらを認め合ったうえで，理由を問うたり，代替の考えを示したりする中で，自分並びに他の子どもの考えを批判的に考察することに関わる「価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力」について考察する．

批判的に考察する対象として，2 つ考えておく必要がある．1 つ目は，「価値観に基づく」ことに関することであり，2 つ目は「数学的モデル」に関することである．

まず，最初に「価値観に基づく」ことに関して批判的に考察するという意味について先行研究を基にして分析する．なお，3.1.1 では，「価値観に基づく数学的モデルを構成する力」を考察する中で，「価値観に基づく」の意味を考察した．そこでは，社会的価値観が仮定をおいて考える際の条件の役割を果たしていることを明らかにした．

ここでは，批判的に考察することに焦点を当てて考察する．

馬場(2008)は，社会的にオープンエンドな問題が最近の社会問題に多く見られ，公共性と多様性を同時に扱わなければならないとし，「そこでは，複数の解が存在するのに対して，表面的な相違に惑わされず本質を見抜いたり，その背景にある価値について考えたりすることが求められる．そのような力を本研究では批判的思考と呼ぶ」(p.854)として，批判的思考力を重視している．「その背景にある価値」とは社会的価値観を指している．更に，馬場(2007)は「数学教育では，ともすれば数学的にそしてしばしば唯一の「正しい」答えの

みに固執しがちである．それに対して本研究で論じる社会的な判断力の形成には，数学的な正答に加えて，社会的価値について議論する批判的数学教育の指摘が重要になる」(p.25)と述べて，「数学的な正答を求めること」に加えて「どのような社会的価値観が数学的モデルの背後にあるのかを考えること」の重要性を指摘している．

この主張と似たような主張をしているのは，Keitel(1998)である．Keitel(1998)は「21世紀の数学教育の展望―数学カリキュラム：だれに対してか，だれの利益か」の中で，数学教育に支えられた民主主義能力とは何かについて次のように答えている．「人々はどのようにそれを使うのか，何の目的で，誰の利益のために，それを使うのか，といったことを学ぶのである」(p.63)．この中の，「何の目的で」には，社会的価値観が関わってくる．

Bishop(1988)もまた，数学が何らかの非数学的規範によって使用されていることを述べている．「ある問題状況の解の価値は，常に非数学的な規範によって判断しなければならないということである．その規範は倫理的，道徳的，社会的，あるいは文化的であり得るが，当然ながらそれは数学的なものではあり得ない．課題解決の場には非数学的な規範が構成要素の 1 つとして必ずなければならないとの考えを促進するためである」(pp.236-237)．これは，どのような社会的価値観が解の背後にあるのかを考えるという批判的思考(馬場,2007)と相通じる考えである．

また，子どもの数学的モデルの背後にある価値観を扱うことは，民主主義能力としての批判的に見る力すなわち批判的思考力の育成に関わり，民主主義社会の市民として必要な能力の育成に貢献することになる．それが例え，小学生段階では社会批判や政治批判の問題を扱わなくても将来出会うであろう政治的次元や社会批判次元の問題を扱う時の基盤をなす．

以上を考察すると，数学的モデルの背後にどのような社会的価値観があるかを批判的に考察する力が重要であることが分かる．

次に，「数学的モデル」を批判的に考察することの意味を分析する．

「数学的モデル」を批判的に考察するために，解答の正誤の確認，数学的モデルがその問題の状況を正しく表しているか，多様な数学的モデルの関連，よりよい表現を求める事，数学的モデルの一般化，その数学的モデルを実際に使う場合の問題点を指摘したりすることである．

このように，価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力は，社会的オープンエンドな問題を用いた授業により育成可能であると期待する．何故ならば，社会的オープンエンドな問題を用いた授業では，数学的モデルだけではなくその背後にある社会的価値観にも意識を向けることが可能だからである．

第４節　本論文の全体構成

4.1 本論文の構成

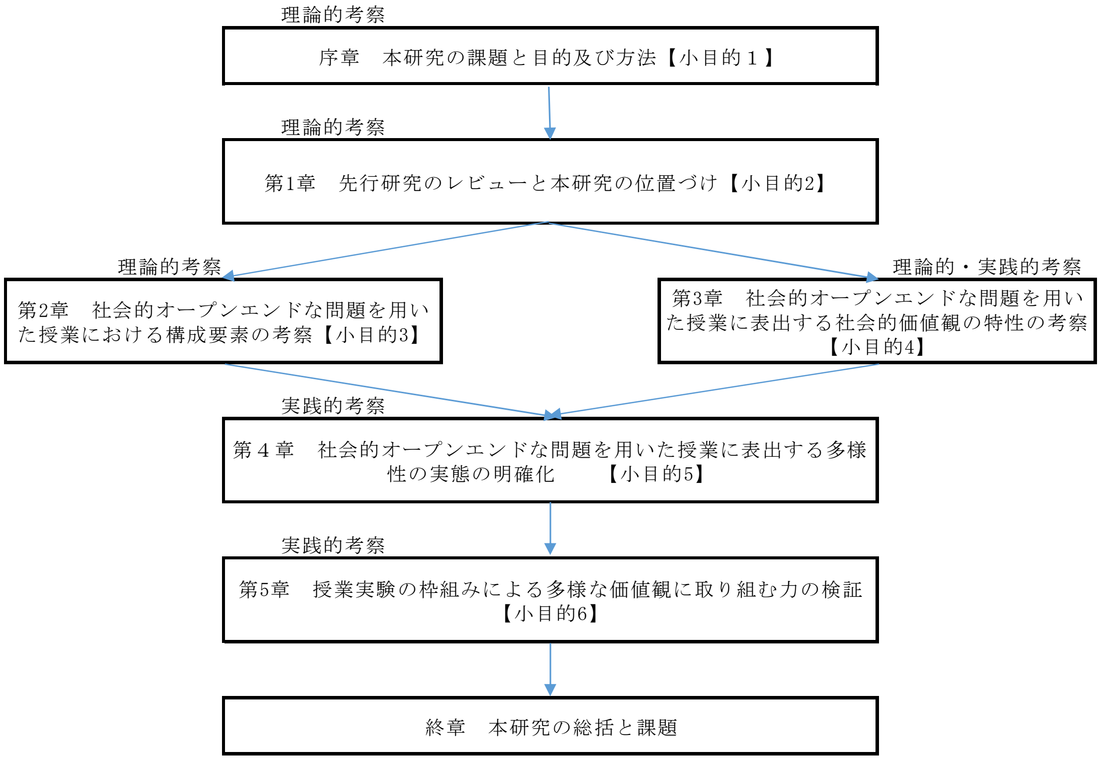


図 0-4-1　本論文の構成

上記の 2.1 研究目的を達成するために，本論文は，序章，第１章～第５章，終章の７つの章から構成されている．本論文では，各章が互いに関連を持ちながら，「算数・数学教育における多様な価値観に取り組む力の育成に関する研究－社会的オープンエンドな問題を通して－」について様々な角度から考察していく．各章の関連と研究目的の対応を踏まえて本論文の構成を図示すると，図 0-4-1 のようになる．

序章では，算数・数学教育における課題を社会的背景と算数・数学教育の背景から整理する．更に，これらの課題に答える研究（社会的価値観を重視する研究）が誰により始められ，どのように引き継がれてきたのか，そして残されている研究にどのようなものがあるかを明らかにし（第１節），本研究の目的と研究方法について考察する（第２節）．次に，本研究の「多様な価値観に取り組む力」について先行研究を基にして整理し（第３節），次に，全体構成を述べる（第４節）．

第１章では，価値と価値観及び社会的オープンエンドな問題に関する先行研究を分析して本研究における価値と価値観及び社会的オープンエンドな問題を規定し，その特徴を明らかにすることをねらいとする．そのために，第１節では，「価値と価値観に関する先行

研究」を取り上げる．最初に，哲学者の黒田(1992)の考えを考察する．さらに社会学者の森岡（1993）の考えを基にして本研究における価値と価値観を定義する．次に本研究における社会的価値観の内包を明らかにするために，心理学視点，教育学視点を参考にしながら社会的価値観の枠組作りを行う．特に，心理学者のシュプランガー(1961)の 6 種類の価値観類型を基にする．第 2 節では，算数・数学教育における価値観研究の先行研究の分析を行う．そして本研究の価値観の枠組みづくりを行う．次に３つの価値観を重要なものとして述べている島田・馬場(2013a)と Bishop et al.（2000,2001）及び Ernest et al.(1997)の考える価値観の比較を通して，島田・馬場(2013a)の考える価値観の特徴を明らかにする．第 3 節では，オープンエンドの問題を取り上げて，算数・数学教育における先行研究の分析を行う．更に，本研究における社会的オープンエンドな問題の特徴を明らかにする．そのために, 島田(1977)のオープンエンドの問題と馬場(2009)の主張する社会的オープンエンドな問題及び数学的オープンエンドな問題の比較を行い，社会的オープンエンドな問題の特徴を明らかにする．また，オープンアプローチ研究（能田, 1983）と本研究の関係について考察する.

第 2 章では，社会的オープンエンドな問題を用いた授業に関する構成要素について考察する.「目標」,「内容」,「方法」,「教師」,「子ども」,「評価」を授業に関する構成要素として捉え, これらについて考察する. 第 1 節では, 授業に関する構成要素について概観する. 第 2 節では，社会的価値観が表出する社会的オープンエンドな問題のカテゴリーを研究する．社会的オープンエンドな問題のカテゴリーは馬場(2009)により研究されてきた．馬場(2009)は分配の問題をカテゴリーとして挙げているが，この節では更に他にどのようなカテゴリーが考えられるのかを研究する．第 3 節では，社会的オープンエンドな問題の特性について考察する．第 4 節では，授業の構成要素としての「方法」に関わる考察を行う．数学的モデリングを方法として位置づけ，社会的オープンエンドな問題と数学的モデリングとの関わり，社会的価値観と数学的モデリングとの関わりを取り上げる．第 5 節では，社会的オープンエンドな問題を用いたときの教師の役割（価値観・数学的内容・子ども）の扱いについて考察する．価値観指導における教師の役割を宇佐美（2013）や山田(1999)やブルーム他(1971)を基にして考察する. 授業の構成要素としての「子ども」については，社会的オープンエンドな問題を解決する際にどのように考えるのか，特に社会的価値観や数学的モデルの実態については第 3 章以降で取り上げ，特に第 4 章では，子ども達の実態をまとめて取り上げる.

第 3 章では，社会的オープンエンドな問題を用いた授業に表出する社会的価値観の特性について考察する．社会的オープンエンドな問題を扱う際には，社会的価値観について考察しておくことは授業を進める上で重要である. 第 1 節では, 価値観の多様性を取り上げ，多様性の持つ 2 つの意味を取り上げ，更に価値観の複合性について考察する．次に，価値

観の相対性を取り上げるが，価値観の相対性を Ernest(1991)の価値観の二元論，多元論，相対論を基にして考察する．次に，Bishop(2001)の価値観の階層性と授業レベルの価値観の階層性を取り上げ，価値観の階層性について考察する．

第 2 節では，社会的価値観の潜在性と顕在性の問題について取り上げる．価値館の潜在性，顕在性の問題は価値観研究にとって重要な問題である（馬場,2012b）．第 3 節は，価値観と数学的モデルの変容性について取り上げる．価値観の変容性を重要な問題として挙げているのは Bishop et al(2003)や Seah(2012)である．教育的な営みを考えた場合には，授業により子ども達がどのように価値観や数学的モデルを変容させたかを把握することは重要な問題である．単位時間の変容性，中期的な変容性，長期的な変容性について考察する．

第 4 章では，社会的オープンエンドな問題を用いた授業で表出する多様性の実態を体系的に取り上げ分析する．多様性とは，社会的価値観の多様性であり，数学的モデルの多様性である．価値観の実態を社会的オープンエンドな問題の視点と問題解決者の 2 つの視点で捉える．今までに考えた社会的オープンエンドな問題が多様な価値観や数学的モデルを表出させるのか，また多様な問題解決者に与えてみて多様性を示すのかを体系的に明らかにする．

第 1 節では，多様性に関わる 2 つの要因と多様性の実態を取り上げる理由について考察する．第 2 節では，多様性の実態を明らかにする視点や実践授業の枠組みを扱う．第 3 節では，異なる問題解決者による同一問題の解決に見られる授業で表出する多様性の実態をルール作りの問題である的当て問題に絞って明らかにする．学年差の視点から，小学生と大学生の比較から，地域差の視点から，オーストラリアの小学生との比較から，性差による視点から多様性の実態を明らかにする．第 4 節では，同一問題解決者による異なる問題の解決に見られる授業で表出する多様性の実態を明らかにする．選択の問題である選手を選ぶ問題や計画・予測問題の遊園地の問題や分配の問題のバスの問題を取り上げて，多様性の実態を明らかにする．バスの問題は，数学的モデリングの検証の過程で表出する社会的価値観と数学的モデルの多様性である．

第 5 章では，序章で取り上げた「多様な価値観に取り組む力」の 3 つの力について検証する．第 1 節では，本章における 3 つの力の検証のための授業デザインを述べる．第 2 節では，価値観に基づく数学的モデルを構成する力の検証を取り上げる．第 3 節では，価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力の検証を取り上げる．第 4 節では，価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力の検証を取り上げる．

終章では，研究の総括をすると共に，今後の課題を述べることにする．

第 1 章　先行研究のレビューと本研究の位置づけ

序章では, 社会的背景や算数・数学教育の課題から「多様な価値観に取り組む力の育成」を本研究の目的に位置づけ, 更に「多様な価値観に取り組む力」を 3 つの力に具体化した. これらの 3 つの力は，社会的オープンエンドな問題により育成されるだろうという仮説に当たる.

これを受けて，本章では，本研究における重要な言葉としての価値と価値観及び社会的オープンエンドな問題に関する先行研究を分析して本研究における価値と価値観及び社会的オープンエンドな問題を規定し, その特徴を明らかにすることをねらいとする.

第 1 節では,「価値と価値観に関する先行研究」を取り上げる．最初に，哲学者の黒田(1992)の考えを考察する．さらに社会学者の森岡（1993）の考えを基にして本研究における価値と価値観を定義する. 次に本研究における社会的価値観の内包を明らかにするために, 心理学視点, 教育学視点を参考にしながら社会的価値観の枠組作りを行う. 特に, 心理学者のシュプランガー(1961)の 6 種類の価値観類型を基にする.

第 2 節では，算数・数学教育における価値観の先行研究の分析を行う. 外国における 4 つの数学教育学会誌と日本における 4 つの数学教育学会誌を分析する. 更に，学会誌以外の文献も考察する．次に，本研究における重視すべき価値観として，数学的価値観と社会的価値観と個人的価値観を述べ，Bishop et al.(2000，2001)や Ernest et al.(1997)の 3 つの価値観との比較研究を行う.

第 3 節では，オープンエンドの問題を取り上げて，本研究における社会的オープンエンドな問題の特徴を明らかにする. そのために，社会的オープンエンドな問題を扱っている論文があるかどうかの分析を外国における 4 つの数学教育学会誌と日本における 4 つの数学教育学会誌を通して行う．次に，島田(1977)のオープンエンドの問題と馬場(2009)の主張する社会的オープンエンドな問題及び数学的オープンエンドな問題の比較を行い，社会的オープンエンドな問題の特徴を明らかにする．また，能田(1983)のオープンアプローチ研究との関連も考察する.

第 1 節　価値と価値観に関する先行研究の分析

1.1　教育の中で価値観に着目する理由

黒田(1992)は人間の行為について，「価値」が最も基本的なものであることを次のように述べている.

> 《われわれは，社会的規範の拘束を受けつつ，おのおのの個性に応じた価値の実現を目指して生きている．それが人間の根本的な存在様式であり，いつでもどこでも変わることのない生き方である・・(略)・・「価値」は「行為」を取り巻く諸概念の中でもっとも基本的なものである・・(略)・・ひとは自分にとっ

> てよきもの（正の価値をもつ事態）を目指し，悪しきもの（負の価値を持つ事態）を避けて行動する，ということが人間理解の基本の公理である・・(略)・・人間は必ず自分にとってよりよいと思われる行動を選ぶ，というのが行為の解釈の基本原則である・・(略)・・「価値」と「規範」とは，行為をめぐる理論的考察では欠かすことのできない重要概念である.》(pp.25-33)

このように，私たちの行為は，価値（や規範）に方向付けられて決定する．これが，人間の根本的な存在様式といえる．

このように考えると，一人一人の価値観を大切にすることは，人間を尊重することにも連なる考えであり重要なことでもある．

1.2　価値と価値観の規定

ここで漠然と用いられている「価値」という言葉について考えたい．上述のように人間の本質にかかわるという意味で，多様な解釈が可能であり，同時に色々な概念とつながる言葉である．人間と社会に関する洞察を進める社会学の辞典(森岡, 1993)によれば，価値と価値観は次のように区別される．

> 《価値とは主体の欲求を満足する客体の性能を意味する. また価値意識とは，価値判断の総体であり，また価値観とは，対象を評価または志向する際，主体の判断を支える基準，枠組みであり，文化的背景をも含めた経験や学習に基づいて，ある一貫性を保って形成されてきた認知の基盤をなす.》(pp.196-197)

以上から，価値とは「そのものが持っている主体の欲求を満足させる性質」を表している．平たく言えば，価値とはそのものが持っている「よさ」のことでもある．また，価値観とは，「何にどういう価値を認めるかという主体の判断の基準」を指す．従って本研究では子どもが持つ判断基準という意味で「価値観」を使う．また主体が有する価値観と客体が有する価値とは相互形成的であるので，両者を内包する形で価値観を用いる場合もある．

1.3　社会的価値観に関わる先行研究の分析

このように価値観は，人間活動の根底に関わり幅広いので，まずは関連すると思われる心理学，教育学において価値観を重視している先行研究を調査し，その後，算数・数学教育における先行研究を調べ，そこから本研究での社会的価値観の規定に示唆を得たい．

1.3.1　心理学における価値観研究

花井(2007)は，文化人類学的，心理学的な視点から価値観について今までの研究をまとめている．特に心理学の中でシュプランガー(1961)の 6 種類の価値観類型を紹介している（表 1-1-1）．これは，人間の基本的な生活領域を体系づけて作り上げた価値観であるという．

表 1-1-1　シュプランガーの 6 価値類型

類型	各類型
論理型	合理的であることを重視，普遍的・客観的な事柄を尊重する．
経済型	実際性・効用性・経済性を優先，最大限の利益を追求する．
審美型	美と調和を重視，芸術的活動に情熱を傾ける．
社会型	他者との関係を重視，他者への献身や愛によって自己の充実を感じる．
権力型	権力の獲得に強い関心，他者を支配したり指導したりすることに喜びを感じる．
宗教型	宗教的な活動や神秘的な体験に対して関心を持つ．

シュプランガー（1961）が考えた 6 つの価値観類型は，人間が生活する中で表出する価値観を体系づけたものと思われる．これは，人間を 6 つの型に分けると言うのではなく，一人の人間でもある場面では経済型の価値観を重視するが，違う場面では社会型の価値観を重視するというように，場面に応じて変化するというように考えた方が自然であろう．

また，Gordon(1960)は個人と他者との人間関係に含まれる価値観について検討し，6 つの対人的価値を表している（花井,2007，p.112）.それが表 1-1-2 である．ただし，一番右側の思いやりや正義は社会的価値観に関わる言葉を分かりやすく筆者（2015）が付け加えたものである．こうした Gordon（1960）の考えも社会的価値観の内包を具体化する場合の参考になるものである．

表 1-1-2　Gordon の対人的価値

対人的価値	各対人的価値の説明	
支持的	他の人々から理解を持って扱われ，勇気づけられる.親切や思いやりを持って扱われる．	思いやり
同調的	きちんとした規則に従い，社会的な道理に適った行動をする.他の人々から受け入れられるような妥当な行動をする．	正義
承認的	他の人々から尊敬や賞賛を受け，重要な人物として考えられる．他の人々の好ましい注意をひき，承認をうける．	尊敬
独立的	自分の思うように行動する権利を持つ．自分自身の決定を自由にする．自分独自のやり方で行動する．	独立心
博愛的	他の人々のためになることをする．共に分け合い，不幸な人や困っている人々に助力の手を差し伸べる．	優しさ
指導的	他の人々の行動に責任を持つ．グループをリードし，他の人々の上に立つ．リーダーとしての地位に就く．	責任

1.3.2　教育学における価値観研究

これまで教育学にとって，倫理や価値観は当然の考察すべき課題であった．また歴史的にも多くの教育哲学者が思索をめぐらせてきた．しかし「科学」が重視される現在，倫理的な側面以上に，事実や知識を重視してきたように思える．教育の主要な目的に，先行世代の知識の伝承があるだろうが，今日のように情報が大量に生み出され，書き換えられ，同時に対立する考えが多く生まれる社会において，そのための教育は，事実と同時にそれを解釈すること，解釈する能力の育成が求められている．

そこでここでは，教育学における価値観を取り上げている事例として，道徳教育を取り上げたい．また近年，国際連合，ユネスコによって提唱された「持続可能な開発のための教育」もこれまで重視してきた科学，事実ベースの教育に対して，価値観を重視している．

(1)　学校における持続可能な発展のための教育（ESD）に関する研究

角屋他(2010)は「ESD では，価値観の変革が求められるが，ESD の視点に立った授業では，具体的な課題の発見・探求・解決の過程で，児童生徒自らが持続可能な社会づくりに関する価値観を身に付けていくことができるよう配慮することが大切である」(p.11)としている．更に，ESD-J(2008)では，ESD で培いたい価値観として「人間の尊厳」,「社会的・経済的な公平な社会」,「将来世代への責任」,「人は自然の一部」,「文化的な多様性の尊重」を挙げている(角屋他，2010, p.10)．これらの先行研究を基にして，角屋他(2010)は，ESD で培いたい価値観として，「相互性」,「多様性」,「有限性」,「公平性」,「責任性」,「協調性」を挙げている(p.10)．こうした価値観の視点は，本研究で重視している社会的価値観の構成の参考になるものである．

(2)　道徳教育の価値観教育

道徳の解説（文部科学省，2010）には，道徳の価値が示されている．低学年，中学年，高学年と示されている．高学年では，「主として自分自身に関すること」,「主として他の人との関わりに関すること」,「主として自然や崇高な物との関わりに関すること」,「主として集団や社会との関わりに関すること」と 4 つの視点で述べられている．例えば,「主として自分自身に関すること」では,「自由を大切にし，自律的で責任のある行動をする」などがある．「主として他の人との関わりに関すること」では,「誰に対しても思いやりの心を持ち，相手の立場に立って親切にする」や「謙虚な心を持ち，広い心で自分と異なる意見や立場を大切にする」がある．「主として集団や社会との関わりに関すること」では,「誰に対しても差別することなく公正，公平にし，正義の実現に努める」とあり，民主主義社会の中の基本的な価値である社会正義の実現に努め，公正，公平にふるまう児童を育てようとする内容項目であるとしている．また,「身近な集団に進んで参加し，自分の役割

を自覚し，協力して主体的に責任を果たす」や「外国の人々や文化を大切にする心をもち，日本人としての自覚をもって世界の人々と親善に努める」などがある．

こうした指摘は，社会的価値観を考える際の示唆を与えるものである．

1.4　社会的価値観の枠組み作り

ここまで見てきたように，価値観は個人的な倫理の側面があるとともに，個人だけでは解決しがたく，他者との関係，社会との関係も重要になってくる側面もある．そこで本研究では，数学の本質と関わる価値観を数学的価値観と呼ぶのに対して，社会との関係に注目するものを社会的価値観と呼ぶ．

1.4.1　本研究で捉える社会的価値観

本研究では，子どもが持つ判断基準という意味で価値観を使っているので，「社会的価値観」というのは子ども個々人が社会に対して持っている価値観を指す．そのような社会的価値観は，社会が長期間にわたり形成してきた価値観を一方で指すが，子どもたちが社会からその価値観の影響を受けたり，社会参加する中で自らもその価値観の形成に関わったりしていることも同時に指している．社会的価値観とは，社会を組織する多くの人が共有する価値観である．社会的価値観には，例えば，平等・公平の価値観や 1 年生思いの価値観が含まれる．

1.4.2　社会的価値観の枠組み作り

ここまで社会的価値観とひとくくりにして呼んできたが，1.3 での価値観に関する先行研究を踏まえて，整理したい．まず，シュプランガー(1961)の 6 種類の価値観類型の中から，算数・数学の授業の中で社会的価値観に関わると思われる経済型，社会型の 2 つの価値観類型を取り上げる．次に，道徳教育のそれを踏まえて，対象との距離によって「主として自分自身に関すること」，「主として他の人との関わりに関すること」，「主として集団や社会との関わりに関すること」の 3 つの相に分ける．これらの相は，馬場（2007）の社会的文脈の広がりとも対応している．更に，a）学校における持続可能な発展のための教育（ESD）に関する研究や b)道徳教育の価値観教育やシュプランガー(1961)の 6 種類の価値観類型の中に関わる自律性，協調性など価値観の事例を抽出する．表 1-1-3 では，道徳教育における 3 つの相を縦軸に，シュプランガー(1961)の経済型，社会型の 2 つの価値観類型を横軸に表し，その中に価値観の事例を表した．更に，個人的価値観，社会的価値観に主に関わると思われる事例をまとめている．経済型と社会型に含まれる価値観の事例の中で，「他の人との関わりに関すること」と「集団や社会との関わりに関すること」に関わる価値観の事例は社会的価値観に関わる事例である．経済型と社会型に含まれる価値観の事例の中で，「自分自身に関すること」に関わる価値観の事例は個人的価値観に関わる事例

である．

表 1-1-3　社会的価値観の相と事例

価値観が発揮される相	経済型	社会型	価値観
自分自身に関すること	効率性，経済性	自律性，責任性，公共性，人間の尊厳性，快楽性，嗜好性，安全性	➡ 個人的価値観
他の人との関わりに関すること	効率性，経済性	人間性（思いやり，平等・公平，公正性，正義観，人間の尊厳，快楽性），多様性，責任性，協調性，相互性，公共性，安全性	➡ 社会的価値観
集団や社会との関わりに関すること	効率性，経済性，有限性，持続性	人間性（思いやり，平等・公平，正義観，人間の尊厳，快楽性），多様性，責任性，協調性，相互性，公共性，安定性，卓越性，安全性	➡ 社会的価値観

第 2 節　算数・数学教育における価値観の先行研究の分析

2.1　価値観の先行研究の分析

次に，算数・数学教育における価値観に注目し，外国の論文と日本の論文を調べてみる．その中に，本研究に関わる問題解決過程に表出する子どもの社会的価値観を扱っている研究が見られるのかを探ることにする．最初に，学会誌を考察し，次に，本研究に関わる学会誌以外の文献を考察する．

2.1.1　外国における価値観研究－4 つの数学教育学会誌の分析を通して－

最初に，価値（観）について考察する．まず，初めに，外国の論文を分析する．4 つの世界的な数学教育学会誌である「*Educational studies in mathematics*」,「*For the learning of mathematics*」，「*Journal for Research in Mathematics Education*」，「*ZDM Mathematics Education*」の 1995 年～2015 年までの 20 年間を調べ，論文のタイトルに価値（観）が含まれている論文数を調査した．更に，馬場他(2015)の分析に習い，「価値」や「価値観」に関連する用語の「ethical」,「equity」,「equality」,「equitable」,「justice」も調査した．調査の拠り所にしたのは，それぞれの学会誌のホームページの articls や publications である．論文のタイトルのみを調査対象にした理由は，岩崎他(2015)の「「タイトルは最も簡潔な論文の要約」とするからである．このような焦点化によって，数多くの論文について調査分析の客観性と再現性を保持することができると考える」(p.5)の考えに賛同するからである．

(1)　*Educational studies in mathematics* の場合

「*Educational studies in mathematics*」では「価値」や「価値観」に関わる論文数は，1168 編中 5 編であり，その割合は 5/1168(0.4%)であった．ただし，place value(□の意味)や absolute value inequality（不等式）は除いてある．5 つの論文は，Macnab(2000)；Hannula(2002)；Williams(2012)；Schukajlow et al.(2012)；Pais(2013);の論文である．Macnab(2000)は，TIMSS における学校数学教育における価値観，目的，方法を調査した．Hannula(2002)は，数学に対する態度を中心にして，情動，期待，価値観を論じている．Williams(2012)は，数学を生活に活かすのか，文化としての数学にするのかについて論じている．Schukajlow et al.(2012)は，子どものピタゴラスの定理などについての楽しさ，関心，価値観について論じている．Pais(2013)は，数学における使用価値について論じている．更に，「ethical」,「equity」,「equality」,「equitable」,「justice」に関する論文数は，それぞれ，1，1，0，1，1 である．「ethical」では，子ども達の倫理的なマナーや約束について述べてある．「equity」では，社会の中での不平等の基となるイデオロギーが横たわっていることを主張し，数学教育の中での公正な生き方とは何かを追求する．「equitable」とは，数学教育における公正な指導とはどうすることかを述べている．「justice」では，ジェンダー，階級，民族問題をどう数学教育で扱っていくかをレビューしている．

(2)　*Journal for Research in Mathematics Education* の場合

「*Journal for Research in Mathematics Education*」では「価値」や「価値観」に関わる論文数は,491 編中 1 編であり,その割合は 1/491(0.2%)であった.この 1 つの論文は Stipek et al.(1998)の論文である．この論文は，動機付け研究を基にした指導による実践の価値について述べている．なお，missing value problem(値が不足している問題)は除いてある．更に，「ethical」,「equity」,「equality」,「equitable」,「justice」に関する論文数はそれぞれ，1，17，0，4，8 である．「equity」が多いのは，人種差別の問題，女性差別の問題，英語以外の言語による差別の問題が起こらないようにしようという配慮からである．「justice」では，貧困の問題や動物シェルターの問題がグラフを用いて数学の問題として扱われている．「ethical」では，数学教育における倫理的な実践が議論されている．「equitable」では，クラスの子ども達への公平な指導について議論されている．

(3)　*For the learning of mathematics* の場合

「*For the learning of mathematics*」では「価値」や「価値観」に関わる論文数は，544 編中 1 編存在し，その割合は 1/544(0.2%)であった．この 1 つの論文は Bishop et al.(2006)の論文である．この論文は，理数教育における研究者や教師の価値の見方の相違点につい

て述べている．更に，「ethical」,「equity」,「equality」,「equitable」,「justice」に関する論文数はそれぞれ，2，1，1，0，1 である．「ethical」では，数学の授業での相互交流で起こる倫理的な関心事（友達が自分の答えを写したなど）をどう扱うかが取り上げられている．「equity」では，アチーブメントギャップ（達成度の差）をどう扱うかが述べられている．「equality」では，教師と教師教育者の対等な関係について議論されている．「justice」では，数学教育の中での人種，階級，ジェンダーなどの問題が取り上げられている．

(4)　*ZDM　Mathematics Education* の場合

「*ZDM　Mathematics Education*」では,「価値」や「価値観」に関わる論文数は，998 編中 15 編存在し，その割合は，15/998(1.5%)であった．他の学会誌に比べると論文数が多いが，この原因は 2012 年に Bishop の愛弟子である Seah の編集による価値観の「国際比較調査（第三の波)」に関わる”*Value in East Asian Mathematics Education-The third Wabe", Vol.44,Issue.1* の特集号が組まれているために論文数(10 編)が増えていることによる．その 10 編は，Seah et al.(2012a);Bishop(2012);Baba et al.(2012);Law et al.(2012);Seah et al.(2012b);Lim et al.(2012);Wong et al.(2012);Seah et al.(2012c); Hannula(2012);Cai et al.(2012)である．残りの 5 編は，Bishop (1999)；Vinner (2007)；Kynigos(2008);Lin et al.(2009);Abrahamson(2014)である．

10 編の論文は，4 つのカテゴリーに分けられる(Cai et al.,2012)．1 つ目は，数学の授業の中での教師の価値観研究（e.g. Bishop,2012;Lim et.al.,2012）,2 つ目は，数学の授業の中での子どもの価値観研究(e.g. Seah et al, 2012a),3 つ目は，数学の授業の中での教師と子どもの価値観研究（e.g. Law et.al.2012）,4 つ目は，研究者の立場から価値観を研究している(e.g.Baba et al.,2012;Wong et al.,2012)である．残りの 5 編は，デジタルメディアの持つ価値研究 (Kynigos,2008),映像化の持つ価値研究(Abrahamson,2014),台湾での教師のよい指導について明らかにする研究(Lin et al.2009),数学の指導と価値教育の研究(Bishop ,1999),数学と合理的な思考と価値の研究（Vinner, 2007)などである．更に，「ethical」,「equity」,「equality」,「equitable」,「justice」に関する論文数はそれぞれ，0,4,0,0,2 である．「equity」では，数学教育における人種の違いやジェンダー（女性）の不公平さの問題，アチーブメントと経済や文化の要因の関連などが扱われている．「justice」では，数学教育におけるジェンダーに対する公正さや国際的な側面から社会的正義を論じている．

以上 4 つの学会誌における価値に関する論文数をまとめると，表 1-2-1 のようになる．

4 つの学会誌を調査した結果，全体として，価値観に関する研究論文数は少ないことが分かる．Bishop et al. (2003)は,「数学のクラスでは，価値についてどのような指導が行わ

れているのか」,「教科書は，価値に焦点を当てた練習や活動を明示しているか」,「数学教師は，どんな価値を教えていると考えているのか」,「どんな価値が生徒によって学ばれているのか」,「教師は，自分が現在教えている価値とは違った価値を教えることができるようになるのか」といった課題がある（pp.7-8)としながら，価値観研究は数学教育の中では残念ながら無視されてきたとも述べている．

表 1-2-1 における価値観の研究を大きく分けると，価値や価値観に関する理論的な研究，数学の内容方法に関する価値や価値観研究，教室や授業レベルの価値や価値観研究が見られる．本研究に関わる教室や授業レベルの価値や価値観研究では，先述したように，授業における教師の価値観や子どもの価値観が扱われている．しかし，この中には問題解決における子どもの社会的価値観に焦点化した研究は今のところ見当たらないようである．

表 1-2-1　洋雑誌における価値観研究の論文数

雑誌名	value	価値（観）論文数の割合	ethical	equity	equality	equitable	justice	6 項目の合計の割合	全論文数
ESM	5	0.4%	1	1	0	1	1	0.8%	1168
JRME	1	0.2%	1	17	0	4	8	6.3%	491
FLM	1	0.2%	2	1	1	0	1	1.1%	544
ZDM	15	1.5%	0	4	0	0	2	2.1%	998
合計	22	0.7%	4	23	1	5	12	2.1%	3201

2.1.2　日本における価値観研究－4 つの数学教育学会誌の分析を中心にして－

日本の数学教育における価値や価値観研究の実態を調べた．日本の数学教育学会の 4 つの大きな学会誌である日本数学教育学会誌と数学教育論文発表会論文集と臨時増刊数学教育学論究と全国数学教育学会誌の 1995 年～2015 年までの 20 年間を調べ，論文のタイトルに価値（観）が含まれている論文数を調査した．ただし，数学教育論文発表会論文集は 1995-2012 年までを調査し，臨時増刊数学教育学論究は 2013-2014 年を調査した．調査に当たり拠り所にしたのは，CiNII articls(国立情報学研究所)である．

表 1-2-2 では，更に，論文のタイトルで検索できる価値や価値観に関わるキーワードを多い順に数学的価値（観），教育的価値（観）（その教材を通してどのような力が育つのか），数学史に関わる文化的価値，多様な価値観や社会的価値観，価値（観）とは何か，価値観の国際比較の 6 つに分類し，それぞれのデータ数を調べた．価値や価値観に関わる全ての論文はこの 6 つのカテゴリーのどれかに入る．その結果，数学的価値（観）に関わるものが一番多かった（表 1-2-2）．

なお，価値や価値観に関する論文数の割合は，全論文数の 0.5%であることが分かった（表 1-2-2）．その中で，社会的価値観に関する研究は，島田(2010)，島田・馬場

（2013a,2013b,2014）,馬場（2007，2009）であり（表 1-2-3)，他には見られなかった.

表 1-2-2　日本における価値（観）研究の論文数

雑誌名	数学的価値	教育的価値（教材や数学学習との関わりで）	文化的価値（数学史との関わりで）	多様な価値観・社会的価値観（社会との関わりで）	価値・価値観とは何か、価値判断（信念との関わりで）	価値観国際比較	合計	割合
日本数学教育学会誌	19	8	2	1	1	0	31	31／10325（0.3%）
論文発表会論文集	9	10	4	1	3	0	27	27／2699（1%）
臨時増刊数学教育学論究	1	0	0	2	0	1	4	4／77（5%）
全国数学教育学会	0	0	4	2	0	1	7	7／485（2%）
合計	29	18	10	6	4	2	69	69／13587（0.5%）

表 1-2-3　社会的価値観に関する研究論文数

学会誌	発表者	発表者	合計
日本数学教育学会誌	馬場（2007）		1
論文発表会論文集	島田（2010）		1
臨時増刊数学教育学論究	島田・馬場（2013b）	島田・馬場(2014)	2
全国数学教育学会	島田・馬場（2013a）	馬場(2009)	2

また，論文タイトルに「倫理」,「公平・公正」,「社会的正義」が使われている論文は，１つだけであった（表 1-2-4)．

ただし，この１つは，数学教育論文発表会論文集に掲載されているが，Keitel (1997)の講演タイトルである「21 世紀に向けての数学カリキュラム：すべての子どもに対してか．だれの関心か，だれのためか．数学，テクノロジー及び社会，そして数学教育の公平の問題」であった．日本に於いては，外国に比べると数学教育の中での「倫理」,「公平・公正」,「社会的正義」と言った視点での研究は皆無であると言ってよいと思われる．

表 1-2-4　倫理，公平・公正，社会的正義に関する論文数

学会誌	倫理	公平・公正	社会的正義	合計
日本数学教育学会誌	0	0	0	0
数学教育論文発表会論文集	0	1	0	1
臨時増刊数学教育論究	0	0	0	0
全国数学教育学会	0	0	0	0

2.1.3 本研究に関わる文献

(1)　ビショップ(1988)，Ernest（1991）の主張

序章でも述べたが，ビショップ(1988)と Ernest(1991)は，算数・数学教育において価値観研究の重要性を唱えている．

ビッショプ(1988)は『数学の文化化』の中で，Ernest(1991)は『数学教育の哲学』の中でそれぞれ社会的価値観へ配慮することの重要性を述べている．

また，Bishop et al.(2000,2001)は，算数・数学教育で大切にすべき価値観として，①数学的価値観（Mathematical values），②数学教育的価値観（Mathematical educational values），③一般教育的価値観（General educational values）の 3 つを挙げている．

Ernest et al.(1997)もまた，算数・数学教育で大切にすべき価値観として，①認識論的価値観(Epistemological values)，②社会的，文化的価値観(Social and cultural values)，③個人的価値観(Personal values)を挙げている．

これについては，本章の 2.3 で取り上げる．

(2)　本研究に関わるその他の研究

本研究の社会的価値観に関わる研究の著者として，Brown(1984),Silver(1993), McGinty and Meyerson(1980), Greer (2007),片野（1972), 橋本（1982), 長崎（1999), 加藤（2007), 和田（1951)，平林(1986)等が挙げられる．Brown(1984),Silver(1993)については，序章でも取り上げたが，Brown(1984)は，問題の中に「価値や倫理」が埋め込まれていないような問題は現実世界の問題とは言わない（p.13）と述べているし，Silver(1993)は，問題づくりの中で子どもが「道徳性や公正さ」に関わる問題をつくることからこうした問題も大切にしたいということを述べている．McGinty and Meyerson(1980)は，Brown(1984)も紹介しているが社会的価値観が表出するであろう問題（草の種の問題）を作成している．Greer (2007)は，数学的知識や技能である割合を社会的公平さを求める時に活用させたいということを主張している．片野 (1972)，橋本 (1982)，長崎 (1999)，加藤 (2007)，和田(1951)，平林(1986)等は，社会的価値観と数学との関わりについて述べている．これについては，後で詳述する．

(3)　西村他(2011,2014)の研究との相違

研究タイトルに，価値観やオープンエンドに関わる言葉は見られないが，最近になって，子どもの社会的価値観を算数・数学教育の中で生かそうとする研究が西村他(2011,2014)によって行われ始めた．ただし，西村他(2014)の研究は，数理的意思決定力というのが研究のねらいであり，そのために社会的価値観を入れてはいるが社会的価値観に研究の焦点を当てているわけではない．

西村他(2011,2014)はイギリスの Bowland Mathes (2008)を参考にしながら研究を進めている．Bowland Mathes (2008)は中学校，高校のための数学教材であり，小学校の算数教材ではない．その教材の中の幾つかに生徒の社会的価値観に応じて問題解決をさせるものがある．ただし，Bowland Mathes (2008)のテキストには，価値観という言葉はなく，西村他（2011）が，このテキストを見て，社会的価値観が関わってくると解釈し，Bowland Mathes(2008)を研究の対象に取り上げている．Bowland Mathes (2008)で扱っている問題は，社会生活に関連しているオープンエンドな問題であるが，中学や高校の教材であるため，データが豊富に与えられ，中にはコンピュータを駆使して問題解決が行われるので，データの豊富さからそれらを小学生に与えるわけにはいかない．

また，Bowland Mathes (2008)を使っているイギリスでの授業では学級全体での話し合いがほとんど行われず，グループによる学習が中心である．西村他（2011,2014)の研究は，小学校での教材も開発し，イギリスとは違って学級全体での話し合いを理想とし，学級の中での合意形成を求める授業を考えている．つまりどんな問題でも学級で１つに合意することを求めている．

これに対して，本研究では多様な価値観と数学的モデルを学級全体で相互交流し，多様な価値観と数学的モデルの存在を知りそれらを鑑賞し合い，最終的に自分で価値観と数学的モデルを根拠を持って選択することを目指している．無理に合意形成をして学級で１つに決めるという過程を扱わないところに本研究の特徴がある．

また，合意形成や意思決定の研究をしている桑原(2001)の研究も参考にしている．桑原(2001)は社会科教育における合意形成や意思決定を研究している．桑原(2001)は，社会科での意思決定の仕方として，①合意形成で決定する場合（社会的決定）と②社会に広く認められている価値の認識で決定する場合（社会的決定）と③社会に広く認められている価値の批判を通じての自己判断基準の成長を目指す場合（個人的決定）の３通りの決定の仕方があると説明している．そして，①の合意形成で決定することの留意点として，２つ挙げている．１つはあらゆる社会問題が合意形成が可能なわけではないこと，２つ目は，少数意見をいかに尊重してより民主的に決定するかという民主主義社会の抱えている問題を指摘している．

本研究では，各自が考えた社会的価値観を相互交流しながら批判検討し，最後にそれら

の中から各自の責任で社会的価値観と数学的モデルを選択するようにする．桑原(2001)で言うと③の決定の仕方になる．更に，本研究が価値観に焦点を当てていて，個人的価値観も算数・数学教育の中で視野に入れているのに対して，西村他(2011,2014)は個人的価値観を考慮していない．学級での合意形成を目指しているために，個人的価値観は認めない立場をとっている．

また，本研究が社会的価値観の特性など価値観そのものの研究を考慮しているのに対して，西村他(2011,2014)はあくまでも，数理的意思決定力の育成に力点を置いている．以上が西村他（2011,2014）との相違である．

2.2　本研究における価値観

2.2.1　価値観の枠組み作り

前節で，数学的価値観以外に，社会的価値観と個人的価値観があることについて論じてきた．つまり本研究では，算数・数学教育における価値観を，次の 3 つに分類して論じる．1 つ目は対象である算数・数学に直接関係する価値観である．次に，社会との関係の中で，個々人が有する社会的価値観である．最後に，社会的価値観と密接に関わるが，個々人が個別に有する価値観である．個々人が個別に有すると言っても，それは社会的な影響のもとであることは間違いないし，他方で社会的なものと全く同じであるのならば，個人差を説明できない．

以下，それぞれの価値観について説明したい．

(1)　数学的価値観

数学的な価値観については，「[数学の] 三つの特性（抽象性・論理性・形式性）の基盤になる価値観としては，...簡潔，明確，統合の三つが，その原動力として大きなかかわりをもっている」（中島，1981）に見られるように，簡潔，明確，統合が算数・数学教育における価値と考えられる．

また，ユネスコの報告書(1979)では，数学的な創造に関する価値として人によくわかること（Intellegibility），簡潔であること（Brevity），正確であること（Accuracy），適切であること（Relevance），正常であること（Normality）の 5 つを挙げている．

また，ビショップ(1988)は，数学（西洋数学）の有する数学的価値を，①理性主義(Rationalism)，②物質主義（Empiricism），③支配観（Control），④進歩観(Progress)，⑤開放性（Openness)，⑥神秘性(Mystery)を挙げている．

いずれも，数学の持つ価値であり，学習者に身に付けさせたい数学的な価値観である．中でも，中島の言う価値観は，算数・数学教育の中に取り入れられ，算数・数学科の目標の中に見られる．昭和 33 年の算数科の学習指導要領では「・・・それらが的確かつ能率的に用いられるようにする．」，「・・・簡潔，明確に表したり考えたりすることができる

ようにする．」とあり，昭和 43 年の算数科の学習指導要領では「・・・・統合的，発展的に考察し，処理する・・・」などが見られる．

こうした数学的思考の中に見られる簡潔，明確，統合は，あくまで数学的価値である．今までの算数・数学教育では，序章でも述べたように数学的価値観に比べ子どもの社会的価値観があまり取り上げられてこなかった．

(2)　社会的価値観

算数・数学教育において，社会的価値観の重要性については序章でも述べたように，飯田(1995),飯田・山下他(1995)，馬場（2009）により言われてきた．そのことを少し振り返ると，飯田・山下他(1995)の研究では，オープンエンドアプローチの研究を進めていく過程において,「数学性を超えてオープンな解を探求していくと，人間活動としての価値や倫理の問題あるいは道徳性の問題へと関わってくる」(p.36)と算数・数学の中で価値観が認識できる数学的活動が展開できる事を指摘している．馬場(2009)は，飯田，山下らの研究で指摘された価値が認識できる問題を「社会的オープンエンドな問題」と呼び,「この様な問題によって育成する社会的判断力は，条件や解を含めて議論したり選択したりする事ができる力を指す.」(p.52)としている．Brown(1984)は,「問題そのものに何らかの価値の示唆が含まれていないような問題は，現実的な問題(real world)とは言えない」(p.13)と述べ，同様に Silver(1993)は ，問題設定の場面で，子どもは数学的な問題の構成と同じ位に公平さや道徳性が重要と考えている事を示唆している．いずれの研究も子どもの社会的価値観に配慮する事の重要性を指摘していると考えられる．Greer(2007)は，数学的モデリングや「社会的公平性(social justice)」という視座から割合認識の重要性を指摘している．割合の考えについて，現実世界の文脈を考えず機械的に適用することへの危険性と公平性という視点の重要性の指摘である．この主張も又，社会の問題を扱うと公平性という価値観が関わってくることを述べていることになる．

以上の飯田（1995）や馬場（2009）らの算数・数学教育の中で社会的価値観を重視する考えを支持し，本研究でも同じ立場をとる．

(3)　個人的価値観

最後に個人の嗜好による価値観を取り上げる．例えば，新車を購入するときに，デザインを重視するのか機能性を重視するのか経済性を重視するのかその人の価値観によって，選択する車が変わってくる．このようなデザイン重視，機能性重視，経済性重視などは個人差があると考えられるので個人的価値観と呼ぶ．もちろん時々の流行や社会的な関心事が影響を与えるという意味で，社会的成分が全く影響しないわけではない．

(4) 3 つの価値観の関わり

先行研究からわかるように，今までの算数・数学教育では数学的価値観のみが重視されてきて，社会的価値観や個人的価値観は軽視されてきた．

そこで本研究では，社会的価値観や個人的価値観を大事にする算数・数学教育の基盤を整理する．もちろん，算数・数学の授業のことであるから，そのような価値観と同時に判断の根拠となる数学的な根拠が表出していることが前提となる．

ここで，本研究における数学的価値観，社会的価値観，個人的価値観を表 1-1-3 を基にして表 1-2-5 のようにまとめた．縦軸は，道徳の価値観の発揮される相を踏まえ，対象との距離によって 3 つの相に分けた．横軸は，シュプランガー (1961)の 6 種類の価値観類型から算数・数学教育に関わると思われる「経済型」と「社会型」を取り上げそれに含まれる事例を考察し，発揮される相に照らして，個人的価値観，社会的価値観とした．これらをまとめて「社会的」と表した．一方，シュプランガー (1961)の 6 種類の価値観類型の「論理型」と「審美型」は数学的価値観に関わるもので，「社会的」に対して「数学的」と表した．数学的価値観は，価値観が発揮される 3 つの相の全ての相に関わる価値観である．

表 1-2-5　価値観の相と事例

価値観が発揮される相	社会的			数学的		
	経済型	社会型	価値観	論理型	審美型	価値観
自分自身に関すること	効率性，経済性	自律性，責任性，公共性，人間の尊厳性，快楽性，嗜好性，安全性	個人的価値観			
他の人との関わりに関すること	効率性，経済性	人間性（思いやり，平等・公平，公正性，正義観，人間の尊厳，快楽性），多様性，責任性，協調性，相互性，公共性，安全性	社会的価値観	合理性・普遍性・客観性	美と調和の重視	数学的価値観
集団や社会との関わりに関すること	効率性，経済性，有限性，持続性	人間性（思いやり，平等・公平，正義観，人間の尊厳，快楽性），多様性，責任性，協調性，相互性，公共性，安定性，卓越性，安全性	社会的価値観			

図 1-2-1 では，社会的オープンエンドな問題を授業で用いた時の社会的価値観と数学的価値観の関係性を表している．最初に社会的価値観が表出し，それに応じて数学的モデルが構成される．その際に，数学的モデルの背景にあるものが簡潔性，明確性などの数学的価値観である．更に，数学的モデルを検討し合う中で，数学的価値観が表出する．更に，社会的価値観についても検討が行われる．

例を挙げると，ケーキの問題で平等に分けたいという社会的価値観が働いた場合には，簡潔性や明確性が背景に働いて等分という除法を用いる．

図 1-2-2 では，価値観が発揮される相と本研究の 3 つの力（「価値観に基づく数学的モデ

ルを構成する力」（力①），「価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力」（力②），「価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力」（力③））との関連を表している．価値観が発揮される相は，生活の広がりを表しているし，また授業の流れの中で他の人との関わりを表していると見ることもできる．授業の流れで捉えたとき，授業が進むことにより

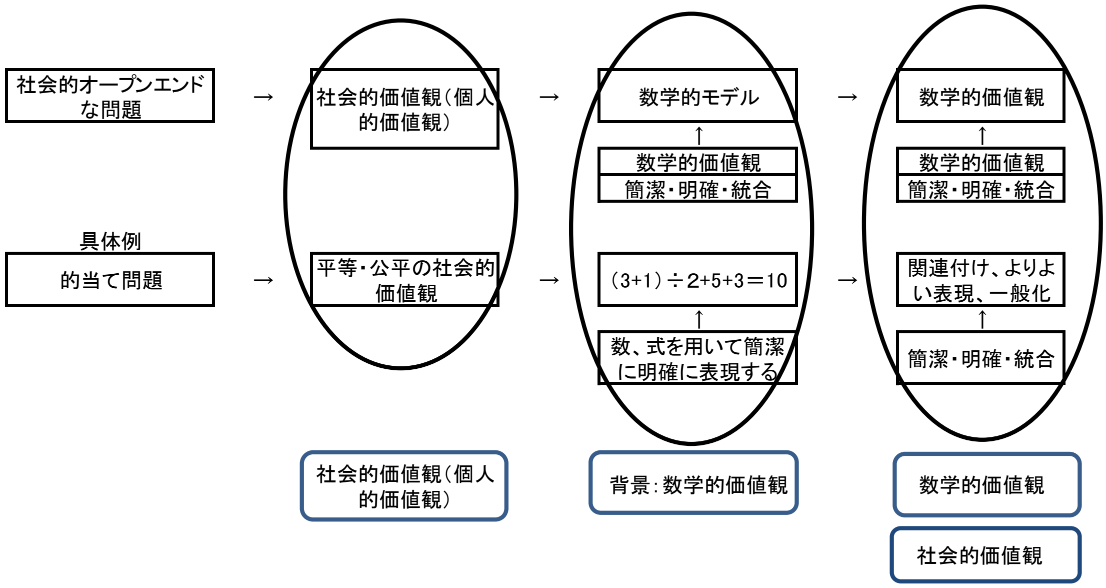


図 1-2-1　社会的価値観と数学的価値観との関係

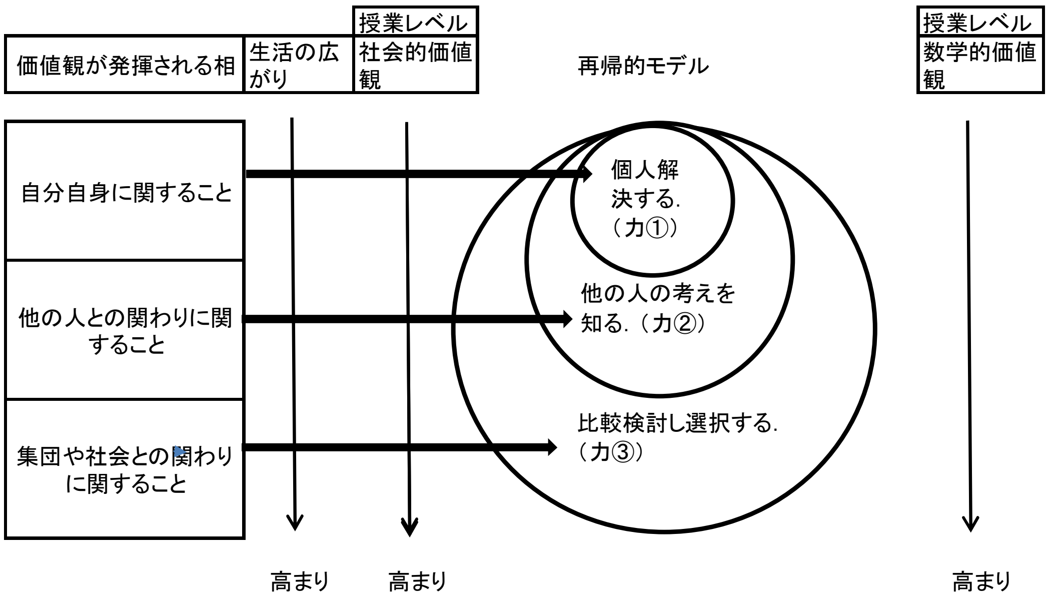


図 1-2-2　価値観の相と３つの力との関係

社会的価値観も数学的価値観も高まりを見せる．そして，自分自身に関する相に関わるのは，授業で言えば個人解決する活動であり，その時に関わる力が 1 つ目の「価値観に基づく数学的モデルを構成する力」になる．次に，他の人との関わりに関する相に関わるのは，授業で言えば他の人の考えを知る活動であり，その時に関わる力が 2 つ目の「価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力」である．更に，集団や社会との関わりに関する相に関わるのは，授業で言えば比較検討し価値観や数学的モデルを選択する活動であり，その時に関わる力が 3 つ目の「価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力」である．

図 1-2-2 の再帰的モデルは，中原(1995)が紹介している Pirie & Kieren (1994)の理解の超越的再帰モデルを援用したものである．Pirie & Kieren(1994)の理解の超越的再帰モデルは，数学的概念の理解のためのモデルであり，8 つのレベルに分かれている．それを価値観の理解に援用し，3 つのレベルで表し，特に再帰性に着目している．再帰とは，自分の行為の結果が自己に戻ってくる（大辞林第三版，三省堂）という意味である．授業で考えると，最初の個人解決では，自分なりの価値観を考え，他の価値観には気付かないレベルである．それがお互いに発表することにより他の人の考えを知り，今迄に気付かなかった価値観に触れる．その結果，個人に戻り，より価値観に対する認識が豊かになる．ここに再帰的現象が起こる．更に，お互いに意見交換し，批判的考察を行うことにより，更に深く価値観を知ることになる．ここで更に再帰的現象が起こり，より豊かな個人に変容する．そして，最終的に再帰的現象の結果，豊かになった個人が多様な価値観の中から自分が良しとする価値観を選択することになる．価値観の理解は，直線状を進むのではなく，進んでは戻り進んでは戻りしながら再帰的現象を起こしより理解を深めていくことになる．

また，批判的に考察するためには，お互いの価値観を理解する必要があり，お互いの価値観を理解するためには，自分以外の価値観の存在を知る必要があり，自分以外の価値観の存在を知るためには，まず，自分の価値観を持つ必要がある．このように考えると図 1-2-2 の再帰的モデルの大きな円のためには，真ん中の円ができている必要があり，真ん中の円のためには小さな円ができている必要がある．この再帰的モデルの図は，このような意味を含んでいる．

このことは数学的モデルの理解についても同様で，再帰的現象を示す．

ここでは，社会的オープンエンドな問題を扱った 1 時間の授業の中での再帰的現象を考察したが，社会的オープンエンドな問題を扱った中期的，長期的な扱いでも再帰的な現象を繰り返しながら，価値観や数学的モデルの理解を深めていく．更には，中期的，長期的な扱いになれば，前に学習した経験が生かされ，最初の個人解決のレベルでは，多様な価値観や数学的モデルを予想する子どもが存在することが考えられるし，価値観の比較検討では，どのような視点で比較検討すればよいかを身に付けている子どもが存在することも考えられる．

(5) 社会的価値観と数学（数学的価値観）との関わり

歴史的には数学は，社会・経済の状態や思想などを含めた人間生活からの刺激が大きな役割を演じていた（片野,1972)．それは，社会的な場面に起因して「正確性」,「平等性」,「便利性」,「経済性」などの価値観を背景にして生み出されてきた（片野,1972)．特定の目標（価値観）を実現する手段として数学が活用されていった．そこでは，そのような価値観と生み出された数学的モデルが一体化している．

同様なことを橋本（1982)も述べていて,「正確性」,「公平性」,「便利性」,「厳密性」と計測（数学）が関わっている．

また，Ernest（1991)は，社会文化的な視点から,「学校数学は，数学に関連した価値とその社会的な使用に関連した価値を明白に求めるべきである．」(p.138）と述べている.数学に関連した価値とは本研究で言う数学的価値観に関わるものであり，社会的な使用に関連した価値とは本研究で言う社会的価値観に関連する．つまり，社会的価値観には数学を使用する人の思いが含意されているのである．Ernest (1991)は，両方の価値観ともに大切にすべきであると述べている．

ビショップ（1988)もまた,「数学の影響力の実際の効果を定めるのは社会に存在するこれらの価値観と他の価値観との間の相互関係の有様であって数学による文化化ではこれらの諸価値の熟考を促す義務を持つ」(p.124)として，社会に存在する社会的価値観に配慮することの重要性を指摘している．

また，数学は時代背景や社会情勢に左右される人間の価値観を何らかの形で反映するし,数学は決して非人間的なものではない（加藤，2007）．加藤(2007)の言う価値観には，社会的価値観も含まれると思われる．この人間の価値観により数学が作られるし，また使われもする．

上記のいずれの先行研究も数学の構成と活用には社会的価値観が関係していることを表している．

それに対して，現在の算数・数学教育は，こうした社会的価値観とセットで生まれてきたり,使用されたりするはずの数学が社会的価値観とは切り離されて学習されてきている．このことに関連して，飯田（1995)は，社会的価値観は数学教育ではノイズとして扱われてきたと述べている．

算数・数学教育の中で社会的オープンエンドな問題を扱うことは，具体的場面に応じるこのような数学の再発見（社会的価値観と一緒に数学が使われる）を促し，数学を活用する上での主体性を引き出すことになると考える．例えば，社会的価値観の 1 つである社会的公平性に関わって数学が使われ，数学が社会的公平性の理由を述べるときの根拠になるのである．

このように，社会的価値観と数学は一体化しているのである．

また，和田（1951）は，算数・数学と社会との関わりについて，算数・数学には社会的価値が内包されていると考察している．こうした和田（1951）の考えは，民主的な社会の運営の上で不可欠であり，子どもの生活指導としての算数・数学科であったといえる．これをはっきりした形で述べているのが，文部省（1951）『小学校学習指導要領算数科編（試案)』の第2章，算数科の一般目標の中の「算数とわれわれの生活」(pp.24-49）である．

長崎（1999）は，この和田（1951）の考える「学としての数学と教育としての数学の違い」を次のように紹介している．「一般に，科学の生んだ成果は，必ずしも，それ自身として，道徳的に善なるものと結びついているとは言えない．・・・ここに学としての数学と，教育における数学との相違が存在するわけである．・・・一般に教育においては，数量関係の処理が正しくできることと正しく処理して，これを善なる行為に用いることができることをねらっていかなければならない．この意味で，教育で取り上げる数学は，善なるものへ導くのに役立てることが考えられなければならない」(p.198). 長崎（1999）は, 和田（1951）の考えを支持し,「現在の算数・数学教育が忘れられている価値の追求という大きな鍵が隠されているように思える」(p.198)と述べている．そのためには，正しい解を求めるだけではなく, 数学がどのような社会的価値観の基で使われているのかを意識させる必要があり, 数学と社会的価値観を結びつける事が重要である．

こうした主張は，Greer (2007)によっても言われている．Greer (2007)は，Ernest(2007)の監修している *Philosophy of Mathematics Education Journal,* 21の特集テーマである「社会的正義」の中で，割合や比や比例的な考えを公平さを考えるときに用いるべきであるとしている．単に，割合や比などの数学的道具を機械的に学習するのではなく，公平さという社会的価値観と連動させて学習させるべきであるという主張である．学生が算数・数学の道具を用いて不公平さを批評しようとするのを育てることは数学教育者としての倫理的責任である（Greer, 2007, pp.11-12).

ここで，社会的価値観と数学との関連をまとめてみたいと思う．上記の先行研究の分析を基にしたり，社会的オープンエンドな問題（的当ての問題）を用いた場合の子どもの反応を基にしたりして考察する．

① 社会的価値観と数学的モデルは一体である

「社会的価値観と数学的モデルは一体である」とは，社会的価値観と数学的モデルは一体として表出するという意味である．つまり，数学的モデル表出の要因には社会的価値観が存在している．このことは上述した片野（1972）の考えである「数学が社会的な場面に起因して「正確性」,「平等性」,「便利性」,「経済性」などの価値観を背景にして生み出されてきた」（片野,1972）や Ernest（1991)の考えである「学校数学は，数学に関連した価

値とその社会的な使用に関連した価値を明白に求めるべきである」（p.138）と関連している．

このことは，社会的オープンエンドな問題を用いた場合にも表出する．例えば，的当ての問題では，１年生思いの価値観や平等・公平の価値観が表れ，それに応じて数学的モデルが構成される．つまり，社会的オープンエンドな問題を用いると社会的価値観と数学的モデルは一体となって表れるのである．

②　数学的モデルによって社会的価値観がより明確になる

社会的価値観の１つである平等・公平の価値観と言っても漠然としている．平等・公平は多様な意味を内包しているために，平等・公平だけの言葉だけでは，どのようにすることが平等・公平なのかは，明確には伝わらない．それを明確にしてくれるのが数学的モデルである.実際の問題では,社会的価値観が同じでも数学的モデルは多様に表出するので,その数学的モデルとその理由を見ることにより平等・公平をどのように考えているかが明確になる．

例えば，的当ての問題で,「平等にした方がいい」と言っても具体的にはどのようにするのかは不明である.そこで,「面積の考えを使って面積の多い方の点数を与えることにする,式は 5+3+1＝9 である」と答えれば，その人の考えている平等の意味がより明確になる．つまり，数学的モデル（言葉と式）により社会的価値観がより明確になる．

③　社会的価値観の微妙な変容は，数学的モデルにより推測できる

社会的価値観の微妙な変容は分かりにくいので，数学的モデル（言葉と式）により価値観の微妙な変容を推測することができる．価値観の質的な変容を把握する際には，数学的モデルの変容とその理由に着目して分析する．数学的モデルの方が社会的価値観よりも変わったかどうかは見やすいので，数学的モデルの変容で価値観の質の変容を捉えていくことができる．

例えば，的当ての問題で考えると，授業の導入時の１年生思いの価値観と出口の１年生思いの価値観は変わらないという反応を示したとしても，数学的モデルを見ると 5+3+3＝11 からは 5+3+（3+1）=12 と変わっていれば，１年生思いの価値観の質が微妙に変容していることが分かる．

以上，数学的モデルにより社会的価値観の微妙な変容を推測することができる．詳しくは，第３章３節の社会的価値観の変容性で詳述する．

2.3　算数・数学教育における価値観の比較研究－島田・馬場の考える価値観と Bishop, Ernest の考える価値観との比較を通して－

島田・馬場（2013a)は,飯田（1995),飯田・山下他（1995),Brown (1984), Silver (1993),中島(1981),ビショップ(1988)，ユネスコ(1979),角屋他(2010),文部科学省(2010),シュプランガー(1961)などの研究を基にして，算数・数学教育で重視すべき価値観として，数学的価値観，社会的価値観，個人的価値観の 3 つの価値観にカテゴリー化した．

ここではさらに，価値観研究での第一人者と言われる Bishop et al.(2000,2001)の考える 3 つの価値観や社会的構成主義者である Ernest et al. (1997)の考える 3 つの価値観との比較をして，本研究で設定した 3 つの価値観の特徴を明らかにする．Bishop et al.(2000,2001)に関して共同で価値観の研究をしている Seah（2012）の論文や Bishop の価値観の研究をしている馬場（2009,2013）の論文をも参考にする．

ここで，比較研究することの意味を確認しておきたい．社会学者である李(2003)は,

> 《比較研究を行う理由としては，知識への探究欲がその根底に根ざしているのは言うまでもないが,その欲を動かしているのは,われわれの日常生活が強く“意味の世界”に組み込まれているからだとされる．つまりわれわれは他の人々の生活空間の意味と比較することによって，われわれの生活空間の意味をさらに深く理解したいという「意味の世界」を媒介として，比較することによって自らを相対化するという.》(pp.65-66)

と述べている．ここでの意味世界は本研究で設定した数学的価値観，社会的価値観，個人的価値観の特性を表していると考えられる．従って，本研究ではこれらの価値観の特性を明らかにするという理由から，本研究の価値観の枠組みを Bishop et al.(2000, 2001）やErnest et al. (1997)の考える価値観と比較する方法を用いることにする．

2.3.1　Bishop et al.(2000,2001)(1)の考える価値観

ビショップ（1988)は，数学があたかも価値観に関わらないように提示され，数学がその純粋性を保護するために価値観や文化に関わるもののすべてを除去してきたと絶対主義の考えを批判し，数学には価値観が関わっていることを述べている．更にビショップ(1988)は「規範や価値観は通常は隠れたままになっており，これらを眼前に晒す機会を与えることは現今のカリキュラムにはほとんどない」(p.221）と批判し，算数・数学教育で意識して価値観の指導をしていくことを勧めている．そして， Bishop et al.(2000,2001)は，算数・数学教育で育てるべき価値観を，一般教育的価値観，数学的価値観，数学教育的価値観の 3 つにカテゴリー化している．次にこの 3 つの価値観を考察する．

第１章　先行研究のレビューと本研究の位置づけ

(1)　一般教育的価値観

まず，一般教育的価値観について Bishop et al.(2001)は，次のように述べている．

《一般教育的価値観は，教師，学校及びまたは社会文化が生徒に教え込むことを目的とする資質だが，しかしそれらは，本質的には数学的なものではなく，これらはしばしば道徳的な含みを持っていて，社会的な構造の維持と向上のために不可欠である．例えば，一般教育的価値観は，数学教師がギャンブルや環境保全に関わる問題を議論するための実際的な問題を利用するときに表現される.》(p.7)

また，Seah&Bishop (2000)は，一般教育的価値観を次のようにも説明している．

《子どもがテストでだまそうとした時に先生として注意をするのは，正直さと善い行いの大切さを引き出すことになるがこれは社会から要請される一般的な教育的価値観である.》（p.6）

Seah(2012)は，Bishop の言う一般教育的価値観について以下のように述べている．

《一般教育的価値観は教育システムが生徒たちに身につけることを求めているものを表している．これらは学校的な価値観であるかもしれないし，いくつかの文化に根付く国家的な価値観であるかもしれない．たとえば，シンガポールが国としてその学校教育システムを通して共有する価値観は教育的価値観として考えられる．これらの価値観は学校の教室が存在している社会文化的な価値観を反映するかもしれないし，そうでないかもしれない．結局，一般教育的価値観は教育者や政治家が若い世代に教えたい理想を表している.」(2)（p.2）

また，馬場(2013)は，Bishop の言う一般教育的価値観を「一般教育的価値観は，各国の教育制度において生徒が自然に身につけるものを指す．これらは学校文化の影響を受けた結果である」（2013,p.54）としている．

以上から，一般教育的価値観というのは，教育制度や学校文化を含んだ算数・数学教育を通じて得られる一般的能力を指していると考えられるし，その中には倫理観（道徳）などが入っていると考えられる．

本研究で考える価値観と比較すると，Bishop et al.(2000,2001)の考える一般教育的価値観の中の教育制度や学校文化の影響を受ける価値観については,本研究では考えていない．ただし，正直さや善い行いに関わる倫理的価値観に関しては，社会的価値観や個人的価値

観の中に含まれる．

⑵ 数学的価値観

次に, 数学的価値観について考察する. Bishop et al. (2001) は, 次のように述べている.

> 《数学的価値観は，数学的知識それ自身の性質に関連し，異なった文化の数学者たちが数学の分野を発達させた方法に由来している．例えば，ビショップ(1988)は，White(1959)のいう文化の三つの要素―イデオロギー的，感情的，社会的－に基づいて，数学的文化の価値観を分類した．すなわち，三つの相補的な数学的価値観の対－合理主義/対物主義，統制性/進歩性，開放性/神秘性－である.》(p.7)

そして，これらの 3 対の価値観について，Seah & Bishop(2000)やビショップ(1988)では，それぞれは次のようなものであると述べている．合理主義とは「一貫した論理によって裏付ける方法に価値をおく考え方」であり，対物主義とは「抽象的な考えを具体化することによって効率的に説明する考え方」であり，統制性とは「自然現象や社会現象に数学を用いて問題解決し予測できる安心感」であり，進歩性とは,「数学的知識の発展や一般性に対する考え方」であり，開放性とは「数学的真実，命題はすべての人々が考察できるよう公にされているということ」であり，神秘性とは「多くの人々が，数学の成り立ちなどが不透明でよく分かりにくいということ」である．

この Seah & Bishop(2000)やビショップ(1988)の数学的価値観の意味を馬場(2013)は，「数学的価値観は「西洋」数学の伝統において強調されてきたもので，三組の相補的な数学的価値観―合理主義と対物主義，統制性と進歩性，開放性と神秘性－である」（p.54）としている.

Bishop et al.(2000,2001)が考える数学的価値観は本研究の数学的価値観に対応する．どちらも数学そのものに内在している価値を考察しているからである.

⑶　数学教育的価値観

次に，数学教育的価値観について考察する．Bishop et al. (2001)は，次のように述べている.

> 《数学の授業における 3 つ目のカテゴリー(数学教育的価値観)に目を向けると，数学の教師，教科書及び若干ではあるがたぶん学校の校風によって主張されている学校数学の規範と実践は，数学と教育の両方の価値観を反映している．そのよ

うな価値観の例としては，問題解決を詳しく表現したり，生徒が正確に答えをチェックしたり，効果的に数学の練習問題をするために生徒を勇気付けたり期待したりすることが含まれる.》(p.7)

また，Seah & Bishop(2000)は，数学教育的価値観を次のようにも説明している.

《計算をした時にあなたの計算を信用してはいけない．見積もりをしなさい．そして，あなたの答えをチェックしなさい．こうした活動には，吟味する知恵と能率的な数学的行動の価値が含まれている.》(p.6)

Seah (2012)は，数学教育的価値観は，学校の教科「算数・数学」の授業実践を通して実現されるとしている．また，Seah & Bishop et al. (2001)は，具体的に数学教育的価値観を「明快さ，柔軟性，調和，開いた心，粘り強さ，正確さ，能率的な仕事，体系的な仕事，楽しみ，効果的，組織的な能力，創造性，推測すること」(p.3)を挙げている.

また，馬場(2013)は,数学教育的価値観として「数学教育的価値観は，教科「算数・数学」に関連するものである．国際調査(3)ではこれまでの調査から，対比的な価値観として，才能と努力，幸運と困難，結果と過程，計算と応用，事実と考え方，説明と探求，暗記と創造，ICT と筆算を同定した」(p.54) としている.

また，Bishop et al.(2001)は，これらの 3 つの価値観が相互に関係していることを次のように述べている.

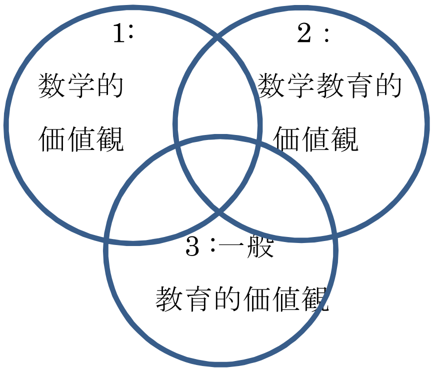
《もちろん，数学の授業の中での 3 つのこれらの価値観は，互いに排他的には存在していない．教室の社会文化的文脈に応じて，例えば合理主義の数学的価値観は，また，おそらく，一般教育的価値観及びまたは数学教育的価値観として描かれることができる．数学の教室での価値観と制度的，社会的価値観との間の相互作用は，私たちは自然に双方向であると信じている.》(p.7)

更に，Seah & Bishop (2000)も同様に，これらの 3 つの価値観の関係を次のようにも述べている.

《一般教育的，数学的，特に数学教育的価値観は，お互いに排他的に存在していない．結局，いくつかの価値観は，2 つあるいはすべての 3 つのカテゴリーに関わる．例えば，進歩とその関連した価値観，創造性のための価値観は一般教育的価値観と同様に数学的価値観，数学教育的価値観と多く関わっている．お互い

に，これらの価値観は，教師，教科書，シラバス等の働きを操作することを通して表現されている.》(p.9)

つまり，Seah & Bishop(2000)の考える３つの価値観は，独立してあるのではなく，相互に関わりあっているのである．Seah & Bishop(2000)はこのことを下の様な図 1-2-4 に表している．(p.9)



１の円:数学的価値観

２の円:数学教育的価値観

３の円:一般教育的価値観

図 1-2-4：Bishop の考える３つの価値観の関係

（註：Bishop の図を基にして島田が作図したものである.）

ここで，島田・馬場(2013a)と Bishop et al.(2000,2001）の価値観の比較をまとめると次のようになる.

① Bishop et al.(2000,2001）の考える数学的価値観は，本研究の数学的価値観に当たる.どちらも数学の本性に関わる価値を表している.ただし, Bishop et al.(2000,2001)は，数学が社会に果たす役割についても配慮している.

② Bishop et al. (2000,2001）の考える一般教育的価値観の中の教育制度に関わる価値観については，本研究の価値観には見当たらない．また，一般教育的価値観の中の倫理に関わる価値観については，本研究の社会的価値観や個人的価値観に関係する.

③ Bishop et al. (2000,2001）の考える数学教育的価値観は，その中の社会とのつながりに関する価値観については，本研究の社会的価値観や個人的価値観に関わるものと考えられる．また，数学教育的価値観の中の発展や筋道等数学の本性に関わる価値観については，本研究の数学的価値観に関連する．数学教育的価値観の中の授業を進める際に関わる価値観（例えば「少人数グループでの話し合いの重視」については，本研究の考える価値観には見当たらない.

2.3.2　Ernest et al. (1997)(4)の考える価値観

社会的構成主義者である Ernest (1991)は，主観的知識の再構成に加えて価値についても言及している．それは，先述したように，数学的知識には価値が負荷されているということである．価値が負荷されるとは，社会的集団の好み，もしくは興味を表すことであるとして今までの絶対主義者の数学観－数学は中立であり価値は含まない－とは違った立場－数学は価値を含み，文化が関わっている－立場をとっている（p.259-261）.

そして, Ernest et al.（1997）は, 価値観について３つのカテゴリーに分けている（p.39）.

① 認識論的価値観(Epistemological values)
② 社会的，文化的価値観(Social and cultural values)
③ 個人的価値観(Personal values)

これらを更に詳しく見ていきたい.

(1)　認識論的価値観

認識論的価値観 を Ernest et al.（1997）は，次のように説明している.

《数学的知識の習得や評定や特性を含んでいる価値観で，数学の指導や学習におけるプロセスの認識論的側面である．例えば，正確さや体系性や合理性である.》(p.39)

また，認識論的価値観の詳しい内容を下記のように紹介している.

《正確，用心深さ，分析，重要性，明白さ，相違，有効性，能率性，正当性，柔軟性，論理性，実用性，問題解決，合理性，体系性，時間の価値.》(p.42)

これは，本研究の数学的価値観に対応していると考えられる．数学的知識や過程に備わっている価値に関わる価値観である.

(2)　社会的，文化的価値観

社会的，文化的価値観を Ernest et al.（1997）は，次のように説明している.

《社会的グループや社会で好意を示したり指示したりする際に表れる価値観と算数・数学教育という社会の中で個人として感じる尊敬心に関わる価値観である．例えば，協力，正義，数学の美しさの感得などである.》（p.39)

また，社会的，文化的価値観の詳しい内容を下記のように紹介している．

《数学の美しさの重要性，思いやり，協力心，感謝，正直さ，正義，温和，勇気，信頼.》(p.39)

これは，本研究の社会的価値観に対応していると考えられる．ただし，数学の美しさの感得などは，本研究では,審美性に関わるので数学的価値観に含めている．

(3)　個人的価値観

個人的価値観を Ernest et al.（1997）は，次のように説明している．

《一人の学習者や一人の人間として作用する価値観である. 例えば, 忍耐, 自信, 創造性などである.》(p.39)

また，個人的価値観の詳しい内容を下記のように紹介している．

《自信，勇気，創造性，好奇心，努力，鍛錬，先見力，人をだまさないこと，公平性，忍耐，粘り強さ，不屈，生産性，時間厳守，責任性，独立独歩，節度.》(p.39)

これは，本研究の個人的価値観とは違っている．Ernest et al.（1997）の言う個人的価値観は，個人が数学の問題を解決することを通して身に付く価値観を表している．忍耐や自信や創造性などはまさに問題解決を通して身に付くものである．一方，本研究の個人的価値観は，個人としての嗜好性など個人が何を大切にするか，何に価値観を置いて生活しているかに関連するものである．従って，Ernest et al.（1997）の公平性や責任性などは本研究の社会的価値観や個人的価値観に関連し，残りの忍耐，自信などは，本研究の価値観とは関わらない．

Ernest et al.（1997）は，マレーシアの教育が価値教育を重視し，その価値教育を数学教育も含めてすべての教科の中で行っていることや道徳的価値観（moral values)を重視していることを紹介している．更に，上述の 3 つの価値観を詳しく表現し，マレーシアの幼稚園，小学校，中学校の教師に上述の 3 つの価値観のどれを重視しているかを調査している．

ここで，島田・馬場(2013a)と Ernest et al.（1997）の価値観の比較をまとめると次のようになる．

①　Ernest et al.（1997）の考える認識論的価値観は，本研究の数学的価値観に当たる．

② Ernest et al.（1997）の考える社会的，文化的価値観の中の文化的価値観は，本研究の数学的価値観に当たる．残りの社会的価値観は本研究の言う社会的価値観に相当する．

③ Ernest et al.（1997）の考える個人的価値観は，個人が数学の問題解決を通して身に付く忍耐，自信，創造性などであるが，本研究の考える個人的価値観は，個人が生活の中で重視する価値観を表しているところが異なっている．ただし，公平性や責任性などは，本研究の社会的価値観や個人的価値観に相当する．

2.3.3　3 者の考える価値観の関係と本研究の価値観の特性

本研究では，先行研究を基にして，数学的価値観，社会的価値観，個人的価値観の 3 つの価値観に基づく枠組みを構成した．ここでは，Bishop et al.(2000,2001)や Ernest et al.(1997)の枠組みと相互照射することで，本研究の価値観の特徴を明らかにすることであった．

ここで，まず 3 者の基本的立場を振り返っておきたい(表 1-2-6)．この立場に基づいて価値観が生じていることが分かる．

表 1-2-6　島田・馬場，Bishop et al.，Ernest et al.の基本的立場と価値観の対象

3 者	基本的立場	価値観の対象（誰の）	価値観の対象（どの場面の）
島田・馬場(2013a)	絶対主義的な見方ではなく，相対主義的な見方をしている．子どもの問題解決学習で表出する価値観に焦点を当てて価値観を考えている．	児童・生徒の価値観	算数・数学授業の中の問題解決学習
Bishop et al.(2000,2001)	絶対主義的な見方ではなく，相対主義的な見方をしている．包括的，全体的立場で算数・数学教育の価値観を捉えている．	教師の価値観,児童・生徒の価値観，保護者の価値観，国レベル（制度）の価値観	算数・数学授業全般
Ernest et al.(1997)	絶対主義的な見方ではなく，相対主義的な見方をしている．教師が持つ（持ってほしい）算数・数学教育の価値観を考えている．	教師の価値観	算数・数学授業全般

これらをまとめると以下のようになる．

(1) 3 者とも共通している価値観として数学本性に関わる数学的価値観と道徳に関わる倫理的価値観を挙げている．

(2) 島田・馬場(2013a)は，社会に関わる際に学習者が大切にする社会的価値観，個人的価値観を重視している．

(3) 島田・馬場(2013a)は Bishop et al.(2000,2001)の教育制度や国家レベルの価値観と算数・数学授業の構成の際に大切にする価値観（例えば,「少人数グループでの話し合

いの重視」等）を明示していない.

(4)　島田・馬場(2013a)は Ernest et al. (1997)が取り上げている算数・数学を通して育成できる個人的価値観（例えば,「忍耐心」等）を明示していない.

(5)　3 者の基本的立場には共通性と異質性がある.

共通性：数学に対して絶対主義的見方ではなく，相対主義的見方をしている.

異質性：

①　価値観の研究対象は，Bishop et al.(2000,2001) は国家や教育制度などの広い立場から算数・数学教育における価値観を捉えているが Ernest et al.(1997) は教師に持ってほしい算数・数学の授業での価値観を考えており，島田・馬場(2013a)は算数・数学の授業での子どもが表出する価値観について考えている.

②　授業のどの場面の価値観を研究対象にしているかについては，Bishop et al(2000,2001)も Ernest et al.(1997)は，算数・数学授業全般であり，それに対して島田・馬場(2013a)は，算数・数学授業の中の問題解決学習場面である.

ここでいう絶対主義的な見方と相対主義的な見方というのは，Ernest(1991)の主張を参考にしている.つまり，数学に対する絶対主義的な見方とは数学は客観的で中立であり，数学には価値を含まないというものであり，相対主義的な見方とは，数学には価値や文化が含まれていて可謬的であるというものである.

次に個々の比較考察の結果を本研究の枠組みに基づいてまとめると表 1-2-7 のようになる．また，本研究では，Bishop et al.(2000,2001)の重視している一般教育的価値観の中の教育制度に関わる価値観と学校文化の影響を受ける価値観や授業を進める際に大切にすることに関わる価値観と Ernest et al.(1997)の重視している個人的価値観の個人が数学の問題解決を通して身につく忍耐や自信などをとり上げていないが，決してこれらの価値観を

表 1-2-7　本研究の価値観と Bishop et al.，Ernest et al.の価値観の比較

		数学的価値観	社会的価値観	個人的価値観	特徴
Bishop et al. (2000,2001)	数学的価値観	○			社会との関わりについて配慮している.
	数学教育的価値観	△（発展，筋道に関わる価値観）など	△(社会との関わりに関する価値観)など	△（社会との関わりに関する価値観）など	
	一般教育的価値観		△（倫理に関わる価値観）など		教育制度に関わる価値観や授業を進める際に大切にすることに関わる価値観を取り上げている.
Ernest et al. (1997)	認識論的価値観	○			数学的価値観である.
	社会的・文化的価値観	○（文化的価値観）	○（社会的価値観）		
	個人的価値観		△（公平性に関わる価値観）など		個人的価値観は，個人が数学の問題解決を通して身に付く忍耐，自信，創造性などである.

註：○→島田・馬場の価値観に対応している．△→島田・馬場の価値観に部分的に対応している.

否定しているからではなく，むしろ，社会的オープンエンドな問題を用いた問題解決授業を進めていく際に子どもから表出する社会的価値観や個人的価値観に焦点をおいているからである．

2.4　本研究における価値と価値観の再考

1.2 に於いて，黒田(1992)や森岡(1993)の考えを基にして，一般的な意味として，価値とは「そのものが持っている主体の欲求を満足させる性質」を指し，価値観とは，「何にどういう価値を認めるかという主体の判断の基準」を指すと規定してきた．

そして，算数・数学教育における価値や価値観に関する先行研究を考察してきたが，本研究における算数・数学教育の中での価値や価値観の規定はしていなかった．

そこで，ここでは，算数・数学教育という枠の中での本研究における価値と価値観の意味を規定する．上記の黒田(1992)や森岡(1993)の考えを基にして規定した価値や価値観を援用し，価値とは，「数学や社会が持っている子どもの欲求を満足させる性質」を指し，価値観とは,「数学や社会に対して子どもがどういう価値を認めるかという判断の基準」を指すことにする．更には，こうした価値や価値観は，算数・数学教育の中の問題解決過程の中のものに限定して考察する．

2.5　価値と態度，信念，規範との関係

本研究では，価値観とこれに類似した用語である態度，信念，規範との関連を明らかにすることをねらいとし，そのために哲学辞典や心理学事典や社会学事典や教育学事典の中でどのように使われているかを分析した．その結果，次の 3 つのことが明らかになった．

(1)　価値観と態度との関連では，態度には，認知的側面，感情的側面，行動的側面の 3 つの成分があり，態度の根底には，価値や価値観があり，その価値や価値観に沿って行動するのが態度である(相賀,1987,p.456).

(2)　価値観と信念との関連では，信念は態度の認知的側面であり，持続的で安定したものであり (相賀,1987, p.656), 態度の認知的側面である信念もまた価値観が関連している．一方，Bishop et al.(2003)は活動の中における信念(values as beliefs in action)として価値観を見ている(p.725)．すなわち，行動に出て表面化したのが価値観であるという考えである．また，Senger(1999)は信念の中に価値観が横たわっていることを認めている(Bishop et al.,p.724)．つまり，信念には，価値観が関係している．信念は態度の認知的側面や行動的側面と関連し，価値観が根底にあると考える．

(3)　価値観と規範との関連では，規範は何が価値であるかを示しているものであると同時に，これに基づくことによって，価値が実現されるよりどころでもあり(森,1995,p.92),規範にはその根底に価値観が関連している．しかし，黒田(1992)が言うように規範には，

当為の性格もあり，社会的拘束力も持ち合わせている．それに対して，価値や価値観には拘束力はなく，各自の価値観に基づいて行動する点が相違点である．

註

(1) Bishop et al.(2000,2001)を詳しく説明すると，Seah,W.T. & Bishop,A.J.(2000), Bishop,A.J.,FitzSimons,G.,Seah,W.T.& Clarkson,P.(2001)とのことであるが，本節では，島田・馬場と Bishop と Ernest の価値観に対する比較を行うので，比較しやすくするために Bishop et al.(2000,2001)の表現にしている．

(2) この翻訳は，全国数学教育学会シンポジウム資料(広島大学,2013，中和渚(東京未来大学)の翻訳)を参考にしている．

(3) 国際調査とは，国際比較調査「第三の波プロジェクト」による価値観研究のことを指す．この研究では，数学授業における 3 つの価値観のカテゴリー（一般教育的価値観，数学的価値観，数学教育的価値観）にまたがる多様な質問紙を構成し，教師や児童・生徒に調査をしている．この質問紙は，四部からなり，第一部は 65 項目で学習場面，活動などについて重要であると思われる度合いをリッカート尺度で回答する．詳しくは，「第一回春期研究大会論文集，日本数学教育学会，2013,pp.53-74」を参照．

(4) Ernest et al. (1997) を詳しく説明すると, Sam and Ernest(1997)のことであるが，本節では，島田・馬場と Bishop と Ernest の価値観に対する比較を行うので，比較しやすくするために Ernest et al. (1997)の表現にしている．

第 3 節　オープンエンドの問題の先行研究の分析

次に本研究の目的に関係して, オープンエンドな問題について先行研究をレビューする．

最初に，価値観研究で調査したように外国における 4 つの数学教育学会誌と日本における 4 つの数学教育学会誌に社会的オープンエンドな問題が扱われているかを調査した．続いて，島田(1977)の主張するオープンエンドな問題を取り上げ，次に馬場(2009)の社会的オープンエンドな問題と数学的オープンエンドな問題を取り上げ，3 種類のオープンエンドな問題の関係を整理する．

3. 1 外国におけるオープンエンドの問題研究－4 つの数学教育学会誌の分析を通して－

第 2 節の価値観分析同様，4 つの世界的な数学教育学会誌である「*Educational studies in mathematics*」,「*For the learning of mathematics*」,「*Journal for Research in Mathematics Education*」,「*ZDM Mathematics Education*」の 1995 年～2015 年までの 20 年間を調べ, 論文のタイトルに「open ended problem」,「open problem」,「open ended approach」,「open approach」,「open question」などが含まれている先行研究を調査した．その結果が表 1-3-1 である．比較的論文数は少ないことが分かる．

更に，内容を見てみると，数学的に発展させる内容のものや方法の一般化を求めたり，幾つかの課題を同時に与えて多様な方法を求めたりするものが見られるが，飯田（1995）や馬場（2009）が主張しているような社会的オープンエンドな問題は見当たらない．

表 1-3-1　洋雑誌におけるオープンエンドに関する研究の論文数

	open ended problem,open ended approach　etc.
Educational studies in Mathematics	1
Journal for Research in Mathematics Education	0
For the learning of Mathematics	1
ZDM Mathematics Education	3

3.2 日本におけるオープンエンドの問題研究－4 つの数学教育学会誌の分析を通して－

価値観の分析同様，日本の数学教育学会の 4 つの大きな学会誌である日本数学教育学会誌と数学教育論文発表会論文集と臨時増刊数学教育学論究と全国数学教育学会誌の 1995 年～2015 年までの 20 年間を調べ，論文のタイトルに「オープンエンドの問題」,「オープンエンドアプローチ」などが含まれている論文数を調査した．ただし，数学教育論文発表会論文集は 1995-2012 年までを調査し，臨時増刊数学教育学論究は 2013-2014 年を調査した．調査に当たり拠り所にしたのは，CiNII articls(国立情報学研究所)である．その結果が，表 1-3-2 である．

内容を見ると大きく 2 つに分けることができる．1 つは，最初の問題を数学的に発展させていくものと飯田(1995)や馬場(2009)の主張する社会的オープンエンドな問題に関わるものに分けることができる．飯田(1995)や馬場(2009)の主張するような社会的オープンエンドな問題に関わるものとして，飯田(1995),島田(2010)，馬場(2009),島田・馬場（2013a）,島田・馬場(2014)が見られる．

表 1-3-1，表 1-3-2 からは，社会的オープンエンドな問題にかかわるような研究は，日本独特な研究であることが分かる．

表 1-3-2　日本におけるオープンエンドに関する研究の論文数

	オープンエンドの（な）問題，オープンエンドアプローチ等
日本数学教育学会誌	2
数学教育論文発表会論文集	9
臨時論究	1
全国数学教育学会	3

3.3　島田(1977)の主張するオープンエンドの問題

本研究で取り上げる価値観は，オープンエンドの問題の取扱いの中から出てきたものである．従って，オープンエンドの問題の特性について考察しておくことは基盤を固める上

で重要である.

そこで，島田(1977)の主張するオープンエンドの問題の特徴を明らかにする．数学教育におけるオープンエンドアプローチを島田(1977)は次のように規定している.

> 《未完結な問題を課題として，そこにある正答の多様性を積極的に利用することで授業を展望し，その過程で，既習の知識・技能・考え方を色々に組み合わせて新しいことを発見していく経験を与えようとするやり方を意味する.》(pp.9-10)

また，オープンエンドな問題とは，正答が幾通りにも可能になるように条件づけた問題を指す. 反対に教科書の多くの問題は，正答が 1 つしかない. これをクローズドな問題という(p.9).

島田(1977)のオープンエンドな問題には,「数値化の問題(How to measure)」,「分類の問題(How to classify)」,「きまり発見の問題(How to find)」の 3 つのタイプがある(p.215). このタイプの問題を 1 つずつ取り上げて分析してみる.

3.3.1　数値化の問題(How to measure)

(1) ちらばりの問題

A,B,C の 3 人でおはじき遊びをしたら，下の図のようになりました. この遊びでは，落としたおはじきのちらばりの小さい方が勝ちとなります.

この例では，おはじきのちらばりの程度は，A,B,C の順にだんだん小さくなっているといえそうです.

このような場合，ちらばりの程度を数で表すしかたをいくとおりも考えてください.

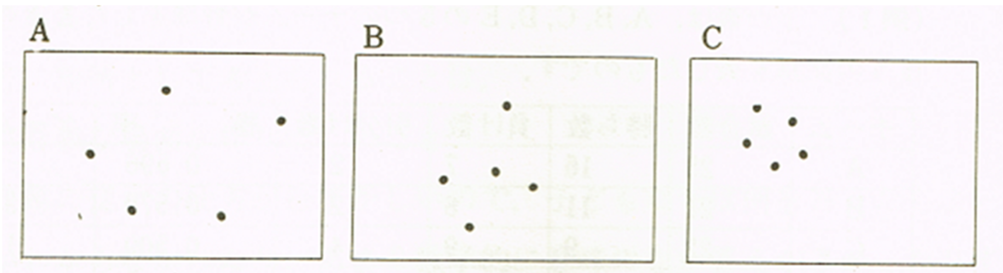


図 1-3-1　ちらばりの問題

この問題に対して次のような説明が見られる.

> 《この場合には，解が一意に決められないので，そのためにある観点を決めて，

それによって数値化の方法がいろいろ考えられる．この問題場面で，散らばりの大小を比較するには，次のようないくつかの方法が考えられる．a)多角形の面積，b)多角形の周の長さ，c)2 点を結ぶ最大線分，d)線分の和，e)任意の点から各点への長さの和，f)円などでおおうときの最小の円の半径，g)座標の導入による平均偏差，標準偏差などによる方法．これらいずれの方法にも長所や欠点が存在する．この課題を子どもに提示したら（中略）一般化のための欠点も子どもから発見させることも，大切なことである．》(pp.38-39)

このおはじきのちらばりの問題は，社会的場面であるが，そこで表出されるのは，a)多角形の面積や b)多角形の周の長さや c)2 点を結ぶ最大線分や d)線分の和や e)任意の点から各点への長さの和や f)円などでおおうときの最小の円の半径や g)座標の導入による平均偏差，標準偏差などの数学的な視点（数学的な仮定）である．実際の授業では，多様な数学的な視点が発表されて，それらの長所や短所が議論され，更に一般性が追求される．

(2)　マラソンの順位付けの問題

Ａ，Ｂ，Ｃの 3 班でマラソン大会をしました．各班の人数は 10 人ずつです．結果は下のようになりました．さて，どの班が 1 位といえるでしょうか．いろいろな決め方を考えましょう．

順番	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
班	A	B	A	C	B	B	C	A	C	C	C	B	A	A	B
順番	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
班	B	C	A	C	B	C	B	B	A	C	A	A	A	C	B

図 1-3-2　マラソンの順位付けの問題

この問題も数値化の問題(How to measure)である．この問題の解説文(pp.72-81)を見ると，社会的価値観に関する言葉は見られない．どのように数値化するのかの説明やそれぞれの方法の長所や短所を議論することについての説明が見られる．例えば，「ベスト 10 までに入った人数の多い順で比べる」という考えが載っているが，何故，この考えにしたのかについては書いていない．「ベスト 10 までに入った人数の多い順で比べる」というのは，数学的な仮定と考えられる．つまり，マラソンの順位付けの問題は社会的な事象を扱っていても数学的な仮定で解決が進んでいるのである．

3.3.2　分類の問題(How to classify)

(1)　立体図形の分類の問題

次の図のような立体があります．ⓘの立体の持つ特徴と同じ特徴を持つ立体をあげ，その特徴も言いなさい．

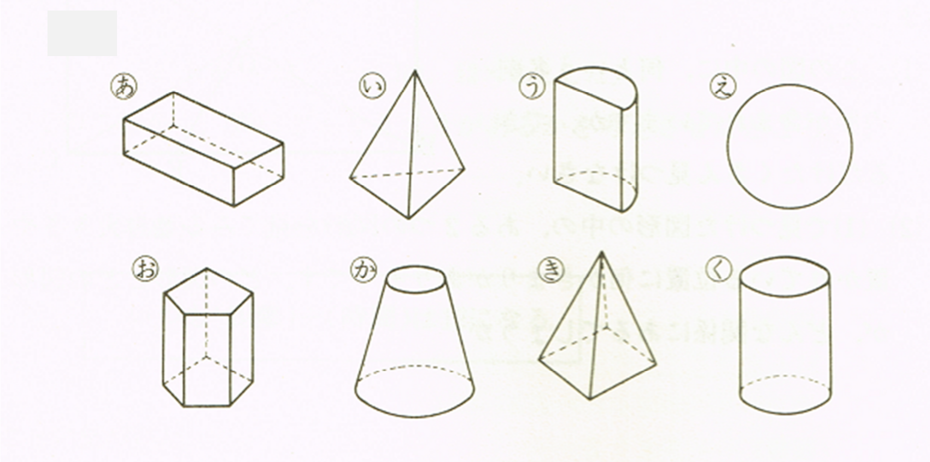


図 1-3-3　立体図形の分類の問題

予想される反応例として角すい，側面の形が三角形，面が 4 つある，正面から見た形が三角形，直線だけで囲まれている，底面に平行な切り口の形が底面と相似などが挙げられている．つまり，この場面に各自が数学的な仮定（図形に関わる構成要素や操作等）を置いて分類整理をすることになる．これはあくまでも，仮定は数学的なものである．

3.3.3 きまり発見の問題(How to find)

(1)　野球の勝敗表のきまり発見の問題

下の表は，A,B,C,D,E の 5 つのチームが野球をしたときのとちゅうの記録を表したものです．

チーム	試合数	勝ち数	負け数	引き分け数	勝率	ゲーム差
A	25	16	7	2	0.696	
B	21	11	8	2	0.579	3.0
C	22	9	9	4	0.5	1.5
D	22	8	13	1	0.381	2.5
E	22	6	13	3	0.316	1.0

表に書いてある数のあいだにはあるきまりがあります．そのきまりをできるだけたくさん書きなさい．

図 1-3-4　野球の勝敗表のきまり発見の問題

この問題は，社会的な事象を扱ってはいるが，求めているのはこの表の中に潜む数学的なきまりである．説明には，5 つの関係が内包されていると説明してある．

①　試合数，勝ち数，負け数，引き分け数の間に加法的関係があること．

②　勝率，勝ち数，負け数，引き分け数の間に乗法的関係があること．

③　ゲーム差は，2 チームの勝ち数と負け数の間の関係であること．

④　試合数の和が偶数であること．

⑤　勝ち数の和と負け数の和が等しいこと．（pp.37-38）

つまり，社会的事象を扱ってはいても，この問題では表の中に潜む数学的なきまりを求めている．その際に，数学的仮定（勝ち数と負け数と引き分け数と試合数には数理的なきまりがあるとすると）に基づいて数学的きまりを考察している．

以上の問題に共通しているのは，社会的事象を扱っている場合も含めて，仮定は数量や図形などすべて数学的であるということである．ここには，数学的な考え方や数学的な内容の一般化を求めているが，本研究で取り組む社会的価値観は議論されていない．

3.4　馬場(2009)の主張する社会的オープンエンドな問題と数学的オープンエンドな問題

一方，馬場(2009)の主張する社会的オープンエンドな問題と数学的オープンエンドな問題とはどのような問題を言うのだろうか．

馬場(2009)は社会的オープンエンドな問題の具体例として，飯田(1995)が社会的価値観が表出する問題として紹介しているメロンの問題を挙げている．

A,B,C の 3 つのチームがゲームをしました．このゲームには 10 個のメロンが賞品になっています．このゲームの結果は次の表のようになりました．あなたならどのように賞品を分けますか．分け方を色々考えてみましょう．

A チーム	B チーム	C チーム
45 点	27 点	18 点

図 1-3-5　メロンの問題（社会的オープンエンドな問題）

飯田(1995)はこの問題を用いて実際に授業をしてみると，平等性やいたわりの情が表出し，点数に応じて比例配分する考えだけではなく，参加した 3 チームに平等に同じ数ずつ分けようという考えや負けた 2 チームには参加賞として 1 個ずつあげて残りを優勝チームにあげようという考えなどが出てくるという．こうした問題は価値負荷的で文脈依存的な問題であり(p.32), 社会的価値観に応じて数学的モデルが構成されるのである. 馬場(2009)は，このように社会に関わり，しかも社会的価値観が表出し，それに応じて数学的モデルが構成される問題を社会的オープンエンドな問題と呼んでいる．

この社会的オープンエンドな問題とは，馬場(2009)によって作られた言葉である．それを「数学的考え方を用いた社会的判断力の育成を目標とした数学的・社会的多様な解を有する問題」(p52)と規定している．そして，同時に数学的オープンエンドな問題を規定し，

社会的オープンエンドな問題との比較を目標，問題，方法という視点から表 1-3-3 にまとめている．

表 1-3-3　オープンエンドな問題の比較

	数学的オープンエンドな問題	社会的オープンエンドな問題
目標	数学的な考え方の育成	数学的考え方を用いた社会的判断力の育成
問題	数学的多様な解を有する	数学的・社会的多様な解を有する
方法	数学的多様な解と一般化,記号化による数学の深まり	数学的・社会的多様な解と価値観に基づく議論による

（馬場,2009）

馬場(2009)は，この表 1-3-3 の「社会的多様な解」とは，予め解の方向性が決定されるのではなく，与えられた問題の枠内で様々に解釈することで得られる多様な解を指し(p.51)，また，「社会的」とはこのような状況が社会的に見られるということで用いる(p.52)としている．

一方，数学的オープンエンドな問題は，数学的な考え方や数学的多様な解やそれらの一般化を求めていることからすると，島田(1977)の主張するオープンエンドな問題と似ている．

そこで，ここでは，島田(1977)の主張しているオープンエンドの問題を社会的オープンエンドな問題に対比して数学的オープンエンドな問題とすることにする．換言すれば，馬場(2009)は，数学的オープンエンドな問題という言葉を島田(1977)のオープンエンドな問題を想定して使い，社会的オープンエンドな問題との対比でそれぞれの特徴を明らかにしたものと思われる．

次に，社会的オープンエンドな問題と数学的オープンエンドな問題の相違を「仮定」という視点で考察する．なお，仮定という視点は，表 1-3-3 には見られない．

3.5　社会的オープンエンドな問題と数学的オープンエンドな問題の規定

島田(1977)の考えるオープンエンドの問題に 3 つのタイプがある(p.215)が，すべての問題に於いて何らかの数学的な仮定に基づいて数学的モデルが構成されていることが分かった．

これに対して，社会的オープンエンドな問題では，どのような仮定を用いているのだろうか．それは，社会的価値観である．このことを数学的仮定に対して社会的仮定ということにする．社会的オープンエンドな問題は，社会的価値観（社会的仮定）に基づいて数学的モデルが構成される．島田(1977)のオープンエンドな問題を社会的オープンエンドな問

題（馬場, 2009）に対比して数学的オープンエンドな問題としたが，数学的オープンエンドな問題と社会的オープンエンドな問題を仮定に着目して図に表すと図 1-3-6 [(1)] のようになる．

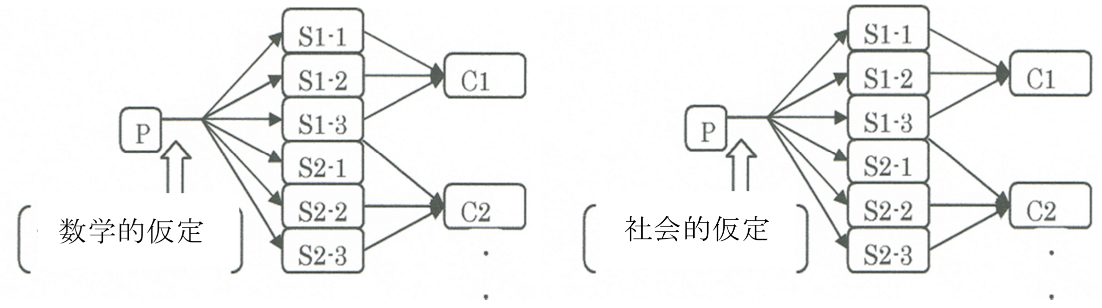


図 1-3-6　数学的オープンエンドな問題と社会的オープエンドな問題の比較

3.6　本研究と能田(1983)のオープンアプローチ研究との関係

本研究の社会的オープンエンドな問題に関わる日本での算数・数学教育におけるオープンアプローチの研究として著名な能田(1983)の見解との相違にも触れておきたい．能田(1983)は，小学校中学年の除法の問題を下記のように取り上げている(pp.91-92).

《隣のおばさんからみかんを 12 こもらいました．私と両親 3 人で分けます．どのように分けたらよいでしょうか．いろいろな場面を考えてみましょう．

（ア）等分する場合

（イ）等分しない場合

次に，子どもの中には等分しない分け方を考えるものもいるであろう．子どもの必要性，関心に応じて，いろいろな分け方を工夫させることも思考を練ったり，創造性の伸長を図る上で大切であろう．そして，後者の方（等分しない場合）が積極的な個人差に応じた指導で，先に述べた方（等分する場合）は，どちらかというと消極的な指導であるといえよう．そして，これから述べるものこそ，個性豊かな人間教育に必要な面ではなかろうか.

① 子どもなりに考えるところがあって，お父さんに一番多く，次に私，そしてお母さんと順に 1 つずつ差をつけて配るという場合，あるいは 2 つずつ差をつけて，さらに 3 つずつ差をつけて配ることが考えられよう．

② あるいは，自分を一番多く，次にお母さん，そしてお父さんといったように，多い順番をきめて配るとしたら，その順序の問題が関連して考えなければなら

なくなるであろう．

③　さらに家族の状況やその家庭の事情で，半分は明日に残しておくことや，あるいは，さらに，お隣の子どもに 2 つ分けてあげて，残りを分けるといった場面が考えられる．

問題の状況に応じて，問題設定ができ，それに応じて計算ができ，適切な対応ができることが大切であろう．これらのことができるような力を子どもにつけさせる指導がここでのオープンアプローチでねらっていることであり，しかもそれを効果的に行うところに，ここでの展開の特徴があると言える．》(pp.91-92)

能田(1983)は個人差や創造性という視点からオープンエンドな問題，つまり等分する場合だけではなく，等分しない場合も重要視していて，本研究で取り上げている「ケーキの問題」に似ている．しかし，能田(1983)は，本研究で主張する社会的価値観という視点からの言及はしていない．恐らく，能田（1983）が指摘する等分しない場合には，それらの背後にその子なりの社会的価値観があるに違いない．本研究は，能田(1983)の考えを尊重しながら能田(1983)が意識していないと思われる社会的価値観を顕在化し，生かす方向で研究を進めていくものである．これが能田(1983)との違いである．

註

(1)　図 1-3-6 の P,S,C の意味は，P:問題(problem)，S:解決(solution),C:解答(conclusion)を指す．なお，図 1-3-6 の C1，C2 のようにまとまらずに正しい解答が更に複数生じることも考えられる．なお，この図は入澤(2009)の考えを元にして修正している．

第 4 節　本章のまとめ

本章では，価値と価値観及び社会的オープンエンドな問題に関する先行研究を分析して本研究における価値と価値観及び社会的オープンエンドな問題を定義し，その特徴を明らかにした．

第 1 節では,「価値と価値観に関する先行研究」を取り上げ, 最初に, 哲学者の黒田(1992)の考えを考察し，更に社会学者の森岡（1993）の考えを基にして，本研究における価値と価値観を「価値とはそのものが持っている主体の欲求を満足させる性質」を表している．また，価値観とは，「何にどういう価値を認めるかという主体の判断の基準」をさす．したがって本研究では子どもが持つ判断基準という意味で「価値観」を使うようにした．次に本研究における社会的価値観の内包を明らかにするために，心理学視点，教育学視点を参考にしながら社会的価値観の枠組作りを行った．特に，心理学者のシュプランガー(1961)の 6 種類の価値観類型を基にして枠組み作りを行った．

第２節では，算数・数学教育における先行研究を調査し，社会的価値観を扱っている研究があるのかについて外国の数学教育学会誌と日本の数学教育学会誌を調査した．その結果，外国の数学教育学会誌には，問題解決における子どもの社会的価値観に焦点化した研究は見当たらなかった．日本に於いては，数学的価値観の研究はあったが社会的価値観についての研究は，島田(2010),島田・馬場（2013a,2013b,2014）,馬場（2007，2009）だけに見ることができた．

そして，次に，算数・数学教育における重視すべき数学的価値を考察するために，中島（1981）やユネスコの報告書(1979)やビショップ(1988)らの研究を参考にした．特に，中島(1981)の簡潔，明確，統合は日本の算数の学習指導要領の目標に入れられていることが分かり，本研究での数学的価値観はこの数学的価値を基にすることにした．

そして，算数・数学の授業で重視すべき価値観として，数学的価値観，社会的価値観，個人的価値観と同定し，価値観の相と事例にまとめた．

算数・数学教育で価値観研究の重要性を示し，３つの価値観を重要なものとして述べている島田・馬場(2013a)と Bishop et al.（2000,2001）及び Ernest et al.(1997)の考える価値観との比較を通して，島田・馬場(2013a)の考える価値観の特徴を明らかにした．比較する視点として，3 者の基本的立場と価値観の対象を取り上げた．

① 3 者とも共通している価値観として数学本性に関わる数学的価値観と道徳に関わる倫理的価値観を挙げている．

② 島田・馬場(2013a)は，社会に関わる際に学習者が大切にする社会的価値観，個人的価値観を重視している．

③ 島田・馬場(2013a)は Bishop et al.(2000,2001)の教育制度や国家レベルの価値観と算数・数学授業の構成の際に大切にする価値観（例えば,「少人数グループでの話し合いの重視」等）を明示していない．

④ 島田・馬場(2013a)は Ernest et al.(1997)が取り上げている算数・数学を通して育成できる価値観（例えば,「忍耐心」等）を明示していない．

⑤ 3 者の基本的立場には共通性と異質性がある．

共通性：数学に対して絶対主義的見方ではなく，相対主義的見方をしている．

異質性：Bishop et al.(2000,2001)は国家や教育制度などの広い立場から算数・数学教育における価値観を捉えている．Ernest et al.(1997)は教師に持ってほしい算数・数学の授業での価値観を考えている．島田・馬場(2013a)は算数・数学の問題解決学習における子どもが大切にする価値観を考えている．

第 3 節では，世界の 4 つの数学教育学会誌に社会的オープンエンドな問題が扱われているかを調査した結果，扱われていないことが分かった．また，日本の 4 つの数学教育学会誌では，島田(1977)の流れをくむオープンエンドの問題が多く，社会的オープンエンドな

問題は全て飯田や馬場や島田のものであった．

次に，馬場(2009)の主張する社会的オープンエンドな問題，数学的なオープンエンドな問題と島田(1977)の主張するオープンエンドな問題を比較し，それぞれの関係と特徴を明らかした．次の点が明確になった． (1)島田(1977)の考えるオープンエンドな問題は何らかの数学的な仮定に基づいて数学的モデルが構成されていることが分かった．これに対して，社会的オープンエンドな問題では，社会的価値観などの社会的仮定に基づいて数学的モデルが構成される．(2)仮定の違いにより，島田(1977)のオープンエンドな問題を社会的オープンエンドな問題に対比して数学的オープンエンドな問題とした．

また，両者にはそれぞれにねらいがあることも分かった．数学的オープンエンドな問題は，数学的な広がりや発展をねらいにしており，一方社会的オープンエンドな問題は，数学的広がりよりも，社会の問題を社会的価値観と数学的モデルで解決することにねらいがあることが分かった．

また，オープンアプローチの研究で著名な能田(1983)との比較では，能田(1983)は，等分する場合だけではなく，等分しない場合の問題を扱うことの重要性を指摘していて，その点は本研究で扱うケーキの問題と似ているが，能田(1983)は，社会的価値観に意識を向けていない点が本研究との相違である．

次の第 2 章では，社会的オープンエンドな問題を用いた授業に関する基本的構成要素を明らかにする．

第 2 章　社会的オープンエンドな問題を用いた授業における構成要素の考察

第 1 章では，本研究の中核に位置付く社会的価値観，社会的オープンエンドな問題について，先行研究に基づき考察した．本章では，それらを用いて多様な価値観に取り組む力を育成するために授業を構成する基本的構成要素を考える．

第 1 節では，授業に関する構成要素について概観し，「目的（目標）」，「内容」，「方法」，「教師」，「子ども」，「評価」を授業に関する構成要素として捉え，これらについて考察する．第 2 節では，内容面としての社会的価値観が表出する社会的オープンエンドな問題のカテゴリーを研究する．社会的オープンエンドな問題のカテゴリーは馬場(2009)により研究されてきた．馬場(2009)は分配の問題をカテゴリーとして挙げているが，この節では更に他にどのようなカテゴリーが考えられるのかを研究する．第 3 節では，内容面としての社会的オープンエンドな問題の特性について考察する．第 4 節では，方法面としての授業の構成要素としての数学的モデリングを考察する．数学的モデリングを方法として位置づけ，社会的オープンエンドな問題と数学的モデリングとの関係，社会的価値観と数学的モデリングとの関係を取り上げる．第 5 節では，社会的オープンエンドな問題を用いたときの教師の役割（価値観・数学的内容・子どもの扱い）について考察する．価値観指導における教師の役割を宇佐美（2013）や山田(1999)や ブルーム他(1971)を基にして考察する．授業の基本的構成要素としての「子ども」については，社会的オープンエンドな問題を解決する際にどのように考えるのか，特に社会的価値観や数学的モデルの実態については第 3 章以降で，とりわけ第 4 章で集中的に取り上げる．

第 1 節　授業に関する構成要素

最初に，一般的な授業における構成要素を明らかにし，その中で特に社会的オープンエンドな問題を用いた授業を展開する上で考慮しなければいけない要素について明らかにする．一般的に授業の構成要素とは，「授業の三角形モデル」（図 2-1-1）では，授業の基本的構造を 3 つの構成要素である「教師」，「子ども」，「教材」において捉え，授業はその三者の相互関係の中で行われる．しかし，このモデルは，授業過程における他の基本的構成要素（例えば授業の目標など）やそれらの関連が欠落している（吉本,1981, p.47）．

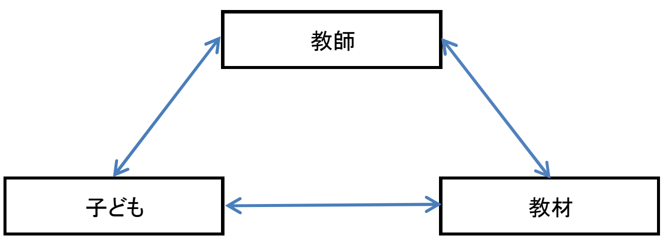


図 2-1-1　授業の三角形モデル
（吉本, 1981）

中原(1995)は授業の構成要素として，授業の三角形モデルとしての「教師」,「子ども」,「数学」（教材）を挙

げて，更に，授業の三角形モデルの周辺に，「目標」，「内容」，「方法」，「評価」などを挙げている．吉本（1981）が指摘している授業の三角形モデルで言われている３つの要素（「教師」，「子ども」，「教材」）だけでは不足している要素，「目標」，「内容」，「方法」，「評価」も取り上げている．

一方，高久(1969)は，教科教育学を考える視点として，人間形成的意義，この土台の上に内容論，方法論，人間学的・心理学的及び専門科学的視点の重要性を挙げている．人間形成的意義とは，中原(1995)の「目標」に関わり，内容論は「内容」に，方法論は「方法」に，人間学的・心理学的視点は「子ども」の心情面や心理面に，専門科学的視点は「数学」に当てはまるものと思われる．そこで，授業の構成要素として，本章では，「目標（目的）」，「内容」，「方法」，「教師」，「子ども」，「評価」を捉え，これらについて考察する．

最初に，授業の構成要素としての「目標」について考察する．「目標」に関連して，中原(1995)は，「数学教育の目的の階層」（図 2-1-2）について，次のように説明している．「直接的な目標としては，概念形成や原理・法則などの意味の理解に最も力を入れるものである（略）そうした授業を通して，一般的には，子ども達の数理構成能力を育成することを目的としている．（略）数理的構成能力の育成は，人間に内在している能力，可能性を引き出し，発達させるものであり，そういう意味で自己実現につながり，人間形成につながるのである」(pp.19-20).

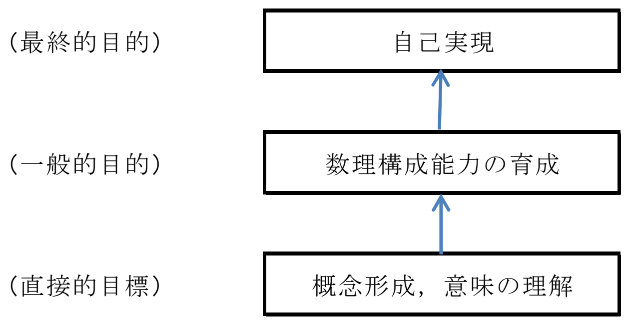


図 2-1-2　数学教育の目的の階層
（中原, 1995）

同様に，社会的オープンエンドな問題を用いた授業でも，各時間の目標があり，そうした授業が繰り返されて，序章で述べている３つの力(「価値観に基づく数学的モデルを構成する力」，「価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力」，「価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力」）が達成されてくると考えるのである．各時間の目標は，具体的な問題に応じた社会的価値観や数学的モデルの表現が求められ，お互いに違った価値観や数学的モデルの存在を知り，各自が自分の責任で社会的価値観と数学的モデルを選択することになる．従って，「目標」については，中原(1995)の考えと同様に階層性があると考えている．詳しくは，第３章の社会的価値観の階層性で述べる．

次に，授業の構成要素である「内容」について考察する．通常の授業であれば，数学的内容（教材）だけを考慮すれば良いのかもしれないが，社会的オープンエンドな問題を用いた授業の場合には，「社会的オープンエンドな問題」，「価値観」，「数学的内容」の３つを扱う必要が出てくる．この３つ共に，重要な内容であり，この３つを考えることなしに，

よりよい授業は不可能だからである．このうちの「価値観」については，その重要性から第 3 章でその特性を詳しく扱う様にし，本章では扱わないことにした．「数学的内容」については，多様な価値観に取り組む力を分析的に考察したり，教師の数学的内容の取扱いや第 4 章の具体的な社会的オープンエンドな問題を用いた授業で数学的モデルを取り上げたりするので，節を立てて考察しないことにする．ただし，2 つだけ述べるとすると，1 つ目は社会的オープンエンドな問題を用いる場合には，用いられる数学的内容は，既習の全ての数学的内容になる．2 つ目は問題によっては，将来の数学に繋がるアイデアを子ども達が考えだす場合があるので，これに留意する必要がある．このことについては，第 4 章で実際に子どもが表出した考えを基にして詳しく説明する．「社会的オープンエンドな問題」については，社会的オープンエンドな問題のカテゴリーや社会的オープンエンドな問題の特性について第 2 節と第 3 節で考察する．

「方法」については，数学的モデリングを取り上げて，社会的オープンエンドな問題と数学的モデリングとの関係，社会的価値観と数学的モデリングとの関係を取り上げて考察する．「教師」については，価値観，数学的内容，子どもへの対応を取り上げる．

「子ども」については，子どもによる数学的モデルの表現や価値観の表現と変容などを考察する．「子ども」については，本章では扱わずに，第 3 章，第 4 章，第 5 章で具体的な実践例を基にして考察する．特に第 4 章は子どもの社会的価値観と数学的モデルの多様性の実態を明らかにするので，その中で「子ども」について取り扱うようにする．

「評価」については，「目標」と関係する．階層性に応じた評価を考慮する必要がある．第 3 章では，価値観や数学的モデルの変容性を考察するので，このことは評価の場面でもあるし，また本研究の全体的な目的が多様な価値観に取り組む力の育成に焦点化しているので，その評価は第 5 章でも取り上げる．

第 2 節　社会的価値観が表出する社会的オープンエンドな問題のカテゴリー

ここでは内容に当たる社会的オープンエンドな問題について考察する．このような社会的オープンエンドな問題は偶然性に支配されているのではなく，共通の特徴を有しているのかに注目する．社会的オープンエンドな問題のカテゴリーについては，馬場(2009)により分配の問題が挙げられている．馬場はその中で，資源の有限性の中で分配する必要から生じる社会的価値観や分配の仕方について論じている．ここではこのような社会的オープンエンドな問題の他のカテゴリーについて検討する．ここでの問題のカテゴリーは，「分配」，「ルール作り」，「選択」，「計画・予測」(1)の 4 つである．

第 1 章で整理した社会的価値観を具体化するために，カテゴリー毎に問題を取り上げ，そこに表出する社会的価値観について検討する．

2.1　分配のカテゴリーの問題

ものの分割・分配は人類の歴史と共に古く，大きな意味を持ち続ける問題である．分配する際のメンバーは，空間的・時間的な広がりを持ち，前者は，子どもの身近な場合から国際的な場合まで広く捉えることができ，後者は，現代社会から未来社会の問題まで広く捉えることができる．

【ケーキの問題】[2]

価値観が発揮される相：【他の人との関わりに関すること】

価値観の具体例：「平等・公平性」，「思いやり」，「多様性」

これ(図 2-2-1)は池田（2007，p.5）に見られる問題を修正したものであるが，本研究では子どもの社会的価値観として，祖父母思い，子ども優先，大人優先などの「思いやり」による価値観とすべての人のことを考える「平等・公平性」に関わる価値観が想定される．

私の家族は，おじいさん，おばあさん，お父さん，お母さん，妹と私の 6 人家族です．ケーキを 5 個もらいました．このケーキをあなたは，どのように分けてあげたいですか．また，そう考えたわけもかきましょう．

ケーキ（5 こ）

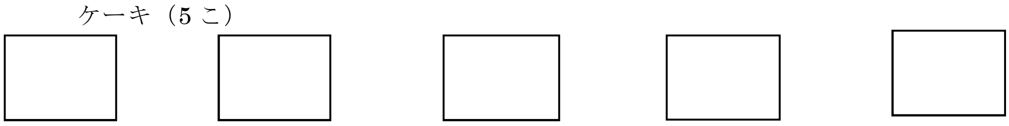


図 2-2-1　ケーキの問題（分配のカテゴリーの問題）

池田(2007)は，このケーキの問題を算数の授業で取り上げたい問題として紹介している．仮定の設定の仕方をねらいとして，この問題は仮定が曖昧であるので,「現実場面をイメージしていろいろな分け方を考えてみよう.」として，多様な考えを発表させ，そこにどのような仮定が設定されているのかを議論させるとしている．

（1）一人：5／6 個

（2）妹と私：3／2 個，残りの 4 人：1／2 個

（3）おとうさん：3／2 個，妹と私：1 個，残り 3 人：1／2 個

（4）妹と私：1／2 個，残りの 4 人：1 個

（5）1 個のケーキを買ってきて 1 人 1 個

（6）2 個は近所にお裾分けして 1 人 1／2 個

そして，これらの解答を，教師が意図的に次の 3 つのグループに分ける．

第 1 グループ：(1)

第 2 グループ：(2)（3)（4)

第 3 グループ：(5)（6)

「第 1 グループ（1 人，5／6 個）だけが答えになるようにするには，どのような仮定を設定すればよいでしょう.」といった発問をして仮定を考えさせるとしている.

しかし，池田(2007)は子どもの社会的価値観という視点をこの問題解決に導入はしていない.

2.2　ルール作りのカテゴリーの問題

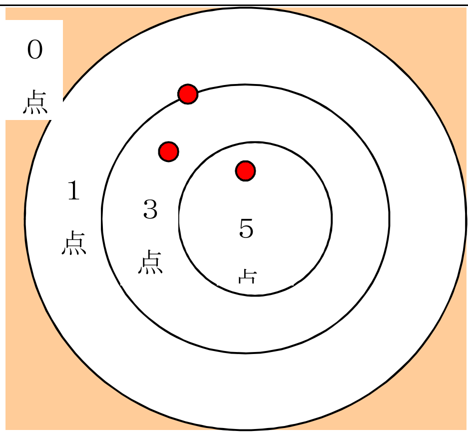
日常生活を円滑に行うために，ルールを作る場合がある．その際に，価値観が関わってくる．平等・公平なルールを作ったり，弱者のことを考えてルールを作ったりする．例えば，消費税を考える場合にも，全ての人のことを考えて平等・公平な視点からのルール（政策）もあれば，一方では弱者にも配慮したルール（政策）もある.

【的当ての問題】

価値観が発揮される相：【集団や社会との関わりに関すること】

価値観の具体例：「公正・公平・平等性」，「思いやり」，「多様性」

文化祭でクラスイベントをすることになりました．的当てを準備し，参加した人に点数に応じた景品をあげることになりました．的から，どの程度離れるのか等を話し合い，的の点数も決めました．点数に応じた景品も決めました．投げる回数は 3 回にしました．点数に応じた景品は，次のようにしました．合計点数に応じて，下のような賞品がもらえます.



13 点以上：好きな物を 3 個とれる.

10 点から 12 点まで：好きな物を 2 個とれる.

3 点から 9 点まで：好きな物を 1 個とれる.

1 年生の子どもは，図のようになりました．あなたはこの 1 年生に何点あげますか．あなたの考えを書きましょう.

図 2-2-2　的当ての問題（ルール作りのカテゴリーの問題）

図 2-2-2 では，子どもの社会的価値観として，1 年生思いなどの「思いやり」による価値観とすべての人のことを考える「平等・公平性」に関わる価値観が想定される.

2.3　選択のカテゴリーの問題

人生の中で岐路に立たされる時，選択することが求められる．Seah(2012)はこのような

選択する時に価値観が関わると述べている．例えば，買い物の場面で何を買うのかは考え方次第である．人により，選択するものが異なるのは，その人の価値観によると思われる．

【紙飛行機の問題】(3)

価値観が発揮される相：【集団や社会との関わりに関すること】

価値観の具体例：「安定性」，「確実性」，「卓越性」，「多様性」

東小学校では，毎年紙飛行機大会を行います．

6 年 1 組では，ななさん，つとむさん，ゆみさんの 3 人の中から，出場する選手を 1 人選ぼうとしています．3 人の練習の記録は，下の表のようになっています．

あなたなら，どの選手を選びますか．選んだわけも書きましょう．ただし，本番は 1 回しかとばせるチャンスがありません．

紙飛行機					
	1 回目	2 回目	3 回目	4 回目	5 回目
なな	10m	15m	14m	16m	8m
つとむ	14.5m	14m	13m	13.5m	9m
ゆみ	12m	13m	11m	12m	12.5m

図 2-2-3　紙飛行機の問題（選択のカテゴリーの問題）

子どもの社会的な価値観には，「安定性」・「確実性」・「バランス性」と「卓越性」・「優秀性」が想定される．

2.4　計画・予測のカテゴリーの問題

近い将来，遠い将来に関して予測したり計画を立てたりすることは重要である．その時，これまでのデータを使って予測をする場合もあるだろうし，近未来であれば既にある情報の中から選択して計算する場合もあるだろう．確定していないものの中から選んだり予測したりすることは価値観を伴う．

ここに挙げた計画・予測問題とは，遊園地や動物園や遠足・修学旅行などで決められた時間の中でどのような場所を選択して回ってくるかを考える問題である．子どもの社会的価値観には，「快楽性」，「経済性」などが想定される．

例えば，次のような問題が考えられる．

【遊園地の問題】(4)

価値観が発揮される相：【個人に関すること】

価値観の具体例：「快楽性（愉悦性）」，「経済性」，「多様性」

遊園地で遊ぶ計画を立てましょう．

それぞれの乗り物の乗車時間は，絵の中のとおりです．

乗り物から乗り物へ移動する時間は，5 分間です．また，休みの日の待ち時間は，下のとおりです．

コーヒーカップ：5 分間
ゴーカート：10 分間
ジェットコースター：10 分間
ボート：0 分間
かんらん車：20 分間
回転木馬：15 分間

10 時に入り口から出発して，11 時 30 分までに入り口にもどってくる計画を立てましょう．

図 2-2-4　遊園地の問題（計画・予測のカテゴリーの問題）

註

(1) 島田（2009）では，社会的オープンエンドな問題を「分配問題」，「ルール作り問題」，「選択問題」としていたが，島田・馬場(2013a)では，「予測問題」を追加した．しかし，小学生用の予測問題の開発が難しいため，本研究では「計画・予測問題」として 4 つのカテゴリーにしている．中学校や高校のカリキュラムのことを考えて削るのではなくて「計画・予測問題」として残しておくことにした．

(2) この問題は，ICME10(2004)において，フロイデンタール研究所の Gravemeijer の講演の中で取り上げられた問題である．それを池田(2007)が紹介したものである．

(3) この問題は，教科書（大日本図書，2012，6 年下）で開発された問題を修正したものである．

(4) この問題は，教科書(教育出版，2012，3 年上)で開発された問題を修正したものである．

第 3 節　社会的オープンエンドな問題の持つ特性

前節では社会的オープンエンドな問題をカテゴリー毎に見てきた．いずれも日常生活や

社会の中で見られる場合で，ある種の判断が求められている．ここではこれらの内容が共通して有する特性について考察したい．

ここで，「問題の特性」とは，問題そのものの特性のみならず，問題解決の目標，取扱い方も想定しながら考える．つまりどのようなことを目指して問題を取り上げるのかは問題の特性と密接に関わり，また目標や問題はその取扱いがあって初めて生かされるからである．つまり問題を通して，その目標や取り扱いを総合的に捉えることが本研究で行うことである．そのために文献研究法を用いて，まず「社会的」と「オープンエンド」に分けて分析し，論点を整理する．算数・数学教育における社会性・社会的側面を扱ったもの，オープンエンドな問題解決を扱う中で価値観，特に社会的価値観を指摘しているものを選出する．具体的に，第 1 章でも取り上げている研究者も含め，飯田(1985,1995), 飯田・山下他(1995), 馬場(2009), 平林(1986), 岩崎(2006), 長崎他（2001）, Bishop(1988),Ernest(1991), Howson (1993), Palm(2008), Brown(1984), McGinty and Meyerson(1980)などが選出され，それらの議論を分析する．最後にそれらを総合的に論じる．なお，社会的価値観を指摘してはいないが，本研究の社会的オープンエンドな問題に関わるオープンエンドの問題に関する研究者として島田 (1977), 入澤(2009)の議論も分析する．

3.1　社会的文脈[(1)]の重視(算数・数学教育の目標との関連)

3.1.1　社会的文脈に関わる先行研究の分析

算数・数学教育における社会的文脈を重要視する研究として，平林(1986), Bishop(1988), Ernest(1991), Howson (1993), 長崎他（2001），岩崎(2006), 馬場(2009)が挙げられる．

平林(1986)は，算数・数学教育と社会との関連を重視して，「没価値的」から「価値的」にすべきことを述べている．

> 《教育価値は「社会」という要因と最も関連している．（略）数学教育の総合的整備，価値観の確立，とくに社会的観点からの数学教育への近接，これらの面においては，我が国の数学教育の研究は，これまでかなり低調であったように思われる．しかしながら，この研究は「数学教育学」の最も基礎的な部分であることを知るべきである」(p.4), 「教科教育学は，まず教育目標論を基礎に設定することから始まる．そこでは，前述の「教科」「子ども」「社会」のうち，とくに「社会」の要因が最も強く関連してくる．それは，教科内容の選択基準を与え，子どもの学習価値を定める．従って，「社会」の観点が欠落するとき，教科内容の学習価値は不透明になり，子どもは無用なものの学習に無駄な精力を使うだけでなく，本来無用であるがゆえに，有効に学習されることもない.》（p.8）

これは数学教育に関して論じているものと思われるが，算数教育においても考慮しなけ

ればならない．更には，平林(1986)は，文章題のような社会的場面を子どもに投げかけた場合には，数値だけではなく，社会的文脈そのものにも配慮すべきことを述べている．

《文章題でも，「与えられたもの」はデータだけでなく，文脈そのものも与えられたものである．例えば，「100 円玉をもって文房具店へ行きました．60 円の鉛筆を買いました．おつりはいくらでしょう」といった問題を子どもに与えた時，子どもの中には，「どこの店に行ったのだろう」とか，「どんな鉛筆を買ったのだろう」とか考えているものがあるかもしれない．そうした意見を一切シャット・オフして 100-60 という計算だけに子どもを追い込もうというのは，ほとんど暴力的な規制とさえいえる.》(p.70)

Bishop(1988)も平林(1986)同様，社会的文脈の重要性を指摘している．Bishop(1988)は「数学カリキュラムは何らかの形で子どもの環境世界や子どもの社会の中に基盤づけられる必要がある」(p.168)や「身近でかつ興味を引かせる身の回りの場面において課されるべきである」(p.177)と述べて，社会的文脈と算数・数学との関わりを重視している．更に，数学的文化化の過程を 5 つに細分化し，その中の 1 つに下記のように社会的文脈の重要性を挙げている.「数学的文化化の過程は，人と人との間柄的かつ相互作用的で，社会的文脈が重要なものとして考慮され，(略)」(p.205)とある．

Ernest(1991)も社会的文脈の重要性を指摘している．学校数学が学習者の文化や生活を大事にするべきであると述べているし，更には，日常生活の中で扱われる数学が抽象的な数学よりも劣っているとは思えないことも述べている．

《「高級な」文化はもはや大衆的または「人々の」文化よりも価値があるというものではないということである．これは，実際的または文化的に埋め込まれた知識と，学問的な知識の間の区別に拡張する．後者はその理論的な構造のために価値があるが，これは人々の文化や生活や条件の一部として価値がある前者を犠牲とするものではない.》(p.93)

数学を社会的文脈の中で扱うことの重要性を指摘している．

Howson(1993)もまた，数学を社会的文脈の中に置く事を強調している．

《数学が実際の問題を解くのにいかにして使うことができるかを示す必要性や数学を実生活の文脈の中で指導することの望ましさが，強調されていることにある.》(p.8)

長崎他(2001)も社会的文脈の重要性を指摘し，社会的文脈と算数・数学のつながりを強調している．そして，算数・数学を社会的文脈に生かそうという数学的モデル化の研究を行っている．長崎他(2001)は，日本の子ども達が算数・数学を社会的文脈の中で使っていく力が弱いことを調査によって明らかにし，社会的文脈の中で算数・数学を扱うことの重要性を強調している．

岩崎(2006）も社会的文脈の重要性を述べている．岩崎(2006)は，小学校算数科は，生活の問題を解決することであることを述べて，社会的文脈による問題解決を重視している．つまり，算数教育は，日常生活の必要性に応ずるものであり，リアリズムに基づき現実的な内容を扱うものである（岩崎,2006)．

馬場(2009)は，子どもの社会生活の広がりの中での問題解決に着目し，Skovsmose(1994)の子ども自身の生活から家族の一員としての生活へ更には社会の一員としての生活へと子どもの生活が広がっていくことを紹介している(図 2-3-1)．そうした社会の広がりの中で生起する問題を他者と関わりを持ちながら問題解決することの重要性を示している．ここで「社会」的な文脈は，子どもの身近な文脈から次第に広く社会的な文脈へと拡張し，それに伴って扱う問題も，学校の中で起こる問題であったり，家庭で起こる問題であったり，子どもにとって身近な社会の問題であったりする．更には，社会を広く捉えて，日本のある地域に起こる問題を取り上げたり，世界の問題を取り上げたりする．例えば，環境問題，福祉問題，人口問題，経済問題（南北問題）なども対象に含める．

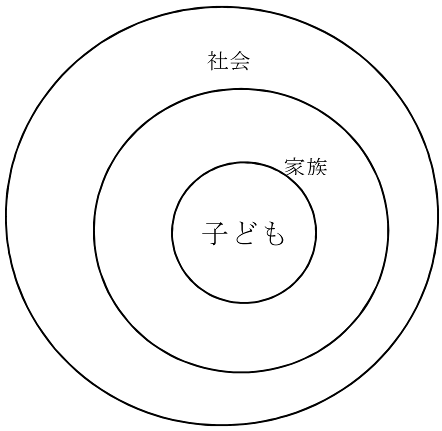


図 2-3-1　子どもの社会の広がり
（馬場，2009）

馬場(2009)は，「社会的に」という意味を次のように説明している．

> 《ここで社会的に多様な解とは，後に挙げる分割のように予め「等しく」と解（の方向性）が決定されるのではなく，与えられた問題の枠内で様々に解釈をすることで得られる多様な解を指す．ここでの「社会的に」は，このような状況が社会的に見られるということで用いるが，そのことは目標とも関係する．つまりこのような問題によって育成する社会的判断力は，それら条件や解を含めて議論したり選択したりすることができる力を指す.》（pp.51-52）

以上の先行研究をまとめると,日常的知識と数学的知識の考察，数学を日常場面で考察す

る，いわゆる活用力の育成，そのために社会的文脈を重視することを論じている．社会的文脈は算数・数学教育の中で重要な一側面であり，社会的文脈の中で算数・数学を活用することは，算数・数学教育の目標(2)とも関わる重要なことである．社会的オープンエンドな問題にはそれ自身に「社会的」とあるように算数・数学教育の目標と関連する社会的文脈を特徴の 1 つに挙げることができる．

3.1.2　社会的オープンエンドな問題と社会的文脈

さて，先行研究を基にして社会的文脈の重要性について明らかにしたが，ここで，先に開発した社会的オープンエンドな問題について社会的文脈という視点から考察してみたい．

分配のカテゴリー問題のケーキの問題は，家族のメンバーである祖父母，両親，妹と私の 6 人で 5 つのケーキを分ける問題であるので社会的な文脈の問題である．ルール作りのカテゴリーの問題の的当ての問題は，1 年生が 3 回投げた結果，5 点のエリアと 3 点のエリアと 1 点と 3 点の線上に当たった場合の合計点数を求める問題であり，合計点数に応じて景品が変わってくる社会的な文脈の問題である．選択のカテゴリーの問題の紙飛行機の選手を選ぶ問題は，3 人の実際の練習のデータから一人を選ぶ問題であり社会的な文脈の問題である．計画・予測問題のカテゴリーの遊園地の問題は，午前 10 時から午前 11 時 30 分までにどのように遊ぶ計画を立てるかをデータを基にして考える問題であり，社会的文脈の問題である．

3.2　問題の真正性

3.2.1　問題の真正性に関わる先行研究の分析

飯田(1985)は, 社会的オープンエンドな問題を記号論的視座から分析している. 一般に, 記号論(3)の分野には，構文論(syntax)，意味論(semantics),語用論（pragmatics）がある（岡田,2000）.

飯田(1995)は，オープンエンドな問題の中にあったメロンの問題(図 1-3-5)に着目し，このメロンの問題をこれらの視座から分析した(図 2-3-2).

10 個のメロンを 45 点, 27 点, 18 点という得点の 3 チームに分ける. （語用論的水準）pragmatics	10 個のメロンを 45 点，27 点，18 点という得点と同じ比に分ける. （意味論的水準）semantics	10 を 5：3：2 に分解する. （構文論的水準）syntax

図 2-3-2　「メロンの問題」に関する記号論的水準

（飯田，1995）

飯田(1995)は, 通常, 各単元の中では, 意味論的水準における問題解決によって意味理解が図られ，構文論的水準によって技能の習得がなされ，その記号の使用者の観点まで含める語用論的水準における問題解決は，通常の単元の中ではほと

んど考慮されないと指摘している．また，飯田(1985)は，池上(1984)の語用論について次のように紹介している．

> 《「理想的」なコミュニケーションの場に「人間」という要因を導入するということは，不確定な要因を導入することになる．（中略）このような不確定さを排除しながら「人間」という項を導入しようとすれば，極度に「理想化」された使用者として取り込む他はない．しかし，このようなモデル化では，あまりにも「環境的妥当性」を欠いている.》（池上，p.46）

語用論的な意味で，人間としての条件を問題の中に入れると不確定な要素が含まれることになるが，これらの不確定な要素をノイズとして切り捨ててきた従来の算数・数学教育は，構文論的水準あるいは意味論的水準において展開されることが中心であったが，問題の真正性という意味から語用論的水準における算数・数学教育の展開の必要性がもっと追究されるべきである（飯田,1995）．

このことに関連して，Palm（2008）も同様なことを述べている．Palm(2008)は，問題の reality として,「reality があるとは日常生活に人間や非数学的目標のどちらかが含まれている場合である」(p.39)を挙げて，日常の生活に人間が関係している場面や数学的目標が露わになっていない場面を取り上げることが必要であることを述べている．更には，真正性（authenticity）の要素の中に，情報データの真実性と情報データの特殊性を挙げている．情報データの真実性とは，問題に与えられている数値が真実性を持っているということである．情報データの特殊性とは，与えられている情報が一般的ではなく個別的なものであり，問題の中の主題，目標，場所が個別的な状況であることである(Palm,2008)．これは，子ども達に与える問題が一般的な表現をしているのではなく，具体的な主題があり，具体的な目標があり，具体的な場面があるということである．このことは，飯田(1995)が指摘している語用論的水準に当たる．つまり，具体的な主題や目標や場所があり，人間が関わっている具体的な問題を表している．例えば，教科書の「24 個のお菓子を 4 人で等しく分けます．1 人何個ずつもらえますか」というのは一般的な状況を表している．それに対して,「24 個のお菓子をもらいました．おじいちゃん，お母さん，お父さん，私の 4 人家族で分けます．どのように分けますか」これは日常的であり，具体的場面の問題であり語用論的な問題である．

こうした飯田(1995)や Palm(2008)の先行研究から社会的オープンエンドな問題の特性として問題の真正性（人間的要素，真実性のある数値，具体的な場面）が挙げられる．

3.2.2　社会的オープンエンドな問題と問題の真正性

さて，先行研究を基にして問題の真正性の重要性について明らかにしたが，ここで，先に開発した社会的オープンエンドな問題について問題の真正性という視点から考察してみ

たい．

分配のカテゴリー問題のケーキの問題は，家族のメンバーである祖父母，両親，妹と私の 6 人で 5 つのケーキを分ける問題であるので人間的な要素があり，真実性のある数値が用いられ，具体的な場面の問題であり真正性のある問題である．ルール作りのカテゴリーの問題の的当て問題は，1 年生が 3 回投げた結果，5 点のエリアと 3 点のエリアと 1 点と 3 点の線上に当たった場合の合計点数を求める問題であり，合計点数に応じて景品が変わってくる問題であるので，人間的な要素があり，真実性のある数値が用いられ，具体的な場面の問題であり真正性のある問題である．選択のカテゴリーの問題の紙飛行機の選手を選ぶ問題は，3 人の実際の練習のデータから一人を選ぶ問題であるので人間的な要素があり，真実性のある数値が用いられ，具体的な場面の問題であり真正性のある問題である．計画・予測問題のカテゴリーの遊園地問題は，午前 10 時から午前 11 時 30 分までにどのように遊ぶ計画を立てるかをデータを基にして考える問題であるので，人間的な要素があり，真実性のある数値が用いられ，具体的な場面の問題であり真正性のある問題である．

3. 3　問題における条件づけ

3.3.1　問題における条件づけに関わる先行研究の分析

島田(1977)は，オープンエンドな問題について次のように述べている．

> 《ふつうの算数・数学の授業で取り上げられる問題には，一般に一つの共通な点がある．それは，それぞれの問題について正しい答えがただ一通りに決まっているということである．問題に対する解答は，正答か誤答（不完全解答も含めて）のいずれかであり，正答は一つしかない．われわれは，このような型の問題を完結した問題，クローズドな問題と名付け，これに対して，正答が幾通りにも可能になるように条件づけた問題を未完結な問題，結果がオープンな問題，オープンエンドな問題と呼ぶことにする.》(p.9)

入澤(2009)は，島田(1977)の言う「正答が幾通りにも可能になる条件づけとは何か」について「未完結な問題に学習者が条件づけをすること」(p.14)としている．つまり，島田(1977)がねらっていることは，学習者が条件を入れて解を多様にする活動である．これに対して，飯田(1995)は，教科書にある多くの問題は教師の方が正解が 1 つになるように予め条件を定めた問題にしているのである（p.245）と述べている．

以上は一般的なオープンエンドな問題に関しての考察であるが，社会的オープンエンドな問題の場合は，子どもが問題場面を自由に解釈して社会的価値観に応じて条件づけができる問題ということが挙げられる．その結果，その条件によって解が多様になるのである．第 1 章でも取り上げたが，この条件というのは，一般的なオープンエンドの問題（数学的

オープンエンドな問題）の場合には，数学的仮定と言えるし，社会的オープンエンドな問題の場合には，社会的仮定と言える．

3.3.2　社会的オープンエンドな問題と問題の条件づけ

さて，先行研究を基にして問題の条件づけの重要性について明らかにしたが，ここで，先に開発した社会的オープンエンドな問題について問題の条件づけという視点から考察してみたい．社会的オープンエンドな問題では，条件づけをする際に条件に当たるのは，社会的価値観である．そこで，開発した社会的オープンエンドな問題では，どのような社会的価値観が子どもから表出されるのかを考察する．

分配のカテゴリー問題のケーキの問題は，家族のメンバーである祖父母，両親，妹と私の6人で5つのケーキを分ける問題であるので，平等・公平性の価値観や祖父母思いなどの思いやりの価値観が想定される．ルール作りのカテゴリーの問題の的当ての問題は，1年生が3回投げた結果，5点のエリアと3点のエリアと1点と3点の線上に当たった場合の合計点数を求める問題であり，合計点数に応じて景品が変わってくる問題であるので，平等・公平性の価値観や1年生思いなどの思いやりの価値観が想定される．選択のカテゴリーの問題の紙飛行機の選手を選ぶ問題は，3人の実際の練習のデータから1人を選ぶ問題であるので，安定性の価値観や優秀な記録に価値を置く卓越性の価値観が想定される．計画・予測問題のカテゴリーの遊園地の問題は，午前10時から午前11時30分までにどのように遊ぶ計画を立てるかをデータを基にして考える問題であるので，快楽性（愉悦性）や待ち時間の少ないところを重視する経済性の価値観が想定される．

3.4　社会的オープンエンドな問題の取扱い

3.4.1　社会的オープンエンドな問題の取扱いに関わる先行研究の分析

飯田(1985)は，社会的オープンエンドな問題[(4)]を問題解決という視点から分析している．

> 《数学教育において用いられる「問題解決」という表現の中に，次の3つの意味が識別できることを指摘した．この分類は現実性（reality）をどのレベルで捉えるかに依存している．第1の立場は，現実の文脈の中で実際に問題を解決していこうとするものであり(real problem solving)，（中略）第2の立場は厳密な意味のreal というよりはむしろ，子どもの現実感を増すために，問題の背後にある数学的内容を子どもの身のまわりの事象に関する文章題に翻訳したもの(quasi-real problem solving)であり，第3の立場は，現実性を全く考慮に入れずに数学の記号体系内で行われる問題解決(unreal problem solving)が研究の対象とされる.》(pp. 52-53)

飯田(1985)は，社会的オープンエンドな問題を第 1 の立場に位置づけている．第 2 の立場は，教科書にある文章題に当たるとしている．つまり，すでに教師により解決に必要な条件が与えられている問題である．飯田(1985)は DeVault(1981)の応用サイクルの図式（図 2-3-3）を援用して，これらの 3 つの問題をこの図式に位置づけている．「前述の第 1 の立場はこの図式にあてはめて a から g まですべての段階を踏むことになる．そして，第 2 の立場は b から e までであり，第 3 の立場は c から e までの段階を踏むことになる」(p.53)．この DeVault(1981)の応用サイクルの図式は，現実世界の問題から出発して数学の世界に翻訳，処理し現実世界に戻る一連の数学的モデリングのプロセスを表している．

以上から，社会的オープンエンドな問題の特性として，数学的モデリングを用いた問題の取扱いが挙げられる．

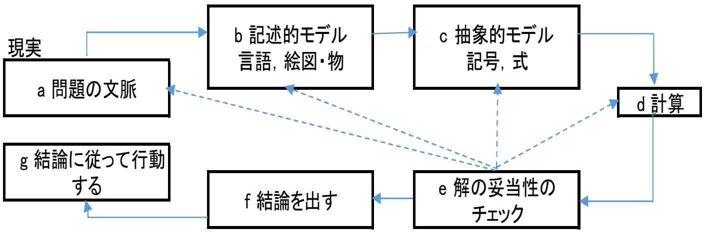


図 2-3-3　DeVault の応用サイクルの図式

(飯田，1985)

3.4.2　社会的オープンエンドな問題とその取扱い

さて，先行研究を基にして社会的オープンエンドな問題の取扱いの重要性について明らかにした．具体的に言えば，数学的モデリングを活用した取扱いである．ここで，先に開発した社会的オープンエンドな問題について数学的モデリングを用いた取扱いという視点から考察してみたい．

飯田(1985)が指摘しているように DeVault(1981)の応用サイクルの図式（図 2-3-3）を援用して，a から g までの全ての過程を踏む問題であるかどうかを検討する．飯田(1985)は，社会的オープンエンドな問題が第 1 の立場に該当する問題であり，現実の文脈の中で実際に問題を解決していこうとするものである(real problem solving)と述べているので，現実性や真正性の視点から考察する．

上述したように，開発した社会的オープンエンドな問題は全てが，社会的文脈性や真正性を満足していることが明確にされている．

とすると，開発した社会的オープンエンドな問題は全てが，数学的モデリングの取扱いが可能であると言える．

以上，社会的オープンエンドな問題の持つべき特性として，(1)社会的文脈の重視(算数・数学教育の目標と関連)，(2) 問題の真正性，(3) 問題における条件づけ，(4)社会的オープンエンドな問題の取扱いということが明示された．(1)から(4)は相互に関連している．(1)(2)(4)は「社会的」に関わる特性であり，(3)は「オープンエンド」に関わる特性である．なお，(3)の問題における条件づけについては，(2)の問題の真正性とも関連するが，本稿では「オープンエンド」の特徴を明確にするために(2)の問題の真正性から切り離して分析した．また，(2)問題の真正性と(3)問題の条件づけを考慮して問題を作成したとしても(4)の社会的オープンエンドな問題の取扱いをしなければ，(1)に関わる算数・数学教育の目標も達成されないことになる．(4)は，こうしたことを意識し特性として取り上げている．

なお，社会的オープンエンドな問題には算数・数学の知識，技能，考え方，関心・意欲・態度を用いて解決できる特性が含まれることは大前提であるのであえて問題の特性とはしなかった．

註

(1)　社会的文脈とは，長崎他(1997)「数学と社会的文脈との関係に関する研究－数学と子どもや社会とのつながり－」における以下の考えを本稿では援用する．「一連の数学的な活動を文脈(context)と呼び，文脈には大きく，数学的文脈，社会的文脈，文化的文脈の３つがある．このうち，社会的文脈における算数・数学学習とは，実社会の問題を契機とするもの」 (p.3) としている．本論文では，この考えを基にするが，「社会的」の意味を更に「日常の中で生起しているもしくは生起する可能性があり，集団が共同に関心を持つ複合的，具体的課題を指す」ことにする．

(2)　算数教育の目標とは小学校学習指導要領算数編(文部科学省，2008)の目標を指している．算数教育の中で社会的文脈を重視することは算数科の目標の中の「進んで生活や学習に活用する」に関わることになる．また，数学教育の目標とは中学校学習指導要領数学編(文部科学省，2008)の目標を指している．数学教育の中で社会的文脈を重視することは数学科の目標の中の「事象を数理的に考察し表現する能力を高める」に関わることになる．特に，「日常生活や社会における事象を数学的に定式化し，数学の手法によって処理し，その結果を現実に照らして解釈する場合がある」(p.16)に関わることになる．

(3)　記号論は，3 つの分野に区別されている．それは記号論の構成要素が「記号」,その記号が示す「指示対象」，そしてこれらを語る「人」の 3 つであることに注目し，この３つの関わり方の違いによって，３つの分野すなわち構文論，意味論，語用論に区別した．構文論は，「記号」と「記号」の関係を考察する．意味論は，「記号」と「指示対象」との関係を考察する．語用論は「記号」と「人」との関係を考察する（岡田,2000,p.23）．

(4)　飯田（1985）は「社会的オープンエンドな問題」という言葉を使用してはいない．この言葉を初めて使用したのは馬場(2007)である．しかし，飯田(1985)が取り上げている第

1 の立場の問題(p.52)は，飯田が述べているように，問題解決者の価値判断や意志決定が解決場面に表出することになる．これは，馬場(2007)が述べている社会的オープンエンドな問題と同義と考えることができる．従って，飯田(1985)の第 1 の立場の問題を本稿では社会的オープンエンドな問題と呼んでいる．

第 4 節　社会的オープンエンドな問題と数学的モデリングとの関係

4.1　算数・数学教育における数学的モデリングの考察

「数学的モデル化」,「数学的モデリング」,「数学的モデル化過程」などと呼ばれる言葉は，研究者によって，その概念規定の仕方が異なっている．そこで，本節では，まず,「モデル」,「数学的モデル」とは何かを先行研究での概念規定を検討しながら明らかにした上で，本研究における数学的モデリングの定義をする．

4.1.1 数学的モデリングの定義

(1) モデル(1)

本研究でのモデルの意味は「問題とする事象（対象や諸関係）を模索し，類比・単純化したもの」という意味で用い，事象とモデルは，構造的同一性を保っていることが重要である．また，事象のどの側面をモデルに取り込むかは，解決の目的に依存していて，同じ事象であったとしても目的によって違うモデルが構成されることになる．また，モデルにはある事象を捉えやすくする，分かりやすくするという機能がある．

例えば，モデルの例として物理学の「落体現象のモデル」がある．斜面上の落下現象の実験は，通常の落体現象のモデルと言われるが，そこには，速度が速く，観測しにくい通常の落体現象を解明するという機能がある．

次の Pinker(1981)の定義は，このようなモデルの機能をよく捉えている．Pinker は，モデル（model）について次のように定義している．

> 《体系 M がある目的に関して体系 O（Original）のモデルであるというのは，M は，その目的に対して O の代用物になりうるし，また，Mの研究は，この文脈において，O に対して意味ある結果を生み出す場合である.》(p.697)

ここで,「ある目的に対して」とあるのは，同じ事象に対しても，目的によって，作成されるモデルが異なってくることを意味している．このモデルの定義に基づいて，ガリレオ・ガリレイが考えた斜面の落体現象の実験を考察すると，この実験の目的は，落体現象を数理的に解明することであり，そのためにガリレオは，次のような理想化を図ったという（丹羽，1999)．羽毛のような軽い物体の場合，空気による抵抗が無視できなくなり，それが主要な要因になるので，落体現象の本質から離れてしまう．したがって，石や鉄の

ような密度の高い重い物体を扱う．落下速度があまり大きいと再び抵抗が無視できなくなるので落下速度もあまり大きくない場合を選ぶ（p.23）．

このような理想化のもとで,落体現象を数理的に解明しようとしたが,当時の技術では,通常の落体現象は観測しにくい．そこで，速度が比較的遅く観測しやすい斜面上の落下現象に置き換え観測したのである．例えば，速度が速く，当時の技術では観測しにくい通常の落体現象を，速度が比較的遅く観測しやすい斜面上の落下現象に置き換えること，また置き換えることが可能であることを保証する実験や考察を行ったうえのことである(p.24)．

これを読むと，置き換えることが可能であること，すなわち代用物になりうることを保証する実験や考察を行った上で斜面上の落下現象に置き換えたことが分かる．この場合，通常の落体現象を研究する目的に対して,斜面上の落下現象を調べることが代用物となり，それを研究することが，通常の落体現象に対して意味ある結果を生む．したがって，斜面上の落下現象の実験を，通常の落体現象のモデルと捉えることができる．本研究ではPinker(1981)の言うモデルの定義を基にして考えていく．

(2) 数学的モデル

三輪(1983)は，数学的モデルについて，次のように述べている．

モデルは，対象とする事象，それを取り扱う目的と手法によって，それを表すのに，ことば，図などの視覚的手段，数や式などの数学的手段など，いろいろな仕方がある．数学的モデルというのは，数学的手段を主な表現方法としてとっているものであり，したがって，モデルの運用においては，当然の事ながら，数学的作業が伴うものである（p.118）．

数学的モデルは，構成したモデルから，何らかの数学的手段によって，事象に関する何らかの知見を得ることを目的としているため，採用される数学的手段とモデルの数学的表現は深いかかわりがあると考えられる．

これらの見解を踏まえ，本研究では，数学的モデルを「数学的モデルは，事象をある目的に従って，数学的処理が可能な，数，式，図，表，グラフなどの数学的表現を用いて表したモデル」と定義する．

例えば先述したガリレオの落体現象の実験で言えば，鉛直方向の落下距離ｙが落下時間ｔの２乗に比例することを表した$y=at^2$という式が，落体現象の１つの数学的モデルである．また，南極大陸の面積を求めるのに，南極大陸を円で表したらその円は数学的モデルであり，更に円の面積公式で表したらその式は数学的モデルである．

(3) 数学的モデリング

本研究では，数学的モデリングと数学的モデル化過程とは同じ概念であるとし，本研究では引用文献で数学的モデル化過程という言葉を用いている場合を除き，数学的モデリングを使用することにする．

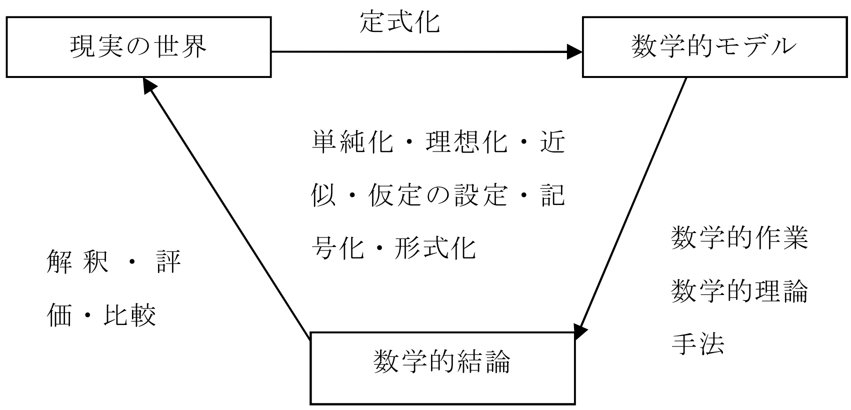


図 2-4-1 三輪による数学的モデル化過程

（三輪, 1983）

ⅰ　その事象に光を当てるように，数学的問題に定式化する（定式化）.

ⅱ　定式化した問題を解く（数学的作業）.

ⅲ　得られた数学的結果をもとの事象と関連づけて，その有効さを検討し，評価する(解釈,評価).

ⅳ 問題のより進んだ定式化をはかる（より良いモデル化）.

数学的モデリングは，現実世界の問題を数学的に解決する際の一連の過程である．現在，様々な概念規定が存在するが，それらは，この過程をそれぞれの研究者の切り口で理論化したものと考えられよう.

例えば，三輪(1983)は，数学的モデル化過程を図 2-4-1 の図式に沿って定義している．三輪によれば，それまでの経験・観察をもとにして，ある事象が探究を要するという認識があるという前提の下で，上のような一連の活動を繰り返すことが数学的モデリングであると言う.

また，西村（2003）は，授業で数学的モデル化過程を扱う際には，現実の世界と数学的モデルの間に飛躍があることを考慮し，この三輪の定義を，次のように修正して，新たな数学的モデル化過程を定義し,図 2-4-2 のように表している．西村によれば，それまでの経験・観察をもとにして，ある事象が探究を要するという認識があるという前提の下で，次のような一連の活動を繰り返すことが数学的モデル化過程であると言う.

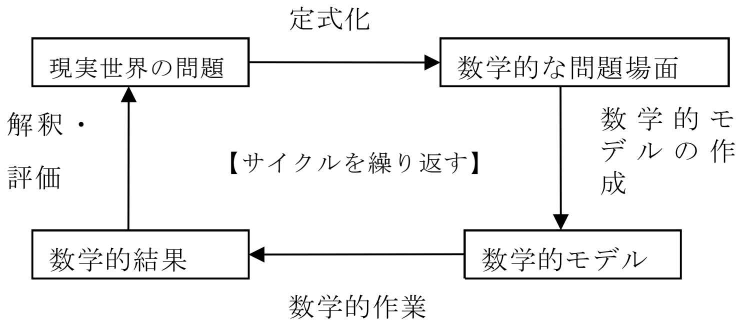


図 2-4-2　西村による数学的モデル化過程
（西村，2003）

ⅰ　その事象を目的に合った数学的な問題場面に作り変える（定式化）．

ⅱ　数学的な問題場面から数学的モデルを導く（数学的モデルの作成）．

ⅲ　数学的手法を用いて，数学的結果を得る（数学的作業）．

ⅳ　得られた数学的結果をもとの事象と関連づけて，その有効さを検討し，評価する（解釈・評価）．

ⅴ　必要に応じて(ⅰ)～(ⅳ)を繰り返し，現実世界の問題のより進んだ解決をはかる．

三輪のモデルとの違いは，「現実世界の問題」から「数学的モデル」を構成する過程において，定式化を「数学的な問題場面」を構成する過程と位置づけている点である．

ここでは，図 2-4-2 の中に数学的モデリングに必要な力を示し，図 2-4-3 を構成した．数学的モデリングに必要な力とは，例えば，仮定をおく，変数を取り出すなどである．数学的モデリングのそれぞれの過程で必要な力は，「算数・数学と社会をつなげる力」(1)（長崎他，2001）を援用している．

図 2-4-3 の数学的モデリングは，PISA の数学化サイクル（図 2-4-4）と似ている．PISA では，このプロセス（数学化サイクル）を踏むことを重視している．この数学化サイクルを PISA では，数学的リテラシーを達成するための方法として重視している．図 2-4-3 の数学的モデリングと PISA の数学化サイクルとの相違は，図 2-4-3 の数学的モデリングが図の中に数学的モデリングに必要な力を示している点である．

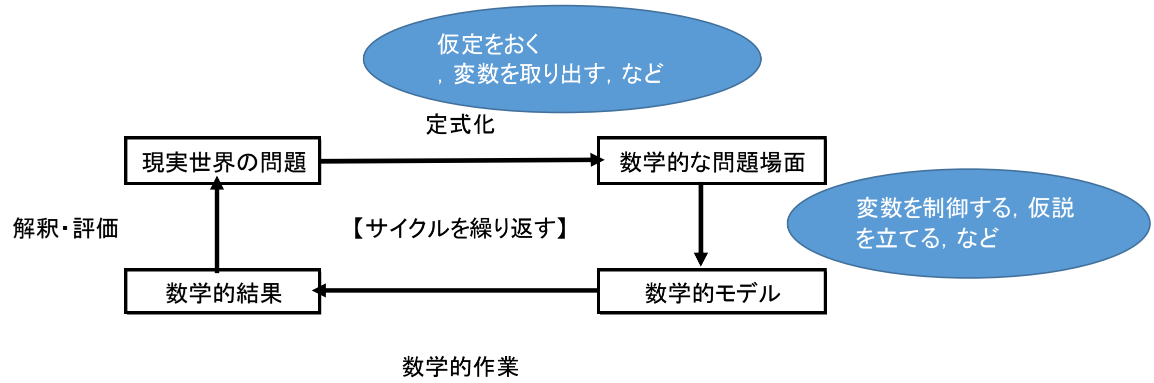


図 2-4-3　本研究における数学的モデリング

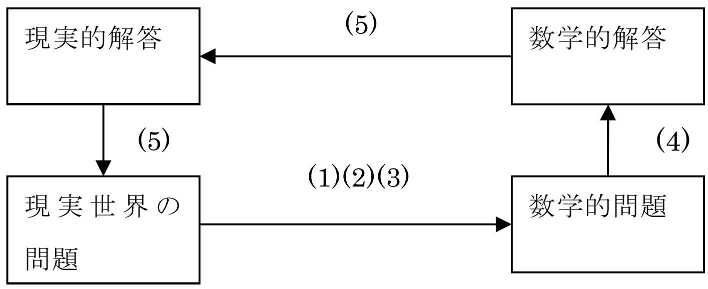


図 2-4-4　PISA による数学化サイクル
（国立教育政策研究所，2004）

(1)　現実に位置づけられた問題から開始すること．
(2)　数学的概念に即して問題を構成し，関連する数学を特定すること．
(3)　仮説の設定，一般化，定式化等のプロセスを通じて，次第に現実を整理すること．それにより，状況の数学的特徴を高め，現実世界の問題を忠実に表現する数学の問題へと変化することができる．
(4)　数学の問題を解く．
(5)　数学的な解答を現実の状況に照らして解釈すること．これには解答に含まれる限界を明らかにすることを含む．

4.2 数学的モデリングにおける算数・数学と社会をつなげる力(2)

数学的モデリングを図 2-4-3 のように捉えることによって，「現実世界の問題」を「数学的な問題」へと定式化する過程，そしてそれに引き続き，「数学的な問題」から「数学的モデル」を構成する過程において，定式化に関わる力としては，仮定をおく，変数を取り出すなどを考え，数学的モデルを構成するときに関わる力として，変数を制御する，仮説を

立てるなどを考えて，その過程に必要になる力を同定した（長崎他，2001）．図 2-4-3 には，楕円の中にこれらの力が入れてある．ただし，すべての問題がこれらの力全てに関わるわけではなく，あくまでも目安として考える．

4.2.1 数学的モデリングの力の育成と授業の型

(1) 数学的モデリングの力の育成

島田茂（1977）は，「数学的活動」を図 2-4-5 のように模式図に表している．この模式図に従えば，数学的活動には，現実の世界と数学の世界の間でのサイクル(c→ｆ→g→ｈ→ｊ→ｌ→m→ｇ→・・・・)と，数学の中でのサイクル（例えば，e→ｇ→ｈ→i→・・・）の両面があり，この前者が数学的モデリングに当たることが分かる．そして，島田(1977)は，算数・数学科の目標達成のために，この数学的活動の全体を学習活動に含めるべきだと主張している．更に，次のように述べている．

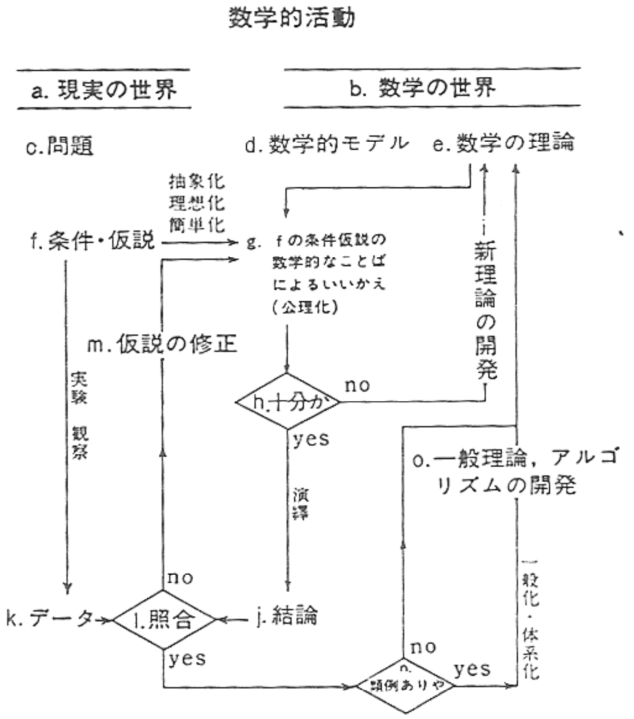


図 2-4-5　島田による数学的活動

（島田, 1977）

《新しい事項を導入する場合，ふつう導入問題によって，新たなくふうが必要であることを認めさせ，既習の事項をもとに新概念を組み立てさせ，新理論を導く，この場合，導入問題というのが現実の世界の問題であり，条件や仮説を数学的に言い換えることから出発しているのであれば，ｆ→ｇ→……と進んでいるといえるのであるが，多くは数学的に言い換えられた段階，ｇから出している．そして，そのあとはｇ→ｉ.新理論→ｊ.結論という過程を進むが，ｌ.現実との照合を通ることなくｎ.類例に進んでいる．このことは，ｇで考えたモデルが，実際は，疑似数学モデルであることを意味している．そして，類例を通じて，一般的なアルゴリズムの開発や理論の開発に進む．この段階の定着を図るためには，形式的な練習問題が課せられ，練習における活動は，一種の記号ゲームとなる.》(p.19)

島田は，現実の世界から数学の世界に進む際の条件や仮説を数学的に言い換えること

から出発することの重要性を指摘している．そのためには，授業を通して，図 2-4-3 の数学的モデリングにおける仮定をおく力の育成を図らなければいけないと思われる．問題解決において「何を仮定すれば解決できるか」を意識することが，現実場面の問題を数学的モデルを用いて処理するためには重要になる．このように数学的モデリングの授業を行うことにより，数学的モデリングの力，とりわけ仮定をおく力を育成できることが期待できる．

島田(1942)は，数学的モデリングの重要性を次のようにも言っている．

《ココデ色々ナ問題トイフモノノ中ニ，各節ノ終リニアル所謂「應用問題」ノ含マレルコトハ勿論デアルガ，ソレハ多クノ場合現實カラ数回抽象サレタ問題デアリ，適用スベキ方法モソノ節ノ方法ヲ適用スレバヨイトイフコトハ既知トミナサザルヲ得ナイカラ，アル一ツノ概念ヲ如何ニ apply スルカトイフ練習ニシカナラナイ．トコロガ数学ヲ現實ニ使ウトイフ場合ニハ，次ノ様ナ性格ガ考ヘラレル．

(1)　如何ナル方法デ解ケルカハ前モッテワカッテイナイ．自分ノモッテイルアラユル武器ヲ総動員シテカカラネバナラヌ．

(2)　問題ハ常ニフクザツシテイル．ソレ故，自分ノ目的ニカナフ様ニ適当ニ仮定ヲ作ツテ，数学ノ問題ニ化サナケレバナラナイ．

(3)　従ツテ解決ノ方法ハ色々アリ，ソノ結果モアクマデキンジテキデアル．

(4)　数学的ナ解決ハ，今一度現實ト自分ノ問題トノ相関ノ中ニオイテ考ヘテミテ初メテ眞ノ解決ニナル．ココデ初メテ始メニ自分ガ考ヘタ仮定ガ現實ニ即シテイルコトガ検証サレル．即チココノ検証ハ答ノ験ノミナラズ仮定ノ験，方法ノ験ニナル．コノ様ナ性格ハ，数学ノ中ノ問題デハ中々オコリ得ナイ．コトニ(2)，(4)ハ大切ナモノデアリ，コノ様ナ考ヘ方ガカヘツテ，数学的内容ヲヨク理解サセルコトヲ思ヘバ数学ヲ使ヘルニスル為ニハ，コノ様ナ現實ニブツカラセルコトガ必要デアラウ.》(p.2)

4.3　社会的オープンエンドな問題と数学的モデリングとの関係

社会的オープンエンドな問題を数学的モデリングに位置づけている研究に飯田(1985)の研究がある．これについては，第 2 章の 3 節で取り上げたが，ここで再度取り上げて考察する．飯田(1985)は，DeVault(1981)の応用サイクルの図式（図 2-3-3）を援用して，社会的オープンエンドな問題を第 1 の立場とし，教科書にある文章問題を第 2 の立場とし，計算問題を第 3 の立場とし，この図式に位置づけている．

この DeVault(1981)の応用サイクルの図式は，現実世界の問題から出発して数学の世界に翻訳，処理し現実世界に戻る一連の数学的モデリングのプロセスを表している．

飯田(1985)の考えに従うと，図 2-4-3 の本研究における数学的モデリングで考察すると，

社会的オープンエンドな問題を扱った授業では，現実世界の問題が社会的オープンエンドな問題になり，すべての過程を踏むことになる．ただし，数学的な結果を求めて，現実に照らして検証することをしなくても済む場合には，数学的結果を求めたら比較検討し，お互いの考えを交流しあい，その後で自分で選択する学習になるので，現実場面と対応させる意味での検証の過程を踏まない場合も生じる．

4.4　社会的価値観と数学的モデリングとの関係

ここでは，これまで述べてきたように，数学的モデリングに新たに子どもの社会的価値観を重視する視点を位置づけることにする．

4.4.1　社会的価値観と数学的モデリングの関係

社会的価値観は，現実場面の問題を算数・数学の問題にする定式化の過程と検証の過程

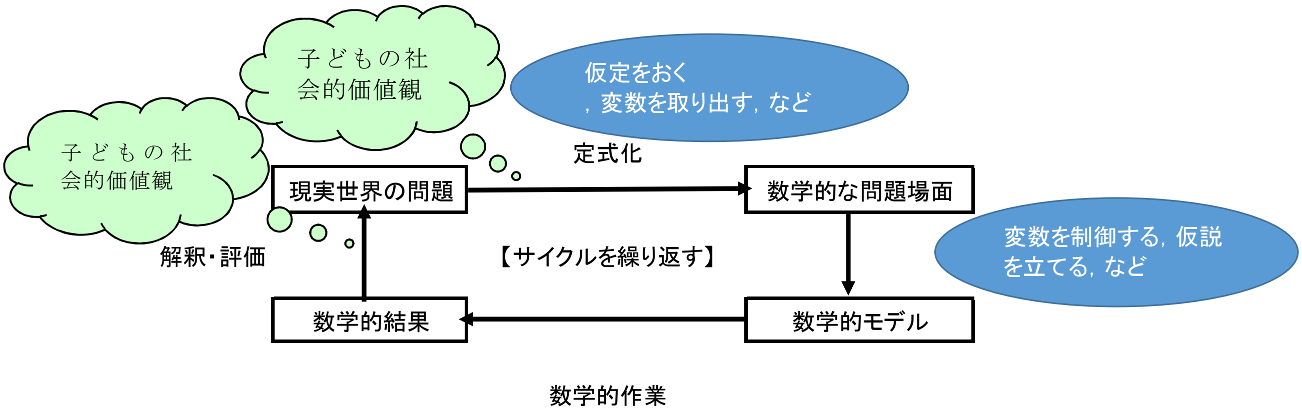


図 2-4-6　社会的価値観を位置づけた数学的モデリング

に表れることが想定される．これを数学的モデリングの図に表すと図 2-4-6 のようになる．

上述したように社会的価値観は，現実世界の問題を数学の問題にする際の定式化と数学的処理の結果を現実と照合する検証の過程で表出する．このことを次の 4.4.2「仮定，検証と数学的モデリングの関連」で詳しく考察する．

4.4.2　仮定，検証(3)と数学的モデリングの関連

仮定とは現実場面の問題を数学の問題にする際に必要になる力である．「算数・数学と社会をつなげる力」（長崎他,2001）では，「B 1．社会の現象を数学の対象に変える力」の構成要素である「B11．仮定をおく」に当たる．「仮定をおく」とは，社会の現象を数学的に解決できるようにするために，抽象化・理想化･簡単化をしたり，条件を設けたりすることである．例えば，A 君の家と B 君の家ではどちらが学校に近いかが問題である時，家や学校を点とみなしたり，歩測で調べる際に歩幅を一定とみなしたりすることが仮定に当

たる．

一方，社会的オープンエンドな問題を扱った場合には，仮定をおく際に社会的価値観が表れる．

例えば，図 2-4-7 のケーキの問題（池田，2007）の場合には，祖父・祖母のことを思う考えが表れることが想定される．そして，その価値観に基づいて，数学的モデルが構成される．

ケーキが 5 こあります．おじいちゃんとおばあちゃん，おとうさんとおかあさん，妹と私の 6 人でわけます．1 人どのぐらい食べられるでしょう？

図 2-4-7　ケーキの問題
（池田，2007）

例えば，「おじいさん，おばあさんは甘い物をひかえているので，1／2 個ずつあげる．他の人は 1 個ずつあげる．1×4＋1／2×2＝5」などである．この場合には，祖父・祖母に優しくする社会的価値観は，仮定をおいて考えるときの条件を果たしていることになるが，この場合の仮定は，「祖父・祖母のことを思いやって少なくあげると言う条件を入れるとすると」という意味になる．

一方，検証は，数学的モデルを構成し，数学的結果を求めたら，その数学的結果でよいかを現実場面と照らし合わせて確認することである．もし，現実と合わないのであれば，仮定を修正し，次の数学的モデリングのサイクルへ進むことになる．この数学的結果を現実と対応させる際に，社会的価値観が表出することが想定される．例えば，バスの問題で余った人のために何台のバスを申し込むかを決める場合に，社会的価値観に応じて多様性を示す．これについては，第 4 章のバスの問題で子どもの反応を通して更に考察することにする．

以上のように，定式化と検証の過程に子どもの社会的価値観が表れることが想定されるので，子どもの社会的価値観を大切にした算数・数学授業においては，定式化と検証の過程は，重要な過程である．

なお，本研究では，検証の意味を数学的処理の結果と現実との対応を考える場合だけではなく広く捉え，力③である「価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力」の育成に関わる「どのような価値観が数学的モデルの背後にあるか」を考察したり，「多様な数学的モデルを批判的に考察したりする」活動も含めることにする．例えば，序章でも述べたように，解答の正誤の確認，数学的モデルがその問題の状況を正しく表しているか，多様な数学的モデルの関連，よりよい表現を求める事，数学的モデルの一般化，その数学的モデルを実際に使う場合の問題点を指摘したりすることも検証の内容に含めることにする．

註

(1)　モデル（model）について文献を基にして意味を規定する．

大辞林（小学館）では，次のようにモデルを規定している．

ⅰ　自動車や機械などの型式

ⅱ　模型

ⅲ　商品や事柄の基準となるもの，模範，手本，見本

ⅳ　画家･彫刻家･写真家などが，製作の時対象として使う人物

ⅴ　小説･戯曲などに描かれる人物の素材になった実在の人

ⅵ　ファッション・モデルの略

ⅶ　問題とする事象(対象や諸関係）を模倣し，類比・単純化したもの．また，事象の構造を抽象して論理的に形式化したもの．ことに後者は，予想・発見の機能をもち，作業仮説の創出を促すので，科学方法論的に有益．模型．

本研究に関係するのは，ⅶの意味である．

(2)　算数･数学と社会をつなげる力を考察する．

長崎他（2001）は，算数・数学と社会をつなげる力を表 2-4-1 のように同定した．そして，これらの力を数学的モデリングの過程に位置づけた．これらの中で，定式化に関わる力としては，仮定をおく(B11)，変数を取り出す(B12)などを考え，数学的モデルを構成するときに関わる力として，変数を制御する(B13)，仮説を立てる(B14)などを考えて，その過程に位置づけた．図 2-4-3 には，楕円の中にこれらの力が入れてある．

表 2-4-1　算数・数学と社会をつなげる力

A．社会における量・形についての感覚	
A01．長さの感覚	A02．広さの感覚
A03．かさの感覚	A04．重さの感覚
A05．角度の感覚	A06．時間の感覚
A07．速さの感覚	A08．形の感覚
B．社会の問題を数学的に解決する力	
B1．社会の現象を数学の対象に変える	
B11．仮定をおく	B12．変数を取り出す
B13．変数を制御する	B14．仮説を立てる
B2．対象を数学的に処理する	
B21．表・式・グラフ・図等で表現する	
B22．操作を実行する	
B3．社会に照らして検証する	
B31．予測・推測をする	B32．修正する
C．社会において数学でコミュニケーションする力	
C01．数学的表現から現象を読み取る，伝える	
C02．数学を使った日常文を読み取る	
D．近似的に扱う力	
D01．近似的に式を立てる	
D02．近似的に読み取る	

（長崎他，2001）

長崎他(2001)は，算数・数学と社会をつなげる力を同定するために，島田茂(1977)の「数学的活動」を基にして分析を進めた．そこでは，現実の問題から条件や仮説を設定すること，現実の問題から実験・観察データを得ること，現実の問題の条件や仮説を抽象化・理想化・単純化を行って公理化し数学的モデルを作ること，演繹によって得られた結論を現実のデータと照合すること，照合した結果が現実と合わないときには仮説を修正することがあげられている．さらに，この過程では，「近似」の考えの重要性も指摘している．

(3)　社会的オープンエンドな問題を扱った場合の「検証」の特徴

現在行われている多くの数学的モデリングにおける「検証」では,「数学的結果」が「現実」と合致するかどうかを調べることになる．その結果，数学的モデルを構成するにあたって設定した仮定や仮説が現実を表すのに適していたかどうかを確かめることになる．仮定・仮説の妥当性を「検証」し，妥当でなければ，仮定や仮説の変更や修正をすることになる．修正とは，仮説の成り立つ範囲を考えたり，よりよい仮説を選択したりすることである．

一方，社会的オープンエンドな問題を用いた授業における「検証」では，社会的価値観による定式化を行うのが特徴である．この授業では，色々な社会的価値観があること，その社会的価値観によって，数学的モデルや答えが変わってくること，どの価値観がよいかは決められないこと，その人が多様な価値観の中から選択すればよいこと（意思決定力）等を学習することになる．従って，現在行われている多くの数学的モデリングにおける「検証」とは違って，数学的結果が現実と合うかどうかを調べることで「検証」することは困難であると考える．何故ならば，社会的オープンエンドな問題を数学的に処理した数学的結果と対応させる現実の客観的なデータがないからである．

このように考えると，社会的価値観を基にした授業での検証は，現在行われている多くの数学的モデリングにおける検証とは違った独自の内容を考えていかなければならないと思われる．

Pollak（2003）は，数学的モデリング（the steps in mathematical modeling）を詳細に規定し，検証の内容を次のように規定している．

《現実性のチェックをする. 言われていることを信じるか. その結論は実際的か. その答えは合理的か．その結果は受け入れられるか.》(pp.649-650)

従って，Pollak(2003)の「言われていることを信じるか，その結果は受け入れられるか」等の視点から検証し，最終的に自分の責任で価値観と数学的モデルを選択する．実際には，多様な社会的価値観に応じて多様な数学的モデルが構成され，比較検討され，その結果，言われていることを解釈し，受け入れられる考えを選択することになる．こうした比較検討や価値選択活動を含めた一連の活動を本研究では検証ということにする．

第 5 節　社会的オープンエンドな問題を用いたときの教師の役割

本章の第 1 節で,「教師」の役割については，価値観，数学的内容，子どもへの対応を取り上げることを述べている．ここではそれに従って考察する．

まず，社会的オープンエンドな問題による授業で表出する社会的価値観をどのように扱

えば良いのかについて考察する．それに関して，価値観には階層性があることを取り上げたい．その理由は，価値観をどの層で捉えるかにより対応が変わってくるからである．以下で述べるのは，下位の層の価値観，つまり問題に応じた個別の価値観に対する対応を考察する．価値観の層についての詳しい説明は，第 3 章で取り上げる．

宇佐美（2013）は「価値観そのものの間の優劣を論じることはできない．他者に対してこの価値観を持つように仕向けることがあってはならない.」(p.126)と述べているように社会的価値観を他者に押し付けてはならない. 従って, 教師は, 数学的価値観の場合には, よりよい価値観に向かって積極的に関わることになるが，一方社会的価値観については，どちらがよいかは決めずに中立の立場をとるようにする．

山田(1999)は，飯田(1995)のメロンの問題を取り上げて，表出する子どもの価値観指導に関する教師の指導の役割について，次のように注意を喚起している．

> 《教師が比例配分による分け方を「これが一番平等な分け方と言えますね」と評価してしまったり，生徒の発言に対して正解であるかまちがいであるかのいずれかでしか評価しなかった場合，その後の生徒の活動は，たとえそれが主体的なものであっても，教師の望む答えを探り出そうとする活動になってしまう恐れが出てくる．教師の望む発言をすれば高く評価されると生徒が感じるなら，彼らは自由に自分の文脈を活動に持ち込まなくなるかもしれない．教師が，問題場面を解釈する際に特定の文脈だけを想定して授業に臨み，生徒が教師の意図に沿った文脈だけで考えるなら，文脈依存的でオープンエンドの問題を授業で扱う意義は失われる.》（p.73）

社会的オープンエンドな問題を授業で行う際の教師の役割の重要な視点を提起していると思われる．教師が好む社会的価値観や解決方法を良しとしてしまうことがあってはならない．例えば，飯田(1995)のメロンの問題で，山田(1999)が指摘するように，比例配分の考えをよしとして単純平均の考えをだめな考えとして扱うようなことはしないようにする．何故ならば，社会的オープンエンドな問題を用いる授業はどれか 1 つに収束されることをねらってはいないからである．

次に，価値観のレベルについて配慮しておく必要がある．ブルーム他(1971)は，次のように価値（観）についてのレベルを述べている．ブルーム他(1971)は，更に細かいレベルを表しているが，授業で援用するためにこの程度の大きな枠組みだけを取り上げることにした．

(1)　価値づけ；1 つの価値（観）で考え行動する．

(2)　組織化；複数の価値（観）の存在を認識しそれらの関係がわかる．

(3)　1 つの価値（観）あるいは複合的な価値（観）による個性化；複数の価値（観）の

中から自分で価値（観）を選択できる．

つまり，ブルーム他(1971)は，価値（価値観）にはこのような意味のレベルがあるという考えを示している．(1) 価値づけは，1 つしか価値（価値観）がないと思っているレベルであり，価値観が 1 つ，つまり，他の価値観については気が付かないレベルである．(2) 組織化は，複数価値（価値観）があることが分かるレベルであり，友達の発表を聞いて自分とは違った価値観が存在することを認識するレベルである．また，それらの価値（価値観）の組織化ができるレベルでもあり，組織化ができるということは，複数の価値観がどのような関係にあるかが分かり，価値観の分類整理ができるレベルである．つまり，同じ価値観同士の考えをまとめること．違う価値観同士を対比すること．価値観の組織化を図るためには，それぞれの価値観が明確になっている必要がある．(3)1 つの価値あるいは複合的な価値による個性化は，多様な価値観の中から自分でよいと思った価値観を選択するレベルであり，個人の価値観の確立ができるレベルである．このブルーム他(1971)の価値観のレベル(1)は授業構成にも生かしていくことができる．

次のような授業構成が考えられる．自力解決の段階では，自分なりの価値観に基づく数学的モデルが構成されるのが一般的である．この段階が， ブルーム他(1971)の価値づけのレベルである．次の比較検討の段階では，友だちの価値観と数学的モデルが発表され，自分の価値観と数学的モデルと友だちのそれとの比較や批判的考察が行われる．この段階が, ブルーム他(1971)の組織化のレベルである．価値観の関係づけや分類整理が行われる．最後に，価値観の選択が行われる．この段階が，ブルーム他(1971)の 1 つの価値あるいは複合的な価値による個性化のレベルである．

数学的モデリングは授業の大きな流れを表し，ブルーム他（1971）の流れは，価値観に焦点化したより詳細な流れであると言ってもよい．また価値観をどう扱っていけばよいかを示唆してくれているとも言える．

次に，子どもの数学的内容についても配慮する必要がある．どのような数学的モデルが使われているのか, 数学的モデルの修正を行ったり, 計算の結果の誤答の修正を行ったり, 等号の使い方の誤りの指摘や数学的モデルの関連を行ったりする．また，方法の一般化を行ったりする場合がある．そして，よりよい表現を目指して対応するようにする．

子どもの数学的内容についての具体的な対応は，第 3 章，第 4 章で行うようにする．

註

(1)ブルーム他(1971)の価値観のレベルの考えは, Ernest (1991)の価値観の次元論とも重なってくる．次元論とは，二元論，多元論，相対論である．

第 6 節　本章のまとめ

本章では，社会的オープンエンドな問題を用いた授業を構成する際の構成要素について考察した．社会的オープンエンドな問題を用いる際には，普段の授業と違ってどのような構成要素に配慮しなければいけないのかに留意しながら考察した．

まず初めに第 1 節では，授業の構成要素を吉本(1981)や中原(1995)の授業の三角形モデルや高久(1969)の教科教育学の視点から考察し，本章における授業の構成要素として，「目標」，「内容（教材)」，「方法」，「教師」，「子ども」，「評価」を挙げ，これらについて考察した．とりわけ，社会的オープンエンドな問題を用いる授業で配慮すべき構成要素を中心に第 2 節以降で検討した．内容としての社会的価値観の特性については，特に重要な内容であるので第 3 章で検討することにした．

第 2 節では，社会的価値観が表出する社会的オープンエンドな問題のカテゴリーを研究した．社会的オープンエンドな問題のカテゴリー研究は，馬場(2009)の「分配の問題」をカテゴリーとして挙げているものだけであるが，第 2 節では更に他にどのようなカテゴリーが考えられるのかを研究し，その結果，「ルール作りの問題」，「選択の問題」，「計画・予測の問題」を同定した．第 3 節では，社会的オープンエンドな問題の特性を明らかにした．次に，第 4 節では，授業の基本的構成要素としての「方法」に関わる考察を行った．社会的オープンエンドな問題をどのように指導をすれば良いのかについての研究はあまり進んでいないが，飯田(1985)は第 3 節でも取り上げているように，社会的オープンエンドな問題を DeVault (1981)の応用サイクルに位置づけている．飯田(1985)が紹介している DeVault (1981)の応用サイクルは，今言われている数学的モデリングである．そこで，数学的モデリングを方法として位置づけ，社会的オープンエンドな問題と数学的モデリングとの関係，社会的価値観と数学的モデリングの関係を取り上げた．数学的モデリングの先行研究（例えば，Pinker(1981); Pollak(2003); 島田(1942,1977); 三輪(1983); 長崎他(2001); 西村(2003); 国立教育政策研究所(2004); 島田(2009); 丹羽(1999)等）を批判的に分析し，数学的モデリングの解釈を明確にした．最後に，第 5 節で，授業の構成要素としての「教師」という視点から，指導する上での教師の役割について考察した．この節では算数・数学教育における価値観指導における教師の役割を宇佐美 (2013) や山田(1999)，ブルーム他(1971)を基にして考察した．教師は，社会的価値観の扱いについては特に慎重にすべきであり，いくつかの価値観が表出した場合にどちらかの価値観がよいというようには決して扱ってはいけないことを同定した．なお，授業の構成要素としての「子ども」については，社会的オープンエンドな問題を解決する際に子どもはどのように考えるのか，特に社会的価値観や数学的モデルの実態については第 3 章以降で取り上げることにした．

第 3 章　社会的オープンエンドな問題を用いた授業に表出する社会的価値観の特性の考察

前章で授業の構成要素について検討し，具体化への整備を行ってきた．しかし，本研究で育成する多様な価値観へ取り組む力を考えようとする時，価値観について検討しておくことが，その多様性や潜在性のために不可欠である．

既に，第 1 章で，社会的価値観の内包について明らかにしたが，本章では更に，社会的オープンエンドな問題を用いた授業に表出したり配慮すべきであったりする特性について考察する．社会的価値観の特性を明らかにする際， Bishop や Ernest の主張する価値観の階層性や相対論の視点から，価値観研究者の見田の主張する価値観の多様性，潜在性・顕在性，変容性の視点を取り上げて考察する．

考察する際に，先行研究を批判的に分析するだけではなく，実際の子どもの実態を基にして考察する．言わば，第 3 章は，理論的研究と実践的研究の両面から追求する．

第 1 節　社会的価値観の多様性

1.1　多様性

社会的価値観の多様性には 2 つの意味がある．1 つは，文字通り多様な社会的価値観の存在を表している．1 年生思いの価値観や平等・公平の価値観など 2 つ以上の社会的価値観が存在することを表す．この意味の価値観の多様性とは多様な価値観とも言う．本研究で多様な価値観に取り組むという場合は，このことを指している．時には相反する価値観の教育の中での取り扱いと結果としての育成する力に関して論じるのが本研究の目的である．もう 1 つの意味は，同じ社会的価値観であってもその解釈が多様にあるという解釈の多様性を表す．その解釈の多様性を次に詳述する．

社会的価値観には 1 つには定まらない多様性が見られる．例えば，「平等」は社会的価値観の 1 つであるがその意味は，「かたよりや差別がなく，みな等しいこと．また，そのさま.」（大辞泉第二版，小学館），「①差別なく，みなひとしなみである・こと（さま）．②近代民主主義の基本的政治理念の一つ．すべての個人が身分・性別などと無関係に等しい人格的価値を有すること.」（大辞林第三版，三省堂）と書いてあるが，実際の場面でどのようにすることが平等かどうかについては，人それぞれ多様な解釈による．このことが解釈の多様性である．この社会的価値観の解釈の多様性に伴って数学的モデルが多様に構成されることになる．

なお，本研究では，多様な価値観と解釈の多様性を含めて，価値観の多様性と言うことにする．

上で社会的価値観の解釈の多様性に伴って数学的モデルが多様に構成されることになると述べたが，そのことを具体的な例で示したいと思う．

的当ての問題を 4 つの学校で指導した結果，表 3-1-1 のようになった．同じ社会的価値

観（１年生を思いやる価値観，平等・公平の価値観）でも解釈は多様性を示し，その結果，多様な数学的モデルが構成されることが分かる．

表 3-1-1　的当ての問題の自力解決時の価値観と数学的モデル

価値観	自力解決時の数学的モデル	合計（人）
１年生思いの価値観	a:5+3+3	45
	b:5+3+(3+1)	2
	c:5+3+3+1+1	1
	d:5+3+2	2
	e:その他（立式不可能）	0
平等・公平の価値観	f:5+3+2,　(3+1)÷2＝2　5+3+2=10, 1÷2＝0.5　3÷2＝1.5　0.5＋1.5＝2 5+3+2＝10　5+3+(3-1)=10	37
	g:5+3+1=9	26
	h:5+3+3,5+3×2,3×2+5	2
	i:5+3	2
	j:5+3+3+1	1
	k:その他(立式不可能)	0
合計		118

また，馬場（2009）は，飯田（1995）のメロンの問題における子どもの解答群を「平等」という観点から「点数に応じて平等に分ける」という重み付け平均，「点数にかかわらず平等に分ける」という単純平均，これらを結果の平等と意味づけて，「３つのチームに平等にチャンスがあり，勝ったチームが全部を受け取る」は機会の平等と呼んでいる（p.110）．この先行研究を見ても，「平等」という社会的価値観の解釈の多様性が見られ，その結果，数学的モデルが多様に構成されることが分かる．

また，価値観の多様性の中には，価値観の複合性も含まれている．価値観の複合性とは，幾つかの価値観が複合して表現されていることを表している．

見田（1968）は，価値観の複合性に関連して，価値観を多様な視点からの分析も可能であろうとしている（p.366）．例えば，「利己主義～愛他主義」の次元の他にも，「感性本位～理性本位」，「能動性～受動性」，「保守性～革新性」などさまざまな次元に関して，次々と分析を加えていくならば，「多次元的」な分析も可能となろう(p.366）と述べている．

子ども達の価値観の中にも，１つの価値観だけではなく幾つかの価値観が複合して表れる場合が見られる．見田（1968）の言葉を借りるならば，色々な次元の価値観が見られる．

表 3-1-2 のバスの問題では，複合的な価値観の表出が見られる．O は「思いやり」と「ゆったりしたい」という価値観を示しているし，R は「公平」，「ゆったりしたい」という価値観を示しているし，E は「思いやり」，「安全」，「ゆったりしたい」という価値観を示しているし，A は「思いやり」，「経済性」という価値観を示している．

授業の中で，子どもの発表した発言を基にしてどんな価値観が複合されているのかを理

解することは重要である．このように価値観には，単独に表れる価値観と幾つかの価値観が複合されて表出される場合が見られる．どのような価値観が複合されているかを見抜くことは教師の力量にかかっている．バスの問題は第 4 章で詳述する．

表 3-1-2　バスの問題での子どもの反応と価値観

発表者	数学的モデル	価値観	バスの台数	1 台の人数	バスの代金	わり算の種類
S	210÷40＝5・・・10，10 人が乗れないのはかわいそうだから 5+1＝6　6 台．	思いやり．	6 台	5 台：40 人、1 台：10 人	3 万円×6＝18 万円	包含除
O	210÷40＝5・・・10，10 人乗れない人ができるから 1 台節約するのはだめ．荷物置き場にする．ゆったりコース希望．	思いやり，ゆったりしたい．	6 台	5 台：40 人、1 台：10 人+荷物	3 万円×6＝18 万円	包含除
Y	210÷40＝5・・・10　10 人余った人は補助席に乗ってもらう．（ミニバスをたのむと高くなるから頼まない）あんまりお金を使いたくないから．	節約したい．	5 台	210÷40 ＝ 5・・・10 10÷5 ＝ 2 40+2 ＝ 42 1 台：42 人	3 万円×5=15 万円	包含除
M	（210÷40＝5・・・10 の式を立ててから，窮屈だと思って次の式に変更している．2 つめのサイクルが次の式である）．210÷10＝21　1 台に 21 人ずつ乗せる．その方が広々と使えるから．	超ゆったりしたい．	10 台	210÷10＝21 1 台に 21 人	3 万円×10 ＝ 30 万円	等分除
R	210÷40＝5・・・10　5+1＝6　210÷6＝35 人　5 台だと座れないから余裕を持たせるため．	みんな公平だし，ゆったり乗れるから．	6 台	210÷40 ＝ 5・・・10 5+1 ＝ 6 210÷6 ＝ 35 人	3 万円×6＝18 万円	包含除
E	210÷40＝5・・・10 で 5 台でも良かったけど，残りの 10 人がかわいそうだし，一緒に乗ったとしてもけっこうきつそうだから 6 台．補助席危ない．子どもだから．荷物も載せられるし．	思いやり，安全，ゆったり	6 台	210÷40 ＝ 5・・・10 5 台:40 人 1 台：10 人+荷物	3 万円×6＝18 万円	包含除
A	210÷40＝5・・・10，大型バス 6 台よりも大型バス 5 台＋ミニバスの方が安いから混ぜた．ぴったりのせられないからかわいそう．	思いやり，節約．	5 台とミニバス 1 台	210÷40 ＝ 5・・・10 5 台：40 人 ミニバス 1 台：10 人	3 万円×5+1.5 万円＝16.5 万円	包含除

価値観の多様性は，本研究の多様な価値観に取り組む力の育成に大きく関わってくる重要な内容である．

1.2　相対性

授業を進める上で配慮すべき事として，社会的相互作用がある（Ernest,1991)．その際に Ernest (1991) の価値観の次元論（二元論，多元論，相対論）に意識を向けたい．価値観の二元論とは，価値観が 1 つありそれが絶対的な価値観として与えられ，その他の価値

観は認められない立場である．それに対して多元論は，異なった価値観の存在が認められる立場であるが，その選択に正当性を欠く場合である．多様な価値観が並列して取り上げられる場合である．一方，相対論は，多様な価値観が認められ，かつその選択に正当性が伴っていて，価値観同士が関連づけられている場合である（pp.118-122）．また，この人はこういう立場（価値観）で考えを述べている，違う人はこういう立場（価値観）で考えを述べている，こういうことを受容することが相対論の立場である．実際の授業では，この価値観の相対論を目指して取り組む必要がある．

価値観の相対性とは，価値観の相対論を指すことにする．

1.3　階層性

数学教育の社会的次元として，文化的，社会的，制度的，教授的，個人的の５つの層がある（Bishop,2001）．本研究では Bishop (2001）の言う教授的層や個人的層に関わる子どもの問題解決で表出する社会的価値観に焦点を当て，それらの上に位置する文化的層や社会的層や制度的層の視点には立たず，更に教師や保護者や一般社会における価値観の研究は対象から外すことにする．

次に，教授的層や個人的層に関わる授業レベルで考える２つの社会的価値観の階層について考察する．２ つの社会的価値観の層とは，①価値観には問題に応じた具体的な価値観の層（第１層）と②幾つかの問題を通す汎用性のある価値観（多様な価値観に対する受容）の層（第２層）がある．このことを表したのが，表 3-1-3 である．

表 3-1-3　価値観の層

第２層	多様な価値観の存在への認識
第１層	授業レベルの個別的な価値観への認識

例えば，的当ての問題で表出する子どもの社会的価値観には，みんなのことを考える平等・公平の価値観とある特定の子どものことを考える思いやりの価値観があるが，これらは問題に応じた個別の価値観に当たり，それを覆う汎用性のある価値観として多様な価値観を受容し認め合う価値観がある．②の汎用性のある共通した価値観は，①の個別の社会的価値観とは違い，直接数学的な内容とは結びつかないが国際化が進む社会や民主的な社会など価値多元化社会では重要な価値観である．

実際の授業では，個別の社会的価値観を基にして，多様な価値観を扱い，話し合う中で多様な価値観を体験的に学び取っていくようにする．なお，価値観の２つの層①と②を考えることは，価値観に対する多様性と公共性を合わせ持つ人間の育成が大切だと考えるからである．つまり，多様な価値観を認め合うことは，自分の価値観を尊重するのと同じよ

うに他人の価値観も認め尊重する（公共性）と言うことである．このことが多様性と公共性を合わせ持った人間ということである．

この多様な価値観を認め合うことは，本研究の2つ目の力「価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力」の育成に関わってくる重要な内容である．

第2節　社会的価値観の潜在性と顕在性

算数・数学教育においてオープンエンドな問題を取り上げると，価値観の潜在性や顕在性の問題に遭遇する（Shimada & Baba，2012）．Bishop は価値観が明示的に扱われてこなかったこと，子どもの学びにとって価値観を取り上げることが重要なことを指摘している．ここでは，価値観の潜在性，顕在性について検討する．

潜在性とは，価値観が明示されないことであり，一方，顕在性とは価値観が明示されることを表している．価値観が顕在化される場合には，分かり易いが，潜在化している場合には，どのような価値観に基づいて考えているのかが分からない．

この潜在性の問題は，価値観研究では大きな問題の1つになっている．例えば，Bishop, Seah，Chin(2003) が示した算数・数学教育における価値観研究の6つの研究課題の1つに,「数学指導における潜在的価値観と顕在的価値観の相違を明確にし，それらの相違の意義づけを行うこと」とあり，価値観の潜在性と顕在性の問題が取り上げられている．

また，Bishop (2001) は「価値観が人のより深層に位置づき，そして個人の意思決定や行動に影響を与える」(p.238) ものとして価値観を捉えていて，個人の行動の背景に価値観があることを述べている. 価値観研究の難しさは, Bishop (2001) の言葉にあるように，価値観が人間の深層に位置づいていることである．つまり価値観が心の奥底にあり潜在化している場合があることである．

このような潜在性に対して，馬場(2012b)は，価値観について研究することは，見えないものを対象とするので，どのように可視化していくのかが研究上の大きな課題であるとしている．この価値観の研究は，潜在化している価値観をどのような方法を用いれば明らかにすることができるのかを研究してきたと言ってもよい (Seah,2012)．Seah(2012)は価値観研究を概観し,「数学の授業における価値の研究は慣習的に質問し，観察，インタビューといった研究方法を用いてアプローチされてきた」(p.2-3),「2000 年代末までに価値は写真や図といったものの内容の分析を通して同定され，その後に主要な発見や疑問を明確化するように練られた参加者のインタビューが続いた」(p.3)と述べている．一方，日本では,「第三の波」研究の日本の代表者である馬場（2012b）も，国際調査の枠組みに基づいた研究を行っている．研究方法としては，教師に対するインタビュー，ジャーナル，子どもに対する集団面接，子どもが撮影した写真（効果的瞬間）などによるデータを収集し，トライアンギュレーションが用いられ，教師や子どもの有する価値観に迫る研究が報告され

ている(馬場，2012b).

本節では，この問題解決時の価値観の潜在性の問題を取り上げ，その潜在性について次の 3 点を考察する.

(1)　潜在化の状態

(2)　顕在化の目的

(3)　顕在化の方法

つまり，(1) は，潜在化しているとはいったいどういう状態を表しているのか.(2) は，何故潜在化した価値観を顕在化するのか．潜在化した価値観を顕在化することにより何かメリットがあるのか．潜在化したままで何か困ることがあるのか.(3) は，もしメリットがあるとするならば，顕在化するためにどのような方法を用いれば良いのかを考えることになる.

2.1　価値観の潜在性

2.1.1　潜在化の状態

小原（2000）は，問題解決行為における数学的価値判断の潜在性について「自らの価値判断に対してどの程度自覚的であったのだろうか」と問題視している．小原（2000）は，潜在性を自覚していない状態と捉えている.

また，見田(1968)によれば，潜在的価値観を以下のようにクラックホーンの考えを引用して説明している.

> 《クラックホーンは「潜在的価値」を認めるけれども，それは行為者自身によっても観察者によっても合理的言語によって表現可能なものであり，フロイトのいわば「前意識」に属するものである．クラックホーンによれば，言語化しうること(verbalizability)は価値意識の必要条件である．それは行為者が理解し，同意したり反対したりできるものでなければならない.》(p.334)

つまり，潜在化しているとは，まったく価値観が存在しないわけではなく，心の奥深くに存在していることを表している．そして，何らかのきっかけがあればそのことに意識を向けることが可能となり言語化も可能となる．それにより他者の批判を受けることが可能となる.

次に，どのような場合に，価値観が潜在性を示すのであろうか．Polanyi（1958）は，科学的コミュニティの多くの共有された価値観は，暗黙的であると論じる（Ernest,1991).このことは，科学的コミュニティでなくとも，普段の社会生活においても，多くの人が当然と思っている価値観は無意識になりやすいといえる．その結果，その価値観は潜在的価

値観になる．

ここまでをまとめると，潜在化しているとは，自覚していない状態であり，意識の深層にあり，けれども言語化しうるものであり，コミュニティの多くの共有された価値観は潜在化しやすいと言える．つまり，多くの人にとって当たり前の価値観（共有された価値観）は潜在化されやすい．

例えば，平等・公平が子どもにとって意識化されない価値観（潜在的価値観）になっている理由の１つは，集合体の全員のことを考えるのは民主主義社会では当たり前のことだからではないだろうか．平等とか公平というのは，この全員のことを考える民主主義社会の中に位置付く大きな価値観である．しかし，誰もが持っているということは，当たり前の価値観であり，意識化されにくい面も持っている．

このことを更に詳しく授業のプロトコル分析を用いて考察する．　次のプロトコルで，T は教師，C は子どもを表す．

【プロトコル：的当て 1】――――――――――――（自力解決と比較検討）

Ｔ4：それでは，考えてください．そのように考えた訳も書いてください．（10 分位）

（比較検討）

Ｃ4：３点と１点の間になっているので多い方の点数にしてあげると１年生がうれしいから．５＋3＋3＝11　で２個景品がもらえる．

Ｃ5：5＋3＋（3＋1）＝12 で２個もらえる．

１年生なので，３点と１点の両方をたしてあげる．

Ｔ5：すごいサービスだね．線上に来たものは，両方の点数をあげてしまおうという考えだね．１年生だから，特別にサービスするという考えだね．

【プロトコル：的当て 2】―――――――――

（比較検討）

Ｃ9：３点と１点の間の２点をあげる．5＋3＋2＝10 で２個もらえる．

Ｔ6：どうして２点にしようと思ったの？

Ｃ10：３と１の間だから２にした．

図 3-2-1　的当ての問題のプロトコル

この場面では，「1 年生がうれしいから」という社会的価値観の言葉は出てくる（【プロトコル：的当て 1】）が，【プロトコル：的当て２】の C10 のように数学的な理由「3 と 1 の間だから２にした」は言えても，それらを支えている「全員平等にする」という社会的

価値観の言葉が出ない．

以上，平等・公平の価値観のような民主主義社会では当然の価値観は潜在化しやすいことが分かる．

2.1.2　顕在化する目的

小原（2000）は，数学的価値判断の潜在性と関連させて，数学的記述の持つ（If A, then B）形式を取り上げて，数学的価値判断が潜在化するとは，If A の部分が行為の中に埋め込まれてしまっている状態であり，児童が認識できるようにする必要があることを強調している．社会的オープンエンドな問題による指導においても子どもの社会的価値観が潜在化することは，数学の記述の If A の部分が不明確になっていることを表している．これに対して，小原（2000）は,「数学をそれを作り出し使用する人間の価値が負荷されているものと見なし，その価値を認識すること自体をも教育的な内容と捉えるならば，この条件節 If の部分が価値判断の場合でも同様である」(p.5)と潜在化した価値観を認識することが重要であることを述べている．つまり，数学は人間の価値が負荷されている，その価値が負荷されているとは，社会的集団の好み，もしくは興味を表すことである（Ernest，1991）と考えることができるので，その価値（観）を認識することも重要な教育的な内容の 1 つとすると，価値観を顕在化することは大切になってくる．

このように If A の部分に関わる社会的価値観を意識させることは, 仮定を明確にすることにもなる．第 1 章でも考察したように，数学的オープンエンドな問題の仮定は数学的であり，社会的オープンエンドな問題の仮定は社会的であると述べた．この社会的な仮定に当たるのが社会的価値観である（第 1 章第 3 節参照）．また， 社会的価値観を意識させることは， 本研究の 3 つの力の 1 つである「価値観に基づく数学的モデルを構成する力」とも関わってくる．価値観に基づくというのは，仮定をおいて考察していることになり，仮定をおく力の育成にも関わることになる．換言すれば, 潜在化している社会的価値観を顕在化することは， 仮定をおいて考えることになり, そのことへの意識化を図っていることになる．その結果，その人の考えの明確性と伝達性が高まることになる．

2.1.3　顕在化の方法

(1)　潜在的価値観の推測の仕方

見田（1968）は,「大前提のより基底的な価値意識を推論するために,「なぜ質問」の繰り返しがあると述べている. この「なぜ質問」の繰り返しにより, 目的～手段の系列を順々にたどっていって, はじめて対象の「究極の価値」にまで到達しうる場合もあろう」(p.345)と述べている．更に「この方法は，価値意識の構造を解明する上で，きわめて有望なテクニックであると考えられるが，次のような理由からこの方法にあまりに期待をよせること

は危険であると思われる」(p.345)と述べて，この「なぜ質問」に警戒感を示している．その理由の 1 つに，「人間は「なぜ」と問われても答えられないことがある」と述べている．確かに，小学生の子どもには「なぜ」という質問を問うても答えられない場合がある．例えば，社会的価値観である「みんな平等にしたいから.」を意識上に上らせるために「なぜ，線の間は 2 点だからと考えたのですか？」と問うても「1 点と 3 点の間は 2 点だから」という数学的な理由を答える実態から見ても，この「なぜ質問」では，潜在的価値観を明らかにすることはできず，実践には不向きである．

(2)　問題解決授業での潜在的価値観の推測の仕方

問題解決授業での潜在化している価値観を顕在化させるために，顕在化している価値観と比較する方法を用いる．Shimada・Baba (2012) は，算数科における問題解決授業でも，子どもの価値観の中には，顕在化する価値観と潜在化する価値観が存在することを報告している．更に Shimada・Baba (2012) は，潜在化している価値観を顕在化するために，友だちの考えの中で価値観が顕在化している考えと比較する方法を提案している．

本研究でも，この比較する方法を用いることにする．馬場（2012b）が「価値観が日常的に表出することは多くなく，それがあえて問われたり，それに対立する別の価値観に出会ったりする時に，初めて明示されることが多い．それは価値観が有する性質にかかわるものだと言える」と述べているように，対立する別の価値観を取り上げて，潜在化している価値観を意識させるようにする．つまり，授業の場合には，潜在化している価値観を意識させ，顕在化させることができる．そして，どのような思いでこの考えを書いたのかを確認することができるのである．また，この方法は実際に授業をしてみると有効な方法であることが分かる (Shimada&Baba,2012).

(3)　ワークシートでの潜在的価値観の推測の仕方

しかし，授業以外でのワークシート（例えば，アンケートなど）ではいちいち子どもに確認することができない．このような場合に，どのような方法を用いて潜在化している価値観を推測すればよいのだろうか．次に，そのことについて考察する．

社会的オープンエンドな問題を与えると，社会的価値観を表す言葉と数学的モデルと数学的な理由が表出する．そのどれもが表現されて，主張が明確になる．しかし，これらはいつも表れるとは限らない．「価値観を表す言葉+数学的モデル+数学的理由」は，価値観が顕在化しているので分かり易いが，問題は，「数学的モデルだけ」,「数学的モデル+数学的理由」の反応である．この場合，価値観は潜在化しているので，どのような価値観に基づいて数学的モデルが構成されているかが分からない．この場合に，数学的モデルの背後にある価値観をいかに推測するかである．

潜在化された価値観の推測の仕方を見田（1968）の価値意識の潜在変数と顕在変数の考えを基にして考察する．見田(1968)は，次のように潜在化された価値意識を推測するという（図 3-2-2）．図の中の D,V,A は以下の文中における略号である．

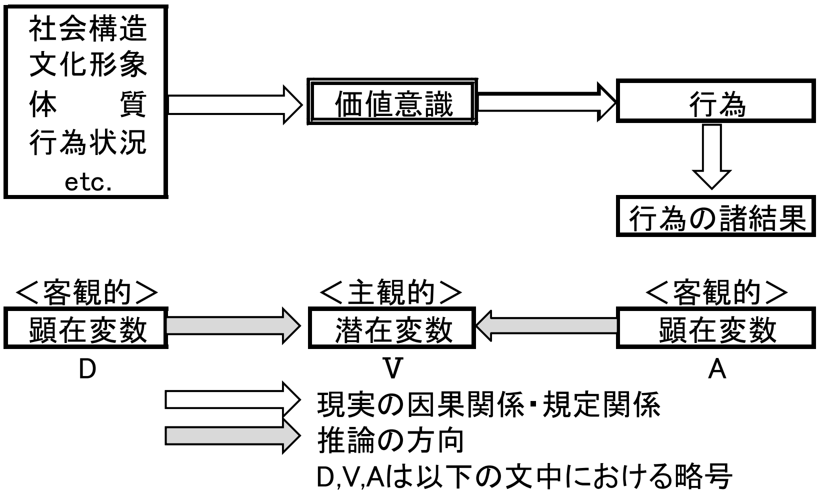


図 3-2-2　価値意識の潜在変数と顕在変数の考え

《われわれはどのようにして，他人の価値意識を「知る」ことができるのだろうか．（略）われわれはそれを，分析と総合による推理によって「検出」しうるのみである．しかし，推理によるとしても，やはり推理の根拠となるべき客観的なデータが与えられなければならない．幸いなことに，価値意識という主観的過程は二重の意味で，客観的事象と関連している．まず第一に，それは社会構造や文化事象や，体質や行為状況などの客観的要因に規定されており，その意味でこれらの要因を，多かれ少なかれ「反映」している．さらに第二に，それは[言語的，非言語的]行為の中に，したがって，また，行為の諸結果－行為の「成果」やその「副産物」－の中に「反映」している．これらの行為やその諸結果は，原則として「観察可能」なものである．したがって客観的データにもとづく，価値意識の推論の方向は，(1)D→V か(2)A→V か，このどちらかの方法をとらざるをえない．価値意識の研究における基本的な行き方は，A→V，いいかえれば，言語的，非言語的な行為もしくは諸結果からの遡及的な推論である.》(p.322)

本研究では，価値意識の研究の基本的な行き方(図 3-2-2)である A→V，すなわち言語的，非言語的な行為もしくは諸結果からの遡及的な推論を考えることにする．「言語的，非言語的な行為もしくは諸結果」とは子どものつぶやきや発言や言語を介さない振る舞いやノートやワークシートに表された子どもの記述である．

的当ての問題の場合を例(表 3-2-1)にとって推測の仕方について説明する．

①　価値観に該当する記述のある場合

例えば，的当ての場合には，「線の間は２点だから，5＋3＋2＝10，10 点，こうすればみんな平等になるから」と書いてあれば，平等な価値観であることが分かる．「高い方の点数にする．１年生が喜ぶから．5+3+3＝11，11 点」と書いてあれば，１年生思いの価値観であることが分かる．

②　数学的モデルと理由が書いてある場合

「線上の点は３点と１点の真ん中の点の２点を上げることにすると,5+3+2＝10 になる」の場合は理由と数学的モデルしか書いていない．価値観を表す言葉を書いていない．この背後にある価値観は，平等な価値観なのだろうか．それとも，1 年生思いの価値観なのだろうか．これだけでは分からない．しかも，留意しなければならないのは，同じ数学的モデルでも背後にある社会的価値観が違う場合がわずかであるが見られることである．

しかし，平等・公平を表す言葉が見られない場合には，平等・公平を表す言葉は潜在化する割合が高いことから（表 3-2-1），「1 点と 3 点の間だから 2 点」という言葉は，平等・公平な価値観であると推測する．

表 3-2-1　的当ての問題の自力解決時の価値観と数学的モデルの記述例と人数及び割合

的当て	想定される価値観	人数	価値観記述人数	子どもの価値観記述例	価値観記述割合	対象別価値観記述割合
a. 5+3+3	1年生思い	14	13	１年生だしまだちっちゃいからボーナスで3点にしてあげた	93%	94%
b. 5+3+(3+1)	1年生思い	1	1	１年生がかわいそうだから	100%	
c. 5+3+3+1+1	1年生思い	1	1	1年生に両方の点を上げる。更に、おまけで＋１点をたす	100%	
d .5+3+2	1年生思い	2	2	本当は5+3+1にしようとしたけど、１年生だから好きな物１個だとかわいそうだから5+3+2＝10で好きな物2個にしてあげた	100%	
e .5+3+2	平等・公平	9	0	１点と3点の間だから2点	0%	0%
f. 5+3+1	平等・公平	10	0	ボールが3点より１点に入っている面積の方が大きいから	0%	
g. 5+3+3	平等・公平	1	0	面積が広いから3点	0%	

③　数学的モデルの場合

最後に，5+3+2＝10 の数学的モデルだけだったらどうすればよいのだろうか．この場合には，平等・公平の価値観に入れておくようにする．何故ならば，1 年生思いの価値観の場合には，そのことが明示化される割合が高いからである(表 3-2-1)．数学的モデルだけでその理由が書いていないということは，平等・公平の価値観の可能性が高いと考える．

見田(1968)は，推測する場合に，既存の価値判断のデータの活用を挙げている．既存の価値判断のデータとは，本節では現在の授業での表全体のデータ(表 3-2-1)やこの的当ての問題の他の授業での価値観表出のデータである．こうした的当ての問題に見られる現在のデータや過去のデータを総合して推測することである．

第 3 節　社会的価値観の変容性

本節では，社会的価値観の変容性について考察する．社会的価値観は変容するのか，その要因と時間的影響について考察する．

この価値観の変容性の研究を今後の研究課題に挙げているものとして，Bishop, Seah & Chin (2003) や Seah （2012 ）が挙げられる． Bishop, Seah & Chin(2003)は，価値観変容性について Raths et.al.(1987)の考えを次のように紹介している．

> 《どんな人の価値観も経験が蓄積することにより修正し変化する．価値観は，世の中の人間関係が静的なものではないならば，価値観も同じように静的なものではない．経験が進化し成熟するように価値観もまた進化し成熟する.》(p.730)

つまり，経験を積むことにより価値観も変化すると述べている．更に，Bishop(1998)は算数・数学教育における価値観の形成には，学級の友人が最重要であると述べている．また，Seah (2012)は，数学教育における価値についての国際比較調査「第三の波」の中で示した５つの課題の中の１つに社会的相互作用によりどのように価値観が変容するかを研究課題に挙げている．

一般的な価値や価値意識(1)研究で著名な見田（1968）は，価値や価値意識研究での研究課題の１つに価値や価値意識の変容を挙げていて，価値意識変容の条件の１つとして,「新しい知識・情報との接触」を挙げている．このように，価値観の変容性を研究することは，一般的な価値観研究でも重要な課題であると言える．

ここでは，価値観の変容を考察する上で時間的な要因（単位時間，中期的，長期的）と変容の内容についてまず考察する．単位時間による時間的要因とは，問題解決の前後での変容が最も短期間のものである．指導の前後で比較すると何らかの変容を起こしている場合が多い．次に，このような問題解決の経験の回数を経ることによって数か月の単位で変容を見る。そして，最後にはより長期的に 2 年間の変容を見る．

また変容の内容については，社会的価値観と数学的モデルについてのものがある．見田が指摘するようにこれらの変容は，微細なものも含みながら様々な形で変容している．

3.1　社会的価値観の変容性(1)－単位時間の変容性－

本節では， Shimada & Baba (2014) の研究[2]を基にして，子どもの価値観や数学的モデルの変容の様子を更に深めることにする．具体的には，Shimada & Baba (2014)の研究後，合わせて４つの学校，東京の私立Ａ小学校４年生 38 名（Shimada & Baba,2014,ではこの学校での実践を基にして論文にしている)，茨城県Ｂ小学校４年生 27 名，千葉県Ｃ小学校５年生 29 名，青森県Ｄ小学校６年生 24 名の合計 118 名の実践を基にして，この４つの学校を総合して分析し質的に量的に考察することにした．

価値観の質については，見田（1968)は価値意識には「強さ」,「深さ」,「固さ」,「顕現性」などの諸次元があり，それを調査工夫により測定することで「平面性」を克服できると述べている（p.338)．また,「深さ」の次元,「自発性」の次元,「顕現性」の次元など，次第に多くの次元を問題とすればするほど，数量的なデータだけでは間に合わなくなり，「質的」なデータによる補充が必要になってくる(p.369)とも述べている．この「質的」なデータと「量的」なデータに関わって価値意識の質を「広さ」対「深さ」の問題として表現することもできよう(p.363)とも述べている．これらの考えを援用すると，価値観にも「強さ」,「深さ」,「広さ」などの質的な面が関係していると考えられる．本節では，こうした価値観の「強さ」,「深さ」,「広さ」などの質に関わる面についても分析する．

そのために，Shimada　&　Baba(2014)で用いたように，問題解決学習で最初に自力解決の時間をとり，ワークシートに自分の解決法を記述させる．その後，子ども達がお互いの価値観と数学的モデルを紹介し相互交流しあい，その結果，最終場面の価値選択時にどの価値観と数学的モデルを選択するか，何故その価値観と数学的モデルを選択したのかの記述を調査して,自力解決時の価値観と数学的モデルがどのように変容したかを研究する．

単位時間の変容は，社会的価値観が変わる場合，価値観は同じままで数学的モデルが変わる場合，両者ともに変わらない場合があり得る．

3.1.1　約４割の子どもが社会的価値観を変容させている

表 3-3-1 を見ると，自力解決時の価値観から選択時の価値観を変容させている子どもが約４割いることが分かる.自力解決時に平等･公平の価値観であった子どもが選択時に１ 年

表 3-3-1　的当ての問題の自力解決時と選択時の価値観の様相

		選択時		
		平等・公平	1年生思い	総計
自力解決時	平等・公平	53（45%）	15（13%）	68（58%）
	1年生思い	28（24%）	22（19%）	50（42%）
	総計	81（69%）	37（31%）	118（100%）

生思いの価値観に変容しているのは 13%で，自力解決時に 1 年生思いの価値観であった子どもが選択時に平等・公平の価値観に変容しているのは 24%いる. 合わせると 37%になる. これは，社会的相互作用により，最初の価値観を変容させたと推測できる.

3.1.2　社会的価値観は変容しないがそのうちの約 4 割の子どもが数学的モデルを変容させている

表 3-3-2 は，自力解決時と選択時で同じ価値観を選択している子どもが，同じ数学的モデルを選択しているか異なる数学的モデルを選択しているかを表している．自力解決時と選択時に平等・公平の価値観を選んでいる子どもの中で異なる数学的モデルを選んでいる子どもの割合が 27%である．一方，自力解決時と選択時に 1 年生思いの価値観を選んでいる子どもの中で異なる数学的モデルを選んでいる子どもの割合が 16%である．全体では，同じ価値観で数学的モデルを変えている子どもは 43%である. 同じ価値観を選んでいて変容していないように見えても数学的モデルを変えている子どもが 43%いることを表している．これを見ても社会的相互作用による影響が大きいことが分かる.

表 3-3-2　的当て問題の解決時における同じ価値観による選択時の数学的モデル

		同じ価値観による選択時数学的モデル		
		同じ	異なる	総計
自力解決時数学的モデル	平等・公平	33（44%）	20（27%）	53（71%）
	1年生思い	10（13%）	12（16%）	22（29%）
	総計	43（57%）	32（43%）	75（100%）

3.1.3　価値観は変わらないが価値観の質を変容させている

本節では，二者択一の価値観では変容していないように見えるが，全ての子どもが社会的相互作用により何らかの形で自力解決時の価値観よりも価値選択時の価値観が深まっているという立場をとる.

分析した結果，価値観の質は，次の 2 つの様子でみることができる.

(1)　潜在的な価値観の状態から顕在的な価値観の状態に変容する子どもがいる.

表 3-3-3 は，的当ての問題で A 校における無意識な価値観（平等・公平な価値観）から意識的な価値観に変容した子ども達である．つまり，自力解決時には平等・公平な価値観に当たる表現をしていないが価値選択時における理由に価値観に関わる平等と言う言葉が見られた子どもである．A.D と T.H は面積の考えで価値選択時も同じ面積の考えを選択し

ている．数学的モデルも同じである．T.R は自力解決時には平均の考えを使っていて価値選択時も自分の考えの平均の考えを選択している．数学的モデルも同じである．３人に共通しているのが，自力解決時の理由は，数学的な理由であるがそこには価値観に当たる言葉は見当たらない．しかし，社会的相互作用の後の価値選択時には選択理由に価値観に関わる「平等」という言葉が見られる．これは，潜在的な価値観から顕在的な価値観に変容したことを表している．つまり，社会的相互作用により価値観の深まりが見られたと考える．

表 3-3-3　的当ての問題の無意識な価値観から意識的な価値観に変容した子ども

	自力解決時の数学的モデル	自力解決時の理由	価値選択時の数学的モデル	選択理由
A.D	1+3+5＝9	ボールが3点より１点に入っている面積の方が大きいから..	1+3+5＝9	K.Kのはみんな平等だから.
T.R	5+3＝8　(1+3)÷2＝2 8+2＝10	線を引くと１の方にかたよっているから.	5+3＝8　(1+3)÷2＝2　8+2＝10	自分のはスポーツマンシップって感じがして平等だから.
T.H	1+3+5＝9	１点の方にかたむいていたから１点にした.	1+3+5＝9	K.Kも私も同じ．みんな平等の方がいいと思う.

⑵　価値観の使う対象を広げる，つまり，価値観の一般化（外延的一般化）を図る（変容させる）子どもがいる．

この変容は，D 校において見ることができた．プロトコルを分析して「価値観の一般化（外延的一般化）を図る（変容させる)」の意味を明らかにする．授業は，自力解決の結果を発表し，比較検討の場面である．1 年生思いの価値観に基づく数学的モデルが発表され，次に平等・公平に基づく数学的モデルが発表された．

＜的当ての問題：プロトコル１＞

T１：発表を聞いて何か質問や意見はありますか.

C１：質問があります．１年生思いの人たち（C２，C３）に質問します．もし，1 年生じゃなかったら，何点あげるんですか．※（C１は平等・公平の価値観に基づく数学的モデルを考えた子どもである.）

C２：(戸惑っている様子)

T２：自分の思ったことでいいんだよ.

C２：1，２年生なら３点あげて，5+3+3＝11．3,4 年生なら２点あげて，5+3+2＝10．5,6年生なら１点あげて，5+3+1＝9 にします.

Ｃ３：ぼくは，１年生から５年生まで３点あげます．5+3+3=11．僕たちは６年生だから厳しくして１点にします．5+3+1＝9．やっぱり，６年生は下級生には優しくしてあげるべきです．

このプロトコルを見ると，１年生思いの価値観と平等・公平の価値観が対立している中で，平等・公平の価値観に基づく数学的モデルを発表したＣ１から１年生思いの価値観に基づく数学的モデルを発表したＣ２，Ｃ３に質問が出された．この質問により，Ｃ２，Ｃ３は１年生以外の学年にも配慮したより一般化した(外延的一般化)価値観が作りだされた．そして，その広い価値観に基づく数学的モデルも発表された．

これは，社会的相互作用により考え出されたものであり，その価値観が使える範囲を広げた（変容した）例である．

3.1.4　数学的モデルの質を変容させている(数学的価値観の高まり）

(1)　数学的モデルをより簡潔な表現に変容させている．

社会的価値観は変容しないが，数学的モデルの質を変容させている子どもがいる．例えば，的当て問題で，表 3-3-4 の M.H は１点と３点の間を２点にする考えで変わりはない

表 3-3-4　的当て問題の平等・公平の価値観は同じで数学的モデルが変容した子ども

	平等・公平の価値観は不変で数学的モデルが変更			
	自力解決時の数学的モデル	変更した考え	価値選択時の数学的モデル	変更理由
I.K	5+3+2＝10	K.Kの考え	面積：5+3+1	みんな平等だからいいなあと思った.
N.L	5+3+3＝11（面積）	A.Kの考え	5+3+3+1（価値観の合体）	線の上はめったにないので,両端の点を足す.でもA.Kと違って,1年生以外にもこのルールを付ける.
H.K	3+2+5＝10	K.Kの考え	面積：5+3+1	Y.Sといっしょだと文句を高学年に言われるから平等がいいと思った.
Y.S	5+3+2＝10	K.Kの考え	面積：5+3+1	みんな平等でいいなあと思ったから.
K.H	1+3+5＝9	M.Hの考え	3÷2＝1.5　1÷2＝0.5　1.5+0.5＝2　5+3+2＝10	みんなびょうどうだしちょっときちんとしているから.
S.A	5+3+1＝9	Y.Sの考え	3-1＝2　2+3+5＝10	みんな平等だから.
S.R	5+3+1＝9	T.Rの考え	5+3＝8　(1+3)÷2＝2　8+2＝10	みんな平等だから.もし高学年が見ていてずるーいとか言われないから.
T.H	1+3+5＝9	Y.Sの考え	3-1＝2　2+3+5＝10	みんなが同じようにできるから.自分のよりも簡単だから.
M.H	3÷2＝1.5　1÷2＝0.5　1.5+0.5＝2　5+3+2＝10	T.Rの考え	5+3＝8　(1+3)÷2＝2　8+2＝10	私と同じ考えだけど式でまとめているから.やっぱり小さい子におまけしちゃうと高学年がかわいそうだから.

が，自力解決時に考えた 3÷2＝1.5，1÷2＝0.5，1.5+0.5＝2，5+3+2＝10 の数学的モデルより，よりまとまっている表現である数学的モデル 5+3＝8，（1+3）÷2＝2，8+2＝10 に変更している．その理由を「私と同じ考えだけど，式でまとめているから」と述べて，簡潔な表現をよしとしている(表 3-3-4)．これはより簡潔な表現を求める数学的価値観の 1 つである．表 3-3-5 の U.S は，5+3+3＝11 から 5+3×2＝11 に数学的モデルが変容しているが，これは 1 年生思いの価値観のレベルが上がったからではなく，よりよい数学的モデルに変容したのである．これもより簡潔な表現をしようとする数学的価値観の 1 つである．

表 3-3-5　1 年生思いの価値観は同じで数学的モデルが変容した子ども

	1年生思いの価値観は不変で数学的モデルが変更			
	自力解決時の数学的モデル	変更した考え	価値選択時の数学的モデル	変更理由
O.U	5+3+3＝11	K.Rの考え	5+3＝8　1+3＝4　8+4＝12　12+1＝13	もし自分が1年生だったらとくだから．
K.R	5+3＝8　8+3＝11	K.Rの考え	5+3＝8　1 +3＝4　8+4＝12　12+1＝13	1年生思い（更に強くなっている）．
S.H	3×2+5＝11	K.Rの考え	5+3＝8　1 +3＝4　8+4＝12　12+1＝13	自分がやっておまけされたら景品をたくさんもらえるから．
S.J	5+3×2＝11	A.Kの考え	5+3+3+1＝12	僕はサービスが少なかったけど，浅井のサービスの仕方がうまかったから．春日はサービスが大きすぎる．
T.Y	3+3+5＝11	K.Rの考え	5+3＝8　1 +3＝4　8+4＝12　12+1＝13	1年生のお客さんがいっぱい来るから．
I.A	5+3+3＝11	K.Rの考え	5+3＝8　1 +3＝4　8+4＝12　12+1＝13	1年生に思いやりがあるから．
U.S	5+3+3＝11	S.Jの考え	5+3×2＝11	1年生も喜んでくれるから．
K.M	5+3+2＝10	A.Kの考え	5+3+3+1＝12	なぜなら，1年生が喜んでくれて来年も文化祭に来てくれたらうれしいから．
T.A	3+3+5＝11	K.Rの考え	5+3＝8　1 +3＝4　8+4＝12　12+1＝13	1年生にはおまけも必要だと思うから．

⑵　数学的モデルの一般化を考える．

この変容は，A 校において見ることができた．プロトコルを分析して「数学的モデルの一般化を考える」の意味を明らかにする．

＜的当ての問題：プロトコル 2＞

C1：私は，3-1＝2，2+3+5＝10 にしました．大きい方の点数（3 点）から小さい方の点数（1 点）を引きます．

C2：質問があります．他の線の所に玉が当たったらどうするんですか．例えば，5 点と 3 点の間の線に当たったら 5-3＝2，1 点と 0 点の線の間に当たったら 1-0=1 にするんですか．

C1：その時には，また別なやり方を考えます．

C3：いつでも使える方法がいいと思います．

T1：C 1 さんは，2 点を式で表そうと思ったことは素晴らしいね．この時にはうまくいくが他の時にも使える式かなあと考えるともっとよかったね．

プロトコル 2 では，線上の点数を平均の考えや 1 と 3 の間の 2 点を与える考えが示されたが，その中に C1 の引き算を用いて表した子どもの考えが表れ，その考えに対して質問が出されたのである．C2 は面積の考えを用いて考えている数学が得意な子どもであるが一般化（外延的一般化）を意識していつでも使える考えかを尋ねている．この社会的相互作用は，一般的な数学的モデルを求める活動であり，これはより一般化（外延的一般化）を求めようとする数学的価値観の 1 つである．

3.2　価値観の変容性(2)－中期的な変容性－

ここでは中期的な変容，つまり数か月程度における変容を見る．1 つの課題に取り組んでいるわけではないので問題に左右される可能性を見ながら議論する．

価値観と数学的モデルの中期的な変容を把握するために，同じ社会的価値観が表出する社会的オープンエンドな問題(的当ての問題，部屋割りの問題，ケーキの問題)を 1 ヶ月に 1 回ずつ 3 ヶ月にわたって 4 年生に授業を行い，子ども達の社会的価値観と数学的モデルの変容を見た．

この 3 つの問題は，カテゴリーで言えば，ルール作りや分配である。ルール作りの的当ての問題も境界に当たったボールに何点を割り振るかという意味である種の分配が内包されている．分配を考えるとき，均等に分けることとあることを重視して不均等に分けることが考えられる．重視する視点は弱者への配慮であったり，ゲーム勝者への配慮であったりする．

3.2.1　3 か月にわたる価値観の変容（その 1）

表 3-3-6 は，授業の選択場面（比較検討後）における子ども達が最も良いものとして選択した価値観と数学的モデルである．これを見ると，3 回の授業とも共通している社会的価値観として，平等・公平の価値観と特定の人への思いやりの価値観が見られる．「特定の人への思いやり」とは，的当ての問題で言うと，「1 年生思い」であり，部屋割りの問題で言うと，「余った 1 人への思い」，「病人思い」，「先生思い」であり，ケーキを分ける問題で言うと，「子ども思い」，「大人思い」，「祖父母思い」，「個人の特性思い」である．それらをまとめると，「特定の人への思いやり」という価値観である．「平等・公平の価値観」とは，的当ての問題で言うと，「全員に同じように点数を与える」ということであり，部屋

割りの問題で言うと，「1 部屋の人数をできるだけ同じ人数にする」ということであり，ケーキの問題で言うと「全員に同じ大きさにケーキを分ける」ということである.

表 3-3-6　的当て，部屋割り，ケーキの問題における価値選択時の価値観と数学的モデル

問題	対象		価値観と数学的モデル	人数	割合	価値観毎の割合
【的当て】	特定の人	a	1 年生思い：5+3+3	4	11%	28.0%
		b	1 年生思い：5+3+（3+1）	2	6%	
		c	1年生思い（厳しく）：5+3+1	4	11%	
	平等・公平	d	平等・公平：5+3+2	11	31%	72.0%
		e	平等・公平：5+3+1（面積）	5	14%	
		f	平等・公平：やりなおし後に式	7	19%	
		g	平等・公平：じゃんけん後に式	3	8%	
【部屋割り】	特定の人	a	余った1人思い：19÷6＝3・・・1 →（6,6,6,1）	13	36%	67.0%
		b	余った1人思い：19÷6=3・・・1 →（3,3,3,3,3,4）	5	14%	
		c	先生､病人思い：19÷5=3・・・4→(5,5,5,4)など	6	17%	
	平等・公平	d	平等・公平（6部屋を全部使う・過ごし方）:19÷6=3・・・1→(3,3,3,3,3,4)	3	8%	33.0%
		e	平等・公平（6部屋を全部使う・過ごし方）:19÷5=3・・・4→(3,3,3,3,3,4)	1	3%	
		f	平等・公平（6部屋を全部使わない・人数）:19÷5=3・・・4→(5,5,5,4)	3	8%	
		g	平等・公平（6部屋を全部使わない・人数）:19÷4=4・・・3→(4,4,4,4,3)	3	8%	
		h	平等・公平（6部屋を全部使わない・過ごし方）:19÷6=3・・・1→(6,6,7)	2	6%	
【ケーキ】	特定の人	a	子ども思い（優先）：4×5=20,20÷6=3・・・2(子ども1個、大人3/4個)	2	6%	31.0%
		b	子ども思い（優先）：5-4=1,1÷4=1/4(子ども2個、大人1/4個)	4	11%	
		c	祖父母思い（優先）:4÷4=1,1÷2=1/2	5	14%	
	平等公平	d	平等・公平:5÷6=5/6	12	33%	69.0%
		e	平等・公平:1÷6=1/6,1/6×5=5/6	3	8%	
		f	平等・公平：(5+1)÷6=1	10	28%	

表 3-3-7 も表 3-3-8 も価値選択時の子どもの価値観の割合である．表 3-3-7 は，3 回の授業毎の平等・公平の価値観と特定の人を思いやる価値観を選択した割合である．この表 3-3-7 を見ると第 1 回目と第 3 回目の選択された価値観の割合は似ているが，第 2 回目の授業では，平等・公平の価値観と特定の人を思いやる価値観が第 1 回目や第 3 回目と比較すると割合がおおよそ逆転していることが分かる．その原因を探ると，2 回目の問題の特殊性に起因していると思われる．それは 2 回目の部屋割りの問題が割り算の余りの処理にある．この余りの処理に関してどのように処理するかが子ども達にとって大きな問題になっているからである．つまり，余った 1 人を 1 人ではかわいそうだからみんなの部屋に入れてあげようという考えと 1 人用の部屋を用意すればかえって気楽に過ごせるという考えが出ている．どちらも余った 1 人を思いやる価値観が表れていて，その結果，平等・公平の価値観よりも割合が多くなっている原因である．

表 3-3-7　価値観の回数毎の人数及び割合

	1回目	2回目	3回目
平等・公平の価値観	26（72%）	12（33%）	25（69%）
特定の人思い価値観	10（28%）	24（67%）	11（31%）

このように中期的な変容は問題に依存しながらの変容となり確実に変容したかどうかを議論するには限界がある．しかし，これらのデータから次の点が指摘できる．

(1)　子どもの価値観は問題に応じて変容するが，中には，同じような割合を示す問題がある（表 3-3-7）．

(2)　子どもの価値観は平等・公平の価値観の方が特定の人思いの価値観よりも多く見られ，その割合は 3：2 である（表 3-3-8）．

(3)　3 つとも同じ価値観を示す子どもは約 3 割いる(表 3-3-8).

表 3-3-8　同じ価値観選択割合

	平等・公平の価値観	特定の人思い価値観	合計
3回選択	8（22%）	2（6%）	10（28%）
2回選択	13（36%）	13（36%）	26（72%）
合計	21（58%）	15（42%）	36（100%）

3.3　価値観の変容性(3)－長期的な変容性－

ここでは長期的な変容性の視点として，2 年間をおいて同一問題に関する反応を見ることにする．すなわち，同一の子どもの長期的な価値観と数学的モデルの変容性を分析する．

4 年生で社会的オープンエンドな問題を問題解決学習による方法を用いて 3 題（的当ての問題，遊園地の問題，バスの問題）扱い，その後，5 年生になり数学を教える指導者が代わった．新しい指導者は，社会的オープンエンドな問題を授業で扱ってはいない．2 年間が経過した 6 年の 2 月 25 日に 15 分間で 4 年時に学習した同一問題（的当ての問題）を調査した．

3.3.1　結果

(1)　価値観を変えている子どもの割合

価値観を変えている子どもの割合は約 50％である(表 3-3-9).

表 3-3-9　4 年生時と 6 年生時の価値観の変容

		6 年生自力解決時		
		平等・公平	1 年生思い	総計
4 年生価値選択時	平等・公平	12(32%)	8（21%）	20(53%)
	1 年生思い	10(26%)	8（21%）	18(47%)
	総計	22(58%)	16(42%)	38(100%)

(2)　平等・公平の価値観と 1 年生思いの価値観の割合

平等・公平の価値観と 1 年生思いの価値観の割合は，4 年生時では約 1：1 であるが，6 年時では約 3：2 に変わっている(表 3-3-9)．成長するにつれて，平等・公平の価値観に変容していくことが予想される．

(3)　数学的モデルを変更させた割合

数学的モデルを変更させた割合は，約 80％である(表 3-3-10)．その中には，4 年生では見られなかった数学的モデル（5+3+3÷2＝9.5 などの平均の考えに似ている考え）やよりよい表現((3+1)÷2+5+3=10，5+3+3-1＝10 などの総合式)が見られる．全体として，総合式やわり算を使った表現が増えている(表 3-3-11).

表 3-3-10　4 年時と 6 年時の数学的モデルの比較

		6 年時同じ価値観による数学的モデル		
		同じ	異なる	総計
4 年時数学的モデル	平等・公平	5（13%）	15（39%）	20（53%）
	1 年生思い	3（8%）	15（39%）	18（47%）
	合計	8（21%）	30（79%）	38（100%）

(4)　式の理由の根拠

式の理由を述べるときに，平等・公平の価値観を選んだ子どもの中で，4 年生の価値選択場面でその根拠として表現できていた平等・公平などの価値観を用いた表現が減り，数学的な根拠だけのものが増えている．

4 年で平等・公平の価値観を示し，6 年での同じ価値観を示した子ども 12 名のうち，平

表 3-3-11　6 年生の社会的価値観と数学的モデル

価値観	数学的モデル	人数	考え
1 年生思い	5+3+3＝11	13	
	5+3+10＝18	1	
	5+3+2＝10	1	
平等・公平	5+3+1＝9	8	面積の考え
	5+3+3＝11	1	面積の考え
	5+3+2＝10	7	平均の考え
	(3+1)÷2+5+3＝10	1	平均の考え
	5+3+3−1＝10	3	平均の考え(差)
	5＋3＋3÷2＝9.5	3	線上の大きい方の点数の半分

等・公平にかかわる何らかの言葉（例えば，全体を考える，1 年生だけ特別扱いにはできないなど）を書いているのは 4 人であり，残りの 8 名はこうした平等・公平にかかわる価値観は表現していない．数学的な根拠だけを示している（表 3-3-12)．

平等・公平の価値観は潜在的な価値観であり，4 年生ではそれを授業で顕在化した．けれども，2 年間，社会的オープンエンドな問題を用いる学習をしていなかったために再度潜在化したものと思われる．

このことから，社会的オープンエンドな問題は，繰り返し授業で扱い，価値観による根拠と数学的な根拠を用いて自分の考えを述べることについて意識化を図っていくことが大

表 3-3-12　4 年と 6 年の同一問題（的当ての問題）に対する価値観表現比較

	4年生時				6年生時	
	数学的根拠(自力解決時)	数学的モデル(自力解決時)	選択場面	数学的モデル	6年生理由	数学的モデル
I.K	1点と3点の間だから2点	5+3+2＝10	K:みんな平等だからいいなあと思った。	面積:5+3+1	2点を合わせる。	5+3+2＝10
T.R	線を引くと1の方にかたよっているから。1と3の間に1つあるので1+3をして4でそれを2でわった。	5+3＝8　(1+3)÷2＝2　8+2＝10	R:スポーツマンシップって感じがして平等だから。	5+3＝8　(1+3)÷2＝2　8+2＝10	3と1の間の物は3か1とするよりも÷2をして平均を足した方が適切だと思った。	(3+1)÷2+5+3＝10
H.K	せんを2点にした	3+2+5＝10	K;Sといっしょだと文句を高学年に言われるから平等がいいと思った。	面積:5+3+1＝9	1と3の間にあるから間をとって2点にして2+3+5＝10とした。	5+3+2＝10
Y.S	1点と3点の間にあるから2点にする	5+3+2＝10	K:みんな平等でいいなあと思ったから。	面積:5+3+1＝9	びみょうに1点よりだから。	5+3+1＝9
K.H	そうかなあと思うから	1+3+5＝9	H:みんなびょうどうだしちょっときちんとしているから。	はな:5+3+2＝10	どちらかわからないけど1と3の間をとって2にしました。	5+3+3−1＝10
T.H	じょうぎを使って調べたら、たまが1点よりになっていたから	1+3+5＝9	S:みんなが同じようにできるから。自分のよりも簡単だから。	さち:5+3+2＝10	間なので2点上げました。	5+3+2＝10
T.A	まだ1年生だからびみょうな所に行ったら点数が大きい方にしてあげる	5+3+3＝11点	K:1+3+5＝9　みんな平等。面積を使う。	1+3+5＝9	1にも当たっているし3にも当たっているから1.5にした。	5+3+1.5＝9.5
T.I	1点の方にかたむいていたから1点にした	1+3+5＝9	K:私もみんな平等の方がいいと思う。	1+3+5＝9	3点の所にも半分(約)入っているので3÷2＝1.5．つまり3の半分と言うこと。	3÷2＝1.5　1.5+3+5＝9.5

切である．これに関して，Bishop(2001)は「価値観は規則的に使用されることがなければ衰えていく（tend to fade)傾向にある．」と述べているように，社会的オープンエンドな問題による価値観でも同様のことが言える．

註

(1)　見田(1968）は，価値意識の研究を取り上げた理由を次のように述べている．「善について」，「幸福について」，「人生の目的について」，「人間の欲望について」，「人間行為の動機について」などは，人間を行為にかりたてるもの，行為を方向付けるもの，言い換えれば，主体としての人間が，行為を選択し決断を下す際に作用するもの，あるいは我々が「よい」とか「わるい」とか判断して喜んだり悲しんだりする際の基準になるものである．これらの概念を一つ一つ切り離して把握するのではなく，相互関係の全体において捉えることにより,「人間の科学」への展望が図られる．その全体を包括するものとして「価値意識」の概念を取り上げている（pp.5-6)．見田(1968)の言う価値意識は，本研究での価値観と共通性がある．何故ならば，本研究の価値観は，人間と社会に関する洞察を進める社会学辞典(森岡 1993)の考えである「価値観とは，対象を評価または志向する際，主体の判断を支える基準，枠組みであり，文化的背景をも含めた経験や学習に基づいて，ある一貫性を保って形成されてきた認知の基盤をなす.」(p 197）を基にして考えていて，見田(1968)の言う価値意識も森岡(1993)のいう価値観も共に人間の行動の基準や枠組みを表しているからである．そこで，本研究では，見田(1968)の価値意識を価値観と同じ意味として使っていくことにする．

(2)　Shimada & Baba(2014)で明らかにした結果は，次の 4 つである．1）潜在化している価値観は，顕在化している価値観と比較することにより顕在化する. 2）価値観が同じでも数学的モデルは多様である．3）約 1／3 の子どもが価値観を変容させている．4）価値観は変容しないが数学的モデルを変える子どもの割合は約 70%いることなどが分かった．

第 4 節　本章のまとめ

第 3 章は，前章の授業の構成要素について検討してきたことを受けて，子どもが表出する社会的価値観や授業を構成する上で留意しなければいけない社会的価値観の特性について考察した．

第 1 節は，価値観の多様性を取り上げた．価値観の多様性を明らかにすることは，授業

を進める上でも重要な内容である．また，本研究の多様な価値観に取り組む力の育成に大きく関わってくる内容である．

最初に，多様性について考察し，次に価値観の相対性を考察し，最後に階層性について考察した．最初の価値観の多様性については，多様性の持つ 2 つの意味を考察した．1 つは，文字通り多様な社会的価値観の存在を表している．的当ての問題で言うと 1 年生思いの価値観や平等・公平の価値観など２つ以上の社会的価値観が存在することを表す．この意味の価値観の多様性とは多様な価値観とも言う．もう 1 つの意味は，同じ社会的価値観であってもその解釈が多様にあるという解釈の多様性を表す．それは，表 3-1-1「自力解決時の価値観と数学的モデル」で明らかにした．本研究で言う多様な価値観に取り組む力と言った場合には，前者の意味に比重を置いている．更に，価値観の複合性について考察した．幾つかの価値観が複合した形で表出される場合があり，これも多様な価値観の 1 つの表れである．

次に価値観の相対性について考察した．Ernest(1991)は価値観の次元論（二元論，多元論，相対論）について述べているので，その意味を取り上げた．価値観の二元論とは，価値観が 1 つありそれが絶対的な価値観として与えられ，その他の価値観は認められない立場である．多元論は，異なった価値観の存在が認められる立場であるが，その選択に正当性を欠く場合である．多様な価値観が並列して取り上げられる場合である．一方，相対論は，多様な価値観が認められ，かつその選択に正当性が伴っていて，価値観同士が関連づけられている場合である(pp.118-122)．こういうことを知ることが相対論の立場であり，実際の授業では，この価値観の相対論を目指して取り組む必要があることが分かった．

最後に，価値観の階層性（Bishop，2001)の視点を取り上げて考察した．Bishop(2001)の視点では，数学教育の社会的次元として，文化的，社会的，制度的，教授的，個人的の５つの層がある(Bishop，2001)．直接授業に関わる個人レベルや教授レベルの価値観は，それらよりも上位にある文化的，社会的，制度的価値観の影響下にあるが，本研究では Bishop(2001)の言う教授的層や個人的層に関わる子どもの問題解決で表出する社会的価値観に焦点を当てた．

次に，教授的層や個人的層に関わる授業レベルで考える 2 つの社会的価値観の階層性について考察した．2 つの社会的価値観の層とは，①価値観には問題に応じた具体的な価値観の層と②幾つかの問題レベルの汎用性のある価値観（多様な価値観に対する受容）の層がある．

この多様な価値観を認め合うことは，本研究の 2 つ目の力である「価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力」に関わってくる重要な内容である．

第 2 節では，社会的価値観の顕在性と潜在性について考察した．この潜在性の問題は，価値観研究では大きな課題の 1 つになっている．本研究では，問題解決時の価値観の潜在

性の問題を取り上げ，その潜在性について次の 3 点を考察した．

(1)　潜在化の状態

(2)　顕在化の目的

(3)　顕在化の方法

1 つ目の潜在化している状態とは自覚していない状態であり，意識の深層にあり，けれども言語化しうるものであるということが同定された．また，どのような価値観が潜在化しやすいかというとコミュニティの多くの人に共有された価値観は潜在化しやすいと言えることが明らかになった．2 つ目の顕在化の目的については，他人に自分の考えを分かり易く伝えることや仮定の役割を果たす社会的価値観を意識することにより仮定への意識づけと仮定をおく力の育成に関わることになるからである．3 つ目の顕在化の方法については，①潜在的価値観の推測の仕方，②問題解決授業での潜在的価値観の推測の仕方，③ワークシートでの潜在的価値観の推測の仕方の 3 つの方法があることが分かった．①は「なぜ質問」を繰り返すことであり実践するには難しいことが同定された．②は顕在的価値観との比較により顕在化できることが同定された．③は価値観表出の割合に基づく現在の全体的なデータや過去のデータに基づく総合的な推測方法があることが同定された．この社会的価値観の潜在性も授業を行っていく上では十分に配慮すべき特性である．

第 3 節は，価値観の変容性について考察した．教育的な営みを考えた場合には，授業によって子ども達がどのように価値観や数学的モデルを変容させたかを把握することは重要な問題である．価値観の変容性を，価値観の変容性(1)－単位時間の変容性－，価値観の変容性(2)－中期的な価値観の変容性－，価値観の変容性(3)－2 年間経った時の価値観の変容性－を取り上げた．なお，それぞれについて，子どもの割合を挙げるが，あくまでも今回の問題に関してであり，今後更なる研究が必要である．

最初に，価値観の変容性(1)－単位時間の変容性－では，①約 4 割の子どもが社会的価値観を変容させている．②社会的価値観は変容しないが約 4 割の子どもが数学的モデルを変容させている．③価値観は変わらないが価値観の質を変容させている．④数学的モデルの質を変容させているなどが分かった．

次に，価値観の変容性(2)－中期的な価値観の変容性－では，①3 つの問題とも平等・公平の価値観と特定な人思いの価値観が見られる．②平等・公平の価値観と特定な人思いの価値観の表出する割合は問題に応じて変容するが，中には，表出する割合が同じような問題がある．③子どもの価値観は平等・公平の価値観の方が特定の人思いの価値観よりも多く見られる．④3 回とも同じ価値観を選択する子どもは約 3 割いるなどが分かった． ただし，1 つの課題に取り組んでいるわけではないので問題に左右される可能性を見ながら議論した．

最後に，価値観の変容性(3)－2 年間経った時の価値観の変容性－では，①価値観を変え

ている子どもの割合は約 50%(21%+26%)である．②平等・公平の価値観と 1 年生思いの価値観の割合は，4 年生時では約 1 : 1 であるが，6 年時では約 3 : 2 に変わっている．成長するにつれて，平等・公平の価値観に変更していくことが予想される．③数学的モデルを変更させた割合は，約 80%いる．その中には，4 年生では見られなかった数学的モデル（5+3+3÷2＝9.5 などの平均の考えに似ている考え）やよりよい表現((3+1)÷2+5+3=10, 5+3+3-1＝10 などの総合式)が見られる．全体として，総合式やわり算を使った表現が増えている．④式の理由を述べるときに，平等・公平の考えを選んだ子どもの中で，4 年生の価値選択場面でその根拠として表現できていた平等・公平などの価値観を用いた表現が減り，数学的な根拠だけの子どもが増えている．すなわち，4 年で平等・公平の価値観を示し，6 年での同じ価値観を示した子ども 12 名のうち，平等・公平にかかわる何らかの言葉（例えば，全体を考える，1 年生だけ特別扱いにはできないなど）を書いているのは 4 人であり，残りの 8 名はこうした平等・公平にかかわる価値観は表現していない．数学的な根拠だけを示しているなどが明らかになった．

平等・公平の価値観は潜在的な価値観であり，4 年生ではそれを授業で顕在化したが，2 年間，社会的オープンエンドな問題を用いる学習をしていなかったために再度潜在化したものと思われる．このことから，社会的オープンエンドな問題は，繰り返し授業で扱い，価値観による根拠と数学的な根拠を用いて自分の考えを述べることについて意識化を図っていくことが大切であることが明確化された．

以上，社会的価値観の特性について多様性，潜在性・顕在性，変容性について考察した．それらの特性は，社会的オープンエンドな問題の授業構成する場合には，配慮しなければならない重要な価値観である．これらの特性を意識しながら授業を進めることは，本研究の目的である多様な価値観に取り組む力の育成にも関わってくる重要なことである．

第４章　社会的オープンエンドな問題を用いた授業に表出する多様性の実態の明確化

授業に向けて構成要素を検討し，特に社会的価値観の特性を検討してきた．しかし，本研究テーマに関わる「多様な価値観に取り組む力」の大前提である価値観の多様性が社会的オープンエンドな問題を用いた授業により本当に見られるのかについては，第３章で事例的には扱っているが，体系的にはまだ明らかにしていない．

また，第２章において，具体的な社会的オープンエンドな問題をカテゴリー毎に挙げたが，そこでは，理論的に考察している段階であり，考案した社会的オープンエンドな問題を用いると本当に問題解決者が社会的価値観を表出させるのか，またどのような価値観を表出させるのかについては明らかにしていない．

そこで本章では，異なる対象（年齢，場所，性差，問題）によらず，多様な価値観が表出しそれに基づいて多様な数学的モデルが構成できることを示したい．また同様にそれらの間の相違や傾向性について整理する．

そして，第５章で「多様な価値観に取り組む力」を検証するためには，そのような価値観の多様性が見られることを示しておく必要があるが，それを示すのが本章である．

第１節　多様性に関わる２つの要因と多様性の実態を取り上げる理由

多様性は，２ つの要因が関係する．１ つ目は，社会的オープンエンドな問題であり，２つ目は，問題解決者である．

社会的オープンエンドな問題が多様性の要因の１つになるというのは，どのような社会的オープンエンドな問題かにより，表出する社会的価値観の多様性や数学的モデルの多様性が変わってくるということを表している．

一方，問題解決者が多様性の要因の１つになるというのは，どのような問題解決者かにより，表出する社会的価値観の多様性や数学的モデルの多様性が変わってくるということを表している．

そこで，本章では，多様な社会的オープンエンドな問題と多様な問題解決者を取り上げて，社会的価値観の多様性や数学的モデルの多様性の存在を明確化する．

本章で言う多様な社会的オープンエンドな問題とは，開発した色々なカテゴリーの問題を表しており，多様な問題解決者とは，小学生，大学生など年齢が違う場合の問題解決者や東京，地方などの地域が違う場合の問題解決者や日本の小学生，オーストラリアの小学生などの国が違う場合の問題解決者や男子，女子などの性が違う場合の問題解決者などを表す．

第２節　多様性の実態を明らかにする実践授業の枠組み

上述したように，多様性には２つの要因が関係する．１つ目は，社会的オープンエンド

な問題であり，2 つ目は，問題解決者である．

そこでこの 2 つの視点で多様性の実態を明確にする．

まず，社会的オープンエンドな問題による多様性の実態を把握するために，社会的価値観の多様性と数学的モデルの多様性の実態を「ルール作りのカテゴリーの問題；的当ての問題」，「選択のカテゴリーの問題；選手を選ぶ問題」，「計画・予測のカテゴリーの問題；遊園地の問題」，「分配のカテゴリーの問題；バスの問題」の 4 つのカテゴリーからそれぞれ 1 つずつ問題を取り上げて明らかにする．

更に，問題解決者による多様性の実態を把握するために，問題を同一にして小学生，大学生など年齢が違う場合や東京，地方などの地域が違う場合や日本の小学生，オーストラリアの小学生などの国が違う場合や男子，女子などの性差について取り上げる．なお，的当ての問題を多様な問題解決者全てに与えて実践しているので，本章では，この的当ての問題を事例として取り上げる．

以上をまとめると，表 4-2-1 のようになる．

表 4-2-1　多様な問題解決者と多様な社会的オープンエンドな問題

<table>
<tr><td colspan="3"></td><td colspan="4">要因 1：社会的オープンエンドな問題</td></tr>
<tr><td colspan="3"></td><td>的当て</td><td>選手</td><td>遊園地</td><td>バス</td></tr>
<tr><td rowspan="6">要因 2：問題解決者</td><td rowspan="5">小学生</td><td>東京</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td><td>○</td></tr>
<tr><td>地方</td><td>○</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>学年</td><td>○</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>男女</td><td>○</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>オーストラリア</td><td>○</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>大学生</td><td></td><td>○</td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>

註：○は実践されたもの，空欄は未実践．

本章で取り上げている社会的オープンエンドな問題の枠組みは表 4-2-2 の通りである．何節でどんなねらいで取り上げられて，対象者は誰か，またいつ実施されたのか，具体的な社会的オープンエンドな問題は何かなど，実践授業の枠組みが示されている．

第 3 節　異なる問題解決者による同一問題の解決に見られる授業で表出する多様性の実態

的当ての問題（図 2-2-2）を解くときに子ども達からは，社会的価値観として，1 年生思いの価値観と平等・公平の価値観が表出される．その他の価値観は，見ることはできなかった（表 4-3-1）．

数学的モデルは，表 4-3-1 のように自力解決時に見られたものである．同じ価値観でも多様な数学的モデルが見られる．立式不可能な反応は見ることができなかった．つまり，

表 4-2-2 実践授業の枠組み

	節	ねらい	対象者と時期	授業内容
異なる問題解決者による同一問題の解決における多様性	第3節 3.1	学年差における社会的価値観と数学的モデルの多様性の実態	都内私立A小学校4年生1クラス（38名），2013年3月12日 茨城県B小学校4年生1クラス（27名），2013年9月20日 千葉県C小学校5年生1クラス（29名），2014年1月21日 青森県D小学校6年生1クラス（24名），2014年10月7日 都内私立A小学校6年生1クラス（38名），2009年10月16日 都内私立A小学校5年生１クラス（38名），2015年2月26日	的当ての問題
	第3節3.2	小学生と大学生との比較による社会的価値観と数学的モデルの多様性の実態	1）都内私立A小学校4年生1クラス（38名），2013年3月12日 茨城県B小学校4年生1クラス（27名），2013年9月20日 千葉県C小学校5年生1クラス（29名），2014年1月21日 青森県D小学校6年生1クラス（24名），2014年10月7日 都内私立A小学校6年生1クラス（38名），2009年10月16日 2）大学生：東京都私立大学1年生男女共学（125名），2014年4月15日	的当ての問題
	第3節3.3	地域差による社会的価値観と数学的モデルの多様性の実態	都内私立A小学校4年生1クラス（38名），2013年3月12日 茨城県B小学校4年生1クラス（27名），2013年9月20日 千葉県C小学校5年生1クラス（29名），2014年1月21日 青森県D小学校6年生1クラス（24名），2014年10月7日	的当ての問題
	第3節3.4	日本の小学生とオーストラリアの小学生との比較による社会的価値観と数学的モデルの多様性の実態	都内私立A小学校4年生1クラス（38名），2013年3月12日 茨城県B小学校4年生1クラス（27名），2013年9月20日 千葉県C小学校5年生1クラス（29名），2014年1月21日 青森県D小学校6年生1クラス（24名），2014年10月7日 都内私立A小学校6年生1クラス（38名），2009年10月16日 都内私立A小学校5年生１クラス（38名），2015年2月26日 豪州A小学校4年生２クラス（42名）2014年3月28日 豪州B小学校5年生２クラス（35名）、2014年3月19日 豪州C小学校6年生1クラス（19名）、2014年4月3日	的当ての問題
	第3節3.5	性差による社会的価値観と数学的モデルの多様性の実態	都内私立A小学校4年生1クラス（38名），2013年3月12日 茨城県B小学校4年生1クラス（27名），2013年9月20日 千葉県C小学校5年生1クラス（29名），2014年1月21日 青森県D小学校6年生1クラス（24名），2014年10月7日	的当ての問題
同一問題解決者による異なる問題の解決における多様性の実態	第4節4.1	選択問題における社会的価値観と数学的モデルの多様性の実態	都内私立小学校6年生Ｉクラス(36名）授業日は，2012年3月1日，2日，5日に1時間で１つの問題を取り上げる頻度で3回の授業を実施した．解決のための時間は15分間である．残りの30分間は，通常の内容の授業を行った．	選択の問題（紙飛行機、走り幅跳び、バスケット問題）
	第4節4.2	計画問題（遊園地の問題）における社会的価値観と数学的モデルの多様性の実態	都内私立小学校4年生1クラス（38名）　2012年11月22日（木）5時間目	遊園地の問題
	第4節4.3	分配問題（バスの問題）における社会的価値観と数学的モデルの多様性の実態	都内私立小学校4年生1クラス（38名） 2013年2月20日（水）3時間目	バスの問題

すべての子どもが，1 年生思いの価値観と平等・公平の価値観に基づいて何らかの数学的モデルを構成している．なお，表 4-3-1 の A 小学校は東京の私立小学校であり，その学校の 4 年生のデータをまとめたものである．このデータから，東京 A 小学校の 4 年生は，的当ての問題では，価値観の多様性と数学的モデルの多様性を示すことが分かった．

以下では表 4-2-2 に基づいて的当ての問題を用いた問題解決者による多様性について検証した．

表 4-3-1　的当ての問題を解決するときの価値観と数学的モデル

価値観	自力解決時の数学的モデル	A 校（人）
1 年生思いの価値観	a:5+3+3	14
	b:5+3+(3+1)	1
	c:5+3+3+1+1	1
	d:5+3+2	2
	e:その他（立式不可能）	0
平等・公平の価値観	f:5+3+2,　(3+1)÷2＝2　5+3+2=10, 1÷2＝0.5　3÷2＝1.5　0.5＋1.5＝2 5+3+2＝10　5+3+(3-1)=10	9
	g : 5+3+1	10
	h:5+3+3, 5+3×2　3×2+5	1
	i:5+3	0
	j:5+3+3+1	0
	k:その他(立式不可能)	0
合計		38

3.1　学年差の視点からの多様性の実態

ここでは，的当ての問題を与えたときの小学 4 年～6 年の社会的価値観と数学的モデルの多様性の存在とそれらの相違を明確にする．

3.1.1 価値観の相違

表 4-3-2 を見ると，4 年生から 6 年生のどの学年でも，1 年生思いの価値観と平等の価値観が見られる点は共通している．

しかし，自力解決時では，4 年生では，1 年生思いの価値観と平等・公平の価値観が約 50%ずつ見られるのに，5 年生，6 年生では，1 年生思いの価値観と平等・公平の価値観の割合が 5 年生は，3：7，6 年生では 4：6 になっている．

一方，価値選択時には，平等・公平の価値観が 4 年生では 60%選択されているのに，5 年生になると約 90%，6 年生になると約 70%になっている．反対に，1 年生思いの価値観は，4 年生では 40%選択されているのに，5 年生になると約 10%，6 年生になると約 30%になっている．

これらの結果から，次のようなことが言える．

(1)　4 年から 6 年のどの学年でも平等・公平の価値観と 1 年生思いの価値観が表出することは共通している．

(2)　価値選択時における価値観の傾向性として，平等・公平の価値観を選択する子どもが4 年生よりも 5 年生，6 年生の方が多く見られるが，1 年生思いの価値観は 4 年生の方が 5 年生，6 年生よりも多く見られる．

(3)　自力解決時における価値観の傾向性として，1 年生思いの価値観と平等・公平の価値観は，4 年生では 50%ずつ見られるが，5 年生，6 年生ではその割合はそれぞれ 3：7，4：6 になる．

(4)　どの学年にも見られる傾向性として，価値選択時の方が，自力解決時に比べると平等・公平の価値観が増えている．

このことから，社会的相互作用により平等・公平の価値観に変える子どもの割合が大きいことが分かる．

表 4-3-2　的当ての問題を解決するときの 4～6 年生の価値観の相違

4 年生		価値選択時		
		1 年生思いの価値観	平等・公平の価値観	総計
自力解決時	1 年生思いの価値観	18（28%）	14（22%）	32（50%）
	平等・公平の価値観	8（12%）	25（38%）	33（50%）
	総計	26（40%）	39（60%）	65（100%）
5 年生		価値選択時		
		1 年生思いの価値観	平等・公平の価値観	総計
自力解決時	1 年生思いの価値観	3（5%）	16（24%）	19（29%）
	平等・公平の価値観	1（2%）	46（70%）	47（71%）
	総計	4（6%）	62（94%）	66（100%）
6 年生		価値選択時		
		1 年生思いの価値観	平等・公平の価値観	総計
自力解決時	1 年生思いの価値観	10（16%）	15（24%）	25（40%）
	平等・公平の価値観	9（15%）	28（45%）	37（60%）
	総計	19（31%）	43（69%）	62（100%）

3.1.2　数学的モデルの相違

表 4-3-3 における分解式・総合式，( )の表現，除法を用いた式，乗法を用いた式について考察する．いずれの観点も式に表現する際に重要な観点だからである．

分解式・総合式の観点では，4 年生では，「5+3＝8, 1+3＝4, 8+4＝12, 12+1＝13」「5+3＝8, 8+3＝11」,「3-1＝2, 5+3+2＝10」のような分解式が見られるが，学年が進むにつれて総合式，例えば「5+3+3＝11」,「5+3+2＝10」,「5+3+3-1＝10」で表現する子どもが増えてくる．

（ ）を用いた式では，各学年に見ることができる．一番の大きな違いは，平均の考えによる除法を用いた式である．除法を用いる際には，分解式になる傾向が見られる．例えば，4 年生の「1÷2＝0.5, 3÷2＝1.5, 1.5+0.5＝2, 5+3+2＝10」などの式である．これが学年が進むにつれて「1÷2＝0.5, 3÷2＝1.5, 5+（0.5+1.5）+3＝10」,「(3+1）÷2＝2, 2+3+5＝10」,「(3+1）÷2+5+3＝10」と総合式で表現することができるようになる．

乗法を用いた総合式を見ると，どの学年にも乗法を用いた総合式を見ることができる．例えば，5+3×2＝11 である．

以上，4 年，5 年，6 年のどの学年でも，数学的モデルの多様性を見ることができる．傾向性として，学年が進むにつれて，総合式が増えてくる．特に，平均の考えを用いた除法の式は，その典型例である．

表 4-3-3　的当ての問題を解決するときの学年差による数学的モデルの相違

	4 年生	5 年生	6 年生
分解式・総合式	5+3＝8　1+3＝4 8+4＝12　12+1＝13		
	5+3＝8　8+3＝11	5+3+3＝11	5+3+3＝11
	3-1＝2　5+3+2＝10	5+3+2＝10	5+3+3-1＝10
（ ）を用いた式	5+3+（3-1）＝10	5+3+（3-1）＝10	(5+3)+(3-1)=10
除法を用いた式	1÷2＝0.5　3÷2＝1.5 1.5+0.5＝2　5+3+2＝10	1÷2＝0.5　3÷2＝1.5 5+（0.5+1.5）+3＝10	
	5+3＝8　（1+3）÷2＝2　8+2＝10	（3+1）÷2＝2 2+3+5＝10	（3+1）÷2+5+3＝10
乗法を用いた式	5+3×2＝11	5+3×2＝11	5+3×2=11

3.2　小学生と大学生との比較による多様性の実態

ここでのねらいは，小学生と大学生の価値観と数学的モデルの多様性の存在を明確にし，更に価値観と数学的モデルの相違を明らかにすることである．このことを通して，年齢と共にどのように価値観や数学的モデルが変容するかが分析できると思われる．

ただし，大学生に対しては的当ての問題をワークシートにして与えて，15 分間で問題を解いてもらい，その記述を分析した．

3.2.1 価値観の相違

ここでの小学生とは，小学 4 年生から 6 年生までの 156 名の児童である．

表 4-3-4 を見ると，小学生でも大学生でも 1 年生思いの価値観と平等の価値観が見られる点は共通している．

しかし，大学生の方が平等・公平の価値観が小学生の平等・公平の価値観よりも多く，約 80%である．それに対して，1 年生思いの価値観は小学生の方が多く見られ，44%である(1)．このことから，経験を積むことにより平等・公平の価値観に変容していくことが予想される．これらの結果から，次のようなことが言える．

表 4-3-4　的当ての問題を解決するときの小学生と大学生の価値観の相違

	1年生思いの価値観	平等・公平の価値観	総計
小学生	68(44%)	88(56%)	156(100%)
大学生	29(23%)	99(77%)	128(100%)

註　単位は（人）である。

(1)　小学生も大学生も平等・公平の価値観と 1 年生思いの価値観が表出することは共通している．

(2)　大学生は, 平等・公平の価値観が小学生に比べると多く見られる傾向性がある. 一方, 小学生は 1 年生思いの価値観が大学生に比べると多く見られる傾向性がある．このことから, 年齢を重ねるにつれて, 平等・公平の価値観に変容していく傾向性が予想される. このことは小学生の間でも見られた傾向である.

3.2.2　数学的モデルの相違

ここでは，大学生特有な表現を通して小学生との相違を捉えることにする．

(1)　大学生に特有な傾向性（生活経験から数学的モデルを考える）

表 4-3-5 は，小学生には見られない大学生の特有な表現である．a〜e の理由を見ると，野球，ラグビー，サッカーのスポーツの判定の仕方（a, c）やアーチェリーの判定の仕方(b, e) やスポーツ全体のルール（d）に基づいて数学的モデルを考えたことがその理由から分かる．これは，小学生には見られない説明である．これは，大学生は生活経験が豊かにな

表 4-3-5　的当ての問題を解決した時の大学生に特有な理由

問題	数学的モデル		想定される価値観	理由の説明
的当て	a	5+3+3	1 年生思い	1 点と 3 点の間に当たっているのは私は 3 点と考えます．1 年生だし少しでも多い点数がよいし 3 点に入っているのでよい．ほとんどスポーツは線上でも入っているから．野球ならフェアだし，ラグビーでもトライゾーンの線に触れていればトライ，サッカーなら線上でもスローインにはならない．
	b	5+3+3	1 年生思い	1 点と 3 点のきわどいところだが，私はこれを 3 点と考えた．1 点と 3 点の両方に入っているが，3 点の的の中なので 3 点に入れてもいいと思う．スポーツのアーチェリーの競技は少しでも高い得点の方にかすっていれば，高い得点が加算される．1 年生だから甘く見るのも良いと思う．
	c	5+3+3	平等・公平	3 点の的に少しでも入っているので 3 点をつけた．私の考えでしかないが，サッカーでも同じようなことがある．ラインから出たか出ていないかだ．サッカーでは少しでも上から見てラインをかぶっていたら，出ていないと見なされるので 11 点にした．
	d	5+3+3	平等・公平	5 点と 3 点はしっかりおさまっている．もう 1 球は 1 点と 3 点のきわどい所にあって，一見 1 点の方がかぶっている面積が大きいが，スポーツのルールにもあるように，少しでもラインにかぶっている所があれば，点数の高い方にするため，5+3+3＝11 とした．
	e	5+3+3	平等・公平	線上にあった場合は得点の高い方になると思います．アーチェリーでも線上は得点の高い点数にすることを参考にしました．

註：c, d, e は，理由の説明に 1 年生思いに関する言葉がないので平等・公平の価値観に分類している．

り，その生活経験を基にして数学的モデルを構成したと考えられる．このような生活経験から数学的モデルを考える事について，松嵜(2013)は，「数学的モデリングでは，（略）現実世界における場面が問題となり得ることを想定しておく必要がある．そのため，解決が 1 通りに定まらない場合もある．そのような折，最終的な解決のよりどころの一つとして，問題解決者の経験などが解決を左右する場合があり得る」(p.123) と述べている．更には，Carreira et al.（2011）は，「たとえ探究の領域で意図された数学と一致しなくとも，知識は描かれた世界の中で交錯している」(p.208)とまとめており，解決に大きく作用しているのは「インフォーマル学習」による成果であり，モデリング能力の 1 つとして捉えていくことが必要である（松嵜，2013）と述べている．つまり，生活経験から数学的モデルを考える事は，数学的モデリングから見ても重要な視点と言える．

小学生には，このようなスポーツの判定を基にした数学的モデルの構成は見られない．逆に考えれば，生活経験が少ないからこそ，他の判定の仕方に依存しないで自分の考えで的当てのルールを決めているとも言える．

(2) 大学生に特有な表現（数学的モデルや理由を考える）

表 4-3-6 は，小学生には見られない大学生に特有な表現である．表 4-3-6 の中の a と b は，数学的モデルが特徴的である．同じところに 2 個や 3 個玉が入った時のことを考えての表現である．つまり，一般的な表現を意識しているものである．こうした一般化を考えての表現は小学生には見られない数学的モデルである．岩崎（2007）はこの一般化を内包的一般化と述べている（p.148）．c,d,e は，数学の計算の力をつけたいという理由が述べられている．c と e は繰り上がりのあるたし算の良い機会にするため 5+3+3 の式にしたと述べている．これは調査した大学生が将来小学校の教師になるための学生であることが要因

表 4-3-6 的当ての問題を解決したときの大学生に特有な表現（数学的モデルとその理由）

問題	数学的モデル		想定される価値観	理由の説明
的当て	a	5×1+3×1+2×1＝10	1 年生思い	1 点と 3 点の間に当たっているのはとってもきわどくて，しっかり見ると 1 点側によっているが，投げた子が小学生 1 年生だということなのでそこは大目に見て， 1 と 3 の間なので 2 点にしてあげます．
	b	5×1+3×1+1×1＝9	平等・公平	5 点の所に 1 個，3 点の所に 1 個，1 点の所に 1 個だから．
	c	5+3+3=11	1 年生思い	1 年生の子どもに最低の点数を示すのではなく，喜ぶ結果を与えるべきだと思う．文化祭のイベントというのは，子ども達が楽しむ場です．よって多い方の点数の 3 点をあげるべきです．また,1 つ 1 つの高い点の方が計算が難しくなります．そのため，子ども達には，実践的に計算できる良い機会だと思うからです．
	d	5+3+2=10	平等・公平	1 と 3 の間にあるから．ただ 3 点としておまけするのではなく，何もおもしろくないし，数学の力が上がらない．1 と 3 の間を見つけさせ，数学の力を高めさせる．
	e	5+3+3=11	平等・公平	3 点にしておくと繰り上がりのあるたし算の勉強にもなります．
	f	5+3+3=11	平等・公平	1 と 3 の間の線に当たり, 3 の方に入っているのでこれを 3 点とした．1 と 3 の間は 2 であるというように考えられるが，そうすると 0 と 1 の間では，数で表せなくなってしまうので，点数の境の線に当たった場合は，点数の多い方の点をあげようと思った．
	g	5+3+2=10	平等・公平	私は線の上に少しでも投げた物がのれば 2 点にすることにします. 3 点と 5 点の間も同じで線の上に少しでもかぶれば 4 点にします．

註：b,d,e,f,g は，理由の説明に，1 年生思いに関する言葉が無いので平等・公平の価値観に分類している．

と思われる．

f と g は，1 と 3 の間の線のことだけを考えて点数化するのではなく，5 と 3 の間や 0 と 1 の間の線のことを考えて点数化している．これも一般化を意識していると思われる．岩崎(2007)はこの一般化を外延的一般化と述べている（p.142）．このような一般化に関する表現は，小学生では，自力解決での記述には見られなかった．唯一，話し合いの場面で算数が優秀な子どもから出されたことがあるのみである．

一般化について補足しておくと，小学生には a のような 5×1+3×1+2×1=10 や b のような 5×1+3×1+1×1=9 のような表現は見られなかった．小学生に見られるのは 5+3+2＝10 や 5+3+1＝9 のような表現である．乗法が使われるのは，1 点と 3 点の境界線上にボールが当たった場合 3 点にしたときに，5+3×2＝11 とするときである．つまり，同じ点数が 2 つあるときに乗法が用いられ，大学生のように 1 個しか入らないときにも乗法で表現すると言うことは見られなかった．

以上，大学生に於いても的当ての問題を与えると，多様な価値観と数学的モデルを構成することが分かった．

3.3　地域差による多様性の実態

ここでは，小学生に社会的オープンエンドな問題を与えて問題解決させたときに表出する社会的価値観と数学的モデルの多様性の地域差による相違を検討する．

A 東京（4 年生），B 茨城県（4 年生），C 千葉県（5 年生），D 青森県（6 年生）の小学生を対象にした．

3.3.1　価値観の相違

表 4-3-7 に見られるように，どの地域でも，平等・公平の価値観と 1 年生思いの価値観が表出することは共通している．傾向性として，A 東京と B 茨城県が価値観の表出割合が似ていて，C 千葉県と D 青森県が価値観の表出割合が似ている．これが，都鄙間によるものか，あるいは学年差によるものかは今後の課題である．

表 4-3-7　的当ての問題を解決するときに表出した 4 つの地域の価値観の相違

	1年生思いの価値観	平等・公平の価値観	その他の価値観	合計
A 東京	18(47%)	20(53%)	0(0%)	38(100%)
B 茨城県	14(52%)	13(48%)	0(0%)	27(100%)
C 千葉県	11(25%)	18(75%)	0(0%)	29(100%)
D 青森県	7(29%)	17(71%)	0(0%)	24(100%)
合計	50(42%)	68(58%)	0(0%)	118(100%)

註：単位は（人）である．

3.3.2　数学的モデルの相違

次に，数学的モデルの多様性と傾向性について考察する．

表 4-3-8 を見ると，数学的モデルの多様性が見られるが，１年生思いの価値観に基づく数学的モデルでは，a:5+3+3 が全ての学校で傾向性を示しているが，その他の数学的モデルは少ないか皆無である．それに対して，平等・公平の価値観に基づく数学的モデルでは，f の数学的モデルが多い学校と g の数学的モデルが多い学校と約同数ずつ表れている学校に分かれる．

表 4-3-8　的当ての問題の自力解決時の価値観と数学的モデル

価値観	自力解決時の数学的モデル	A校（人）	B校(人)	C校(人）	D校（人）	合計(人）
1年生思いの価値観	a:5+3+3	14	13	11	7	45
	b:5+3+(3+1)	1	1	0	0	2
	c:5+3+3+1+1	1	0	0	0	1
	d:5+3+2	2	0	0	0	2
	e:その他（立式不可能）	0	0	0	0	0
平等・公平の価値観	f:5+3+2，(3+1)÷2＝2　5+3+2=10，1÷2＝0.5　3÷2＝1.5　0.5＋1.5＝2　5+3+2＝10　5+3+(3−1)=10	9	12	12	4	37
	g:5+3+1	10	1	4	11	26
	h:5+3+3，5+3×2　3×2+5	1	0	0	1	2
	i:5+3	0	0	2	0	2
	j:5+3+3+1	0	0	0	1	1
	k:その他(立式不可能)	0	0	0	0	0
合計		38	27	29	24	118

以上の結果をまとめると以下のことが言える．

(1)　表出する価値観に関する地域差の相違は見られない．すなわち，どの地域でも平等・公平の価値観と 1 年生思いの価値観が表出することが分かった．ただし，その傾向性を見ると，1 年生思いの価値観と平等・公平の価値観がおおよそ同じ割合で表れる学校と平等・公平の価値観が多く表れる学校とに分かれる．

(2)　数学的モデルについては，どの地域も多様性を示す．その傾向性については，1 年生思いの価値観に基づく数学的モデルについては，地域による傾向性は見られない．しかし，平等・公平の価値観に基づく数学的モデルについては，f と g が同じ割合で表れる学校と f が多く表れる学校と逆に g が多く表れる学校とに分かれる．このことは，統計的(2)にも地域差が見られると言えそうである．

ただし，以上の分析結果は，学年が違っていて同一学年ではないことが今回の分析の限界であることを述べておきたい．

3.4　オーストラリアの小学生との比較による多様性の実態

ここでは，オーストラリアの小学生でも，的当ての問題を解いたときに，価値観の多様

性や数学的モデルの多様性を表出するのかを調査する．そして，日本の小学生とオーストラリアの小学生の的当ての問題を解決する際の社会的価値観と数学的モデルの相違を調べる．なお，オーストラリアの小学生には，的当ての問題（英文）をワークシートに印刷し，15 分で解いてもらい，ワークシートに記述してある考えを分析した(3).

なお，日本の小学生もオーストラリアの小学生も 4~6 年の小学生を対象にしている．

3.4.1　価値観の相違

表 4-3-9 はいずれも的当ての問題を解決したときに表出した価値観の人数（割合）である．

この表を見ると，どちらの国も同じ価値観（1 年生思いの価値観と平等・公平の価値観）が表れるが，その割合が大きく異なっていることが分かる．日本の小学生は約 40%が 1 年生思いの価値観を示すのに，オーストラリアの小学生は 10%しか示していない．平等・公平の価値観は，日本の小学生が約 60%を示しているのに対してオーストラリアの小学生は，90%と高い傾向を示している．

表 4-3-9　的当ての問題を解いた時に表出した日本とオーストラリアの小学生の価値観

	1 年生思いの価値観	平等・公平の価値観	総計
日本	76（39%）	117（61%）	193（100%）
オーストラリア	10（10%）	86（90%）	96（100%）

註：単位は（人）である．

3.4.2　数学的モデルの相違

次に，数学的モデルについて考察する．表 4-3-10 と表 4-3-11 である．日本の小学生だけに見られる数学的モデルの特徴として，（　）を使った表現，例えば，5+3+（3+1）,5+3+(3-1)=10 やかけ算を使った表現，例えば，5+3×2＝11 やわり算を使った表現，例えば，平均の考えを用いて，3÷2＝1.5，1÷2＝0.5，1.5+0.5＝2，5+3+2＝10，(3+1)÷2=2 5+3+2=10 といった表現が見られる．こうした表現はオーストラリアの小学生の中には 1 つも見られない．更に，日本とオーストラリアの小学生の相違の特徴的なこととして，日本の小学生は全員何らかの式で表すが，オーストラリアの小学生は言葉だけで説明している場合が結構見られることである．

以上の結果をまとめると，下記のようになる．

(1)　日本の小学生もオーストラリアの小学生も共通して同じ価値観（1 年生思いの価値観と平等・公平の価値観）が見られる．

(2)　1 年生思いの価値観が日本の小学生には約 40%表出される．それに対して，オーストラリアの小学生では，1 年生思いは 10%であり，90%は平等・公平の価値観による数学

的モデルが表出する．

(3)　（　）や×，÷を用いた表現が日本の小学生の中には表出する．

(4)　日本の小学生は式で表すことに抵抗感を示さない傾向が見られる．それに対して，オーストラリアでは，式に表さずに言葉だけで根拠を示す小学生が多く見られる(4)．

表 4-3-10　的当ての問題解決における日本の小学生の数学的モデル

価値観	自力解決時の数学的モデル	合計（人）
1 年生思いの価値観	5+3+3, 5+3×2	69(36%)
	5+3+(3+1)	2(1%)
	5+3+3+1+1	1(1%)
	5+3+2	3(2%)
	5+3+10	1(1%)
平等・公平の価値観	5+3+2,(3+1)÷2=2, 5+3+2=10,1÷2=0.5,3÷2=1.5, 0.5+1.5=2,5+3+2=10,5+3+(3-1)=10	68(35%)
	5+3+1	39(20%)
	5+3+3,5+3×2, 3×2+5	3(2%)
	5+3	3(2%)
	5+3+3+1	1(1%)
	5+3+3÷2	3(2%)
合計		193(100%)

表 4-3-11　的当ての問題解決におけるオーストラリアの小学生の数学的モデル

価値観	自力解決時の数学的モデル	合計（人）
1 年生思いの価値観	5+3+3+1=12	1(1%)
	5+3+3=11	9（9%)
平等・公平の価値観	5+3+1=9	18(19%)
	5+3+2=10	45(47%)
	5+3+3=11	16(17%)
	5+3=8	1(1%)
	5+3+3+1=12	5(5%)
	その他の式（ひき算など意味不明を含む）	1(1%)
合計		96(100%)

註：オーストラリアの言葉による説明は，その説明が表す式にカウントしている．

3.5　性差における多様性の実態

ここでは，男子と女子の的当ての問題を問題解決する際の社会的価値観と数学的モデルの相違を調べる．性差により，社会的価値観に多様性や傾向性が見られるのか，同様に数

学的モデルにも多様性や傾向性が見られるのかについて明らかにする.

なお，男女共に 4 年~6 年の小学生を対象としている.

3.5.1　価値観の相違

表 4-3-12 では，男子も女子も 1 年生思いの価値観と平等・公平の価値観を見ることができる点では共通している.

また，男子と女子の価値観の表出割合を見ると，傾向性は見ることができない.

表 4-3-12　的当ての問題における性差による価値観の多様性の比較

	1年生思いの価値観	平等・公平の価値観	合計
男子	23(19%)	34(29%)	57(48%)
女子	27(23%)	34(29%)	61(52%)
合計	50(42%)	68(58%)	118(100%)

3.5.2　数学的モデルの相違

表 4-3-13 を見ると，男子と女子による数学的モデルの傾向性は見られない．ほぼ，同数ずつ数学的モデルが表出している.

以上の結果をまとめると，下記のようになる.

(1)　男子も女子も 1 年生思いの価値観と平等・公平の価値観を表出する点で共通している.

(2)　男子も女子も多様な数学的モデルを示す点で共通している．また，数学的モデルの表出割合の相違は見ることができない.

表 4-3-13　　的当ての問題における性差による数学的モデルの多様性の比較

価値観	自力解決時の数学的モデル	男子	女子	合計（人）
1年生思いの価値観	a:5+3+3, 5+3×2	20	25	45
	b:5+3+(3+1)	2	0	2
	c:5+3+3+1+1	1	0	1
	d:5+3+2	0	2	2
	e:その他（立式不可能）	0	0	0
合計		23	27	50
平等・公平の価値観	f:5+3+2,(3+1)÷2=2, 5+3+2=10,1÷2=0.5,3÷2=1.5, 0.5+1.5=2,5+3+2=10,5+3+(3−1)=10	17	20	37
	g:5+3+1	14	12	26
	h:5+3+3,5+3×2, 3×2+5	2	0	2
	i:5+3	1	1	2
	j:5+3+3+1	0	1	1
	k:その他（立式不可能）	0	0	0
合計		34	34	68

註

(1)　小学生と大学生の価値観の相違を明らかにするために，小学生と大学生の価値観毎のデータを χ^2 検定（自由度 1，有意水準 5%：3.841）を行い，χ^2 値を求めることにした．その結果，χ^2 値は，21.015 になり，3.841 より大きい数値になったことより，帰無仮説（大学生と小学生の価値観の出現率に差が無い）が棄却され，大学生と小学生の価値観の出現率に差が無いとは言えないことが分かった．つまり，大学生は平等・公平の価値観が多いことが統計的にも言える．

(2)　数学的モデルの表出する傾向に特徴があるのかを 1 年生思いの価値観に基づく数学的モデルと平等・公平の価値観に基づく数学的モデルのデータを用いて独立性の χ^2 検定を行った．

まず，1 年生思いの数学的モデルでは，独立性の χ^2 検定を行った結果（自由度 9，χ^2 値が 8.0396 であり，有意水準 5%：16.919 よりも小さい値，e：その他（立式不可能）は除いて考察した．），帰無仮説を棄却できないことが明らかになった．従って，地域差による 1 年生思いの数学的モデルの表出の傾向に差があるとはいえないことが分かった．

一方，平等・公平の価値観に基づく数学的モデルでは，独立性の χ^2 検定を行った結果（自由度 12，χ^2 値が 23.7074 であり，有意水準 5%：21.026 よりも大きい値，k：その他（立式不可能）は除いて考察した．），帰無仮説を棄却できることが分かった．従って，平等・公平の価値観に基づく数学的モデルでは，地域差による表出の傾向に差がないと

はいえないことが分かった.

(3)　オーストラリアの記述を見ると,「1 年生だから・・・」と言った言葉が表出されている場合には 1 年生思いの価値観にカウントしているのはもちろんであるが,「多くあげたい」とか「両方の点数をあげるべき」と書いてあった場合には, 1 年生という言葉が無い 場合でも 1 年生思いにカウントしている.

(4)　以前, 1988～1989 に日本とアメリカの数学的問題解決の比較が行われた（三輪, 1992）その中に,「アリスモゴン」という問題が出された. 高 2 に出された問題に対する数学的モデルの傾向が本研究で見つかった傾向と同じ傾向が見られる.

アメリカの高校生は,「アリスモゴン」を解決するのに, 式に表さずに試行錯誤的代入による方法を用いて正解に導く解答が日本の高校生に比べると多く見ることができた. それに対して, 日本の高校生は式にこだわり, 連立 3 元 1 次方程式で表し最終的には正解に到達しなかった学生が多く見られた（瀬沼, 1992）.

日本は, 式で表すことが重視されており, 小学生のうちからそうした傾向が見られる. 本研究でもそのような傾向が窺える.

第 4 節　同一問題解決者による異なる問題の解決に見られる授業で表出する多様性の実態

4.1　選択のカテゴリーの問題（選手を選ぶ問題）を解決する際に表出する多様性の実態

選手を選択する問題とは, スキージャンプの問題（国立教育政策研究所教育課程研究センター, 2012, 平成 24 年度全国学力・学習状況調査解説資料中学校数学）のように, 与えられたデータを基にして, よく飛ぶと思われる選手のどちらかを数学的根拠を持って選択する問題のことである.

小学生に与えた具体的な選択のカテゴリーの問題は, 紙飛行機の問題(1)（図 2-2-3）, 走り幅跳びの問題（図 4-4-1）, バスケットの問題（図 4-4-2）である.

本研究は, 選択のカテゴリーの問題を扱った時の子どもの表出する社会的価値観の特性とそれに伴って表れる数学的モデルの特性を明らかにすることを目的としている.

対象者は東京の私立小学校 6 年生 34 名である. 授業者は筆者である. 上の 3 つの問題をワークシートにして子どもに配布し, そのワークシートに自分の考えを書かせることにした. 授業日は, 2012 年 3 月 1 日, 2 日, 5 日に 1 時間で 1 つの問題を取り上げる頻度で 3 回の授業を実施した. 解決のための時間は 15 分間である. 残りの 30 分間は, 通常の内容の授業を行った. 本稿での分析は, 15 分間の自力解決による子どもの考えを基にしている.

［走り幅跳びの問題[(2)]］

学校対抗の陸上大会があります．担当の村田先生は，「走り幅跳び」の選手 1 名をだれにするか悩んでいます．「走り幅跳び」は，1 人が 3 回跳び，その中で最も遠くまで跳んだ人が優勝となります．昨年までの 2 年間の優勝記録は，次の通りです．

年	2009 年	2010 年
優勝記録	403 c m	385 c m

昨日	「走り幅跳び」の記録				
	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目
ひでき	355cm	345cm	385cm	360cm	370cm
ようすけ	×	375cm	353cm	390cm	365cm
わたる	400cm	×	315cm	402cm	×

今日	「走り幅跳び」の記録				
	1回目	2回目	3回目	4回目	5回目
ひでき	×	369cm	372cm	375cm	386cm
ようすけ	376cm	×	357cm	386cm	374cm
わたる	×	×	×	320cm	405cm

村田先生は，選手を選ぶために，上の表の昨日と今日の記録を見ています．×の印は，ファール（記録なし）を示しています．

あなたなら，「ひでき」，「ようすけ」，「わたる」のうちの誰を選手にしますか．そう考えた理由も説明しましょう．

図 4-4-1　走り幅跳び問題

［バスケットボール問題[(3)]］

あなたは，バスケットボール部の監督です．今，すすむ，ともき，かずお，けんいちの中から一人選手を選びたいと思います．そこで，選手に必要な能力であるスピード（50m 走）と持久力（1000m 走）とシュート率を調べることにしました．シュート率とは，10 本シュートした時に何本入ったかを示しています．例えば，50%というのは，10 本中 5 本入ったことを表しています．

バスケット	すすむ	ともき	かずお	けんいち
50m	8.5 秒	7.8 秒	8.0 秒	9.0 秒
1000m	7 分 30 秒	8 分 30 秒	8 分 00 秒	7 分 20 秒
シュート率	50%	60%	70%	80%

監督の立場になって，上の数値を用いて，誰を選んだらよいかを決めて下さい．また，4 人が納得できるように理由も詳しく書いてください．

私は（　　　　　　　　　）を選びます．

その理由：

図 4-4-2　バスケット選手問題

4.1.1　選択のカテゴリーの問題を解決する際に表出する価値観の多様性の特性

上記の選択のカテゴリーの問題を 3 つ与えたときの自力解決による子どもの記述を分析した結果から得られた第一の特徴は，下記の 2 つの社会的価値観の表出が明らかになったことである．

(1)社会的価値観１ :「安定性の価値観」[(4)]

(2)社会的価値観２ :「卓越性の価値観」[(5)]

安定性の価値観とは，全体のデータを考えて安定性・確実性・バランス性を重視する価値観であり，卓越性の価値観とは，あるデータの卓越性･優秀性を重視する価値観である．卓越性の価値観は，全体のデータを考えるよりも，優れているデータに重きを置く価値観である．安定性の価値観は全体に配慮し，卓越性の価値観は一部分の優秀なデータに配慮する価値観である．

表 4-4-1 は，安定性の価値観と卓越性の価値観の表出した割合を示している．なお，「価値観 1・2 両方」というのは，価値観 1 と価値観 2 の両方に関わる表現が記述の中に見られる場合である．例えば，その例として，「平均もよいし 1 回目で一番よい記録を出している（紙飛行機)」,「ファールが少ないし成功と失敗の差が短いし自己記録もよい記録である．(走り幅跳び)」，などである．前者の例の「平均もよいし」というのは全体のデータに配慮しているので価値観 1 に含め,「1 回目で一番よい記録を出している」というのはある優秀な記録を考慮しているので価値観 2 に含める立場をとっている．後者の例の「ファールが少なく成功と失敗の差が短いし」というのは範囲（最大値－最小値）の考えであり，全体を考慮し安定性に配慮していると判断して価値観 1 に含め,「自己記録もよい記録である」というのは優秀な記録に配慮していると判断して価値観 2 に含める立場をとっている．

表 4-4-1　選手を選ぶ問題における価値観毎の割合

		紙飛行機	走り幅跳び	バスケット	合計
価値観 1（安定性）	人数（人）	31	19	20	70
	割合（%）	91	56	59	69
価値観 2（卓越性）	人数（人）	5	18	14	37
	割合（%）	15	53	41	36
価値観 1・2 両方	人数（人）	2	3	0	5
	割合（%）	6	9	0	5

註：割合は，種目ごとの人数を n=34 で割った値に 100 をかけて求めたものである．
　　割合の合計は，人数を 102（34×3）で割った値に 100 をかけて求めたものである．

4.1.2　数学的モデルの多様性

選手を選ぶ問題では，価値観 1 の安定性の価値観で使われる数学的モデルは，表 4-4-2 にみられるように，「平均[(6)]・合計」や「範囲（最大値－最小値)」や「最小値[(7)]に着目」や「順位づけ[(8)]」など多様性が見られた．一方，価値観 2 の卓越性の価値観で使われる数

学的モデルは，表 4-4-3 に見られるように「最大値に着目」や「基準値との比較」や「一番の種目の数に着目」や「重みづけ(9)」や「確率の考え」など多様性が見られた．

表 4-4-2：価値観 1（安定性）の数学的モデル

問題 ＼ 数学的		価値観 1 平均・合計	範囲（最大値－最小値）	最小値に着目	各数値バランスが良い（最下位がない）	失敗やファールの回数が少ない	順位づけ	その他（無解答）	総計
紙飛行機	人数（人）	25	3	2	1	1	1	0	33
	割合（%）	76	9	6	3	3	3	0	100
走り幅跳び	人数（人）	11	2	0	2	11	0	0	26
	割合（%）	42	8	0	8	42	0	0	100
バスケット	人数（人）	7	0	0	13	0	8	0	28
	割合（%）	25	0	0	46	0	29	0	100

註 1：各割合は，人数を総計の人数で割った値に 100 をかけて求めたものである．

註 2：1 つの考えに 2 つの価値観（価値観 1 と価値観 2）が含まれている場合には，価値観 2 でもカウントしている．

註 3：1 つの考えに，複数の価値観 1 の数学的モデルが含まれている場合には，それぞれの数学的モデルでカウントしている．

表 4-4-3：価値観 2（卓越性）の数学的モデル

問題 ＼ 数学的		価値観2 最大値に着目	基準値との比較	一番の種目の数に着目	重みづけに着目	確率の考え	その他（無解答）	総計
紙飛行機	人数（人）	5	1	0	0	0	0	6
	割合（%）	83	17	0	0	0	0	100
走り幅跳び	人数（人）	10	10	0	0	7	0	27
	割合（%）	37	37	0	0	26	0	100
バスケット	人数（人）	0	0	7	7	0	0	14
	割合（%）	0	0	50	50	0	0	100

註:価値観 1 と同じ考えで処理している．

子ども達は，問題に応じて数学的モデルを使っていることが分かる．例えば，紙飛行機のようなデータの個数がすべて同じ場合には，平均を用いる子どもの数が多い．走り幅跳びでは，ファールの要素や基準値としての優勝の幅跳びの記録をデータとして与えたために，最大値に着目したり，基準値との比較をしたりする価値観 2 の数学的モデルが見られる．なお，走り幅跳びにおける平均には，ファールを除いて跳んだ記録を基にして求める場合とファールを０ｃｍとして跳んだ記録に含めて求める場合の２種類が見られる．また，走り幅跳びでは，「3 回に 1 回は跳べるはず」や「10 回中 3 回は 400 ㎝以上跳んでいるから」や「50%の確率で跳べるから」や「2／5 の確率で悪いが 3 回跳べば 1 回は良い記録が出るから」など確率の考えに着目した表現が見られる．バスケットボールの問題の価値観 1 では，「各数値や順位のバランスがよい（最下位がない)」や「順位の合計（各データに順位をつけてその合計を求める)」などの数学的モデルが見られる．価値観 2 では，「最

大値に着目」や「1 番の種目の数に着目」や「重みづけ」などが見られる．「重みづけ」の具体的な反応としては，「バスケットボールなら，8 秒も 9 秒もあまり変わりはない．持久力やシュート率が重要だから.」や「シュートが入らないと意味がないから，シュート率と持久走が一番高い人を選ぶ」などが見られる．なお，同じ価値観の中で，複数の数学的モデルにカウントされている場合がある．例えば，価値観 1 では，「差（最大値－最小値のこと）が小さいし，しかも平均もよいから（紙飛行機)」などであり，価値観 2 では，「4 回目だけは誰もファールをしていないから，一番跳んだ人を選んだ．50%の確率で跳べるから.」である．前者の例では，「差（最大値－最小値）が小さいし」は，「範囲（最大値－最小値)」の数学的モデルでもカウントし，「しかも平均もよいから」は「平均・合計」の数学的モデルでもカウントしている．後者の例では，「4 回目だけは誰もファールをしていないから，一番跳んだ人を選んだ.」で「最大値に着目」の数学的モデルでもカウントし，「50%の確率で跳べるから」は「確率の考え」の数学的モデルでもカウントしている．

4.2　計画・予測のカテゴリーの問題（遊園地の問題）を解決する際に表出する多様性の実態

遊園地の問題と言うのは，図 2-2-4 の問題である．

ここでは，遊園地の問題を解決する際に表出する価値観を個人的価値観としているのは，遊園地の問題では，その人の乗りたい乗り物に乗るという個人の好みが優先されるので，個人的価値観としている．

4.2.1　価値観の多様性

表 4-4-4 を見ると，遊園地の問題では，愉悦性の価値観と経済性の価値観が現出される．愉悦性の価値観とは，楽しむことに価値観を示すことであり，経済性の価値観とは，待ち時間の少ない乗り物に価値観を示す場合である．その割合は，それぞれ 81%と 24%であり，価値観の傾向性が表れる．また，これらの 2 つの価値観の複合した価値観が 5%表出する．

表 4-4-4　遊園地の問題を解決したときの価値観の割合

	愉悦性の価値観	経済性の価値観	複合した価値観	その他	合計
人数（人）	30	9	2	0	37
割合（%）	81	24	5	0	100

註：価値観の総数が学級の人数（37 人）より多いのは複合した価値観が存在しているためである．割合は人数を 37 で割った値を基にしている．複合した価値観とは，愉悦性の価値観と経済性の価値観が複合された価値観を表す．

4.2.2　数学的モデルの多様性

表 4-4-5 では，代表的な数学的モデルが掲載されている．実際は，もっと多くの数学的モデルが構成されている．

従って，遊園地の問題では，2 種類の価値観と複合した価値観が表出され，それに応じた多様な数学的モデルが構成されることが分かった．

幾つかの乗り物に乗る愉悦性の価値観による拡散型の数学的モデルが最も多く，次いで同じ愉悦性の価値観であるが 1 つの乗り物や 2 つの乗り物などに集中して乗る集中型の数学的モデルが多い．経済性の価値観では，待ち時間の少ない乗り物などを選ぶ数学的モデルが次に多く見られる．

以上，遊園地の問題の数学的モデルでは，多様な数学的モデルと同時に傾向性が見られる．

表 4-4-5　遊園地の問題の自力解決時の価値観と数学的モデル

価値観	自力解決時の数学的モデル	人数（人）
愉悦性の価値観	a:15+30+15+15+15=90 など（拡散型）	20
	b:5+(10×8)+5=90 など（集中型）	10
	c:無解答	0
経済性の価値観	d:40+20+15+5×3=90 など	9
	e:無解答	0
複合した価値観	f:15+20+5+(5+10)+10+(5+5)+(5+5)+5=90 など	2
	g:解答	0

註:拡散型とは,乗りたい乗り物を 1 つに決めずに幾つかの乗り物を選択している場合で,集中型とは乗りたい乗り物を 1 つに決めている場合を指す.

名前（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

学校対抗のサッカー大会があります．選手，コーチ（先生），おうちの方を含めて 210 人で行きます．バスでグランドまで行きますがそれぞれのバスには，40 人が乗れます．もし，あなたがバスを注文するとしたら，グランドに行くために何台のバスを注文しますか．あなたの考えを書いてください．その理由も書いてください．ただし，バスは 1 台 3 万円します．また，学校から大会が行われるグランドまでは 10 ㎞離れています．

答え（　　　　　　　）台

その理由

友達の考え

図 4-4-3　バスの問題

4.3　分配のカテゴリーの問題（バスの問題）を解決する際に表出する多様性の実態

バスの問題とは，図 4-4-3 の問題である．バスの問題は，数学的モデリングの検証の場面に関わり，数学的結果を現実と対応をする際に社会的価値観が表出すると思われる．ここでは，このバスの問題を解決する時の社会的価値観と数学的モデルの多様性と傾向性を明らかにする．

4.3.1　価値観の多様性

表 4-4-6 を見ると，バスの問題では，思いやりの価値観，経済性の価値観．快適性（愉悦性）の価値観，平等・公平の価値観，安全性の価値観などの多様な価値観が表出する．ただし，1 つの考えの中に複数の価値観が入っている複合した価値観の場合には，それぞれの価値観でカウントしている．従って，合計が 100%を超えていることになる．

一番多く見られた価値観は「余った人がかわいそうだから」という思いやりの価値観であり，次に多いのは「お金を節約したいから」という経済性の価値観である．
従って，多様性の中にも価値観の傾向性を見ることができる．

表 4-4-6　バスの問題を解決した時の価値観の割合

社会的価値観	子どもの表現	割合
a:思いやり	余った人がかわいそう	21（55%）
b:経済性	お金を節約したい	15（39%）
c:快適性（愉悦性）	ゆったり過ごしたい	4（11%）
d:平等・公平	人数を同じにする	1（3%）
e:安全性	通路に座るのは危険だから座らない	1（3%）

4.3.2　数学的モデルの多様性

表 4-4-7 を見ると，代表的な数学的モデルが書いてある．また，バスの問題には，数学的モデルの多様性が表出することが分かった．a の思いやり「210÷40＝5・・・10，10 人がかわいそうだから 1 台増やして 6 台」と b の経済性「210÷40＝5・・・10，10 人が乗れるミニバス 1 台．お金がかからないから」などに傾向性が見られる．

つまり，バスの問題の数学的モデルには，多様性と同時に傾向性を見ることができる．

なお，複合した価値観には，次のようなものが見られる．

・10 人乗れない人ができるから 1 台節約するのはだめ．席が余ったら荷物置き場にする．そうすればゆったり座れるから．＜かわいそう，ゆったりしたい＞

・210÷40＝5・・・10 で 5 台でも良かったけど，残りの 10 人がかわいそうだし，一緒に乗ったとしてもけっこうきつそうだから 6 台．補助席は危ないから使わない，子どもだか

ら．<かわいそう，ゆったりしたい，安全>

・210÷40＝5・・・10　5+1＝6　210÷6＝35 人　5 台だと座れないから余裕を持たせるため．人数を同じにすれば，みんな公平だし，ゆったり乗れるから．<かわいそう，ゆったりしたい，公平>

・大型バス 6 台よりも大型バス 5 台＋ミニバスの方が安いから混ぜた．ぴったりのせられないからかわいそう．<かわいそう，節約>などである．

表 4-4-7　バスの問題を解決した時の価値観と数学的モデル

社会的価値観	子どもの表現	数学的モデル	割合
a:思いやり	余った人がかわいそう	210÷40＝5・・・10，10 人がかわいそうだから 1 台増やして 6 台など．	21（55%）
b:経済性	お金を節約したい	210÷40＝5・・・10，10 人が乗れるミニバス 1 台．お金がかからないからなど．	15（39%）
c:快適性（愉悦性）	ゆったり過ごしたい	ゆったりしたい．240÷40＝5・・・10，240÷10＝24，10 台など．	4（11%）
d:平等・公平	人数を同じにする	210÷40＝5・・・10，5+1＝6，210÷6＝35，6 台で 35 人ずつ乗れば平等の人数になるなど．	1（3%）
e:安全性	通路に座るのは危険だから座らない	210÷40＝5・・・10 で 5 台でもよかったけれども，残りの 10 人がかわいそうだし，一緒に乗ったらきつそうだから 6 台．補助席は危ないから使わない．子どもだからなど．	1（3%）

以上のように，数学的モデリングの検証過程にも子どもの社会的価値観が表出し，しかも多様性を示すことが分かり，幾つかのタイプに分けることができた(10)．

註

(1)　この問題は，算数教科書（大日本 6 年下，p.40）に載っていたものを一部修正したものである．教科書では，ヒントとして，「ななさんを選ぶよ．わけは，最高記録が・・・」，「つとむさんを選ぶよ．わけは・・・」，「ゆみさんを選ぶよ．わけは・・・」のように示されているが，授業で使ったワークシートには，こうしたヒントは与えないことにした．その理由は，子どもの素直な考えを見たいからである．また，「ただし，本番は 1 回しかとばせるチャンスがありません．」という条件を付け加えた．その理由は，子どもから「本番では何回とばせるんですか．」という質問があり，このような条件を付け加えたものである．他の条件にした場合には，どのような反応になるかは，今後の課題である．

(2)　この問題は，西村他（2011）により開発された問題を用いている．

(3)　この問題は，川上(2007)のバスケットの選手を選ぼうという中学校での実践例を基に

して，小学生にも分かるように修正したものである．

(4)　社会的価値観 1 である安定性の価値観の具体例は，次のような記述による．

1)まあまあの記録で安定している．（紙飛行機）

2)最高記録－最低記録が小さいし安定している．（紙飛行機）

3)平均が良いから．（紙飛行機）

4)最高記録は 2 位，ファールの回数も 2 位，一番ぶなんだから．（走り幅跳び）

5)ファールが少ないし，成功と失敗の差が短いから．（走り幅跳び）

6)バランスが良い（すべて 1 番ではないが，50m 走は速いし，1000m も速いし，シュート率も高い）から（バスケット）

(5)　社会的価値観 2 である卓越性の価値観の具体例は，次のような記述による．

1)最高記録を出しているから（紙飛行機）

2)ファールをいっぱいしているが優勝記録を超えているから．（走り幅跳び）

3)1000m 走が一番，シュート率も一番だから（バスケット）

(6)　本稿では，平均を最大値や最小値に目を向けずに全体の結果を押しなべて集約する見方をしているととらえ，「安定性」という視点に当てはめている．

(7)　本稿では，最小値を価値観 1 に含めている．具体的な記述として，「ゆみの最低記録は 11m で，他の 2 人の最低記録よりもよいから」（紙飛行機）が見られる．これは，最小記録が良ければそれ以外の記録はそれ以上になり，全体を考慮しており安定した記録が望めるという考えであると解釈して価値観 1 に含めることにした．

(8)　本稿での「順位づけ」は，成績の良い順番に 1 位，2 位，3 位，4 位のように順位づけしていったり，順位づけをした後で，1 位には 4 点，2 位には 3 点，3 位には 2 点，4 位には 1 点というように点数を与えたりする考えである．これは，重みづけの考えの一種と思われるが，本稿での「重みづけ」が一部分のデータだけを考慮しているのに対して，本稿での「順位づけ」はすべてのデータを考慮して，その合計で判断しているので価値観 1 安定性の価値観に入れている．

(9)　本稿での「重みづけ」は，与えられたデータの中の一部分に重みをおいて処理する考え方を指す．例えば，「シュートが入らないと意味がないからシュート率の一番高い人を選んだ．」のようにシュート率に重きをおいている考えを指す．従って，一部分の優秀なデータを重視しているので価値観 2 の卓越性の価値観に入れている．「重みづけ」の考えは，統計的には，「重みの設定方法には，①重みづけ設定者の主観に基づき直接的に設定する直接評価法と，②他の評価項目と一対比較を行うことにより間接的に重みを付ける一対比較法がある．」などに結びつく考えである．下記のアドレスにそのことについて詳しく説明している．www.mlit.go.jp/kisha/kisha02/13/130830/130830_4.pdf

また，川上(2007)の論文には，中学生が考えた重みづけによる数学的モデルが以下の

ように紹介されている.「(選手の能力）＝10×（50ｍ走の得点）+（1500ｍ走の得点）や(選手の能力)＝5×(50m 走の得点)＋0.5×(1500ｍ走の得点)など」(川上, 2007,p.127)である. こうした重みづけの考えは PISA のベストカー問題(国立教育政策研究所, 2004)にも関連する.

(10)　検証の過程に見られる社会的価値観と数学的モデルは以下の 4 つのタイプ (①～④)に分けることができる.

① 数学的処理の結果を具体に戻して現実的な反応を示すタイプ

1）1 台増やす思いやりタイプ

多くの子どもは「5 台だと 10 人が乗れなくなっちゃうから 1 台ふやして 6 台. 210÷40＝5・・・10，5+1＝6　6 台」としている

2）1 台増やさない節約タイプ

「210÷40＝5・・・10　10 人余った人は補助席に乗ってもらう.」のように経済性を優先するタイプである.

この後で更に次のような数学的モデルを追加したり，変更したりする子どもがいる. つまり，子どもの中には，再定式化を行っている．下記のような考えである.

② 数学的モデルを追加するタイプ

1）210÷40＝5・・・10　5+1＝6→210÷6＝35 人　5 台だと座れないから余裕を持たせて 1 台多くする．6 台で 1 台 35 人にする．210÷6=35 を追加している.

③ 新たな数学的モデルを構成するタイプ

いずれも，210÷40＝5・・・10 から再定式化している.

1）210－10＝200　200÷40＝5　10÷5＝2　40+2＝42　1 台に 42 人．5 台

2）210÷10＝21　1 台に 21 人ずつ乗せる．その方が広々と使えるから．再定式化をしていると考えられる.

この考えは，問題状況を自由に解釈している．40 人まで乗れるという条件を最大 40 人まで乗れると解釈して, もっと少ない人数でも条件に合うと考えて 210÷10=21 という式を考えている.

④ 現実離れをした数学的モデルを構成するタイプ

しかし，反面，現実離れしているものもある（バスの定員との関連).

210÷3＝70　1 台に 70 人乗れば，ちょうど 3 台で 210 人乗れるから．1 人 1 人の席の下のスペースに 1 人入っていすに 1 人すわったりすればいいと思う．がんばれば払うお金が少なくなってらくちん．でもつらい.

第 5 節　本章のまとめ

本章では，社会的オープンエンドな問題を用いた授業で表出する価値観と数学的モデル

の多様性の実態を体系的に取り上げ分析した．

多様性を明らかにするために 2 つの視点を設けた．1 つ目は，社会的オープンエンドな問題であり，2 つ目は，問題解決者である．この 2 つの視点で多様性の実態を明確にした．

まず，社会的オープンエンドな問題による多様性の実態を把握するために，社会的価値観の多様性と数学的モデルの多様性の実態を「ルール作りのカテゴリーの問題；的当ての問題」，「選択のカテゴリーの問題；選手を選ぶ問題」，「計画・予測のカテゴリーの問題；遊園地の問題」，「分配のカテゴリーの問題；バスの問題」の 4 つのカテゴリーからそれぞれ 1 つずつ問題を取り上げて明らかにした．

更に，問題解決者による多様性の実態を把握するために，問題を同一にして小学生，大学生など年齢が違う場合や東京，地方などの地域が違う場合や日本の小学生，オーストラリアの小学生などの国が違う場合，男女差について取り上げた．的当ての問題を多様な問題解決者全てに与えて実践しているので，この的当ての問題を事例として取り上げた．

具体的には，異なる問題解決者による同一問題（的当ての問題）の解決に見られる多様性の実態と同一問題解決者による異なる問題の解決に見られる多様性の実態を分析した．

異なる問題解決者による同一問題（的当ての問題）の解決に見られる授業では，学年差，小学生と大学生の比較，地域差，日本の小学生とオーストラリアの小学生の比較，性差を取り上げて多様性の実態を分析した．その結果，いずれの問題解決者も 1 年生思いの価値観と平等・公平の価値観を表出することが明らかになった．価値観の傾向性については，表出する割合が同様な場合と明らかに違いがある場合とが見られた．数学的モデルに関しても，多様な数学的モデルが表出した．その中には，問題解決者により共通した数学的モデルもあれば，傾向性が見られる場合もある．

まとめると，異なる問題解決者による同一問題解決では，多様な価値観と多様な数学的モデルが表出されると言える．

次に，同一問題解決者による異なる問題の解決に見られる授業では，選択のカテゴリーの問題と計画・予測のカテゴリーの問題と分配のカテゴリーの問題が扱われた．いずれの社会的オープンエンドな問題を用いても，多様な価値観と多様な数学的モデルが構成されることが分かった．

第 5 章　授業実験の枠組みによる多様な価値観に取り組む力の検証

前章では，開発されたどの社会的オープンエンドな問題も，またどんな問題解決者が取り組んでも多様な社会的価値観と多様な数学的モデルが表出することが分かった．

第 4 章を受けて，本章においては，序章において多様な価値観に取り組む力の構成要素として 3 つの力を規定したが，その 3 つの力である，(1) 価値観に基づく数学的モデルを構成する力，(2) 価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力，(3) 価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力が社会的オープンエンドな問題を用いた授業により育成されているかを検証する．

第 1 節　本章における 3 つの力を検証するための授業デザイン

本研究で述べたように現代社会と教育における課題より多様な価値観の育成が求められていて，そこで本研究の目的は，多様な価値観に対して取り組む力の育成であった．ここまで先行研究を踏まえた枠組みの理論的整備並びにその探求化に向けた体系的整理を行ってきた．本章では，それらを総合して多様な価値観に取り組む力の育成が可能なのかを検証したい．ここでは授業デザインの考え方を用いる．

1.1　授業デザイン

本章では，3 つの力を検証するために次のような授業デザインを考案し，実施し分析した．

(a)　3 つの社会的オープンエンドな問題を 1 か月に 1 つ，3 か月間授業を行った．その社会的オープンエンドな問題は，「的当ての問題」，「部屋割りの問題」，「ケーキの問題」である．

(b)　巻末資料 1 のアンケートをとった．1 時間目の授業前と授業後，2 時間目の授業後，3 時間目の授業後にアンケートに答えてもらった．

このアンケートのねらいは，①は算数・数学では，正しい式が多様にあると認識しているかを見るためのものであり，3 つの力の 2 つ目に関わるものである．②は算数・数学では，正しい答えが多様にあると認識しているかを見るためのものであり，3 つの力の 2 つ目に関わるものである．③は社会的価値観を基にして数学的モデルが構成されることに関して認識しているかを見るための項目であり，3 つの力の 3 つ目に関わるものである．④は多様な数学的モデルを一意に決めるためには条件を入れればよいことに対する認識があるかを見るための項目であり，3 つの力の 1 つ目に関わるものである．換言すれば，仮定をおくことの意味の理解を見るための項目でもある．

(c)　価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察するための相互評価（巻末資料 2）と自己評価(巻末資料 3)の時間をとった．

(d)　授業を次のようにデザインした（表 5-1-1）．1 時間目は，問題解決学習を行った．2 時間目は，アンケートに答える，再生刺激法による授業過程での心情面の記述，仮定の記述，歓迎度調査(巻末資料 4)である．3 時間目は，相互評価，自己評価を行った．

表 5-1-1　検証のための授業

	各授業	3 つの力との関連
1 時間目	問題解決学習 自力解決→比較検討→価値選択	全ての力と関連
2 時間目	アンケートに答える（10 分間）	全ての力と関連
	ある考えに決めるためにはどのような条件を入れたらよいかを考える。（10 分）	1 つ目の力と関連
	歓迎度調査（10 分）	2 つ目の力と関連
宿題	授業の感想	2 つ目の力と関連
3 時間目	相互評価	3 つ目の力と関連
15 分間	自己評価	3 つ目の力と関連

註：2 時間目には，再生刺激法を用いて，15 分間授業過程における子どもの心情面を調査している．

1.2　デザインした授業の検証の方法

デザインした授業の検証は，表 5-1-2 のようにした．

「多様な価値観に取り組む力」の 1 つ目である「価値観に基づく数学的モデルを構成する力」の検証方法は，アンケート④の分析，仮定の表現力の分析，社会的価値観と数学的モデルの実態の分析を行う．アンケート④は，仮定をおく力を見るためのものであり，仮定の表現力の分析も仮定をおく力を見るためのものである．社会的価値観と数学的モデルの構成を分析するのは，数学的モデルを構成する力を見るためのものである．こうした分析を行って総合的に考察する．

「多様な価値観に取り組む力」の 2 つ目である「価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力」の検証方法は，アンケート①，②の分析，歓迎度調査の分析，価値選択時における子どもの実態の考察，授業の感想の分析などを行う．アンケート①，②は数学的モデルの多様性の認識を見るためのものであり，歓迎度調査は，価値観の多様性の尊重を見るためのものである。価値選択時における子どもの実態を考察するのは，多様な価値観と数学的モデルを尊重しているかを見るためのものである．授業の感想の分析は，多様な価値観と数学的モデルを尊重しているかを見るためのものである．こうした分析を行って総合的に考察する．

「多様な価値観に取り組む力」の 3 つ目である「価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力」の検証方法は，アンケート③の分析，歓迎度調査の分析，自己評価ワークシートの分析などを行う．アンケート③は社会的価値観が数学的モデルの構成に関係して

いるという見方を見るためのものである．歓迎度調査は，記述の中に見られる社会的価値観と数学的モデルとの関係記述を見るためのものである．自己評価ワークシート 5 は，価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する自信があるかどうかを見るためのものである．こうした分析を行って総合的に考察する．

表 5-1-2　デザインした授業の検証方法

	(1) 価値観に基づく数学的モデルを構成する力	(2) 価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力	(3) 価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力
検証方法	アンケート④：仮定をおく力	アンケート①②：数学的モデルの多様性の認識	アンケート③:価値観を批判的に考察する力
	仮定の表現力：仮定をおく力	歓迎度調査：価値観の多様性を尊重する力	歓迎度調査:価値観を批判的に考察する力
	社会的価値観と数学的モデルの構成分析：数学的モデルを構成する力	価値選択時における子どもの実態の考察：価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力 授業の感想：価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力	自己評価ワークシート 5 : 数学的モデルを批判的に考察する力

第 2 節　価値観に基づく数学的モデルを構成する力の検証

序章でこの力を「仮定をおいて考える力」と「数学的モデルを構成する力」の 2 つの力から成り立つと分析した．そこで，この 2 つの力が育成されているかどうかを分析する．そこで仮定をおいて考える力に関しては，アンケート④や評価問題によって，仮定をおくことの意味の理解と仮定をより一般的に設定できるかによって評価した．数学的モデルを構成する力に関しては, 価値観によるモデルが異なり, その間の優劣は基本的にないため，ここでは数学的モデルを構成することができるかどうかを事例研究法を用いて調査した．

2.1　仮定をおいて考える力の検証;（縦断的研究法(longitudinal method)）を用いて

ここでは，数学的モデリングの中の仮定をおく力の育成について考察する．

長崎他(2001)の調査によると，算数・数学教育における仮定をおく力は育っていないと言われている．このような結果になるのは，算数・数学教育に於いては，仮定をおいて考えることはほとんど学習されていないからである．そこで，本研究では問題解決で社会的価値観を意識させることにより仮定に対する意識が生まれ，仮定をおく力が育成できるのではないかと考える．

2.1.1 結果

(1)　アンケート④（仮定をおくことの意味の理解）の分析

「仮定をおくことの意味の理解」のアンケートの④については，図 5-2-1 を見ると分かるように，授業前には 83%（B と同じ，どちらかというと B）の子どもが，仮定をおくことの意味が分からないとしている．第 1 回目の授業後でも 12%の子どもが仮定をおくことの意味が分からないとしている．しかし，第 2 回目の授業後には，全員が仮定をおくことの意味が分かっていることが示されている．そして第 3 回目の授業後でも，仮定をおくことの意味についての認識は保持されている．このことから，仮定をおくことの意味については，社会的オープンエンドな問題を用いた授業を重ねる毎に理解できるようになることが分かる．

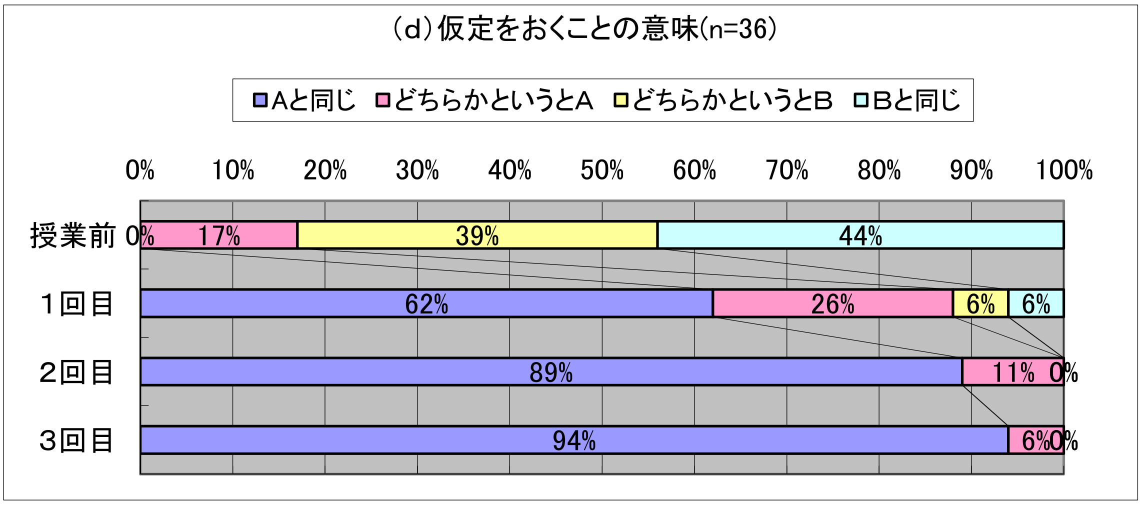


図 5-2-1　3 回の授業における仮定をおくことの意味の変容

(2)　仮定をおくことの評価

次に，仮定をおくことを各授業の後に実施した評価問題（巻末資料 5）に対する記述内容によって分析した．その際，表 5-2-1 に示す水準を設定した．この水準では，理由を個別的に与えられた記述などを使って表現している水準からそれを一般的な表現に変換している水準で差があるとして設定した．

表 5-2-1　3 回の授業における仮定の表現の水準

		定　義	的当ての問題における回答例
第1回目	水準 1	条件ではなく式の意味を説明したり立式には関係しない条件を入れたりしている水準（仮定をおくことの意味が分かっていない水準）	まず 5 点に入って 3 点に入って次に 3 点と 1 点の間の 2 点にしたので 5＋3＋2＝10.
	水準 2	条件を具体的な数値を用いて表現できる水準	線にボールが入った時は，3 と 1 の間の 2 をたす.
	水準 3	条件を一般的な言葉で表現できる水準	ボールが線の上にのったらわくの得点の間をとるようにする.
		定　義	部屋割りの問題における回答例
第2回目	水準 1	条件ではなく式の意味を説明したり立式には関係しない条件を入れたりしている水準（仮定をおくことの意味が分かっていない水準）	あまったら 3 人の部屋に入れる.
	水準 2	条件を具体的な数値を用いて表現できる水準	1 部屋に 3 人ずつ入ってあまったらもう 1 部屋を使わないで 1 つだけ 4 人にする.
	水準 3	条件を一般的な言葉で表現できる水準	すべての部屋を使って人数ができるだけ平等になるようにする.
		定　義	ケーキの問題における回答例
第3回目	水準 1	条件ではなく式の意味を説明したり立式には関係しない条件を入れたりしている水準（仮定をおくことの意味が分かっていない水準）	1 つのケーキを 6 つに分ける。
	水準 2	条件を具体的な数値を用いて表現できる水準	5 このケーキを 6 等分する。
	水準 3	条件を一般的な言葉で表現できる水準	みんな平等に同じ分だけもらうようにする。

具体的には，「的当て」問題の授業後の評価問題「この問題で O さんは 5+3+2＝10 という式を考えました．全員がこの式になるようにするには，最初の問題文の中に，どんな条件（文）を入れておけばよいですか.」を与え，仮定をおく力を評価した．反応例に示されているように,式の意味を説明したり,具体的な数値を用いて表現したりすること以上に，このような数学的モデルが導き出された時の仮定を一般的に表現している意味で，水準 3 が最も好ましい反応である．その上で，水準 3 の回答と判断された子どもの割合を示したのが，図 5-2-2 である．授業毎の変化の様子を見ると，水準 3 の仮定をおく力は，授業を重ねる毎に 41%，56%，75%と増加し，数学的モデルを導き出す仮定を一般的に表現す

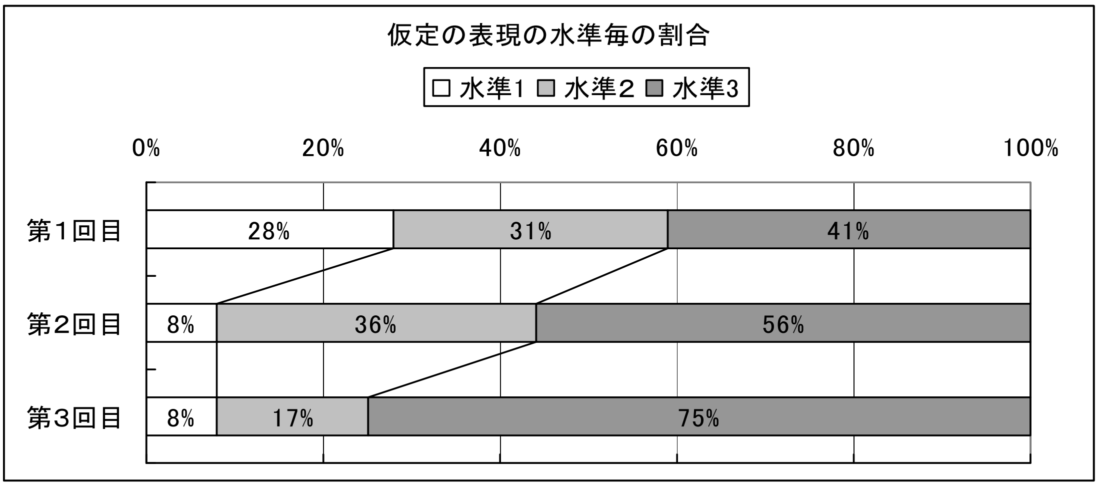


図 5-2-2　3 回の授業における仮定の表現の水準毎の割合

る力が高まっていることが示されている．また，水準 2 を合わせた仮定をおくことができる子ども（水準 3＋水準 2）は 72%，92%，92%と 1 回目の授業よりも 2 回目，3 回目の授業の方が高まっている．

仮定の意味の理解と仮定をおくことの表現の評価によって仮定をおく力が社会的オープンエンドな問題の授業により徐々に育成されていくことが明らかになった．なお，数学的仮定に関わる表現だけでも 1 つの式に限定できるために，社会的価値観に関わる言葉が無い場合でも水準表の基準にあてはめて考察した．例えば「部屋割りの問題」の水準 3 の反応である「すべての部屋を使って，人数ができるだけ平等になるようにする．」は社会的価値観による仮定（人数ができるだけ平等になるようにする）と数学的仮定「すべての部屋を使う」が見られるが，「的当ての問題」の水準 3 では，「ボールが線の上にのったらわくの得点の間をとるようにする．」という数学的仮定しか表現されていないが水準 3 に当てはまると解釈してこの水準に位置づけている．

2.2　数学的モデルを構成する力の検証

2.2.1　結果

(1)　的当ての問題（ルール作りのカテゴリーの問題）

的当ての問題（図 2-2-2）は，1 年生が投げた玉が 5 点のエリアと 3 点のエリアと 1 点と 3 点の線上に当たった場合に何点あげるかという問題である．

子どもから表出した社会的価値観は 1 年生思いの価値観と平等・公平の価値観である．社会的価値観に対する人数を東京の私立校（4 年生）で調べた．その結果を表 5-2-2 に示す．その他は，1 年生思いの価値観と平等・公平の価値観以外の社会的価値観を指す．

この表から，どの子どもも 1 年生思いの価値観や平等・公平の価値観を用いて考えているといえる．

表 5-2-2　的当ての問題を解決する時に表出する社会的価値観

	1 年生思いの価値観	平等・公平の価値観	その他の価値観	合計
人数（人）	19	17	0	36
割合（%）	53	47	0	100

さらに，数学的モデルの詳細を，1 年生思いの価値観と平等・公平の価値観とに分けて人数を調べた．その結果を表 5-2-3 に示す．

この表から立式が不可能であった子どもはいないことが分かる．このことから的当ての問題を用いると，全員，どちらかの社会的価値観に基づき，数学的モデルを構成できることが分かった．

表 5-2-3　的当ての問題を解決するときの価値観と数学的モデル

価値観	自力解決時の数学的モデル	人数（人）
1 年生思いの価値観	a：5+3+3＝11	14
	b：5+3+3+1＝12	5
	c：その他（立式不可能）	0
平等・公平の価値観	d：5+3+2＝10	12
	e：やりなおし(その後，立式)	3
	f：じゃんけん (その後，立式)	1
	g：5+3+1＝9(面積)	1
	h：その他（立式不可能）	0

(2)　部屋割りの問題（分配のカテゴリーの問題）

部屋割りの問題は，合宿に行くためにどのように部屋割りをするかを考える問題である．表 5-2-4 を見ると平等・公平の価値観と特定の人を思う価値観が表れ，また複合した価値観もわずかではあるが表出する．それ以外の価値観は見られず，全員が平等・公平の価値観や特定の人を思いやる価値観や複合した価値観を表出させることが分かる．表 5-2-5 は，

表 5-2-4　　部屋割りの問題における価値観毎の割合

	特定の人を思う価値観	平等・公平の価値観	複合した価値観	その他	合計
人数（人）	12	28	4	0	36
割合（%）	33	78	11	0	100

註1：割合は人数をn=36で割った値である．註2：合計は特定の人を思う価値観と平等・公平の価値観の数値から複合した価値観の数値を引いた値である．註3：複合した価値観とは，特定の人を思う価値観と平等・公平の価値観が複合された価値観である．

自力解決時の価値観と数学的モデルの様子を表したものである．この表から全員が平等・公平の価値観，特定の人を思う価値観及び複合した価値観に基づいて何らかの数学的モデルを構成していることがわかる．この結果から，部屋割りの問題を用いると，全員の子ども達が平等・公平の価値観か特定の人を思いやる価値観に基づいて数学的モデルを構成できることが分かった．

表 5-2-5　部屋割りの問題における自力解決時の価値観と数学的モデル

価値観	自力解決時の数学的モデル	人数(人)
特定の人を思う価値観	a: 19÷6=3・・・1（3,3,3,3,3,4)など	12(33%)
	b: 無解答	0(0%)
平等・公平の価値観	c:　19÷6=3・・・1（3,3,3,3,3,4)など	28(78%)
	d: 無解答	0(0%)
複合した価値観	e: 19÷6=3・・・1(6,6,6,1)など	4(11%)
	f: 無解答	0(0%)

(3)　ケーキの問題（分配のカテゴリーの問題）

ケーキの問題は，祖父母，父母，私と妹の 6 人家族でいただいた 5 つのケーキをどのように分ければよいかを考える問題である．

表 5-2-6 を見ると平等・公平の価値観と特定の人を思う価値観が表出する．それ以外の価値観は見られず，全員が平等・公平の価値観や特定の人を思いやる価値観を表出させることが分かる．表 5-2-7 は，自力解決時の価値観と数学的モデルの様子を表したものである．この表から全員が平等・公平の価値観，特定の人を思う価値観に基づいて何らかの数学的モデルを構成していることがわかる．この結果から，ケーキの問題を用いると，全員

表 5-2-6　ケーキの問題における価値観毎の割合

	特定の人を思う価値観	平等・公平の価値観	その他の価値観	合計
人数（人）	11	25	0	36
割合（%）	31	69	0	100

註：割合は人数を n=36 で割った値である．

の子ども達が平等・公平の価値観か特定の人を思いやる価値観に基づいて数学的モデルを構成することができることが分かった．

表 5-2-7　ケーキの問題における自力解決時の価値観と数学的モデル

価値観	自力解決時の数学的モデル	人数（人）
特定の人思いの価値観	a：子ども優先；一つのケーキを4等分して、6人で分ける。4×5＝20、20÷6＝3・・・2、残りの2個は妹と私で食べる。（子ども1個、大人3／4個）	3(8%)
	b：大人優先；4÷4＝1、1÷2＝1／2	3(8%)
	c：祖父母思い；4÷4＝1、1÷2＝1／2	2(6%)
	d：個人の特性（甘いものを控えるなど）；5÷5＝1　1個	3(8%)
	e：無解答	0(0%)
平等・公平の価値観	f：5÷6＝5/6	13(36%)
	g：1÷6＝1/6　1/6×5＝5/6	4(11%)
	h：6×5＝30　30÷6＝5　1人5/6個など	8(22%)
	i：無解答	0(0%)

2.3　価値観に基づく数学的モデルを構成する力の総合的な検証

ここで，2.1「仮定をおいて考える力」と 2.2「数学的モデルを構成する力」の総合的な検証を行う．

2.1 では，社会的オープンエンドな問題を用いた授業を重ねるにつれて，仮定をおいて考える力が育成されていくことが分かった．

2.2 では，社会的オープンエンドな問題を用いることにより，価値観が表現され，それに応じた数学的モデルが構成されることが分かった．

この結果，社会的オープンエンドな問題を用いた授業により，仮定をおいて考える力が育成されることと価値観に基づいて数学的モデルが構成されることが分かった．

第 3 節　価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力の検証;（縦断的研究法(longitudinal method)を用いて）

次に,「価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力」の育成を考察する．

ここでは,「価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力」を「価値観の多様性を尊重する力」と「数学的モデルの多様性を尊重する力」に分解して考察する．

初めに,「数学的モデルの多様性を尊重する力」について考察し，次に「価値観の多様性を尊重する力」を考察する．「価値観の多様性を尊重する力」を後で分析したのは，価値観の多様性が尊重されているかを検証する時に，数学的モデルの多様性を尊重することも合わせて検討することが出てくるからである．

3.1　数学的モデルの多様性を尊重する力の検証

3.1.1　結果

（1）　アンケート①（式の多様性に対する見方）の分析

まず,「式の多様性に対する見方」のアンケート①の結果を分析した．グラフに表すと図 5-3-1 になる．

ここで式は数学的モデルのことを指すが子どもにとって理解できるように式と表現している．

式の多様性については, 授業前には, 47% (A と同じ, どちらかというと A)の子どもが, 正しい式は 1 つであると認識している．第 1 回目の授業後で，正しい式は 1 つであると認識している子どもは 6%に減少し，第 2 回目の授業後では，全員が式の多様性を認識していることが示されている．第 3 回目の授業後でも，式の多様性についての認識は保持されている．

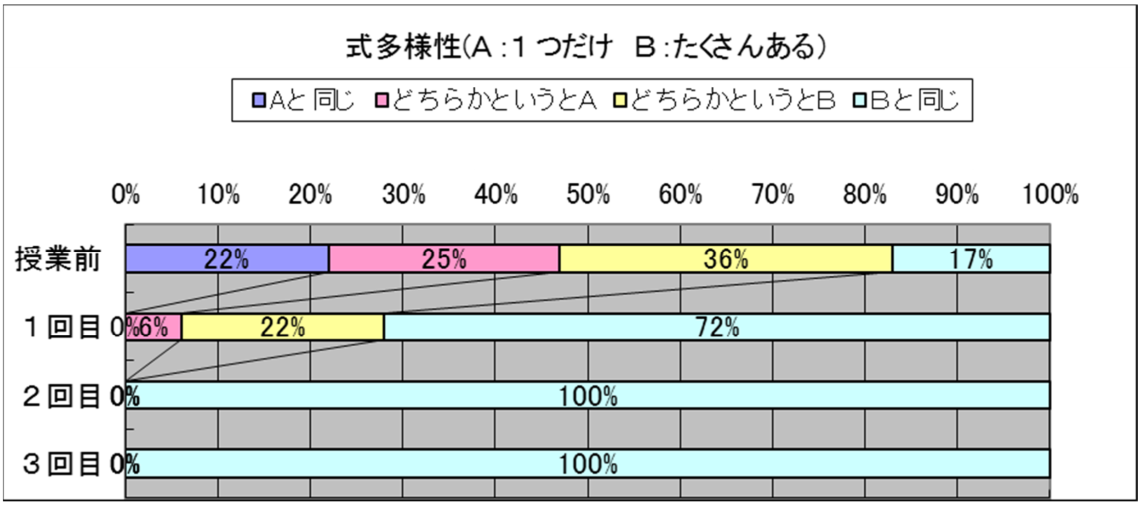


図 5-3-1　3 回の授業における式の多様性の変容

（2）　アンケート②（答えの多様性に対する見方）の分析

次に「答えの多様性に対する見方」のアンケート②の結果を分析した．答えの多様性（図 5-3-2）については，授業前には，88%（A と同じ，どちらかというと A)の子どもが，正しい答えは 1 つであると認識している．第 1 回目の授業後でも，25%の子どもが，正しい答えは 1 つであると認識していて，第 2 回目の授業後になると，全員が答えの多様性を認識していることが示されている．第 3 回目の授業後でも，答えの多様性についての認識は保持されている．先の「式の多様性」に対する望ましい反応と比べ,「答えの多様性」は事前調査の段階から望ましい反応が低く，子どもにとって，式の多様性よりも答えの多様性の方が受け入れがたいと言うことが分かる．

しかしながら, 3 回の社会的オープンエンドな問題を用いた授業により, 多様な答えを認める力が育成されることが明らかになった．

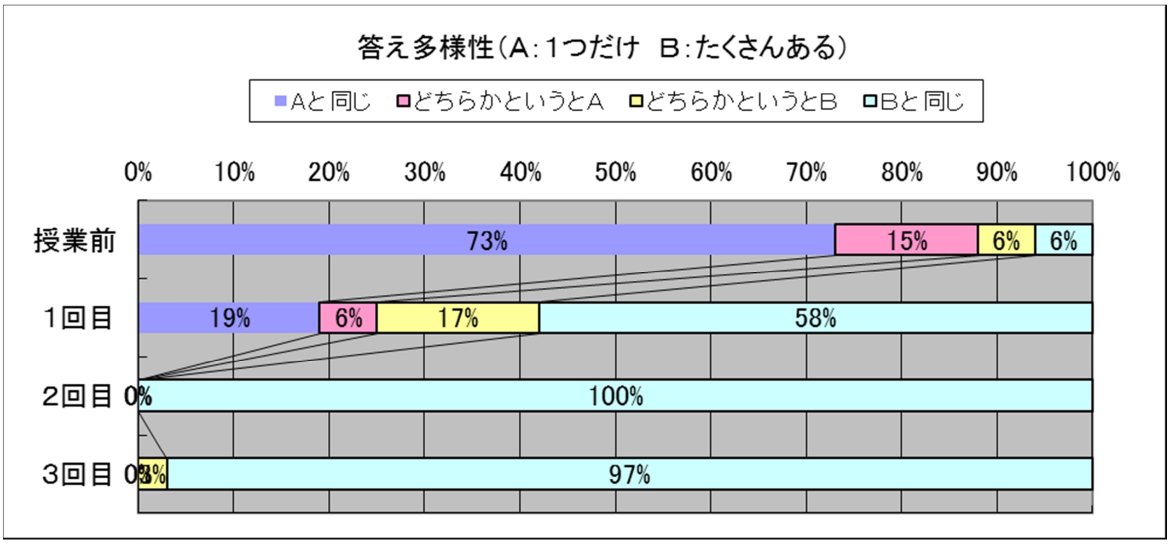


図 5-3-2　3 回の授業における答えの多様性の変容

(3)　授業後の学習感想

授業後の学習感想（宿題）に見られる記述を見ると式や答えの多様性に対する驚きがうかがえる(表 5-3-1)．更に，式や答えの多様性を受け入れ，楽しさを感じている子どもが見られるし，3 回目の授業では，答えの多様性を予測できる子どもが見られる．

表 5-3-1　3 回の授業における子どもの学習感想文の中に見られる数学観の変容

的当て	いろいろな答えが一つの問題の中にあるということが分かってすごく勉強になった．一つの問題には，正しい答えが一つだとずうっと思っていたのに答えはたくさんあると言われてびっくりした．数学にはたくさん正しい答えがあるものと正しい答えが一つしかないものがあるということが分かった．ものすごくたのしく数学の勉強ができたのでもう一度やりたいと思った．
	一つの問題には，式が一つしかないと思っていたけれどいくつもあるっていうことがわかってよかった．
	一つの問題にいくつもの式があるという事にびっくりしました．
部屋割り	数学の答えには，答えがいろいろあってどれも答えだから答えを出す方法が多くて簡単だと思いました．
ケーキ	的当てや部屋割りなどをやったので，ケーキの問題では，さらに一つの問題の答えは一つではないと思う気持ちが高まった．

子どもの感想から分かることは，正しい式の多様性や正しい答えの多様性に対する認識が授業を重ねる毎に出来上がっていき，図 5-3-1 や図 5-3-2 のような結果が表れたものと思われる．

3.2　価値観の多様性を尊重する力の検証；(縦断的研究法(longitudinal method)を用いて)

価値観の多様性を尊重する力とは，自分が考えている価値観以外にも価値観が存在し，

それを認め受容する力である．

実際の授業では，自分なりの価値観と数学的モデルを表現し，相互交流し，最後に価値観と数学的モデルを選択する授業が行われた．その結果，価値観が変容したり，価値観が変容しなくても，数学的モデルが変容したりしている．このことは，違った価値観を拒否するのではなく，価値観の多様性や数学的モデルを受け入れていることを表していると思われる．（具体例は，第 3 章の価値観の変容を参照）．

3.2.1　結果

(1)　価値観及び数学的モデルの変容についての分析

表 5-3-2 は, 東京のＡ小学校 38 名の的当ての問題における自力解決時と価値選択時の変容を表している．

表 5-3-2　的当ての問題における価値観の変容（人）

		選択時		
		平等・公平	1年生思い	総計
自力解決時	平等・公平	14（37%）	6（16%）	20（53%）
	1年生思い	6（16%）	12（32%）	18（47%）
	総計	20（53%）	18（47%）	38（100%）

平等・公平の価値観から 1 年生思いの価値観に変容した割合は，16%であり，1 年生思いの価値観から平等・公平の価値観に変容した割合は，16%である．合せると 32%が価値観を変容させたことになる．68%の子ども達は，価値観を変容させなかったことになる．

そこで, 価値観を変容させなかった子どもに対して, 表 5-3-2 を更に微妙な変更も含め, 詳しく表 5-3-3 の形に作り直し，分析した．

表 5-3-3　的当ての問題における社会的価値観と数学的モデルの変容

変容タイプ	変容理由	人(%)
平等→1年生	変更した理由の記述あり	6(16%)
1年生→平等	変更した理由の記述あり	6(16%)
平等→平等	数学的モデルの変容あり	9(24%)
	変更しない理由の記述あり	5(13%)
	変更しない理由の記述なし	0(0%)
1年生→1年生	数学的モデルの変容あり	10(26%)
	変更しない理由の記述あり	2(5%)
	変更しない理由の記述なし	0(0%)
合計		38(100%)

この表を見ると，価値観は変容しないが，数学的モデルを変容させた割合が平等・公平の価値観は 24%，1 年生思いの価値観は 26%である．また，価値観は変容せず，数学的

モデルも変容させていないが，価値観を変えなかった理由が書いてあるのは，平等・公平の価値観の場合は，13%であり，1 年生思いの場合は 5%である．その理由を見ると，平等・公平の価値観の場合には,「自分のがよい，むずかしい計算とかやらないでぱっと見て分かるから.」,「自分のがよい，スポーツマンシップって感じがして平等だから.」などが見られる．1 年生思いの場合には「1 年生おもいなのはやさしくて気持ちいいし，また来てくれるかもしれないから.」などが見られる．価値観を変えなかったがその理由を書かなかった子どもは見られなかった.

(2)　社会的オープンエンドな問題を用いた授業に対する歓迎度

社会的オープンエンドな問題を用いた授業では，子どもの価値観に応じて数学的モデルが構成されることが分かる．こうした社会的オープンエンドな問題を用いた授業に対する子ども達の歓迎度を捉えることにした．そのために，4 肢選択法を用いて回答を求める．また, どんなところがおもしろかったのかも自由記述で書いてもらう調査用紙を構成した.

こうした歓迎度を調査する理由は，歓迎の度合いに加え，その理由や価値観の多様性や数学的モデルの多様性を尊重する力を把握するためである.

3 回の授業に対する歓迎度の子どもの反応を，とてもおもしろかった : 4 点，かなりおもしろかった : 3 点，少しおもしろかった : 2 点，おもしろくなかった : 1 点，と数値化し，その平均を求めた.

第 1 回目授業が 3.3 と,「かなりおもしろかった」を超えた値を示しており，その後，第 2 回目，第 3 回目は 3.1 と，その高い歓迎度が維持されている点が特徴的である.

また，それぞれの授業において，子どもがいずれの選択肢を選択したのか，その割合を

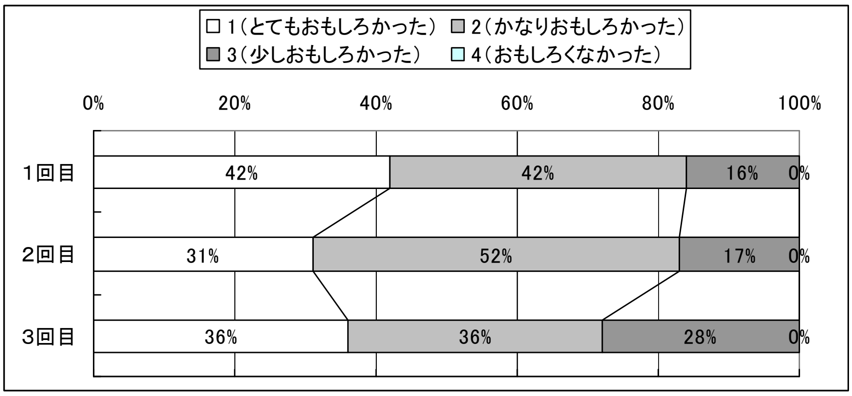


図 5-3-3　3 回の授業における歓迎度の割合 (n=36)

グラフにしたものを，図 5-3-3 に示す．第 1 回目授業から第 3 回目授業までの選択肢毎の割合を比較すると，すべての授業において「とてもおもしろかった」,「かなりおもしろか

った」を選択する割合が高い．その一方,「おもしろくなかった」を選んだ子どもは皆無であった．

人数の割合を算出したものが図 5-3-4 である．自由記述の内容によっては，1 人の回答を複数のカテゴリーに分類した（例：a:式や答えがいっぱいあるところ，式に人の気持ちが表れるところがおもしろかった．b：1 点と 3 点の間の線にあたってしまってそれが何点になるかを調べるのがおもしろかった．しかも色々な意見が出てきてみんなの答えが一杯出てきたのでさらにおもしろくなった.）．そのため，和は 100%を超えている．

これを見ると,「多様なモデル化や価値観を知れておもしろい」が最も多く，次に「問題がおもしろい」,「色々考えたり，意見交換したりしたことがおもしろい」の順になっている．この結果は，多様なモデルや価値観の認識を子どもが歓迎していることを表している．また，②と③を合わせると，集団による多様な意見交換のおもしろさを感じている割合を表していると解釈でき，その割合は授業 1 回目が 87%，2 回目が 72%，3 回目が 86%になっている．3 回の授業を総合すると 80%を超える子どもが多様な価値観や多様な数学的モデルを受け入れていることが分かる．

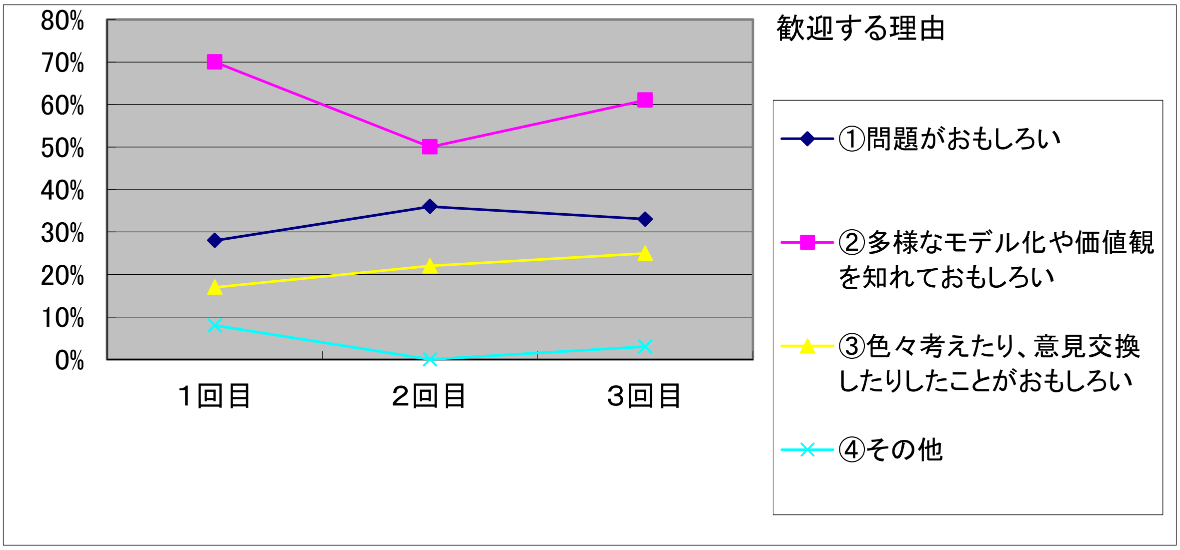


図 5-3-4　3 回の授業における歓迎の理由（n=36）

3.3　価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力の総合的な検証

ここで，3.1「数学的モデルの多様性を尊重する力」と 3.2「価値観の多様性を尊重する力」を総合的に検証する．

3.1「数学的モデルの多様性を尊重する力」では，子どもが社会的オープンエンドな問題を用いた授業では，数学的モデル（式と答え）の多様性が授業を重ねる毎に受け入れられ

ていく様子が量的分析により明らかになった．このことから数学的モデルの多様性を受け入れる力に変容していることが同定された．

3.2「価値観の多様性を尊重する力」では，社会的オープンエンドな問題を用いた問題解決学習での価値観と数学的モデルを選択する場面の子どもの記述の分析と歓迎度調査分析を通して，価値観の多様性の尊重の育成だけではなく，数学的モデルの多様性の尊重も育成されることが同定された．

3.1 と 3.2 の分析結果を総合すると，社会的オープンエンドな問題を用いると授業を重ねる毎に価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力が育成されることが同定された．

第 4 節　価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力の検証;（縦断的研究法(longitudinal method)を用いて）

最後に，「価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力」の育成について考察する．

「価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力」とは，「価値観を批判的に考察する力」と「数学的モデルを批判的に考察する力」の 2 つからなる．「価値観を批判的に考察する力」とは，考えの背後にある価値観を明らかにしたり，同じ価値観同士を分類整理したりする力であり，「数学的モデルを批判的に考察する力」とは，解答の正誤の確認，数学的モデルがその問題の状況を正しく表しているか，多様な数学的モデルの関連，よりよい表現を求める事，数学的モデルの一般化，その数学的モデルを実際に使う場合の問題点を指摘したりする力である．

4.1　価値観を批判的に考察する力の検証

4.1.1　結果

(1)　アンケート③（考えの背後にある価値観を明らかにすること）の分析

アンケート③「平等，思いやり，いたわりなど自分の思いをもとにして式に表したり，答えを求めたりすることが・・・できる，できない」の結果（図 5-4-1）を分析する．

このアンケート③は，社会的価値観に基づく数学的モデルの構成ができるかどうかを調べるためのものである．つまり，社会的価値観は数学的モデルの構成に関係しているという見方ができているかどうかを調べている．

社会的価値観に基づく数学的モデルの構成が可能であるという見方が達成されると，社会的価値観が表現されていない数学的モデルだけを見た場合には，どんな価値観に基づいて数学的モデルが考えられたのだろうと批判的に考察することができるはずである．

この調査結果を見ると（図 5-4-1），社会的価値観に基づく定式化については，授業前には，83%（B と同じ，どちらかといえば B)の子どもが，価値観に基づく定式化はできない

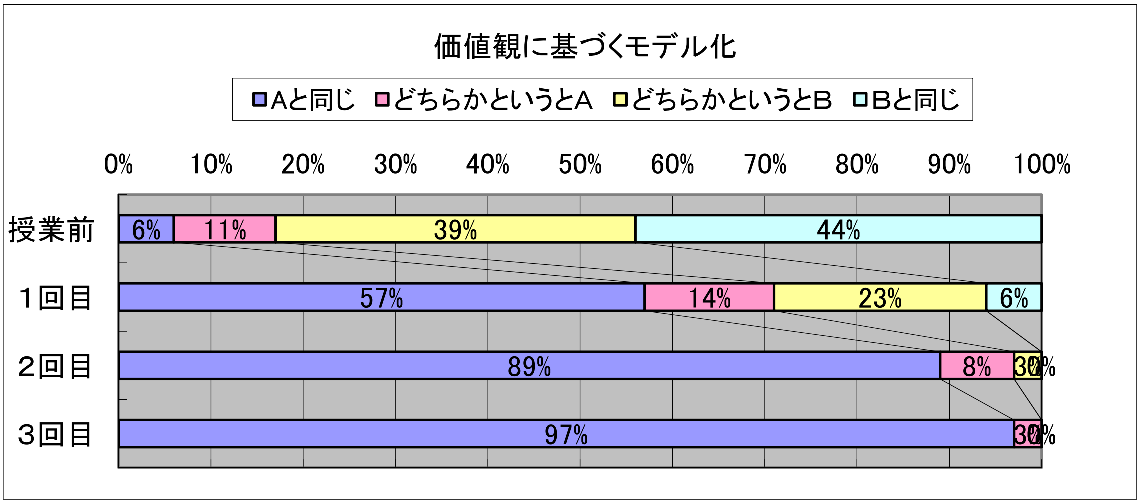


図 5-4-1　社会的価値観に基づくモデル化

と認識しており，高い割合を示している．しかし，この反応は第 1 回目の授業後に 29%に減り，第 2 回目の授業後には，さらに 3%に減少しており，この段階での望ましい反応の割合は 97%に達している．その後，第 3 回目の授業後にようやく全員が社会的価値観に基づく定式化ができると認識していることが示されている．

以上の結果から，社会的オープンエンドな問題を用いると，社会的価値観を基にした数学的モデルの構成に対する認識が育成されることが分かる．

(2)　歓迎度調査の中に見られる社会的価値観と数学的モデルとの関係記述

表 5-4-1 は，授業後の歓迎度調査の中で授業の歓迎度と授業の中でおもしろかったところを自由記述で書いてもらったものである．この記述の中に，社会的価値観（個人への思いやりや平等・公平等に関わる価値観）が数学モデルや答えに影響することが分かっておもしろいと思っている記述が見られる．授業後面白かったところとして，的当てでは「式や答えがいっぱいあるところ，式に人の気持ちが表れるところ.」,「式に相手を思いやることがあったこと.」などが見られ，式には平等・公平や思いやりなどの人の気持ちが関わっているところを挙げている子どもが見られた．また部屋割りでは「きのうの授業はおもしろくて 1 部屋だけにする人の考えもあったし，先生のことを考えた式もあったし，すごく楽しかったです.」,「みんなの答えがちがって色々やさしい，くつろげるなどのおもしろい答えが楽しかった.」,「部屋割りの考えが色々あってその人の気持ちで答えが決まるところがおもしろかったです.」,「計算に思いやりをこめることがびっくりしました．Y さんの 19÷5＝3・・・4　残りの部屋は先生の部屋．こういうことができるから数学ってすごいなあと思いました.」などが見られ，式や答えには，平等・公平や思いやりなどの人の気持

表 5-4-1　3 回の授業について子どもがおもしろいと思ったこと

授業	児童	おもしろかったところ
的当て	C1	式や答えがいっぱいあるところ、式に人の気持ちが表れるところ
	C2	式に相手を思いやることがあったこと
部屋割り	C3	きのうの授業はおもしろくて 1 部屋だけにする人の考えもあったし先生のことを考えた式もあったしすごく楽しかったです.
	C4	みんなの答えがちがって色々やさしい，くつろげるなどのおもしろい答えが楽しかった.
	C5	部屋割りの考えが色々あってその人の気持ちで答えが決まるところがおもしろかったです.
	C6	計算に思いやりをこめることがびっくりしました. Y さんの 19÷5＝3・・・4　残りの部屋は先生の部屋. こういうことができるから数学ってすごいなあと思いました.
ケーキ	C7	今日の授業は，6 人家族でケーキ 5 個を分けるというものでした. みんなは自分の考えを発表して友達の考えを聞き合いました. 友達の考えには，ケーキを 1 個買ってくればいいとか，平等に，子ども優先，おじいさんは糖尿病だからケーキの量を少なくするとかが出てきました.
	C8	思いやりや均等や買ってくればいいなどのいろんな答えがあって楽しかった.

ちが関わっているところを挙げている子どもが見られた. ケーキを分ける問題では「今日の授業は，6 人家族でケーキ 5 個を分けるというものでした. みんなは自分の考えを発表して友達の考えを聞き合いました. 友達の考えには, ケーキを 1 個買ってくればいいとか, 平等に，子ども優先，おじいさんは糖尿病だからケーキの量を少なくするとかが出てきました.」,「思いやりや均等や買ってくればいいなどのいろんな答えがあって楽しかった.」など，式や答えには，平等・公平や思いやりなどの人の気持ちが関わっているところを挙げている子どもが見られた.

以上の結果から，次のようなことが言える.

授業前から 1 回目，2 回目，3 回目と進むごとに，平等や思いやりなどの社会的価値観が算数・数学では式や答えを求めるときに関わっていることへ認識（価値観のメタ認知）されていくことが分かる.

4.2　数学的モデルを批判的に考察する力の検証

4.2.1　結果

(1)　自己評価ワークシートによる批判的に考察する力の検証

ここでは，発表された価値観に基づいた多様な数学的モデルを批判的に考察することができる自信を自己評価ワークシートを用いて分析した.

相互評価のワークシートには，複数の考えとともに，それらの考えを検証するための視点が示してある. それらは，子どもたちの考えを検討する際の視点であり，子どもたちに育てていきたい視点である. その視点は，次の 3 つである. いわば，振り返りのための視

点である．

1)　誰かの気持ちを考えたり，思いやったりする言葉がある考えとない考えを調べましょう．ない考えには，どんな言葉を入れたらよいでしょう．

2)　誰かの気持ちを考えたり，思いやったりする気持ちが同じだと思う考えをいくつかにまとめてみましょう．

3)　実際に今ある考えのどれかを使うとします．実際に使うには，もっと何かをはっきりさせる必要がある考えはありませんか．

1)と 2)は，社会的価値観に関する批判的に考察する視点であり，数学的モデリングに於ける仮定の意識化のためにも大切な視点であり，3)は数学的モデルを批判的に考察するための視点であり，より良い方法（数学的モデル）にするために大切な内容であるとともに，次のモデリングのサイクルに進むための視点でもある．相互評価のワークシート例（的当ての問題）では，複数の考えを左側の列に示してある．これらの考えに対し，1)から 3)まで，クラス全体で意見を出しながら授業を進めていった．

次に，自己評価のワークシートでは，また，相互評価の視点に対する自信度も聞いている．

このワークシートでは，現実場面を取り上げ，この現実場面に直面したときに，自分が良いと思った考えを自信を持って説明することができるかどうかを見ることをねらいとした．ワークシートの 1 は，自分が選択した考えを書く．2 はその考えを選択した訳を書く．3 は，課題に直面した際の自信の度合いを書く．4 は，3 の理由を書く．5 は，相互評価の視点毎の自信度を自己評価する．5 の自信度は，授業を重ねる毎に，高まっていくことが望ましいと考える．

ここでは，この 5 の自信度に焦点を当てて考察する．

図 5-4-2 は，社会的価値観を表す言葉があるかどうかをまとめたものである．これを見ると，授業を重ねる毎に自信の度合いが高まっていることが分かる．同様に，図 5-4-3 は，友達の考えを同じ価値観に分類できる自信をまとめたものである．この問いかけでも，図 5-4-2 同様に授業を重ねる毎に自信の度合いが高まっていることが分かる．図 5-4-4 は，友達の考えを実際に使うとするとはっきりさせておく必要があるものを聞いているもので，その自信をまとめたものである．この問いかけでは，第 1 回目よりは第 2 回目の方がわずかに自信が高まっているものの大きな変化は見られないが，第 3 回目の授業になると，急に自信の度合いが高まっていることが分かる．

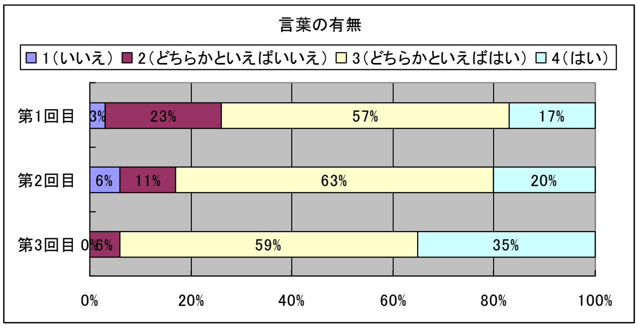


図 5-4-2　社会的価値観を表す言葉の有無

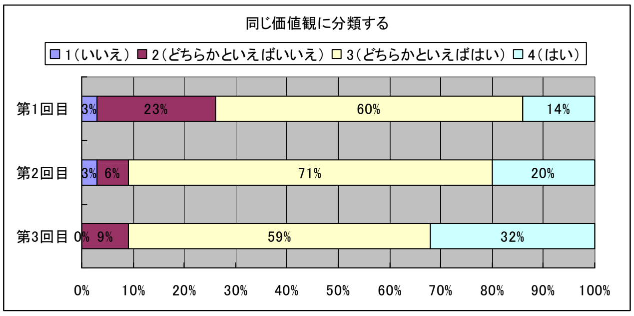


図 5-4-3　同じ価値観に分類する

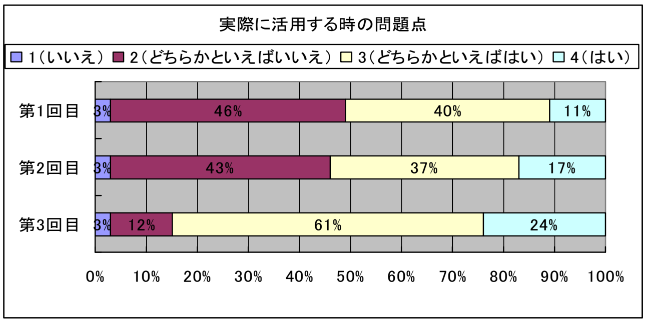


図 5-4-4　実際に活用するときの問題点

4.3　価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力の総合的な検証

こうした 3 つの結果（4-1-1(1),(2),4-2-1(1)）を合わせて考えてみると，社会的オープンエンドな問題を用いた学習を繰り返すことにより，社会的価値観を基にした数学的モデルの構成に対する認識が育成されることが分かった(4-1-1(1))．つまり，おもいやりの価値観や平等・公平の価値観が数学的モデルに関係しているという認識が授業を重ねる毎に育成されることが明らかになった．また，実際の歓迎度調査の中に社会的価値観と数学的モデルが関係していることのおもしろさの記述も見ることができる(4-1-1(2))．

更に，価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する自信が 1 回目の授業より 2 回目 3 回目の方が増えていくことが同定された（4-2-1(1)）．

以上の 3 つの分析から，価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力は社会的オ

ープンエンドな問題を用いる授業を重ねる毎により育成することができることが分かった．

ただし，価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力の育成のためには，定期的に社会的オープンエンドな問題を扱い，継続して思考の背後にある価値観を意識して取り上げていく必要がありそうである．何故ならば，4 年生で社会的オープンエンドな問題を用いて，価値観に対する意識付けを行った子ども達がその後，約 2 年間こうした指導が成されないと価値観が潜在化してしまい，表現されなくなったからである．

第 3 章で述べたように，4 年で平等・公平の価値観を示し，6 年での同じ価値観を示した子ども 12 名のうち，平等・公平にかかわる何らかの言葉（例えば，全体を考える，1 年生だけ特別扱いにはできないなど）を書いているのは 4 人であり，残りの 8 名はこうした平等・公平にかかわる価値観を表現していない．数学的な根拠だけを示している（表 3-3-12）．平等・公平の価値観は潜在的な価値観であり，4 年生ではそれを授業で顕在化したが，2 年間，社会的オープンエンドな問題を用いる学習をしていなかったために再度,潜在化したものと思われる．

このことから，社会的オープンエンドな問題は，繰り返し授業で扱い，価値観による根拠と数学的な根拠を用いて自分の考えを述べることについて意識化を図っていくことが大切である．

第 5 節　本章のまとめ

本稿では多様な価値観に取り組む力の構成要素である，1）価値観に基づく数学的モデルを構成する力，2）価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力，3）価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力の 3 つの力が社会的オープンエンドな問題を用いた授業により育成されるのかどうかを検証した．その結果，3 つの力が社会的オープンエンドな問題を用いた授業により育成できることが分かった．

簡単に振り返ると「価値観に基づく数学的モデルを構成する力」の検証では，「仮定をおいて考える力」と「数学的モデルを構成する力」の 2 つの力から成り立つと規定し，これらについて検証した．

次に「価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力」の検証では，「数学的モデルの多様性を尊重する力」と「価値観の多様性を尊重する力」の 2 つの力から成り立つと規定し，これらについて検証した．

最後に，「価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力」の検証では，「考えの背後にある価値観を明らかにすること」と「数学的モデルを批判的に考察すること」の 2 つから成り立つと規定し，これらについて検証した．

その結果，3 つの力の育成が検証できた．

しかし，幾つかの点が問題として残っている．

1 つ目は，サンプル数の問題がある．社会的オープンエンドな問題による授業に表れる子どもの記述やアンケートによるデータや歓迎度調査や感想文による子どもの記述を分析して検証しているのでデータ数が少ないことが欠点である．更には，データのランダム性という視点からも欠点がある．こうしたことは，本研究の検証における限界である．

2 つ目は評価の枠組みである．今回の評価方法は多様な方法を組み合わせて総合的に検証する方法を用いている(1)．特に，自己評価や相互評価については，時間をおいて検証しているので，時間をおかないで評価する方法を検討する必要がある．このことを含め，違った検証方法を検討してみることが課題として残されている． 3 時間目の相互評価と自己評価は，2 時間目の翌日に実施したのではなく約半年後に実施した．これは，検証のための相互評価や自己評価の内容の検討のために時間がとられたためである．しかし，このことは，かえって社会的オープンエンドな問題を繰り返し指導する機会にもなった良い面もある．

3 つ目は，3 つの力の関係である．この 3 つの力は，授業の入り口と中間と後半とに必要な力と言って良い。自分で解決するときに必要な力と多様な価値観や数学的モデルを認識したときに必要な力とそれらを批判的に考察するときに必要な力である．特に，1 つ目の力と 3 つ目の力は共に「価値観に基づく」となっている．共に同じ事を指していることになるが，1 つ目では社会的オープンエンドな問題を考える出発点で大事な仮定との関わりについて考察した．3 つ目では，批判的に考察する上で必要な社会的価値観と数学的モデルの関係性について考察した．更に検討を加えることが残されている．

4 つ目は，ここで育成されたこれらの力の効力についてである．社会的オープンエンドな問題は教科書の問題のように毎日行われるわけではない．どの位の間隔で行えば良いのかについて検討する必要がある．本研究の第 3 章で明らかにしたように， 2 年間の変容調査から分かったことは，社会的オープンエンドな問題を用いた授業の継続的な指導をしていないと価値観が表現されずに潜在化してしまう傾向が見られる．つまり，価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力が後退することが明らかになった．これは，1 つ目や 3 つ目の「価値観に基づく」に関わってくる力である．その他の力もこれと同じようなことは見られないのか検証することが残されている．

註

(1) 今回用いたデータは，最近得た新しいデータの他に，今までに実践した授業を通して得たデータ（島田，2010; 島田・益子，2010）等も活用して総合的に分析した．

終章　本研究の総括と課題

6.1　本研究の総括

6.1.1. 本研究の主題と目的及び研究の意義

本研究は「算数・数学教育における多様な価値観に取り組む力の育成に関する研究－社会的オープンエンドな問題を通して－」を主題とするものである．これは，多様な価値観が存在する価値多元化社会，とりわけグローバル社会からの要請でもあり（文部科学省，2011），教室レベルで言うと PISA 型学力からの要請でもある（藤原,2003）．そのために，「多様な価値観に取り組む子どもの育成」と「多様な価値観に基づく正解が 1 つに決まらない問題に対して取り組む力の育成」を目的にして進められた研究である．

算数・数学教育の中で,「多様な価値観に取り組む力の育成」に関わる先行研究には，飯田(1985,1995)，馬場（2007,2009)による先駆的な研究が存在することが分かり，その業績と課題を探求した．その業績として「問題解決時の価値観表出を指摘したこと」,「その教育的重要性を指摘したこと」,「このような価値観が表出する問題の傾向を指摘したこと」,「社会的価値観や社会的オープンエンドな問題という用語を作り出したこと」などが挙げられる．

他方で，課題としては,「多様な価値観に取り組む力に関わる課題」,「価値や価値観に関わる課題」,「社会的オープンエンドな問題に関わる課題」,「社会的オープンエンドな問題の授業化に関わる課題」などが分かった．

そこで，本研究では，以下の研究目的を設定し，それを達成するための具体的な研究目的（これを小目的と言うことにする）を 6 つ設定し，これについて研究を行った．

本研究の目的

算数・数学教育において，これからの価値多元化社会において求められる力として，多様な価値観に取り組む力を定位し，その体系化と教育的具体化を図ることを目的とする．

小目的１：多様な価値観に取り組む力の明確化→序章

小目的２：本研究における価値や価値観及び社会的オープンエンドな問題の規定→第 1 章

小目的３：社会的オープンエンドな問題を用いる授業の構成要素の検討→第 2 章

小目的４：社会的オープンエンドな問題を用いる授業で表出する多様な社会的価値観の特性の検討→第 3 章

小目的５：社会的オープンエンドな問題を用いた授業における社会的価値観と数学的モデルの多様性の実態→第 4 章

小目的６：多様な価値観に取り組む力の検証→第 5 章

こうした小目的に取り組むことにより，本研究は，社会的背景に存在する課題と算数・数学教育で残されている課題へ貢献することになり，ひいては本研究の教育的意義を明らかにすることにもなる．

6.1.2　本研究の成果

(1) 多様な価値観に取り組む力を規定し，それらを検証した－序章と第 5 章に関連して－

多様な価値観に取り組む力を以下の 3 つの力に規定した．

①　価値観に基づく数学的モデルを構成する力（力①）

②　価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力（力②）

③　価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力（力③）

価値観に基づく数学的モデルを構成する力（力①）は，授業の前半で必要な力であり，価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力（力②）は授業の中盤で必要な力であり，価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力(力③)は授業の後半で必要な力である．

以上の 3 つの力は，社会的オープンエンドな問題の解決を通して達成されるとした．言わば，仮説を設定したことになる．この研究仮説を検証するために，第 1 章，第 2 章，第 3 章，第 4 章と構成し，第 5 章で検証を行った．

検証は色々な方法を組み合わせたトライアンギュレーションで行われた．具体的には，社会的オープンエンドな問題を月に 1 回の割合で 3 回行い，その間にアンケートをとったり，歓迎度調査を行ったり，授業の感想を分析したり，自己評価ワークシートを用いたり，課題を提示しそれに答えた子どもの記述を分析したり，授業における子どもの実態を分析したりした．

その結果，これらの 3 つの力である「価値観に基づく数学的モデルを構成する力(力①)」，「価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力（力②)」，「価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力（力③)」が達成されることが検証された．このことは，3 つの力を総合した「多様な価値観に取り組む力」を育成したことにもなる．また，「多様な価値観に取り組む力」は，社会的オープンエンドな問題を用いた授業により，達成されたことを表しており，社会的オープンエンドな問題の有効性をも示していると言ってよい．

以上，多様な価値観に取り組む力の育成が社会的オープンエンドな問題により，達成されることが明らかになったことは，本研究の大きな成果の 1 つである．

(2) 社会的オープンエンドな問題による多様性の表出を明らかにした－第 4 章に関連して－

本研究は，価値多元化社会からの要請に答えるためでもあった。価値多元化社会では，

多様な価値観が表出する社会である．そうした社会で生き抜いていく子どもを育てるために必要な力として「多様な価値観に取り組む力」を考察し，更に 3 つの力に具体化した．

この「多様な価値観に取り組む力」を育成するためには，多様な価値観が存在する状況を作り，その中で多様性の存在や交流や批判的考察を体験させる必要がある．言わば，価値多元化社会の縮図版を教室の中に作ることが必要である.それを可能にしてくれるのが，社会的オープンエンドな問題であると推測した．

しかし，これはあくまでも推測であり，開発した社会的オープンエンドな問題全てが多様な価値観と数学的モデルを表出するのかは分かっていない．また，色々な問題解決者，例えば，都会の子ども，地方の子ども，学年差，大学生，オーストラリアの小学生，男女差により価値観や数学的モデルの多様性の表出に違いがあるのかも分かっていない．

これが明らかにされなければ，価値多元化社会の縮図版を教室の中に設定したことにはならない．そこで，開発した的当て問題を全ての問題解決者に与えてみた．その結果，全ての問題解決者に共通した多様な価値観が表出することが分かった．違いは，それらの価値観の表出割合である．

例えば，的当て問題では，1 年生思いの価値観と平等・公平の価値観が全ての問題解決者に表れることが分かった．違いは，表出割合だけであった．

例えば，オーストラリアの子ども達では，1 年生思いの価値観は 10%，平等・公平の価値観は 90%が表出した．これに対して，日本の子ども達では，それぞれ 40%と 60%であった．日本の子ども達の方が 1 年生思いの価値観が多く表出されることが分かった．

価値観にそのような傾向性の違いが見られるのは，社会的文化的背景によるのかも知れない．その検証は今後の課題である．

また，数学的モデルについても，日本の子ども達とオーストラリアの子ども達は多様性を示すことが分かった．しかし，違いも見つかった．オーストラリアの子ども達は，言葉による説明が多く見られるが日本の子どもには見られなかった．また，オーストラリアの子どもは，() や×÷などを使った式は見られなかったが，日本の子どもには見ることができた．つまり，数学的モデルの多様性の内実に相違が見られた．これらの相違は，日本とオーストラリアの算数・数学教育のカリキュラムに要因があるのかも知れない．これらの分析は今後の課題である．

次に，東京のある小学校の子どもに，開発した社会的オープンエンドな問題を色々与えた結果，どの社会的オープンエンドな問題も多様な価値観と数学的モデルが構成されることが分かった．

例えば，選手を選ぶ問題では，安定性の価値観と卓越性の価値観が表出し，その価値観に応じて数学的モデルが構成されることが分かった．安定性の価値観では，「平均・合計」，「範囲（最大値－最小値）」，「最小値に着目」，「順位づけ」などが見られたが，一方，卓越

性の価値観では,「最大値に着目」,「基準値との比較」,「一番の種目の数に着目」,「重みづけ」,「確率の考え」など多様な数学的モデルが見られた。

これにより，開発した社会的オープンエンドな問題は，全ての問題解決者に多様な価値観と数学的モデルを構成させることが明らかになった．

このことは，価値多元化社会の縮図版を教室に実現できたことを示したことになる．そして，この価値多元化社会の縮図版の中で,「多様な価値観に取り組む力」が育まれたことになる．

このように開発した社会的オープンエンドな問題が，解決者の多様な価値観と数学的モデルを表出させることが明らかになったことは，本研究の大きな成果の 1 つである．

(3) 社会的価値観の特性を明確にした－第 3 章に関連して－

本研究で重要な構成要素の 1 つに，社会的価値観を挙げることができる．この社会的価値観の特性を認識してこそ,社会的オープンエンドな問題を有効に活用することができる．それらの特性として，大きく 3 つの特性を明らかにした．1 つ目は多様性（相対性，階層性，複合性）であり，2 つ目は，潜在性・顕在性であり，3 つ目は変容性である．

このように算数・数学教育の中で，社会的価値観の特性について考察したことは，他の研究には見られず，本研究の成果の 1 つである．

①　多様性について

多様性には，多様な価値観としての意味と価値観の解釈の多様性としての意味があることが分かった．多様な価値観としての意味とは，1 年生思いの価値観や平等・公平の価値観など 2 つ以上の価値観の存在を意味している.価値観の解釈の多様性とは，同じ平等・公平の価値観であっても，解釈の相違により数学的モデルが多様性を示すことを意味している．実際の子どもの反応を見ても，たとえ同じ価値観であっても数学的モデルは多様性を示すことが分かった．これは，価値観に対する多様な解釈がそうさせているのである．

更に，多様性には，複合性も含めることにした．価値観は，1 つの価値観だけではなく幾つかの価値観が複合されて表出することもある．見田(1968)は，価値観の複合性に関連して，価値観を多様な視点からの分析も可能であろうとしている（p.366）．教師は，多様な視点を持ち合わせて，子どもの価値観の表出にどのような視点が内包されているかを見抜くことが大切である．

また，相対性と階層性も含めることにした．それぞれの意味は以下の通りである．

1）相対性について

価値観の相対性とは，多様な価値観が認められ，かつその選択に正当性が伴っていて，価値観同士の関係が関連づけられている場合である（Ernest,1991）.この相対性を目指して授業が行われた.

2）階層性について

価値観の階層性とは，価値観に層があることを表している．Bishop(2001)は，数学教育の社会的次元として，文化的，社会的，制度的，教授的，個人的の 5 つの層がある（Bishop,2001)が，本研究では授業に関係する教授的層，個人的層に関わる価値観に焦点化した．授業で表出する価値観には，大きく 2 つの層に分かれる．例えば，授業に即した具体的な価値観であり，更に上位に位置している幾つかの問題を通す汎用性のある価値観の層（第 2 層）がある．例えば，授業に即した価値観としては，1 年生思いの価値観と平等・公平の価値観を表し，幾つかの問題を通す汎用性のある価値観としては，多様な価値観を尊重する価値観を表す．この幾つかの問題を通す汎用性のある価値観は，本研究の 3 つの力の中の「価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力（力②)」に関わる価値観である.

②　潜在性・顕在性について

潜在性・顕在性は価値観研究の中でも大きな課題である．潜在性とは，価値観を意識していない状態であり，価値観を表す言葉が明示化されていない場合を表す．子どもの価値観で潜在化された価値観の場合には，それを意識させる必要がある．そのための方法として，3 つの方法を明らかにした．特に，授業での潜在化した価値観を顕在化する方法として，顕在化している価値観との対比による方法が有効であることが分かった.

③　変容性について

価値観の変容性の研究についての重要性は，Bishop，Seah　& Chin.（2003）や Seah　(2012)によって取り上げられている．教育的に見ても，子ども達がどのように価値観を変容させたのか，また数学的モデルを変容させたのかを把握することは重要な問題である．そこで本研究では，短期的な変容と中期的な変容と長期的な変容を明らかにした.

1）短期的な変容

短期的な変容では，1 時間の授業の自力解決場面と最後の価値選択場面での相違を見ることにより変容を把握した．その結果，価値観を変容させる子どもは，約 40%

いることが分かった．また，価値観は変わらないが数学的モデルを変容させる子どもがそのうちの約 40%いることが分かった．また，価値観も数学的モデルも変わらないが，価値観の質を変容させている子どもの存在が明らかになった．

2）中期的な変容

中期的な変容では，同じ価値観が表出すると思われる社会的オープンエンドな問題を 3 つ，1 ヶ月に 1 つずつ与えてみた結果，問題によって価値観が変わることが分かった．3 つとも同じ価値観を示したのは約 30%であった．

3）長期的な変容

長期的な変容では，2 年間経った時の変容を考察したが，数学的モデルは良い方向に変容していくが，社会的オープンエンドな問題を扱わないでいると，潜在化しやすい価値観の存在が明確になった．このことから，社会的オープンエンドな問題を定期的に行っていく必要性が明確になった．

(4) 算数・数学の授業で大切にすべき 3 つの価値観を同定した－第 1 章に関連して－

本研究では算数・数学の授業で大切にすべき 3 つの価値観を同定した．1 つ目は，数学的価値観であり，2 つ目は社会的価値観であり，3 つ目は個人的価値観である．価値研究者として著名な Bishop や Ernest にも 3 つの重視すべき価値観があることが分かり，それらを比較した．

Bishop et al.(2000,2001)は，数学的価値観と数学教育的価値観と一般教育的価値観を挙げた．他方，Ernest et al.(1997)は，認識論的価値観と社会的・文化的価値観と個人的価値観を挙げた．

これらの 3 者の比較をした結果，相違点が明確になった．類似点として，相対主義的な数学観を持ち合わせている．数学的価値観と倫理的な価値観を大事にする点等が挙げられる．相違点として，本研究では，問題解決における子どもの表出する価値観に焦点化しているが，Bishop et al.(2000.2001)は，国レベルの視点に立ち広い視野から価値観を考察している．一方，Ernest et al.(1997)は，教師の価値観に焦点化して，算数・数学授業全般を考察対象にし，教師に持って欲しい価値観を取り上げている．

日本の算数・数学教育では，数学的価値観だけが重視されていて，本研究のように総合的に数学的価値観，社会的価値観，個人的価値観と述べている研究は，見当たらない．このことは本研究の成果の 1 つである．

(5) オープンエンドの問題を体系化した－第 1 章に関連して－

本研究では，島田(1977)のオープンエンドの問題と馬場(2009)の社会的オープンエンドな問題と数学的オープンエンドな問題の比較を行った．算数・数学教育の中で，社会的オープンエンドな問題と数学的オープンエンドな問題の言葉を使用したのは，馬場(2009)であるが，馬場(2009)は，島田(1997)のオープンエンドの問題との相違については明らかにしていない．そこで本研究では，社会的オープンエンドな問題を明らかにするために，島田(1977)のオープンエンドの問題の特徴を明らかにした．これには 3 つのカテゴリーがあり，いずれのカテゴリーともに、数学的な仮定をおいてオープンにしていることが分かった．更には，数学的な深まりをねらっていることが分かった。それに対して，社会的オープンエンドな問題は，社会的価値観を仮定してオープンにし，数学的な深まりをねらっているのではなく，社会的な問題を社会的価値観と数学的モデルで表し解決することをねらっていることが分かった．

また，馬場(2009)の数学的オープンエンドな問題は，数学的な発展をねらっていて，島田(1977)のオープンエンドの問題と同じねらいであることが分かった. そこで, 島田(1977)のオープンエンドの問題を本研究では，数学的オープンエンドな問題と呼ぶことにした．従って，オープンエンドの問題は，仮定に何をおくかにより，数学的か社会的かの 2 つに体系化されることが分かった．

今まで，3 つあったオープンエンドの問題を 2 つに体系化したことになる．これは本研究の成果の 1 つである．

(6) 数学的モデリングと社会的価値観の関係を明らかにした－第 2 章に関連して－

第 2 章では，授業の構成要素として「目標」,「内容」,「方法」,「教師」,「子ども」,「評価」を挙げた．この中の「方法」に関連して，本研究では，飯田(1985)が社会的オープンエンドな問題を DeVault(1981)の応用サイクルに位置づけていることを援用し，PISA の数学化サイクルに似た数学的モデリング過程を考案し，その過程と社会的価値観との関係を考察した．その結果，数学的モデリング過程の定式化の過程と検証の過程に社会的価値観が表出することが分かった．

定式化は社会の問題を数学の問題にする過程であり，検証の過程は数学的処理をした結果を現実に照らして意味を検討する過程である．

本研究では，定式化での社会的価値観の表出は多くの実践例で示すことができたが，検証場面での社会的価値観の表出については，バスの問題で明らかにすることができた．

数学的モデリングと社会的価値観を関係づけて考察したことは，本研究の特徴でもある．

6.2　今後の課題

本研究は，価値多元化社会を背景とする教育的な課題に答えるために基礎的、理論的な

考察を行った。したがって、理論的な整備に力点を置き、教育的具体化は小学校段階を中心に取り組んできた。今後、この先進的な課題により確実に答えていくためには、本研究の取り組む研究主題の全体性を意識しながら、次の諸点に取り組む必要がある。

(1) 学校教育全般を俯瞰するカリキュラムの体系化

本研究で設定した「多様な価値観に取り組む力」はすべての学校段階を通して形成されるべきものである。そのため問題の開発と取扱いを具体化することで、学校段階の特徴に応じつつ、体系的な教育が可能となる。

(2) 形成すべき力と形成された力の相互照射的な考察

今回は「多様な価値観に取り組む力」を 3 つ独立した「価値観に基づく数学的モデルを構成する力」と「価値観及び数学的モデルの多様性を尊重する力」と「価値観に基づく数学的モデルを批判的に考察する力」として検証した．今後，多様な価値観に取り組む力と 3 つの力との関係、3 つの力同士の関係、また意図されたものと形成されたものの関係などをより精緻に考察することで、(1)にあげた各学校段階に応じた問題や取扱いと関連して、カリキュラムの内実を強化することが可能となる.

(3) 検証方法の検討

(2)における関係の考察を精緻化していくためには、検証方法について再検討することが求められる。そのためには，検証データを量的に増加させることはもちろんのこと、学校段階や対象の特性を考慮に入れつつ体系的な検証方法を、深めていくことが求められる。

引用・参考文献

Abrahamson,D.(2014), ”Coordinating visualizations of polysemous action:values added for grounding proportion”, *ZDM Mathematics Education,*Springer,46,pp.79-93.

相賀徹夫編集(1987), 『日本大百科全書 14』, 小学館，p.456.

馬場卓也(1998),『数学教育開発における文化の意義と役割－民族数学の視座より－』,広島大学大学院国際協力研究科修士論文，p.23.

馬場卓也(2007),「多様な価値観を有する社会・時代における算数教育」,『日本数学教育学会誌』,日本数学教育学会，Vol.89,No.10,pp.20-27.

馬場卓也(2008),「数学教育における批判的思考の研究」,『第 41 回日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集』,日本数学教育学会, pp.853-854.

馬場卓也(2009),「算数・数学教育における社会的オープンエンドな問題の価値論からの考察」,『数学教育学研究』,全国数学教育学会,Vol.15,No.2,pp.51-57.

馬場卓也(2012a),「数学教育における価値の視座から見た研究課題」,『第 45 回日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集』, 日本数学教育学会, pp.1219-1220.

馬場卓也(2012b),「数学教育における価値の研究(1)国際調査「第三の波」の枠組みを用いて」, 全国数学教育学会 36 回研究発表会資料.

馬場卓也他(2013),「数学教育における価値についての国際比較調査「第三の波」(1)－調査の概要と全体的傾向の予備的考察」, 全国数学教育学会 37 回発表資料，p.2.

馬場卓也(2013),「価値研究枠組みの説明及び広島県における価値調査データの分析」,『第一回春期研究大会論文集』, 日本数学教育学会，pp.53-60.

馬場卓也(2014), 「価値観研究資料島田科研会議内部資料」, p.2.

馬場卓也他(2015),「数学教育における価値研究の先行研究の体系的考察」,『第 3 回春期研究大会論文集』, 日本数学教育学会，pp.101-108.

Baba,T. et al.(2012),”Values in Japanese mathematics education: their historical development”, *ZDM Mathematics Education,* Springer ,44,pp.21-32.

Becker, J.P., Shimada, S. (Eds.) (1997), *The Open-ended Approach in Mathematics Education: A New Proposal for Teaching Mathematics*. Reston, National Council of Teachers of Mathematics (The original version is in Japanese Shimada, S. (Eds)(1977)).

米国科学振興協会著（日米理数教育比較研究会訳）(2005),『すべてのアメリカ人のための科学』.

ビショップ(1988),*”Mathematical Enculturation, A Cultural Perspective on Mathematics Education*”, Kluwer Academic Publishers. Dordrecht /Boston/ London(now Springer),（日本語訳，湊三郎(2011)『数学的文化化－算数・数学教育の立

場から眺望する－』,教育出版,p.221）．

Bishop,A.J.(1998), Culture,Values and Assessment in Mathematics. *ICMI-EARCOME1* (Aug.17-21: Cheongju,Korea), *Proceedings* Plenary Lecture L2,Vol.1,pp.27-37.

Bishop,A.J. (1999),"Mathematics Teaching and Values Education-An Intersection in Need of Research", *ZDM Mathematics Education,* Springer ,31,pp.1-4.

ビショップ(2000),「数学教育の民主化に対する障壁の克服, (Overcoming Obstacles to the Democratisation of mathematics Education)」, 『日本の算数・数学教育 2006,日数教 YEARBOOK』,日本数学教育学会, pp.3-13.

Bishop,A.J.(2001),"Educating Student Teachers about Values in Mathematics Education", F.-L.&T.J.Cooney(Eds.)*Making Sense of Mathematics Teacher Education*, Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands, pp.233-246.

Bishop,A.J.,Seah,W.T. et al.(2001), "Values in Mathematics Education":*Making Values Teaching Explicit in the Mathematics Classroom*, To the educational resources information center(ERIC), p.7.

Bishop,A.J., Seah,W.T. & Chin,C. (2003), "Values in Mathematics Teaching－The Hidden Persuaders?",*Second International Handbook of Mathematics Education*, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. Printed in Great Britain, pp.717-765.

Bishop,A.J. et al.(2006), "Values in mathematics and science education: Researchers' and teachers' views on the similarities and differences", *For the Learning of Mathematics,* Printed and bound in Canada.,26,1, pp.7-11.

Bishop,A.J. (2012), "From culture to well-being:a partial story of values in mathematics education", *ZDM Mathematics Education,* Springer ,44, pp.3-8.

ブルーム他（1971)，(梶田叡一,渋谷憲一,藤田恵璽訳），『教育評価法ハンドブック』，第一法規.

Borasi,R. (1990),"The Invisible Hand Operating in Mathematics Instruction:Students' Conceptions and Expectations",National Council of Teachers of Mathematics*, 1990 Yearbook,* pp.174-182.

Bowland Charitable Trust (2008), *Bowland Maths* (DVD).

Brown,S.I.(1984), "The Logic of Problem Generation : from Morality and Solving to De-Posing and Rebellion" *For the Learning of Mathematics*, Printed and bound in Canada, Vol.41.pp.9-20.

Cai,J. et al.(2012), "Teaching values and valued teaching in the mathematics classroom:toward a research agends", *ZDM Mathematics Education,* Springer ,44, pp.91-97.

Carreira,S.,Amado,N.,&Leoq,F.(2011), Mathematical modelling of dairy life in adult education:Focusing on the notion of knowledge. In G.Stillman.(Eds.), *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling*：*ICTMA14,* Newyork, USA：Springer, pp.199-209.

引用・参考文献

DeCorte,E.&Verschaffel,L.(1989)，"Teaching Word Problems in the Primary School: What Research has to say to the Teacher". In B.Greer & G.Mulhern.(Eds,),*New directions in mathematics education,* London: Routhledge.

DeVault ,M.V.(1981)，"Doing Mathematics Is Problem　Solving", *Arithmetic Teacher*, National Council of Teachers of Mathematics 4, pp.40-43.

Ernest,P.(1991), *The Philosophy of Mathematics Education*. Reprinted by Routledge Falmer.

Ernest.p.(2007), (Eds.),*Philosophy of mathematics Education Journal* ,21.

Gordon,L.V.(1960), "Survey of interpersonal values., Chicago,IL:Science Research Associations.

Greer.B.(2007), " Sense of proportion for social justice".*Philosophy of Mathematics Education*，*Journal，No.21*.(http://people.exeter.ac.uk/PErnest/pome21/).

花井友美(2007),「「価値観」をめぐる諸研究－国家・民族・時代による価値観の違い－」,東洋大学「エコ・フィロソフィ」学際研究イニシアティブ,『「エコ・フィロソフィ」研究』第 1 号，pp.105-129.

Hannula,M.(2002), "Attitude towards Mathematics:Emotions,Expectations and Values", *Educational Studies in Mathematics* , Springer, 49, pp.25-46.

Hannula,M.(2012), "Looking at the third wave from the West:framing values within a broader scope of affective traits", *ZDM Mathematics Education,* Springer ,44, pp.83-90.

橋本万平(1982),『計測の文化史』，朝日新聞社.

橋本吉彦他(2012),『たのしい算数 6 年下』，大日本図書.

平林一栄(1986),「数学教育の有効性のために」,『奈良教育大学紀要』, Vol.35.No.2, pp.1-17.

平林一栄(1993),「算数・数学教育における数学観の問題」,19, pp.1-9.

Howson(1993),「2000 年を目指した数学教育」,『日本数学教育学会誌』,日本数学教育学会,Vol.75,No.4, pp.54-70.

藤原和博(2010),『つなげる力』，文春文庫，pp.98-106.

藤原和博(2003),『教育研究』，12 月号，筑波大学附属小学校.

飯田慎司(1985),「数学教育における問題解決の表記論的考察」,『数学教育学論究』,日本数学教育学会，Vol.43-44．pp.52-55.

飯田慎司(1993),「オープンエンドの問題の価値について」，pp.26-29，研究代表者橋本吉彦，『小 5 から中 2 までの算数・数学のオープンエンドの問題に関する開発並びに体系化の研究』，平成 4 年度科学研究費補助金一般研究 C，研究成果報告書，課題番号 03680242.

飯田慎司（1995),「オープンエンドの問題解決と Humanistic Mathematics について」,『第 28 回日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集』，日本数学教育学会，

pp.243-248.

飯田慎司・山下昭他(1995),「算数学習におけるオープンエンドの問題による価値認識に関する研究」,『九州数学教育学会誌』, 九州数学教育学会, No. 1 , pp.32-43.

池田敏和(2007), 「数学的モデリングと算数教育」,『日本数学教育学会誌』,日本数学教育学会, Vol.89, No.4, pp.2-10.

池上嘉彦(1984), 『記号論への招待』, 岩波新書,p.46.

入澤勝利(2009), 「算数・数学教育におけるオープンエンドアプローチに関する研究-オープンプロブレムについての考察」, 『鳥取大学数学教育研究』, 鳥取大学数学教育研究室, Vol.11, No.5, p.14.

岩合一男編(1990),『数学教育におけるメタ認知にかかわる認識過程の総合的研究』,平成元年度科学研究費補助金（一般研究,課題番号：63580233）研究成果報告書.

岩崎秀樹(1998),「算数教育の新たな基盤と目標に向けて」,『算数教育』,明治図書, No.512, p.56.

岩崎秀樹(2006),「算数・数学教育における一般化に関する認知論的・記号論的研究」,『数学教育学論究 86 臨時増刊』, 日本数学教育学会, pp.15-24.

岩崎秀樹(2007),『数学教育学の展開』, ミネルバ書房, pp.142-148.

岩崎秀樹他(2008),「知識基盤社会における数学的リテラシーの課題と展望」,『科学教育研究』,日本科学教育学会, Vol.32,No.4,pp.370-373.

岩崎秀樹(2009),「リテラシーからみえる数学教育の課題－中等教育段階における背景的理念－」,『第 42 回数学教育論文発表会「課題別分科会」発表収録及び要項』, 日本数学教育学会, pp.32-37.

岩崎秀樹(2013),「説明をしてたのしむ」,『新しい算数研究』, 東洋館出版社, No.515, p.5.

岩崎秀樹他(2015), 「わが国の数学教育研究の傾向：『数学教育学論究』の場合」, 全国数学教育学会第 41 回研究発表会発表資料.

角屋重樹他(2010),『学校における持続可能な発展のための教育(ESD)に関する研究中間報告書』, 国立教育政策研究所教育課程研究センター.

神代浩（研究代表者, 2012）,『社会の変化に対応する資質や能力を育成する教育課程－研究開発事例分析等からの示唆－』. 国立教育政策研究所, pp.35-36.

金井達蔵(1977),『教育統計法詳説中巻』,図書文化,pp.207-218.

金井達蔵(1977),『教育統計法詳説下巻』,図書文化,p.30.

片野善一郎（1972),『数学と社会』, 富士短期大学出版部.

加藤文元（2007),『数学する精神』, 中公新書.

勝野頼彦(研究代表者,2013),『社会の変化に対応する資質や能力を育成する教育課程編成の基本原理』, 国立教育政策研究所.

引用・参考文献

川上貴(2007),『数学的モデリングにおける数学的モデルの深化過程について』, 千葉大学大学院教育学研究科修士論文.

Keitel,C.(1997),「21 世紀の数学教育の展望－数学カリキュラム：だれに対してか，だれの利益か」（Perspectives of Mathematics Education for 21rst Century－Mathematical Curricula:For whom and whose benefits?)」,『日本数学教育学会誌』, 日本数学教育学会, Vol.80，臨時増刊，数学教育学論究，Vol.70 ，pp.57-64.

国立教育政策研究所監訳(2004),『PISA2003 年調査評価の枠組み』, ぎょうせい，p.38.

国立教育政策研究所監訳(2004),『生きるための知識と技能 2 』, ぎょうせい，p.18, 316.

国立教育政策研究所監訳(2007), 『PISA2006 年調査評価の枠組み』，ぎょうせい，p.69.

国立教育政策研究所教育課程研究センター,(2012),『平成 24 年度全国学力・学習状況調査解説資料中学校数学』, 国立教育政策研究所，p.85.

黒田亘(1992),『行為と規範』,勁草書房,pp.25-33.

桑原敏典(2001),「見方・考え方を育成する社会科授業構成－価値的判断力育成を目指す授業構成諸理論の検討を通して－」,『岡山大学教育実践総合センター紀要』, 岡山大学教育実践総合センター，Vol.1，pp.1-9.

Kynigos,C.(2008), "Theories,context and values to understand learning with digital media:book review of 'humans-with –media and the reorganization of mathematical thinking',by M.villareal", *ZDM Mathematics Education,* Springer ,40, pp.909-911.

Law,H.Y.et al.(2012) ,"A study of espoused values in Hong Kong's mathematics classrooms", *ZDM Mathematics Education,* Springer ,44, pp.45-57.

Lim, C. S & Ernest, P.(1997), "Values in Mathematics Education: What is Planned and What is Espoused? "From Informal Proceedings 17-1&2 (BSRLM) available at bsrlm.org.uk., pp.37-44.

Lim,C.S.et al.(2012)"'Excellent' primary mathematics teachers' espoused and enacted values of effective lessons", *ZDM Mathematics Education,* Springer ,44, pp.59-69.

Lin,P.J.et al.(2009),"Searching for good mathematics instruction at primary school level values in Taiwan", *ZDM Mathematics Education,* Springer ,41, pp.363-378.

Macnab,D.(2000),"Raising Standards in Mathematics Education: Values, Vision, and TIMSS", *Educational Studies in Mathematics ,*Springer,42, pp.61-80.

松村明編(2006)，『大辞林第三版』, 三省堂.

松村明編(2012),『大辞泉第二版』, 小学館.

松嵜昭雄(2013),「諸外国における数学的モデリング能力の研究動向－『Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling:ICTMA14』における研究論文のレヴューを通じて－」,『第 1 回春期研究大会論文集』,日本数学教育学会, pp.39-46.

引用・参考文献

McGinty,R.L. and Meyerson,L.N.(1980), ”Problem Solving: Look Beyond the Right Answer”, *Mathematics Teacher*, National Council of Teachers of Mathematics, 10,vol.73,No.7, pp.501-503.

湊三郎・浜田真(1994), 「プラトン的数学観は子供の主体的学習を保証するか－数学観と数学カリキュラム論との接点の存在－」,『日本数学教育学会誌』, 日本数学教育学会, Vol.76, No.3，pp.2-8.

見田宗介（1968),『価値意識の理論』, 弘文堂新社, pp.322,345.

三輪辰郎(1983）,「数学的モデル化についての一考察」,『筑波数学教育研究』, 筑波大学数学教育研究室，２，pp.117-125.

三輪辰郎編(1992),『日本とアメリカの数学的問題解決の指導』, 東洋館出版社.

文部省（1951),『小学校学習指導要領算数科編（試案)』, 大日本図書株式会社.

文部科学省コミュニケーション教育推進会議録(2011), (2014.05.20 アクセス) http://www.mext.go.jp/b_menu/houdou/23/08/

文部科学省(2008), 『小学校学習指導要領算数科編』, 東洋館出版社，pp.2-7.

文部科学省(2008), 『中学校学習指導要領数学科編』, 教育出版，pp.16-17.

文部科学省（2009),「知識基盤社会が求める人材像」. www.mext.go.jp/b_menu/shingi/gijyutu/.../1285416.htm

文部科学省コミニュニケーション教育推進会議（2011),「子ども達のコミュニケーション能力を育むために」,（審議経過報告). http://www.mext.go.jp/b_menu/houdou/23/08/.

文部科学省(2010),『小学校学習指導要領解説道徳編』, 東洋館出版社.

森宏一編（1995), 『哲学辞典』, 青木書店，p.92.

森岡清美編(1993),『新社会学辞典』, 有斐閣, pp.196-197.

村上弘(2007),「共性について」,『立命館法学』, 立命館大学,2007 年 6 号(316 号),pp.345-399

長崎栄三他(1997),『数学と社会的文脈との関係に関する研究－数学と子どもや社会とのつながり－』, 文部省科学研究費補助金(基盤研究 B)研究成果報告書, 課題番号 06452384.

長崎栄三(1999),『第８巻算数のよさを味わい生活に活かす子ども』, ニチブン, pp.196-201.

長崎栄三他（2001）,『児童・生徒の算数・数学と社会をつなげる力に関する発達的研究【改訂版】』, 文部科学研究費補助金（基盤研究 A), 高等学校の科学教育改革に関する総合的研究，課題番号 11308006, 平成 11 年度～14 年度研究報告書第 2 集改訂版.

長崎栄三編著(2001),『算数・数学と社会・文化のつながり－小・中・高の算数・数学教育の改善を目指して』, 明治図書.

長崎栄三(2014),『数学的リテラシーについての生涯モデルの構成とその理論的枠組についての研究』,日本学術振興会科学研究費補助金萌芽研究・研究資料集,課題番号 24650526.

中原忠男(1995),『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』, 聖文社.

引用・参考文献

中西隆(2000),「数学教育における価値について－数学教育の民主化に向けて－」,『第 33 回数学教育論文発表会論文集』,日本数学教育学会，pp.619-622.

中島健三(1981),『算数・数学教育と数学的な考え方』, 金子書房.

西村圭一(2003),「数学的モデル化の授業の枠組みに関する研究」,『日本数学教育学会誌』, 日本数学教育学会，Vol.83,No.11，pp.2-12.

西村圭一・島田功・長崎栄三(2008)，「算数・数学と社会をつなげる力の構造の精緻化に関する研究」,『第 41 回日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集』, 日本数学教育学会，pp.231-236.

西村圭一他(2011),「数学的判断力の育成に関する研究－その意義と授業の枠組みについて－」,『第 44 回日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集』, 日本数学教育学会, pp.237-242.

西村圭一他（2014),「数理科学的な意思決定力を育む数学教育の構築」,『第 2 回春期研究大会論文集』, 日本数学教育学会，pp.61-88.

丹羽敏夫(1999),『数学は世界を解明できるか』, 中公新書.

能田伸彦（1983),『算数・数学科オープンアプローチによる指導の研究』, 東洋館出版社.

布川和彦(1996),「算数の問題解決と現実場面」, 上越教育大学布川研究室，pp.1-5.

小原豊(2000),「問題解決行為における数学的な価値判断」,『筑波数学教育研究』, 筑波大学数学教育研究室，No.19. www.human.tsukuba.ac.jp/~mathedu/1903.pdf

岡田褘雄(2000),「意味論・構文論・語用論」, 中原忠男編集,『算数・数学科重要語 300 の基礎知識』, 明治図書, p.23.

Pais,A.(2013),"An ideology critique of the use-value of mathematics", *Educational Studies in Mathematics* ,Springer, 84, pp.15-34.

Palm,T.(2008), "Impact of authenticity on sense making in word problem solving", *Educational Studies in Mathematics,*Springer,67, pp.37-58.

Pinker,A.(1981),"The concept 'model' and its potential role in mathematics educaton",*International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, Taylor Francis OnLine,12(6), pp.693-707.

Pirie,S. & Kieren,T.(1994),"Growth in mathematical understanding: How can we characterise it and how can we represent it?", *Educational Studies in Mathematics,* Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands, 26, pp.165-190.

Polanyi, M.(1958), *Personal Knowledge : Towards a post-critical philosophy*. Chicago: The University of Chicago Press.

Pollak,H.O.(2003),"A History of the Teaching of Modeling",*A History of School Mathematics,* Volume1, National Council of Teachers of Mathematics ,pp.647-671.

引用・参考文献

Raths,L.E. et al.(1987), "Selections from values and teaching", In J.P.F.Carbone (Ed.) , *Values Theory and Education,* pp.198-214, Malabar, FL: Robert E.Krieger.

李憲模(2003), 「比較研究への一試論（一)」,『中央学院大学法学論叢』,中央学院大学, 16(1),pp.65-66.

齋藤純一(2000),『公共性』, 岩波書店.

澤田利夫他(2012),『小学算数 3 年上』, 教育出版.

Schukailow,S.et al.(2012),"Teaching methods for modelling problems and students' task-specific enjoyment,value,interest and self-efficancy expectations", *Educational Studies in Mathematics* ,Springer, 79, pp.215-237.

Seah,W.T. & Bishop,A.J.(2000),"Values in mathematics textbooks:A view through two Australasian regions". Paper presented at the 81st Annual Meeting of the American Educational Research Association,New Orleans,LA.

Seah,W.T. ,Bishop,A.J. et al.(2001),"Explorling Issues of Control Over Values Teaching in the Mathematics Classroom", Paper presented at the 2001 Annual Conference of the Australian Association for Research in Education, Fremantle, Australia.(Paper code:SEA01453).

Seah,W.T.(2011), "Effective mathematics learning in two Australian primary classes: exploring the understanding values,"In Ubuz, B.(Ed.). *Proceedings of the 35th Conference of the IGPME,* Ankara, Turkey:PME, Vol.4, pp.129-136.

Seah,W.T.(2012), "Identifying values in mathematics learning and teaching", 全国数学教育学会第 37 回シンポジウム資料.

Seah,W.T. et al.(2012a),"Thematic issue on 'Values in East Asian Mathematics Education-The Third Wave", *ZDM Mathematics Education,* Springer ,44,pp.1-2.

Seah,W.T. et al.(2012b),"What students value in effective mathematics learning: a 'Third Wave Project' research study", *ZDM Mathematics Education,* Springer ,44,pp.33-43.

Seah,W.T. et al.(2012c),"What students outside Asia value in effective mathematics lessons:a scoping study", *ZDM Mathematics Education,* Springer ,44,pp.71-82.

瀬沼花子(1992),「日米共通調査による問題解決の研究－「アリスモゴン」の問題の分析－」, 『日本とアメリカの数学的問題解決の指導』, 東洋館出版社, pp.101-118.

重松敬一・勝美芳雄(2010).「メタ認知」, 日本数学教育学会編, 『数学教育学研究ハンドブック』, 東洋館出版社, pp.310-317.

Silver,E.A.(1993), "On Mathematical Problem Posing".*Proceedings of 17th Psychology of Mathematics Education.*Vol.1,pp.66-85.

引用・参考文献

Silver,E.A. et al.(1993), "Sence making and the solution of division problems involving remainders: An examination of middle school students'solution processes and their interpretations of solutions. "*Journal for Research in Mathematics Education.,* National Council of Teachers of Mathematics, Vol.24.No.2, pp.117-135.

島田功・西村圭一(2006),「算数と社会をつなげる力の育成をめざす授業に関する研究－「仮定をおく」「仮説を立てる」「検証する」に焦点を当ててー」,『日本数学教育学会誌』,日本数学教育学会，Vol.88，No.2，p.4.

島田功・西村圭一(2008),「仮定をおく力の育成をめざす授業に関する研究－算数と社会をつなげる力の育成をめざしてー」,『日本数学教育学会誌』,日本数学教育学会, Vol.90，No.10，pp.10-18.

島田功(2009),「算数において意思決定力の育成をめざす授業に関する研究」,『日本数学教育学会誌』,日本数学教育学会，Vol.91，No.12，pp.20-30.

島田功(2010)，「社会的オープンエンドな問題による人間的価値観を大切にした数学的モデリングの授業実践－授業における子どもの反応と「検証」の枠組みに焦点を当ててー」,『第43回日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集』, 日本数学教育学会, pp.55-60.

島田功(2015),「社会的オープンエンドな問題を用いた問題解決学習で表出する日本の小学生の社会的価値観と数学的モデルの特性の研究」,『第 3 回春期研究大会論文集』, 日本数学教育学会，pp.109-116.

島田功・馬場卓也(2012)，「算数教育における社会的価値観の育成に関する研究(1)」,『第45回日本数学教育学会数学教育論文発表会論文集』,日本数学教育学会, pp.233-238.

Shimada, I.& Baba, T. (2012), "Emergence of Students' values in the Process of solving the socially open-ended problem", *Proceedings of 36th Psychology of Mathematics Education,* Vol.4，pp.75-82.

Shimada,I. & Baba,T.（2015），" Transformation of Student' Values in the Process of solving socially open-ended problems ", 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Vol.4，pp.161-168.

島田功・馬場卓也(2013a)，「算数教育における社会的オープンエンドな問題による価値観指導に関する研究(1)－社会的価値観とそれが表出する問題についてー」，『数学教育学研究』,全国数学教育学会,19(1),pp.81-88.

島田功・馬場卓也(2013b)，「算数教育における社会的オープンエンドな問題による価値観指導に関する研究(2)－ブルーム他の価値のレベルに関する理論を基にした授業の枠組みを中心にしてー」,全国数学教育学会第 35 回研究発表会発表資料.

島田功,馬場卓也（2013c)，「算数教育における社会的価値観の育成に関する研究(2)－先行研究の批判的検討による基礎的枠組みの考察－」，『数学教育学論究臨時増刊』, 日本

数学教育学会, Vol.95 臨時増刊,pp.177-184.

島田功・馬場卓也（2014）,「算数教育における社会的価値観の育成に関する研究(3) －先行研究の批判的検討によるオープンエンドな問題の特性の考察－」，『数学教育学論究臨時増刊』，日本数学教育学会，Vol.96 臨時増刊, pp. 73-80.

島田功・益子典文(2010),「小学校算数科における数学的モデリングの研究(その 1)」,『日本科学教育学会年会論文集』,日本科学教育学会,34, pp.351-352.

島田茂(1942),「数学教育再構成ノ一ツノ方向」,『日本中等教育数学会雑誌』，日本中等教育数学会, Vol.24，No.1，pp.6-14.

島田茂(1977),『算数・数学科のオープンエンドアプローチ』，みずうみ書房.

清水静海（1998）,『子供の問題解決を支援する算数授業』,明治図書, pp.82-84.

清水美憲(1988),「数学的問題解決におけるメタ認知：中学生による作図問題の解決過程の分析」,『数学教育論文発表会発表要項』,日本数学教育学会, 21, pp.87-92.

Skovesmose,O.(1994)， *Towards a Philosophy of Critical Mathematics Education*, Springer.

シュプランガー（伊勢田耀子訳）（1961） ,『文化と性格の諸類型』, 明治図書，（原著, Sprannger,1922）.

Stipek,D. et al.(1998)," The Value (and Convergence) of Practices Suggested by Motivation Research and Promoted by Mathematics Education Reformers", *Journal for Research in Mathematics Education*, National Council of Teachers of Mathematics ,Vol.29,No. 4, pp.465-488.

杉岡司馬（2002）,『「学び方・考え方」をめざす算数指導』,東洋館出版社, p.104.

高橋等(2010a),「アリストテレス的数学観に立つ数学教育学研究の幾つかの方向性」,『上越数学教育研究』，上越教育大学数学教育研究室, No.25，pp.11-18.

高橋等(2010b),「数学的知識の獲得において形成される価値観の特徴と形成過程の理論的分析」,『第 43 回数学教育論文発表会論文集』，日本数学教育学会，pp.819-824.

高久清吉（1969）,『教授学－教科教育学の構造－』，協同出版.

ユネスコ(1979)，数学教育新動向会（訳）『世界の数学教育』，共立出版.

ユネスコ(1990).『万人のための教育（EFA: Education for All)』，日本ユネスコ国内委員会，文部科学省. www.mext.go.jp

宇佐美洋（2013）,『言語運用評価プロセスの多様性と普遍性をとらえる』，国立国語研究所日本語教育研究，国語プロジェクトレビュー，Vol.No.3,pp.125-132.

Vinner,S.(2007), "From solving eqations to the meaning of life: mathematics, rationality and values", *ZDM Mathematics Education,* Springer ,39, pp.183-189.

和田義信(1950),「数学カリキュラム－算数・数学科の指導計画」,『教育大学講座 22,数学

教育』，東京教育大学教育学研究室編，pp.115-200.

和田義信(1997),『和田義信著作集 1 』，東洋館出版社，pp.106-113.

Wheeler,D.(1975),”Humanising Mathematical Education”,Recontructed from notes for a lecture at the ATM Easter Conference,Lancaster.

WheelerD.(1980), ”Mathematization, its nature and its use in education”, *Proceedings of ICME4*,pp.290-291.

Williams,J.(2012), ”Use and exchange value in mathematics education: contemporary CHAT meets Bourdieu’s sociology”, *Educational Studies in Mathematics,* Springer, 80, pp.57-72.

Wong,N.Y. et al.(2012), ”What do the Chinese value in (mathematics) education?”, *ZDM Mathematics Education,* Springer ,44, pp.9-19.

山田佑樹(1999),「数学的知識の活用に関する一考察」,『数学教育学研究』,全国数学教育学会,No.5，pp.69-75.

山脇直司(2004),『公共哲学とは何か』, 筑摩書房.

山崎高哉(1997),「価値多元化社会における教育の目的」,『教育学研究』，日本教育学会, 64(3), pp.255-263.

吉崎静夫・渡辺和志(1992),「授業における子どもの認知過程 再生刺激法による子どもの自己報告をもとにして」,『日本教育工学雑誌』, 日本教育工学会, Vol.16, No.1, pp.23-39.

吉本均編(1981),『教授学重要用語 300 の基礎知識』，明治図書，p.47.

資料１　数学観アンケート用紙

名前（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

次の文を読んで、自分の今の気持ちに近い数字のどれか１つに○をつけましょう。

算数では、

	Aと同じ	どちらかというとA	どちらかというとB	Bと同じ	
①一つの問題から考えられる正しい式は・・・。					
一つである　A	1	2	3	4	B　いくつもある
②一つの問題の正しい答えは・・・。					
一つである　A	1	2	3	4	B　いくつもある
③平等、思いやり、いたわりなど自分の思いをもとにして式に表したり、答えを求めたりすることが・・・					
できる　A	1	2	3	4	B　できない
④「どれか一つの式や答えに決めるためには、問題の中に、ある条件を入れればよい。」この説明の意味が・・・					
よくわかる　A	1	2	3	4	Bよくわからない

資料２　相互評価活動のためのワークシート例　（的当ての問題）

	（1）誰かの気持ちを考えたり、思いやったりする言葉がある考えとない考えを調べましょう。ない考えには、どんな言葉を入れたらよいでしょう。	（2）誰かの気持ちを考えたり、思いやったりする気持ちが同じだと思う考えをいくつかにまとめてみましょう。	（3）実際に今ある考えのどれかを使うとします。実際に使うには，もっと何かをはっきりさせる必要がある考えはありませんか。
NI 式：３点と１点の間になっているので多い方の点数にしてあげると１年生がうれしいから。５＋３＋３＝11　２こもらえる。			
WA 式：５＋３＋（３＋１）＝12　　２こもらえる。１年生なので、３点と１点の両方をたしてあげる。			
ON 式：１点にすると１年生がもめる、文句を言うかも知れない。３点にするとひいきしていることになるから。もう一度投げさせたい。			
MO 式：３点と１点の間の２点をあげる。５＋３＋２＝10　２こ			
MR 式：じゃんけんをして相手がかったら３点にする。まけたら１点にする。			
TA 式：点数の低い方にする。５＋３＋１＝９			
MI 式：１点の方に入っている玉の面積が広いから１点にする。５＋３＋１＝９			

資料３　自己評価ワークシート例（的当ての問題）

名前（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

月　　　　日

いろいろな考え方を知った後で、３点と１点の間に投げた１年生に、なぜそのように得点を計算するのかをあなたが説明することになりました。

下の１から５まで答えなさい。

1．あなたはどのような考えを選びましたか。

2　いくつかの考えの中から、その考えを選んだ理由は何ですか。

3．あなたが選んだ考えが、１年生が納得するよう十分に説明できると思う自信はどの程度ですか。下の番号の中からあてはまるものを選びなさい。

自信がない		とても自信がある
1	2	3

4．そのように番号を選んだ理由を書きなさい。

5．他の問題で、いろいろな考え方の中から１つの考え方を選ぶとき、今回のように一つ一つの考え方を比べ、他の人に自分の考え方を説明する自信はありますか？

	はい	どちらかといえばはい	どちらかといえばいいえ	いいえ
	4	3	2	1
(1)誰かの気持ちを考えたり、思いやったりする言葉がある方式とない方式を調べる。	＋――――――	＋――――――	＋――――――	＋
(2)誰かの気持ちを考えたり、思いやったりする気持ちが同じだと思うものにまとめる。	＋――――――	＋――――――	＋――――――	＋
(3)実際にその方式を使うには、もっとはっきりさせるものは何かを考える。	＋――――――	＋――――――	＋――――――	＋

資料 4　歓迎度調査用紙

名前（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

今日の授業はおもしろかったですか。あてはまる番号にまるをつけなさい。

１　　　２　　　３　　　４

１：とてもおもしろかった

２：かなりおもしろかった

３：少しおもしろかった

４：おもしろくなかった

どんなところがおもしろかったですか。

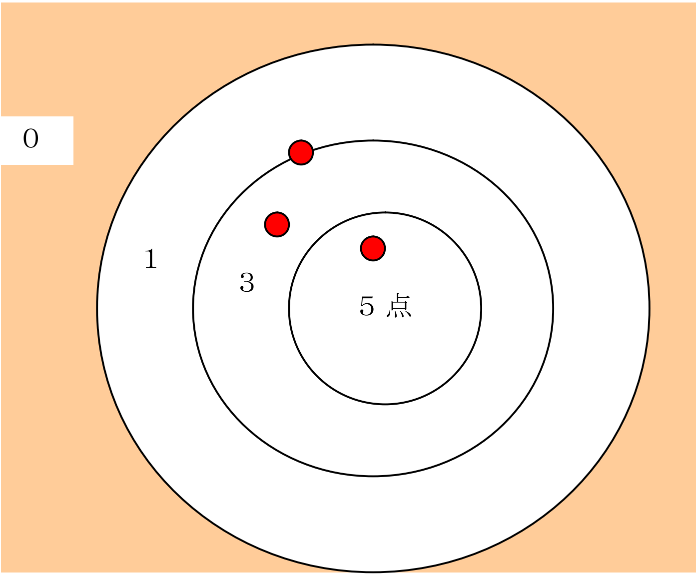
資料５　仮定の表現のテスト用紙例（的当ての問題）

名前（　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　　）

文化祭でクラスイベントをすることになりました。的当てを準備し、参加した人に点数に応じた景品をあげることになりました。的から、どの程度離れるのか等を話し合い、的の点数も決めました。点数に応じた景品も決めました。投げる回数は３回にしました。点数に応じた景品は、次のようにしました。合計点数に応じて、下のような賞品がもらえます。

１３点以上：好きな物を３個とれる。 １０点から１２点まで：好きな物を２個とれる。 ３点から９点まで：好きな物を１個とれる。

１年生の子どもは、次のようになりました。この１年生は、好きな物を何個もらえますか。あなたの考えを書きましょう。



（１）この問題で TA さんは、５＋３＋１という式を考えました。全員がこの式になるようにするには、最初の問題文の中にどんな条件（文）を入れておけばよいですか。

謝辞

本研究を遂行し，学位論文にまとめるに当たり，多くのご支援とご指導を賜りました．特に，指導教員である馬場卓也教授に深く感謝申し上げます．時には厳しくご指導戴き，時には励まして戴き，博士課程後期の 4 年の間，遅々として進まない私の研究を温かく見守ってくださいました．それらのご指導を通して，自分の力不足を痛切に実感しました．

また，算数・数学教育で価値観研究をしている日本の研究者の重鎮であられる馬場卓也教授に直接，価値観研究についてご指導を戴けたことはこの上ない喜びです．本当に有難うございました．この場を借りて厚くお礼申し上げます．

国際協力研究科の池田秀雄教授には，論文の形式や文章表現などのきめ細かいご指導を戴きました．また，価値観研究する上での留意すべき点などについてご指導戴きました．感謝申し上げます．

国際協力研究科の清水欽也教授には，論文の図表のタイトルの付け方や記号の定義について細部に渡るご指導をいただきました．感謝申し上げます．

広島大学名誉教授の岩崎秀樹先生には，数学教育の内容面から厳しくそして温かくご指導戴きました．また，私の研究に対して「日本では価値観研究はなされていないから，先駆的役割を果たす研究に仕上げなさい．」と温かい言葉をかけて戴きました．先生のお気持ちに答えるだけの内容になったのかは分かりませんが，今後更に研鑽を積んでお答えしていきたいと思います．国立教育政策研究所名誉所員の長崎栄三先生には，私の研究を価値づけてくださり，励ましてくださいました．感謝申し上げます．また，日本体育大学教授であり元理科教科調査官であられる角屋重樹先生には，論文のまとめ方について懇切丁寧にご指導戴きました．温かいご指導に感謝申し上げます．また，本研究の先行研究として位置づいている福岡教育大学教授の飯田慎司先生には，価値観研究について多くのことをご指導戴きました．感謝申し上げます．

そして，馬場研究室の皆様には，スカイプを通して交流することが多かったわけですが，その交流を通して沢山の助言を戴きました．この場を借りて厚く御礼申し上げます．

本論文は，本当に多くの方々に支えられてまとめることができました．支えて下さった多くの方々に感謝申し上げ，また，本論文をこれからの更なる研究の礎にしていくことを約束し，筆を置きたいと思います．本当に有難うございました．

2015 年 8 月　島田　功