

博士論文

理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理に関する研究

—ザンビア共和国中等理数科教育の事例を通して—

高阪 将人

広島大学大学院国際協力研究科

2015年3月

理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理に関する研究
—ザンビア共和国中等理数科教育の事例を通して—

D120858

高阪 将人

広島大学大学院国際協力研究科博士論文

2015年3月

広島大学大学院国際協力研究科

論文名: 理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理に関する研究
—ザンビア共和国中等理数科教育の事例を通して—

学位の名称: 博士(教育学)

学生番号: D120858

氏名: 高阪 将人

平成27年1月20日

審査委員会

委員長・教授

馬場 卓也



教授

池田 香雄



教授

清水 欽也



広島大学大学院教育学研究科 教授

志村 秀樹



日本体育大学児童スポーツ教育学部 教授

角屋 重樹



平成27年2月27日

研究科長

藤原 章正



目次

第1章 問題の所在と研究の目的及びその方法	1
1.1. 問題の所在	1
1.1.1. ザンビア共和国における理数科教育の動向	1
1.1.2. カリキュラムの種類とカリキュラム開発を促す圧力	3
1.1.3. 理科と数学の関連付け研究の課題	4
1.1.4. ザンビアにおける生徒の実態に焦点を当てた研究の課題	8
1.2. 本研究の目的及びその方法	9
1.2.1. 本研究の目的と意義	9
1.2.2. 本研究の方法	11
1.3. 本研究の構成	14
第2章 理科と数学の関連付けの理論的考察	16
2.1. 理科と数学の特徴	16
2.1.1. 学問的側面における科学と数学の特徴	17
2.1.2. 理科と数学における関数の内容と関数的考え方	19
2.1.3. 本節のまとめ	25
2.2. 理科と数学を関連付ける方法とその目的	27
2.2.1. 理科と数学を関連付ける4つの方法	27
2.2.2. 各方法における両教科を関連付ける目的	31
2.2.3. 総合的考察	35
2.2.4. 本節のまとめ	37
2.3. 本章のまとめ	39
第3章 理科と数学の関連付けの評価法	40
3.1. 概念のつながりの調査方法	40
3.1.1. 概念地図法	40
3.1.2. 実施方法	41
3.1.3. 分析方法	41
3.1.4. 本節のまとめ	42
3.2. 文脈依存性の調査方法	43
3.2.1. 文脈依存性	43
3.2.2. 調査問題	43
3.2.3. 実施方法	44

3.2.4. 分析方法	44
3.2.5. 本節のまとめ	45
3.3. 本章のまとめ	46
第4章 達成度と概念のつながりと文脈依存性の実証的考察	47
4.1. 関数領域における達成度の調査	48
4.1.1. ザンビアにおける関数教育の概要	48
4.1.2. 調査方法	49
4.1.3. 結果と考察	54
4.1.4. 本節のまとめ	64
4.2. 関数領域における概念のつながりの調査	66
4.2.1. 調査方法	66
4.2.2. 結果と考察	67
4.2.3. 本節のまとめ	77
4.3. 関数領域における文脈依存性の調査	78
4.3.1. 調査問題作成のためのシラバス・国家試験・教科書分析	78
4.3.2. 調査方法	79
4.3.3. 結果と考察	81
4.3.4. 本節のまとめ	88
4.4. 達成度と概念のつながりと文脈依存性の関係性	89
4.4.1. 調査方法	89
4.4.2. 結果と考察	92
4.4.3. 本節のまとめ	101
4.5. 本章のまとめ	103
第5章 理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理の導出	107
5.1. 理科と数学を関連付ける理論的枠組み	107
5.1.1. 概念地図法と文脈依存性によって評価できる関連付けの方法	107
5.1.2. 理科と数学を関連付ける目的の総合的考察	108
5.1.3. 理科と数学を関連付ける理論的枠組み	109
5.1.4. 本節のまとめ	110
5.2. 理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理	112
5.2.1. 社会的側面・学問的側面・子どもの側面	112
5.2.2. 社会的側面・学問的側面・子どもの側面の総合的考察	113
5.2.3. 理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理	115

5.2.4. 本節のまとめ	116
5.3. 本章のまとめ	117
第6章 本研究の総括と今後の課題	118
6.1. 本研究の総括	118
6.1.1. 本研究の主題と意義・特色	118
6.1.2. 各章の概要と研究成果	119
6.2. 今後の課題	126
参考・引用文献	127

第1章 問題の所在と研究の目的及びその方法

1.1. 問題の所在

1.1.1. ザンビア共和国における理数科教育の動向

万人のための教育世界宣言以降、世界の教育関係者の注目は「2015年までに初等教育の完全普及」に注がれてきた。その文脈で、理数科教育¹もこれまでその質的向上を、子ども達の初歩的な概念(たとえば四則計算)の理解ということに置いてきた。2015年を迎えた今、多くの開発途上国(以下、途上国)では初等教育の就学率が上昇し、中等教育への需要が高まりつつある(UNESCO, 2011)。一般的に中等教育は経済発展と関連が深く、そこでは伝統的社会にはなかった技術や知識、抽象的な思考や柔軟な考え方の育成が求められている(横関, 2005)。すなわち、これまでの基本的人権としての教育だけでなく、経済発展としての教育が求められつつある。

これまでの研究から、経済成長は産業構造の変化と密接に関連していることが知られている。一般的に経済の発展につれて第1次産業の比重は労働力構成比と所得構成比において長期的に低下する傾向があり、他方、第2次産業は所得構成比でみて上昇傾向、そして第3次産業は労働力構成比でみて上向きの傾向を示す(篠原, 1976)。この変遷は発見者の名前をとり、「ペティ・クラークの法則」と呼ばれている。各産業において求められる能力は均一では無く、それぞれの段階において求められる人材は異なってくる。第1次産業を主とした社会(前工業社会)では常識や体験が、第2次産業を主とした社会(工業社会)では経験主義や実験が、第3次産業以降を主とした社会(脱工業化社会)では抽象的理論が要求される(ベル, 1975)。すなわち産業構造によって求められる能力が異なっており、必然的にそこの教育学習内容も異なってくる。

一方、経済成長に伴って産業間の構造変化だけでなく、産業内も構造変化することが知られている。大塚・園部(2003)は比較事例研究を通し、途上国における産業の発展段階を始発期—量的拡大期—質的向上期とし教育との関連性を考察した。始発期においては、既存の技術を模倣し低品質の製品を生産する 경우가多く、そこでは経験から得た技術的知識が求められる。量的拡大期においては新規参入の企業が現れ生産量は増加するが、基本的には模倣による拡大であるため、高い教育水準は求められない。質的向上期においては技術革新によって製品の質が向上するが、途上国の場合はこの技術革新においても先進的技術の模倣を伴うことが多い。そのため技術革新を導く専門家では無く、技術革新導入後に生じる大小の問題に対応する能力、つまり新しい状況に適応する能力が求められる。

さてここで、ザンビア共和国(以下、ザンビア)の現状に目を向ける。1993年から2002年の実質経済成長率は平均で約0.5%程度であったが、銅の国際価格の上昇に伴いその生産が拡大し、2003年以降は毎年5%以上、2012年は7.2%の実質GDP成長を達成した(cf. The

¹ 理科教育と数学教育を一括りにした理数科教育という表現は、日本の研究や実践では用いられることは多くないが、教育開発の分野では頻繁に用いられる(馬場, 2007)。

world bank, 2013). 2010年のザンビアにおけるGDP構成比(表1.1)は、第1次産業が20.4%、第2次産業が36.0%、第3次産業が43.6%であり、一見すると工業化が進んでいるように見える。しかしながら、第2次産業には鉱業も含まれており、必ずしも製造業の発展によるものではない。製造業のGDP構成比は8.85%であり、高所得国と比べ依然低い。また労働力構成比(表1.2)をみると第1次産業が72.2%、第2次産業が7.10%、第3次産業が20.6%であり、低所得国とほぼ同様の構成比となっている。すなわち第2次産業や第3次産業の拡大に必要な労働力を農業部門が送り出す必要があり、そのためには農業の生産性を高め余剰労働力を創りだす必要がある(篠原, 1976)。

表 1.1 産業別 GDP 構成比(2010年)

	第1次 産業	第2次産業 ()内は 製造業	第3次産業
低所得国	32.1%	20.8% (9.65%)	47.2%
低中所得国	16.8%	30.9% (12.5%)	52.2%
ザンビア	20.4%	36.0% (8.85%)	43.6%
高中所得国	8.07%	30.5% (13.9%)	61.4%
高所得国	2.06%	29.2% (13.8%)	68.7%

表 1.2 産業別労働力構成比(2005年)

	第1次 産業	第2次 産業	第3次 産業
低所得国	66.6%	7.96%	25.0%
低中所得国	39.4%	18.4%	41.8%
ザンビア	72.2%	7.10%	20.6%
高中所得国	20.4%	23.1%	56.1%
高所得国	5.18%	25.4%	68.2%

(The world bank, 2013 より筆者作成)

ザンビアにおける今後25年間の長期開発計画を定めた *Vision 2030* (Republic of Zambia, 2006a)では、2030年までに中所得工業国になることが目標として掲げられた。この長期計画のもと、5年ごとの中期開発計画が策定され、2006年から2010年までは *Fifth National Development Plan* (Republic of Zambia, 2006b)、2011年から2015年までは *Sixth National Development Plan* (Republic of Zambia, 2011)に基づいて国家開発が実施されている。現行の中期開発計画である *Sixth National Development Plan*(Republic of Zambia, 2011)では、銅の生産に依存したモノカルチャー経済の脱却を目指し、農業の生産性の向上や、製造業・観光業の基盤形成を通じ、その構造変化が目指されている。

すなわち現在のザンビアの状況を産業間の構造変化という視点から捉えると、第1次産業から第2次産業への構造改革が目指されており、そこでは経験や実験に基づく教育が求められている。一方、産業内の構造変化から捉えると、農業分野においては生産性を向上するための質的向上期であるといえる。そこでは、新しい状況に適応するための能力が求められている。さらに、製造業や観光業においては現在も多様化が目指されている段階であり、始発及び量的拡大期に位置すると考えられる。そこでは技術的知識を備えた労働者の育成が重要である。

このような状況を踏まえ、2011年から2015年までの教育計画を定めた *Education Sector National Implementation Framework III 2011-2015* (Ministry of Education, Science, Vocational Training and Early Education, 2011) では、中等教育²のカリキュラム改訂の方針として、技術的な進路と学術的な進路の二つの流れが示されている。そこでは数学、理科、技術教育が重要視されている。特に、技術的な側面では、技術教育と生活技能教育が強調されており、労働市場の需要に応える人材育成が目指されている。また、学術的側面では、理科と数学が強調されている。そこでは新しい状況に適応するための能力の育成が求められているといえる。

一方これまでの学校教育に目を向けると、学校段階、学年などとともに教科によって基本的な構造が与えられてきた。したがって、これまでの学校教育で形成された能力と、今後社会で求められる能力との間には乖離があり、教科の枠組みだけでは捉えきれない課題がある。このような背景から、今後のカリキュラムの方針を定めた *The Zambia Education Curriculum Framework* (Ministry of Education, Science, Vocational Training and Early Education, 2012) では、教育を包括的に捉える動きが見受けられる。さらに現行シラバスでは、理科と数学の関連付けが強調されている(cf. Curriculum Development Centre, 2012a, 2012b)。ただし、その具体的方策が示されるまでには至っていない。つまり、ザンビアが長期的な成長を遂げるには、初等教育の拡大により需要が高まりつつある中等教育における、理数科教育の充実が必要不可欠である。そのためには、その一方策として理科と数学の関連付けに着目し、教科の枠組みを越えた能力を育成する必要がある。

1.1.2. カリキュラムの類型とカリキュラム開発を促す圧力

教科の関連付けに着目する場合、いくつかの統合の度合いを考えることができる。天野(2001)は、教科—経験、分化—統合という分類軸に着目し、カリキュラムを分離教科カリキュラム—改造された教科カリキュラム—経験中心カリキュラムに分類した。最も統合の度合いが弱いカリキュラムとして、分離教科カリキュラムが位置づけられる。ここでは各教科が個別に指導される。次に中間型として、教科の枠組みは残しつつも、2つ以上の教科を関連付ける相関カリキュラム、教科の枠組みを取り払い新しい教科を作る融合カリキュラムなどがある。最も統合の度合いが強いカリキュラムとして、児童・生徒の目的や興味に基づいて実施される経験中心カリキュラムが知られている。ザンビアにおいては理科と数学の固有性を認めた上で、両教科の関連付けを通じた能力が目指されている。したがって本研究では、教科の区分を踏襲しつつ、学習効果向上のため、教科間の相互関連を図った相関カリキュラムの立場に立脚する。

² ザンビアでは2013年から7年間の初等教育、2年間の前期中等教育、3年間の後期中等教育の7-2-3制の教育システムが用いられている。そのため2013年時点では、第8学年から第12学年までの生徒が在籍する中等学校と、旧制度に基づく第7学年から第8学年の生徒が在籍する前期中等学校及び第9学年から第12学年までの生徒が在籍する後期中等学校が混在している。

カリキュラムを開発する2つの方法として、OECD 教育改革センター(CERI)と文部省の共催による「カリキュラム開発に関する国際セミナー」においてまとめられた工学的アプローチと羅生門的アプローチが知られている(e.g., 森田, 2001; 安彦, 2006). 工学的アプローチでは、一般目標の設定→特殊目標の設定→行動目標の設定→教材の選定→授業の実践→行動目標に照らした評価という一連の流れによって進められる。一方、羅生門アプローチでは、一般的な目標の設定→創造的な授業の実践→記述→一般的目標に照らした評価という流れによって進められる。さらに、両アプローチを折衷した方法として状況分析モデルが知られている(山口, 2001). ここでは、状況分析→目標設定→プログラム計画→解釈と実行→調整・フィードバック・アセスメント・再構成の5段階によって実施される。いずれの場合においても、カリキュラム開発は、開発→実施→評価によって実施され、評価のフィードバックが次の開発に活かされている。

このようなカリキュラム開発は、通常、その必要性や可能性を同定することから始まる(ハウスン・カイトル・キルパトリック, 1987). その際、社会・学問・子どもの3つの側面から検討する必要がある(cf. Tyler, 1949; ハウスン・カイトル・キルパトリック, 1987; 中野, 2001; 安彦, 2006). 社会的側面とは社会が教育に求める内容によるものであり、学問的側面とは理科と数学を関連付けた際の体系化された知識のまとまりに基づくものであり、子どもの側面とは子どもの実態に基づくものである。本研究ではこの3側面からの考察を通して、理科と数学を関連付けるカリキュラムを開発する上での構成原理の導出を行う。社会的側面には様々な要素が含まれるが、本研究ではそれら様々な要因を踏まえた上でザンビアの政策文書が策定されたと捉え、既に前節においてその考察を行った。したがって、学問的側面及び子どもの側面からカリキュラム開発の必要性及びその可能性を考察する必要がある。そこで学問的側面として理科と数学の関連付け研究の動向を、子どもの側面としてザンビアの生徒に対して実施された実態把握調査の動向を概括する。

1.1.3. 理科と数学の関連付け研究の課題

学校教育における各教科は、「学問が求める文化的な基礎知識の体系化されたまとまり」として編成されている(安彦, 2006). そのため、必然的に理科と数学は異なった性質を有している。それゆえ、理科と数学の全ての学習内容を関連付けることは不可能である(Davison, Miller & Metheny, 1995). しかしながら、このように異なった性質を有する両教科を関連付けることで教育的に価値があることも知られている(e.g., Berlin & White, 1995; Isaacs, Wagreich & Gartzman, 1997; Czerniak, Weber, Sandmann & Ahen, 1999).

両教科の関連付けに着目するという考えは近年に始まったものではない。今から100年以上前の1902年³にアメリカ数学会の会長であったE. H. Mooreは、技術者の養成を見据え、

³ 講演が行われたのが1902年、その内容が刊行されたのが1903年

中等教育改革における理科と数学の関連付けの強化を主張した(Moore, 1903). それから 100 年の間に 850 の理科と数学に関する書籍や研究がアメリカにおいて発表されている(Berlin & Lee, 2005). とりわけ, 多くの教育専門機関によって発行された教育改革文書(e.g., AAAS, 1989; NCTM, 1989; NRC, 1989)において理科と数学の関連付けが支持された⁴1990 年以降, 理科と数学の関連付けに関する書籍や研究の発表数は急激に増加している. 1901 年から 1989 年までの発表数が 401 であったのに対し, 1990 年から 2001 年の僅か 10 年間で 449 もの書籍や研究が発表された(Berlin & Lee, 2005). 当初は技術者を指す一部の生徒が対象とされてきたが, 近年では全ての生徒を対象とした両教科の関連付けが意図されつつある. すなわち, 理科と数学の関連付けは古くから重要視されつつも, 21 世紀を迎えた現在, 新たな視点から注目されている.

これまでの理科と数学の関連付け研究は主に 5 つの側面から議論されてきた. 1 点目は理科と数学を関連付ける目的であり, なぜ理科と数学を関連付ける必要があるのか(e.g., Berlin & White, 1995; Issacs et al., 1997; Czerniak et al., 1999). 2 点目はそれらをどのように関連付けるのか(e.g., Education Development Center, 1969; Brown & Wall, 1976; Lonning & Defranco, 1997; Huntley, 1998), 3 点目は理科と数学の何を関連付けるのかであり(e.g., Berlin & White, 1995; Davison et al., 1995; Pang & Good, 2000), 4 点目は生徒の実態に着目したものである(e.g., Austin, Hirstein & Walen, 1997; Westbrook, 1998; Judson & Sawada, 2000; Hurley, 2001). さらに近年では, そのような関連付けを意識した授業を行う上で教員がどのような認識を有しているかに注目が集まりつつある(e.g., Offer & Mireles, 2009; Stinson & Meyer, 2009; Lee, Chauvot, Vowell, Culpepper & Plankis, 2013).

理科と数学を関連付ける目的について, 最も一般的な議論は理科と関連付けて数学を指導することで, 抽象的な数学概念の学習を促進する具体例を生徒に提供でき, 数学と関連付けて理科を指導することで, 自然現象を定量化し, 表現し, 分析するための道具を提供できるという主張であろう(Rutherford & Ahlgren, 1990; Watanabe & Huntley, 1998; Westbrook, 1998; Basista & Mathews, 2002; Michelsen, 2006; Bossé, Lee, Swinson, & Faulconer, 2010). また, 理解はつながりをつくること(e.g., Haylock, 1982)という考えに基づき, 両教科を関連付けて指導することで, 豊富に関連付けられた深い知識構造を構築することができ, 学習した知識を活用することができるとも言われている(Berlin & White, 1995; Issacs et al., 1997; Huntley, 1998; Czerniak et al., 1999; Frykholm & Glasson, 2005; Bossé et al., 2010; So, 2012). さらに現実世界は教科によって分断されておらず, 教科横断的な学習が必要であるとも主張されている(Davison et al., 1995; Meier & Cobbs, 1998; Czerniak et al., 1999; Lee et al., 2013). とりわけ現実社会の問題は理科と数学の知識を用いて解くことが多く, 両教科の学習が分離している時, 生徒が現実社会の問題を解くことができないことが指摘されている

⁴ AAAS や NRC では理科教育の側面から, 自然現象を説明するためのツールとして数学の重要性が, NCTM では数学教育の側面から, 数学を活用する対象として理科の重要性が唱えられている.

(Berlin & White, 1995; Frykholm & Glasson, 2005). 一方, 情意的側面に着目した研究からは, 両教科を関連付けることで興味・関心を喚起することができることが知られている(Bragow, Gragow & Smith, 1995; McComas, 1993; Guthrie, Wigfield & VonSecker, 2000).

このように関連付ける際に理科と数学をどのように位置づけるのか, 5つのカテゴリーで分類されてきた(Education Development Center, 1969; Brown & Wall, 1976; Lonning & Defranco, 1997; Huntley, 1998). そこでは, 両端に従来の理科と数学を位置づけ, その中心に理科と数学を対等に関連付けたものが位置づけられている. さらに両端と中心との間に, 理科を伴った数学と数学を伴った理科が位置づけられている. 例えば, Huntley(1998)はこれら5つの関係を図1.1のモデルで示した. 左端の数学のための数学では, 理科との関連付けを意識することなく数学が指導される. 次に理科を伴った数学では, 数学の学習のために理科の内容や方法が用いられる. 中心の数学と理科では身の回りの世界を明らかにするため両教科が相互作用的に用いられる. 次に数学を伴った理科では, 理科の学習のために数学が道具として用いられる. 右端の理科のための理科では, 数学との関連付けを意識することなく理科が指導される.

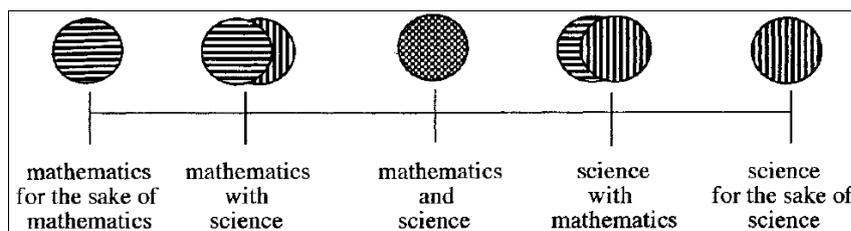


図 1.1 Huntley(1998)による理科と数学の関連付けの度合い

では具体的に何を関連付けるのか, これまでの研究では理科と数学を関連付ける理論的枠組みとして提示されていることが多い(e.g., Berlin & White, 1995; Davison et al., 1995; Pang & Good, 2000). Davison et al. (1995)は, 領域固有統合, 内容固有統合, 過程統合, 教授統合, テーマ統合の5つの側面を提案している. 領域固有統合とは, 各教科内の異なった単元を関連付けることである. 内容固有統合とは各教科の目標が含まれるように活動を計画することである. 過程統合は, 探究や問題解決で用いる過程によって関連付けることである. 教授統合は, 学習者中心の授業によって両教科を関連付けることである. テーマ統合はあるテーマの学習の際に両教科を関連付けることである. また Berlin & White(1995)は学習, 知識獲得の方法, 過程と思考技能, 概念知識, 態度と認識, 教授の6つの側面を提案している. ここでは, Davison et al. (1995)の枠組みに加え, 知識獲得の方法として学習者が理科と数学を相補的に用いて知識を獲得すること, 態度と認識として情意的側面における関連付けが述べられている. さらに, Pang & Good(2000)は, これまでの理論的枠組みを概括し, パターンの発見, 知識獲得の方法, 過程, テーマ, 定量的推理から両教科を関連付けることができるとした. ただし, 各理論的枠組みは様々な視点(例えば, 関連付ける

事柄や情意的側面、教授方法など)から議論されているため、それぞれの理論的枠組みの対応関係を示すことは困難である。

これら関連付けをどのように実証的に評価するか、一般的には生徒の達成度で測られることが多い(e.g., Austin et al., 1997; Judson & Sawada, 2000; Hurley, 2001). ここでは関連付けた授業において、生徒の達成度がやや高くなることが報告されている(Stevenson & Carr, 1993; Greene, 1991; Vars, 1991). さらに Hurley(2001)は 34 の先行研究のメタ分析から、関連付けた教授において達成度が僅かながら高くなると結論づけた。また Westbrook(1998)は概念地図法を用いて、授業前後の理科と数学の概念間のつながりを調査し、理科と数学を関連付けた教授のほうがより詳細な概念間のつながりを構築できることを示唆した。さらに、我が国においては両教科の関連付けは文脈依存性に焦点を当て研究が行われてきた(西川, 1994; 石井・箕輪・橋本, 1996; 西川・岩田, 1999; 三崎, 1999, 2001; 小原・安藤, 2011). 文脈依存性とは、数値と解法が同一の問題において、出題の文脈の違いによって生徒の解答が異なり、一方の文脈でのみ正答することである。初期の研究(西川, 1994)は文脈依存性の有無を確かめるものであったが、しだいにその要因に迫る研究(石井他, 1996; 西川・岩田, 1999; 三崎, 2001; 小原・安藤, 2011)や文脈依存性を乗り越えるための指導に関する研究(石井他, 1996; 三崎, 1999)が実施されてきた。これらの研究から、文脈依存性は単位(西川・岩田, 1999)や両教科での解法の違い(石井他, 1996; 小原・安藤, 2011)といった問題側の要因と場依存型—場独立型といった個人特性(三崎, 2001)に依存することが明らかにされている。

100 年以上に及ぶ研究から、理科と数学を関連付けることの目的、そこでどのように理科と数学を位置づけ何を関連付けるのか、さらに両教科の関連付けを評価する方法が明らかになりつつある。ここではそれぞれの観点に着目し個別に議論が行われてきた。しかしながら、これらの観点は互いに独立しているのではなく、相互に関連し合っているように思われる。例えば、現実社会の問題は理科と数学の知識を用いて解くという立場では、何を関連付けるかについては過程やテーマ、認識の仕方によって関連付けることとなる。必然的に理科と数学の位置づけは、理科と数学を対等に関連付けたものとなる。さらに、ここでの評価は達成度では不十分であり、概念のつながりや文脈依存性に焦点を当てる必要がある。その結果、先行研究において概念をつなげることができるとしながらも達成度を用いたり、現実社会の問題は理科と数学の概念を用いるとしながらも情意的側面の関連付けを試みたりといった事態に陥っている。

これまで多くの研究者によって、理科と数学の関連付けの共通認識不足による、実証的研究の不備や実践の困難性が指摘されてきた(e.g., Czerniak et al., 1999; Judson, 2013). 上述のように、その根本的要因は各観点において個別に理科と数学の関連付けが議論されていた点にあると考える。理科と数学を関連付ける理論的枠組みを構築するには、これらの各観点を包括的に捉える必要がある。そのためには、その実施方法として様々な視点(例えば、関連付ける事柄や情意的側面、教授方法など)から議論されてきた従来の理論的枠組につい

て、視点を定め各関連付けを整理するとともに、各関連付けにおけるその目的を明らかにする必要がある。またその評価法として、達成度・概念のつながり・文脈依存性が何を意味するのか明らかにするとともに、達成度と概念のつながりと文脈依存性の3者の関係からその目的を実証的に考察する必要がある。

つまり理科と数学を関連付ける理論的枠組みを構築するには各観点から包括的に考察する必要があり、そのためには上記2点が重要な課題として残されていると言える。

1.1.4. ザンビアにおける生徒の実態に焦点を当てた研究の課題

ザンビアにおける大規模教育調査として、東南部アフリカ連合の調査(Southern and Eastern Consortium for Monitoring Educational Quality: 以下, SACMEQ)やザンビア全国学習到達度調査(ZNA)が実施されている。SACMEQでは第6学年の児童を対象として、読解力と数学の学習達成度の測定が実施されている。またザンビア全国学習到達度調査では1999年から2~3年ごとに、第5学年の児童を対象として、数学・現地語・英語の学習到達度の測定が実施されている。これらの調査から、ザンビア児童の極端に低い達成度の実態が指摘されている。さらに渡邊(2014)は、SACMEQ IIとSACMEQ IIIの二次分析を通し、数学学力を向上させるだけの読解力が十分ではないことを浮き彫りとした。

ザンビアにおける理数科教育研究は主として生徒(e.g., Sayers, 1994; Iwasaki et al., 2006; 内田, 2009, 2011), 教員(e.g., 木根, 2011; 石井, 2012; 野中, 2013; 神原, 2014), 授業(e.g., Mulopo & Fowler, 1987; 澁谷, 2008, 2009; 松原, 2009; 中和, 2011, 2012a, 2012b), カリキュラム(e.g., Mumba, Chabalengula & Hunter, 2006; Mumba, Chabalengula & Hunter, 2007; Chabalengula & Mumba, 2012)に焦点を当て実施されてきた。とりわけ生徒の実態把握に焦点を当てた研究としてIwasaki et al. (2006)は2004年に第4学年の生徒83名に対して、数学の達成度調査を実施した。その際、調査問題は国際教育到達度評価学会(International Association for the Evaluation of Educational Achievement)の国際数学・理科教育動向調査(Trend in International Mathematics and Science Study: 以下, TIMSS)を参考に作成された。その結果、言語的要因や筆記試験の経験不足等から、このような調査を受けるだけの素養がザンビアの児童に備わっていないことが浮き彫りとなった。この結果を踏まえ、2005年には第5学年の生徒50名を対象に、ニューマン法を用いたインタビュー調査が実施された。その結果、大半の生徒が英語で書かれた問題文すら読むことができないことが浮かび上がった。そこで内田(2011)は、ザンビアの文脈に合致するようニューマン法を改良し、第3学年から第7学年の生徒に対して、数学の文章題の調査を実施した。その結果、言語的側面における生徒の状態が幾つかの段階に分かれていること、また学年による変遷を明らかにした。

しかし大規模教育調査及び生徒の実態把握研究共に、理科と数学に焦点を当てたものは無く、これらの結果から理科と数学の関連付けについて生徒の実態を掴むことは困難であ

る。そこで、ザンビアの教科書や授業に目を移すことにする。理科と数学の教科書は定義、説明、例題、練習問題という構成になっており、生徒の思考活動ではなく、知識の暗記や手続きの実行が重視されている(Banda & Baba, 2013)。また授業を実施する際、教員は教科書に大きく依存しており(cf. 野中, 2013)、ここでは必然的に教員中心型の授業が多く行われている(Ministry of Education, 2009)。一般的に、このような伝統的な教室の実践では、学習内容の関連付けが重視されることは稀である(ソーヤー, 2009)。したがって、ザンビアの生徒が理科と数学を関連付けることができている可能性が十分に考えられる⁵。

つまり、これまでの研究から理科と数学の関連付けの実態把握を行う事は困難であり、また生徒が理科と数学を関連付けることができている可能性が十分に考えられる。そこで、ザンビアにおいて理科と数学の関連付けに焦点を当てた調査を実施し、その実態把握を行う必要がある。その際、これまでの研究から生徒の極端に低い達成度や言語的側面の困難性が浮き彫りとなっているため、調査を実施する上で必要な基礎的学力を有しているかどうか確認する必要がある⁶。

1.2. 本研究の目的及びその方法

1.2.1. 本研究の目的と意義

前節第1項で述べたように、ザンビアが長期的な成長を遂げるには、初等教育の拡大により需要が高まりつつある中等教育における、理数科教育の充実が必要不可欠である。ここでは、教科の枠組みを越えた能力の育成が目指されている。そこでその一方策として、理科と数学の関連付けに着目する。さらに前節第2項でみたように、ザンビアにおける理科と数学の関連付けを考えるには、教科の区分を踏襲しつつ教科間の相互関連を図った相関カリキュラムの立場に立脚することが妥当である。また、前節第1項で考察した社会的側面からだけでなく、学問的側面及び子どもの側面からも理科と数学を関連付けるカリキュラム開発の必要性や可能性を同定する必要がある。そこで前節第3項においては、学問的側面としてこれまでの理科と数学の関連付け研究を概括した。ここでは、理論的考察として理科と数学の関連付けを整理することが、実証的考察として達成度・概念のつながり・文脈依存性の調査が何を意味するのか明らかにすることが、さらにその上で理科と数学を関連付ける目的・実施方法・その評価法を包括的に捉え、両教科を関連付ける理論的枠組みを構築することが重要な課題として残されている。さらに前節第4項では、子どもの側面としてザンビアにおける生徒の実態に焦点を当てた研究を概括した。ここでは、ザンビアにおいて理科と数学の関連付けに焦点を当て、その実態把握を行うことが重要な課題として残されている。

⁵ ザンビアに限らず多くの開発途上国では教授主義に基づく教育が実施されている。そのため、それらの国においても生徒が理科と数学を関連付けることができている可能性が十分に考えられる。

⁶ これまでの大規模調査や実態把握研究は主として初等教育を対象としていたため、本研究が対象とする中等教育とはその様相が異なることも十分考えられる。

本研究は「理科と数学の関連付け」を主題とするものであり、ザンビアにおける理数科教育から要請される「理科と数学を関連付けるカリキュラム開発」の基盤となり、理科と数学の関連付け研究から要請される「理科と数学の関連付け」の理論的枠組みの構築、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理の導出という課題に取り組もうとするものである。ここでは、理論的に理科と数学の関連付けを整理し、各関連付けにおけるその目的を明らかにするとともに、実証的に達成度と概念のつながりと文脈依存性が何を意味するか同定し、理論的考察と実証的考察から理科と数学を関連付ける理論的枠組みを構築する。さらに、社会的側面・学問的側面・子どもの側面から、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理を導出する。こうした本研究の目的を具体的に述べれば、次の通りになる。

目的1：先行研究を基に理科と数学の関連付けを整理するとともに、各関連付けにおけるその目的を理論的に明らかにする。

目的2：概念のつながりと文脈依存性の測定方法及びそこで測定できる事柄を同定するとともに、達成度と概念のつながりと文脈依存性の関係からその目的を実証的に明らかにする。

目的3：上記目的1と目的2を基に理科と数学を関連付ける目的・実施方法・その評価法を包括的に捉える理論的枠組みを構築する。

目的4：目的3を基に、ザンビアの社会的文脈と子どもの実態を加味し、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理を導出する。

本研究が理数科教育研究にもたらす貢献をどのように指摘できるであろうか。最も大きな貢献は、これまでも理論・実証の両側面から取り組まれてきながらも共通認識がなかった理科と数学の関連付けを目的・実施方法・その評価法を包括的に捉え、理論的・実証的にその理論的枠組みを構築する点である。

上述のように、本研究は、理数科教育のカリキュラム開発という文脈で注目されてきた「理科と数学の関連付け」に焦点をあて、理科と数学を関連付ける視点の整理及び各関連付けにおけるその目的を理論的かつ実証的に明確化し、理科と数学の関連付けの評価法を整理した上でそれらを包括的に捉え、その理論的枠組みを構築することを意図している。ここでは、理科と数学における学習内容と考え方の固有性及び独自性を確認する一方、その背景にある学問的側面から両教科の性質を明確化する。これまで各教科において議論されてきた理科や数学の性質を各教科の基盤となる科学と数学⁷の知識の本性にまで立ち入って分析する点も本研究の特色であり重要な成果である。また、達成度と概念のつながりと文脈依存性から実証的に理科と数学を関連付ける目的を見出すが、そこで用いる手法は理科と数学を関連付けた指導を評価する際に援用することができる。これまで主に達成度

⁷ 学問的側面と教育的側面とを区別するため、学問的側面では科学と数学とし、教育的側面では理科と数学とする。

で評価されてきた理科と数学を関連付けた実践を異なった角度から評価する枠組みを提供する点も本研究の特色であり重要な成果である。

以上のような理科と数学を関連付ける理論的枠組みの構築、及び理科と数学の性質への新たな特徴付け、さらに理科と数学を関連付けた実践の評価法の同定に加え、本研究の成果は、ザンビアにおけるカリキュラム開発に対して直接的な示唆をもたらすと考える。実際、実証的研究として行う達成度・概念のつながり・文脈依存性の調査はザンビアの生徒に対して実施するもので、カリキュラム開発に具体的提言を導きうるものを含んでおり、本研究の後半ではその点についての考察を行っている。これは国際協力の立場から研究の独自性を示す特色であるともいえ、実践的課題への貢献であると言える。

上述したように「理科と数学の関連付け」の重要性が従来から主張され、その目的や実施方法が古くて新しい問題として常に問われ続けてきた。しかしこれまでの研究では、その目的・実施方法・その評価法の関連性に着目されてこなかった。これに対して本研究は、これまで個別に議論されてきた内容を包括的に捉えることによって、理科と数学の関連付けの考察を、一段高い位置から俯瞰的に取り組むと位置づけられる。

1.2.2. 本研究の方法

本研究は上記4つの目的を達成するために、理論的研究と実証的研究を併せて行うこととする。具体的には、上記目的1については、主として哲学的方法を用いた理論的研究を行う。そして、目的2については、主としてテスト・インタビューを用いた実証的研究を行う。さらに、目的3と目的4については理論的研究と実証的研究の結果から解釈的方法を用いて、理論と実証を包括的に捉える。

目的1では、まず理科と数学の特徴を明らかにし、その後、理科と数学を関連付ける視点を定め、各関連付けにおけるその目的を理論的に明らかにする。理科と数学の特徴を明らかにするために、まず各教科は学問が求める文化的な基礎知識の体系化されたまとまりとして編成されている⁸(安彦, 2006)という立場に立脚し、学問的側面から科学と数学の共通点と相違点を浮き彫りにする。その際、カルナップ(1977)の科学と数学の区別に従い、経験科学としての科学と形式科学としての数学として考察を進める。科学と数学の共通点と相違点は、科学哲学者ポパーの3世界理論(ポパー, 1974)と客観的知識の成長過程との統合的解釈を手掛かりに、ポパー(1980)の科学的知識の発展とラカトシュ(1980)の数学的発見の論理から明確化する。カルナップの論理実証主義はポパーの反証主義によって批判されているが、ここでは科学と数学の方法的側面の区別に主眼を置いているため、両者の考えを用いることが可能であると捉えた。またここで、ポパー(1974)に着目する理由は、客観的

⁸ 前節第2項で述べたように、本研究では「教科カリキュラムによる教科の区分を踏襲しつつ、学習効果の向上のため、教科の間の相互関連を図ったカリキュラム」(天野, 2001, p.16)の立場に立脚し、理科と数学の関連付けを考察する。そのため、その前提として教科の区分を認識しておく必要がある。

知識の成長を概括的に捉え科学と数学に適用可能であると考えたことと、クーンの革命主義とは異なり、「科学史から切り離された抽象的な対象としての科学理論を分析」(真野, 2010, p.40)しており、より明確に両学問を区別できると考えたからである。

次に、学問的側面における科学と数学の特徴を基に、理科と数学の特徴を明らかにする。これまでの理科と数学の関連付けに焦点を当てた研究から、「関数」領域が核となることが知られている(Vollrath, 1986; 小倉, 1996; 月岡他, 2003a, 2003b)ため、関数の内容と関数的考え方に着目し考察を行う。関数の内容として理科と数学の基礎概念を抽出した角屋他(2006)の研究と、理科と数学の学習内容の比較を行った月岡他(2003a, 2003b)の研究を主に参考とする。これらの研究は我が国の学習指導要領を考察したものであり、ザンビアのそれとは異なる可能性が考えられる。しかしながら、本研究においては基礎概念を抽出する事ではなく、その特徴を浮き彫りにすることに力点を置いているため、これらの研究結果を用いることが妥当であると判断した。また関数的考え方として、中島(1981)や片桐(2004)に代表される「関数の考え方⁹」と1960年代にAAAS(米国科学振興協会)が開発した「科学のプロセススキル¹⁰」の比較から、その特徴を浮き彫りにする。

その後、関連付けの捉え方と関連付ける事柄に着目し、理科と数学を関連付ける4つの方法を同定する。その際、関連付けの捉え方として認知科学における類似性判断の研究に着目し同定する。そこでは、対象間を主題的に関連付ける統合プロセス(Wisniewski & Bassok, 2001)と、対象間の比較に基づく構造整列(大西・岩男, 2001)から考察を進める。また関連付ける事柄として学習内容と考え方に着目する。学習内容とは、学習指導要領や米国のスタンダードに「内容」として記載されている事柄であり、考え方とは「科学的探究」や「数学的問題解決」などで用いられる考え方である。次に、この4つの方法から先行研究における理科と数学を関連付ける枠組みを概括し、その対応関係を示す。その後、各方法について両教科を関連付ける目的を、先行研究で述べられている2つの視点、認識内容と認識方法¹¹から浮き彫りにする。最後に、各関連付けにおける目的を包括的に考察し、その体系化を行う。

⁹ 「関数の考え方」は20世紀初頭の数学教育の近代化運動においてその重要性が指摘された。特にドイツの数学者クラインは関数思想を中核にして数学の各分野を融合し、その思想の育成を図ることを提案している(菊池, 1978; 小山, 2000)。我が国においては大正の終わりから昭和の初めにおいて提唱されるようになり、小倉(1924)は、数学教育の核心は関数観念の養成にあり、関数観念を徹底させてこそ、数学の教育は価値あるものになると主張している。

¹⁰ 理科における思考の研究は1960年代後半に吉本(1967)や赤松(1969)らによって行われており、直観、抽象、比較・分析、予想・推定、数量化、帰納、演繹、一般化が知られている。しかしながら、降旗(1975)が指摘するように思考に直接アプローチすることは困難であり、現在では思考を顕在化した知的技能として「科学のプロセススキル」を通じて考察されることが多い。

¹¹ 現代アメリカにおける教育目標では、教科内容(認識内容)と知的・社会的能力(認識方法)の両側面が個別に記述されている(石井, 2011)。そのため、これまでの理科と数学を関連付ける目的もその両側面から議論されてきた。そこで本研究においてもその両側面からの考察を行う。ただし、両者は完全に独立している訳ではなく相互に関連し合っていることに留意する必要がある。

目的2では、まずこれまでの概念地図法を用いた研究と文脈依存性の研究を整理し、各調査法で測定できる事柄を明らかにする。次に、ザンビアの生徒が両教科の関連付けの調査を実施する上で必要な基礎的学力を有しているかどうか達成度の調査を通して明らかにする。その際、一次関数の習得につながる単元に焦点を当てる。次に、概念地図法を用いて概念のつながりを調査し、そこで測定できる事柄を実証的に明らかにする。その後、文脈依存性の調査を実施し、そこで測定できる事柄を実証的に明らかにする。最後に、達成度と概念のつながりと文脈依存性の3者の関係について考察し、理科と数学を関連付ける目的を実証的に明らかにする。

目的3では、理論的研究及び実証的研究で得られた結果から、理科と数学を関連付ける目的・実施方法・その評価法について包括的に考察する。ここでは、理論的考察と実証的考察から得た理科と数学を関連付ける目的を包括的に考察する。さらに、そこで明らかとなった目的と、各関連付ける方法、その評価法との対応を明らかにする。その後、総合的考察を通して、理科と数学を関連付ける理論的枠組みを構築する。

目的4では、カリキュラム開発において考慮すべき3つの側面(cf. Tyler, 1949; ハウソン・カイテル・キルパトリック, 1987; 中野, 2001; 安彦, 2006)として、社会的側面・学問的側面・子どもの側面から考察を行う。社会的側面とは社会が教育に求める内容によるもので、前節第1項においてザンビアにおける理数科教育の動向として既に考察済みである。学問的側面とは、理科と数学を関連付けた際の体系化された知識のまとまりに基づくものであり、既に目的3において考察した。また、子どもの側面とは生徒の実態に基づくものである。目的2でザンビアの生徒に対して実施する、達成度と概念のつながりと文脈依存性の調査結果の考察を行い子どもの実態から、カリキュラム開発上の示唆を得る。これら社会的側面・学問的側面・子どもの側面の結果を統合的に考察し、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理の導出を試みる。

ここで、本研究で用いる主要な用語についての定義をしておく。理科と数学の関連付けに関する先行研究では、“integration”すなわち「統合」という用語が最も頻繁に用いられている¹²。しかし“integration”という用語を用いた研究において、必ずしも日本語の「統合」が意味する理科と数学の教科の枠組みを撤廃し新たな教科を創設するという立場では無いことが多い。そこでは、教科の枠組みを残す場合と残さない場合の総称として使われている。しかし、先行研究において包括的な関係を表す際に用いられている“integration”を「統合」とすると教科の枠組みを撤廃するという誤解を生みかねない。本研究では理科と数学の統合は意図していないため「関連付け」という用語を用いる。

¹² 先行研究において、coconnection, co-operation, coordination, correlated, cross-disciplinary, fused, interactions, interdependent, interdisciplinary, interrelated, linked, multidisciplinary, transdisciplinary, unified といった様々な用語が用いられていることが指摘されている(Berlin, 1991)。しかしながら、その明確な定義は依然行われていない。

次に Science という用語を科学とするか理科とするかについてであるが、世界教育事典(大橋, 1980)によると、我が国においては、初等・中等段階における自然科学教育を理科教育といい、就学前教育、高等教育、社会教育等における自然科学教育やこれら全部を総称して科学教育と言われている。本研究では中等教育段階における自然科学教育を取り扱うため、Science を理科と捉える。またザンビアにおいては Science として物理と化学が、Biology として生物が指導されている。ここでの Science を理科とする。一方、Mathematics は数学とした。また学問的側面と教育的側面とを区別するため、学問的側面では科学と数学とし、教育的側面では理科と数学とした。

次に本研究の制約について述べる。理科と数学の関連付けの先行研究では、本研究では取り扱わない教員を対象としたものが多くみられる。本研究では教員養成の前提条件として、理科と数学の関連付けの意味の明確化が必要であると考え、教員養成は研究の対象としない。また、先行研究においては理科と数学を関連付けた際の情意的側面の考察が行われている。本研究では教科間の関連付けに焦点を当てているため、認知的側面を詳細に考察することに重点を置いた。その際、理科と数学を関連付ける際の典型的な題材として関数領域¹³に焦点をあてる。そのため、そこでの成果の一部は関数領域に限らず、他の領域への適用可能性も含んでいる。さらに本研究は、社会的側面・学問的側面・子どもの側面からカリキュラム開発の必要性及びその可能性を考察するため、その履修原理や編成原理については言及しない。

1.3. 本研究の構成

本研究ではまず、ザンビアにおける理数科教育に求められる内容を明らかにし、その解決の一方策である理科と数学の関連付け研究の課題を明らかにする。そして、本研究の目的とその意義、研究方法を述べる(第1章)。

次いで、理科と数学を関連付ける目的を理論的に考察する。ここでは、その前提としてまず理科と数学の特徴を明らかにする。その後、主題的関連付けと構造的・一貫性による関連付け、学習内容と考え方に着目し、理科と数学を関連付ける4つの方法を定める。さらに各関連付けにおいて、理科と数学を関連付ける目的を理論的に考察する(第2章)。

次に理科と数学の関連付けの評価法として、概念のつながりと文脈依存性の調査法を整理すると共に、各調査法によって評価できる関連付けの方法を考察する(第3章)。

実証的考察として、ザンビアの生徒に対して、達成度と概念のつながりと文脈依存性の調査を実施する。概念のつながりと文脈依存性の調査では、調査を通しその意味を明らかにする。また、これらの調査はザンビアの生徒の実態把握という側面を持ち合わせており、結果の考察を通しカリキュラム開発上の示唆を得る。さらに、達成度と概念のつながりと

¹³ 関数の内容的側面だけでなく、方法的側面も含む

文脈依存性の3者の関係を考察し、理科と数学を関連付ける目的を実証的に明らかにする(第4章).

その上で、理科と数学を関連付ける目的・実施方法・その評価法を包括的に捉え、その理論的枠組みを構築する。さらに、ザンビアの社会状況、同定した理科と数学を関連付ける理論的枠組み、実態調査の結果の3側面から、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理の導出を行う(第5章).

そして、最後に本研究を総括するとともに、今後の課題を述べることとする(第6章).
本論文の全体構成は以下のとおりである(図1.2).

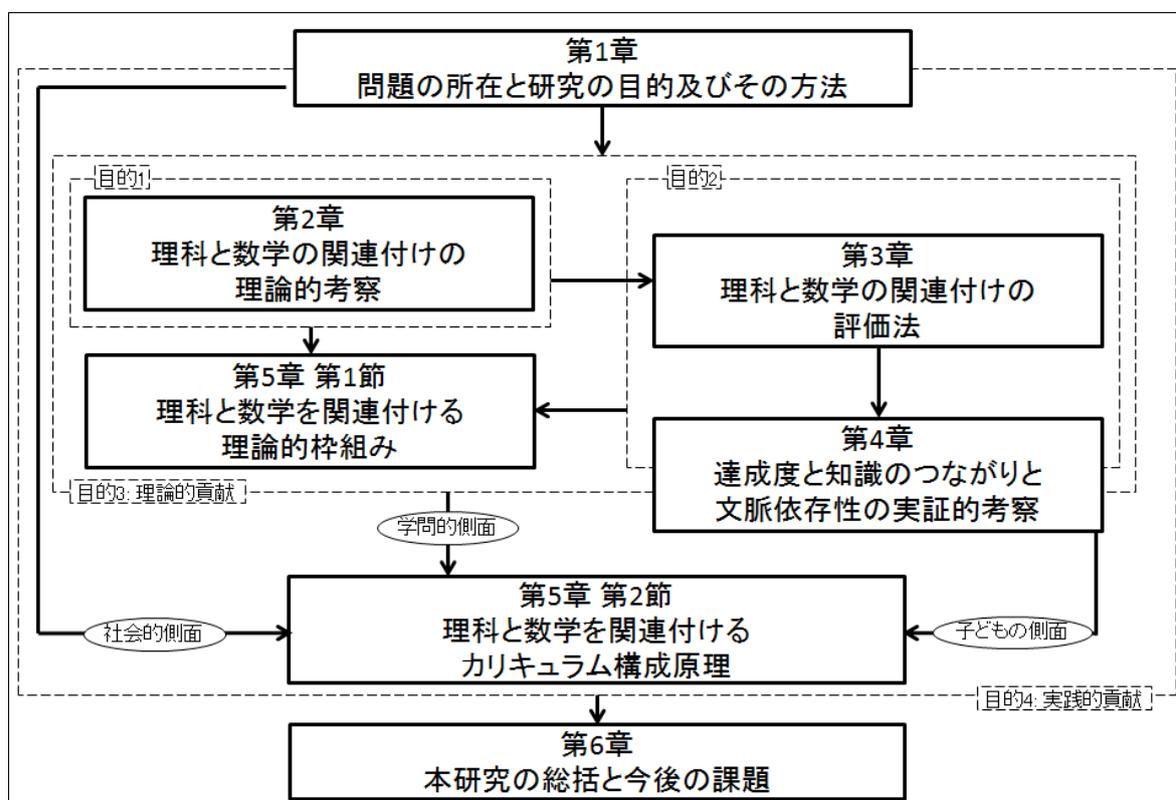


図 1.2 本論文の構成

第2章 理科と数学の関連付けの理論的考察

第1章の考察によって、理科と数学の関連付けを整理するとともに、各関連付けにおけるその目的を理論的に明らかにする必要性が浮かび上がった。そのためには、前提としてまず理科と数学の特徴を把握する必要がある。そこで第1節では、理科と数学の特徴を考察する。ここではまず、各教科の背後にある学問的側面から科学と数学の特徴を明らかにする。その後、学問的側面における両教科の特徴を基に、理科と数学の特徴を浮き彫りにする。その際、関数領域が核となることが知られているため、両教科における関数の内容と関数的考え方からその特徴を考察する。第2節では、理科と数学の関連付けを、関連付ける事柄とその捉え方から分類し、各関連付けにおける目的を明らかにする。関連付ける事柄については、学習内容と考え方から整理し、その捉え方については認知科学における類似性判断の研究に着目し同定する。その際第1節における考察も参考とする。その後各関連付けにおける目的を包括的に考察し、その体系化を行う。

2.1. 理科と数学の特徴

本節では、理科と数学の関連付けを考察する際の前提となる、理科と数学の特徴について考察する。まず、各教科の背後にある学問的側面から科学と数学の特徴を明らかにする。ここでは、学校教育における各教科は学問が求める文化的な基礎知識の体系化されたままとまりとして編成されている(安彦, 2006)という立場に立脚し、学問的側面から科学と数学の特徴を浮き彫りにする。その際、カルナップ(1977)の科学と数学の区別に従い、経験科学としての科学と形式科学としての数学として考察を進める。科学と数学の特徴は、科学哲学者ポパー(1974, 1980)の3世界理論と客観的知識の成長過程との統合的解釈を手掛かりに、ピアジェ(1981)の物理的知識と論理数学的知識の区別及び、ポパー(1980)の科学的知識の発展とラカトシュ(1980)の数学的発見の論理から明確化する。カルナップの論理実証主義はポパーの反証主義によって批判されているが、ここでは科学と数学の区別に主眼を置いているため、両者の考えを用いることが可能であると捉えた。また、ここでポパー(1974)に着目する理由は、客観的知識の成長を概括的に捉え科学と数学に適用可能であると考えたことと、クーンの革命主義とは異なり、「科学史から切り離された抽象的な対象としての科学理論を分析」(真野, 2010, p.40)しており、両学問を特徴付けることができると考えたからである。

次に、学問的側面における科学と数学の特徴を基に、関数領域における理科と数学の特徴を浮き彫りにする。その際、関数の内容と関数的考え方¹⁴からその特徴を考察する。関

¹⁴ 両教科における関数的考え方を議論する際、理科では関数的な考え方、数学では関数の考えとした。

数の内容として、理科と数学の基礎概念を抽出した角屋他(2006)の研究と、理科と数学の内容の比較を行った月岡他(2003a, 2003b)の研究を主に参考とする。これらの研究は我が国の学習指導要領を考察したものであり、ザンビアのそれとは異なる可能性が考えられる。しかしながら、本研究においては基礎概念を抽出する事ではなく、その特徴を浮き彫りにすることに力点を置いているため、これらの研究結果を用いることが妥当であると判断した。関数的考え方として、まず日本数学教育学会誌及び全国数学教育学会誌の過去40年の研究から、佐藤(2008)による質的データ分析法を用い、数学における関数の考えを同定する。次に、理科における関数的な考え方の同定を試みる。理科においては、関数的な考え方をを用いる場面があるものの、関数的な考え方という用語が用いられることは非常に稀である。そこで、数学において同定した関数の考えを基に、その同定を試みる。理科における思考の研究は1960年代後半に吉本(1967)や赤松(1969)らによって行われているが、思考に直接アプローチすることが困難であるとされ(降旗, 1975)、現在では思考を顕在化した知的技能¹⁵として1960年代にAAAS(米国科学振興協会)が開発した「科学のプロセススキル」が用いられることが多い。そこで、「科学のプロセススキル」を中心に、理科における関数的な考え方を同定する。そして、理科と数学の関数的考え方の相違点を検討する。

2.1.1. 学問的側面における科学と数学の特徴

ポパー(1974, 1978)はわれわれの世界を3つに区別し、世界1を物理的対象または物理的状态の世界、世界2を思考過程のような主観的経験の世界、世界3を人間精神の産物である客観的知識の世界とした。世界1と世界2は相互作用でき、また世界2と世界3も相互作用できるが、世界1と世界3は直接的に相互作用できない。ただし、世界1に直接働きかけることができるのは世界2だが、世界3は世界2に影響を及ぼす力をもっており、間接的に世界1に働きかけることができる(ポパー, 1978)。

この理論についてポパー(1974, 1978)は世界3の自律性を強調している。ここでは、客観的知識(世界3)が予期しなかった問題を生み出し、われわれを新しい創造(世界2)へと刺激する。そしてその過程を以下の図式によって叙述した。ここで P_1 は問題、TT はこの問題に対するある種の暫定的解決を、EE はこの理論に対して誤りを排除する過程を、 P_2 はそこから生じる新しい問題を示す。

$$P_1 \rightarrow TT \rightarrow EE \rightarrow P_2$$

さらに、この図式について次のように説明している。

「われわれはある問題 P_1 から出発し、暫定的解決または暫定的理論 TT に進む。
これは(部分的にか全体的にか)誤ったものでありうる。いかなる場合にも、それ

¹⁵ 思考作用に依存しない運動的なスキルと区別するために、知的技能(intellectual skill)と呼ばれることが多い(小倉, 2011)

は批判的議論または実験的テストから成る誤りの排除 EE のふるいにかけてられるであろう。いずれにせよ、新しい問題 P_2 がわれわれ自身の創造的活動から生まれる。そしてこれらの新しい問題は一般的にわれわれによって意図的に生み出されるのではなく、どんなにしても生み出すことを避けられない新しい関係分野から、われわれがほんとうするつもりがなくても自動的に発生する。》(ポパー, 1974, P.138)

ここで3世界理論と客観的知識の成長過程を統合的に考察することで、*科学と数学の区別を試みる*。客観的知識の成長過程は、一般的に次のように示すことができる。

$$P_i \rightarrow TT_i \rightarrow EE_i \rightarrow P_{i+1}$$

この図式において、 $P_i \rightarrow TT_i$ の過程は、問題から暫定的理論を生み出す思考過程であると考えられ、世界2に属する。また、 TT_i そのものは理論であり世界3に属する。 $TT_i \rightarrow EE_i \rightarrow P_{i+1}$ の過程は、暫定的理論から誤りを排除し新たな問題が生まれる過程であるので、 EE_i も含め世界2に属する。

ここで*科学と数学*では P_i が属する世界と EE_i の対象とする世界、さらに EE_i から生ずる P_{i+1} が属する世界が異なってくると考えられる。ピアジェ(1981)は物理的知識と論理数学的知識の区別を行っている。カミイ(1987)の言葉を借りるなら、物理的知識とは外的に実在している諸対象についての知識であり、数学的知識とは各個人が構成する関係からなる知識である。つまり、*科学*が主として扱う問題 P_i は対象そのものであり世界1に属する。他方*数学*が主として扱う問題 P_i は人間精神の産物であり世界3に属すると考える。また、経験科学が総合的言明¹⁶から成り立っていること(カルナップ, 1977)、また科学的知識の発展が「推測と反駁(ポパー, 1980)」と言われるように、*科学*において理論は観察や事実によって反駁される(ポパー, 1980)。つまり、*科学*では根拠の拠り所を世界1に求める。そこでは、 P_i は世界1に属しており、 EE_i は世界1に基づき実施される。必然的に世界1を基準として EE_i から生ずる P_{i+1} は世界1に属する。勿論、*科学*において理論的なことが問題となることはあるが、その傾向性としてこのようにいえる。他方、形式科学が分析的言明¹⁷から成り立っていること(カルナップ, 1977)、また数学的発見の論理が「証明と論駁(ラカトシュ, 1980)」と言われるように、*数学*において理論は論証によって論駁される。つまり、*数学*では根拠の拠り所を世界3に求める。そこでは、 P_i は世界3に属しており(初期の場合は世界1に属することもある)、 EE_i は世界3に基づき実施される。必然的に世界3を基準として EE_i から生ずる P_{i+1} は世界3に属する。両教科における客観的知識の成長過程の違いを図2.1に示した。この図において思考が属する世界2は矢印で表記してある。

¹⁶ 経験的事実によってはじめて真偽が決定できるような命題(大淵, 1995)

¹⁷ 経験にうたがわずして真なることの立証できる命題(大淵, 1995)

科学では物理的対象の世界での問題(世界 1)を考察し(世界 2), それに対応する暫定的理論(世界 3)を生み出し, 物理的対象に基づき理論を修正し(世界 2), 物理的対象の世界に新たな問題(世界 1)が生み出される. つまり, 思考(世界 2)を介した世界 1 と世界 3 の相互作用によって, より洗練された暫定的理論(世界 3)と問題(世界 1)が生み出されていく.

他方数学においては, 主に客観的知識の世界での問題(世界 3)を考察し(世界 2), それに対応する暫定的理論(世界 3)を生み出し, 客観的知識に基づき理論を修正し(世界 2), 客観的知識の世界に新たな問題(世界 3)が生み出される. つまり, 思考(世界 2)を介した世界 3 内での相互作用によって, より洗練された暫定的理論(世界 3)と問題(世界 3)が生み出されていく.

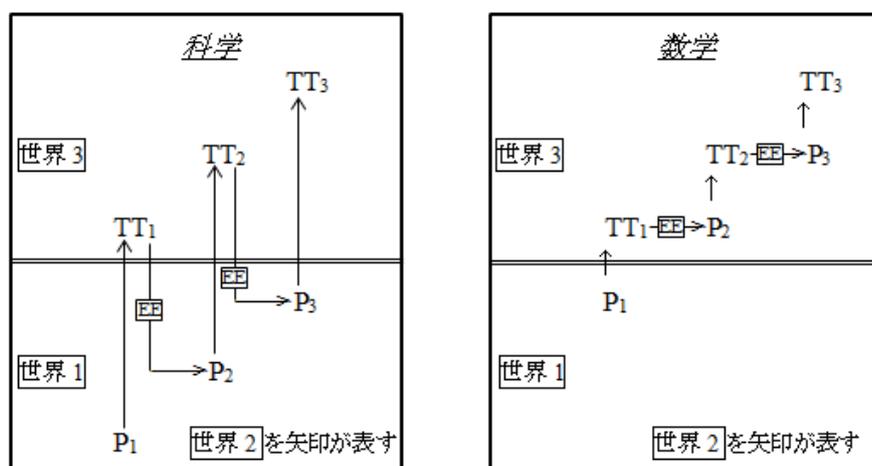


図 2.1 科学と数学の知識の成長過程と 3 世界理論 (筆者作成)

したがって, 科学と数学では EE_i での理論を修正する過程のあり方と問題 P_{i+1} が生み出される世界が異なっている. そのため, 科学と数学では思考が対象とする世界が異なってくる.

2.1.2. 理科と数学における関数の内容と関数的考え方

(1) 理科と数学における関数の内容

角屋他(2006)は平成元年の小学校学習指導要領算数と中学校学習指導要領数学に記載されている学習内容から, 算数・数学科の基礎概念の抽出を試みた. その結果関数領域において表 2.1 に示す基礎概念を同定した.

さらに, 角屋他(2006)は昭和 26 年から平成 10 年までの学習指導要領においてその基礎概念が扱われている学年を明らかにし, 基礎概念が扱われている学年の一覧表を作成した. 関数領域における基礎概念では, 簡単な式で表されている関係が小 3 から小 6, 伴って変わる二つの数量が小 4 から中 1, 異種の二つの量の割合が小 5, 一次関数が中 2, 2 乗に比例する関数が中 3 において指導されることを示した.

表 2.1 関数領域における数学の基礎概念

簡単な式で表されている関係	公式/ 数量を□などを用いて表すこと/四則の混合した式/()を用いた式/数量の関係の見方や調べ方/a, x などの文字を用いた式
伴って変わる二つの数量	折れ線のグラフ/比の意味/比例の意味/反比例の意味/変化と対応/座標/表, グラフ, 式で表すこと/比例, 反比例のグラフ
異種の二つの量の割合	単位量あたりの考え/速さ/百分率
一次関数	一次関数/変化の割合/二元一次方程式との関係
2 乗に比例する関数	いろいろな事象と関係/関数 $y = x^2$ ・変化の割合

(角屋他, 2006 を参考に筆者作成)

一方, 理科においては関数概念を内包する自然現象の理解が目指されている. そのため, 数学において同定した算数・数学の基礎概念を中心に, それに対応する理科の基礎概念の同定を試みるのが妥当である. 理科の基礎概念として, 角屋他(2006)は平成元年の小学校学習指導要領理科及び中学校学習指導要領より合計 161 個の基礎概念を同定した.

また, 算数と理科の学習内容の関連性を調べるために, 月岡他(2003a)は, 平成 10 年に告示された小学校学習指導要領をもとに, 算数科の学習内容を基準とし, その学習内容に関連する理科の学習内容の同定と, 理科の学習内容を基準として, その学習内容に関連する数学の学習内容を同定した. また同様にして月岡他(2003b)は中学校における理科と数学の関連について分析を行った. ここでは, 各学年に対応する学習内容が定められているため, 重複する学習内容が多々見られる. そこで, 角屋他(2006)が定めた基礎概念に着目し, 月岡他(2003a, 2003b)の研究を参考に, 関数領域における基礎概念に対応する, 理科の基礎概念の抽出を試みた. 結果を表 2.2 に示す.

表 2.2 関数領域における理科と数学の基礎概念の対応

数学	理科
簡単な式で表されている関係	—
伴って変わる二つの数量	物の運動/てこ/光と音/力/圧力 電流と電圧/電流の働きと電子の流れ/化学変化/火山と地震
異種の二つの量の割合	物の溶け方/物質の状態変化/物体の運動/仕事とエネルギー
一次関数	化学変化/物体の運動
2 乗に比例する関数	物体の運動/仕事とエネルギー

(月岡他, 2003a, 2003b 及び角屋他, 2006 を参考に筆者作成)

「簡単な式で表されている関係」が主に指導される小学校中学年において, 理科では定性的な関係を扱うことが多いため, 別途定性的な関係を扱う基礎概念を表 2.3 にまとめた.

表 2.3 定性的な関係を扱う理科の基礎概念

定性的な関係のみを扱う基礎概念	空気・水の性質/植物の発芽・成長・結実
量と性質の関係を扱う基礎概念	電気や力の働き/金属・水・空気と温度/天気と気温の変化/ 流水の働き/電流の働き

(月岡他, 2003a, 2003b 及び角屋他, 2006 を参考に筆者作成)

ここでは, 「閉じ込めた空気を圧すと, かさは小さくなるが, 押し返す力は大きくなる」

といった、定性的な関係を扱うものと、「乾電池の数を変えると豆電球の明るさが変わる」といった、量と性質の関係を扱う基礎概念があることが浮かび上がった。

表 2.2 から、数学の各基礎概念に対して、複数の理科の基礎概念が対応していることが分かる。前項 2.1.1. で考察したように、科学と数学では主として扱う問題が異なっており、科学が主として扱う問題 P_i は対象そのものであり世界 1 に属する。他方数学が主として扱う問題 P_i は人間精神の産物であり世界 3 に属する。したがって、各学問を背景とした各教科においても対象とする世界が異なっており、理科では関数領域を通じた自然現象(世界 1)を対象とし、数学では関数領域そのもの(世界 3)が学習の対象となっている。それゆえ、数学が扱う学習内容がより抽象的となり、それに対応する理科の学習内容が複数となっている。したがって、両教科は関数領域という共通する学習内容を有しているが、その対象が異なっており、それゆえ対応する学習内容の数も異なっている。

(2) 理科と数学における関数的考え方

主に日本数学教育学会誌(1970 年－2013 年)及び全国数学教育学会誌(数学教育学研究紀要を含む：1972 年－2013 年)の研究論文から、数学における関数の考えの同定を試みた。論文の検索方法として、日本数学教育学会の研究論文に関しては、国立情報研究所による論文情報ナビゲータ CiNii を用いたキーワード検索を行った。また、全国数学教育学会誌の研究論文に関しては、学会誌に掲載された論文をデータベース化し、それをもとに題目を対象としたキーワード検索を行った。関数の考えに関連するキーワードとして「関数の考え」、「関数的な考え方」、「関数的考え方」、「関数的な見方・考え方」、「関数的見方・考え方」、「関数領域」、「関数概念」、「関数的概念」を用いて、題目を対象として検索した。その結果、日本数学教育学会誌では 42 論文、全国数学教育学会誌では 6 論文を選定することができた。そのリストは巻末資料 1 に示した。さらに、48 論文の内容を確認した結果、関数の考えを明記しているものとして、合計 26 論文を選定することができた。

次にそれぞれの著者が関数の考えをどのように捉えているか調査した。調査手法として、佐藤(2008)による質的データ分析法を参考に、まず関数の考えに該当する文章セグメントを抽出し、関数の考えごとに分類した。次に、縦軸に各論文を横軸に各関数の考えを取り、共通する関数の考えが同じ列に位置するように配置した。その際、適宜元の論文に戻り抽出した関数の考えの意味を確認した。また論文によっては関数の考えそのものに着目したのではなく、例えば円周率を導出する活動での関数の考え(木谷, 2001)のように、その一部に焦点を当てたものが見受けられた。これらの論文の多くは、文部省(1978, 1989)や文部科学省(2008a)、片桐(1988)を参考としていたので、これらの文献についても同様の手順で考察を行った。その後、共通する関数の考えにコードを割り当て、論文—コードマトリクスを作成した(巻末資料 2)。その結果、関数の考えとして次の 4 つ、変化と対応、表現(表・式・グラフ)、規則性、活用が浮かび上がった。以下それぞれの関数の考えについて述べる。

まず変化と対応について、論文によって用いられている用語は異なるが、一般的な捉え方は、「二つの事柄について変化と対応に着目する」ことである。例えば、多くの論文が文部省(1978, 1989)の小学校指導書算数編の捉え方を参考に、「依存関係に着目する」という用語を用いている。文部科学省(2008a, p.50)では、関数の考えの第一歩として、「ある場面での数量や図形についての事柄が、ほかのどんな事柄と関係するかに着目することである。例えば、ある数量が変化すれば、ほかの数量が変化するかどうか。ある数量が決まれば、ほかの数量が決まるかどうか。」と述べられている。ここでは、「ある場面での数量や図形についての事柄が、ほかのどんな事柄と関係するか」が「二つの事柄について」と、「ある数量が変化すれば、ほかの数量が変化するかどうか」が「変化」と、「ある数量が決まれば、ほかの数量が決まるかどうか」が「対応」と同義であると捉えた。また、一部の論文は文部省(1969)を参考に、集合・対応・変数としているが、同様の比較から同義であると捉えた。他方、変化と対応の順序に着目すると、変化から対応を捉えるものと、対応から変化を捉えるものが見受けられた。

次に表現について、多くの論文において、関係を表・式・グラフに表そうとする考えが認識されている。ここでは、関係を表・式・グラフに表現すること、またそれぞれの表現間の変換を行うことで、関数の特徴を調べる能力の育成が目指されている。例えば、三山(2009)は、表・式・グラフを相互に関連付けて関数の特徴を能率的に調べたり、相互に関連付けながらグラフの特徴や変化の割合など関数の理解を深めたりしていくことをねらっていると述べている。

次に規則性について、関数はその本性として関係を探る(阿部, 2012)とされているように、全ての論文において数量との間に成り立つ関係を明らかにするということが明記されていた。また、関係を明らかにするための手段として、1970年代においては順序が強調されており、例えば伊藤(1972)は値の組を作るときに、順序良く整理する必要性を述べている。他方、近年では表・式・グラフから規則性を見つけることが強調されている。

最後に活用について、40年間を通して問題解決に活用することが認識されていることが浮かび上がった。その活用の方法について、1970年代から2000年頃までは発見した規則性を問題解決に活用することが強調されていたが、近年では関数の考えを用いて事象を捉えるなど、関数の考えを問題解決に活用することが強調されつつある。

理科においては、関数的な考え方をを用いる場面があるものの、関数的な考え方という用語が用いられることは非常に稀である。そこで、まずは共通(類似)する部分に焦点を当て、数学において同定した関数の考えを基に、それに対応する理科の関数的な考え方の同定を試みる。

理科における思考の研究は1960年代後半に吉本(1967)や赤松(1969)らによって行われており、直観、抽象、比較・分析、予想・推定、数量化、帰納、演繹、一般化が知られている。しかしながら、降旗(1975)が指摘するように思考に直接アプローチすることは困難で

あり、現在では思考を顕在化した知的技能を通じて考察されることが多い。思考を顕在化した知的技能として、1960年代にAAAS(米国科学振興協会)が開発した「科学のプロセススキル」の考え方は、昭和44年の学習指導要領に強い影響を与え、現在においても依然その影響を見ることができる(小倉, 2011)。

科学のプロセススキルでは、基礎的なスキルとして「観察する」「時間と空間の関係を用いる」「分類する」「数を用いる」「測定する」「伝達する」「予測する」「推測する」と、統合的なスキルとして「変数を制御する」「データを解釈する」「仮説を立てる」「操作的に定義する」「実験する」が定められている(AAAS, 1963)。さらに Rezba, Sprague, McDonnough & Matkins (1979)は統合的なスキルをより細かく分析し、「変数を確認する」「データを表にまとめる」「グラフを作成する」「変数の関係を説明する」「データを獲得し処理する」「実験を分析する」「仮説を立てる」「変数を操作的に定義する」「実験を計画する」「実験をする」に分類した。これらの統合的なスキルにおいて、「変数を確認する」「データを表にまとめる」「グラフを作成する」「変数の関係を説明する」は、関数の考えが顕在化したものであると捉えた。

変数を確認するについて、理科で取り扱う学習内容は、関連する事柄が複数あり、その中から依存関係にある変数を見つけることに重点が置かれることが多い。そのため、二つの事柄を選び、他の事柄を統制し、関係を探る必要がある。例えば、回路に流れる電流について考える場合、電圧や抵抗、導線の長さなどいくつかの要因を考えることができる。この中で、例えば電圧に着目した場合、抵抗や導線といった他の要因は統制し、電圧の値を変化させ、電流と電圧の関係を探ることになる。さらに、抵抗や導線といった別の変数にも着目し、どの変数間に依存関係があるか考察が行われる。

データを表にまとめる、グラフを作成するについて、理科では表現間の変換として、表→グラフが用いられることが多い。このような変換について清水(1973)は、理科においては測定が行われたとき、これら現象の相互関係を明らかにし、規則性を見つけるためにグラフ化するのが一般的であると述べている。

変数の説明をするについて、裕元(2007)が理科教科書における「ともなっかわる量」の分析から、対象となる量が曖昧である文章が見られると指摘しているように、理科においては必ずしも定量的理解が求められている訳ではなく、生徒の発達段階によっては定性的理解のみが求められることもある。また、変数の関係を説明する際に、一つの条件のみではなく、条件を変えて考察を行い、その比較を通して関係の一般化が図られる。先ほどの回路に流れる電流の場合、抵抗や導線といった他の要因を統制し、電流と電圧の関係が明らかになる。その後、例えば異なった抵抗を用いて、再び抵抗や導線といった要因は統制し、電圧の値を変化させ電流と電圧の関係を探る。それらの関係の比較から、任意の抵抗について電流と電圧は比例する、所謂オームの法則を導くことになる。

このように理科においては、関数的な考え方が顕在化した知的技能として「変数を確認

する」, 「データを表にまとめる」, 「グラフを作成する」, 「変数の関係を説明する」が同定された。またこれらの考え方は数学における関数の考えと図 2.2 のように対応している。

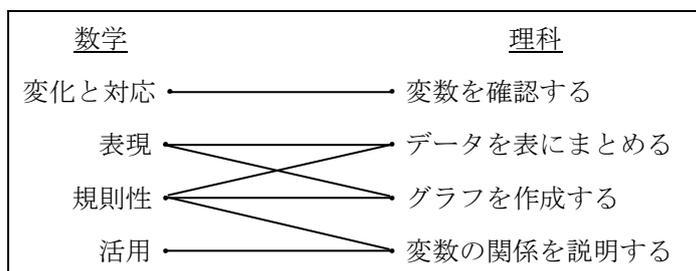


図 2.2 理科と数学における関数的考え方の対応 (筆者作成)

各対応する関数的考え方について、その目的も考慮した比較から、その相違点を浮き彫りにする。まず「変化と対応」と「変数を確認する」について、両教科の特徴を考察する。数学においては、二量を抽出することが重視されているものの、実際の指導の場面においては、三山(2009)が指摘するように依存関係が自明である数量関係が扱われることが多い。また、抽出した変数以外の依存関係が考察されることは稀である。他方、理科においては依存関係が未知であり複数の変数を有する事象の考察が行われる。そのため、依存関係にある二つの事柄を定めるために、各変数間の依存関係の検討が行われる。数学では関数の理解を深めるために依存関係が着目されるが、理科では現象そのものの理解のために変数の確認が行われる。そのため、数学と比べ理科の方がより詳細に変数間の考察が行われる。

次に、「表現」・「規則性」と「データを表にまとめる」・「グラフを作成する」・「変数の関係を説明する」について、両教科の特徴をみていく。数学では規則性を明らかにするための手段として、順序や表・式・グラフといった様々な表現が用いられる。さらにその表現間の変換を通して、2つの変数間の増減の仕方などその特徴の把握が行われる。他方理科においては、表からグラフを作成し、グラフから規則性を見つけることが強調されている。数学では関数の特徴を調べるために様々な表現が用いられるが、理科では現象の規則性をみつけるために表やグラフが用いられる。そのため、理科と比べ数学のほうが規則性をみつけるための考え方が多様である。

また、数学では考察の対象が二つの事柄であることが多く、その規則性について考察が行われる。他方理科においては、考察の対象としている二つの事柄以外の条件を変更し再び規則性を探り、その比較から一般法則を導くことが求められている。つまり、数学では一つの係数の場合において考察が行われるが、理科では係数を変えた場合についても考察が行われる。例えば、理科の力の大きさとばねののびとの関係を探る授業では、ばね A で実験を行った後に、ばねを変えてばね B においても同様の実験を行い、グラフを描くことが求められている。その結果、傾きの異なる二つのグラフが描かれる(図 2.3)。そこから、任意のばねにおいて、ばねの伸びはばねを引く力の大きさに比例することが導かれる。つ

まり、フックの法則が導出される。さらに、ばねの伸びる割合は、ばねによって異なることが確認される。それに対して数学では、ばねのような文脈からいち早く抜け出し、「 $a > 0$ の場合、 x が増えると y が増える」というような変化の意味を捨象した関係性のみが扱われる。

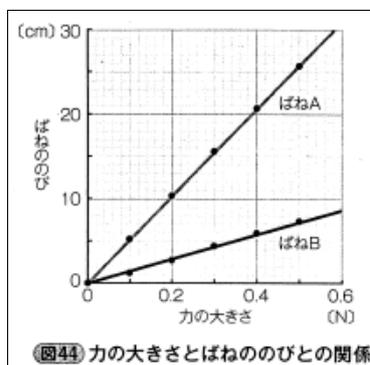


図 2.3 力の大きさとばねの伸びとの関係 (塚田・山極・森・大矢, 2012, P. 188)

最後に、「活用」と「変数の関係を説明する」について両教科の特徴をみていく。数学では規則性を問題解決に利用することが強調されており、近年では関数の考えそのものを活用することが重視されてきている。他方理科では、規則性の一般化から、その規則性を活用することが目指されている。つまり数学においては思考そのものの活用が意図されていると言える。

ここで前項 2.1.1.の学問的側面からの考察で明らかになった点を踏まえこれらをまとめると、理科では関数的な考え方をを用いる対象として物理的対象の世界(世界1)が重視されている。そのため、「変数を確認する」段階において多様な変数を扱ったり、「変数の関係を説明する」際にも規則性の比較から一般法則を導いたりすることが行われる。他方、数学では関数の考えを用いる対象として客観的知識の世界(世界3)が重視されている。そのため客観的知識の世界を考察するために「表現」・「規則性」において多様な表現やその変換が用いられたり、「活用」において考えそのものの活用が意図されていたりする。これは、学問的側面での考察で明らかとなった、科学では思考(世界2)を介した世界1と世界3の相互作用が、数学では思考(世界2)を介した世界3内での相互作用が行われることに起因すると言える。

2.1.3. 本節のまとめ

本節では、理科と数学を関連付ける目的を考察するための前提となる、両教科の特徴について、学問的側面と教育的側面から明らかにした。学問的側面からの考察では、科学哲学者ポパーの3世界理論(ポパー, 1974)に基づき科学と数学における方法的側面の相違点を浮き彫りにした。その結果、客観的知識の成長過程と3世界理論から、科学では思考(世界

2)を介した世界1と世界3の相互作用によって、より洗練された暫定的理論(世界3)と問題(世界1)が生み出され、他方数学においては、思考(世界2)を介した世界3内での相互作用によって、より洗練された暫定的理論(世界3)と問題(世界3)が生み出されていくことが明らかとなった。つまり、科学と数学では EE_i での理論を修正する過程のあり方と問題 P_{i+1} が生み出される世界が異なっている。そのため、科学と数学では思考が対象とする世界が異なってくる。

次に、理科と数学の基礎概念を抽出した角屋他(2006)の研究と、理科と数学の学習内容の比較を行った月岡他(2003a, 2003b)の研究を参考に、各教科における関数の内容の特徴を考察した。その結果、各教科においても対象とする世界が異なっており、理科では関数領域を通した自然現象(世界1)が、数学では関数領域そのもの(世界3)が学習の対象となっている。それゆえ、数学の学習内容がより抽象的となり、それに対応する理科の学習内容が複数となっている。その後、先行研究における関数の考えと科学のプロセススキルとの比較から、各教科における関数的考え方を考察した。その結果、理科では関数的な考え方をを用いる対象として物理的対象の世界(世界1)が重視されている。そのため、「変数を確認する」段階において多様な変数を扱ったり、「変数の関係を説明する」際にも規則性の比較から一般法則を導いたりすることが行われる。他方、数学では関数の考えを用いる対象として客観的知識の世界(世界3)が重視されている。そのため客観的知識の世界を考察するために「表現」・「規則性」において多様な表現やその変換が用いられたり、「活用」において考えそのものの活用が意図されていたりする。これは、学問的側面での考察で明らかとなった、科学では思考(世界2)を介した世界1と世界3の相互作用が、数学では思考(世界2)を介した世界3内での相互作用が行われることに起因すると言える。

2.2. 理科と数学を関連付ける方法とその目的

本節では、理科と数学の関連付けを、関連付ける事柄とその捉え方から分類し、各関連付けにおける目的を明らかにする。ここでは、理科と数学を関連付ける主体である生徒が何をどのように関連付けることができるのかに着目し、その目的の考察を行う。まず、関連付けの捉え方と関連付ける事柄に着目し、理科と数学を関連付ける4つの方法を同定する。関連付けの捉え方として、認知科学における類似性判断の研究に着目し同定する。その際、対象間を主題的に関連付ける統合プロセス(Wisniewski & Bassok, 2001)と、対象間の比較に基づく構造整列(大西・岩男, 2001)から考察を進める。また関連付ける事柄として、学習内容に着目する場合と考え方に着目する場合が考えられる(e.g., NCTM, 2000; Koirala & Bowman, 2003; Bossé et al., 2010)。学習内容とは、学習指導要領や米国のスタンダードに「内容」として記載されている事柄であり、考え方とは「科学的探究」や「数学的問題解決」などで用いられる考え方である。次に、この4つの方法から先行研究における理科と数学を関連付ける枠組みを概括し、その対応関係を示す。その後、各方法において両教科を関連付ける目的を、先行研究で述べられている2つの視点、認識内容と認識方法¹⁸から浮き彫りにする。その際、各方法の視点から理科と数学の関連付けに着目した先行研究を整理し、その具体例を踏まえ考察する。最後に、各関連付けにおける目的を総合的に考察し、理科と数学を関連付けるカリキュラムを開発する上での示唆を得る。

2.2.1. 理科と数学を関連付ける4つの方法

生徒が学習内容や考え方を関連付ける際、関連付けの捉え方として、主題的な関連付けと構造的・一貫性による関連付けが考えられる。主題的な関連付けとは、異なる役割を果たしている対象同士をある主題によって関連付けることである(Wisniewski & Bassok, 2001)。つまり、理科と数学の主題的な関連付けとは、異なった役割を有する理科と数学の学習内容や考え方をなんらかの主題によって関連付けることである。例えば、小寺(1999)の教材では、地球温暖化について考えるという主題によって、理科の学習内容である温室効果ガスとしての二酸化炭素と数学の学習内容である一次関数が関連付けられている。他方、構造的・一貫性とは、一方の表象内の属性や関係と対応するものが、もう一方の表象内の対応する部分にあるような対応である(大西・岩男, 2001)。つまり、理科と数学の構造的・一貫性による関連付けとは、理科と数学の学習内容や考え方の共通点と整列可能な差異から関連付けることである。例えば大西(2009)は、「物質・エネルギー」のてこの規則性と「数量関係」の反比例を扱った活動を提案している。ここでは、理科の学習内容である「てこの規

¹⁸ 現代アメリカにおける教育目標では、教科内容(認識内容)と知的・社会的能力(認識方法)の両側面が個別に記述されている(石井, 2011)。そのため、これまでの理科と数学を関連付ける目的もその両側面から議論されてきた。そこで本研究においてもその両側面からの考察を行う。ただし、両者は完全に独立している訳ではなく相互に関連し合っていることを留意する必要がある。

則性」と数学の学習内容である「反比例の関係」が関連付けられている。したがって、理科と数学の関連付けには4つの方法(①学習内容の主題的な関連付け, ②考え方の主題的関連付け, ③学習内容の構造的ー貫性, ④考え方の構造的ー貫)がある。

ここで、第2節第1項における科学と数学の知識の成長過程と3世界理論(図2.1)を基に考察すると、主題的関連付けでは、ある主題によって、世界1に基づいて暫定的理論(世界3)が成長する理科と、世界3に基づいて暫定的理論(世界3)が成長する数学を相補的に関連付けることとなる。この関係を図式化すると、理科と数学の主題的関連付けにおける3世界理論と客観的知識の成長過程は図2.4¹⁹のように示される。この図において、理科では誤りの排除の過程EEは世界1に基づいて実施され、必然的に世界1を基準としてEEから生ずる P_S は世界1に属する。他方、数学では誤りの排除の過程EEは世界3に基づいて実施され、必然的に世界3を基準としてEEから生ずる P_M は世界3に属する。ここでは相補的に、世界1に基づき暫定的理論を修正することと、世界3に基づき暫定的理論を修正することが可能となる。したがって、主題的関連付けにおいては理科と数学を総合的に扱うことがその特徴であるといえる。

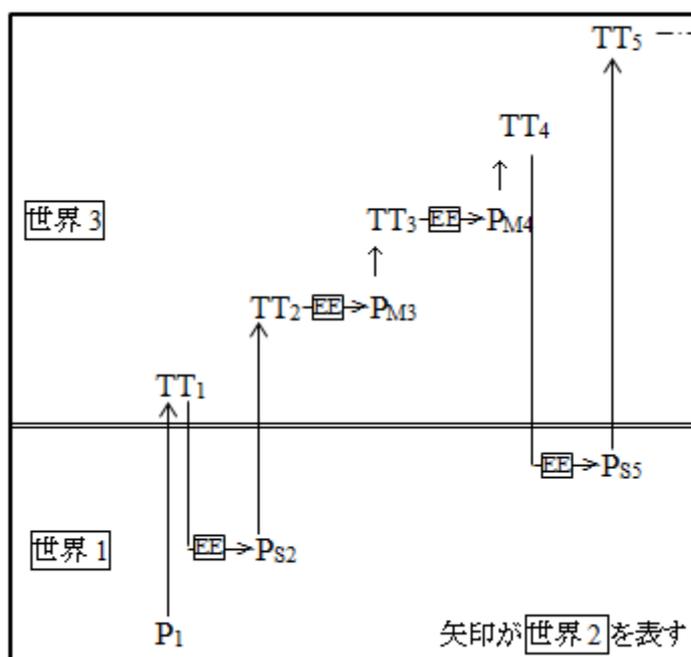


図2.4 理科と数学の主題的関連付けにおける知識の成長過程と3世界理論 (筆者作成)

他方構造的ー貫性では、理科と数学の共通点と、整列可能な差異として、世界1に基づいて暫定的理論(世界3)が成長する理科と、世界3に基づいて暫定的理論(世界3)が成長する数学を関連付けることとなる。この関係を図式化すると、理科と数学の構造的ー貫性に

¹⁹ この図において、世界1と世界3の相互作用と世界3内での相互作用の順序及びその頻度は任意である。

における3世界理論と客観的知識の成長過程は図2.5のように示される。この図においても理科では誤りの排除の過程EEは世界1に基づいて実施され、必然的に世界1を基準としてEEから生ずる P_S は世界1に属する。他方、数学では誤りの排除の過程EEは世界3に基づいて実施され、必然的に世界3を基準としてEEから生ずる P_M は世界3に属する。ここでは、共通する暫定的理論を、世界1に基づき修正することと、世界3に基づき修正することとが可能となる。したがって、構造的ー貫性においては共通点を抽象度の異なる文脈で扱うことがその特徴であるといえる。

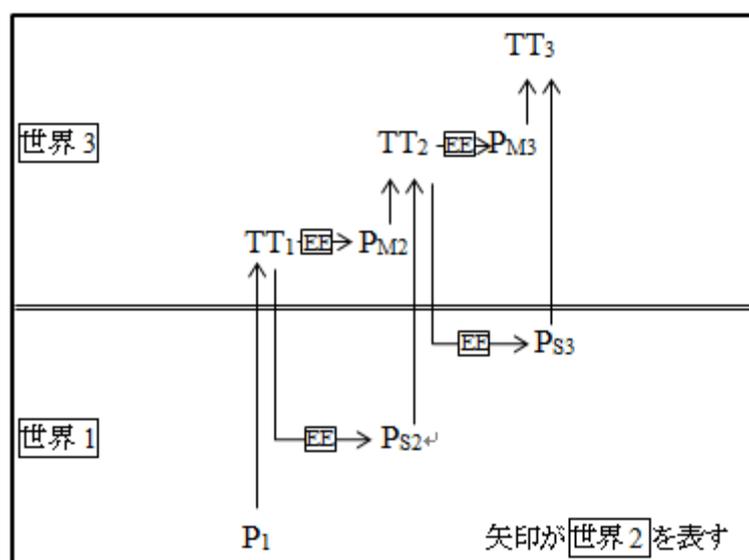


図 2.5 理科と数学の構造的ー貫性における知識の成長過程と3世界理論 (筆者作成)

この二つの捉え方について、関連付ける事柄として、学習内容に着目する場合と考え方に着目する場合が考えられる(e.g., NCTM, 2000; Koirala & Bowman, 2003; Bossé et al., 2010). ここでの学習内容とは、学習指導要領や米国のスタンダードに「内容」として記載されている事柄である。理科では「物理科学」や「生命」、数学では「数と式」や「関数」などである。考え方とは「科学的探究」や「数学的問題解決」などで用いられる考え方を指す。具体的には、「科学のプロセススキル(AAAS, 1963)」や「数学的な考え方(片桐, 1988)」などが知られている。

また構造的ー貫性から関連付ける場合には、理科と数学で共通する学習内容や考え方に焦点を当てる必要がある。理科と数学に共通する学習内容として、月岡他(2003b)は中学校における理科と数学の学習指導要領及び学習指導要領解説を中心とし、具体的な学習内容の取扱いについては教科書も参考とし分析を行った。分析を通し、理科と数学の学習指導要領において共通する内容項目を同定した。具体的には「比例の意味」と「オームの法則」や「空間図形」と「太陽系」などである。他方考え方について、Brown & Wall (1976)は理科と数学に共通する点として、並び替えや分類、測定、空間や時間関係の使用、データの

解釈, コミュニケーション, モデルの生成と解釈を挙げている. また Charlesworth & Lind (2009)は比較や分類における両教科の差異を指摘している.

以上をまとめると, 理科と数学の関連付けには4つの方法(①学習内容の主題的な関連付け, ②考え方の主題的関連付け, ③学習内容の構造的ー貫性, ④考え方の構造的ー貫性)がある.

次に, この4つの方法と先行研究における理科と数学を関連付ける枠組みとの対応関係について考察する. 第1章第1節第3項で述べたように, 両教科を関連付ける枠組みとしては, Davison et al. (1995)や Berlin & White (1995), Pang & Good (2000)の研究が知られている(表 2.4). これら理科と数学を関連付ける枠組みと, 4つの方法との対応関係を表 2.5 に示す.

表 2.4 先行研究における理科と数学を関連付ける枠組み

著者	関連付ける枠組み	概要
Davison et al. (1995)	領域固有統合	各教科内の異なった単元を関連付ける
	内容固有統合	各教科の目標が含まれるように活動を計画する
	過程統合	探究や問題解決で用いる過程によって関連付ける
	教授統合	学習者中心の授業によって両教科を関連付ける
	テーマ統合	あるテーマの学習の際に両教科を関連付ける
Berlin & White (1994 & 1995)	学習	どのように理科と数学の概念, 過程, 技能と態度が処理され構造化されるかに基づく
	知識獲得の方法	理科と数学を相補的に用いて知識を獲得する
	過程と思考技能	探究や問題解決の際に情報を集め処理する方法から関連付ける
	概念知識	理科と数学に重複する学習内容によって関連付けること
	態度と認識	理科と数学に抱く信念の類似性から関連付けること
Pang & Good (2000)	教授	理科と数学に共通する教授方法・方略から捉える
	パターンの発見	両教科は共にパターンを発見しようとする
	知識獲得の方法	理科と数学を相補的に用いて知識を獲得する
	過程	両教科は探究や問題解決のような類似した方法を共有する
	テーマ	現実世界の問題を解くために理科と数学を関連付ける
	定量的推論	理科と数学は定量的推論を必要とする

表 2.5 理科と数学を関連付ける4つの方法と先行研究における各枠組みとの対応

	学習内容の関連付け	考え方の関連付け	学習内容の関連付けと 考え方の関連付け
主題的関連付け		知識獲得の方法(Berlin & White, 1994 & 1995) 知識獲得の方法(Pang & Good, 2000)	テーマ統合(Davison et al., 1995) テーマ(Pang & Good, 2000)
構造的ー貫性	概念知識(Berlin & White, 1994 & 1995)	過程と思考技能(Berlin & White, 1994 & 1995) 過程(Pang & Good, 2000) 定量的推論(Pang & Good, 2000)	パターンの発見(Pang & Good, 2000)
主題的関連付けと構造的ー貫性	内容固有統合(Davison et al., 1995)	過程統合(Davison et al., 1995)	学習(Berlin & White, 1994 & 1995)

ここで、Davison et al. (1995)の領域固有統合は、教科内での関連付けを扱っており、理科と数学の関連付けを直接的には扱っていない。また、Davison et al. (1995)の教授統合とBerlin & White (1994, 1995)の教授は、理科と数学の教授方法に焦点が当たっている。さらに、Berlin & White (1994, 1995)の態度と認識は情意的側面に焦点が当たっている。これらは、生徒が何をどのように関連付けるのかに焦点を当てたものではないため、考察の対象から除外した。先行研究において議論されてきた、理科と数学を関連付ける枠組みのうち、生徒の認知的側面に焦点を当てたものは、この4つの方法と対応付けることができる。また、学習内容と考え方を区別していないものは右端に(例えば、テーマ統合やパターンの発見)、主題的関連付けと構造的ー貫性を区別していないものは下端に(例えば、内容固有統合や過程統合)、さらに学習内容と考え方、主題的関連付けと構造的ー貫性を区別していないものを右下に記述した。

表から、Berlin & White(1994, 1995)の枠組みでは、学習内容の主題的関連付けが扱われておらず、両教科の関連付けを適切に捉えることができていなかった。また、Davison et al. (1995)の枠組みでは、主題的関連付けと構造的ー貫性の区別、学習内容と考え方の区別が行われておらず、テーマ統合と内容固有統合において学習内容の主題的関連付けが実施される場合があった。そのため、テーマ統合や内容固有統合において何を関連付けるのか、またその目的との対応関係を示すことが困難であったと考えられる。したがって、従来の枠組みでは重複部分や欠損部分が見られるため、各関連付けにおける目的が不明瞭となり、Czerniak et al. (1999)やJudson(2013)が指摘するように実証的研究や実践が困難であったと考えられる。そこで、次節ではこの4つの方法から、理科と数学を関連付ける目的について考察する。

2.2.2. 各方法における両教科を関連付ける目的

(1) 学習内容の主題的関連付け

学習内容の主題的関連づけとは、異なった役割を有する理科と数学の学習内容をなんらかの主題によって関連付けることである。この関連付けに着目し先行研究を確認すると、ゴミ問題(Aiello-Hatchman & Duren, 1997)や地球温暖化における二酸化炭素濃度の変化(小寺, 1999)、日時計(守屋, 2012)がその具体例として挙げられる。ゴミ問題(Aiello-Hatchman & Duren, 1997)では、ゴミ問題について考えるという主題によって、理科の学習内容である山林生態と数学の学習内容である統計が関連付けられている。また、小寺(1999)の教材では、地球温暖化について考えるという主題によって、理科の学習内容である温室効果ガスとしての二酸化炭素と数学の学習内容である一次関数が関連付けられている。また日時計(守屋, 2012)では、日時計の理解という主題によって、理科の学習内容である太陽の動きと数学の学習内容である三角関数が関連付けられる。

ここでは、その具体例として日時計(守屋, 2012)に着目し、その目的の考察を進める。日

時計を用いた授業実践では通常、その原理の学習、日時計の制作、日時計の設置といった流れで進められる(e.g., 渡邊, 2001). 日時計にはいくつか種類があるが、ここでは比較的作成が簡単な赤道型日時計の場合について、その原理に含まれる理科と数学の学習内容について考察する。赤道型日時計とは、「地軸と平行な位置関係にあるノーモンに対する太陽の影を、赤道面と平行に設置している文字盤に投影するもの」(渡邊, 2001, p.110)である。地面と文字盤のなす角度を求める際に、「地球と宇宙」における地球の年周運動と公転を理解している必要がある。また、「基本的な平面図形と平行線の性質」における平行線や角の性質、「図形の相似」における平面図形の相似と三角形の相似条件を用い、地面と文字盤がなす角が $90^\circ - \text{緯度}$ であることを導く。また、日時計の文字盤を作る際には、地球の日周運動と自転と、影が 24 時間で 360° 移動することから、比を用いて 1 時間に移動する角度を求める必要がある。したがって、赤道型日時計の原理の理解には、理科の学習内容だけでも、数学の学習内容だけでも不十分であり、両教科での学習内容を総合的に扱う必要がある。

この関連付けの目的について、まず認識内容という観点から考察する。理解はつながりをつくること(Haylock, 1992)と言われているように、つながりをつくることにより理解が深まる。ここでは、理科の学習内容と主題との間、数学の学習内容と主題との間でつながりが構築される。日時計の例では、地球の日周運動と自転が文字盤の目盛の間隔と、平行線や角の性質や相似と地面と文字盤がなす角度とのつながりを構築する。つまり、理科と数学の学習内容間のつながりではなく、各教科の学習内容とそれらの教科が通常対象とはしない学習内容とのつながりが構築される。したがって、各教科と教科外とのつながりの構築という側面から貢献できる。

次に認識方法という観点から考察する。現実世界は教科によって分断されておらず、教科横断的な学習が必要であると言われている(Davison et al., 1995; Meier & Cobbs, 1998; Czerniak et al., 1999; Lee et al., 2013)。つまり、各教科で身に付けた学習内容を関連付け、対象に働きかける必要がある。日時計の例では、理科の「地球と宇宙」や数学の「図形の相似」を関連付け、日時計の原理の理解が試みられる。ここでは、各教科で学習した学習内容を総合的に用い、日時計という教科の枠組みでは捉えきれない対象の考察が試みられる。したがって、学習内容を総合的に用いて考察する能力の育成に寄与することができる。

(2) 考え方の主題的関連付け

考え方の主題的関連付けとは、異なった役割を有する理科と数学の考え方をなんらかの主題によって関連付けることである。この関連付けに着目し先行研究を確認すると、ボールを落とす高さ、そのボールが跳ね返る高さの関係を調べる学習(Wiebe & Larry, 1987)がその具体例として挙げられる。そこでは、ボールを落とす高さ、そのボールが跳ね返る高さの関係を調べるという主題によって、理科の考え方である変数を制御するや実験をすると、数学の考え方である帰納的な考え方や一般化の考え方が関連付けられる。ここでは、

この教材を具体例として、その目的を考察する。

この学習では、まずボールをある高さから落とし、その高さと跳ね返る高さを測定する。その後、高さを変えて同様の実験を行う。結果を表にまとめ、グラフを作成し、ボールを落とす高さと、そのボールが跳ね返る高さの関係を調べる。その関係を定式化する。この実験を行うにあたり、生徒はボールを落とす高さ以外の条件を統一して行う必要がある。これは「科学のプロセススキル(AAAS, 1963)」の一つである、変数を制御するに該当する。また、ボールを落とす高さと跳ね返る高さとの関係を表やグラフから求める際には、データ間に共通に見られるルールをみつけたり、他の高さでも成り立つかどうか検討したりする。そこでは、数学的な考え方(片桐, 1988)として、帰納的な考え方や類推的な考え方、一般化の考え方が用いられる。つまり、両教科での考え方が総合的に用いられ、ボールを落とす高さと、そのボールが跳ね返る高さの関係を調べることができる。

この関連付けについて、まず認識内容という観点から考察する。ここでは、考え方を総合的に用い、対象に働きかけることにより、各教科では扱いが難しかった対象に関する知識を構築することができる。上述の例では、科学のプロセススキルである変数の制御と数学的な考え方である一般化の考え方等を総合的に用いることで、ボールを落とす高さと、そのボールが跳ね返る高さの関係を見出すことができる。つまり異なった考え方の関連付けを通して、教科外で扱う対象の知識獲得が可能となる。

次に認識方法という観点から考察する。社会の問題は理科と数学の知識を用いて解くことが多い (Berlin & White, 1995; Frykholm & Glasson, 2005)とされており、その考え方についても同様のことが言える。つまり、各教科で習得した考え方を関連付け、問題解決に取り組む必要がある。上述の例では、変数を制御すると一般化の考え方等を総合的に用いることによって、ボールを落とす高さと、そのボールが跳ね返る高さの関係を導きだしている。つまり、考え方を総合的に用い考察する能力の育成に寄与することができる。

(3) 学習内容の構造的ー貫性

学習内容の構造的ー貫性による関連付けとは、理科と数学の内容項目の共通性と整列可能な差異から関連付けることである。我が国においては、この関連付けが多く取り扱われてきた(e.g., 堀米, 2000; 大西, 2009; 安藤・松尾・小原, 2013; 石井・橋本, 2013)。例えば大西(2009)では、「物質・エネルギー」のてこの規則性と「数量関係」の反比例を扱った活動を提案している。そこでは、理科の学習内容である「てこの規則性」と数学の学習内容である「反比例の関係」が関連付けられている。また、石井・橋本(2013)では、中学校理科における「物体からの光が鏡で反射して目に届くまでの経路を求める」と、中学校数学における「最短距離を作図して求める」ことの関連付けを提案している。

ここでは、月岡他(2003a, 2003b)が両教科に共通する学習内容として同定した、理科の学習内容である「物体に力を働かせる実験を行い、物体に力が働くとその物体が変形する」と、数学の学習内容である「 $y = ax$ 」を具体例として、その目的の考察を進める。ここで、

両学習内容の共通性とは「比例」の概念である。またそこでの整列可能な差異とは、理科では物体という文脈に依存しているのに対し、数学では文脈に依存せず記号を用いる点にある。すなわち、その抽象度が両学習内容での整列可能な差異である。

この関連付けについて、主題的関連付けと同様、まず認識内容という観点から考察する。理解はつながりをつくること(Haylock, 1982)とされているように、つながりをつくることにより理解が深まる。また、児童・生徒が数学的な構造を取り出し数学的知識としていくためには、抽象化されるべき数学的な構造を内包した具体の中での豊富な活動が重要である(池田, 2008)。すなわち、この関連付けを通し、具体的な概念による抽象的な概念が形成される。例えば、より具体的な概念として「比例」の概念を有する、重りとばねの伸びとの関係や、電流と電圧との関係から、より抽象的な概念である「比例」の概念の形成が期待できる。さらに、このような概念のつながりを通し、具体的な概念においてもその理解が深まると考えられる。したがって、具体的な理科の学習内容と抽象的な数学の学習内容とのつながりの構築という側面から貢献できる。

また認識方法について、これまでの転移に関する研究から、転移を促すためには、学習の際に複数の文脈を用いることが効果的であることが知られている(ブランスフォード・ブラウン・クッキング, 2002)。すなわち、比例の概念を有する、文脈に依存した理科の学習内容と文脈に依存しない数学の学習内容を関連付けることで、具体と抽象間における比例の概念の転移が促進される。さらに、数学の学習内容を介した、理科の異なる概念間の類似性に気づく可能性も考えられる。したがって、抽象度の違う文脈で学習内容を用いることによる転移が促進される。

(4) 考え方の構造的ー貫性

考え方の構造的ー貫性による関連付けとは、理科と数学の考え方の共通点と整列可能な差異から関連付けることである。この関連付けについては、主に両教科における考え方の共通点と整列可能な差異に迫る研究が行われている。例えば、高阪(2014)は理科と数学における関数的な考え方に着目し、その相違点として関数的な考えを用いる対象が異なると結論付けた。また、Charlesworth & Lind (2009)は「分類する」や「比較する」に着目し、その相違点として着目する観点が異なることを挙げている。

ここでは、上述の Charlesworth & Lind (2009)の「分類する」と「比較する」を例としてその目的を考察する。まず「分類する」について、Charlesworth & Lind(2009)は、理科では種類や大きさ、浮くか沈むかによって分類し、数学では色や形といった属性によって分類するとしている。また、「比較する」について、理科ではまず定性的に熱いか冷たいか、重いか軽いかによって比較し、数学では量によって比較するとしている。ここでの共通性は比較や分類する際に観点を持つことである。他方整列可能な差異とは、比較や分類する際の観点が異なっている点である。主として理科では性質に着目され、数学では属性に着目される。

この関連付けについて、まずは認識内容という観点から考察する。教科間の関連付けは、生徒が問題や解を解釈する際に複数のレンズを与えることができる(NCTM, 1989)。すなわち、この関連付けを通し、異なった考え方をを用いて各教科で扱う対象の考察を行うこととなる。そのため、複数のレンズを通して各教科で扱う対象へと働きかけることが可能となり、異なった視点による各教科で扱う対象に関する知識の獲得が期待される。

一方認識方法という視点では、ある対象の考察を、複数のレンズを通して行うこととなる。ここでは、抽象度の違う文脈で考え方をを用いることとなり、その考え方の共通性及び整列可能な差異を認識する機会が提供される。その結果、その考え方の一般化が促進される。

2.2.3. 総合的考察

各方法における理科と数学を関連付ける先行研究の具体例を表 2.6 に示す。これまでの先行研究における理科と数学を関連付ける具体例は、重複や欠損することなくこの4つの方法に位置づけることができる。

表 2.6 各方法における理科と数学を関連付ける先行研究の具体例

	学習内容の関連付け	考え方の関連付け
主題的関連付け	<ul style="list-style-type: none"> ・ ゴミ問題(Aiello-Hatchman & Duren, 1997) ・ 日時計(守屋, 2012) 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 変数を制御すると、帰納的な考え方・類推的な考え方・一般化の考え(Wiebe & Larry, 1987)
構造的ー貫性	<ul style="list-style-type: none"> ・ てこの規則性と反比例(大西, 2009) ・ フックの法則と比例(月岡他, 2003b) 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 分類する(Charlesworth & Lind, 2009) ・ 比較する(Charlesworth & Lind, 2009)

ここで、認識内容と認識方法別に、各方法における理科と数学を関連付ける目的の特徴を考察する。まず認識内容の側面から、主題的関連付けと構造的ー貫性の特徴を述べる。学習内容の主題的関連付けでは「各教科と教科外とのつながりの構築」が、考え方の主題的関連付けでは「教科外で扱う対象の知識獲得」がその目的である。つまり、学習内容の主題的関連付けと考え方の主題的関連付けに共通して、教科外の学習内容を扱うと言える。一方、学習内容の構造的ー貫性では「具体的な理科の学習内容と抽象的な数学の学習内容とのつながりの構築」が、考え方の構造的ー貫性では「異なった視点による各教科で扱う対象の知識獲得」がその目的である。つまり、学習内容の構造的ー貫性と考え方の構造的ー貫性に共通して、各教科の学習内容を扱うと言える。したがって、主題的関連付けでは教科外の学習内容を対象とする点に、構造的ー貫性では各教科の学習内容を対象とする点に特徴があると言える。これは本章第3節で述べたように、主題的関連付けでは理科と数学を総合的に扱うことから教科外の学習内容を対象とし、構造的ー貫性では共通点を抽象度の異なる文脈で扱うことからその対象が各教科に限定されることに起因する。

次に認識内容の側面から、学習内容の関連付けと考え方の関連付けの特徴を述べる。学習内容の主題的関連付けでは、「各教科と教科外とのつながりの構築」が、学習内容の構造的な一貫性では、「具体的な理科の学習内容と抽象的な数学の学習内容とのつながりの構築」がその目的である。つまり、学習内容の主題的関連付けと学習内容の構造的な一貫性に共通して、理解はつながりをつくること(Haylock, 1982)がその背景にあると言える。一方、考え方の主題的関連付けでは「教科外で扱う対象の知識獲得」が、考え方の構造的な一貫性では「異なった視点による各教科で扱う対象の知識獲得」がその目的である。つまり、考え方の主題的関連付けと考え方の構造的な一貫性に共通して、両教科の考え方をを用いることによる対象の知識獲得が目指されている。したがって、学習内容の関連付けではつながりを構築することが、考え方の関連付けでは両教科の考え方をを用いることによる対象の知識獲得がその特徴であると言える。

以上をまとめると、認識内容の側面について各方法における理科と数学を関連付ける目的とその特徴は表 2.7 のように示すことができる。

表 2.7 各方法における理科と数学を関連付ける目的と特徴(認識内容)

	学習内容の関連付け	考え方の関連付け	目的の特徴
主題的 関連付け	各教科と教科外とのつながりの構築	教科外で扱う対象の知識獲得	教科外
構造的 一貫性	具体的な理科の学習内容と抽象的な 数学の学習内容とのつながりの構築	異なった視点による各教科で 扱う対象の知識獲得	各教科
目的の特徴	つながりの構築	対象の知識獲得	

次に、認識方法の側面から、主題的関連付けと構造的な一貫性の特徴を述べる。学習内容の主題的関連付けでは「学習内容を総合的に用いた考察」が、考え方の主題的関連付けでは「考え方を総合的に用いた考察」がその目的である。つまり、学習内容の主題的関連付けと考え方の主題的関連付けに共通して、学習内容や考え方を総合的に扱うことが挙げられる。一方、学習内容の構造的な一貫性では「抽象度の違う文脈で学習内容を用いることによる、転移の促進」が、考え方の構造的な一貫性では「抽象度の違う文脈で考え方をを用いることによる、その一般化」がその目的である。つまり、学習内容の構造的な一貫性と考え方の構造的な一貫性に共通して、学習内容や考え方を抽象度の異なった文脈で扱うことがその背景にあると言える。したがって、主題的関連付けでは学習内容や考え方を総合的に扱うことが、構造的な一貫性では学習内容や考え方を抽象度の異なった文脈で扱うことがその特徴であると言える。これは、本章第3節で述べたよう、主題的関連付けと構造的な一貫性の特徴に起因する。

最後に、認識方法の側面から、学習内容の関連付けと考え方の関連付けの特徴を述べる。学習内容の主題的関連付けでは「学習内容を総合的に用いた考察」が、学習内容の構造的な一貫性では「抽象度の違う文脈で学習内容を用いることによる、転移の促進」がその目的

である。つまり、学習内容の主題的関連付けと学習内容の構造的ー貫性に共通して、学習内容をどのように扱い考察を行うのかに焦点が当たっている。一方、考え方の主題的関連付けでは「考え方を総合的に用いた考察」が、考え方の構造的ー貫性では「抽象度の違う文脈で考え方をを用いることによる、その一般化」がその目的である。つまり、考え方の主題的関連付けと考え方の構造的ー貫性に共通して、考え方の用い方が強調されている。したがって、学習内容の関連付けでは学習内容の扱い方が、考え方の関連付けでは考え方の用い方に焦点が当たっていることがその特徴であると言える。

以上をまとめると、認識内容の側面について各方法における理科と数学を関連付ける目的とその特徴は表 2.8 のように示すことができる。

表 2.8 各方法における理科と数学を関連付ける目的と特徴(認識方法)

	学習内容の関連付け	考え方の関連付け	目的の特徴
主題的関連付け	学習内容を総合的に用いた考察	考え方を総合的に用いた考察	総合性
構造的ー貫性	抽象度の違う文脈で学習内容を用いることによる、転移の促進	抽象度の違う文脈で考え方をを用いることによる、その一般化	抽象度の違い
目的の特徴	学習内容の扱い方	考え方の用い方	

さらに、表 2.7 と表 2.8 から、認識内容と認識方法別の、各方法における理科と数学を関連付ける目的とその特徴は表 2.9 のように示すことができる。

表 2.9 認識内容と認識方法別の、各方法における理科と数学を関連付ける目的とその特徴

	認識内容		認識方法		目的の特徴
	学習内容の関連付け	考え方の関連付け	学習内容の関連付け	考え方の関連付け	
主題的関連付け	各教科と教科外とのつながりの構築	教科外で扱う対象の知識獲得	学習内容を総合的に用いた考察	考え方を総合的に用いた考察	教科外 総合性
構造的ー貫性	具体的な理科の学習内容と抽象的な数学の学習内容とのつながりの構築	異なった視点による各教科で扱う対象の知識獲得	抽象度の違う文脈で学習内容を用いることによる、転移の促進	抽象度の違う文脈で考え方をを用いることによる、その一般化	各教科 抽象度の違い
目的の特徴	つながりの構築	対象の知識獲得	学習内容の扱い方	考え方の用い方	

2.2.4. 本節のまとめ

本節ではまず、理科と数学の関連付けを、その捉え方と関連付ける事柄から分類した。その結果、関連付けの捉え方として、主題的関連付けと構造的ー貫性が、関連付ける事柄として学習内容と考え方が浮かび上がった。すなわち、理科と数学の関連付けには4つの方法、①学習内容の主題的関連付け、②考え方の主題的関連付け、③学習内容の構造的ー貫性、④考え方の構造的ー貫性があることが明らかとなった。

次に、この4つの方法から先行研究における理科と数学を関連付ける枠組みを概括した。その結果、従来の枠組みでは重複部分や欠損部分が見られるため、各関連付けにおける目的が不明瞭となり、実証的研究や実践が困難であったことが浮かび上がった。

その後、各方法における理科と数学を関連付ける目的を認識内容と認識方法の2つの視点から検討した。①学習内容の主題的関連付けでは、各教科と教科外とのつながりの構築、学習内容を総合的に用いた考察が、②考え方の主題的関連付けでは、教科外で扱う対象の知識獲得、考え方を総合的に用いた考察が、③学習内容の構造的・一貫性では、具体的な理科の学習内容と抽象的な数学の学習内容とのつながりの構築、抽象度の違う文脈で学習内容を用いることによる、転移の促進が、④考え方の構造的・一貫性では、異なった視点による各教科で扱う対象の知識獲得、抽象度の違う文脈で考え方を用いることによる、その一般化が浮き彫りとなった。

最後に、各関連付ける方法におけるその目的を包括的に考察し、その特徴を浮き彫りとした。その結果、認識内容の側面について、主題的関連付けでは教科外の学習内容を対象とする点が、構造的・一貫性では各教科の学習内容を対象とする点が、学習内容の関連付けではつながりを構築することが、考え方の関連付けでは両教科の考え方を用いることによる対象の知識獲得がその特徴であることが浮かび上がった。他方、認識方法の側面について、主題的関連付けでは学習内容や考え方を総合的に扱うことが、構造的・一貫性では学習内容や考え方を抽象度の異なった文脈で扱うことが、学習内容の関連付けでは学習内容の扱い方が、考え方の関連付けでは考え方の用い方に焦点が当たっていることがその特徴であることが浮き彫りとなった。

2.3. 本章のまとめ

本章では理科と数学の特徴を明らかにし、理科と数学の関連付けを整理するとともに、各関連付けにおけるその目的を考察した。

まず理科と数学の特徴について、学問的側面と教育的側面に着目し明らかにした。学問的側面の考察から、科学では思考(世界2)を介した世界1と世界3の相互作用によって、より洗練された暫定的理論(世界3)と問題(世界1)が生み出され、他方数学においては、思考(世界2)を介した世界3内での相互作用によって、より洗練された暫定的理論(世界3)と問題(世界3)が生み出されていくことが明らかとなった。教育的側面として関数領域に焦点を当て考察し、理科では関数の内容や関数的な考え方をを用いる対象として、物理的対象の世界(世界1)が重視されており、数学では関数の考えを用いる対象として客観的知識の世界(世界3)が重視されていることが浮かび上がった。そのため、数学が扱う学習内容がより抽象的となり、それに対応する理科の学習内容が複数となっている。また、理科では「変数を確認する」段階において多様な変数が扱われ、他方数学では「表現・規則性」において多様な表現やその変換が用いられる。

次に、理科と数学の関連付けを、その捉え方と関連付ける事柄から分類し、各関連付けの方法における目的を考察した。その結果、理科と数学の関連付けには4つの方法、①学習内容の主題的関連付け、②考え方の主題的関連付け、③学習内容の構造的ー貫性、④考え方の構造的ー貫性があることが明らかとなった。また、各方法における目的として、①学習内容の主題的関連付けでは、各教科と教科外とのつながりの構築、学習内容を総合的に用いた考察が、②考え方の主題的関連付けでは、教科外で扱う対象の知識獲得、考え方を総合的に用いた考察が、③学習内容の構造的ー貫性では、具体的な理科の学習内容と抽象的な数学の学習内容とのつながりの構築、抽象度の違う文脈で学習内容を用いることによる、転移の促進が、④考え方の構造的ー貫性では、異なった視点による各教科で扱う対象の知識獲得、抽象度の違う文脈で考え方をを用いることによる、その一般化が浮き彫りとなった。

さらに、各方法における目的の包括的考察から、認識内容の側面について、主題的関連付けでは教科外の学習内容を対象とする点が、構造的ー貫性では各教科の学習内容を対象とする点が、学習内容の関連付けではつながりを構築することが、考え方の関連付けでは両教科の考え方をを用いることによる対象の知識獲得がその特徴であることが浮かび上がった。他方、認識方法の側面について、主題的関連付けでは学習内容や考え方を総合的に扱うことが、構造的ー貫性では学習内容や考え方を抽象度の異なった文脈で扱うことが、学習内容の関連付けでは学習内容の扱い方が、考え方の関連付けでは考え方の用い方に焦点が当たっていることがその特徴であることが浮き彫りとなった。

第3章 理科と数学の関連付けの評価法

第1章の考察によって、理科と数学を関連付ける理論的枠組みを構築するには、その評価法として用いられつつある、概念のつながりと文脈依存性が何を意味するか明らかにする必要があることが浮かび上がった。また、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理の導出には、子どもの側面からの考察としてザンビアの生徒の実態把握が必要である。そのためには、各々の調査方法を明らかにするとともに、評価できる関連付けの方法を明確にする必要がある。そこで本章第1節では、これまでの概念地図法を用いた研究を整理しその調査法を同定するとともに、概念地図法を用いて評価することができる関連付けを明らかにする。第2節では、これまでの文脈依存性研究を整理しその調査法を同定するとともに、文脈依存性の調査を用いて評価できる関連付けの方法を明らかにする。

3.1. 概念のつながりの調査方法

本節では、これまでの概念地図法を用いた研究を整理しその調査法を同定するとともに、概念地図法を用いて評価することができる関連付けを明らかにする。そのためにまず、先行研究から実施方法・分析方法を同定する。その後、そこで評価できる関連付けの方法を考察する。

3.1.1. 概念地図法

概念地図法は、概念ラベルとそれを結ぶリンク、そのリンクを説明する結合語からなる概念地図によって、学習者の概念構造を視覚化する手法である(ノヴァック・ゴウイン, 1992; 大辻・赤堀, 1994; 福岡・大貫・井上・田中, 2005)。概念地図法は学習者の概念構造や理解を知るための方法としてだけでなく、学習者が概念を構造化するための手法、さらに協調学習を支援するための方法として利用されている。

Novak & Gowin(1984)によって概念地図法が提案されてから2001年までの間、概念地図法に関する研究は、その問題意識や学習支援の方向性、開発や利用のされかたから3つの世代に分類されている(山口・稲垣・福井・舟生, 2002)。山口他(2002)によると、第1世代は概念地図が開発された世代であり、そこでは概念地図法の目的や一般的な作成方法、基本的な評価の観点について議論されてきた。第2世代では、学習者個人の知識獲得支援が目的とされ、その有効性が検討されてきた。第3世代においては、他者との協調学習の支援が目的とされ、協調学習において概念地図を利用した授業について考察されている。

さらに近年では、概念地図をコンピュータで作成するためのソフトに関連した研究(e.g., 山口・稲垣・舟生, 2002; 出口・山口・舟生・稲垣, 2005)や、概念地図法を用いた学習者の実態把握に着目した研究として、情意的側面に焦点を当てたもの(福岡他, 2005)や、学習段

階ごとに概念地図の差を明らかにしたもの(沖花, 2006), 概念地図と誤概念との関連を考察したもの(加藤・定本・賀原, 2013)などがある。

3.1.2. 実施方法

概念地図の作成は一般的に以下の手順によって実施される(上辻, 2000)。

- ① 授業の主題に関連した概念ラベルを選択する
- ② 概念ラベルを自分の考えにしたがって配置する
- ③ 概念ラベル同士に何らかの関係があれば, それらを線や矢印でつなぐ
- ④ 概念ラベル同士の関係についての説明を, 線や矢印のところに加える

さらに田中・宮脇(1992)は, 概念ラベルを配置する前に, 概念ラベルをグループ化することで, 概念ラベルをグループ単位で操作でき体系化された概念地図を容易に作成することができるとしている。

ここで概念ラベルの選択では, 中心となる概念ラベルのみを与え, 他の概念ラベルを学習者が自由に想起する場合(e.g., 永川, 2002)と, 10 前後の概念ラベルを提示し, 必要があれば他の概念ラベルを学習者が追加する場合(e.g., 福岡・笠井, 1992; 森田・中山・清水, 2000), 10 前後の概念ラベルを提示し, 他の概念ラベルは追加不可な場合がある(e.g., 舟生・山口・稲垣, 2003)。中心となる概念ラベルのみを与えた場合, 学習者によって用いる概念ラベルが異なり, 各学習者の概念構造を詳細に捉えることができる。他方, 10 前後の概念ラベルを与えた場合, 学習者が比較的容易に概念地図を作成することができる。また, 概念ラベルを追加不可にした場合は, 各学習者によって用いられる概念ラベルが共通するため, それらの間の構造のみを問題にでき焦点を絞った分析が可能となる。

提示する概念ラベルは, 学習内容における重要な概念を学習指導要領や教科書を参考に抽出される場合が多い(e.g., 福岡・植田, 1992; 森田・中山・清水, 1999)。また, その階層性に着目した研究では, 上位概念と下位概念が含まれるよう概念ラベルが選定されている(齋藤・遠西, 2008)。さらに, 情意的・主観的側面を把握するために, 「自分」ラベルを導入した研究が行われている(e.g., 福岡他, 2005; 大貫・高山・福岡, 2011)。

3.1.3. 分析方法

概念地図の分析として, 概念ラベルに着目したもの, 概念ラベルを結ぶリンクに着目したもの, 2つ以上の概念ラベルを結合させている構造を概念系とし(福岡・笠井, 1991)概念地図の一部分に着目したもの, 概念地図全体に着目した研究が実施されている。

概念ラベルに着目した研究では, 重要な言葉を切り出せているかどうか(舟生・大黒・稲垣・山口・出口, 2010)や, 授業の前後で種類や数がどのように変化しているか(多賀・久保田・中野, 2010)に焦点を当て分析が実施されている。概念ラベルを結ぶリンクに着目した研究では, リンクの数と比較したものや(福井, 2002; 水越・久保田, 2008), リンクを説明す

る結合語を帰納的支持や演繹的説明，時間的關係といった意味によって分類したものがある(大辻・赤堀, 1994). 概念地図の一部に着目した研究では，授業前後での概念系の変化を比較したものや(福岡・笠井, 1991; 多賀・草地・戸北, 2005), 概念系の作成順序を分析したもの(福岡他, 2005), ある特定の概念ラベルからの結合順を分析したものがある(沖花, 2006; 加藤・定本・賀原, 2013). 概念地図全体に着目した研究では，直線型や分岐型，収束型といった概念地図の形によって分類したものや(福岡・広瀬, 1990), 各概念ラベル間のリンクのパターンに着目しその構造分析を行ったものがある(森田・榊原, 1996).

3.1.4. 本節のまとめ

本研究の調査対象者はこれまでに概念地図の作成を行ったことが無いため，概念ラベルをグループ化する手順を踏み，10前後の概念ラベルを提示することとする．また，概念の階層性や情意的・主観的側面は考慮しないため，階層性に基づく概念ラベルの抽出や「自分」ラベルは導入しない．また，概念地図法を用いた理科と数学の関連付けの実態把握を目指しているため，ラベル数やリンク数，概念系の変化に着目することは困難である．そこで，概念地図の構造や概念系，リンクを説明する結合語を中心に分析を行う．

また，概念地図法は概念ラベルとそれを結ぶリンク，リンクを説明する結合語からなる概念地図によって，学習者の概念構造を視覚化する．そのため，主として学習内容の関連付けを測定できると考えられる．またその際，リンクの結合語の分析から，主題に注目しているか，共通の構造に注目しているかによって，主題的関連付けと構造的な一貫性を判断して，それらの評価が可能であると考えられる．他方，考え方の関連付けについては，概念ラベルとして考え方を提示することは難しく，その測定は困難であると考えられる．

3.2. 文脈依存性の調査方法

本節では、これまでの文脈依存性を用いた研究を整理しその調査法を同定するとともに、文脈依存性で評価することができる関連付けを明らかにする。そのためにまず、先行研究における調査問題・実施方法・分析方法からその調査方法を同定する。その後、そこで評価できる関連付けの方法を考察する。

3.2.1. 文脈依存性

記憶が学習した文脈(特定の時刻, 場所, 状況など)に依存していることを示した報告がある。例えば、水中で単語の暗記を行ったダイバーは、陸上よりも水中のほうがより多くの単語を思い出せ、陸上で単語の暗記を行ったダイバーは、水中よりも陸上のほうがより多くの単語を思い出せる(Godden & Baddeley, 1975)。その後の認知心理学の研究において、記憶だけでなく知識や能力も出題の文脈に依存することが明らかになった。例えば、レイヴ(1995)はアメリカの主婦を対象にした調査において、スーパーでの計算はできるものの、同じ計算を学校で行うテストの形式にすると解答できないことを報告している。

このような現象について、漁田(1999)の説明を援用すると、前者の例では記憶が脱文脈化されておらず、水中あるいは陸上という文脈と結びついており、水中か陸上かという出題の文脈が単語を想起するための手掛かりとなる。後者では、計算が脱文脈化されておらず、スーパーあるいは学校という文脈と結びついており、スーパーか学校かという出題の文脈が正しい計算を行う手掛かりとなる。このような現象は一般に文脈依存性と呼ばれており、学習内容が文脈に依存することを指す(Harel, 2008)。

近年では、理科と数学の教科間における文脈依存性の研究が行われている(西川, 1994; 石井他, 1996; 西川・岩田, 1999; 三崎, 1999, 2001; 小原・安藤, 2011)。初期の研究(西川, 1994)は文脈依存性の有無を確かめるものであったが、しだいにその要因に迫る研究(石井他, 1996; 西川・岩田, 1999; 三崎, 2001; 小原・安藤, 2011)や文脈依存性を乗り越えるための指導に関する研究(石井他, 1996; 三崎, 1999)が実施されてきた。これらの研究から、文脈依存性は単位(西川・岩田, 1999)や両教科での解法の違い(石井他, 1996; 小原・安藤, 2011)といった問題側の要因と場依存型一場独立型といった個人特性(三崎, 2001)に依存することが明らかにされている。またその指導法として、両教科の文脈を同時に提示することが効果的であることが実証された(三崎, 1999)。

3.2.2. 調査問題

理科と数学の文脈依存性に着目した研究として、西川(1994)は出題の文脈は理科と数学で異なるが数値と解法は同一である問題を作成し調査を行った(表 3.1)。その際、理科ではオームの法則を、数学では一次関数を単元としている。

表 3.1 西川(1994)の調査問題例

理科	数学
電圧 E (単位:V), 抵抗 R (単位: Ω), 電流 I (単位:A)の間には、以下で示す 19 世紀にドイツのオームが提唱したオームの法則で表される関係があります。それぞれが以下の値であるとき、値がぬけている電圧 E と抵抗 R を求めて下さい。 オームの法則 $E = R \times I$ (1) $E = \underline{\hspace{2cm}}$ V, $I = 13\text{A}, R = 27\Omega$ (2) $E = 594\text{V}, I = 33\text{A},$ $R = \underline{\hspace{2cm}} \Omega$ (3) もし、電圧 E と電流 I が下のグラフのような関係であったとき、抵抗 R にはどんな数が適当でしょうか。 $R = \underline{\hspace{2cm}} \Omega$	Y, a, X の間には、次の式で表される関係があります。それぞれが以下の値であるとき、値がぬけている Y と a を求めて下さい。 $Y = a \times X$ (1) $Y = \underline{\hspace{2cm}},$ $X = 13, a = 27$ (2) $Y = 594, X = 33,$ $a = \underline{\hspace{2cm}}$ (3) もし、 Y と X が下のグラフのような関係であったとき、 a にはどんな数が適当でしょうか。 $a = \underline{\hspace{2cm}}$

出題の文脈は理科と数学で異なるが、両テストとも与えられた公式に数値を代入するという解法と、代入する数値が同じである。これまでの理科と数学の文脈依存性の研究では、西川(1994)の調査問題を参考にし、出題の文脈は理科と数学で異なるが、同一の解法で解け、数値も同じ問題が用いられている(石井他, 1996; 西川・岩田, 1999, 三崎, 1999, 2001; 清和・大井, 2010; 小原・安藤, 2011)。

3.2.3. 実施方法

文脈依存性の調査では、同じ生徒を対象に似通った問題を連続して実施するのが一般的である。そのため、後に実施したテストでは前に実施したテストによる影響を受ける可能性がある。そこで、西川(1994)は一方のテストを行った後 3 週間空け、他方のテストを実施した。その後の研究においても 1 週間から 3 週間の間隔を空けてテストが実施されている。

さらに、石井他(1996)は、理科テストが先で数学テストが後のグループと、数学テストが先で理科テストが後のグループの結果を比較した。その結果、平均値及び標準偏差に有意な差が見られなかったため両グループが等質であると結論付けた。さらに、清和・大井(2010)は、先に数学テストを実施したクラスと先に理科テストを実施したクラスの正誤の人数に有意な偏りが無いことを示し、テストの順序が結果に影響を与えないことを明らかにした。また、小原・安藤(2011)の研究においても、数学テストと理科テストの実施順序が結果に影響を与えないことが実証されている。

3.2.4. 分析方法

理科と数学のテスト結果から文脈依存性を判断する方法として統計的手法²⁰(西川, 1994; 西川・岩田, 1999; 三崎, 1999, 2001; 清和・大井, 2010; 小原・安藤, 2011)や解法分析(石井他,

²⁰ 調査対象が多い場合には対応のあるカイ二乗検定が(西川, 1994; 西川・岩田, 1999; 小原・安藤, 2011), 少ない場合には Fisher の直接確率計算が用いられている(三崎, 1999, 2001; 清和・大井, 2010)。

1996)が用いられている。さらに、質問紙(小原・安藤, 2011)やインタビュー(石井他, 1996; 三崎 1999)によって、その要因に迫る研究が行われている。またその要因として、小原・安藤(2011)は、生徒が理科と数学の関連を十分に認識できていないことを、石井他(1996)は、数学テストでは数学で学習した解き方、理科テストでは理科で学習した解き方で解こうとする意識が生徒に働いていることを指摘している。

3.2.5. 本節のまとめ

調査問題として、出題の文脈は理科と数学で異なるが、同一の解法で解け、数値も同じ問題を用いれば良いことが浮かび上がった。その実施方法として、後に実施したテストが前に実施したテストの影響を受ける可能性があることから、間隔を空ける必要があること、その際テストの順序は結果に影響しないことが示されている。その分析方法として、調査対象が多い場合には対応のあるカイ二乗検定によって、少ない場合には Fisher の直接確率計算によって文脈依存性の有無を確かめれば良い。したがって、本研究では文脈依存性を「数値と解法が同一の問題において、出題の文脈の違いによって生徒の解答が異なり、一方の文脈でのみ正答すること」と規定する。また、その要因に迫るために解答分析や補足インタビュー調査が実施されている。

他方、これまでの研究から、理科と数学における文脈依存性は、問題や個人特性に依存することが知られている(西川・岩田, 1999)。問題に着目した研究から、単位(西川・岩田, 1999)や両教科での解法の違い(石井他, 1996; 小原・安藤, 2011)が、個人特性に着目した研究から、場依存型-場独立型の認知型(三崎, 2001)や疑問型・原理型・記憶型・応用型の認知傾向(清和・大井, 2010)が、その要因として指摘されている。しかしながら、文脈依存性の要因が複数挙げられることを考慮するならば、問題によって文脈依存する生徒が異なる可能性が十分に考えられる。つまりこれまでの研究のように、ある特定の問題に対して生徒が文脈依存するかどうか、また、それら生徒の個人特性がどのように異なっているかだけでなく、どのような問題に対して、どのような生徒が文脈依存するのかに着目し、その要因を検討する必要がある。

また、文脈依存性の調査では、「理科と数学における出題の文脈の違いによって、生徒の解答が異なること」を浮き彫りにする。そのため、主として構造的・一貫性による関連付けを測定できると考えられる。またそこでは、問題の設定によって学習内容だけでなく考え方についてもその関連付けの評価が可能であると考えられる。他方、主題的関連付けについては、調査問題そのものが構造的・一貫性に基づき設定されているので、その測定は困難であると考えられる。

3.3. 本章のまとめ

本章では理科と数学の関連付けの評価法として、概念のつながりと文脈依存性の調査法を整理すると共に、各調査法によって評価できる関連付けの方法を考察した。

第1節では、これまでの概念地図法を用いた研究を整理しその調査法を同定するとともに、概念地図法を用いて評価することができる関連付けを明らかにした。その結果、その実施方法として、概念ラベルをグループ化する手順を踏み、10前後の概念ラベルを提示すれば良いことが明らかとなった。また、その分析方法として、非計量多次元尺度構成を用いた概念地図の構造分析、概念系やリンクを説明する結合に着目すれば良いことが浮かび上がった。そこでは、概念のつながりについて主題的関連付けと構造的ー貫性による関連付けを測定できる可能性が示唆された。

第2節では、これまでの文脈依存性を用いた研究を整理しその調査法を同定するとともに、文脈依存性で評価することができる関連付けを明らかにした。その結果、調査問題として、出題の文脈は理科と数学で異なるが、同一の解法で解け、数値も同じ問題を用いれば良いことが浮かび上がった。その実施方法として、2つのテストの間隔を空ける必要があること、その際テストの順序は結果に影響しないことが浮かび上がった。その分析方法として、調査対象が多い場合には対応のあるカイ二乗検定によって、少ない場合には Fisher の直接確率計算によって文脈依存性の有無を確かめれば良い。また、その要因を迫るために解答分析や補足インタビュー調査が実施されている。他方、これまでの研究のように、ある特定の問題に対して生徒が文脈依存するかどうか、また、それら生徒の個人特性がどのように異なっているかだけでなく、どのような問題に対して、どのような生徒が文脈依存するのかに着目し、その要因を検討する必要性が浮き彫りとなった。そこで本研究では複数の問題を用い、文脈依存性が認められた問題については生徒の解答パターンの類似性にに基づき分類することとした。そこでは、学習内容と考え方の構造的ー貫性による関連付けを測定できる可能性が示唆された。

以上をまとめると、ザンビアにおいて理科と数学の関連付けを評価するための概念地図法と文脈依存性の調査法及びそこで測定できる内容は表3.2の通りである。

表 3.2 概念地図法と文脈依存性の調査法及び測定内容

	方法		測定内容
	実施方法	分析方法	
概念地図法	概念ラベルをグループ化する手順を踏み、10前後の概念ラベルを提示すれば良い	非計量多次元尺度構成法を用いた概念地図の構造分析、概念系やリンクを説明する結合語の分析	学習内容の主題的関連付けと学習内容の構造的ー貫性
文脈依存性	出題の文脈は理科と数学で異なるが、同一の解法で解け、数値も同じ問題	文脈依存性の有無はカイ二乗検定、問題によって文脈依存する生徒が異なることから数量化Ⅲ類を用いて分類	学習内容と考え方の構造的ー貫性による関連付け

第4章 達成度と概念のつながりと文脈依存性の実証的考察

第1章の考察によって、理科と数学を関連付ける理論的枠組みを構築するには、その評価法として用いられつつある、概念のつながりと文脈依存性が何を意味するか明らかにするとともに、達成度と概念のつながりや達成度と文脈依存性との関係の考察から、理科と数学を関連付ける目的を実証的に明らかにする必要性が浮かび上がった。また、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理の導出には、子どもの側面からの考察としてザンビアの生徒の実態把握が必要である。

第1章1節第4項で述べたように、概念のつながりや文脈依存性の調査をザンビアの生徒に実施するには、その前提として基礎的な学力をザンビアの生徒が有している必要がある。そこで、第1節では、達成度の調査を通し、ザンビアの生徒が両教科の関連付けの調査を実施する上で、基礎的な学力を有しているかどうか明らかにする。また実態把握の側面からは、その特徴を浮き彫りとしカリキュラム開発上の示唆を得る(調査①)。第2節では、概念地図法を用いた概念のつながりの調査からそこで測定できる内容を明らかにする。また実態把握の側面からは、その特徴を浮き彫りとしカリキュラム開発上の示唆を得る(調査②)。第3節では、文脈依存性の調査からそこで測定できる内容を明らかにする。また実態把握の側面からは、その特徴を浮き彫りとしカリキュラム開発上の示唆を得る(調査③)。第4節では、達成度と概念のつながりと文脈依存性の3者の関係について考察し、理科と数学を関連付ける目的を実証的に明らかにする(調査④)。各調査の概要を表4.1に示す。

表4.1 各調査の概要

調査	目的	対象者	方法	
			実施方法	主な分析方法
① 達成度	・基礎学力の確認 ・実態把握	公立後期中等学校3校, 第10学年の生徒498名	一次関数と関連し初等教育と前期中等教育で学習する理科と数学のテスト, 各テスト60分	通過率及び識別力による問題選定, 数量化Ⅲ類による分類, 解答分析
② 概念地図法	・測定内容の同定 ・実態把握	公立中等学校, 第12学年の各4クラスから12~13名ずつ抽出した計51名	インタビュー形式, 一人あたり約30分 ① 11のラベルを配置 ② 関係するラベルをリンク ③ リンクの関係を記述	非計量多次元尺度構成法を用いた構造分析, 概念系やリンクを説明する結合の分析
③ 文脈依存性	・測定内容の同定 ・実態把握	公立中等学校, 第12学年の165名	出題の文脈は理科と数学で異なるが, 同一の解法で解け, 数値も同じ問題	カイ二乗検定による文脈依存性の判定, 数量化Ⅲ類による分類, 解答分析, 補足インタビュー
④ 達成度/文脈依存性/概念地図法	・目的の実証的考察	公立中等学校, 第12学年の161名	文脈依存性の調査と概念地図法	得点群ごとのリンク数と概念地図の構造分析, 文脈依存性による分類ごとの達成度・概念地図の構造分析

4.1. 関数領域における達成度の調査

本節では、一次関数の習得につながる後期中等教育入学までの学習内容の定着状況を明らかにし、ザンビアの生徒が両教科の関連付けの調査を実施する上で必要な基礎的学力を有しているかどうか明らかにすることと、生徒の実態からカリキュラム開発上の示唆を得ることを目的とする。

そのためにまず、ザンビアのシラバス分析から、一次関数の概念を有する理科の単元の抽出と、数学における一次関数の系統性を明らかにする。その後、後期中等教育に進学してきたばかりの第10学年生徒に対し、一次関数の習得につながる単元の定着状況を調査する。その考察を通し生徒が基礎的な学力を有しているかどうか判断する。その後、生徒の解答パターンの類似性に基づき調査問題を分類し、その特徴を考察する。さらに、特徴的な問題群については解答分析を行い、カリキュラム開発上の示唆を得る。

4.1.1. ザンビアにおける関数教育の概要

(1) 理科における関数教育

理科においては一次関数という単元そのものが無いため、初等教育と前期中等教育のシラバス(Ministry of Education, 2003a, 2003b)を分析し、一次関数の概念を含む単元の抽出を行った。その際月岡(2003a, 2003b)の分析及びその方法を参考とした。その結果、「物質」の「密度」と「電気」において関数概念を有することが明らかとなった。また概念のつながりと文脈依存性の調査を「速さ、速度と加速度」と「力」の単元で実施するため、初等教育と前期中等教育における両単元の学習内容も確認した。その結果「速さ、速度と加速度」は初等教育と前期中等教育では学習されないこと、「力」は第7学年において学習されることが明らかとなった。これら単元の系統性は巻末資料3に示す。

(2) 算数・数学における関数教育

我が国の学習指導要領では、算数・数学の学習内容は4領域に分けて示されており、単元間の系統性や発展性が分かりやすく示されている。例えば、中学校2年生の「一次関数」につながる単元として、中学校1年生の「文字を用いた式」と「比例・反比例」が挙げられる。また中学校1年生の「文字を用いた式」は小学校6年生の「文字を用いた式」、中学校1年生の「比例・反比例」は小学校6年生の「比例と反比例」の発展となっている。

一方ザンビアのシラバス(Ministry of Education, 2000b, 2003a, 2003c)では、我が国の学習指導要領のように領域が存在せず、各単元が羅列されており、その関連性は暗示的である。このような状況に対して馬場(2010)は、ザンビアの数学教育関係者が「数学学習は細切れになった抽象的な操作の習得である」という数学観を抱いていることを示唆している。このような背景から、後期中等教育において学習される「一次関数」の習得に向けた調査問題を作成するには、シラバスに明示されていない単元間の関連性を読み取る必要がある。

「一次関数」につながる単元抽出のために、初等教育と前期中等教育のシラバス(Ministry of Education, 2003a, 2003c)の分析を行った。その際、関数の捉え方として、笹田・黒田(1979)が指摘する「変量概念」と「2集合の要素間の一意対応」の2つの立場を、また単元間の系統性として、小学校学習指導要領解説算数編(文部科学省, 2008a)と中学校学習指導要領解説数学編(文部科学省, 2008b)を参考にした。シラバス分析の結果、「一次関数」につながる単元として、「代数基礎」における文字を用いた式、「数のパターン」における数列、「算術問題」における割合の応用問題、「集合」における2つの集合間の対応関係、「比と比例」における比例や反比例、「グラフ」におけるグラフの描き方及びその読み取りが認められた(巻末資料4)。

4.1.2. 調査方法

(1) 対象者

コッパーベルト州及び南部州の公立後期中等学校3校に調査への協力を依頼した。これらの学校は、規模・成績ともにザンビアにおいて平均的な学校である。対象者は、コッパーベルト州 M 後期中等学校 208 名、P 後期中等学校 139 名、南部州 N 後期中等学校 151 名、計 498 名の第 10 学年の生徒である。これらの生徒は、第 9 学年修了時の国家試験において基準点以上を獲得し、複数の前期中等学校から後期中等学校に進学してきたばかりである。

(2) 実施時期

2013 年 2 月から 2013 年 3 月までの期間に学校ごとに実施し、調査時間は各 60 分であった。ザンビアの学校は 3 学期制であり、1 学期が 1 月から 3 月、2 学期が 5 月から 7 月、3 学期が 9 月から 11 月までである。また、第 9 学年修了時の国家試験の結果が確定するのが 2 月頃であるため、第 10 学年の授業は 2 月中旬頃から開始される。

(3) 調査問題

① 理科テスト

一次関数の概念を有する単元として「物質」と「電気」に着目した。また概念のつながりと文脈依存性の調査につながる単元として「力」に着目した。具体的な調査問題は、シラバスに明記されている各単元の目標と、ザンビアの教科書及び国家試験を参考に作成した。さらにザンビアの文脈に合致するよう、現地後期中等学校教員及び教員養成校教員から助言を頂き、表現及び内容の一部に修正を加えた。調査問題は 6 つの大問、合計 15 の小問から構成されている。各問題の学習学年と単元、シラバスでの目標を表 4.2 にまとめた。

表 4.2 調査①：理科テストの各問題とシラバスとの対応

問	年	単元	シラバスでの目標
1	7	力	重力が引力であることを示す 重力がどこにでもあり、すべての物体に働くことを示す 重力の効果を重さと言うことを示す
2	8	物質	個体と液体の密度を測定する方法を説明する
3	9	電気	電圧を説明する 電流を説明する 抵抗を説明する
4	8	電気	導線の周りの磁界を説明する
5	9	電気	電圧・電流・抵抗を計算する
6	9	電気	電圧・電流・抵抗を計算する

大問 1: 「重力について説明する」. 第 7 学年の学習内容として、定義の学習が重視されているため、その単元で学習した重力やバネばかりに関する知識を問う問題を設定した.

<p>Choose the sentence from the box below to complete the sentences:</p> <p>(a) Weight is a force (b) The force of gravity (c) A spring balance is (d) The more matter an object has</p>	<p>the more stretches the spring balance. used to measure weight. the less stretches the spring balance. used to measure volume. due to the pull of the earth's gravity. acts on all objects everywhere on earth</p>
--	--

図 4.1 調査①：理科テスト 問題 1

大問 2: 「グラフから物質の密度を求める」. 関数概念を有する問題として、グラフから物質の密度を求める問題を設定した. この問題はザンビアの国家試験で頻出である.

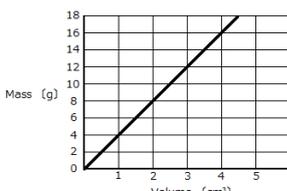
<p>The graph shows the relationship between the different masses of a substance against volume.</p> <p>(a) Using readings from the graph, calculate the density of the substances (b) What would be the volume for a mass of 25g (c) How can heating of this substance affect its density?</p>	
--	---

図 4.2 調査①：理科テスト 問題 2

大問 3: 「電圧・電流・抵抗の定義を述べる」. 関数概念は有していないが、電気の基礎知識として設定した. シラバスの目標にも定義を述べる事が明記されており、ザンビアにおいては頻出の問題である.

<p>Define the following words, (a) Electromotive force or e.m.f. (b) Electric current (c) Resistance</p>
--

図 4.3 調査①：理科テスト 問題 3

大問4: 「電流による磁界の向きをもとめる問題」. 関数概念は有していないが, 電気分野の理解を測定するために設定した.

The diagram shows a plotting compass placed over a conducting wire. When the switch is closed pointer is seen to deflect. Which of the following should be done to increase the deflection?

A. Increase the current in the circuit.
 B. Reduce the number of cells in the battery.
 C. Place the compass under the wire.
 D. Increase the value of R.

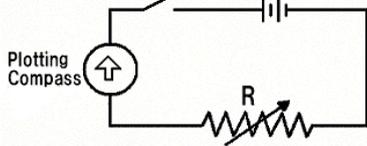


図 4.4 調査①: 理科テスト 問題 4

大問5: 「回路から抵抗を求める問題」. 関数概念を有するオームの法則を用いる問題として, 設定した.

A circuit is set up to measure the resistance of a resistor R. The meter readings are 2.0 A and 3.0 V.

What is the resistance of the resistor R?

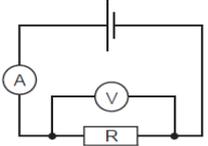


図 4.5 調査①: 理科テスト 問題 5

大問6: 「グラフから抵抗を求める」. 電流と電圧の関係を表したグラフを読み取る問題として設定した.

The graph below shows the results of an experiment on the relationship of voltage and current.

(a) What conclusion can be drawn from the results above?
 (b) What is the voltage when the current is 2.5 Amperes?
 (c) Calculate the resistance in ohms.

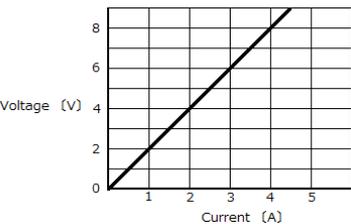


図 4.6 調査①: 理科テスト 問題 6

② 数学テスト

一次関数と関連し初等教育と前期中等教育で学習する単元として「代数基礎」, 「数のパターン」, 「算術問題」, 「集合」, 「比と比例」, 「グラフ」に着目した. 具体的な調査問題は, シラバスに明記されている各単元の目標と, ザンビアの教科書及び国家試験を参考に作成した. さらにザンビアの文脈に合致するよう, 現地中等学校教員及び教員養成校教員から助言を頂き, 表現及び内容の一部に修正を加えた. 調査問題は7つの大問, 合計17の小問から構成されている. 各問題の学習学年と単元, シラバスでの目標を表4.3にまとめた.

表 4.3 調査①：数学テストの各問題とシラバスとの対応

問	年	単元	シラバスでの目標
1	8	代数基礎	代数式への代入と計算
2	8	数のパターン	数のパターンの認識
3	9	算術問題	速さ・距離・時間の問題解決
4	9	集合	図を用いた対応関係と写像の問題解決
5	9	比と比例	比例の問題解決, 反比例の問題解決
6	8	グラフ	グラフの描写
7	9	算術問題	距離-時間グラフの描写と解釈

大問 1：「式の中の文字に数を代入して，式の値を求める」。このような問題は，一次関数の特徴を，表，式，グラフで捉え，それらを相互に関連付けて理解を深める際の基礎となると考え設定した。

- (a) Given that $x = 3$, find the value of $x + 5$
 (b) Given that $x = 2$, find the value of $2x + 3$
 (c) Given that $x = 4$, find the value of $2x - 5$

図 4.7 調査①：数学テスト 問題 1

大問 2：「数のパターンを認識し，次の数を求める」。このような問題は，一次関数を変化で捉える際の基礎となると考え設定した。第 5 学年では等差数列や等比数列を，第 6 学年では三角数や四角数を，第 8 学年では数列の和や階差数列を学習済みである。

- Write down the next number in each of the following sequences.
 (a) 4, 8, 12, 16, ...
 (b) 2, 3, 6, 11, ...
 (c) 3, 9, 27, ...

図 4.8 調査①：数学テスト 問題 2

大問 3：「速さ，距離，時間の問題を解く」。このような問題は，速さと距離の比例関係，距離と時間の比例関係，速さと時間の反比例関係が含まれていると考え設定した。

- (a) A car travels 400km in 8 hours. What is the average speed?
 (b) A girl cycles at an average speed of 120 m per minutes. How many metres would she cycle in 6 minutes.

図 4.9 調査①：数学テスト 問題 3

大問 4：「対応関係に基づき矢線図を完成させる，矢線図から対応関係を求める」。このような問題は，集合から関数を捉えようとしていると考え設定した。

(a) A mapping from P to Q is such that $x \rightarrow x + 3$, as shown in the arrow diagram below. Complete the arrow diagram below.

(b) Find the rules for the following mappings.

(i)

(ii)

図 4.10 調査①：数学テスト 問題 4

大問 5：「比例・反比例の問題を解く」。比例・反比例の学習を基に、一次関数の理解が深まると考え設定した。第7学年では比例を、第9学年では比例と反比例を学習済みである。

(a) It takes 12 men to dig a well in 4 days.
How many men would be needed to dig the same well in 8 days working at the same rate?

(b) If 2 metres of chitenge material cost K3000.
How much would 5 metres of the same material cost?

図 4.11 調査①：数学テスト 問題 5

大問 6：「表を完成させ、表からグラフを描写する」。このような問題は、一次関数の特徴を表、式、グラフで捉え、それらを相互に関連付けて理解を深める際の基礎となると考え設定した。第8学年では座標をグラフに表すことを、第9学年では表を完成させ、表からグラフを描写することを学習済みである。

A relation is given by the equation $y = x + 2$

(a) Complete the table below.

0	1	2	5
	3		

(b) Draw the graph of this relation.

図 4.12 調査①：数学テスト 問題 6

大問 7：「距離と時間のグラフを読み取り、問題を解く」。このような問題は、グラフから関数を捉えようとしていると考え設定した。第9学年の「算術問題」において学習済みである。

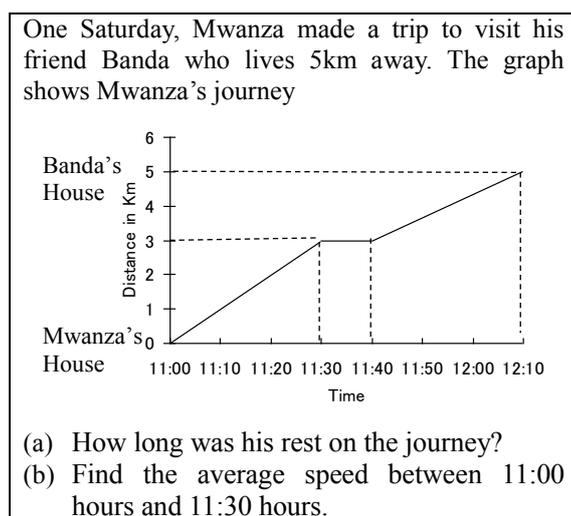


図 4.13 調査①：数学テスト 問題 7

(4)分析の流れ

各問題において通過率²¹及び識別力²²を求め、分析対象とする問題を選定する。その後各問題において正答した生徒には1を、そうでない生徒には0を与えて数量化Ⅲ類を適用し、各問題を生徒の解答パターンの類似性に基づき分類した。さらに数量化Ⅲ類の結果にクラスター分析を用い、各問題をいくつかのクラスターに大別し、その特徴を考察する。その後、特徴的な問題群には解答分析を行い、指導への示唆を得る。

4.1.3. 結果と考察

(1) 理科テストと数学テスト

テストにおける平均、標準偏差、最大値、最小値を表 4.4 に、ヒストグラムを図 4.14 に示す。初等教育と前期中等教育での既習事項にも関わらず、理科平均点が 3.70 点/15 満点、数学平均点が 6.38 点/17 満点と結果はあまり好ましくなかった。テストの信頼性を評価する指標であるクロンバックの α 係数は理科テストで 0.75、数学テストで 0.80 であった。一般的に α の値は 0.7 以上が好ましいとされているので、信頼性の高いテストであると言える。

これまでのザンビアにおける初等教育の児童を対象とした調査では、児童が問題文を読めないことや、四則演算ができないといった状況が報告されている(cf. Iwasaki et al., 2006; 内田, 2011)。しかしながら、中等教育の生徒を対象とした本調査では、問題文が読めないことや四則演算ができないといった状況はあまりみられなかった。したがって、全体の平

²¹ 通過率とは問題に正答した生徒の割合であり、また問題の平均点である。

²² 識別力とは、問題がテスト全体で測っている特性を適切に反映しているかを表す指標である。最大値が 1 であり、1 に近いほど識別力が高く、0 に近いほど識別力が低いと判断する。ここでは豊田(2002)の方法を用い、問題の得点とその問題の得点を除いた合計得点との相関係数を求めた。一般に識別力は 0.2 以上であることが好ましいとされている。

均点はあまり好ましくなかったが、記述統計量やクロンバックの α 係数から、生徒は概念のつながりと文脈依存性の調査を実施する上で、最低限の基礎的な学力は有していると判断した。

表 4.4 調査①：各テストの記述統計量

理科		数学	
平均点	3.70/15	平均点	6.38/17
標準偏差	2.9	標準偏差	3.71
最大値	14	最大値	17
最小値	0	最小値	1
クロンバックの α	0.75	クロンバックの α	0.80

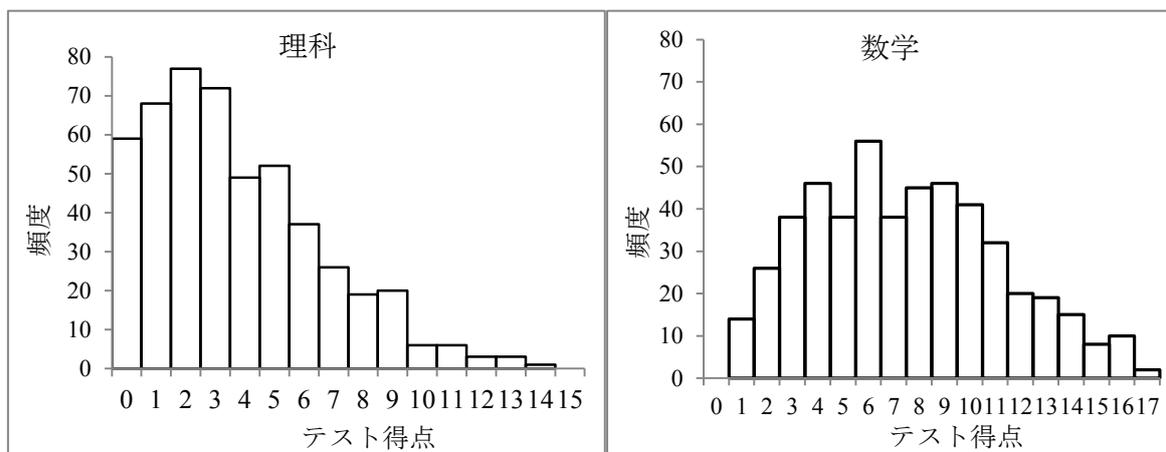


図 4.14 調査①：各教科におけるテスト得点のヒストグラム

(2) 理科テストの分析

① 各項目の通過率と識別力

まず、通過率及び識別力から、分析対象とする問題を選定する。各項目の通過率(正答率)及び識別力を表 4.5 に示す。さらに横軸に通過率を縦軸に識別力をとり散布図を作成した(図 4.15)。

表 4.5 調査①：各問題の通過率及び識別力(理科)

問	通過率	識別力	問	通過率	識別力
1a	0.28	0.31	3a	0.26	0.24
1b	0.45	0.39	3b	0.26	0.28
1c	0.51	0.44	3c	0.07	0.31
1d	0.40	0.39	4	0.45	0.18
2a	0.19	0.49	5	0.16	0.37
2b	0.12	0.51	6a	0.27	0.51
2c	0.09	0.35	6b	0.12	0.36
			6c	0.08	0.39

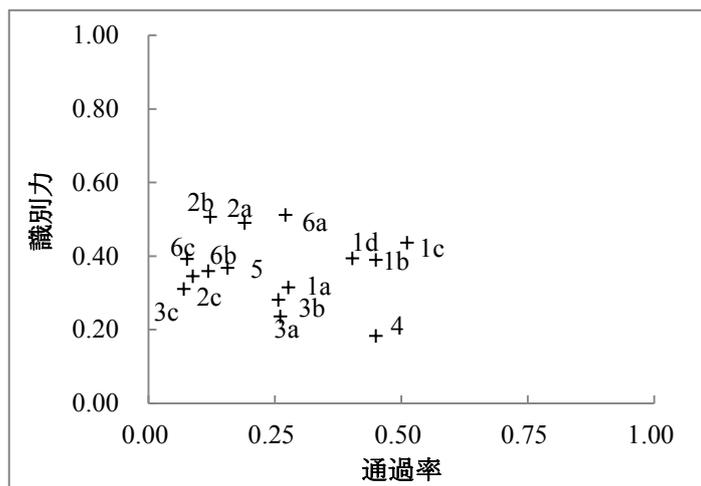


図 4.15 調査①：通過率と識別力の同時分布(理科)

一般的に識別力は 0.2 以上であることが好ましいとされている。その基準から判断すると、良好な結果が得られた問題が多いといえる。しかし、問題 4 は識別力が 0.2 を下回り 0.18 であった。問題 4 は選択式の問題(図 4.4)であり、その特異性が伺える。そこで、問題 4 を分析の対象から除外した。

② 数量化Ⅲ類による解答パターン分類

通過率と識別力による分析から、問題 4 を分析対象から除外したほうが良いとの結論に至った。そこで問題 4 を除いた 14 問に対して数量化Ⅲ類を用いて、各問題を生徒の解答パターンの類似性に基づき分類し、その分類基準を浮き彫りにする。各問題において正答した生徒には 1 をそうでない生徒には 0 を与えて、数量化Ⅲ類を適用した。解析の結果、累積寄与率と解釈可能性を判断基準として、成分 2 まで検討した。固有値は成分 1 が.32、成分 2 が.28 で、成分 2 までの累積寄与率は 27.12%であった。一般的に数量化Ⅲ類では成分 1 や成分 2 の累積寄与率が大きくならないことが多く、そのような場合には、主に成分 1 と成分 2 に重点を置いて考察すればよい(永田・棟近, 2001)。成分 1 と成分 2 の変数スコアを用いて、成分 1 を横軸、成分 2 を縦軸にとり、各問題の類似性を示す(図 4.16)。

この図において、二点間の距離が近いことは、二つの問題の関係が強いことを意味する(林, 1993)。例えば、1a と 1b は解答パターンの類似性が強く、1a と 3a は解答パターンの類似性が弱いことを示している。すなわち、1a に正答する生徒は 1b に正答する傾向が強く、3a に正答する傾向は少ないということを示している。

成分 1 の正側はグラフを読み取り解答する問題や抵抗の値を計算する問題などの定量的思考が求められる問題が位置している。一方負側は定義を記述する問題などの定性的思考が求められる問題が位置している。したがって、成分 1 は問題形式を示す評価軸であるといえる。成分 2 の正側は「電気」の単元の問題が位置しており、負側は「物質」の単元の問題が位置する。したがって、成分 2 は問題の単元を示す評価軸であるといえる。

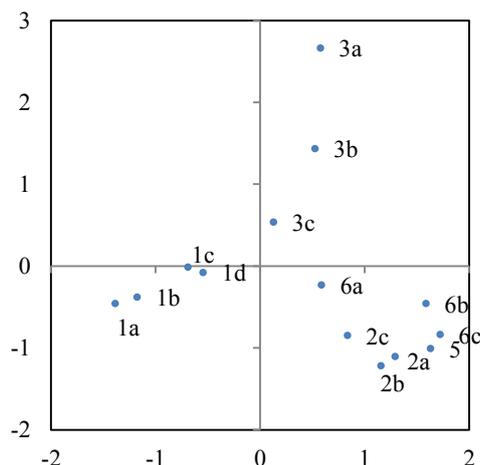


図 4.16 調査①：数量化Ⅲ類による各問題の解答パターンの類似性(理科)

③ クラスタ分析による各問題の大別

数量化Ⅲ類による解答パターンの分類とその考察から，成分1が問題形式を成分2が問題の単元を表すと解釈した．次に各問題をいくつかのクラスターに大別し，その特徴を考察するために，成分1と成分2の変数スコアを対象にしたクラスタ分析(ウォード法)を行った．クラスタ分析の結果を図4.17に示す．

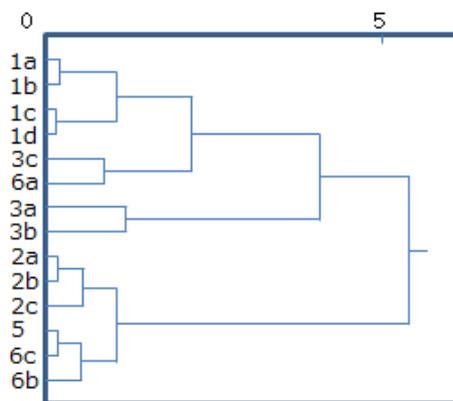


図 4.17 調査①：クラスタ分析による各問題の分類結果(理科)

図4.17から，C1(1a, 1b, 1c, 1d, 3c, 6a)とC2(3a, 3b)とC3(2a, 2b, 2c, 5, 6c, 6b)の大きく3つのクラスターに分かれることが分かる．C1の大部分は成分1の負側に位置しており，定性的な思考が求められる問題である．具体的には，「力」の単元の用語の定義を説明する問題や，電圧と電流のグラフからその関係を結論付ける問題が含まれている．C2は成分2の正側に位置しており，「電気」の単元の問題である．具体的には電流や電圧の定義を説明する問題である．C3は成分1の正側に位置しており，定量的思考が求められる問題が多く含まれている．具体的には，質量と体積のグラフを読み取る問題や，電流と電圧のグラフから抵

抗を求める問題である。

次に各クラスターの特徴を明らかにするために、項目特性曲線(ICC, item characteristic curve, 項目反応理論における項目特性曲線と区別するために設問解答分析図と呼ばれることもある)を描いた(図 4.18)。項目特性曲線は、横軸に学力を縦軸に通過率を配して描いた曲線または折れ線グラフである(豊田, 2002)。描き方には様々な方法があるが、ここでは豊田(2002, pp.7-8)の方法を参考にし、以下の手順で作成した。①テスト得点をソートし、被験者を人数のほぼ等しい5つの群に分ける。②低得点群から高得点群までを0群, 1群, 2群, 3群, 4群と呼ぶ。③各群における項目の通過率をプロットし、直線で結ぶ。

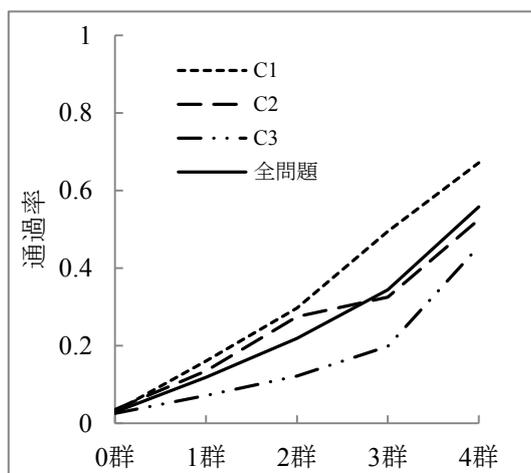


図 4.18 調査①：各クラスターの項目特性曲線(理科)

各クラスターでの項目特性直線に着目すると、C1においては0群から4群までなだらかに上昇している。一方C2では0群から4群までなだらかに上昇しているものの、2群と3群の通過率はほぼ同程度である。他方C3は特徴的な項目特性曲線であり、0群から3群まで通過率が低いが、3群から4群にかけて急激に上昇している。すなわちC3の通過率が低いのは、各得点群において通過率が低いからではなく、高得点群の通過率は高いものの低・中得点群において極端に通過率が低いためである。これらの問題の共通点として、具体的な文脈を伴ったグラフから定量的思考を用いて解答する必要がある。したがって、低・中得点群の生徒にとって、具体的な文脈をともなったグラフの理解が障壁となっている可能性が浮かび上がった。

(3) 数学テストの分析

① 各項目の通過率と識別力

まず、通過率及び識別力から、分析対象とする問題を選定する。各項目の通過率(正答率)及び識別力を表 4.6 に示す。さらに横軸に通過率を縦軸に識別力を取り散布図を作成した(図 4.19)。

表 4.6 調査①：各問題の通過率及び識別力(数学)

問	通過率	識別力	問	通過率	識別力
1a	0.76	0.40	4a	0.50	0.52
1b	0.63	0.42	4b i	0.27	0.49
1c	0.53	0.47	4b ii	0.27	0.50
2a	0.95	0.14	5a	0.17	0.14
2b	0.41	0.33	5b	0.42	0.43
2c	0.46	0.46	6a	0.56	0.31
3a	0.39	0.48	6b	0.19	0.37
3b	0.50	0.25	7a	0.40	0.39
			7b	0.09	0.44

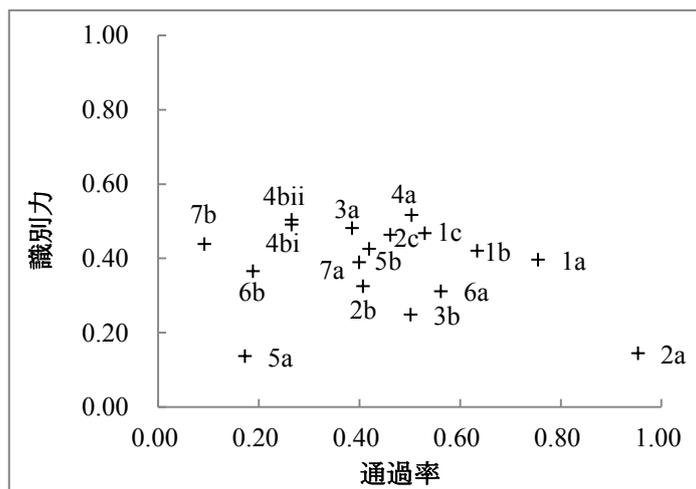


図 4.19 調査①：通過率と識別力の同時分布(数学)

一般的に識別力は 0.2 以上であることが好ましいとされている。その基準から判断すると、良好な結果が得られた問題が多いといえる。また通過率の値が 0 か 1 に近い問題は、それだけで識別力が小さくなることが知られており、問題 2a の識別力が小さいのはそのためである。一方、問題 5a は純粋に識別力が低い可能性が高い。問題 5a は反比例の問題(図 4.11)であり、その特異性が伺える。

さらに各得点群における通過率から問題を分析するために、図 4.18 と同様に豊田(2002, pp.7-8)の方法を用い、項目特性曲線を描いた(図 4.20)。

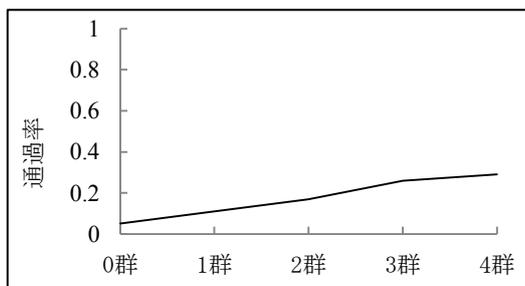


図 4.20 調査①：問題 5a の項目特性曲線(数学)

図 4.20 から、通過率が低位から始まり、全体的に低位にはりついていることが分かる。このような問題は数学の実力というよりはたまたまその問題を知っていたかどうかで差がつき合計点との相関が低いことが知られている(豊田, 2002)。そこで、問題 5a を分析の対象から除外した。

② 数量化Ⅲ類による解答パターン分類

通過率と識別力による分析から、問題 5a を分析対象から除外したほうが良いとの結論に至った。そこで問題 5a を除いた 16 問に対して数量化Ⅲ類を用いて、各問題を生徒の解答パターンの類似性に基づき分類し、その分類基準を浮き彫りにする。各問題において正答した生徒には 1 を、そうでない生徒には 0 を与えて、数量化Ⅲ類を適用した。解析の結果、累積寄与率と解釈可能性を判断基準として、成分 2 まで検討した。固有値は成分 1 が.15、成分 2 が.10 で、成分 2 までの累積寄与率は 25.5%であった。一般的に数量化Ⅲ類では成分 1 や成分 2 の寄与率が大きくなる事が多く、そのような場合には、主に成分 1 と成分 2 に重点を置いて考察すればよい(永田・棟近, 2001)。成分 1 と成分 2 の変数スコアを用いて、成分 1 を横軸、成分 2 を縦軸にとり、各問題の類似性を示す(図 4.21)。

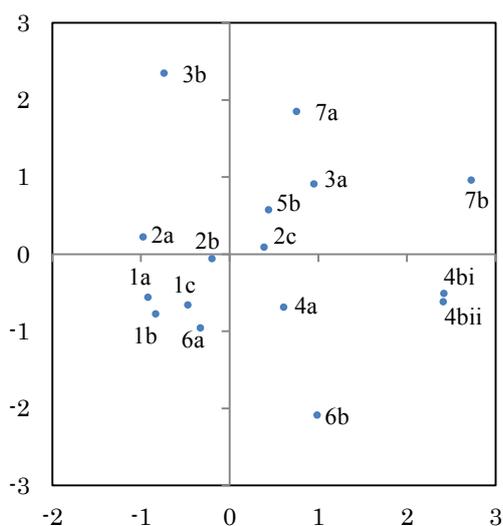


図 4.21 調査①：数量化Ⅲ類による各問題の解答パターンの類似性(数学)

この図において、二点の距離が近いことは、二つの問題の関係が強いことを意味する(林, 1993)。例えば 4b(i)と 4b(ii)は解答パターンの類似性が強く、4b(i)と 3b は解答パターンの類似性が弱いことを示している。すなわち、4b(i)に正答する生徒は 4b(ii)に正答する傾向が強く、3b に正答する傾向は少ないということを示している。

成分 1 の正側は通過率が低く識別力が高い問題、すなわち高得点群のみが正答する傾向にある問題が位置している。一方負側は通過率が高く識別力が低い問題、すなわち低得点群も正答する傾向にある問題が位置している。従って成分 1 は、各得点群が正答する傾向を示す評価軸であるといえる。成分 2 の正側は文章題が位置しており、負側は操作的な問

題が位置する。従って、成分2は問題の形式を示す評価軸であると言える。

つまり、生徒の解答パターンは単元では無く、問題の種類によって類似する傾向があることが明らかとなった。

③ クラスタ分析による各問題の大別

数量化Ⅲ類による解答パターンの分類とその考察から、成分1が各得点群の正答する傾向性、成分2が問題の形式を表すと解釈した。次に各問題をいくつかのクラスターに大別し、その特徴を考察するために、成分1と成分2の変数スコアを対象にしたクラスタ分析(ウォード法)を行った。クラスタ分析の結果を図4.22に示す。

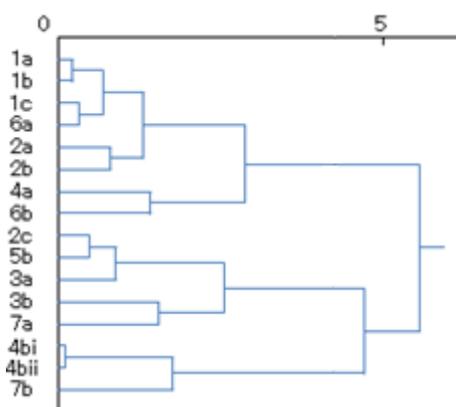


図 4.22 調査①：クラスタ分析による各問題の分類結果(数学)

図4.22から、C1(1a, 1b, 1c, 2a, 2b, 4a, 6a, 6b)とC2(2c, 3a, 3b, 5b, 7a)とC3(4b(i), 4b(ii), 7b)の大きく3つのクラスターに分かれることがわかる。C1の大部分は成分1の負側かつ成分2の負側に位置しており、低得点群も正答する傾向にある操作的な問題が多く含まれている。具体的には、代数式に文字を代入して式の値を求める問題や、グラフを描写するなどの問題である。C2の大部分は成分1の正側かつ成分2の正側に位置しており、中・高得点群が正答する傾向にある文章題が多く含まれている。具体的には、比例の問題解決や速さ・距離・時間の問題解決である。C3は成分1の正側に位置しており、高得点群が正答する傾向にある問題群である。具体的には、矢線図から対応関係を見つける問題や、グラフを読み取り平均の速さを求める問題などであり、数学的な考え方を問う問題であると解釈した。

次に各クラスターの特徴を考察するために、図4.18と同様に豊田(2002, pp.7-8)の方法を用い、各クラスターと全問題の項目特性曲線を描写した(図4.23)。各クラスターの平均通過率はC1が56.6%、C2が43.3%、C3が20.7%であった。

各クラスターでの項目特性直線に着目すると、C1においては0群では通過率が低いが、0群から1群にかけて急激に上昇し、1群から4群まではなだらかに上昇している。一方C2では1群の通過率がやや低いものの、各群の通過率は全問題の通過率とほぼ同程度である。他方C3は最も特徴的な項目特性曲線であり、0群から2群まで通過率が低いが、2群

から3群でなだらかに上昇し、3群から4群にかけて急激に上昇している。

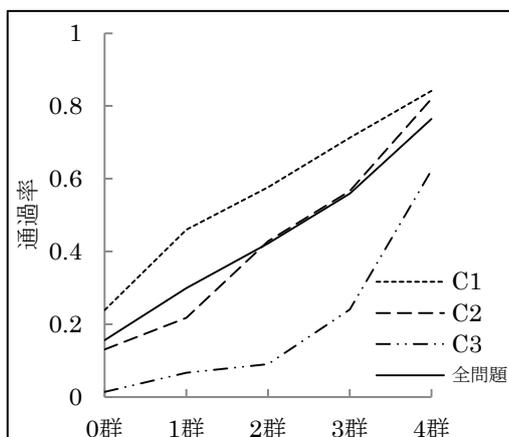


図 4.23 調査①：各クラスターの項目特性曲線(数学)

すなわち C3 の通過率が低いのは、各得点群において通過率が低いからではなく、高得点群の通過率は高いものの低・中得点群において極端に通過率が低いためである。つまり低・中得点群の生徒にとって、C3 の問題の理解が大きな障壁となっていることが浮かび上がった。

④ 生徒の解答分析

各クラスターでの項目特性曲線から、C3 の問題の理解が多くの生徒にとって障壁になっていることが浮き彫りとなった。C3 には 4b(i)と 4b(ii)と 7b が含まれている。また C1 と C2 と比べ、特に 2 群と 3 群の生徒が特徴的であったため、これら 200 名の生徒に着目し解答分析を行った。各問題及び各群での通過率は以下の通りである(表 4.7)。

表 4.7 調査①：C3 の各問題と各群における通過率(数学)

	0 群	1 群	2 群	3 群	4 群
4b(i)	0.03	0.09	0.11	0.38	0.71
4b(ii)	0.01	0.11	0.16	0.28	0.76
7b	0.00	0.00	0.00	0.06	0.41
C3	0.01	0.07	0.09	0.24	0.63

(i) 問題 4b(i)と 4b(ii)の解答分析

4b(i)と 4b(ii)は二つの集合間の対応関係を見つける問題である(図 4.10)。第 9 学年の集合の単元で学習済みであり、そこでは二つの集合の対応関係を定量的に考察している。また集合は第 1 学年より学習が行われている。

2 群と 3 群に属する生徒 200 名中、4b(i)に誤答した 151 名と 4b(ii)に誤答した 156 名を対象に解答分析を行った。分析結果を表 4.8 に示す。生徒の解答は一つの集合に着目した記述と、二つの集合の対応関係に着目した記述とに大別された。一つの集合に着目した記述

では、集合の特徴を捉えた偶数や整数といった記述や、変化に着目した記述が見られた。一方、二つの集合の対応関係に着目した記述では、対応関係の有無を述べたもの、対応関係を四則演算として捉えたもの、定量的に捉えようとして誤答したものがみられた。

表 4.8 調査①：問題 4b(i)と 4b(ii)の解答分析(数学)

	4bi		4bii	
	生徒の解答	人数	生徒の解答	人数
一つの集合	偶数	3	整数	6
	$x + 4$	43	$x + 1$	37
二つの集合	対応関係	24	対応関係	23
	割り切れる	13	割り切れない	12
	掛け算	4	足し算	5
	$x \times 2, x \times 3$	9	$x + 3, x + 5$	13
その他	7		6	
無回答	48		54	
合計		151		156

無回答を除く約半数の生徒が一つの集合に着目し、その特徴を記述していた。つまり、中得点群の生徒にとっては二つの数量に目を向けることが困難であると言える。また、残りの生徒の多くは二つの数量の対応関係に着目するものの、その関係を適切に捉えることができていなかった。

(ii) 問題 7b の解答分析

7b は距離と時間のグラフを読み取り、平均の速さを求める問題である(図 4.13)。第9学年の算術問題において学習済みである。2群と3群に属する生徒200名中、この問題に誤答した194名を対象に解答分析を行った。分析結果を表4.9に示す。生徒の解答は一変数に着目した記述と二変数に着目した記述に大別された。一変数に着目した記述から、グラフの読み取りそのものに課題がある生徒や、グラフから適切な距離や時間を求めるがそこで解答を終えている生徒がみられた。一方、二変数に着目した記述では、対応関係を掛け算として捉えたもの、適切に捉えたものの計算過程で誤答したものがみられた。

表 4.9 調査①：問題 7b の解答分析(数学)

	生徒の解答	人数
一変数	グラフを読み取る過程で誤答 例) 5km, 20min, 22:30,	46
	グラフから距離を読み取り解答：3km	35
	グラフから時間を読み取り解答：30min	27
二変数	二変数に着目するも、その関係が適切に捉えられていない 例) $30 \times 3 = 90\text{km/h}$, $3 \times 0.5 = 1.5\text{km/h}$	10
	二変数に着目するも、計算過程で誤答 例) 1km/h, 10km/h, 100km/h	12
	その他	7
	無回答	57

約半数の108人の生徒が一変数に着目し、二変数に着目することができていなかった。また二変数に着目できた生徒においても、一部の生徒はその関係を適切に捉えることができていなかった。

⑤ 解答分析の総合的考察

問題 4b(i), 4b(ii)と問題 7b に共通して、次の2点が課題として浮かび上がった。①二つの数量に目を向けること、②二つの数量の関係を適切に捉えること。我が国では、比例の表を提示した際に多くの児童が対応ではなく変化に着目することが知られているが(例えば、日野, 1996; 大谷・中村, 2004), 対応関係が強調される集合が指導されているザンビアにおいても、生徒が対応関係を捉えられないことは特筆すべき点である。

低・中得点群の生徒にとってはこの二点が大きな障壁となっているので、初等教育と前期での指導の充実を図るとともに、後期中等学校においても再度指導し直す必要がある。

(4) 理科テストと数学テストの解答分析の総合的考察

理科テストの解答分析から、低・中得点群の生徒にとって、具体的な文脈をともなったグラフの理解が障壁となっている可能性が浮かび上がった。他方、数学テストの解答分析からは、低・中得点群の生徒にとって、二つの数量に目を向けることと、その関係を適切に捉えることが障壁となっていることが浮き彫りとなった。つまり、両テストにおいて関数概念の定性的把握と定量的把握との接続に課題があると言える。例えば、原(2003)は理科の立場から、定性的把握から定量的把握に至る際に数学の重要性を指摘しているが、このような状況の解決の一方策として、理科と数学の関連付けの強調が考えられる。具体的な両教科の関連付けについては、次節以降に検討する。

4.1.4. 本節のまとめ

本節では、一次関数の習得につながる初等教育と前期中等教育での学習内容の定着状況を明らかにし、ザンビアの生徒が両教科の関連付けの調査を実施する上で必要な基礎的学力を有しているかどうか明らかにするとともに、生徒の実態からカリキュラム開発上の示唆を得ることを目的として考察した。

まずシラバスの分析から一次関数の習得につながる単元として、理科では「力」「電気」、 「密度」を、数学では「代数基礎」、 「数のパターン」、 「算術問題」、 「集合」、 「比と比例」、 「グラフ」を同定した。その後、後期中等教育に進学してきたばかりの第10学年生徒に対して、これらの単元の定着状況を調査した。その結果、全体の平均点はあまり好ましくなかったが、記述統計量やクロンバックの α 係数から、生徒は概念のつながりと文脈依存性の調査を実施する上で、最低限の基礎的な学力は有していると判断した。

各テスト結果の分析から、理科では具体的な文脈をともなったグラフの理解が低・中得点群の生徒にとって障壁となっている可能性が浮かび上がった。一方数学においては、生徒の解答パターンは単元ではなく問題の種類によって類似する傾向にあることが明らかと

なった。また生徒の解答パターンの類似性から、調査問題は大きく3つのクラスター(C1: 操作的な問題, C2: 文章題, C3: 数学的な考えを問う問題)に分類された。特に低・中得点群の生徒にとって C3 の理解が大きな障壁となっていることが浮かび上がった。さらに生徒の解答分析から、二つの数量に目を向けることとその関係を捉えることに困難性を抱いていることが浮き彫りとなった。これら2つの困難性をカリキュラム開発時に考慮する必要がある。

4.2. 関数領域における概念のつながりの調査

本節では概念地図法を用いた概念のつながりの調査からそこで測定できる内容を明らかにする。また実態把握の側面からは、理科と数学の概念のつながりの特徴を浮き彫りとしカリキュラム開発上の示唆を得る。そのためにまず、ザンビアの第12学年生徒に対し、理科と数学の関連付け調査を実施する。その後、概念地図の分析を通し、そこで測定できる内容を明らかにするとともに、カリキュラム開発上の示唆を得る。

4.2.1. 調査方法

(1) 対象者・実施時期

ザンビア南部州の公立中等学校に調査への協力を依頼した。この学校には8年生から12年生までの生徒約1000人が通っており、規模・成績ともにザンビアにおいて平均的な水準の学校である。対象者は、第12学年4クラスの生徒161名から、各クラス12~13名ずつ計51名を抽出した。調査は2014年の3月に実施した。ザンビアの学校は3学期制であり、1学期が1月から3月、2学期が5月から7月、3学期が9月から11月までである。

(2) 実施方法

概念地図の作成は、インタビュー形式で1人1人に以下の手順で実施した。1人あたりの実施時間は約30分であった。

- ① 11の概念ラベルをいくつかのグループに分類する。
- ② 各グループ内で関係があると考えた概念ラベルをリンクし、その関係を記述する。
- ③ グループ外で関係があると考えた概念ラベルをリンクし、その関係を記述する。

インタビュー形式で調査したのは、ザンビアの生徒がこれまでに概念地図を作成した経験が無く、その作成が困難であると考えたためである。また、概念ラベルを配置する前にグループに分類させたのは、グループ単位で操作することで体系化された概念地図の作成が容易になるためである(田中・宮脇, 1992)。

これまでの研究から、理科と数学を関連付ける際には「関数」領域が核となることが知られている(Vollrath, 1986; 小倉, 1996; 月岡他, 2003a, 2003b)。そこで、関数領域に着目し、概念ラベルの抽出を行った。理科シラバス(Ministry of Education, 2000a)と数学シラバス(Ministry of Education, 2000b)の分析を行った結果、関数概念を含む理科の単元として「速さ、速度と加速度」「質量と重さ」「密度」「力」「エネルギー、仕事、仕事率」「物質の運動論」「熱の性質」「光と音を含む、一般的な波の性質」「電流」「電磁石の効果」が、数学の単元として、「関係と関数」「比と比例と割合」「変化量」「グラフ」「距離・時間・速さとグラフ」が浮かび上がった(巻末資料5)。そこで、理科の学習内容として「力」から「ばねの伸びと重り」と「速さ、速度と加速度」に着目し、数学の学習内容として「比と比例と割合」から「比例」と「グラフ」と「距離・時間・速さとグラフ」に着目し、理

科と数学の教科書を参考に11の概念ラベルを抽出した(表4.10)。第12学年の生徒はこれらの単元を学習済みである。

表 4.10 調査②：教科書から抽出した11の概念ラベルとその教科

理科	理科及び数学	数学
実験結果	比例	
フックの法則	直線	傾き
ばねの伸び/力 = 一定	等加速度運動	
速度 = 加速度× 時間	グラフ	$y = kx$
	表	

(3) 分析の流れ

各概念ラベル間のリンク総数を概念ラベル間の親近性とし、多次元尺度構成法を用い、調査対象者全体の概念地図の構造を明らかにした。多次元尺度構成法は、対象間の親近性がデータとして与えられたときに、ユークリッド空間にサンプルを布置し、類似したものを近くに、類似していないものを遠くに配置する方法の総称である(永田・棟近, 2001)。ここでは、リンク総数を対象間の親近性のデータとして用いるため、非計量多次元尺度構成法を用いた。次に、その結果にクラスター分析を用い、各概念ラベルを分類した。ここでは各クラスターを概念系であるとし、その特徴を考察した。さらにリンクの結合語の分析から、各概念ラベル主題的関連付けもしくは構造的の一貫性のどちらを根拠として関連付けているか考察した。

次に、各学習者集団内での特徴を把握するために、数量化Ⅲ類を適用し、リンクのパターンの類似性に基づき生徒を分類した。その後、学習者集団全体の分析時同様、各生徒群においてリンク総数を概念ラベル間の親近性とし、非計量多次元尺度構成法とクラスター分析を用いて、概念ラベルを分類した。各クラスターを概念系であるとし、その特徴を考察した。

さらに、特徴的であった概念ラベル間についてはリンクの意味分析を実施し、カリキュラム開発上の示唆を検討した。

4.2.2. 結果と考察

(1) 調査対象者全体の特徴

概念ラベルを11提示したため、2つずつの組み合わせは55通りになる。そこで、各組み合わせにおいてリンクがある場合には1を、そうでない場合には0を与え、2値データ化した。図4.24にある生徒が作成した概念地図の例を示す。この生徒の場合、[フックの法則]と[実験結果]にはリンクが見られないため、表4.11の両概念ラベルの交点には0を記した。他方、[ばねの伸び / 力=一定]と[実験結果]にはリンクが見られるため、表4.11の両

概念ラベルの交点には1を記した. 同様の手順で, 各概念地図を2値データに変換した(表4.11).

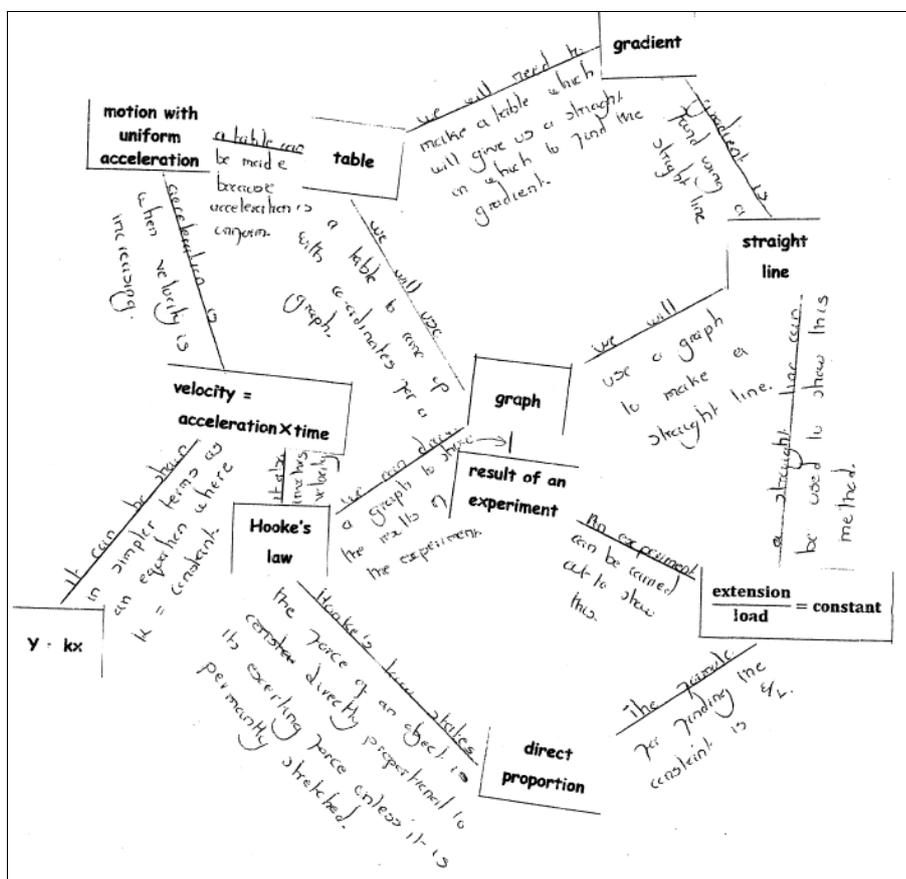


図 4.24 調査②: 生徒が作成した概念地図例

表 4.11 調査②: 図 4.24 の生徒の各概念ラベル間のリンク数

	実験結果	フックの法則	ばねの伸び/力 = 一定	等加速度運動	速度 = 加速度 × 時間	表	グラフ	直線	傾き	y = kx	比例
実験結果	—	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0
フックの法則		—	0	0	1	0	1	0	0	0	1
ばねの伸び/力 = 一定			—	0	0	0	0	1	0	0	1
等加速度運動				—	1	1	0	0	0	0	0
速度 = 加速度 × 時間					—	0	0	0	0	1	0
表						—	1	0	1	0	0
グラフ							—	1	0	0	0
直線								—	1	0	0
傾き									—	0	0
y = kx										—	0
比例											—

同様の手順で調査対象者 51 名の各概念ラベル間のリンク数を分析し、各概念ラベル間のリンク総数を求めた。その結果を表 4.12 に示す。2つの概念ラベル間のリンク総数に着目した場合、[等加速度運動]と[速度 = 加速度×時間]が最も多く、次に[比例]と[$y = kx$]が多かった。他方、[$y = kx$]と[等加速度運動]のリンク総数は0であった。

表 4.12 調査②：各概念ラベル間のリンク総数

	実験結果	フックの法則	ばねの伸び/力 = 一定	等加速度運動	速度 = 加速度 × 時間	表	グラフ	直線	傾き	$y = kx$	比例
実験結果	—	7	13	5	8	25	8	3	5	3	5
フックの法則		—	28	7	2	6	5	3	1	2	14
ばねの伸び/力 = 一定			—	5	7	13	13	6	4	10	12
等加速度運動				—	41	2	15	23	1	0	3
速度 = 加速度 × 時間					—	6	17	10	6	7	4
表						—	24	6	11	5	6
グラフ							—	30	23	2	3
直線								—	33	5	8
傾き									—	10	2
$y = kx$										—	35
比例											—

次に、各概念ラベル間のリンク総数を概念ラベルの親近性とし、非計量多次元尺度構成法を用いた。その際、Kruskal のストレス値²³を参考に、7次元まで取り上げた。この7次元モデルにおける Kruskal のストレス値は0.000であり、モデルの適合度は極めて高い。その後、各概念ラベルの次元1から次元7までの座標を対象にしたクラスター分析(ウォード法)を行い、各概念ラベルを分類した。クラスター分析の結果を図 4.25 に示す。

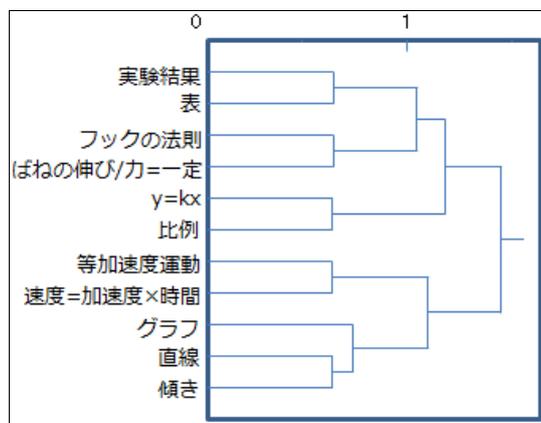


図 4.25 調査②：概念ラベルの類似性

²³ ストレス値はモデルの適合が良いほど値が小さくなる(永田・棟近, 2001)。その判断基準として、0.200 がよくない、0.100 が悪くはない適合、0.050 がよい適合、0.025 が非常に良い適合、0.000 が完全な適合として知られている。

図 4.25 から、C1(実験結果, 表, フックの法則, ばねの伸び/力 = 一定, $y = kx$, 比例)と C2(等加速度運動, 速度 = 加速度×時間, グラフ, 直線, 傾き)の大きく 2 つのクラスターに分かれることが分かる. さらに, C1 の中では, C1.1(実験結果, 表, フックの法則, ばねの伸び/力 = 一定)と C1.2($y = kx$, 比例)に分かれる. C1.1 は理科の「ばねの伸びと重り」の学習内容であり, C1.2 は数学の「比例」の学習内容である. C2 の中では, C2.1(等加速度運動, 速度 = 加速度×時間)と C2.2(グラフ, 直線, 傾き)に分かれる. C2.1 は理科の「速さ, 速度と加速度」と数学の「距離・時間・速さとグラフ」の学習内容であり, C2.2 は数学の「距離・時間・速さとグラフ」と「グラフ」の学習内容である. ここで, C2.1 の[速度 = 加速度×時間]は理科でのみ学習し, C2.2 の[傾き]は数学でのみ学習する. したがって, C2.1 がより理科の学習内容に傾倒しており, C2.2 がより数学の学習内容に傾倒しているといえる. そこで, C1.1 を理科の概念系「ばねの伸びと重り」, C1.2 を数学の概念系「比例」, C2.1 を理科の概念系「等加速度運動」, C2.2 を数学の概念系「グラフ」とする(表 4.13)²⁴.

表 4.13 調査②: 各概念系とその概念ラベル

教科	概念系	概念ラベル
理科	ばねの伸びと重り	実験結果, 表, フックの法則, ばねの伸び/力 = 一定
理科	等加速度運動	等加速度運動, 速度 = 加速度×時間
数学	比例	比例, $y = kx$
数学	グラフ	グラフ, 直線, 傾き

ここで, 理科と数学の関連付けに着目すると, 概念系の組み合わせは, 「ばねの伸びと重り」と「比例」, 「ばねの伸びと重り」と「グラフ」, 「等加速度運動」と「比例」, 「等加速度運動」と「グラフ」の 4 通りである. 図 4.25 から, 調査対象者全体の傾向として, 「ばねの伸びと重り」と「比例」, 「等加速度運動」と「グラフ」のつながりが強いこと, また「ばねの伸びと重り」と「グラフ」, 「等加速度運動」と「比例」のつながりが弱いことが分かる.

次に, 関連性がみられた概念系の組み合わせにおいて, 各概念ラベル間のリンク総数を調査した. 表 4.14 は, 理科の概念系「ばねの伸びと重り」と数学の概念系「比例」の各概念ラベル間のリンク総数を示したものである. 表 4.14 から, [フックの法則]と[比例], [ばねの伸び/力 = 一定]と[$y = kx$], [ばねの伸び/力 = 一定]と[比例]においてリンク総数が多いことが分かる. つまり, これら概念ラベル間のつながりが, 両概念系を関連付ける際の核となっているといえる.

²⁴ 数学においては, 数学的なつながりが重視されており, その一つとして教科内での概念間や表記間の関連付け(教科内のつながり)が意図されている. その視点から考察すると, 「比例」と「グラフ」の概念系のつながりが弱いことは課題であるといえる. その一要因として, ザンビアにおいて「比例」と「グラフ」が異なった単元で指導されてことが挙げられる.

表 4.14 調査②：「ばねの伸びと重り」と「比例」のリンク総数 (51 人)

	$y = kx$	比例
実験結果	3 (5.9%)	5 (9.8%)
表	5 (9.8%)	6 (11.8%)
フックの法則	2 (3.9%)	14 (27.5%)
ばねの伸び/力 = 一定	10 (19.6%)	12 (23.5%)

表 4.15 は、理科の概念系「等加速度運動」と数学の概念系「グラフ」の各概念ラベル間のリンク総数を示したものである。表 4.15 から、[等加速運動]と[直線]でのリンク総数が多いことが分かる。また、[等加速度運動]や[速度 = 加速度×時間]と[傾き]のリンク総数が少ないことが分かる。したがって、[等加速度運動]と[直線]の関連付けによって、両概念系のつながりは強いものの、 $v-t$ グラフにおいて、その傾きが加速度であることに起因する影響は小さいといえる。

表 4.15 調査②：「等加速度運動」と「グラフ」のリンク総数 (51 人)

	グラフ	直線	傾き
等加速度運動	15 (29.4%)	23 (45.1%)	1 (2.0%)
速度 = 加速度 × 時間	17 (33.3%)	10 (19.6%)	6 (11.8%)

次に各概念ラベル間の結合が主題的関連付けもしくは構造的一貫性のどちらを根拠としているかを明らかにするために、リンクの結合語を分析した。ここでは、両概念ラベルを主題に基づき関連付けている場合(例えば、表を用いて傾きを求める)を主題的関連付け、両概念ラベルの構造的一貫性に基づき関連付けている場合(例えば、フックの法則はばねの伸び/力=一定である)を構造的一貫性とした。表 4.16 は各概念ラベル間のつながりにおける結合区分ごとの結合数と、各結合区分の割合を示したものである。ここで、各結合区分の割合は、合計のリンク数から不明のリンク数を除いたものを合計として算出した。

表 4.16 調査②：各概念ラベル間における結合区分ごとの結合数とその割合

概念ラベル		構造	主題	不明	合計	構造[%]	主題[%]
等加速度運動	速度 = 加速度 × 時間	32	0	9	41	100.0%	0.0%
フックの法則	ばねの伸び/力 = 一定	26	0	2	28	100.0%	0.0%
等加速度運動	直線	21	0	2	23	100.0%	0.0%
フックの法則	比例	12	0	2	14	100.0%	0.0%
ばねの伸び/力 = 一定	比例	10	0	2	12	100.0%	0.0%
ばねの伸び/力 = 一定	$y = kx$	6	0	4	10	100.0%	0.0%
フックの法則	等加速度運動	2	0	5	7	100.0%	0.0%
ばねの伸び/力 = 一定	速度 = 加速度 × 時間	4	0	3	7	100.0%	0.0%
速度 = 加速度 × 時間	$y = kx$	7	0	0	7	100.0%	0.0%
フックの法則	グラフ	4	0	1	5	100.0%	0.0%
ばねの伸び/力 = 一定	等加速度運動	4	0	1	5	100.0%	0.0%
ばねの伸び/力 = 一定	傾き	4	0	0	4	100.0%	0.0%
速度 = 加速度 × 時間	比例	4	0	0	4	100.0%	0.0%

実験	$y=kx$	2	0	1	3	100.0%	0.0%
フックの法則	直線	1	0	2	3	100.0%	0.0%
等加速度運動	比例	2	0	1	3	100.0%	0.0%
フックの法則	$y=kx$	1	0	1	2	100.0%	0.0%
グラフ	$y=kx$	1	0	1	2	100.0%	0.0%
$y=kx$	比例	30	1	4	35	96.8%	3.2%
直線	比例	6	1	1	8	85.7%	14.3%
等加速度運動	グラフ	11	2	2	15	84.6%	15.4%
直線	$y=kx$	4	1	0	5	80.0%	20.0%
速度=加速度×時間	傾き	3	1	2	6	75.0%	25.0%
傾き	$y=kx$	7	3	0	10	70.0%	30.0%
実験	速度=加速度×時間	4	2	2	8	66.7%	33.3%
実験	直線	2	1	0	3	66.7%	33.3%
グラフ	比例	2	1	0	3	66.7%	33.3%
グラフ	直線	15	9	6	30	62.5%	37.5%
実験	等加速度運動	3	2	0	5	60.0%	40.0%
直線	傾き	15	11	7	33	57.7%	42.3%
グラフ	傾き	12	10	1	23	54.5%	45.5%
速度=加速度×時間	グラフ	9	8	0	17	52.9%	47.1%
フックの法則	表	1	1	4	6	50.0%	50.0%
傾き	比例	1	1	0	2	50.0%	50.0%
実験	グラフ	3	4	1	8	42.9%	57.1%
速度=加速度×時間	直線	2	3	5	10	40.0%	60.0%
実験	ばねの伸び/力=一定	5	8	0	13	38.5%	61.5%
ばねの伸び/力=一定	グラフ	5	8	0	13	38.5%	61.5%
ばねの伸び/力=一定	表	4	7	2	13	36.4%	63.6%
表	比例	2	4	0	6	33.3%	66.7%
表	グラフ	7	17	0	24	29.2%	70.8%
表	傾き	2	8	1	11	20.0%	80.0%
実験	フックの法則	1	5	1	7	16.7%	83.3%
速度=加速度×時間	表	1	5	0	6	16.7%	83.3%
実験	表	1	22	2	25	4.3%	95.7%
ばねの伸び/力=一定	直線	0	5	1	6	0.0%	100.0%
表	直線	0	3	3	6	0.0%	100.0%
実験	傾き	0	2	3	5	0.0%	100.0%
実験	比例	0	5	0	5	0.0%	100.0%
表	$y=kx$	0	5	0	5	0.0%	100.0%
等加速度運動	表	0	2	0	2	0.0%	100.0%
フックの法則	速度=加速度×時間	0	0	2	2	-	-
フックの法則	傾き	0	0	1	1	-	-
等加速度運動	傾き	0	0	1	1	-	-
等加速度運動	$y=kx$	0	0	0	0	-	-
合計		301	168	89	558	64.2%	35.8%

構造的ー貫性によるリンクの割合が 64.2%であるのに対して、主題的関連付けによるリンクの割合が 35.8%であった。今回は関数領域という共通する学習内容や考え方に焦点を当て、概念ラベルを抽出したため、構造的ー貫性によるリンクが多くなったと考えられる。また概念ラベル間において、構造的ー貫性によるリンクが多いもの(例えば、等加速度運動と速度=加速度×一定、フックの法則とばねの伸びと力/一定)、両方のリンクが見受けられ

るもの(速度=加速度×時間, 実験とばねの伸び/力=一定), 主題的関連付けによるリンクが多いもの(ばねの伸び/力=一定と直線や実験と比例)が見られた. 先行研究においては構造的ー貫性による関連付けに焦点が当たることが多かったが, 概念地図法を用いて主題的関連付けについても測定できることが浮かび上がった. またここでは概念ラベルの抽出を学習内容に焦点を当て実施しているため, その測定においても学習内容の関連付けに焦点があたっている.

上述の議論をまとめると, 調査対象者全体の傾向性として以下4点が浮かび上がった. ①理科と数学の各単元の学習内容に基づいて概念系が形成されている, ②「ばねの伸びと重り」と「比例」との概念系間につながりが見られ, [フックの法則]と[比例]のつながりが両概念系を関連付ける際の核となっている, ③「等加速度運動」と「直線」との概念系間につながりが見られるが, [等加速度運動]や[速度=加速度×時間]と[傾き]のつながりは弱い, ④「ばねの伸びと重り」と「比例」, 「等加速度運動」と「グラフ」との概念系間につながりが強い. また概念地図法を用いて構造的ー貫性による関連付けだけではなく, 主題的関連付けも測定できることが実証された.

(2) 各生徒群の特徴

調査対象者51名の2値データ(表4.12)に数量化Ⅲ類を適用し, リンクのパターン類似性に基づき各生徒を分類した. 数量化Ⅲ類では固有値は1以下であるため, 累積寄与率が80%以上という目安だけが意味を持つ(永田・棟近, 2001). そこで, 累積寄与率が80%以上になるよう, 成分20まで検討した. 成分20までの累積寄与率は81.3%であった. その後, 成分1から成分20までの変数スコアを対象にしたクラスター分析(ウォード法)を行った. その結果, 生徒は大きく3つのグループ, 生徒群A(16名), 生徒群B(11名), 生徒群C(7名)とその他の少数のグループ(17名)に分かれた. 各生徒群における概念地図の例を図4.26から図4.28に示す. また各生徒群でリンク数には明確な差は見られなかった.

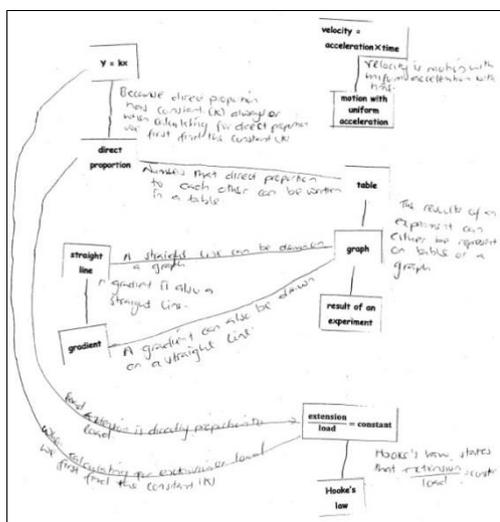


図 4.26 調査② : 生徒群 A の生徒の概念地図例

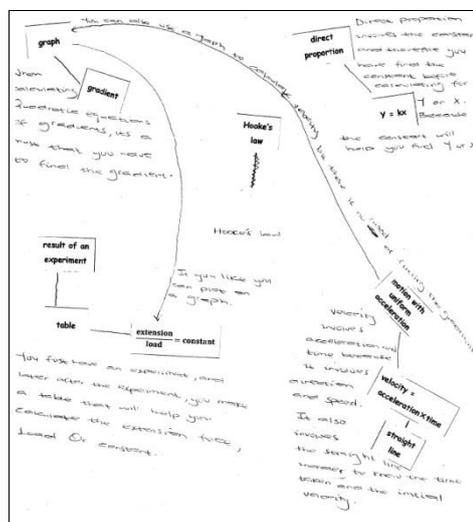


図 4.27 調査② : 生徒群 B の生徒の概念地図例

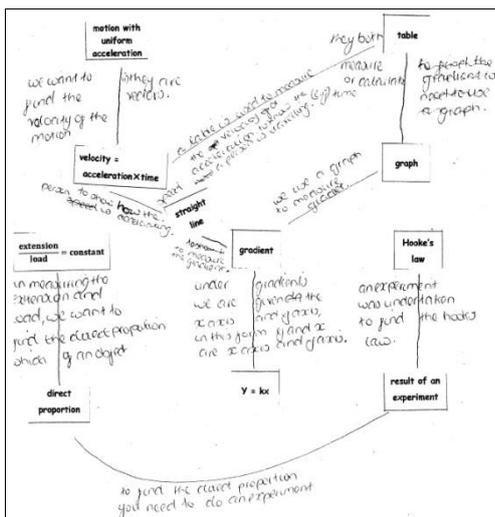


図 4.28 調査②：生徒群 C の生徒の概念地図例

次に各生徒群において、各概念ラベル間のリンク総数を概念ラベルの親近性とし、非計量多次元尺度構成法を用い、各生徒群における平均的な概念地図の構造分析を行った。その際、Kruskal のストレス値を参考に、8次元まで取り上げた。この8次元モデルにおけるKruskal のストレス値は各生徒群において 0.000 であり、モデルの適合度は極めて高い。その後、各概念ラベルの次元1から次元8までの座標を対象にしたクラスター分析(ウォード法)を行い、各概念ラベルを分類した。各生徒群におけるクラスター分析の結果を図 4.29 に示す。この図において、同じクラスターに属している概念は類似性が高く、そうでない概念は類似性が低い。つまり、同じクラスターに属している概念はつながりが強く、異なったクラスターに属している概念はつながりが弱いと解釈した。

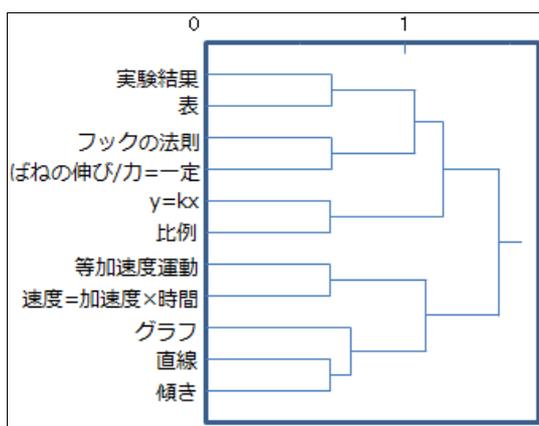


図 4.29 調査③：調査対象者全体の概念ラベルの類似性 (図 4.25, p.69 再掲)

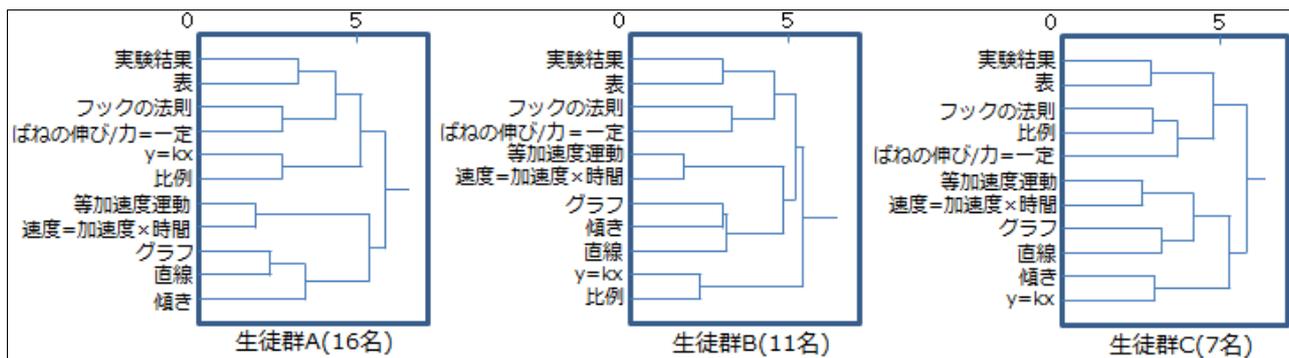


図 4.30 各生徒群における概念ラベルの類似性

生徒群 A は理科の概念系「グラフ」内の順序が異なるものの、それ以外の構造は調査対象者全体(図 4.29)と同じである。生徒群 B は理科の概念系「ばねの伸びと重り」と数学の概念系「比例」とのつながりが弱く、「比例」が独立している。生徒群 C では[比例]と[$y = kx$]の概念ラベルのつながりが弱く、[比例]は理科の概念系「ばねの伸びと重り」と、[$y = kx$]は[傾き]とのつながりが強い。そこで、生徒群 B においては「比例」の概念系に、生徒群 C においては[比例]と[$y = kx$]の概念ラベルに着目し分析を行う。

生徒群 B において「ばねの伸びと重り」と「比例」の各概念ラベル間のリンク総数を求めた(表 4.17)。調査対象者全体では、[フックの法則]と[比例]、[ばねの伸び/力=一定]と[$y = kx$]、[ばねの伸び/力 = 一定]と[比例]の間においてリンクが見られたが、生徒群 B においてはこれら概念ラベル間でほとんどリンクが見られなかった。したがって、「ばねの伸びと重り」と「比例」の概念系が独立している一要因とし、これら概念間を関連付けることができていないことが浮かび上がった。

表 4.17 調査②：生徒群 B における「ばねの伸びと重り」と「比例」間のリンク総数 (11 人)

	$y = kx$	比例
実験結果表	0 (0.0%)	1 (9.1%)
フックの法則	1 (9.1%)	2 (18.2%)
ばねの伸び/力 = 一定	2 (18.2%)	1 (9.1%)

生徒群 C では[比例]と[$y = kx$]の概念ラベルのつながりが弱い。そこで、[比例]と[$y = kx$]の概念ラベル間のリンク総数を調べたところ、2 であった。したがって、これらの生徒は理科と数学の関連付け以前に、教科内での関連付けに課題がある可能性が高い。

また[$y = kx$]と概念系「等加速度運動」や「グラフ」のつながりが強いので、各概念ラベル間のリンク総数を調査した。表 4.18 は生徒群 C における概念ラベル[$y = kx$]と概念系「等加速度運動」や「グラフ」の各概念ラベル間のリンク総数を示したものである。表 4.18 から、[$y = kx$]と[傾き]間のリンク総数が多いことが分かる。また、[$y = kx$]と理科の概念系「等加速度運動」の各概念ラベル間ではリンクがみられない。つまり、[$y = kx$]と「等加速度

運動」や「グラフ」の概念系とのつながりが強いことは、 $[y = kx]$ と「傾き」とのつながりに依存しているといえる。したがって、理科と数学の関連付けという観点からは、 $[y = kx]$ と「等加速度運動」のつながりも弱く、まずは $[y = kx]$ と「比例」及び「ばねの伸びと重り」とのつながりを構築したほうが良いといえる。

表 4.18 調査②：生徒群 C における $[y=kx]$ と「等加速度運動」・「グラフ」のリンク総数 (7人)

	$y = kx$
等加速度運動	0 (0.0%)
速度 = 加速度 × 時間	0 (0.0%)
グラフ	0 (0.0%)
直線	1 (14.3%)
傾き	5 (71.4%)

以上から、理科と数学の関連付けに着目すると、3つの段階があることが浮き彫りとなった。生徒群 A では、理科の概念系「ばねの伸びと重り」と数学の概念系「比例」、理科の概念系「等加速度運動」と数学の概念系「グラフ」のつながりが強い。生徒群 C では、理科の概念系「ばねの伸び重り」と数学の概念系「比例」が、理科の概念系「等加速度運動」と数学の概念系「グラフ」のつながりが強いが、教科間の関連付け以前に、教科内の関連付けにも課題があることが浮かび上がった。生徒群 B では、理科の概念系「等加速度運動」と数学の概念系「グラフ」が関連付いているが、数学の概念系「比例」が独立している。

(3) リンクの意味分析

生徒群 B の生徒にとっては理科の概念系「ばねの伸びと重り」と数学の概念系「比例」との関連付けが課題となっており、生徒群 C の生徒にとっては理科の概念系「ばねの伸びと重り」と数学の概念系 $[y = kx]$ との関連付けが課題となっている。そこで指導への示唆を得るため、「ばねの伸びと重り」と「比例」を関連付けている生徒が、どのような理由から両概念系を関連付けているのか調査した。その際、本節第2項(1)の結果を踏まえ、 $[フックの法則]$ と $[比例]$ 、 $[ばねの伸び/力 = 一定]$ と $[y = kx]$ 、 $[ばねの伸び/力 = 一定]$ と $[比例]$ に着目し、リンクを説明する結合語を分析した。

表 4.19 調査②：各概念ラベル間のリンクを説明する結合語とその数

リンクを説明する結合語	フックの法則と比例	ばねの伸び/力=一定と $y = kx$	ばねの伸び/力=一定と比例	合計
ばねの伸びは力に比例する	4	0	8	12
フックの法則は比例である	8	0	0	8
比例の公式である	0	1	2	3
どちらも公式である	0	3	0	3
定数を有する	0	3	0	3
グラフに表すことができる	0	1	0	1
無回答 / 不明	2	2	2	6
合計	14	10	12	36

表4.19は各概念ラベル間のリンクを説明する結合語とその結合語を記入した生徒数である。[比例]とのリンクについては、多くの生徒が“ばねの伸びは力に比例する”や“フックの法則は比例である”といった、フックの法則をその根拠として関連付けている。一方、[ばねの伸び/力 = 一定]と $y = kx$ では両概念ラベルが公式であることや、その公式間の共通性を理由として関連付けている。したがって、両概念系の関連付けを促進するには、フックの法則の概念を形成する指導の工夫と、公式間の共通性を見出す働きかけが必要である。またその際、知識構築のための指導法として、概念地図法の適用が考えられる²⁵。

4.2.3. 本節のまとめ

本節では、理科と数学の関連付けに概念地図法を用いた際に測定できる内容を明らかにするとともに、理科と数学の概念のつながりの様相からカリキュラム開発上の示唆を得ることを目的として考察した。

まず第12学年の生徒に対して、関数領域に着目し、理科と数学の関連付けの実態を調査した。その結果、これまで主として構造的・一貫性による関連付けに焦点が当てられてきた概念地図法を用いて、主題的関連付けを測定できることが浮かび上がった。またそこでは学習内容にその焦点が当たっている。したがって、第3章における理論的考察から示唆された、概念地図法による主題的関連付けの評価が実証されたといえる。

一方、調査対象者全体の傾向として、「ばねの伸びと重り」と「比例」、「等加速度運動」と「グラフ」のつながりが強いこと、また「ばねの伸びと重り」と「グラフ」、「等加速度運動」と「比例」のつながりが弱いことが浮かび上がった。さらにリンクのパターンの類似性から、生徒は大きく3つのグループに分類された。生徒群Aでは、調査対象者全体の傾向と同様であったが、生徒群Cでは、理科の概念系「ばねの伸びと重り」と数学の概念 $y = kx$ が関連付いておらず、生徒群Bでは数学の概念系「比例」が独立していることが明らかとなった。また、生徒群Cにおいては教科間の関連付け以前に、教科内の関連付けにも課題があることが浮かび上がった。

その後、リンクの意味分析から、生徒群Bと生徒群Cの生徒に対して、フックの法則の概念を形成する指導の工夫と、公式間の共通性を見出す働きかけが必要であるという示唆が得られた。

²⁵ 理科において概念地図法は、評価手法としてだけでなく、知識構築のための指導法としても用いられ、その効果が実証されている(cf. 福岡・笠井, 1991; 福岡・植田, 1992)。したがって、理科と数学の関連付けにおいても、知識構築のための指導法として概念地図法が有効である可能性が十分に考えられる。

4.3. 関数領域における文脈依存性の調査

本節では、文脈依存性の調査からそこで測定できる内容を明らかにする。また実態把握の側面からは、理科と数学の文脈依存性の特徴を浮き彫りとしカリキュラム開発上の示唆を得る。そのためにまず、ザンビアの第12学年の生徒に対して、理科と数学の文脈依存性の調査を実施する。その後生徒の解答分析及び補足インタビュー調査を通し、そこで測定できる内容を明らかにすると共に、カリキュラム開発上の示唆を得る。

4.3.1. 調査問題作成のためのシラバス・国家試験・教科書分析

月岡他(2003a, 2003b)や松元(2007)の指摘を踏まえ、理科と数学に共通する学習内容として関数概念に着目した。さらに、文脈依存性の調査を実施する単元を定めるために、シラバス分析を行った。理科のシラバス(Ministry of Education, 2000a)では、「速さ、速度と加速度」「質量と重さ」「密度」「力」「エネルギー、仕事、仕事率」「物質の運動論」「熱の性質」「光と音を含む、一般的な波の性質」「電流」「電磁石の効果」という単元が認められた。また、数学のシラバス(Ministry of Education, 2000b)では、関数概念を含む単元として、第11学年の「関係と関数」「比と比例と割合」「変化量」「距離・時間・速さとグラフ」が認められた。また、ザンビアにおいて一般的に理科や数学の文脈とみなされている問題を作成するために、これらの単元において、2000年から2009年までの国家試験の問題を比較し、出題の文脈は理科と数学で異なるが、同一の解法で解くことのできる問題を調査した。その結果、理科の「速さ、速度と加速度」の「等加速度運動」と「力」の「ばねの伸びと重り」、数学の「変化量」の「比例」を用いるのが適当との結論に至った。

ザンビアでは原則として教科書通りに授業が進められるため、ザンビアで最も一般的に用いられている教科書から理科の「等加速度運動」、 「ばねの伸びと重り」と数学の「比例」の指導法を概括した。ザンビアの後期中等教育では2000年にシラバスが改訂されたが、初等教育から優先的に教科書が改訂されるため、後期中等教育では依然新シラバスに対応した教科書が作成中である。しかし、新シラバスと旧シラバスに大きな齟齬はみられないため、現在も学校現場で用いられている、旧シラバスに対応した教科書を分析対象とした。

まず理科の教科書分析について、第7学年の教科書である Environmental Science Pupil's Book 7 (Mackrory, M. et al., 1998)では、「重さ」の単元において、ばねに様々な物体をつるし、物体によってばねの長さが異なることを導き出している。さらに、理科の教科書 Senior Secondary Course PHYSICS 10-12 Pupil's Book (Muonyu, 1992)では、ばねの伸びと重りの実験が取り扱われており、実験結果を表にまとめ、表から $\text{Extension(ばねの伸び)}/\text{load(重り)} = \text{一定}$ となること(縦の関係)を導きだしている。そして、ばね定数(比例定数)が一定なることをフックの法則として定義している。その後、この法則を用いて未知の値を求める例題と演習問題がそれぞれ1問扱われている。また「等加速度運動」は初等教育と前期中等教

育では指導されておらず、後期中等教育において初めて取り扱われる。ここでは、速さ・速度・加速度の定義やその公式が扱われ、その後グラフとの関係が扱われている。

次に数学の教科書分析について、ザンビアにおいて「比例」は第7学年で最初に取り扱われ、その後第9学年、第11学年で指導される。第7学年の教科書である *Breakthrough to Mathematics Grade 7* (Chanda, Kaite, Musakalu, Sikabbubba & Zulu, 2007) では、「比例」の導入として「一方の値が増加した時に、他方の値も増加する時、2つの量は比例である」という定義が述べられている。また第9学年の教科書である *Zambia Basic Education Course MATHEMATICS 9 Pupil's Book* (Kanondo, Mhango, Mukuyamba, Shampango & Siluye, 1992) では、「2つの量が同じ割合で増減するとき、2つの量は比例関係にある」と定義されている。また、未知の値を求める方法として、単位あたりの値を求める方法とクロスマルチプリケーション(分数式におけるたすき掛けの積が等しい)を用いた方法が説明されている。さらに後期中等教育における数学の教科書 *Zambia Secondary School Syllabus Mathematics Pupil's Book 11* (Mukuyamba et al. 1995) では、「比例」の導入に際し文脈が無く抽象的な表が提示されている。このように導入が抽象的であるのは、ザンビアの数学教科書における特徴の一つである(馬場, 2010)。そして、表から気づくこととして、比例定数が一定になること(縦の関係)、一方の値が増加した時に他方の値が増加すること(横の関係)を導きだし、このような2変数の関係が比例であると定義している。その後、比例の関係をを用いて未知の値を求める例題が2問と演習問題が7問扱われている。ここでは、 $y = kx$ を用いて解答する方法が紹介されている。これらの問題には、具体的な事象は扱われておらず、非常に抽象的である。

以上をまとめると、比例の定義について、理科の教科書では生徒自身が実験を通し比例の関係を導きだす構成となっているが、数学の教科書では比例の関係が説明されているだけである。また理科の教科書では、ばね定数(比例定数)が一定になること(縦の関係)のみが説明されている。他方数学の教科書では、比例定数が一定になること(縦の関係)、一方の値が増加した時に他方の値が増加すること(横の関係)が説明されている。未知の値を求める問題については、数学の教科書において例題及び演習問題が多く取り扱われていることが浮かび上がった。

4.3.2. 調査方法

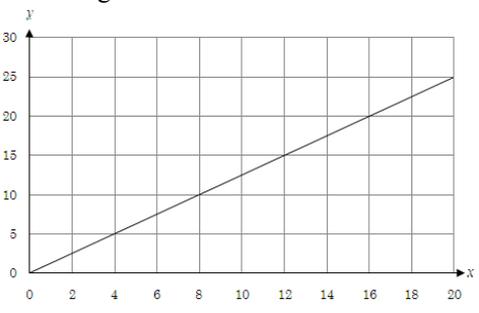
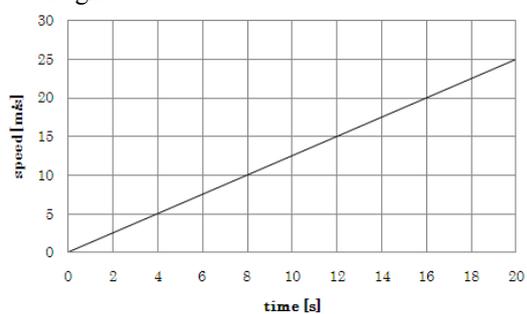
(1) 対象者・実施時期

ザンビア南部州の公立中等学校に調査への協力を依頼した。この学校には8年生から12年生までの生徒約1000人が通っており、規模・成績ともにザンビアにおいて平均的な水準の学校である。対象者は、第12学年の生徒165名である。調査は2011年2月から3月にかけて実施した。

(2) 実施方法

調査問題は文脈依存性の先行研究(西川, 1994; 石井他, 1996; 西川・岩田, 1999; 三崎, 1999, 2001; 小原・安藤, 2011)とザンビアの国家試験及び教科書を参考に作成した。さらに2010年6月に予備調査を当時の第12学年の生徒に対して実施し、その結果を踏まえ一部改善した。具体的な問題として、出題の文脈は数学と理科で異なるが、数値と解法は同一の問題を作成した(表4.20)。

表 4.20 調査③：文脈依存性の調査問題

Mathematics	Physics																																																																																																				
<p>1 y varies directly as x. Use the formula $y = 3x$ to calculate;</p> <p>(a) the value of y when $x = 3$.</p> <p>(b) the value of x when $y = 22.5$</p> <p>(c) Complete the table below.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">7</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">9</td> <td style="text-align: center;">10</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y</td> <td></td> </tr> </table> <p>2 Two variables X and Y have corresponding values as shown in the table below:</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="text-align: center;">X</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">5</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Y</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">12</td> <td></td> <td style="text-align: center;">20</td> </tr> </table> <p>Given that Y varies directly as X.</p> <p>(a) List all the relationships between X and Y which you find in the above table.</p> <p>(b) Find the value of Y when $X = 4$.</p> <p>(c) Find the value of Y when $X = 10$.</p> <p>(d) Find the value of X when $Y = 34$.</p> <p>(e) Find the equation connecting y and x.</p> <p>(f) Plot the graph of y against x using the provided graph paper.</p> <p>3 The diagram below shows the graph of a straight line.</p>  <p>(a) Complete the table below from the graph.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">12</td> <td style="text-align: center;">16</td> <td style="text-align: center;">20</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>(b) Find the gradient of the straight line.</p> <p>(c) Find the equation connecting y and x.</p>	x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	y												X	1	2	3	4	5	Y	4	8	12		20	x	0	4	8	12	16	20	y							<p>1 A car has steady acceleration. Use the formula $v = 3t$ to calculate;</p> <p>(a) the value of v when $t = 3$[s].</p> <p>(b) the value of t when $v = 22.5$ [m/s]</p> <p>(c) Complete the table below.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="text-align: center;">Time [s]</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">5</td> <td style="text-align: center;">6</td> <td style="text-align: center;">7</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">9</td> <td style="text-align: center;">10</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Velocity [m/s]</td> <td></td> </tr> </table> <p>2 Figure shows a spring with its upper end fixed, hanging alongside a meter rule. The lower end of the spring gave the following extensions when the various loads were hung from it.</p>  <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="text-align: center;">Load [N]</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">5</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Extension [mm]</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">12</td> <td></td> <td style="text-align: center;">20</td> </tr> </table> <p>(a) List all the relationships between load and extension which you find in the above table.</p> <p>(b) Find the extensions for a load of 4N.</p> <p>(c) Find the extension for a load of 10N.</p> <p>(d) Find the load [N] that produces an extension of 34 mm.</p> <p>(e) Find the equation connecting extension and load.</p> <p>(f) Plot the graph of extension against force using the provided graph paper.</p> <p>3 Figure shows a graph of how the speed of a car changed over 20 seconds as the car accelerated along a straight road.</p>  <p>(a) Complete the table below from the graph.</p> <table border="1" style="width: 100%; border-collapse: collapse; margin-top: 10px;"> <tr> <td style="text-align: center;">Time [s]</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">12</td> <td style="text-align: center;">16</td> <td style="text-align: center;">20</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Speed [m/s]</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>(b) Calculate the acceleration of the car.</p> <p>(c) Find the equation connecting speed and time.</p>	Time [s]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Velocity [m/s]												Load [N]	1	2	3	4	5	Extension [mm]	4	8	12		20	Time [s]	0	4	8	12	16	20	Speed [m/s]						
x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																										
y																																																																																																					
X	1	2	3	4	5																																																																																																
Y	4	8	12		20																																																																																																
x	0	4	8	12	16	20																																																																																															
y																																																																																																					
Time [s]	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10																																																																																										
Velocity [m/s]																																																																																																					
Load [N]	1	2	3	4	5																																																																																																
Extension [mm]	4	8	12		20																																																																																																
Time [s]	0	4	8	12	16	20																																																																																															
Speed [m/s]																																																																																																					

その際、共通する学習内容として関数概念に着目し、数学の「比例」と理科の「速さ、速度・加速度」、「力」を単元とした。第12学年の生徒は両単元を学習済みである。

本調査のように、同じ生徒に2種類のテストを連続して行う場合、後に実施したテストが前に実施したテストの影響を受ける可能性があることから、数学テストと理科テストの間隔を2週間空けた。その間、調査に関する教授的介入は行わなかった。また、先行研究からテストの順序は結果に影響しないことが明らかにされているため(石井他, 1996; 清和・大井, 2010; 小原・安藤, 2011), 理科のテストを先に行い、その後数学のテストを行った。

(3) 分析の流れ

調査対象者が165名であるため、文脈依存性の有無は対応のあるカイ二乗検定により明らかにする。その後文脈依存性が認められた問題を対応する生徒の解答パターンの類似性にに基づき分類する。その後、各分類における生徒の解答分析及び補足インタビュー調査を実施し、カリキュラム開発上の示唆を得る。

4.3.3. 結果と考察

各テストの平均、標準偏差、最大値、最小値を表4.21に示す。理科の平均点は7.83で、数学の平均点は7.42であり、両教科で明確な差は見られなかった。また、テストの信頼性を評価する指標であるクロンバックの α 係数は、理科テストにおいて.62で数学テストにおいて.72とやや低めであった。

表 4.21 調査③：各テストの記述統計量

	理科	数学
平均点	7.83/ 12	7.42/ 12
標準偏差	2.41	2.16
最大値	12	11
最小値	0	0

次に、理科テスト及び数学テストの各問いでの正誤のタイプ別生徒数を表4.22に示す。また、対応のあるカイ二乗検定の結果、理科テストの正誤と数学テストの正誤との間に5%水準で有意差が見られたものには「*」と表記した。対応のあるカイ二乗検定の結果から、1b 公式に数値を代入する問題、2a 表から気づくことを記述する問題、2d 未知の値を求める問題、2e 関係式を求める問題、3b グラフの傾きを求める問題において文脈依存性が認められた。2a と 3b では理科において通過率が高く、1b, 2d, 2e では数学において通過率が高かった。

表 4.22 調査③：各問における正誤のタイプ別生徒数

問題	両方正答	理科のみ正答	数学のみ正答	両方誤答
1a	156	3	4	2
1b*	98	14	27	26
1c	97	11	18	39
2a*	64	33	14	54
2b	149	3	9	4
2c	122	16	20	7
2d*	69	16	40	40
2e*	29	18	49	69
2f	78	28	34	25
3a	125	15	13	12
3b*	37	48	28	52
3c	1	5	11	148

*P<.05

各問題において文脈依存²⁶した生徒には1を、そうでない生徒には0を与えて、数量化Ⅲ類を適用した。解析の結果、累積寄与率と解釈可能性を判断基準として、Ⅱ軸まで検討した。固有値は、第Ⅰ軸が.43、第Ⅱ軸が.40で、Ⅱ軸までの累積寄与率は57.0%であった。Ⅰ軸とⅡ軸の変数スコアを用いて、文脈依存性が認められた問題の類似性を示す(図4.31)。

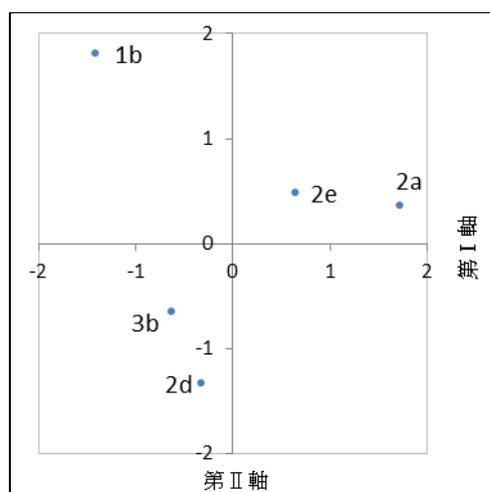


図 4.31 調査③：数量化Ⅲ類による文脈依存性が認められた問題の解答パターンの類似性

図4.31から文脈依存性が認められた問題は大きく3群(C1:1b,C2:2dと3b,2eとC3:2a)に分類されると捉えた。つまり、問題によって文脈依存する生徒が異なることが示唆された。次に各群における文脈依存性の要因を掴むために解答分析及び補足インタビュー調査を実施した。

(1) C1: 1bの解答分析

理科のみ正答していた生徒と数学のみ正答していた生徒に着目し、どのような理由で誤答していたか分析した。その結果、計算過程で誤答していた生徒と、無回答により誤答し

²⁶ 数値と解法が同一の問題において、出題の文脈の違いによって生徒の解答が異なり、一方の文脈でのみ正答すること

ていた生徒の大きく二つに分類できることが浮かび上がった。各教科で誤答した生徒数とその解法を表 4.23 に示す。

表 4.23 調査③：問 1b における各教科での解法別誤答者数

誤答の種類	数学のみ正答し理科で誤答	理科のみ正答し数学で誤答
計算過程で誤答	18	9
その他(無回答含む)	9	5
合計	27	14

ここで数学のみ正答し理科で誤答した生徒の多くは、その計算過程において誤答していることが分かる。そこで、これらの生徒の数学における解法と理科における解法に着目しその分析を実施した。数学では正答したが理科では誤答した生徒の解答例を図 4.32 に示す。図 4.32 から分かるように、数学のみ正答し理科で誤答した生徒の多くは両教科で同じ方法を用いるものの、その計算過程で小数点の位取りを誤ったり、四則演算の計算間違いをしたりしていた。これらの生徒は基礎的な四則演算が定着しておらず、理科の文脈における単位などの複雑性によって、解答が異なったのではないかと考えられる。西川・岩田(1999)は文脈依存性の要因として単位を挙げているが、これらの生徒においても同様に理科の文脈における単位が影響を与えている可能性がある。

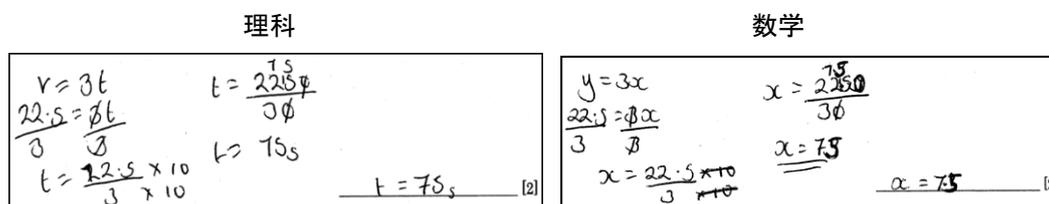


図 4.32 調査③：問 1b において理科で誤答し数学で正答した生徒の解答

(2) C2: 2d の解答分析及び補足インタビュー

① 解答分析

生徒が数学及び理科のテストを解く際に用いた解法(数学か理科か)及びテストに正答した生徒数を表 4.24 にまとめた。ここでは、数学の方法として $y = kx$ (図 4.33)とクロスマルチプリケーション(図 4.34)を、理科の方法として extension/load=4(図 4.35)と規定し分類を行った。

$$y = kx$$

$$\frac{34}{4} = \frac{4x}{4}$$

$$x = 8.5$$

図 4.33 調査③： $y = kx$

$$x \quad y$$

$$4x = 34$$

$$x = 8.5$$

図 4.34 調査③： クロスマルチプリケーション

$$\frac{\text{extension}}{\text{load}} = 4$$

$$\frac{34}{2} = 4$$

$$2 = 8.5$$

図 4.35 調査③： extension/load=4

また、一部の生徒は $34 \div 4 = 8.5$ と計算しており、どちらの方法を用いたか判断できなかったため不明とした。

表 4.24 調査③：問 2d における各教科での解法別正答者数

解法	数学のテスト		理科のテスト	
	生徒数	正答者数	生徒数	正答者数
数学 $y = kx$ クロスマルチプリケーション	132	102	22	19
理科 extension/load=4	0	0	95	57
不明	7	7	9	9
無回答	26	0	39	0
合計	165	109	165	85

表 4.24 から、数学のテストでは、不明の 7 名と無回答であった 26 人以外の全ての生徒が数学で学習した方法を用いたことが分かる。一方理科のテストでは、不明の 9 名と無回答の 39 人を除いた、117 人中 95 人(81.2%)の生徒が理科で学習した方法を用い、117 人中 22 人(18.8%)の生徒が数学で学習した方法を用いた。つまり、数学のテストを解く際に理科で学習した方法を用いた生徒は見られなかったが、理科のテストにおいては数学で学習した方法を用いた生徒が複数見られた。すなわち、理科のテストでは理科で学習した方法で解こうとする意識が生徒にはたらくものの(石井他, 1996)、一部の生徒は数学で学習した内容を理科に活用できることが明らかとなった。

次に正答者数に着目すると、数学の方法を用いた生徒は数学のテストでは 132 人中 102 人の 77.3%が、理科のテストでは 22 人中 19 人の 86.4%が正答していることが分かる。他方、理科の方法を用いた生徒は 95 人中 57 人の 60.0%しか正答していない。これらの誤答した生徒の多くは $\text{extension/load} = 4$ とすべきところを、 $\text{load/extension} = 4$ とし 136 という解を導いていた(84.2%)。また、僅かながら $34 \div 4 = 7.5$ と解答する生徒も見られた(12.5%)。以上のことから、この問題においては形式的な操作で記述できる、数学で学習した方法のほうが正答を得やすいことが示唆された。

② 補足インタビュー調査

この問題においては数学で学習した方法のほうが正答を得やすかったため、理科のテストにおいて理科の方法を用いた生徒が、同テストを数学の方法で解けることに気づいていたか、また数学の方法を用いることで正答を得ることができるかどうか明らかにするためにインタビュー調査を行った。調査対象として、理科のテストでは理科の方法を用い誤答した 38 名のうち、数学のテストでは数学の方法で正答した生徒 37 名から 12 名を抽出した。また質問内容は石井他(1996)の調査を参考にした。まず、理科の表を提示し「他の教科で同じような問題を見たことがあるか？」と尋ねた。その結果 12 人中 12 人の生徒が、数学で同じような問題を見たことがあると答えた。小原・安藤(2011)は質問紙調査における抽

出単語の繋がりから、生徒が理科と数学の関連性を十分に認識できていないことを指摘している。しかし今回の調査からは、生徒が問題の類似性に気づいていることが浮かび上がった。次に、これらの生徒に対して「数学の解き方で解いてみることはできないか？」と尋ねると、12人中11人の生徒が数学で学習した方法によって解答することができた。

つまり、一部の生徒は理科の問題が数学の問題と類似していることに気づいているものの理科で学習した方法を用いて解答すること、また理科のテストにおいて数学で学習した方法を用いることで正答できる可能性が浮かび上がった。

(3) C3: 2aの解答分析及び補足インタビュー

① 解答分析

大谷・中村(2004)の比例の性質を表す数表の仕組み及び藤本(2001)の表による表現をもとに5項目を定め、生徒の解法を分析した(表4.25)。「横の関係」の項目①「 x が増加した時 y も増加」は数学の教科書には明記されているが、理科の教科書には明記されていない。他方「縦の関係」の項目⑤「 y が x の4倍」は数学の教科書と理科の教科書において明記されている。

表4.25 調査③：問2aにおける各教科での各項目の関係に気づいた生徒数(複数回答)

項目	内容	数学	理科
横の関係	① x が増加した時 y も増加	10	40
	② x が1, y が4増加	19	32
	③ x が2倍, y も2倍	0	2
縦の関係	④ y が x で割り切れる	11	7
	⑤ y が x の4倍, $y=4x$	65	46
合計		105	127

調査結果から、関係に気づいた生徒数の合計に着目すると、理科ではより多くの生徒が2変数の関係に気づくことが示された。次に、縦の関係と横の関係に着目すると、数学ではより多くの生徒が縦の関係に気づき、理科ではより多くの生徒が横の関係に気づきやすいことが明らかになった。

Berlin & White (1995)は理科(Science)の特徴として、環境を観察し、データを集め、関係を見つけ、定量的な原理を導くことと述べている。また、長谷川・樋口(1996)は日本における国語、社会、数学、理科の授業分析をし、理科の授業では「複数のもの・ことについての判断から規則的なものを導き出すこと」が多いことを示した。これらは、ザンビアを対象とした研究では無いが、理科のテストにおいてより多くの生徒が2変数の関係に気づいた一要因として考えられる。

また数学ではより多くの生徒が縦の関係に気づき、理科ではより多くの生徒が横の関係に気づいた要因のひとつとして、林(2001)は日本における関数の授業分析から、具体的な場面を想定した表では変化(横の関係)に着目していたある一人の生徒が、表を抽象化する

ことで変化(横の関係)に着目できなくなり、対応関係(縦の関係)を用いることを報告している。

③ 補足インタビュー調査

(i) 「ばねの伸びとおもり」の単元と文脈依存性

一般的に理科の授業では現象から関係を導くことが重視されていることによって、理科のテストにおいてより多くの生徒が2変数の関係に気づく可能性が示唆された。そこで、「ばねの伸びと重り」以外の理科の単元によっても差が生じるかどうか明らかにするために、インタビュー調査を2011年の6月に行った。

第12学年の生徒は既に文脈依存性の調査を受けており、その経験が結果に反映される恐れがあるため、調査対象として第11学年の生徒9名×2グループを選んだ。第11学年の生徒は「比例」と「ばねの伸びと重り」の単元を学習済みである。また、第12学年の生徒への調査から約半年経過しており、先に実施した第12学年の生徒と比べ既習事項に大きな差はない。

まず、両グループともに数学の「比例」の表を提示し、気づくことを尋ねた。次にグループAでは「ばねの伸びと重り」、グループBでは「時間と速さ」の表を提示し気づくことを尋ねた。結果を表4.26に示した。

表 4.26 調査③：単元と文脈依存性のインタビュー結果(複数回答)

項目	内容	グループA		グループB	
		数学	理科	数学	理科
横の 関係	① x が増加し y も増加	0	4	0	2
	② x が1, y が4増加	2	6	3	5
	③ x が2倍, y も2倍	0	0	0	0
縦の 関係	④ y が x で割り切れる	2	0	1	1
	⑤ y が x の4倍, $y=4x$	5	8	4	6
	合計	9	18	8	14

結果から、グループAとグループBでわずかな差が見られたものの、両グループ間で明確な差は見られなかった²⁷。よって、「ばねの伸びと重り」以外の単元でも解答に違いが生じる可能性が示唆された。

(ii) 表が有する場面と文脈依存性

先行研究において、表を抽象化することによって生徒が変化(横の関係)に着目できなくなることが報告されている(林, 2001)。そこで表の場面が想起できない場合に両教科で差が生じるかどうかを明らかにするためにインタビュー調査を2011年6月に行った。

²⁷ グループAでは第12学年を対象とした調査と同じ単元を用いたが、物理において「縦の関係」の項目⑤「 y が x の4倍, $y=4x$ 」に気づいた生徒数が著しく多い。調査方法・調査対象・調査人数が異なっており単純には比較できないが、この一要因として、テストとは異なり最初に行ったインタビューが影響した可能性が考えられる。

調査対象として、同じ学校に在籍する第10学年の生徒6名²⁸に行った。調査対象生徒は、第7学年と第9学年において「比例」は学習済みである。また、第7学年の「重さ」の単元ではばねに様々な物体をつるし、物体によってばねの長さが異なることを学習している。そのため、数学と理科での既習事項はほぼ同程度であると考えられる。しかし、第7学年ではload(重り)は実際の物体名、extension(ばねの伸び)はlength(長さ)として指導されるので、表中のload(重り)やextension(ばねの伸び)と言った単語の意味が分からず、表から場面が想起できない。

まず、数学の「比例」の表を提示し気づくことを尋ねた。次に、理科の「ばねの伸びと重り」の表を提示し気づくことを尋ねた。結果を表4.27に示した。結果から、表の場面が想起できない場合は、数学と理科の表では明確な差が見られなかった。また表から気づくことを尋ねた後に、extensionとloadの意味を尋ねたが6人すべてが答えることができなかった。

表 4.27 調査③：場面と文脈依存性のインタビュー結果(複数回答)

項目	内容	数学	理科
横の 関係	① x が増加した時 y も増加	0	1
	② x が1, y が4増加	0	0
	③ x が2倍, y も2倍	0	0
縦の 関係	④ y が x で割り切れる	0	0
	⑤ y が x の4倍, $y=4x$	2	2
合計		2	3

その後、extension(ばねの伸び)やload(重り)といった単語の意味や状況を説明し、理科の「ばねの伸びと重り」の表を提示し、気づくことを尋ねた。その結果5人の生徒が新たに横の関係に気づき、1人の生徒が縦の関係に気づいた。この結果は、林(2001)の報告と類似している。さらに数学と理科の表で解答が異なった理由を生徒に尋ねると、「理科の表では、重りやばねの伸びについて述べられていたが、数学の表ではそうではなかったから」と述べた。つまり、第7学年の「重さ」の学習内容を想起することによって差が生じる可能性が示唆された。

(iii) 補足インタビュー調査のまとめ

布川(2010)は、提示された表に対して、現実的なものであれ、数学的なものであれ、そこに何らかの現象を感じ取り、それを理解しようとする事が行われていたかが問題になると述べている。今回の調査で、生徒は数学の表からは場면을想起することができず、現象を理解することができなかったが、理科の表では場면을想起することができ、現象を理解できたため違いが生じたのではないかと考えられる。またその要因として、Berlin & White(1995)や長谷川・樋口(1996)が述べているように、一般的に理科の授業では現象から

²⁸ インタビュー調査の特徴から、サンプル数がそれほど多くは無いが、先行研究と比べ要因の特徴を把握できると判断した。

関係を導くことが重視されていることと、林(2001)の報告にあるように具体的な場面を想定した表と抽象的な表との差が考えられる。さらにザンビアの場合は、数学の教科書の導入が抽象的であるため(馬場, 2010), 場面を想起し現象を理解することがより困難である可能性が浮かび上がった。

4.3.4. 本節のまとめ

本節では、文脈依存性の調査からそこで測定できる内容を明らかにするとともに、理科と数学の文脈依存性の特徴を浮き彫りにしカリキュラム開発上の示唆を得ることを目的として考察した。

まず、第12学年の生徒に対して、複数の問題を用いて文脈依存性の調査を行った。その結果、5つの問題において文脈依存性が認められた。これら5つの問題を、数量化Ⅲ類を用いて分類したところ、大きく3群に分かれた。つまり、問題によって文脈依存する生徒が異なることが示唆された。さらに各群における生徒の解答分析及びインタビュー調査から、文脈依存性の要因として、①単位、②両教科での解法の違い、③両教科の特性の違いが浮かび上がった。また、文脈依存性が認められた生徒の一部は問題の類似性に気づいており、他教科で学習した方法を用いることで正答できる可能性があることが浮き彫りとなった。

文脈依存性の調査を通して、文脈依存性が認められた生徒は一方の教科で学習した内容や考え方を他教科に活用することができていない可能性を浮き彫りにできることが明らかとなった。そこでは問題の設定によって学習内容だけでなく考え方についてもその関連付けが測定できることが浮かび上がった。ただし、文脈依存性が認められても、一方の教科の学習内容の理解が不十分でありそのように判断される場合や、類似性に気づいており他教科の方法を用いて解答することができる生徒も含まれていることに留意する必要がある。また文脈依存性とみなされなかった場合においても、両教科を関連付けることなく両教科において正答した場合もあることを認識しておく必要がある。したがって、文脈依存性の調査が文脈依存性の全てを測定できるわけでは無く、適宜補足インタビュー等を実施し、その実態に迫る必要がある。

4.4. 達成度と概念のつながりと文脈依存性の関係性

本節では、達成度と概念のつながり、文脈依存性と達成度、文脈依存性と概念のつながりとの関係について考察し、理科と数学を関連付ける目的を実証的に明らかにする。そのためにまず、理科と数学の達成度と文脈依存性の調査をする。ここでは文脈依存性の調査のテスト得点を達成度とする。達成度と概念のつながりでは、テスト得点と概念地図法におけるリンクとの相関係数からその関連性を考察する。また、テスト得点から生徒群を下位・中位・上位の3つに分類し、各生徒群において概念地図の構造を分析し、その構造間の比較から各生徒群の特徴を浮き彫りにする。その後、上記2つの結果から理科と数学を関連付ける目的を実証的に明らかにする。文脈依存性と達成度では、問題と生徒を解答パターンの類似性に基づき分類する。次に各生徒群において達成度の平均値を求め、その比較を通じた考察、特徴的であった問題の各生徒群における通過率から、理科と数学を関連付ける目的を実証的に明らかにする。文脈依存性と概念のつながりでは、問題と生徒を解答パターンの類似性に基づき生徒を分類する。次に、概念地図法を用いて、各生徒群における両教科の概念のつながりを明らかにする。その後、各問題群の特徴と各生徒群における概念のつながりとの考察からその関係を浮き彫りとし、理科と数学を関連付ける目的を実証的に明らかにする。

4.4.1. 調査方法

(1) 対象者・実施時期

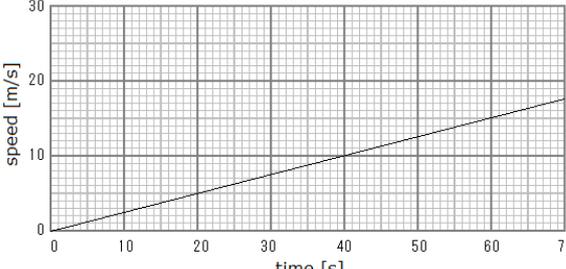
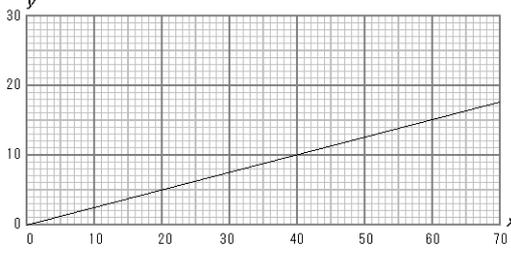
ザンビア南部州チョマ郡に位置する公立中等学校に調査への協力を依頼した。この学校には8年生から12年生までの生徒約1000人が通っており、規模・成績ともにザンビアにおいて平均的な水準の学校である。対象者は第12学年の生徒161名である。調査は2014年2月から3月にかけて実施した。

(2) 実施方法

① 達成度・文脈依存性の調査

調査問題は文脈依存性の先行研究(e.g., 高阪, 2013)とザンビアの国家試験及び教科書を参考に作成した(表 4.28)。具体的な問題として、出題の文脈は理科と数学で異なるが、数値と解法は同一の問題を作成した。その際、共通する学習内容として関数概念に着目し、数学の「比例」と理科の「速さ、速度、加速度」、「力」を単元とした。第12学年の生徒は両単元を学習済みである。また、4.3 関数領域における文脈依存性の調査と同様、理科のテストを先に行い、その後数学のテストを行った。その際、両テストの間隔を2週間空けた。その間、調査に関する教授的介入は行わなかった。

表 4.28 調査④：文脈依存性の調査問題

理科	数学																																																																
<p>1. A car with steady acceleration. Use the formula $v = 3t$ to:</p> <p>(a) calculate the value of t when $v = 22.5$ [m/s]. (b) order the following data pairs in the table. (time, velocity): (11, 33) (5, 15) (8, 24) (20, 60)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">time [s]</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">velocity [m/s]</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>2. The figure shows a spring with its upper end fixed, hanging alongside a metre rule. The lower end of the spring gave the following extensions when various loads were hung from it.</p>  <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">Load [N]</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">5</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Extension [mm]</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">12</td> <td style="text-align: center;">16</td> <td style="text-align: center;">20</td> </tr> </table> <p>(a) List <u>ALL</u> the relationships between load and extension that you find in the table above. (b) Find the extension for a load of 10N. (c) Find the load [N] that produces an extension of 34 mm. (d) Write the formula for the relationship between load and extension. (e) Plot the graph of extension against load using the following graph paper.</p> <p>3. The diagram below shows a graph of how the speed of a car changed as the car accelerated along a straight road.</p>  <p>(a) From the graph, what relationship do you notice between time and speed from the graph? List <u>ALL</u> the relationships. (b) Complete the table below using the information from the graph.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">Time[s]</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">28</td> <td style="text-align: center;">40</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">Speed[m/s]</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td></td> <td style="text-align: center;">10</td> <td style="text-align: center;">16</td> </tr> </table> <p>(c) Calculate the acceleration of the car. (d) From the graph, write the formula for the relationship between speed and time.</p>	time [s]					velocity [m/s]					Load [N]	1	2	3	4	5	Extension [mm]	4	8	12	16	20	Time[s]	0	28	40		Speed[m/s]	0		10	16	<p>1. Given that y varies directly as x, use the formula $y = 3x$ to:</p> <p>(a) calculate the value of x when $y = 22.5$ (b) order the following data pairs in the table. (x, y): (11, 33) (5, 15) (8, 24) (20, 60)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y</td> <td></td> <td></td> <td></td> <td></td> </tr> </table> <p>2. Two variables x and y have corresponding values as shown in the table below:</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">1</td> <td style="text-align: center;">2</td> <td style="text-align: center;">3</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">5</td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y</td> <td style="text-align: center;">4</td> <td style="text-align: center;">8</td> <td style="text-align: center;">12</td> <td style="text-align: center;">16</td> <td style="text-align: center;">20</td> </tr> </table> <p>(a) List <u>ALL</u> the relationships between x and y that you find in the table above. (b) Find the value of y when $x = 10$. (c) Find the value of x when $y = 34$. (d) Write the equation for the relationship between x and y. (e) Plot the graph of y against x using the following graph paper.</p> <p>3. The diagram below shows the graph of a straight line.</p>  <p>(a) From the graph, what relationship do you notice between x and y from the graph? List <u>ALL</u> the relationships. (b) Complete the table below using the information from the graph.</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="text-align: center;">x</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td style="text-align: center;">28</td> <td style="text-align: center;">40</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="text-align: center;">y</td> <td style="text-align: center;">0</td> <td></td> <td style="text-align: center;">10</td> <td style="text-align: center;">16</td> </tr> </table> <p>(c) Find the gradient of the straight line, plotted in the graph above. (d) From the graph, write the equation for the relationship between x and y.</p>	x					y					x	1	2	3	4	5	y	4	8	12	16	20	x	0	28	40		y	0		10	16
time [s]																																																																	
velocity [m/s]																																																																	
Load [N]	1	2	3	4	5																																																												
Extension [mm]	4	8	12	16	20																																																												
Time[s]	0	28	40																																																														
Speed[m/s]	0		10	16																																																													
x																																																																	
y																																																																	
x	1	2	3	4	5																																																												
y	4	8	12	16	20																																																												
x	0	28	40																																																														
y	0		10	16																																																													

② 概念地図法

達成度・文脈依存性のテストを受けた生徒から、50名を抽出し調査を行った。また、達成度・文脈依存性の調査の影響を受ける可能性があることから、間隔を1週間空けた。その間、調査に関する教授的介入は行わなかった。

達成度・文脈依存性の調査と同様、理科と数学に共通する学習内容として関数概念に着目した。ザンビアの理科と数学の教科書を参考に11の概念ラベルを抽出した(表4.29)。

表 4.29 調査④：教科書から抽出した 11 の概念ラベルとその教科

理科	理科と数学	数学
実験結果	比例	
フックの法則	直線	傾き
ばねの伸び/力 = 一定	等加速度運動	
速度 = 加速度× 時間	グラフ	$y = kx$
	表	

また概念地図の作成は、インタビュー形式で一人一人に以下の手順で実施した。1人あたりの実施時間は約30分であった。

- ① 11 の概念ラベルをいくつかのグループに分類する。
- ② 各グループ内で関係があると考えた概念ラベルをリンクし、その関係を記述する。
- ③ グループ外で関係があると考えた概念ラベルをリンクし、その関係を記述する。

(3) 分析の流れ

各問題において通過率及び識別力を求め、分析対象とする問題を選定し、結果の信頼性を高める。

① 達成度と概念のつながり

各テストにおける得点を達成度とし、テスト得点と概念地図法におけるリンクとの相関係数からその関連性を考察する。また、両テスト得点の合計から、生徒群を下位・中位・上位の3つに分類し、各生徒群においてリンク総数を概念ラベル間の親近性とし、非計量多次元尺度構成法とクラスター分析を用いて、概念ラベルの類似性を分析する。その概念ラベルの構造からもテスト得点との関連性を考察する。

② 文脈依存性と達成度

数量化Ⅲ類を用いて、各問題において対応する生徒の解答パターンの類似性に基づき、問題と生徒を分類する。次に各生徒群において、達成度の平均値を求めその差の比較を行う。その後、特徴的な問題では、各生徒群における通過率を求め、文脈依存性と達成度との関連性を浮き彫りにする。

③ 文脈依存性と概念のつながり

数量化Ⅲ類を用いて、各問題において対応する生徒の解答パターンの類似性に基づき、問題と生徒を分類する。次に各生徒群において、リンク総数を概念ラベル間の親近性とし、非計量多次元尺度構成法とクラスター分析を用いて、概念ラベルを分類する。その後各生徒群において文脈依存性が認められた問題と概念ラベル間のつながりとの特徴から、文脈依存性と概念のつながりとの関連性を明らかにする。

4.4.2. 結果と考察

各テストの記述統計量を表 4.30 に示す。理科の平均点は 4.43 で、数学の平均点は 4.85 であり、両教科で明確な差は見られなかった。また、テストの信頼性を評価する指標であるクロンバックの α 係数は、理科テストでは.64 で数学テストでは.76 と理科のテストにおいてやや低めであった。

表 4.30 調査④：各テストの記述統計量

	理科	数学
平均点	4.43/ 12	4.85/ 12
標準偏差	2.43	2.86
最大値	10	12
最小値	0	0

通過率及び識別力から、分析対象とする問題を選定する。各項目の通過率(正答率)を表 4.31 に示す。通過率とは問題に正答した生徒の割合であり、また問題の平均点である。また識別力とは、問題がテスト全体で測っている特性を適切に反映しているかを表す指標である。最大値が 1 であり、1 に近いほど識別力が高く、0 に近いほど識別力が低いと判断する。ここでは豊田(2002)の方法を用い、問題の得点とその問題の得点を除いた合計得点との相関係数を求めた。一般に識別力は 0.2 以上であることが好ましいとされている。その基準から判断すると、良好な結果が得られた問題が多かった。ただし、問題 1b では理科テストにおいて.00、数学テストにおいて.10 と極端に低い値となった。このような問題はたまたまその問題を知っていたかどうかで差がつき合計点との相関が低いことが知られている(豊田, 2002)。そこで、問題 1b を分析の対象から除外した。

表 4.31 調査④：理科と数学における各問題の通過率及び識別力

理科			数学		
問	通過率	識別力	問	通過率	識別力
1a	0.64	0.17	1a	0.61	0.26
1b	0.25	0.00	1b	0.25	0.10
2a	0.53	0.33	2a	0.52	0.44
2b	0.58	0.41	2b	0.70	0.39
2c	0.36	0.47	2c	0.44	0.60
2d	0.14	0.27	2d	0.32	0.55
2e	0.46	0.24	2e	0.62	0.36
3a	0.41	0.33	3a	0.14	0.31
3b1	0.50	0.39	3b1	0.53	0.46
3b2	0.34	0.37	3b2	0.37	0.48
3c	0.15	0.17	3c	0.19	0.44
3d	0.07	0.34	3d	0.16	0.32

(1) 達成度と概念のつながり

両テストの合計得点とリンク総数との相関係数を求めたところ0.26であった。したがって、合計得点とリンク総数の間にはほとんど相関がみられなかった。そこで各問題とリンク総数との相関係数を求めた(表 4.32)。また理科における得点とリンク総数との相関係数を横軸、数学における両者の相関係数を縦軸にとった散布図を図 4.36 に示す。さらに、この結果に対してクラスター分析(ウォード法)を行い各問題を分類した結果を図 4.37 に示す。

表 4.32 調査④：各問題の得点とリンク総数との相関係数

	1a	2a	2b	2c	2d	2e	3a	3b1	3b2	3c	3d
理科	-0.09	0.11	-0.06	-0.06	0.04	0.09	0.30	0.26	0.22	0.07	0.14
数学	0.12	0.08	0.05	0.08	0.04	0.17	0.36	0.09	0.14	-0.03	0.05

散布図及びクラスター分析の結果から、3aにおいて相関係数が高く他の問題と異なった値であることが分かる。理科では.30で数学では.36と弱い相関がみられた。この問題はグラフから気づくことを論述する問題で、グラフから2変数の関係を読み取ること、またその関係を述べる必要がある。したがって、その解答にはいくつかの過程が必要であり、また関数的考え方が要求される。

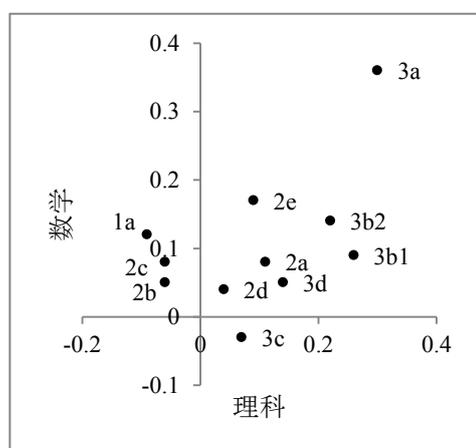


図 4.36 調査④：各教科における各問題の得点とリンク総数相関係数の散布図

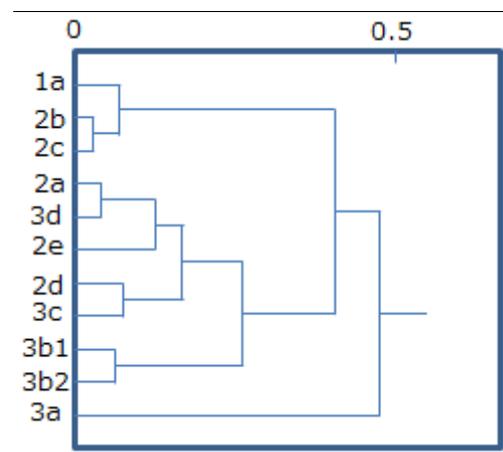


図 4.37 調査④：リンク総数による各問題のクラスター分析

他方、1a や 2b, 2c において相関係数の値が低いことが分かる。1a は公式に数値を代入して解を求める問題で、操作的な解法で解ける。2b と 2c は表の関係から未知の値を求める問題であり、その解法にはいくつかの方法が考えられる。そこで 2b や 2c に正答した生徒の解法を分析したところ、生徒が用いた解法は3つであった。一つ目が表を延長させることにより加法によって求める方法、二つ目が比例式を用いてクロスマルチプリケーションによって求める方法、三つ目が $y = kx$ や $\text{extension/load} = \text{constant}$ という公式を用いて求め

る方法であった。ここで、比例式やクロスマルチプリケーションは操作的である。一方、公式を用いた解法では公式を覚えているだけでなく、値を正確に代入して、比例定数を求める必要があり、関数の理解が要求される。各解法を用いた生徒数を表 4.33 にまとめた。

表 4.33 調査④：問 2b と問 2c における各教科での解法別正答者数

解法	2b		2c		合計
	理科	数学	理科	数学	
加法	4	5	2	2	13
クロスマルチプリケーション	21	18	16	11	66
公式	8	13	4	10	35
合計	33	41	22	23	

表から正答した多くの生徒が加法やクロスマルチプリケーションといった操作的な解法で解いていることが分かる。したがって、1a や 2b, 2c は操作的な解法で解く生徒が多い問題であるといえる。

つまり、関数的考え方が要求される 3a において相関係数が高く、操作的な解法で解ける 1a や 2b, 2c において相関係数が低かったことから、概念間のつながりは全ての問題形式と相関があるわけではないことが浮き彫りとなった。したがって、先行研究においては理科と数学を関連付け両概念間のつながりを構築することで達成度が上昇するとされてきたが、とりわけ考え方が要求される問題において効果がある可能性が浮かび上がった。

次に両テストの合計点から生徒を下位・中位・上位群に分類した。各生徒群における平均点、標準偏差、最大値、最小値を表 4.34 に示す。

表 4.34 調査④：各成績群におけるテストの記述統計量

	下位	中位	上位
平均点	7.2 / 22	11.7 / 22	16.2 / 22
標準偏差	2.17	1.16	1.86
最大値	9	13	20
最小値	3	10	14

概念ラベルを 11 提示したため、2 つずつの組み合わせは 55 通りになる。そこで、各組み合わせにおいてリンクがある場合には 1 を、そうでない場合には 0 を与え 2 値データ化した。その上で各生徒群において、概念ラベル間のリンク数を概念ラベル間の親近性とし、非計量多次元尺度構成法とクラスター分析を用いて、概念ラベルを分類した。非計量多次元尺度構成法では、Kruskal のストレス値から、8 次元まで取り上げた。この 8 次元モデルにおける Kruskal のストレスの値は下位群では 0.00、中位群では 0.00、上位群では 0.01 であり、モデルの適合度は極めて高い。その後、各概念ラベルの次元 1 から次元 8 までの座標を対象にしたクラスター分析(ワード法)を行い、各概念ラベルを分類した。各生徒群

におけるクラスター分析の結果を図 4.38 に示す。この図において、同じクラスターに属している概念は類似性が高く、そうでない概念は類似性が低い。つまり、同じクラスターに属している概念はつながりが強く、異なったクラスターに属している概念はつながりが弱いと解釈した。

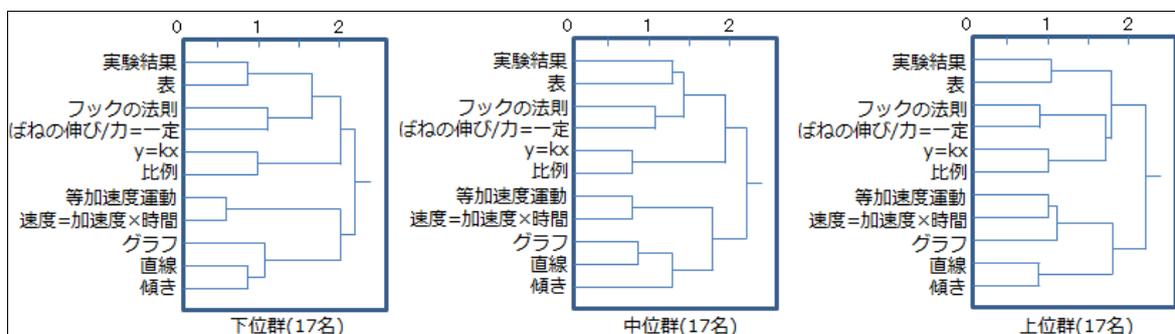


図 4.38 調査④：各得点群における概念ラベルの類似性

本章第 3 節第 2 項と同様，理科の概念系「ばねの伸びと重り」を[実験結果][表][フックの法則][ばねの伸び/力=一定]，理科の概念「等加速運動」を[等加速度運動][速度=加速度×時間]，数学の概念系「比例」を[比例][$y = kx$]，数学の概念系「グラフ」を[グラフ][直線][傾き]とする(表 4.35)。

表 4.35 調査④：各概念系とその概念ラベル

教科	概念系	概念ラベル
理科	ばねの伸びと重り	実験結果, 表, フックの法則, ばねの伸び/力 = 一定
理科	等加速度運動	等加速度運動, 速度 = 加速度×時間
数学	比例	比例, $y = kx$
数学	グラフ	グラフ, 直線, 傾き

理科と数学の関連付けに着目すると、各得点群において「ばねの伸びと重り」と「比例」、 「等加速度運動」と「グラフ」のつながりが強いこと、「ばねの伸びと重り」と「グラフ」、 「等加速度運動」と「比例」のつながりが弱いことが分かる。つまり各得点群において差は見られなかった。他方、概念系内のつながりに着目すると、下位群と中位群においては、表 3.28 と同様の概念系を形成している。しかし、上位群においては[フックの法則][ばねの伸び/力 = 一定]が[実験結果][表]よりも $y = kx$ [比例]とのつながりが強いことが分かる。また[グラフ]が[直線][傾き]よりも[等加速度運動][速度 = 加速度×時間]とのつながりが強くなっている。したがって、「ばねの伸びと重り」と「比例」の結びつきが強いことと、「等加速度運動」と[グラフ]の結びつきが強いことが成績上位群の特徴であると言える。つま

り、理科と数学のつながりと達成度との間に何らかの関連性がある可能性が浮かび上がった。

以上をまとめると、達成度とリンク総数間ではほとんど相関がみられないが、考え方を要求される問題においてリンク総数とある一定の関連性がみられた。また、概念のつながりの構造から、成績上位群では「ばねの伸びと重り」と「比例」の結びつきが強いことと、「等加速度運動」と[グラフ]の結びつきが強いことが明らかとなった。したがって、リンク総数と考え方が要求される問題に弱い相関がみられたこと、成績上位群において理科と数学の概念間の構造が中・下位群と異なっていたことから、両教科を関連付けることと考え方が求められる達成度の側面とに関連性があることが浮き彫りとなった。

(2) 文脈依存性と達成度

文脈依存性の解答パターンの類似性に基づき問題と生徒を分類し、各生徒群における達成度を比較した。まず、文脈依存性の結果として、理科テスト及び数学テストの各問での正誤のタイプ別生徒数を表 4.36 に示す。1a, 2a, 3a では理科において通過率が高く、その他の問題では数学において通過率が高かった。

表 4.36 調査④：各問における正誤のタイプ別生徒数

問題	両方 正答	理科の み正答	数学の み正答	両方 誤答
1a	73	30	25	33
2a	57	29	26	49
2b	79	15	33	34
2c	45	13	26	77
2d	10	12	42	97
2e	61	13	39	48
3a	16	50	6	89
3b1	63	17	22	59
3b2	33	21	26	81
3c	7	17	24	113
3d	5	7	21	128

次に解答パターンの類似性に基づき分類するために、各問題において文脈依存した生徒には1を、そうでない生徒には0を与えて、数量化Ⅲ類を適用した。また9名の生徒は、全ての値が0となり、数量化Ⅲ類を適用することができなかった。解析の結果、累積寄与率と解釈可能性を判断基準として、成分2まで検討した。成分2までの累積寄与率は27.2%であった。一般的に数量化Ⅲ類では成分1や成分2の寄与率が大きくなることが多く、そのような場合には、主に成分1と成分2に重点を置き考察すればよい(永田・棟近, 2001)。さらに各生徒を大別し、その特徴を考察するために、成分1と成分2のサンプルスコアを対象にクラスター分析を行った。その結果、生徒は3つのグループ(A群: 56名, B群: 74名, C群: 22名)に大別された。成分1と成分2の変数スコアと各生徒群でのサンプルスコアの平均値を用いて、成分1を横軸、成分2を縦軸にとり配置した(図 4.39)。

この図において、二点の距離が近いことは、二つの関係が強いことを意味する(林, 1993). 例えば, 2a と 2e は距離が近いことから, 2a に文脈依存する生徒は 2e において文脈依存する傾向が強い. また, C 群と 2d や 3d は距離が近いことから, C 群の生徒は 2d や 3d で文脈依存する傾向が強い. また各群の生徒が各問で文脈依存する割合を図 4.40 に示す. 図 4.39 及び図 4.40 から, A 群の生徒は問題 1a, 3a, 3b1, 3b2 で, B 群の生徒は問題 2a, 2b, 2c, 2e で, C 群の生徒は問題 2d, 3c, 3d で文脈依存する傾向が強いと言える.

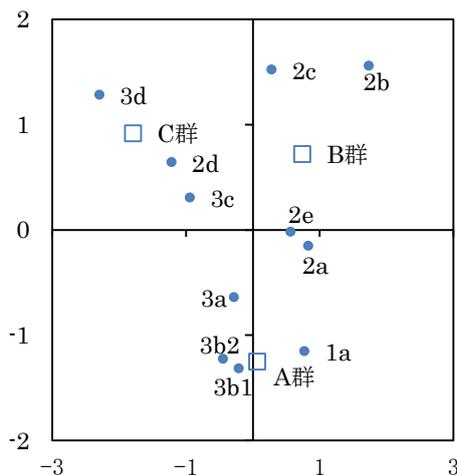


図 4.39 調査④：数量化Ⅲ類による各問題と生徒群の散布図

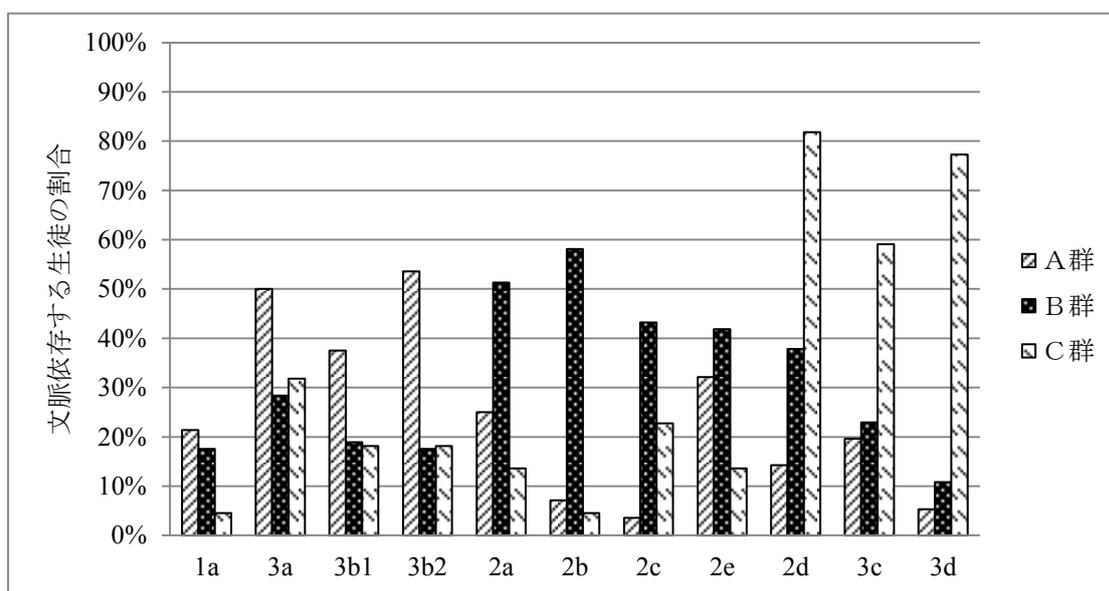


図 4.40 調査④：各群の生徒が各問いで文脈依存する割合

ここで文脈依存性と達成度との関係を考察するために, 各生徒群における達成度の平均値の差を分散分析により検討した. 記述統計量は表 4.37 の通りであった. 分散分析の結果,

$F(2, 149) = 15.84, p = .00$ であり、生徒群間における平均値の差は有意であった。さらに、Tukeyの方法による多重比較の結果、A群とC群、B群とC群の間でその差は5%水準で有意であった。したがって、達成度の違いによって文脈依存する傾向が強い問題群が異なること、達成度が同程度であっても文脈依存する傾向が強い問題群が異なることが浮き彫りとなった。

表 4.37 調査④：各生徒群における達成度の記述統計量

	A 群	B 群	C 群
人数	56	74	22
平均値	12.1	11.8	17.8
標準偏差	4.76	4.08	5.53

ここで、C群の生徒が文脈依存する傾向が強い問題 2d, 3c, 3d について、各生徒群で理科と数学両テストの平均通過率を求めた(表 4.38)。表から、生徒群 A と生徒群 B では極度に通過率が低いことが分かる。つまり、これらの生徒は問題 2d, 3c, 3d において文脈依存する傾向が弱いものの、それは両教科の概念を活用できているためではなく、問題の理解が障壁となっている可能性が浮かび上がった。したがって、文脈依存性を適切に測定できる幅が生徒の達成度によって異なることが浮き彫りとなった。

表 4.38 調査④：各生徒群における問題 2d, 3c, 3d の平均通過率

	A 群	B 群	C 群
2d	19.6 %	21.6 %	45.5 %
3c	15.2 %	12.8 %	43.2 %
3d	6.3 %	8.1 %	43.2 %

以上から、文脈依存性と達成度との関係について以下の3点が明らかとなった。①達成度の違いによって文脈依存する傾向が強い問題群が異なることがある。②同程度の達成度でも、文脈依存する傾向が強い問題が異なることがある。③生徒の達成度によって、文脈依存性を適切に測定できる幅が異なる。つまり、理科と数学を関連付ける目的の実証的考察という側面からは、達成度と文脈依存する傾向が強くみられる問題には関連がみられるものの、それ以外の要因もあることが浮かび上がった。

(3) 文脈依存性と概念のつながり

ここでは文脈依存性と概念のつながりとの関係を考察するために、生徒の解答パターンの類似性に基づいて分類した各生徒群において(cf. 図 4.39)、概念ラベルの分類を行う。抽出した生徒 50 名のうち、20 名が A 群、21 名が B 群、9 名が C 群に属していた。各生徒群における概念地図の例を図 4.41 から図 4.43 に示す。また各生徒群でリンク数には明確な差は見られなかった。

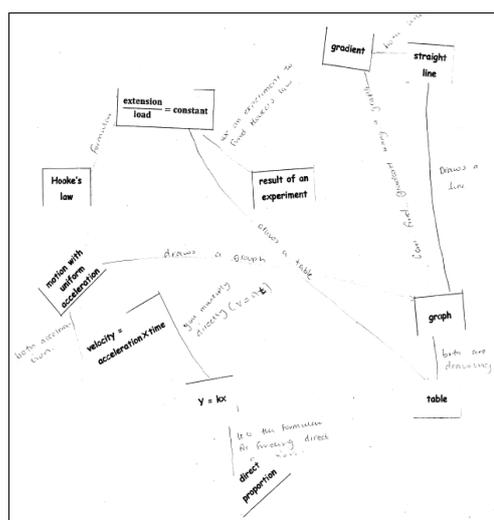
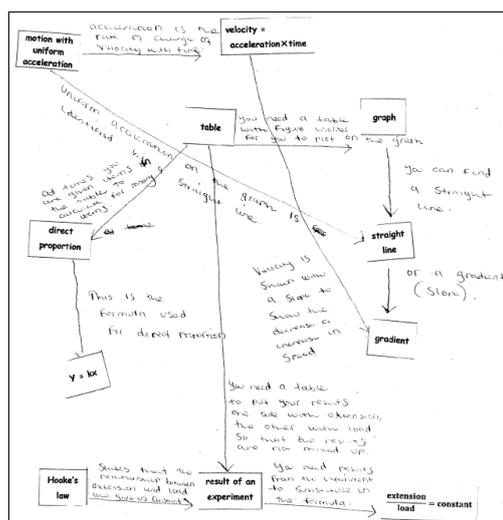


図 4.41 調査④：生徒群 A の生徒の概念地図例 図 4.42 調査④：生徒群 B の生徒の概念地図例

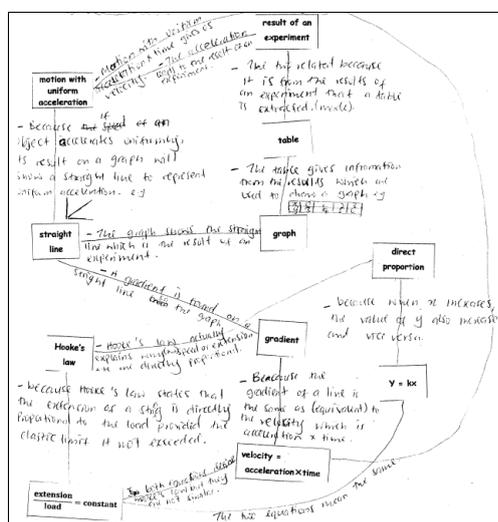


図 4.43 調査④：生徒群 C の生徒の概念地図例

次に各生徒群において、概念ラベル間のリンク数を概念ラベル間の親近性とし、非計量多次元尺度構成法とクラスター分析を用いて、概念ラベルを分類した。非計量多次元尺度構成法では、Kruskal のストレス値から、6次元まで取り上げた。この6次元モデルにおける Kruskal のストレスの値は生徒群 A では 0.00、生徒群 B では 0.01、生徒群 C では 0.00 であり、モデルの適合度は極めて高い。その後、各概念ラベルの次元 1 から次元 6 までの座標を対象にしたクラスター分析(ワード法)を行い、各概念ラベルを分類した。各生徒群におけるクラスター分析の結果を図 4.44 に示す。

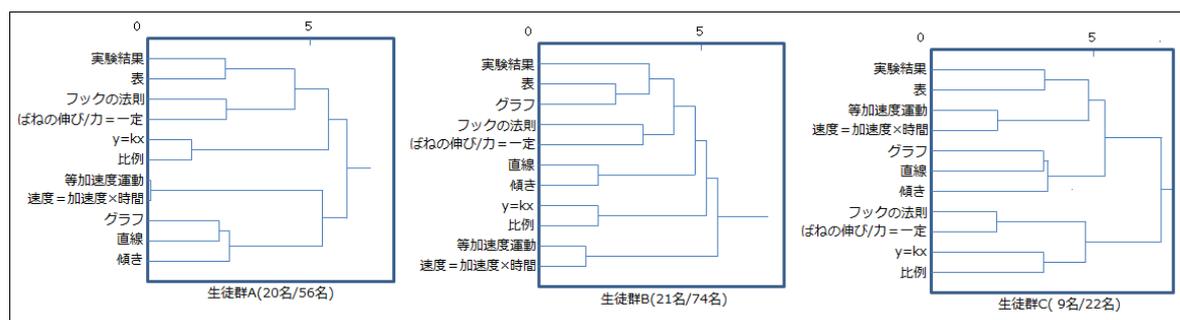


図 4.44 調査④：各生徒群における概念ラベルの類似性

この図において、同じクラスターに属している概念は類似性が高く、そうでない概念は類似性が低い。つまり、同じクラスターに属している概念はつながりが強く、異なったクラスターに属している概念はつながりが弱いと解釈した。ここでは、各生徒群によって概念のつながりの様相が異なっている。ここで $y = kx$ 〔比例〕に着目すると、生徒群 C では〔フックの法則〕〔ばねの伸びと重り/力 = 一定〕とつながりが強く、生徒群 A で〔実験結果〕や〔フックの法則〕とのつながりが強い。他方、生徒群 B では $y = kx$ 〔比例〕が独立している。また生徒群 A は、実験結果・表と等加速度運動やグラフ・直線・傾きのつながりが弱いのに対し、生徒群 C は実験結果・表とフックの法則や $y = kx$ ・比例のつながりが弱い。

次に、文脈依存性と概念のつながりとの関係について考察する。A 群の生徒は 1a や 3b1・2 において文脈依存する傾向が強い。これらの問題は、理科テストでは「速さ，速度，加速度」，数学テストでは「比例」の単元である。これらの生徒は等加速度運動と $y = kx$ ・比例のつながりが弱い。また，B 群や C 群においても等加速度運動と $y = kx$ ・比例のつながりが弱いため，A 群の特徴である実験結果・表と等加速度運動やグラフ・直線・傾きが独立していることも何らかの影響を与えている可能性がある。B 群の生徒は大問 2 において文脈依存する傾向が強い。これらの問題は，理科テストでは「力」，数学テストでは「比例」の単元である。B 群の生徒は $y = kx$ ・比例とフックの法則のつながりが弱く，両概念のつながりが弱いことと文脈依存性が深く関わっているといえる。C 群の生徒は 2d や 3d において文脈依存する傾向が強い。これらの問題に共通する特徴として，表やグラフから規則をみつけ式に表すことが挙げられる。これらの生徒は実験結果・表と $y = kx$ ・比例のつながりが弱い。

したがって，文脈依存する問題は生徒群によって異なっており，それぞれの生徒群において理科と数学の概念のつながりの様相が異なっていることが明らかとなった。また，A 群や B 群の生徒は「速さ，速度，加速度」と「比例」，「力」と「比例」といった単元に依存する傾向が強く，さらに B 群においては「力」と「比例」の概念を独立して捉えていることが浮かび上がった。また，C 群の生徒は「関係を式に表す」といった問題形式に依存する傾向が強く，「表」と「式」のつながりが弱いことが浮き彫りとなった。

つまり、A群とB群の生徒は概念の関連付けが弱い単元間において、文脈に依存することが示唆された。またC群の生徒は、その問題で問われている学習内容の関連付けが弱いため、片方の文脈で正答しもう片方の文脈で誤答していた。したがって、生徒が両教科の概念間のつながりを構築することは、文脈依存性を乗り越えるための一方策になりうると言える²⁹。

4.4.3. 本節のまとめ

本節では、達成度と概念のつながりとの関係について考察し、理科と数学を関連付ける目的を実証的に明らかにすることを目的として考察した。

本節ではまず、達成度と概念のつながりとの考察を行った。まず文脈依存性の調査のテスト得点と概念地図法におけるリンクとの相関係数を調査した。その結果、両テスト得点の合計とリンク総数ではほとんど相関がみられなかったが、考え方を要求される問題においてリンク総数とある一定の関連性がみられた。したがって、先行研究においては理科と数学を関連付け、生徒が両概念間のつながりを構築することで達成度が上昇するとされてきたが、とりわけ考え方が要求される問題において効果がある可能性が浮かび上がった。次に、テスト得点から生徒を下位・中位・上位の3つに分類し、各得点群において概念のつながりを明らかにした。その結果、成績上位群では、「ばねの伸びと重り」と「比例」の結びつきが強いことと、「等加速度運動」と[グラフ]の結びつきが強いことが明らかとなった。したがって、リンク総数と考え方が要求される問題に弱い相関がみられたこと、成績上位群において理科と数学の概念間の構造が異なっていたことから、両教科を関連付けることと考え方が求められる達成度の側面とに関連性があることが浮き彫りとなった。

次に文脈依存性と達成度との関係について考察した。まず、理科と数学の文脈依存性の結果に対して数量化Ⅲ類を適用し、生徒の解答パターンの類似性に基づき問題と生徒を分類した。その結果、問題と生徒は大きく3群に分かれた。次に各生徒群において、達成度の平均値を求めた。その結果、A群とC群、B群とC群の間で有意な差があることが浮かび上がった。つまり、達成度の違いによって文脈依存する傾向が強い問題群が異なること、達成度が同程度であっても文脈依存する傾向が強い問題群が異なることが明らかになった。したがって、達成度と文脈依存する傾向が強くみられる問題は関係しつつも、それ以外の要因もあることが浮かび上がった。その後、C群の生徒が文脈依存する傾向が強い問題に着目し、各生徒群における通過率を求めた。その結果、A群とB群では極度に通過率が低いことが明らかになった。つまり、これらの生徒は問題の理解が障壁となっている可能性があり、文脈依存性を適切に測定できる幅が生徒の達成度によって異なることが浮かび上がった。

²⁹ 知識構築を促す指導法については本章第3節を、文脈依存性を乗り越えるための指導法については本章第4節を参考にされたい。

最後に文脈依存性と概念のつながりとの関係について考察した。まず理科と数学の文脈依存性を調査し、数量化Ⅲ類を用いて問題と生徒を分類した。その結果、問題と生徒は大きく3群に分かれた。次に各生徒群において、概念地図法を用い、両教科の概念のつながりの実態を明らかにした。その後、各問題群の特徴と各生徒群での概念のつながりとの関係を考察した。その結果、概念間のつながりと文脈依存性間にはある一定の関連は見られるものの、概念間のつながりが強くてもその設問内容そのものの理解ができていない場合、文脈依存性と判断される場合があることが浮き彫りとなった。したがって、両教科の概念間のつながりが弱い場合には、その概念間において文脈に依存する傾向があることが浮かび上がった。そのため、両教科の関連付けを行い、概念間のつながりを構築することは文脈依存性を乗り越えるための第一歩となると言える。しかしながら、両概念が関連付いていても文脈依存する場合も見られることから、両概念を関連付けるだけでは必ずしも十分ではないことも浮き彫りとなった。

4.5. 本章のまとめ

本章では、理科と数学の関連付けを実証的に評価する方法として用いられつつある概念地図法と文脈依存性を用いて測定できる内容を明らかにするとともに、達成度と概念のつながりと文脈依存性との関係の考察から、理科と数学を関連付ける目的を実証的に明らかにすることを目的に考察を行った。さらに、理科と数学を関連付けるカリキュラム開発上の示唆を得るため、実態把握の側面からの考察も行った。各調査の主な結果を表4.39に示す。

表 4.39 各調査の主な結果

調査	目的	結果
達成度	基礎学力の確認	調査を実施する上で、最低限の基礎的な学力は有している
	実態把握	理科：具体的な文脈を伴ったグラフの理解が課題 数学：二つの数量に目を向けることとその関係を捉えることが課題
概念地図法	測定内容の同定	認識内容における学習内容の主題的関連付けと学習内容の構造的な一貫性
	実態把握	理科と数学の関連付けが弱い学習内容 概念を形成するための指導の工夫と共通性を見出す働きかけの必要性
文脈依存性	測定内容の同定	認識方法における学習内容の構造的な一貫性と考え方の構造的な一貫性
	実態把握	一方の教科で学習した内容を他教科で活用できていない 単位・両教科での解法の違い・両教科の特性の違いによって文脈に依存する
達成度 / 文脈依存性 / 概念地図法	達成度と概念のつながりから目的の考察	概念間のつながりを構築することによる考えの深まり
	文脈依存性と達成度から目的の考察	達成度の違いによって文脈依存する傾向が強い問題群が異なること、達成度が同程度であっても文脈依存する傾向が強い問題群が異なることがある
	文脈依存性と概念のつながりから目的の考察	概念のつながりを構築することが、文脈依存性を乗り越えるための第一歩となる

第1節では、一次関数の習得につながる初等教育と前期中等教育での学習内容の定着状況を明らかにし、ザンビアの生徒が両教科の関連付けの調査を実施する上で必要な基礎的な学力を有しているかどうか調査した。さらにその定着状況の分析を通して、カリキュラム開発上の示唆を考察した。その結果、全体の平均点はあまり好ましくなかったが、記述統計量やクロンバックの α 係数から、生徒は概念のつながりと文脈依存性の調査を実施する上で、最低限の基礎的な学力は有していると判断した。

各テスト結果の分析から、理科では具体的な文脈をともなったグラフの理解が低・中得点群の生徒にとって障壁となっている可能性が浮かび上がった。一方数学においては、生徒の解答パターンは単元ではなく問題の種類によって類似する傾向にあることが明らかとなった。また生徒の解答パターンの類似性から、調査問題は大きく3つのクラスター(C1:

操作的な問題、C2: 文章題、C3: 数学的な考えを問う問題)に分類された。特に低・中得点群の生徒にとって C3 の理解が大きな障壁となっていることが浮かび上がった。さらに生徒の解答分析から、二つの数量に目を向けることとその関係を捉えることに困難性を抱いていることが浮き彫りとなった。これら2つの困難性をカリキュラム開発時に考慮する必要がある。

第2節では、概念地図法を用いて理科と数学の概念のつながりを用いた際に測定できる内容を明らかにすることを目的に考察を行った。さらに、理科と数学の概念間のつながりの様相からカリキュラム開発上の示唆を考察した。まず、第12学年の生徒に対して、関数領域に着目し、理科と数学の関連付けの実態を調査した。その結果、これまで主として構造的・一貫性による関連付けに焦点が当てられてきた概念地図法を用いて、主題的関連付けを測定できることが浮かび上がった。またそこでは学習内容にその焦点が当たっている。

一方、調査対象者全体の傾向として、「ばねの伸びと重り」と「比例」、「等加速度運動」と「グラフ」のつながりが強いこと、また「ばねの伸びと重り」と「グラフ」、「等加速度運動」と「比例」のつながりが弱いことが浮かび上がった。さらにリンクのパターンの類似性から、生徒は大きく3つのグループに分類された。生徒群Aでは、調査対象者全体の傾向と同様であったが、生徒群Cでは、理科の概念系「ばねの伸びと重り」と数学の概念 $[y = kx]$ が関連付いておらず、生徒群Bでは数学の概念系「比例」が独立していることが明らかとなった。また、生徒群Cにおいては教科間の関連付け以前に、教科内の関連付けにも課題があることが浮かび上がった。その後、リンクの意味分析から、生徒群Bと生徒群Cの生徒に対して、フックの法則の概念を形成する指導の工夫と、公式間の共通性を見出す働きかけが必要であるという示唆が得られた。

第3節では、文脈依存性の調査を用いて理科と数学の関連付けを用いた際に測定できる内容を明らかにすることを目的に考察を行った。さらに、理科と数学の文脈依存性の要因から、カリキュラム開発上の示唆を考察した。まず、第12学年の生徒に対して、複数の問題を用いて文脈依存性の調査を行った。調査を通し、文脈依存性が認められた生徒は一方の教科で学習した内容や考え方を他教科に活用することができていない可能性を浮き彫りにできることが明らかとなった。そこでは問題の設定によって学習内容だけでなく考え方についてもその関連付けが測定できることが浮かび上がった。ただし、文脈依存性が認められても、一方の教科の学習内容の理解が不十分でありそのように判断される場合や、類似性に気づいており他教科の方法を用いて解答することができる生徒も含まれていることに留意する必要がある。また文脈依存性とみなされなかった場合においても、両教科を関連付けることなく両教科において正答した場合もあることを認識しておく必要がある。したがって、文脈依存性の調査が文脈依存性の全てを測定できるわけでは無く、適宜補足インタビュー等を実施し、その実態に迫る必要がある。

一方実態把握の側面からは、5つの問題において文脈依存性が認められた。これら5つの問題を、数量化Ⅲ類を用いて分類したところ、大きく3群に分かれた。さらに各群における生徒の解答分析及びインタビュー調査から、文脈依存性の要因として、①単位、②両教科での解法の違い、③両教科の特性の違いが浮かび上がった。また、文脈依存性が認められた生徒の一部は問題の類似性に気づいており、他教科で学習した方法を用いることで正答できる可能性があることが浮き彫りとなった。

第4節では、達成度と概念のつながりと文脈依存性との関係から、理科と数学を関連付ける目的を実証的に明らかにした。達成度と概念のつながりでは、まず文脈依存性の調査のテスト得点と概念地図法におけるリンクとの相関係数を調査した。その結果、両テスト得点の合計とリンク総数ではほとんど相関がみられなかったが、考え方を要求される問題においてリンク総数とある一定の関連性がみられた。したがって、先行研究においては理科と数学を関連付け、生徒が両概念間のつながりを構築することで達成度が上昇するとされてきたが、とりわけ考え方が要求される問題において効果がある可能性が浮かび上がった。次に、テスト得点から生徒を下位・中位・上位の3つに分類し、各得点群において概念のつながりを明らかにした。その結果、成績上位群では、「ばねの伸びと重り」と「比例」の結びつきが強いことと、「等加速度運動」と[グラフ]の結びつきが強いことが明らかとなった。したがって、リンク総数と考え方が要求される問題に弱い相関がみられたこと、成績上位群において理科と数学の概念間の構造が異なっていたことから、両教科を関連付けることと達成度のある側面とに関連性があることが浮き彫りとなった。

文脈依存性と達成度との関係について、理科と数学の文脈依存性の結果に対して数量化Ⅲ類を適用し、生徒の解答パターンの類似性に基づき問題と生徒を分類した。その結果、問題と生徒は大きく3群に分かれた。次に各生徒群において、達成度の平均値を求めた。その結果、A群とC群、B群とC群の間で有意な差があることが浮かび上がった。つまり、達成度の違いによって文脈依存する傾向が強い問題群が異なること、達成度が同程度であっても文脈依存する傾向が強い問題群が異なることが明らかになった。したがって、達成度と文脈依存する傾向が強くみられる問題は関係しつつも、それ以外の要因もあることが浮かび上がった。その後、C群の生徒が文脈依存する傾向が強い問題に着目し、各生徒群における通過率を求めた。その結果、A群とB群では極度に通過率が低いことが明らかになった。つまり、これらの生徒は問題の理解が障壁となっている可能性があり、文脈依存性を適切に測定できる幅が生徒の達成度によって異なることが浮かび上がった。

文脈依存性と概念のつながりととの関係について、まず理科と数学の文脈依存性を調査し、数量化Ⅲ類を用いて問題と生徒を分類した。その結果、問題と生徒は大きく3群に分かれた。次に各生徒群において、概念地図法を用い、両教科の概念のつながりの実態を明らかにした。その後、各問題群の特徴と各生徒群での概念のつながりととの関係を考察した。その結果、概念間のつながりと文脈依存性間にはある一定の関連は見られるものの、概念間

のつながりが強くてもその設問内容そのものの理解ができていない場合、文脈依存性と判断される場合があることが浮き彫りとなった。したがって、両教科の概念間のつながりが弱い場合には、その概念間において文脈に依存する傾向があることが浮かび上がった。そのため、両教科の関連付けを行い、概念間のつながりを構築することは文脈依存性を乗り越えるための第一歩となると言える。しかしながら、両概念が関連付いていても文脈依存する場合も見られることから、両概念を関連付けるだけでは必ずしも十分ではないことも浮き彫りとなった。

以上をまとめると、概念間のつながりを構築することによる考え方の深まりと、文脈依存性を乗り越えるための第一歩となることが浮かび上がった。さらに、実態把握からのカリキュラム開発上の示唆として、関数領域を含む各教科の概念として、理科では具体的な文脈をともなったグラフの理解が、数学では二つの数量に目を向けることとその関係を捉えることが課題として浮かびあった。また理科と数学の関連付けという側面では、両教科の関連付けを促進するために、概念を形成するための指導の工夫と共通性を見出す働きかけが必要なこと、生徒は単位や両教科での解法の違いやその特性の違いによって文脈に依存することが明らかとなった。

第5章 理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理の導出

第1章の考察によって、理科と数学を関連付ける目的・実施方法・評価法を包括的に捉え、両教科を関連付ける理論的枠組みを構築することと、その理論的枠組みと社会的側面と子どもの側面を包括的に捉え、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理を導出することが研究課題として導かれた。第1節では、理科と数学を関連付ける理論的枠組みを構築する。ここではまず理科と数学を関連付ける方法と評価法との対応関係を明らかにする。次に、理論的考察と実証的考察における理科と数学を関連付ける目的を総合的に考察し、その目的を浮き彫りにする。その後、目的・実施方法・評価法を包括的に捉え理科と数学を関連付ける理論的枠組みを構築する。第2節では、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理を導出する。ここではまず第1章から第4章までを概括し、社会的側面・学問的側面・子どもの側面から考慮すべき点を浮き彫りにする。次に、本章第1節において構築した理科と数学を関連付ける理論的枠組みを基に、社会的側面・学問的側面・子どもの側面を包括的に考察する。その後、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理を導出する。

5.1. 理科と数学を関連付ける理論的枠組み

本節では、理科と数学を関連付ける目的・実施方法・その評価法を包括的に捉え、その理論的枠組みを構築することを目的とする。

まず第2章で明らかとなった、理科と数学を関連付ける4つの方法(①学習内容の主題的関連付け、②考え方の主題的関連付け、③学習内容の構造的ー貫性、④考え方の構造的ー貫性)と、第3章で明らかとなったその評価法としての概念地図法と文脈依存性との対応関係を明らかにする。次に、第2章で明らかとなった、各方法における両教科を関連付ける目的と、第4章で明らかとなった、概念間のつながりと達成度と文脈依存性との関係から、理論的かつ実証的に理科と数学を関連付ける目的を浮き彫りにする。最後に上記2つの考察結果を踏まえ、理科と数学の関連付けを、その目的・実施方法・その評価法の3つの視点から包括的に捉えその理論的枠組みを構築する。

5.1.1. 概念地図法と文脈依存性によって評価できる関連付けの方法

第2章の考察から、理科と数学の関連付けには4つの方法、①学習内容の主題的関連付け、②考え方の主題的関連付け、③学習内容の構造的ー貫性、④考え方の構造的ー貫性があることが明らかとなった。

認識内容の側面について、内容の構造的ー貫性では、その目的として「異なった視点に各教科で扱う対象の知識獲得」が挙げられる。ここで、各教科で扱う対象の知識獲得は、

達成度の調査によって評価可能である。また第3章及び第4章の考察から、概念地図法では、認識内容の側面について、学習内容の主題的関連付けと学習内容の構造的ー貫性を評価できることが明らかとなった。一方文脈依存性の調査では、一方の教科で学習した内容や考え方を他教科に活用できない可能性を浮き彫りにできることが明らかとなった。そこでは問題の設定によって学習内容だけでなく考え方についてもその関連付けが測定できる。つまり、認識方法の側面について学習内容の構造的ー貫性と考え方の構造的ー貫性を評価することができる。

したがってこれらをまとめると、達成度・概念地図法・文脈依存性の調査によって評価できる関連付けの方法は表5.1のように示される。

表 5.1 概念地図法と文脈依存性の調査によって評価できる関連付けの方法

	認識内容		認識方法	
	学習内容	考え方	学習内容	考え方
主題的関連付け	概念地図法	—	—	—
構造的ー貫性		(達成度)	文脈依存性	

つまり、達成度と概念地図法と文脈依存性の調査を用いて、4つの関連付ける方法のうち3つにおいて評価することができる。ただし、文脈依存性が認められても、一方の教科の学習内容の理解が不十分でありそのように判断される場合や、類似性に気づいており他教科の方法を用いて解答することができる生徒も含まれていることに留意する必要がある。他方、考え方の主題的関連付けについては、概念地図法や文脈依存性の調査を用いて評価することが困難であり、その評価法を今後構築する必要がある。

5.1.2. 理科と数学を関連付ける目的の総合的考察

第2章の理論的考察から、各関連付けにおけるその目的が明らかとなった。各関連付けにおけるその目的は以下の通りである。①学習内容の主題的関連付けでは、各教科と教科外とのつながりの構築、学習内容を総合的に用いた考察。②考え方の主題的関連付けでは、教科外で扱う対象の知識獲得、考え方を総合的に用いた考察。③学習内容の構造的ー貫性では、具体的な理科の学習内容と抽象的な数学の学習内容とのつながりの構築、抽象度の違う文脈で学習内容を用いることによる、転移の促進。④考え方の構造的ー貫性では、異なった視点による各教科で扱う対象の知識獲得、抽象度の違う文脈で考え方をを用いることによる、その一般化。

また第4章の達成度と概念のつながりとの考察から、概念間のつながりが構築されることと、考え方が要求される問題における効果が浮き彫りとなった。また、文脈依存性と達成度との考察から、一部の問題と生徒群において達成度と文脈依存性との間に関係がある

ことが浮き彫りとなった。また、文脈依存性と概念のつながりとの考察から、概念間のつながりが文脈依存性を乗り越えるための第一歩となることが浮かび上がった。

ここで前項の考察結果を踏まえると、達成度の調査によって測定可能な関連付けは、認識内容の側面における考え方の構造的・一貫性である。また、概念地図法によって測定可能な関連付けは、認識内容の側面における学習内容の主題的関連付けと学習内容の構造的・一貫性である。また、文脈依存性によって測定可能な関連付けは、認識方法の側面における学習内容の構造的・一貫性と考え方の構造的・一貫性である。したがって、達成度と概念のつながりとの考察から導出された、概念間のつながりと考え方が要求される問題における関係性は、認識内容の側面における考え方の構造的・一貫性と、認識内容の側面における学習内容の構造的・一貫性と主題的関連付けにおいて、両関連付けの目的が相互に関係しあっていることを意味する。また、文脈依存性と達成度との考察から導出された、一部の問題と生徒群において達成度と文脈依存性との間に関係があることは、認識方法の側面における学習内容の構造的・一貫性と考え方の構造的・一貫性と、認識内容の側面における考え方の構造的・一貫性において、両関連付けの目的が相互に関係しあっていることを意味する。さらに、文脈依存性と概念のつながりから導出された、概念間のつながりと文脈依存性との関係は、認識内容の側面における学習内容の主題的関連付けと学習内容の構造的・一貫性と、認識方法の側面における学習内容の構造的・一貫性と考え方の構造的・一貫性において、両関連付けの目的が相互に関係しあっていることを意味する。したがって、これらをまとめると、各方法における理科と数学を関連付ける目的は表 5.2 のように示される。

表 5.2 理論的考察と実証的考察に基づく各方法における理科と数学を関連付ける目的

	認識内容		認識方法		目的の特徴
	学習内容の 関連付け	考え方の 関連付け	学習内容の 関連付け	考え方の 関連付け	
主題的 関連付 け	各教科と教科外 とのつながりの 構築	教科外で扱う対象 の知識獲得	学習内容を総 合的に用いた 考察	考え方を総合 的に用いた考察	教科外 総合性
構造的 一貫性	具体的な理科の 学習内容と抽象 的な数学の学習 内容とのつなが りの構築	異なった視点によ る各教科で扱う対 象の知識獲得 	抽象度の違う 文脈で学習内 容を用いるこ とによる、転移 の促進	抽象度の違う文 脈で考え方を 用いることよ る、その一般 化	各教科 抽象度 の違い
目的の 特徴	つながりの構築	対象の知識獲得	学習内容の 扱い方	考え方の用い方	

5.1.3. 理科と数学を関連付ける理論的枠組み

本節第1項では実施方法と評価法との対応を、第2項では理論的考察と実証的考察の総合的考察から、各方法における理科と数学を関連付ける目的を考察した。その結果、第1

項では、達成度の調査によって、認識内容について考え方の構造的ー貫性が、概念地図法を用いて認識内容について学習内容の主題的関連付けと学習内容の構造的ー貫性が、文脈依存性の調査を用いて認識方法について学習内容の構造的ー貫性と考えの構造的ー貫性の評価が可能であることが浮き彫りとなった。また第2項では、認識内容における学習内容の主題的関連付けと学習内容の構造的ー貫性と、認識内容における考え方の構造的ー貫性と、認識方法における学習内容の構造的ー貫性と考え方の構造的ー貫性との間の関係性が浮き彫りとなった。これらをまとめると理科と数学を関連付ける目的・実施方法・評価法は表5.3のように示される。したがって、これまで個別に議論されてきた目的・実施方法・評価法の対応関係を示すことができた。

表 5.3 理科と数学を関連付ける目的・実施方法・評価法の対応関係

	認識内容		認識方法		目的の特徴
	学習内容の関連付け	考え方の関連付け	学習内容の関連付け	考え方の関連付け	
主題的関連付け	各教科と教科外とのつながりの構築	教科外で扱う対象の知識獲得	学習内容を総合的に用いた考察	考え方を総合的に用いた考察	教科外 総合性
構造的ー貫性	具体的な理科の学習内容と抽象的な数学の学習内容とのつながりの構築	<p style="text-align: center;">達成度</p> 異なった視点による各教科で扱う対象の知識獲得 	<p style="text-align: center;">文脈依存性調査</p> 抽象度の違う文脈で学習内容を用いることによる、転移の促進	抽象度の違う文脈で考え方を用いることによる、その一般化	各教科 抽象度の違い
目的の特徴	つながりの構築	対象の知識獲得	学習内容の扱い方	考え方の使い方	

5.1.4. 本節のまとめ

本節では、理科と数学の関連付けを、その目的・実施方法・その評価法を包括的に捉え、その理論的枠組みを構築することを目的とし考察した。

まず、第2章で明らかとなった、理科と数学を関連付ける4つの方法(①学習内容の主題的関連付け、②考え方の主題的関連付け、③学習内容の構造的ー貫性、④考え方の構造的ー貫性)と、第3章及び第4章で明らかとなったその評価法としての概念地図法と文脈依存性との対応関係を考察した。その結果、各方法と各調査法を対応付けることができた。また、考え方の主題的関連付けについては、概念地図法や文脈依存性の調査を用いて評価することが困難であり、その評価法を今後構築する必要があることが浮かび上がった。

次に、第2章で明らかとなった、各方法における両教科を関連付ける目的と、第4章で明らかとなった、概念間のつながりと達成度と文脈依存性の関係から、理科と数学を関連

付ける目的を考察した。その結果、認識内容の側面における学習内容の主題的関連付けと学習内容の構造的ー貫性と、認識内容の側面における考え方の構造的ー貫性と、認識方法の側面における学習内容の構造的ー貫性と考え方の構造的ー貫性との間の関係性が浮き彫りとなった。

最後に上記2つの考察結果を踏まえ、理科と数学の関連付けを、目的・実施方法・評価法の3つの視点から包括的に捉えた。その結果、これまで個別に議論されてきた上記3つの対応関係を示すことができた。したがって、今後理科と数学を関連付けるカリキュラムを構築する際の学問的示唆を得ることができた。

5.2. 理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理

本節では、社会・学問・子どもを包括的に捉え、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理を導出することを目的とする。

まず第1章で考察した現在のザンビアにおいて求められている教育を概括し、社会的側面から考慮すべき点を明らかにする。次に、前節で同定した理科と数学を関連付ける理論的枠組みから、学問的側面から考慮すべき点を浮き彫りにする。さらに、第4章における達成度・概念のつながり・文脈依存性の調査結果から、子どもの側面から考慮すべき点を浮かび上がらす。次に、本章第1節において構築した理科と数学を関連付ける理論的枠組みを基に、社会的側面・学問的側面・子どもの側面を包括的に考察する。最後に、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理を導出する。

5.2.1. 社会的側面・学問的側面・子どもの側面

第1章では社会的側面からの考察として、現在のザンビアにおいて求められている教育について概括した。現在のザンビアが置かれている社会的状況を産業間構造の変化という視点から捉えると、第1次産業から第2次産業の移行期であり、また産業内構造の変化という視点から捉えると、始発期一量的拡大期一質的向上期が混在していることが浮き彫りとなった。このような状況を踏まえ、2011年から2015年までの教育計画を定めた *Education Sector National Implementation Framework III 2011-2015* (Ministry of Education, Science, Vocational Training and Early Education, 2012)では、理数科教育を通じた新しい状況に適応するための能力の育成が目指されている。このような背景から、今後のカリキュラムの方針を定めた *The Zambia Education Curriculum Framework* (Ministry of Education, Science, Vocational Training and Early Education, 2012)では、教育を包括的に捉える動きが見受けられる。さらに現行シラバスでは、理科と数学の関連付けが強調されている(cf. *Curriculum Development Centre, 2012a, 2012b*)。ただし、その具体的方策が示されるまでには至っていない。つまり、ザンビアが長期的な成長を遂げるには、初等教育の拡大により需要が高まりつつある中等教育における、理数科教育の充実が必要不可欠である。そのためには、その一方策として理科と数学の関連付けに着目し、教科の枠組みを越えた能力を育成する必要がある。

第2章では理論的側面からの考察によって、理科と数学を関連付ける目的を導出した。そこでは、関連付ける方法によってその目的が異なることが浮き彫りとなった。また第4章では実証的側面からの考察によって、理科と数学を関連付ける目的を導出した。そこでは、いくつかの方法間での目的の関係性が明らかとなった。さらに第5章第1節では、第2章、第3章、第4章の考察結果を踏まえ、理科と数学を関連付ける理論的枠組みを導出

した。ここでは、学問的側面から考慮すべき点として理科と数学を関連付ける際の目的・実施方法・その評価法の対応関係が明確化された。

第4章では子どもの側面として、達成度・概念のつながり・文脈依存性の調査を通して、ザンビアの生徒達の実態把握を試みた。達成度の調査から、理科では具体的な文脈をともなったグラフの理解が低・中得点群の生徒にとって障壁となっている可能性が浮かび上がった。一方数学においては、二つの数量に目を向けることとその関係を捉えることに困難性を抱えていることが浮き彫りとなった。次に概念のつながりの調査から、調査対象者全体の傾向として、「ばねの伸びと重り」と「比例」, 「等加速度運動」と「グラフ」のつながりが強いこと、また「ばねの伸びと重り」と「グラフ」, 「等加速度運動」と「比例」のつながりが弱いことが浮かび上がった。さらに生徒は大きく3つのグループに分類され、生徒群Aでは調査対象者全体の傾向と同様であったが、生徒群Cでは理科の概念系「ばねの伸びと重り」と数学の概念 $[y = kx]$ が関連付いておらず、生徒群Bでは数学の概念系「比例」が独立していることが明らかとなった。また、生徒群Cにおいては教科間の関連付け以前に、教科内の関連付けにも課題があることが浮かび上がった。さらに、生徒群Bと生徒群Cの生徒に対して、フックの法則の概念を形成する指導の工夫と、公式間の共通性を見出す働きかけが必要であるという示唆が得られた。最後に文脈依存性の調査からは、文脈依存性が認められた生徒は一方の教科で学習した学習内容や考え方を他教科に活用することができていない可能性があること、その要因として、①単位、②両教科での解法の違い、③両教科の特性の違いが浮かび上がった。また、文脈依存性が認められた生徒の一部は問題の類似性に気づいており、他教科で学習した方法を用いることで正答できる可能性があることが浮き彫りとなった。

5.2.2. 社会的側面・学問的側面・子どもの側面の総合的考察

社会的側面・学問的側面・子どもの側面を統合的に考察するために、ここでは学問的側面すなわち理科と数学を関連付ける理論的枠組みを基に考察する。社会的側面から求められる、「教科の枠組みを越えた新しい状況に対応する能力」は、「教科外で扱う対象の知識獲得」や「学習内容を総動員した考察」などに該当する。したがって、認識内容と認識方法の両側面における、学習内容や考え方の主題的関連付けが求められている。またその基盤として構造的・一貫性も同時に求められている。一方、子どもの側面として、達成度の調査から各教科における理解が不十分である単元があることが浮き彫りとなった。ここでは、認識内容における考え方の構造的・一貫性の目的である「各教科で扱う対象への理解」が求められる。また概念地図法を通して、理科と数学の関連付けが弱い生徒が多数いることが明らかとなった。ここでは、認識内容における学習内容の主題的関連付けの「各教科の学習内容と教科の枠組みを越えた学習内容とのつながりの構築」と学習内容の構造的・一貫性の「具体と抽象とのつながりの構築」が求められる。さらに文脈依存性の調査からは、

一方の教科で学習した内容や考え方を他教科で活用できていない可能性が浮き彫りとなった。ここでは、認識方法における学習内容の構造的・一貫性の「複数の文脈で学習内容を用いることによる、学習内容の転移」と考え方の構造的・一貫性の「複数の文脈で考え方を用いることによる、考え方の一般化」が求められている。以上から、社会的側面・学問的側面・子どもの側面を表5.4にまとめた。

表 5.4 社会的側面・学問的側面・子どもの側面

学問的側面						
		認識内容		認識方法		目的の特徴
		学習内容の 関連付け	考え方の 関連付け	学習内容の 関連付け	考え方の 関連付け	
主題的 関連付け	社会的 側面	子どもの 側面	理科と数学の関 連付けが弱い学 習單元	教科の枠組みを越えた新しい状況に対応する能力		教科外 総合性
				子どもの側面 各教科での理 解が不十分	子どもの側面 一方の教科で学習した内容や考え 方を他教科で活用できていない	各教科 抽象度 の違い
構造的 一貫性						
目的の 特徴		つながりの構築	対象の 知識獲得	学習内容の 扱い方	考え方の 使い方	

社会的側面では、教科外に傾倒している主題的関連付けが求められており、同時にその基盤として構造的・一貫性も求められている。一方、子どもの側面では、認識内容における学習内容の主題的関連付けや構造的・一貫性、認識内容における考え方の構造的・一貫性、認識方法における学習内容や考え方の構造的・一貫性が求められている。つまり、ザンビアにおいて理科と数学を関連付けた教育を実施するには、目的の方向性が各教科に傾倒している構造的・一貫性から、目的の方向性が教科外に傾倒している主題的関連付けへとその重点を移行していく必要がある。その際、学習内容と考え方は相互に依存しているため、両側面から検討していく必要がある。

また具体的に関数領域に焦点を当てた場合、まず考え方の構造的・一貫性において、数学の視点から理科における具体的な文脈をともなったグラフの理解、理科の視点から数学における二つの数量に目を向けることとその関係を捉えることを指導する必要がある。また、文脈依存性の3つの要因の中でも③両教科の特性の違いに焦点を当て、考え方の一般化とその活用を目指す必要がある。次に学習内容の構造的・一貫性において、「ばねの伸びと重り」と「比例」とのつながりの構築と公式間の共通性を見出す働きかけが必要である。また、文脈依存性の3つの要因の中でも①単位と②両教科での解法の違いに焦点を当て、学習内容の転移を促進する必要がある。その後、学習内容の主題的関連付けにおいて、関数

の内容と主題との関連付け、関数の内容を総動員して考察する能力の育成が必要である。最後に、考え方の主題的関連付けに重点を置き、関数的考え方を総合的に用い、教科の枠組みを越えた対象への理解を促す必要がある。

5.2.3. 理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理

本項では、前項にて考察した社会的側面・学問的側面・子どもの側面の統合的考察を踏まえ、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理の導出を行う。

(1) 構成原理①：主題的関連付けと構造的ー貫性の二側面

理科と数学を関連付けるカリキュラムでは、教科の区分を踏襲しつつ、教科間の相互関連が図られる。そのためどのように両教科を関連付けるかが重要となり、主題的関連付けと構造的ー貫性の二側面を考慮する必要がある。主題的関連付けでは異なった役割を有する理科と数学の学習内容や考え方を主題によって関連付けることになり、学習内容や考え方を総合的に扱うことで教科外を対象とする。一方、構造的ー貫性では理科と数学の学習内容や考え方の共通点と整列可能な差異から関連付けることになり、学習内容や考え方を抽象度の異なる文脈で扱いながら各教科を対象とする。

(2) 構成原理②：学習内容の関連付けと考え方の関連付けの分割性と不可分性

上記二つの捉え方について、関連付ける事柄を意識する必要がある。理科と数学の関連付けにおいては、学習内容だけでなく考え方もその対象とすることができる。学習内容とは、学習指導要領やスタンダードに「内容」として記載されている事柄であり、測定、パターンと関係、確率統計、空間関係、変数と関数などが共通する。一方、考え方とは「科学的探究」や「数学的問題解決」で用いられる考え方で、並び替えや分類、測定、データの解釈やモデルの生成などが共通する。これら二側面から関連付ける事柄を考察することが必要であるが、両側面は不可分である。

(3) 構成原理③：社会的発展を踏まえた理科と数学を関連付ける方法の選択

理科と数学を関連付ける捉え方の二側面と、関連付ける二つの事柄の分割性と不可分性の原理をここまで見てきた。つまり、理科と数学の関連付けには4つの方法が考えられ、それぞれの方法によってその目的の方向性が異なっている。教科外に傾倒した主題的関連付けと各教科に傾倒した構造的ー貫性、認識内容に傾倒した学習内容の関連付けと認識方法に傾倒した考え方の関連付け、これら関連付ける捉え方及び事柄の特徴を踏まえ、社会的発展に応じて適切な方法を選択する必要がある。

5.2.4. 本節のまとめ

本節では、社会的側面・学問的側面・子どもの側面を包括的に捉え、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理を導出することを目的として考察を行った。

まず第1章における現在のザンビアにおいて求められている教育から、社会的側面から考慮すべき点を確認した。次に、前節で同定した理科と数学を関連付ける理論的枠組みから、学問的側面から考慮すべき点を確認した。その後、第4章における達成度・概念のつながり・文脈依存性の調査結果から、子どもの側面から考慮すべき点を確認した。

次に、本章第1節において構築した理科と数学を関連付ける理論的枠組みを基に、社会的側面・学問的側面・子どもの側面を包括的に考察した。その結果、ザンビアにおいて理科と数学を関連付けた教育を実施するには、目的の方向性が各教科に傾倒している構造的・一貫性から、目的の方向性が教科外に傾倒している主題的関連付けへとその重点を移行していく必要があることが浮かび上がった。またそこでは、学習内容と考え方が相互に関係しており、両側面から育成する必要がある。さらに関数領域に限れば、まず考え方の構造的・一貫性において、数学の視点から理科における具体的な文脈をともなったグラフの理解、理科の視点から数学における二つの数量に目を向けることとその関係を捉えること、文脈依存性の3つの要因の中でも③両教科の特性の違いに焦点を当て、考え方の一般化とその活用を目指す必要性がある。次に学習内容の構造的・一貫性において、「ばねの伸びと重り」と「比例」とのつながりの構築と公式間の共通性を見出す働きかけや、文脈依存性の3つの要因の中でも①単位と②両教科での解法の違いに焦点を当て、学習内容の転移を促進する必要がある。その後、学習内容の主題的関連付けにおいて、関数の内容と主題との関連付け、関数の内容を総動員して考察する能力の育成が必要である。最後に、考え方の主題的関連付けに重点を置き、関数的考え方を総合的に用い、教科の枠組みを越えた対象への理解を促す必要がある。

最後に、社会的側面・学問的側面・子どもの側面の統合的考察を踏まえ、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理として、以下3点を導出した。

構成原理①：主題的関連付けと構造的・一貫性の二側面

構成原理②：学習内容の関連付けと考え方の関連付けの分割性と不可分性

構成原理③：社会的発展を踏まえた理科と数学を関連付ける方法の選択

5.3. 本章のまとめ

本章では、目的・実施方法・評価法を包括的に捉え、理科と数学を関連付ける理論的枠組みを構築するとともに、社会的側面・学問的側面・子どもの側面を包括的に捉え、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理を導出した。

第1節では、理科と数学を関連付ける理論的枠組みについて考察した。その結果を表5.5のようにまとめた。

表 5.5 理科と数学を関連付ける目的・実施方法・その評価法

	認識内容		認識方法		目的の特徴
	学習内容の関連付け	考え方の関連付け	学習内容の関連付け	考え方の関連付け	
主題的関連付け	各教科と教科外とのつながりの構築	教科外で扱う対象の知識獲得	学習内容を総合的に用いた考察	考え方を総合的に用いた考察	教科外 総合性
構造的 一貫性	具体的な理科の学習内容と抽象的な数学の学習内容とのつながりの構築 概念地図法	達成度 異なった視点による各教科で扱う対象の知識獲得	文脈依存性調査 抽象度の違う文脈で学習内容を用いることによる、転移の促進		各教科 抽象度の違い
目的の特徴		つながりの構築	対象の知識獲得	学習内容の扱い方	

(表 5.3, p.110 再掲)

第2節では理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理を考察した。その結果、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理として、以下3点を導出することができた。

構成原理①：主題的関連付けと構造的ー貫性の二側面

構成原理②：学習内容の関連付けと考え方の関連付けの分割性と不可分性

構成原理③：社会的発展を踏まえた理科と数学を関連付ける方法の選択

第6章 本研究の総括と今後の課題

6.1. 本研究の総括

6.1.1. 本研究の主題と意義・特色

本研究は「理科と数学の関連付け」を主題とするものであり、ザンビアにおける理数科教育から要請される、「理科と数学を関連付けるカリキュラム開発」の基盤となり、理科と数学の関連付け研究から要請される「理科と数学の関連付け」の理論的枠組みの構築、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理の導出という課題に取り組もうとするものである。ここでは、理論的に理科と数学の関連付けを整理し、各関連付けにおけるその目的を明らかにするとともに、実証的に達成度と概念のつながりと文脈依存性が何を意味するか同定し、理論的考察と実証的考察から理科と数学を関連付ける理論的枠組みを構築する。さらに、社会的側面・学問的側面・子どもの側面から、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理を導出する。こうした本研究の目的を具体的に述べれば、次の通りになる。

目的 1：先行研究を基に理科と数学の関連付けを整理するとともに、各関連付けにおけるその目的を理論的に明らかにする。

目的 2：概念のつながりと文脈依存性の測定方法及びそこで測定できる事柄を同定するとともに、達成度と概念のつながりと文脈依存性の関係からその目的を実証的に明らかにする。

目的 3：上記目的 1 と目的 2 を基に理科と数学を関連付ける目的・実施方法・その評価法を包括的に捉える理論的枠組みを構築する。

目的 4：目的 3 を基に、ザンビアの社会的文脈と子どもの実態を加味し、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理を導出する。

そして、上述の目的を達成するために、理科と数学を関連付ける理論的枠組みの構築を理論的研究と実践的研究を併せて行うこととした。具体的に、上記目的 1 については、主として哲学的方法を用いた理論的研究を行った(第 2 章)。そして、目的 2 については、主としてテスト・インタビューを用いた実証的研究を行った(第 3 章及び第 4 章)。さらに、目的 3 と目的 4 については理論的研究と実証的研究の結果から解釈的方法を用いて、理論と実証を包括的に捉えた(第 5 章)。

本研究が理数科教育研究にもたらす貢献をどのように指摘できるであろうか。最も大きな貢献は、これまでも理論・実証の両側面から取り組まれてきながらも共通認識がなかった理科と数学の関連付けを目的・実施方法・その評価法を包括的に捉え、理論的・実証的にその理論的枠組みを構築する点である。

上述のように、本研究は、理数科教育のカリキュラム開発という文脈で注目されてきた「理科と数学の関連付け」に焦点をあて、理科と数学を関連付ける視点の整理及び各関連付けにおけるその目的を理論的かつ実証的に明確化し、理科と数学の関連付けの評価法を

整理した上でそれらを包括的に捉え、その理論的枠組みを構築することを意図している。ここでは、理科と数学における学習内容と考え方の固有性及び独自性を確認する一方、その背景にある学問的側面から両教科の性質を明確化する。これまで各教科において議論されてきた理科や数学の性質を各教科の基盤となる科学と数学の知識の本性にまで立ち入って分析する点も本研究の特色であり重要な成果である。また、達成度と概念のつながりと文脈依存性から実証的に理科と数学を関連付ける目的を見出す、そこで用いる手法は理科と数学を関連付けた指導を評価する際に援用することができる。これまで主に達成度で評価されてきた理科と数学を関連付けた実践を異なった角度から評価する枠組みを提供する点も本研究の特色であり重要な成果である。

以上のような理科と数学を関連付ける理論的枠組みの構築、及び理科と数学の性質への新たな特徴付け、さらに理科と数学を関連付けた実践の評価法の同定に加え、本研究の成果は、ザンビアにおけるカリキュラム開発に対して直接的な示唆をもたらすと考える。実際、実証的研究として行う達成度・概念のつながり・文脈依存性の調査はザンビアの生徒に対して実施するもので、カリキュラム開発に具体的提言を導きうるものを含んでおり、本研究の後半ではその点についての考察を行っている。これは国際協力の立場から研究の独自性を示す特色であるともいえ、実践的課題への貢献であると言える。

上述したように「理科と数学の関連付け」の重要性が従来から主張され、その目的や実施方法が古くて新しい問題として常に問われ続けてきた。しかしこれまでの研究では、その目的・実施方法・その評価法の関連性に着目されてこなかった。これに対して本研究は、これまで個別に議論されてきた内容を包括的に捉えることによって、理科と数学の関連付けの考察を、一段高い位置から俯瞰的に取り組むと位置づけられる。

以下では、こうした本研究の取り組みの成果を各章のまとめとすることによって述べてい。

6.1.2. 各章の概要と研究成果

第2章では、科学哲学者ポパーの3世界理論と客観的知識の成長過程を手掛かりに理科と数学の特徴を明らかにし、理科と数学を関連付ける方法とその目的を考察した。

理科と数学の背後にある学問的側面からの特徴として、科学では思考(世界2)を介した世界1と世界3の相互作用によって、より洗練された暫定的理論(世界3)と問題(世界1)が生み出され、他方数学においては、思考(世界2)を介した世界3内での相互作用によって、より洗練された暫定的理論(世界3)と問題(世界3)が生み出されていくことが明らかとなった(図6.1)。さらに、関数領域に焦点を当てた理科と数学の特徴として、理科では関数の内容や関数的な考え方をを用いる対象として、物理的対象の世界(世界1)が重視されており、数学では関数の考えを用いる対象として客観的知識の世界(世界3)が重視されていることが浮かび上がった。そのため、数学が扱う学習内容がより抽象的となり、それに対応する理科

の学習内容が複数となっている。また、理科では「変数を確認する」段階において多様な変数が扱われ、他方数学では「表現・規則性」において多様な表現やその変換が用いられる。

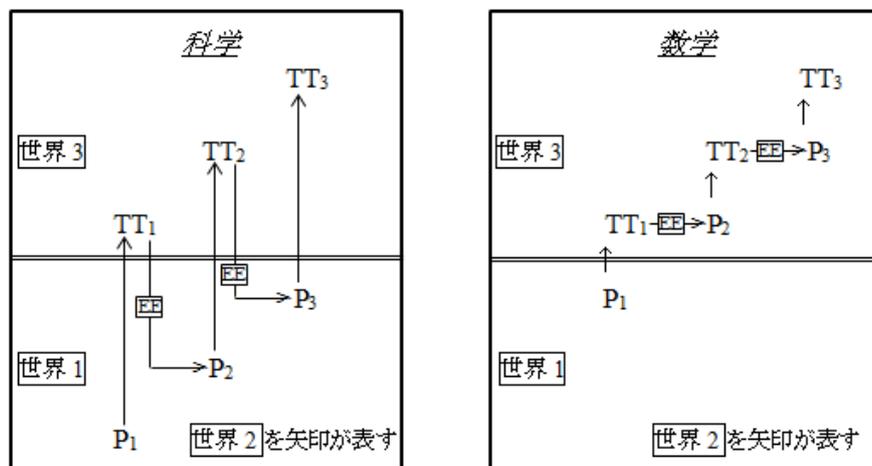


図 6.1 科学と数学の知識の成長過程と 3 世界理論 (図 2.1, p.19 再掲)

理科と数学の関連付けには 4 つの方法, ①学習内容の主題的関連付け, ②考え方の主題的関連付け, ③学習内容の構造的ー貫性, ④考え方の構造的ー貫性があることが明らかとなった。ここで, 主題的関連付けでは学習内容や考え方を総合的に扱うことがその目的の根底にあるといえる(図 6.2)。また, 構造的ー貫性による関連付けでは, 共通点を理科と数学という抽象度の異なる文脈で扱うことがその目的の根底にある(図 6.3)。

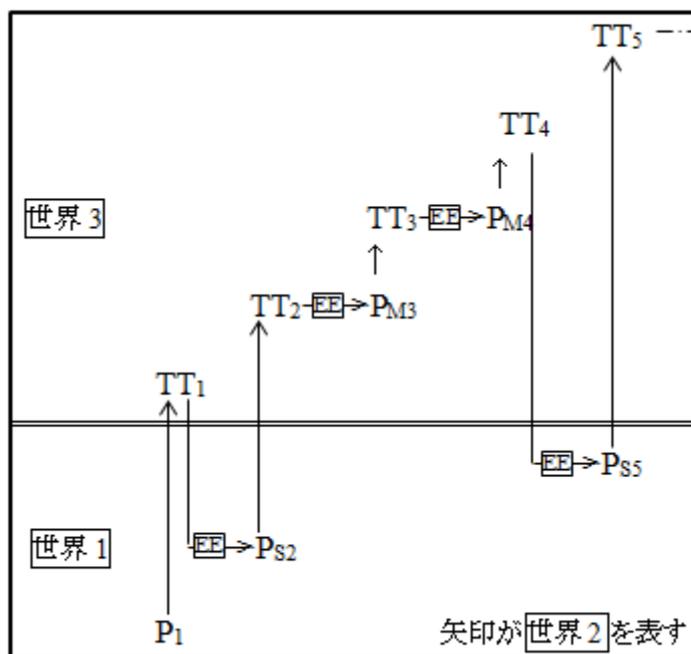


図 6.2 主題的関連付けにおける知識の成長過程 (図 2.4, p.28 再掲)

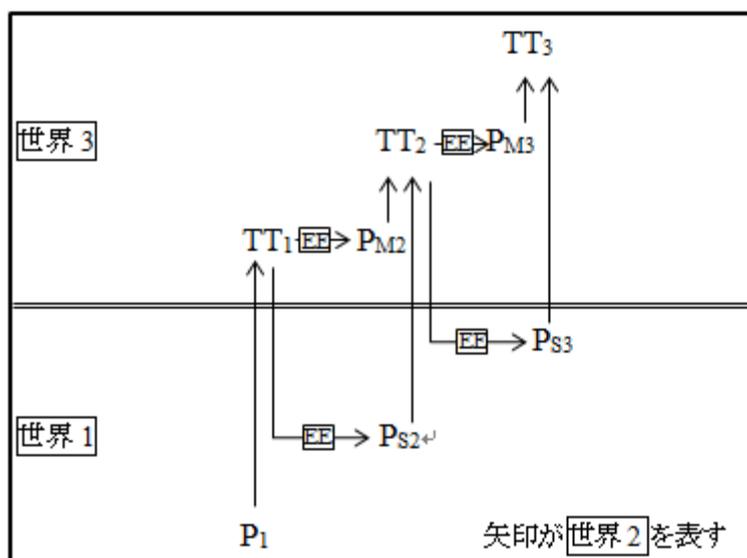


図 6.3 構造的ー貫性における知識の成長過程 (図 2.5, p.29 再掲)

各関連付けにおける目的として、①学習内容の主題的関連付けでは、各教科と教科外とのつながりの構築、学習内容を総合的に用いた考察が、②考え方の主題的関連付けでは、教科外で扱う対象の知識獲得、考え方を総合的に用いた考察が、③学習内容の構造的ー貫性では、具体的な理科の学習内容と抽象的な数学の学習内容とのつながりの構築、抽象度の違う文脈で学習内容を用いることによる、転移の促進が、④考え方の構造的ー貫性では、異なった視点による各教科で扱う対象の知識獲得、抽象度の違う文脈で考え方を用いることによる、その一般化が浮き彫りとなった。

表 6.1 認識内容と認識方法別の、各方法における理科と数学を関連付ける目的とその特徴

	認識内容		認識方法		目的の特徴
	学習内容の関連付け	考え方の関連付け	学習内容の関連付け	考え方の関連付け	
主題的関連付け	各教科と教科外とのつながりの構築	教科外で扱う対象の知識獲得	学習内容を総合的に用いた考察	考え方を総合的に用いた考察	教科外 総合性
構造的ー貫性	具体的な理科の学習内容と抽象的な数学の学習内容とのつながりの構築	異なった視点による各教科で扱う対象の知識獲得	抽象度の違う文脈で学習内容を用いることによる、転移の促進	抽象度の違う文脈で考え方を用いることによる、その一般化	各教科 抽象度の違い
目的の特徴	つながりの構築	対象の知識獲得	学習内容の扱い方	考え方の用い方	

(表 2.9, p.37 再掲)

さらに、各関連付けにおける目的の包括的考察から、認識内容の側面について、主題的関連付けでは教科外の学習内容を対象とする点が、構造的ー貫性では各教科の学習内容を対象とする点が、学習内容の関連付けではつながりを構築することが、考え方の関連付け

では両教科の考え方をを用いることによる対象の知識獲得がその特徴であることが浮かび上がった。他方、認識方法の側面について、主題的関連付けでは学習内容や考え方を総合的に扱うことが、構造的ー貫性では学習内容や考え方を抽象度の異なった文脈で扱うことが、学習内容の関連付けでは学習内容の扱い方が、考え方の関連付けでは考え方の用い方に焦点が当たっていることがその特徴であることが浮き彫りとなった(表 6.1)。

第3章では、理科と数学の関連付けの評価法として、概念のつながりと文脈依存性の調査法を整理すると共に、各調査法によって評価できる関連付けの方法を考察した。

ザンビアにおいて理科と数学の概念のつながりを測定する方法として、概念ラベルをグループ化する手順を踏み、10 前後の概念ラベルを提示すれば良いことが明らかとなった。またその分析方法として、非計量多次元尺度構成を用いた概念地図の構造分析、概念系やリンクを説明する結合語に着目すれば良いことが浮かび上がった。さらにそこでは、認識内容における学習内容の主題的関連付けと学習内容の構造的ー貫性による関連付けを評価できる可能性が示唆された。一方文脈依存性の調査は、出題の文脈は理科と数学で異なるが、同一の解法で解け、数値も同じ問題を用いれば良いことが浮かび上がった。また具体的な問題は、関数領域に焦点を当て、理科の「等加速度運動」、「ばねの伸びと重り」と数学の「比例」に着目すればよいことが明らかとなった。その分析方法として、文脈依存性の有無はカイ二乗検定によって判別すれば良いこと、問題によって文脈依存する生徒が異なることから数量化Ⅲ類を用いて解答パターンの類似性に基つき分類すれば良いことが明らかとなった。そこでは、認識方法における学習内容と考え方の構造的ー貫性による関連付けを測定できる可能性が示唆された。

以上をまとめると、ザンビアにおいて理科と数学の関連付けを評価するための概念地図法と文脈依存性の調査法及びそこで測定できる内容は表 6.2 の通りである。

表 6.2 概念地図法と文脈依存性の調査法及び測定内容

	方法		測定内容
	実施方法	分析方法	
概念地図法	概念ラベルをグループ化する手順を踏み、10 前後の概念ラベルを提示すれば良い	非計量多次元尺度構成法を用いた概念地図の構造分析、概念系やリンクを説明する結合語の分析	学習内容の主題的関連付けと学習内容の構造的ー貫性
文脈依存性	出題の文脈は理科と数学で異なるが、同一の解法で解け、数値も同じ問題	文脈依存性の有無はカイ二乗検定、問題によって文脈依存する生徒が異なることから数量化Ⅲ類を用いて分類	学習内容と考え方の構造的ー貫性による関連付け

(表 3.2, p.46 再掲)

第4章では、理科と数学の関連付けの評価法として用いられつつある、概念地図法と文脈依存性の調査によって測定できる内容を整理するとともに、達成度と概念と文脈依存性

の関係の考察から、理科と数学を関連付ける目的を実証的に明らかにした。同時に、ザンビアの生徒の実態把握の側面からも考察を行った。各調査の概要は表 6.3 の通りである。

表 6.3 各調査の概要

調査	目的	対象者	方法	
			実施方法	主な分析方法
① 達成度	・基礎学力の確認 ・実態把握	公立後期中等学校3校, 第10学年の生徒498名	一次関数と関連し初等教育と前期中等教育で学習する理科と数学のテスト, 各テスト60分	通過率及び識別力による問題選定, 数量化Ⅲ類による分類, 解答分析
② 概念地図法	・測定内容の同定 ・実態把握	公立中等学校, 第12学年の各4クラスから12~13名ずつ抽出した計51名	インタビュー形式, 一人あたり約30分 ④ 11のラベルを配置 ⑤ 関係するラベルをリンク ⑥ リンクの関係を記述	非計量多次元尺度構成法を用いた構造分析, 概念系やリンクを説明する結合の分析
③ 文脈依存性	・測定内容の同定 ・実態把握	公立中等学校, 第12学年の165名	出題の文脈は理科と数学で異なるが, 同一の解法で解け, 数値も同じ問題	カイ二乗検定による文脈依存性の判定, 数量化Ⅲ類による分類, 解答分析, 補足インタビュー
④ 達成度/文脈依存性/概念地図法	・目的の実証的考察	公立中等学校, 第12学年の161名	文脈依存性の調査と概念地図法	得点群ごとのリンク数と概念地図の構造分析, 文脈依存性による分類ごとの達成度・概念地図の構造分析

(表 4.1, p.47 再掲)

ザンビアの生徒を対象とした概念のつながりと文脈依存性の調査から、概念地図法を用いて、認識内容の側面における学習内容の主題的関連付けと学習内容の構造的な一貫性を評価できることが実証された。一方、文脈依存性の調査を用いて、認識方法の側面における学習内容の構造的な一貫性と考え方の構造的な一貫性を評価できることが判明した。また、達成度と概念のつながりと文脈依存性の3者の関係から、理科と数学を関連付ける目的を考察した。その結果、概念間のつながりを構築することによる考え方の深まりと、文脈依存性を乗り越えるための第一歩となることが浮かび上がった。

ザンビアの生徒の実態把握として、達成度と概念のつながりと文脈依存性の調査を実施した。その結果、関数領域を含む各教科の概念として、理科では具体的な文脈をともなったグラフの理解が、数学では二つの数量に目を向けることとその関係を捉えることが課題として浮かびあった。また理科と数学の関連付けという側面では、両教科の関連付けを促進するために、概念を形成するための指導の工夫と共通性を見出す働きかけが必要なこと、生徒は単位や両教科での解法の違いやその特性の違いによって文脈に依存することが明らかとなった。

第5章では、目的・実施方法・評価法を包括的に捉え、理科と数学を関連付ける理論的枠組みを構築するとともに、社会的側面・学問的側面・子どもの側面を包括的に捉え、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理を導出した。第2章で明らかとなった各方法における理科と数学を関連付ける目的(表 6.1)と第3章と第4章で明らかとなった概念地図法と文脈依存性の測定内容(表 6.2), 第4章で実証的考察から明らかとなった理科と数学を関連付ける目的を包括的に捉え、その理論的枠組みを構築した(表 6.4).

表 6.4 理科と数学を関連付ける目的・実施方法・その評価法の対応関係

	認識内容		認識方法		目的の特徴	
	学習内容の関連付け	考え方の関連付け	学習内容の関連付け	考え方の関連付け		
主題的関連付け	各教科と教科外とのつながりの構築	教科外で扱う対象の知識獲得	学習内容を総合的に用いた考察	考え方を総合的に用いた考察	教科外 総合性	
構造的 一貫性	具体的な理科の学習内容と抽象的な数学の学習内容とのつながりの構築	達成度		文脈依存性調査		各教科 抽象度の違い
目的の特徴		異なる視点による各教科で扱う対象の知識獲得	抽象度の違う文脈で学習内容を用いることによる、転移の促進	抽象度の違う文脈で考え方を用いることによる、その一般化		
	つながりの構築	対象の知識獲得	学習内容の扱い方	考え方の使い方		

(表 5.3, p.110 再掲)

社会的側面・学問的側面・子どもの側面の統合的考察から、ザンビアにおいて理科と数学を関連付けた教育を実施するには、目的の方向性が各教科に傾倒している構造的・一貫性から、目的の方向性が教科外に傾倒している主題的関連付けへとその重点を移行していく必要がある。その際、学習内容と考え方は相互に依存しているため、両側面から検討していく必要がある(表 6.5).

さらに関数領域に限れば、まず考え方の構造的・一貫性において、数学の視点から理科における具体的な文脈をともなったグラフの理解、理科の視点から数学における二つの数量に目を向けることとその関係を捉えること、文脈依存性の3つの要因の中でも③両教科の特性の違いに焦点を当て、考え方の一般化とその活用を目指す必要性がある。次に学習内容の構造的・一貫性において、「ばねの伸びと重り」と「比例」とのつながりの構築と公式間の共通性を見出す働きかけや、文脈依存性の3つの要因の中でも①単位と②両教科での解法の違いに焦点を当て、学習内容の転移を促進する必要がある。その後、学習内容の主題的関連付けにおいて、関数の内容と主題との関連付け、関数の内容を総動員して考察す

る能力の育成が必要である。最後に、考え方の主題的関連付けに重点を置き、関数的考え方を総合的に用い、教科の枠組みを越えた対象への理解を促す必要がある。

表 6.5 社会的側面・学問的側面・子どもの側面

学問的側面						
		認識内容		認識方法		目的の特徴
		学習内容の 関連付け	考え方の 関連付け	学習内容の 関連付け	考え方の 関連付け	
主題的関連付け	社会的側面	子どもの側面	理科と数学の関連付けが弱い学習単元	教科の枠組みを越えた新しい状況に対応する能力		教科外 総合性
構造的 一貫性				子どもの側面 各教科での理解が不十分	子どもの側面 一方の教科で学習した内容や考え方を他教科で活用できていない	各教科 抽象度の違い
目的の特徴	つながりの構築		対象の知識獲得	学習内容の扱い方	考え方の使い方	

(表 5.4, p.114 再掲)

これら考察を通し、理科と数学を関連付けるカリキュラム構成原理として、以下3点を導出することができた。

構成原理①：主題的関連付けと構造的ー貫性の二側面

構成原理②：学習内容の関連付けと考え方の関連付けの分割性と不可分性

構成原理③：社会的発展を踏まえた理科と数学を関連付ける方法の選択

6.2. 今後の課題

上述のように、本研究は理数科教育における「理科と数学の関連付け」を主題とするものであり、理論的に理科と数学を関連付けるとはどういうことか、実証的に達成度と概念のつながりと文脈依存性が何を意味するのかを明らかにし、理科と数学を関連付ける理論的枠組みを構築するとともに、どのような理科と数学を関連付けるカリキュラムがザンビアにおいて相応しいかを同定することを試みた。その結果、理科と数学を関連付ける目的・実施方法・評価法を包括的に捉え、両教科を関連付ける理論的枠組みを構築することができた。さらに、社会的側面・学問的側面・子どもの側面の統合的考察から、理科と数学を関連付けるカリキュラムの構成原理を導出した。そして、関数領域に焦点を当て、理科と数学を関連付けるカリキュラムを構築する上での方向性を提案することができた。

しかしながら、本研究には今後取り組まなければならない課題が残されていることも事実である。本研究の今後の主要な課題は次の3点である。

第一は、題材の選択に関わる課題である。本研究で中心的に扱った関数領域は、理科と数学を関連付ける際に核となる領域であり、他の領域についても同様のアプローチが可能であることを示唆するという点でも選ばれた。この点については一定の成果が得られたと考えるが、今後、他の領域についても同様の研究を積み重ね、より詳細な知見を得る必要がある。

第二は、理科と数学の関連付けの評価法の問題である。本研究を通し、4つの関連付け中3つにおける評価法を同定し、実証的研究を行った。他方、考え方の主題的関連付けにおいてはその評価法が未だに開発されておらず、今後その評価法を同定し本研究で得られた知見を精緻化していく必要がある。

第三は、ザンビア共和国において理科と数学を関連付けるカリキュラム構築に向けて、本研究の成果を具体化する可能性の検討である。本研究の成果の一部は、ザンビアにおけるカリキュラム開発に直接的な示唆をもたらすものを含んでいる。しかし、その知見を基にした学習活動の展開は今後の課題として残されている。そのためには、これまでに実施されてきた理科と数学を関連付けた事例についても考察する必要がある。

これら3つの課題については、本研究の成果に基づいて、さらに検討を加えてみたい。

参考・引用文献

- Aiello-Hatchman, J. & Duren, P. E. (1997). It's not All Garbage!. Berlin, D. F. (Ed.), *SSMILes School Science and Mathematics Integrated Lessons*, (pp. 175-183). Pennsylvania: School Science and Mathematics Association, Inc..
- American Association for the Advancement of Science. (1963). *Science-A process approach*. USA: XEROX.
- American Association for the Advancement of Science. (1989). *Project 2061. Science for all Americans. Summary*. Washington, DC: Author.
- Austin, J. D., Hirstein, J., & Walen, S. (1997). Integrated mathematics interfaced with science. *School Science and Mathematics*, 97(1), 45-49.
- Basista, B., & Mathews, S. (2002). Integrated Science and Mathematics Professional Development Programs. *School Science and Mathematics*, 102(7), 359-370.
- Banda, B., & Baba, T. (2013). A critical Look at Mathematics and Science Textbooks in Zambia: Sequencing and Arrangements of Items in Grade 8 – Part I . *Zambia Journal of Teacher Professional Growth (ZITPG)*, 1(1), 149-165.
- Berlin, D. F. (1991). *Integrating Science and Mathematics in Teaching and Learning: A Bibliography*. School Science and Mathematics Association Topic for Teachers Series, No.6. Columbus, Ohio: ERIC Clearing house for Science, Mathematics, and Environmental Education.
- Berlin, D. F. & Lee, H. (2005). Integrating Science and Mathematics Education: Historical Analysis. *School Science and Mathematics*, 105(1), 15-24.
- Berlin, D. F., & White, A. L. (1994). The Berlin-White Integrated Science and Mathematics Model. *School Science and Mathematics*, 94(1), 2-4.
- Berlin, D. F., & White, A. L. (1995). "Connecting School Science and Mathematics". Peggy A. H. (Ed.) & Arthur F. C. (Ed.), *Connecting Mathematics across the Curriculum*, (pp.3-12). Virginia: The National Council of Teachers of Mathematics, INC.
- Bossé, M. J., Lee, T. D., Swinson, M., & Faulconer, J. (2010). The NCTM Process Standards and the Five Es of Science: Connecting Math and Science. *School Science and Mathematics*, 110(5), 262-276.
- Bragow, D., Gragow, K. A., & Smith, E. (1995). Back to the future: Toward curriculum integration. *Middle School Journal*, 27, 39-46.
- Brown, W. R., & Wall, C. E. (1976). A look at the integration of science and mathematics in the elementary school-1976. *School Science and Mathematics*, 76(7), 551-562.
- Chabalengula, V. M., & Mumba, F. (2012). Inquiry-based science education: A scenario on Zambia's high school science curriculum. *Science Education International*, 23(4), pp.307-327.

- Chanda, B., Kaite, M. F., Musakalu, C. N., Sikabbubba, V. and Zulu, E. L. (2007). *Breakthrough to Mathematics Grade 7*. Lusaka: Longman Zambia.
- Charlesworth, R. & Lind, K. K. (2009). *Math & Science for Young Children sixth edition*. California: Wadsworth/ Cengage Learning.
- Curriculum Development Centre (2012a). *Science Senior Secondary School Syllabus*: Lusaka: Curriculum Development Centre.
- Curriculum Development Centre (2012b). *Senior Secondary School Course "O" Level Mathematics Syllabus*: Lusaka: Curriculum Development Centre.
- Czerniak, C. M., Weber, W. B., Jr., Sandmann, A., & Ahen, J. (1999). A Literature Review of Science and Mathematics Integration. *School Science and Mathematics*, 99(8), 421-430.
- Davison, D. M., Miller, K., & Metheny, D. L. (1995). What does Integration of Science and Mathematics Really Mean? . *School Science and Mathematics*, 95(5), 226-230.
- Education Development Center. (1969). *Goals for the Correlation of Elementary Science and Mathematics*. Boston: Houghton Mifflin.
- Frykholm, J., & Glasson, G. (2005). Connecting science and mathematics instruction: Pedagogical context knowledge for teachers. *School Science and Mathematics*, 105 (3), 127-141.
- Godden, D. R. and Baddeley, A. D. (1975). "Context-dependent memory in two natural environments: On land and underwater". *British Journal of Psychology*, 66, 325-331.
- Greene, L. C. (1991). Science-centered curriculum in elementary school. *Educational Leadership*, 49, 42-51.
- Guthrie, J. T., Wigfield, A., & VonSecker, C. (2000). Effects of integrated instruction on motivation and strategy use in reading. *Journal of Educational Psychology*, 92, 331-341.
- Harel, G. (2008). "A DNR perspective on mathematics curriculum and instruction, Part II : with reference to teacher's knowledge base". *ZDM*, 40, 893-907.
- Haylock, D. W. (1982). Understanding in Mathematics: Making Connections. *Mathematics Teaching*, 98, 54-55.
- Huntley, M. A. (1998). Design and Implementation of a Framework for Defining Integrated Mathematics and Science Education. *School Science and Mathematics*, 98(6), 320-327.
- Hurley, M. M. (2001). Reviewing Integrated Science and Mathematics: The Search for Evidence and Definitions From New Perspectives. *School Science and Mathematics*, 101(5), 259-268.
- Isaacs, A., Wagreich, P., & Gartzman, M. (1997). The Quest of Integration: School Mathematics and Science. *American Journal of Education*, 106, 179-206.
- Iwasaki, H., Ueda, A., Baba, T., Isoda, M., Maruyama, H. & Kuwayama, H. (2006). *Empirical Study on the Evaluation Method for International Cooperation in Mathematics Education in*

- Developing Countries-Focusing on Pupils' Learning Achievement*-. 2004-2006 Scientific Research Fund No. 16402046.
- Judson, E. (2013). Development of an Instrument to Assess and Deliberate on the Integration of Mathematics into Student-Centered Science Learning. *School Science and Mathematics*, 113(2), 56-68.
- Judson, E., & Sawada, D. (2000). Examining the Effects of a Reformed Junior High School Science Class on Students' Math Achievement. *School Science and Mathematics*, 100(8), 419-425.
- Kanondo, A., Mhango, J., Mukuyamba, A., Shampango, L., & Siluyele, N. (1990). *Zambia Basic Education Course MATHEMATICS 9 Pupil's Book*. Lusaka: Zambia Educational Publishing House.
- Koirala, H. P., & Bowman, J. K. (2003). Preparing Middle Level Preservice Teachers to Integrate Mathematics and Science: Problems and Possibilities. *School Science and Mathematics*, 103(3), 145-154.
- Lee, M. M., Chauvot, J. B., Vowell, J., Culpepper, S. M., & Plankis, B. J. (2013). Stepping into iSMART: Understanding Science-Mathematics Integration for Middle School Science and Mathematics Teachers. *School Science and Mathematics*, 113(4), 159-169.
- Lonning, R. A., & DeFranco, T. C. (1997). Integration of Science and Mathematics: A Theoretical Model. *School Science and Mathematics*, 97(4), 212-215.
- Mackrory, M. et al. (1998). *Environmental Science Pupil's Book 7*. Lusaka: Longman Zambia.
- McComas, W. F. (1993). STS education and the affective domain. In R. E. Yager (Ed.), *What research says to the science teacher, 7: The science, technology, and society movement* (pp.161-168). Washington, DC: National Science Teachers Association.
- Meier, S. L., & Cobbs, G. (1998). Potential Benefits and Barriers to Integration. *School Science and Mathematics*, 98(8), 438-447.
- Michelsen, C. (2006). Functions: a modelling tool in mathematics and science. *ZDM*, 38(3), 269-280.
- Ministry of Education (2000a). *High School Science Syllabus*. Lusaka: Curriculum Development Centre.
- Ministry of Education (2000b). *High School Mathematics Syllabus*. Lusaka: Curriculum Development Centre.
- Ministry of Education (2003a). *Zambia Education Syllabi —Grade 1 - 7—*. Lusaka: Curriculum Development Centre.
- Ministry of Education (2003b). *Basic Education Environmental Science Syllabus —Grade 8 - 9—*. Lusaka: Curriculum Development Centre.

- Ministry of Education (2003c). *Basic Education Mathematics Syllabus –Grade 8 - 9–*. Lusaka: Curriculum Development Centre.
- Ministry of Education (2009). *School-Based Continuing Professional Development (SBCPD) Through Lesson Study Teaching Skills Book*. Lusaka: Ministry of Education & Japan International Cooperation Agency
- Ministry of Education, Science, Vocational Training and Early Education (2012). *Education Sector National Implementation Framework III*. Lusaka: Ministry of Education, Science, Vocational Training and Early Education.
- Ministry of Education, Science, Vocational Training and Early Education (2011). *The Zambia Education Curriculum Framework*. Lusaka: Curriculum Development Centre.
- Moore, E. H. (1903). On the Foundations of Mathematics. *Science*, 17, 401-416.
- Mukuyamba, A., Mwanakatwe, J.M. L., Nkhalamo, J. L. S., Sichilima, J. M., Shamapango, L. B., Banda, E. T., & Mumbula, Y. (1995). *Zambia Secondary School Syllabus Mathematics Pupil's Book 11*. Lusaka: Macmillan Zambia.
- Mulopo, M. M., & Fowler, H. S. (1987). Effects of Traditional and Discovery Instructional Approaches on Learning Outcomes for Learners of Different Intellectual Development: A Study of Chemistry Students in Zambia. *Journal of Research in Science Teaching*, 24(3), pp.217-227.
- Mumba, F., Chabalengula, V. M., & Hunter, W. (2006). A QUANTITATIVE ANALYSIS OF ZAMBIAN HIGH SCHOOL PHYSICS TEXTBOOKS, SYLLABUS AND EXAMINATIONS FOR SCIENTIFIC LITERACY THEMES. *Journal of Baltic Science Education*, 10, pp.70-76.
- Mumba, F., Chabalengula, V. M., & Hunter, W. (2007). INQUIRY LEVELS AND SKILLS IN ZAMBIAN HIGH SCHOOL CHEMISTRY SYLLABUS, TEXTBOOKS AND PRACTICAL EXAMINATIONS. *Journal of Baltic Science Education*, 6(2), pp.50-57.
- Muunyu, L. (1992). *Physics 10-12 Pupil's Book*. Lusaka: Mwajionera Enterprise.
- National Council of Teachers of Mathematics (1989). *Curriculum and Evaluation Standards*. VA: NCTM.
- National Council of Teachers of Mathematics (2000). *Principles and Standards for School mathematics*. VA: NCTM.
- National Research Council. (1989). *Everybody counts. A report to the nation on the future of mathematics education*. Washington, DC: National Academy Press.
- Novak, J.D. & Gowin, D. B. (1984). *Learning How to Learn*. Cambridge, UK: Cambridge University Press
- Offer, J. & Mireles, S. V., (2009). Mix It Up: Teachers' Beliefs on Mixing Mathematics and Science. *School Science and Mathematics*, 109(3), 146-152.

- Pang, J. S., & Good, R. (2000). A Review of the Integration of Science and Mathematics: Implications for Further Research. *School Science and Mathematics*, 100(2), 73-82.
- Republic of Zambia (2006a). *Vision 2030*. Lusaka: Republic of Zambia.
- Republic of Zambia (2006b). *Fifth National Development Plan*. Lusaka: Republic of Zambia.
- Republic of Zambia (2011). *Sixth National Development Plan*. Lusaka: Republic of Zambia.
- Rezba, R.J., Sprague, C., McDonnough, J. T. & Matkins, J. J. (1979). *Science Process Skills*. USA: Kendall/Hunt Publishing Company.
- Rutherford, F. J., & Ahlgren, A. (1990). *Science for all Americans*. New York: Oxford University Press.
- Sayers, R. (1994). Gender Differences in Mathematics Education in Zambia. *Educational Studies in Mathematics*, 26(4), 389-403
- So, W. W. M. (2012). Connecting Mathematics in Primary Science Inquiry Project. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 11, 385-406.
- Stevenson, C., & Carr, J. (1993). *Integrated studies: Dancing though walls*. New York: Teacher College Press.
- Stinson, K., & Meyer, H. (2009). Mathematics and Science Integration: Models and Characterizations. *School Science and Mathematics*, 109(3), 153-161.
- The World Bank (2013). *World Development Indicators*.
- Tyler, R. W. (1949). *Basic Principles of Curriculum and Instruction*. Chicago and London: The University of Chicago Press.
- UNESCO(2011). *EFA Global Monitoring Report*. Paris: UNESCO.
- Vars, G. F. (1991). Integrated curriculum in historical perspective. *Educational Leadership*, 49, 14-15.
- Vollrath, H. J. (1986). Search strategies as indicators of functional thinking. *Educational Studies in Mathematics*, 17(4), 387-400.
- Watanabe, T. & Huntley, M. A. (1998). Connecting Mathematics and Science in Undergraduate Teacher Education Programs: Faculty Voices from the Maryland Collaborative for Teacher Preparation. *School Science and Mathematics*, 98(1), 19-25.
- Westbrook, S. L. (1998). Examining the Conceptual Organization of Students in an Integrated Algebra and Physical Science Class. *School Science and Mathematics*, 98(2), 84-92.
- Wiebe, A. & Larry, E. (1987). *Math + Science: A solution*. Fresno, Calif.: AIMS Education Foundation..
- Wisniewski, E. J. & Bassok, M. (2001). 「さまざまな認知活動にみられる刺激—処理間適合性—なぜ男性はネクタイに似ているのか」, 清河幸子 訳, 大西仁・鈴木宏昭 編, 『認知科学の探究 類似から見た心』, 共立出版. (原著: Wisniewski, E. J. & Bassok, M. (1999).

- What makes a man similar to a tie? Stimulus compatibility with comparison and integration, *Cognitive Psychology*, 39, 208-238.)
- 赤松弥男 (1969). 「理科における基礎能力」. 東京教育大学附属小学校初等研究会 編, 『理科—基礎能力と授業過程』, 東洋館, pp.3-30.
- 安彦忠彦 (2006). 『教育課程編成論 学校は何を学ぶところか』, 放送大学教育振興会.
- 阿部好貴 (2012). 「数学的リテラシーという視点からの教授・学習内容の考察—関数領域に焦点を当てて—」. 『全国数学教育学会誌 数学教育学研究』, 18(1), pp.23-29.
- 天野正輝 (2001). 「カリキュラムの類型」. 日本カリキュラム学会編『現代カリキュラム事典』, ぎょうせい, pp.16-17.
- 安藤秀俊・松尾広樹・小原美枝(2013). 「科学史による数学と理科の関連性を重視した指導事例の検証：正弦定理を利用したケプラーの地球軌道の発見過程を例に」, 『科学教育研究』, 37(2), pp.171-183.
- 池田敏和 (2008). 「数学的活動を再考する—その性格と意図—」. 『日本数学教育学会誌』, 90(9), pp.56-64.
- 漁田武雄 (1999). 「文脈依存記憶」. 羽生義正編『パースペクティブ学習心理学』, 北大路書房, pp.160-165.
- 石井英真 (2011). 『現代アメリカにおける学力形成論の展開』, 東信堂.
- 石井俊行・橋本美彦 (2013). 「教科間における学習の転移を促す条件に関する考察とその提言：理科「光の反射」と数学「最短距離」の作図を通して」. 『科学教育研究』, 37(4), pp.283-294.
- 石井俊行・箕輪明寛・橋本美彦 (1996). 「数学と理科との関連を図った指導に関する研究—文脈依存性を克服した指導への提言—」. 『科学教育研究』, 20(4), pp.213-220.
- 石井洋 (2012). 「ザンビアの算数・数学授業研究における研究紀要に関する一考察」. 『全国数学教育学会誌 数学教育学研究』, 18(1), pp.71-78.
- 伊藤高 (1972). 「発見的創造的学習の指導—関数的見方・考え方を中心に—」. 『日本数学教育学会誌』, 54(6), pp.27-30.
- 上辻由貴子 (2000). 「概念地図法」. 武村重和・秋山幹雄 編『理科重要用語 300 の基礎知識』, 明治図書, p. 217.
- 内田豊海 (2009). 「ザンビア基礎教育における計算能力の診断的評価に関する研究--弁別性と教授的示唆に注目して」. 『国際教育協力論集』, 12(2), pp.1-12.
- 内田豊海 (2011). 「ザンビア算数科における文章題の診断的評価法開発研究：ニューマン法の限界を乗り越えて」. 『全国数学教育学会誌 数学教育学研究』, 17(2), pp.95-101.
- 大谷実・中村雅恵 (2004). 「比例の指導における数表・グラフ・式のシンボル化過程：教授実験における教師と児童の談話の質的分析」. 『日本数学教育学会誌』, 86(4), pp.3-13.

- 大塚啓二郎・園部哲史 (2003). 「教育の役割—産業発展の視点から」. 大塚啓二郎・黒崎卓 編著, 『教育と経済発展 途上国における貧困削減に向けて』, 東洋経済新報社.
- 大辻永・赤堀侃二 (1994). 「リンクの意味分析による概念構造図の評価観点とその妥当性」. 『科学教育研究』, 第 18 卷, 第 4 号, pp.167-180.
- 大西郁子 (2009). 「算数・数学科と理科の関連に関する研究—算数・数学科と理科の学習内容としての探究活動—」. 『全国数学教育学会誌 数学教育学研究』, 15 卷, pp.53-59.
- 大西仁・岩男卓美 (2001). 「帰納推論と類似性」. 大西仁・鈴木宏昭 編, 『認知科学の探究 類似から見た心』, 共立出版.
- 大橋秀雄(1980). 「理科教育」, 平塚益徳 監『世界教育事典』, ぎょうせい.
- 大淵和夫 (1995). 「分析的命題」「総合的命題」, 思想の科学研究会 編『新版 哲学・論理用語辞典』, 三一書房.
- 大貫麻美・高山真記子・福岡敏行 (2011). 「環境問題に関する協同的な学びの場における個の学び: 中学校の「総合的な学習の時間」を通して」. 『理科教育学研究』, 第 51 卷, 第 3 号, pp.189-199.
- 沖花彰 (2006). 「中学校理科「力学」分野における概念地図法の適用」. 『理科教育学研究』, 第 47 卷, 第 1 号, pp.7-16.
- 小倉金之助 (1924). 『数学教育の根本問題』, イデア書院.
- 小倉康 (1996). 「自然認識における知の表現法と評価法(2)—中学生の比例的推理能力の発達と科学的思考力の関係—」. 『日本科学教育学会 年会論文集』, pp.69-70.
- 小倉康 (2011). 「理科で育てたい「思考力・判断力・表現力」とは」. 『理科の教育』, 60(12), pp.9-12.
- 小原美枝・安藤秀俊 (2011). 「数学と理科の問題における文脈依存性に関する生徒の意識—自由記述の回答と解法から探る—」. 『科学教育研究』第 35 卷 第 1 号, pp.38-45.
- 片桐重男 (1988). 『数学的な考え方の具体化』, 明治図書.
- 片桐重男 (2004). 『新版 数学的な考え方とその指導 第 2 卷 指導内容の体系化と評価—数学的な考え方を育てるために—』, 明治図書.
- 加藤伸明・定本嘉郎・賀原一陽 (2013). 「「力と運動」領域における概念地図法の適用」. 『理科教育学研究』, 第 54 卷, 第 2 号, pp.171-179.
- 角屋重樹・中原忠男・岩崎秀樹・國本景亀・池田秀雄・小山正孝他 (2006). 『理科,算数・数学の基礎概念の抽出とその最適学習学年に関する研究』.
- カミイ・デクラーク (1987). 『子どもと新しい算数 ピアジェ理論の展開』, 平林一栄 監訳, 北大路書房.(原著: Kamii, C. K. & DeClark, G. (1985). Young Children Reinvent Arithmetic: Implications of Piaget's Theory. New York: Teachers College, Columbia University.)
- カルナップ (1977). 『カルナップ哲学論集』, 永井成男・内田種臣, 紀伊国屋書店.

- 神原一之 (2014). 「ザンビアコアテクニカルチームの課題に関する一考察：実験授業と検討会の分析を通して」, 『全国数学教育学会誌 数学教育学研究』, 20(1), pp.143-153.
- 菊池兵一 (1978). 「「関数の考え」の指導のあゆみ—昭和10年代を中心に—」. 『新しい算数研究』, 11月号, pp.6-9.
- 木谷隆人 (2001). 「関数の考えを育成する円周率の指導について：円周と直径の関係に注目させる円盤転がし実験の実施」. 『日本数学教育学会誌』, 83(2), pp.2-9.
- 木根主税 (2011). 「開発途上国における数学教師の省察に関する研究(1)：ザンビア共和国村落部における小学校教師の記述に基づく省察を中心に」. 『全国数学教育学会誌 数学教育学研究』, 17(2), pp.75-86.
- 高阪将人 (2013). 「ザンビア中等教育における数学と物理の関連性について—関数概念における文脈依存性に着目して—」. 『全国数学教育学会誌 数学教育学研究』, 19(1), pp.37-46.
- 高阪将人 (2014). 「理科と数学の関連付けについて—方法的側面の相違点に焦点を当てて—」. 『全国数学教育学会誌 数学教育学研究』, 20(2), pp.49-61.
- 小寺隆幸 (1999). 「数学教育と環境教育の接点」. 『理学専攻科雑誌』, 41(1), pp.42-53.
- 小山正孝 (2000). 「関数観念」. 中原忠男 編, 『算数・数学科 重要用語 300 の基礎知識』, 明治図書, 2000, p. 81.
- 齋藤裕一郎・遠西昭寿 (2008). 「コンセプトマップにおけるノード圧縮とその効果：メタ認知・メタ学習のツールとして活用するために」. 『理科教育学研究』第49巻, 第2号, pp.19-27.
- 笹田昭三・黒田早苗 (1979). 「「集合と関数」の指導について：基本的な考え方とその指導」. 『日本数学教育学会誌』, 第61巻 第9号, pp.195-206.
- 佐藤郁哉 (2008). 『質的データ分析法』, 新曜社.
- 篠原三代平 (1976). 『第二版 経済学全集 18 産業構造論』, 筑摩書房.
- 澁谷渚 (2008). 「本質的学習環境(SLE)に基づく数学科授業開発研究(1)：ザンビア基礎学校における生徒の活動の分析」. 『全国数学教育学会誌 数学教育学研究』, 14, pp.187-197.
- 澁谷渚 (2009). 「本質的学習環境(SLE)に基づく数学科授業開発研究(2)：ザンビアのある基礎学校における生徒の数のパターンの認識に関する記述の分析」. 『全国数学教育学会誌 数学教育学研究』, 15(1), pp.139-146.
- 清水邁 (1973). 「データの解釈とグラフ化」. 『理科の教育』, 8, pp.43-48.
- 真野裕輔 (2010). 『算数・数学学習における概念変容に関する基礎的研究—「数」領域の展開を中心に—』, 広島大学博士論文.
- ソーヤー (2009). 「イントロダクション—新しい学習科学」, ソーヤー編, 『学習科学ハンドブック』, 森敏昭・秋田喜代美 監訳, 培風館. (原著：Sawyer, R. K. (2006). Introduction:

- The New Science of Learning. In Sawyer R. K. (Ed.), *The Cambridge Handbook of the Learning Science* (pp. 1-13). Cambridge: Cambridge University Press.)
- 清和嘉子・大井修三 (2010). 「課題解決の認知傾向が教科における文脈依存性に及ぼす影響—数学と理科における問題解決を利用して—」. 『岐阜大学教育学部研究報告 人文科学』, 第 59 卷 第 1 号, pp.181-189.
- 多賀優・草地功・戸北凱惟 (2005). 「火成岩の多様性と形成過程に関する概念変容の分析: 高等学校の選択地学における実践を例に」. 『理科教育学研究』, 第 46 卷, 第 1 号, pp.61-68.
- 多賀優・久保田善彦・中野聰志 (2010). 「火山の学習におけるカルデラ形成の教材化とその有効性: カルデラの形成モデルを用いた実践授業と生徒の理解」. 『理科教育学研究』 第 51 卷, 第 1 号, pp.83-91.
- 田中泰成・宮脇亮介 (1992). 「コンセプトマッピングによる中学生の地層概念に関する研究」. 『日本理科教育学会研究紀要』, 第 33 卷, 第 2 号, pp.69-76.
- 塚田捷・山極隆・森一夫・大矢禎一 (2012). 『未来へひろがる サイエンス 1』, 啓林館.
- 月岡英人・有本秀文・井上一郎・河野庸介・田中考一・工藤文三他 (2003a). 『理数科教育と他教科との関連に関する基礎的・実証的研究<<小学校編>>』, 国立教育政策研究所.
- 月岡英人・有本秀文・井上一郎・河野庸介・田中考一・工藤文三他 (2003b). 『理数科教育と他教科との関連に関する基礎的・実証的研究<<中学校編>>』, 国立教育政策研究所.
- 出口明子・山口悦司・舟生日出男・稲垣成哲 (2005). 「再構成型コンセプトマップ作成ソフトウェアの機能拡張と実験的評価: 再生プロセスのブックマーク機能の有効性について」. 『科学教育研究』, 第 29 卷, 第 2 号, pp.120-132.
- 豊田秀樹 (2002). 『項目反応理論[入門編]—テストと測定の科学—』, 朝倉書店.
- 永川元 (2002). 「簡易土壌評価法による実践研究: 概念地図(CONCEPT MAP)を使つての分析」. 『理科教育学研究』, 第 42 卷, 第 2 号, pp.35-42.
- 中島健三 (1981), 『算数・数学教育と数学的な考え方』, 金子書房.
- 永田靖・棟近雅彦 (2001). 『多変量解析入門』, サイエンス社.
- 中野和光 (2001). 「社会中心カリキュラム」. 日本カリキュラム学会編, 『現代カリキュラム事典』, ぎょうせい, pp.18-19.
- 中和渚 (2011). 「ザンビアのある授業における学習の内実と課題の解明: 中央州第 5 学年対象の「数の石垣」の学習指導に着目して」. 『全国数学教育学会誌 数学教育学研究』, 17(1), pp.9-15.
- 中和渚 (2012a). 「本質的学習環境(SLE)に基づく数学科授業開発研究(4): ザンビア共和国で実施した授業開発の視座と教材の再構成の視点」. 『全国数学教育学会誌 数学教育学研究』, 18(1), pp.15-22.

- 中和渚 (2012b). 「本質的学習環境(SLE)の授業開発におけるザンビア人教師 2 名の成長と課題」. 『全国数学教育学会誌 数学教育学研究』, 18(2), pp.13-21.
- 西川純 (1994). 「理科における計算能力の文脈依存性に関する研究」. 『日本理科教育学会研究紀要』, 第 35 巻 第 1 号, pp.53-58.
- 西川純・岩田亮 (1999). 「教科間における認識の文脈依存性に関する研究」. 『日本教科教育学会誌』, 第 22 巻 第 3 号, pp.1-8.
- 布川和彦 (2010). 「数量関係の学習と背後の現象や共変性の意識化」. 『上越数学教育研究』, 第 25 号, pp.1-10.
- ノヴァック, J.D.・ゴウウィン, D. B. (1992). 『子どもが学ぶ新しい学習法—概念地図法によるメタ学習』 福岡敏行・弓野憲一 監訳, 東洋館出版社. (原著: Novak, J.D. & Gowin, D. B. (1984). *Learning How to Learn*. Cambridge, UK: Cambridge University Press).
- 野中俊和 (2013). 「ザンビア基礎教育数学科における「学習者中心」の現状と課題」. 『全国数学教育学会誌 数学教育学研究』, 19(2), pp.45-52.
- ハウスン・カイトル・キルパトリック (1987). 『算数・数学科のカリキュラム開発』, 島田茂・澤田利夫 監訳, 共立出版株式会社. (原著: Howson, G., Keitel, C. & Kilpatrick, J. (1981). *Curriculum development in mathematics*. Cambridge: Cambridge University Press.)
- 長谷川栄・樋口直宏 (1996). 「授業における教授論理にもとづく教科の特質—中学校の国語・社会・数学・理科の相違—」. 『カリキュラム研究』, 第 5 号, pp.77-88.
- 馬場卓也 (2007). 「理数科教育分野の国際協力」. 『国際開発研究』, 第 16 巻, 第 2 号, pp.47-61.
- 馬場卓也 (2010). 「ザンビア国算数・数学カリキュラムの構造分析」. 『アフリカ教育研究』, 第 1 号, pp.41-51.
- 原俊雄 (2003). 「包括的理科の創造: 自然科学的思考法の習得—自然科学の言語としての数学—」. 『物理教育』, 第 51 巻, 第 4 号, pp. 282-289.
- 林知己夫 (1993). 『数量化—理論と方法—』, 朝倉書店.
- 林弘 (2001). 「一次関数における学習課程に関する考察: 事象からモデルを構成する活動を重視した教授実験を通して」. 『上越数学教育研究』, 第 16 号, pp.81-90.
- ピアジェ (1981). 『発生的認識論—科学的知識の発達心理学—』, 芳賀純訳, 評論社. (原著: Piaget, J. (1968). *Genetic Epistemology*. New York: Columbia University Press.)
- 日野圭子 (1996). 「比例の指導下における児童の表に対する活動の分析」. 『数学教育論文発表会論文集』, 第 29 巻, pp.91-96.
- 福井亘 (2002). 「重度の肢体不自由を持った生徒への触覚を活用した環境教育と概念地図法を使った評価の一事例」. 『理科教育学研究』, 第 42 巻, 第 3 号, pp.37-41.

- 福岡敏行・広瀬聡子 (1990). 「概念地図(CONCEPT MAP)による概念の分析(II): 第4学年児童の「水の三態」概念の分析」. 『横浜国立大学教育学部教育実践研究指導センター紀要』, 第6巻, pp.49-66.
- 福岡敏行・笠井恵 (1991). 「理科学習における概念地図作り(CONCEPT MAP)の有効性に関する一考察—6学年児童の「水溶液の性質」概念の形成において—」. 『日本理科教育学会研究紀要』, 第32巻, 第1号, pp.67-75.
- 福岡敏行・笠井恵 (1992). 「観察・実験に導入する概念地図作り(CONCEPT MAPPING)に関する一考察—「水溶液」概念に関する課題において—」. 『日本理科教育学会研究紀要』, 第32巻, 第3号, pp.81-89.
- 福岡敏行・大貫麻美・井上典子・田中保樹 (2005). 「「自分」ラベルを導入した概念地図法による概念の主観的側面を表出する新たな試み」. 『理科教育学研究』, 第45巻, 第3号, pp.43-50.
- 福岡敏行・植田千賀子 (1992). 「概念地図作り(CONCEPT MAPPING)の学習効果に関する一考察—ペーパーテスト法による有効性の確認—」. 『日本理科教育学会研究紀要』, 第33巻, 第2号, pp.1-8.
- 藤本義明 (2001). 「数量関係」. 数学教育学研究会編『算数教育の理論と実際』, 聖文新社, pp.154-155.
- 舟生日出男・大黒孝文・稲垣成哲・山口悦司・出口明子 (2010). 「再構成型コンセプトマップ作成ソフトウェアを利用した協同的概念整理型ノートテーキングの指導: 中学校理科「電流のはたらき」での実践を通して」. 『科学教育研究』, 第34巻, 第2号, pp.86-96.
- 舟生日出男・山口悦司・稲垣成哲 (2003). 「再構成型コンセプトマップ共同作成ソフトウェアの内省と対話の支援における有効性について」. 『科学教育研究』, 第27巻, 第5号, pp.318-332.
- ブランスフォード・ブラウン・クッキング (2002). 『授業を変える—認知心理学のさらなる挑戦—』, 森敏昭他訳, 北大路書房. (原著: Bransford J. D., Brown A. L. & Cocking, R. R. (2000), *How People Learn: Brain, Mind, Experience, and School*. Washington, D.C.: National Academy Press)
- 降旗勝信 (1975). 『探究学習の理論と方法』, 明治図書.
- ベル (1975). 『社会予測の一つの試み 脱工業化社会の到来[上]』, 内田忠夫他訳, ダイヤモンド社. (原著: Bell, D. (1973). *The Coming of Post-industrial Society*. New York: Basic Books.)
- ポパー (1974). 『客観的知識』, 森博訳, 木鐸社. (原著: Popper, K., (1972). *Objective Knowledge: An Evolutionary Approach*. Oxford: Clarendon Press.)
- ポパー (1978). 『果てしなき探求(下)』, 森博訳, 岩波書店. (原著: Popper, R. K. (1976). *Unended Quest: An Intellectual Autobiography*. London: Routledge.)

- ポパー (1980). 『推測と反駁—科学的知識の発展—』, 藤本隆志他 訳, 法政大学出版局. (原著: Popper, K. (1963). *Conjectures and Refutations: The Growth of Scientific Knowledge*. New York: Basic Books.)
- 堀米宏 (2000). 「数学科との連携を図る理科授業の試み—遺伝の法則の学習を例として—」. 『理科の教育』, 第 8 巻, pp.42-45.
- 松原憲治 (2009). 「ザンビア後期基礎教育の理科実験に関する状況について: 簡易実験器具の開発に向けて」. 『科学教育研究』, 33(1), pp.62-72.
- 枡元新一郎 (2007). 「算数・数学科以外の教科で使われている数学的表現—中学校理科教科書における「ともなって変わる量」の記述の分析—」. 『金沢大学教育学部教育工学研究・実践研究』, 33, pp.19-29.
- 三崎隆 (1999). 「計算能力にかかわる文脈依存性を生かした指導法に関する研究」. 『科学教育研究』, 第 23 巻 第 5 号, pp.348-354.
- 三崎隆 (2001). 「教科に現れる場依存型の認知型の文脈依存性に関する実証的研究」. 『日本教科教育学会誌』, 第 23 巻 第 4 号, pp.59-64.
- 水越千博・久保田善彦 (2008). 「理科授業における社会人講師との連携に関する実践的研究: 生徒と講師による概念地図の共同制作を通して」. 『理科教育学研究』, 第 49 巻, 第 1 号, pp.161-168.
- 三山善久 (2009). 「中学校数学科における関数領域の授業改善の方向」. 『日本数学教育学会誌』, 91(3), pp.24-33.
- 森田英嗣 (2001). 「羅生門的接近と工学的接近」. 日本カリキュラム学会編『現代カリキュラム事典』, ぎょうせい, p26.
- 森田祐介・中山実・清水康敬 (1999). 「コンセプトマップを用いた学習者変容の分析方法に関する一検討」. 『科学教育研究』, 第 23 巻, 第 2 号, pp.98-105.
- 森田祐介・中山実・清水康敬 (2000). 「コンセプトマップの統合性を用いた学習者変容の評価に関する一考察」. 『科学教育研究』, 第 24 巻, 第 2 号, pp.114-121.
- 森田祐介・榊原雄太郎 (1996). 「学習者の作成したコンセプトマップの変容と授業過程の関わりについての一考察」, 『科学教育研究』, 第 19 巻, 第 2 号, pp.86-94.
- 守屋誠司 (2012). 「数学教育における教材「日時計」の教育的意義と利用例」. 『玉川大学教育学部紀要 2011』, pp.97-111.
- 文部科学省 (2008a). 『小学校学習指導要領解説 算数編』, 東洋館.
- 文部科学省 (2008b). 『中学校学習指導要領解説 数学編』, 教育出版.
- 文部省 (1969). 『小学校指導書 算数編』, 大阪書籍.
- 文部省 (1978). 『小学校指導書 算数編』, 大阪書籍.
- 文部省 (1989). 『小学校指導書 算数編』, 東洋館.

- 山口悦司・稲垣成哲・福井真由美・舟生日出男 (2002). 「コンセプトマップ: 理科教育における研究動向とその現代的意義」. 『理科教育学研究』, 第 43 卷, 第 1 号, pp.29-51.
- 山口悦司・稲垣成哲・舟生日出男 (2002). 「再構成型コンセプトマップ作成ソフトウェアに関する実験的研究: 再生・修正機能が学習者の内省や対話に及ぼす効果の分析」. 『科学教育研究』, 第 26 卷, 第 5 号, pp.336-349.
- 山口満 (2001). 『第二版 現代カリキュラム研究』, 学文社.
- 横関祐見子 (2005). 「第 5 章 中等教育」. 黒田一雄・横関祐見子 編, 『国際教育開発論—理論と実践—』, 有斐閣, pp.103-120.
- 吉本市 (1967), 『理科教育序説』, 培風館.
- ラカトシュ (1980). 『数学的発見の論理—証明と反駁—』, 佐々木力 訳, 共立出版. (原著: Lakatos, I. (1976). *Proofs and Refutations: The Logic of Mathematics Discovery*. Cambridge: Cambridge University Press.)
- レイヴ (1995). 『日常生活の認知行動』, 無藤隆他訳, 新曜社. (原著: Lave, J. (1988), *Cognition in practice: Mind, mathematics and culture in everyday life*).
- 渡邊耕二 (2014). 「東南部アフリカ諸国における数学学力と言語的な側面の関連性について—読解力に焦点を当てた SACMEQ II・III の二次分析から—」, 『国際教育協力論集』, 17(1), pp.1-15.
- 渡邊伸樹(2001). 「赤道型日時計から地面水平型日時計への拡張: 小学校における活きた空間教育の実像を求めて」, 『数学教育研究』, 30, pp.109-121.

巻末資料 1 日本数学教育学会誌及び全国数学教育学会誌における「関数の考え」を有する論文

日本数学教育学会誌 「関数の考え」

著者	発行年	巻号	タイトル
木谷 隆人	2001	83(2)	関数の考えを育成する円周率の指導について：円周と直径の 関係に注目させる円盤転がし実験の実施
山本 勝秀	1992	74(10)	関数の考えを伸ばす個に応じた授業とは：4年「かわり方」の 実践を通して
松下・久保	1991	73(8)	関数の考えを育てる教材開発
太田・寺見	1986	68(6)	関数の考えを生かす数と計算領域の指導
森田 良一 他	1983	65(12)	関数の考えの評価のあり方
榎菌 高士他	1983	65(6)	関数の考えを用いた乗法の指導(5年 小数のかけ算)：-数直線 を使った指導を通して-
鷹合・出石	1982	64(12)	低学年における関数の考えの指導
柿原 克巳他	1982	64(2)	関数の考えを重視した指導の一考察
伊藤 孝	1980	62(6)	他領域と関連づけた関数の考えをどのように指導すればよい か：第4学年の事例
糸谷 邦雄	1979	61(7)	数学的思考方を伸ばす指導：関数の考えを生かした問題解 決,概念の形成や原理の理解について
津崎 佳治	1979	61(2)	日常事象の中に関数の考えを用いて問題を解決する力を育て る指導の試み

「関数的な考え方」

著者	発行年	巻号	タイトル
中村 真人他	1987	69(10)	関数的な考え方を育て課題解決能力を高める指導の研究：-式 の表し方(4年)-
葛尾 攻他	1986	68(8)	関数的な考え方を育て課題解決能力を高める指導の研究：-比 例の意味理解の指導(6年生)-
楠 玲子他	1985	67(6)	関数的な考え方を育て課題解決能力を育てる指導の研究
石根 要二	1984	66(2)	関数的な考え方を育てる指導の一考察
高槻 義一	1980	62(6)	関数的な考えを伸ばす指導：5年,数量の変わり方
菊池 龍彦 内野 良一	1978	60(8)	関数的な考えをとり入れた学習指導：乗法の九九表を用いて かけざんを創り出していく指導
山崎 保雄他	1976	58(6)	関数的な考え方をのばす指導：比例の指導を中心に
加納 正紘	1974	56(12)	関数的な考え方を育てる指導
岡崎 岑夫	1971	53(4)	関数的な考え方をもちいた文章題の指導
石川 貞夫	1971	53(2)	関数的な考え方をとり入れた加法・減法の教材構成についての 一考察：主として1学年における

「関数的考え方」

著者	発行年	巻号	タイトル
小川 詠二他	1984	66(7)	関数指導の一考察：関数的考え方を育てるために

「関数的な見方・考え方」

著者	発行年	巻号	タイトル
山崎 順子他	1993	75(12)	関数的な見方・考え方のよさを感じさせる指導法の研究：か わり方(4年)
高橋 実樹	1991	73(4)	関数的な見方・考え方を身につけさせる指導法の研究：第6 学年「比例・反比例」を通して
保坂 登	1990	72(4)	関数的な見方・考え方を育てる指導の系統と教材の工夫：-決 まりをつかみ,生かすこと 第1次報告-
茂呂 美恵子他	1989	71(4)	関数的な見方・考え方を育てるための指導法の工夫：-比例の

			指導を通して-
山田 田鶴子	1988	70(2)	関数的な見方・考え方を育てる指導：-4年「かわり方調べ」を通して-
末吉 潤一	1986	68(2)	関数的な見方・考え方をういた指導法の研究：-図形の指導を通して-
子安 茂	1984	66(6)	関数的な見方・考え方を伸ばす指導法の工夫
蛭間 寿則他	1982	64(8)	関数的な見方・考え方の基礎的経験をさせる指導場面の迫及：3年までの「数と計算」領域を通して
大阪府堺市算数教育研究会	1975	57(2)	4年生の関数的な見方・考え方の指導：変化を中心として指導
島津 忍	1970	52(12)	関数的な見方・考え方を伸ばす指導
皆川 文男	1970	52(12)	関数的な見方・考え方を育てる指導実践例

「関数的見方・考え方」

著者	発行年	巻号	タイトル
日野 圭子	2008	90(9)	発達の途上にある生徒の関数的見方・考え方を大切に
伊藤 高	1972	54(6)	発見的創造的学習の指導：関数的見方・考え方を中心に
原 弘道	1971	53(6)	関数的見方・考え方を伸ばす指導

「関数領域」

著者	発行年	巻号	タイトル
三山 善久	2009	91(3)	中学校数学科における関数領域の授業改善の方向
新井 仁	2006	88(11)	スギ花粉飛散量予測を題材とした関数領域の指導について
新井 仁	2005	87(5)	事象を読み取る力を高める関数領域の指導のあり方に関する研究：グラフを問題解決の道具として
中村 幸一	1987	69(7)	基礎学力を充実させる数学指導のあり方：関数領域の指導を中心に

「関数概念」

著者	発行年	巻号	タイトル
片山・坂田	1982	64(6)	正確な関数概念を育てるための授業改善
日高 敬造	1972	54(2)	小学校における関数概念を伸ばすにはどのようにすればよいか

全国数学教育学会誌 数学教育学研究/ 数学教育学紀要 「関数領域」

著者	発行年	巻号	タイトル
阿部好貴	2012	18(1)	数学的リテラシーという視点からの教授・学習内容の考察—関数領域に焦点をあてて—
秋田 美代, 齋藤 昇	2004	10	関数領域における創造性と構造的関連の理解との関係：一次関数を対象として
秋田 美代	2003	9	数学の関数領域における創造性の発達に関する研究：一次関数を対象として
加藤 利彦	1999	5	関数領域における教材開発：高等学校における指導実践を通して

「関数概念」

著者	発行年	巻号	タイトル
片山・坂田	1982	64(6)	小学校第2学年児童の関数概念の理解の特色

「関数的概念」

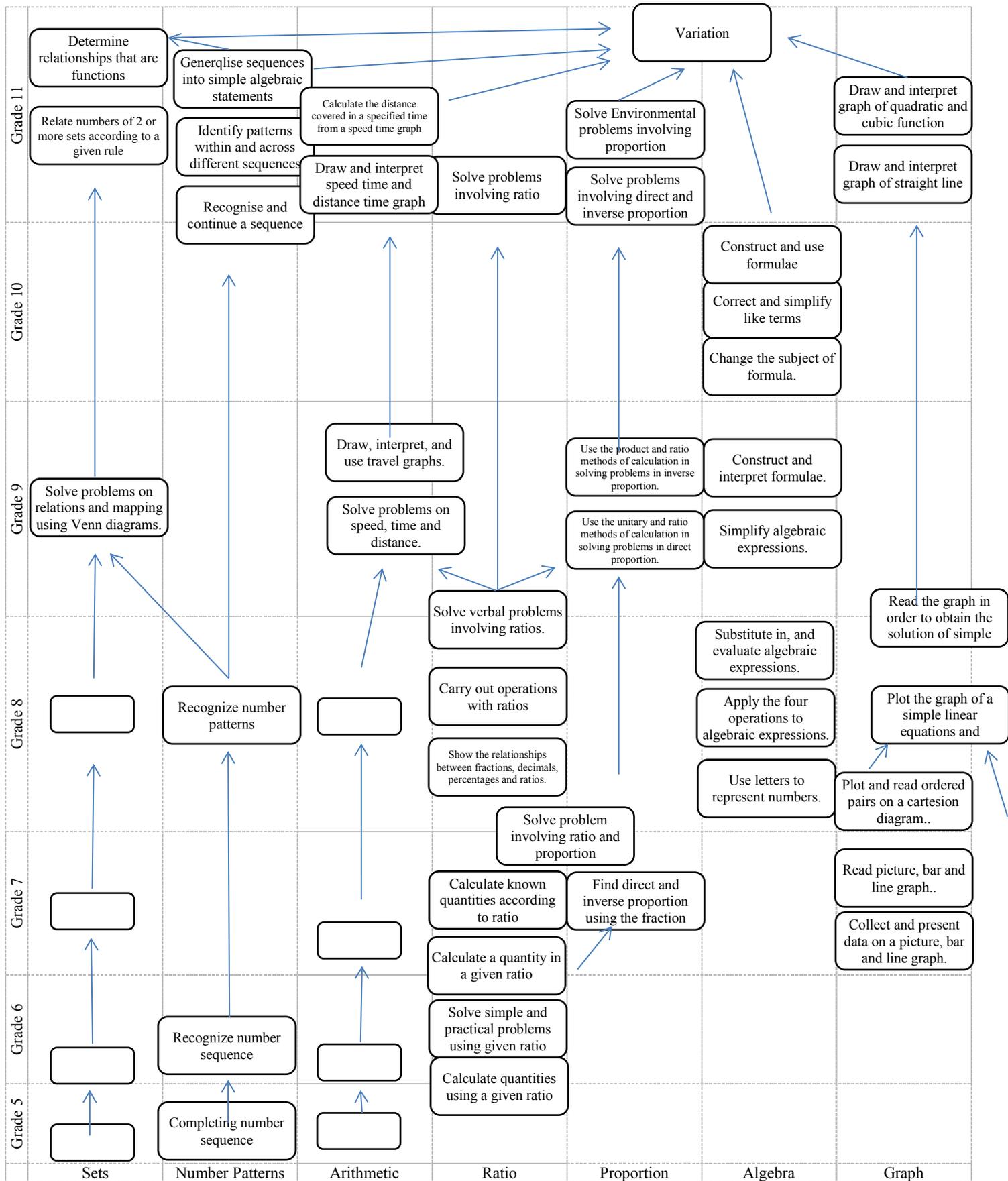
著者	発行年	巻号	タイトル
久保拓也	2013	19(1)	算数における関数的概念の発達の様相—思考水準とシンボル化の視点から—

巻末資料 2 関数の考えの論文—コードマトリクス

年	著者	変化と対応	表現	規則性	活用
2009	三山	事象の中から関数関係にある2つの数量を見出す	関数関係を表、式、グラフで表現	表、式、グラフから関数関係の特徴を調べる	関数的な見方・考え方を問題解決の解法に利用
2008	日野			表、式、グラフを相互に関連付けて関数について調べる	関数を活用し説明する能力を伸ばす 関数的見方・考え方をういて事象をとらえる態度を養う
2008	指導要領解説	依存関係を調べる		変化や対応の特徴を調べていく	規則性を問題の解決に活用する
2001	木谷	ある事象をとらえる要素を見つける		事象にある関係を見い出す	
1992	山本	伴って変わる2つの数量を見つけることができる	関係を式に表す	表などを用いて、かわり方のルールを見つけていく	
1990	保坂	依存関係に着目する	2つの数量関係を表現する	関数関係を明らかにする	その数量関係を問題解決に活用する
1989	茂呂他	依存関係に着目しようとする	関係の表現の仕方を工夫する	きまりを見出そうとする	きまりをうまく利用しようとする
1989	指導書	一つの数量を調べようとするとき、それと関係の深い数量をとらえる		数量との間に成り立つ関係を明らかにする	関係を利用しようとする
1988	山田	その事象を構成している2つ以上の集合に着目する 2つの数量の関係に着目し、対応関係をはっきりさせる	変化の特徴を表、式、言葉、グラフに表す	2つの数量関係のきまりを見つける	対応の決まりを新しい事象や問題解決に役立てる
1988	片桐	依存関係に着目する	関係を式やグラフに表す	表や式やグラフから、対応する2量の関係の特徴をみる 値の組を表などに表し、関係を調べようとする	
1986	太田他	一つの数量を調べようとするとき、それと関係の深い数量をとらえる		数量との間に成り立つ関係を明らかにする	関係を利用しようとする
1984	小川	依存関係にあるものを拾い出す	変化の特徴や対応の規則を表現する	依存関係にあるものの間の不変な関係を見い出す	関数関係を利用し、問題解決に役立てる
1984	石根他	一つの数量を調べようとするとき、それと関係の深い数量をとらえる		数量との間に成り立つ関係を明らかにする	関係を利用しようとする
1984	子安	二つの集合やその要素の対応に着目する 依存関係に着目する		対応や変化の特徴を明らかにする	きまりを問題解決に活用する
1983	森田他	集合の考え 変数の考え 対応の考え		順序の考え 対応の考え 規則性を発見する	
1982	鷹合他	二つの数量を関係づけてみようとする	対応する数量の関係を簡潔に表そうとする	対応する数量の関係を捉えようとする	関数関係を活用しようとする
1982	柿原	一つの数量を調べようとするとき、それと関係の深い数量をとらえる		数量との間に成り立つ関係を明らかにする	関係を利用しようとする
1982	片山他	つながりがあるかどうか 一方が変わればもう一方が変わるか 一方を決めればもう一方が決まるか		はっきりしたきまりがあるか	
1982	蛭間他	集合・変数・対応		順序 規則性	
1980	伊藤	二つの数量を関係づけてみようとする	対応する数量の関係を簡潔に表そうとする	対応する数量の関係を捉えようとする	関数関係を活用しようとする
1980	高槻	考察の対象を明確に捉えることができる 伴って変化する2量をとらえる 対応する要素を見つける	対応関係を表やグラフ、式に表現できる	対応の関係や変化の関係から、規則を見つけることができる	対応関係や変化の規則を活用して問題を解くことができる
1979	糸谷	変数の考え 依存関係に着目する	関数関係の表現の仕方を工夫する	二つの数量についての対応のルールをみつける	関数関係を問題解決に応用
1978	菊池他	変化させる 対応付け			
1978	指導書	一つの数量を調べようとするとき、それと関係の深い数量をとらえる		数量との間に成り立つ関係を明らかにする	関係を利用しようとする
1976	山崎他	集合の意識をもつことができる 変数及び変域の意識をもつ 伴って変わる2量の意識をもつ 対応する要素を見つける	対応関係を表・式・グラフに表す	対応の決まりをみつける	関数的な見方・考え方をういて問題解決ができる
1975	大阪府堺市算数教育研究会	伴って変わる2量を明確にする	グラフ化、式化	順序 グラフによる変化の特徴をよみとる 対応のきまり・ようす	文章題を解く
1974	加納	変化させる 数量を関係付けてみる		決まりをみつける	問題解決
1972	伊藤	変数・対応	関係表現	順序・規則性	
1970	鳥津	二つの数量が関係している様相に着目する	関数関係を表現する	二つの数量の対応の決まりを発見する	
1970	皆川	集合・変数・対応	表し方	順序・規則性	

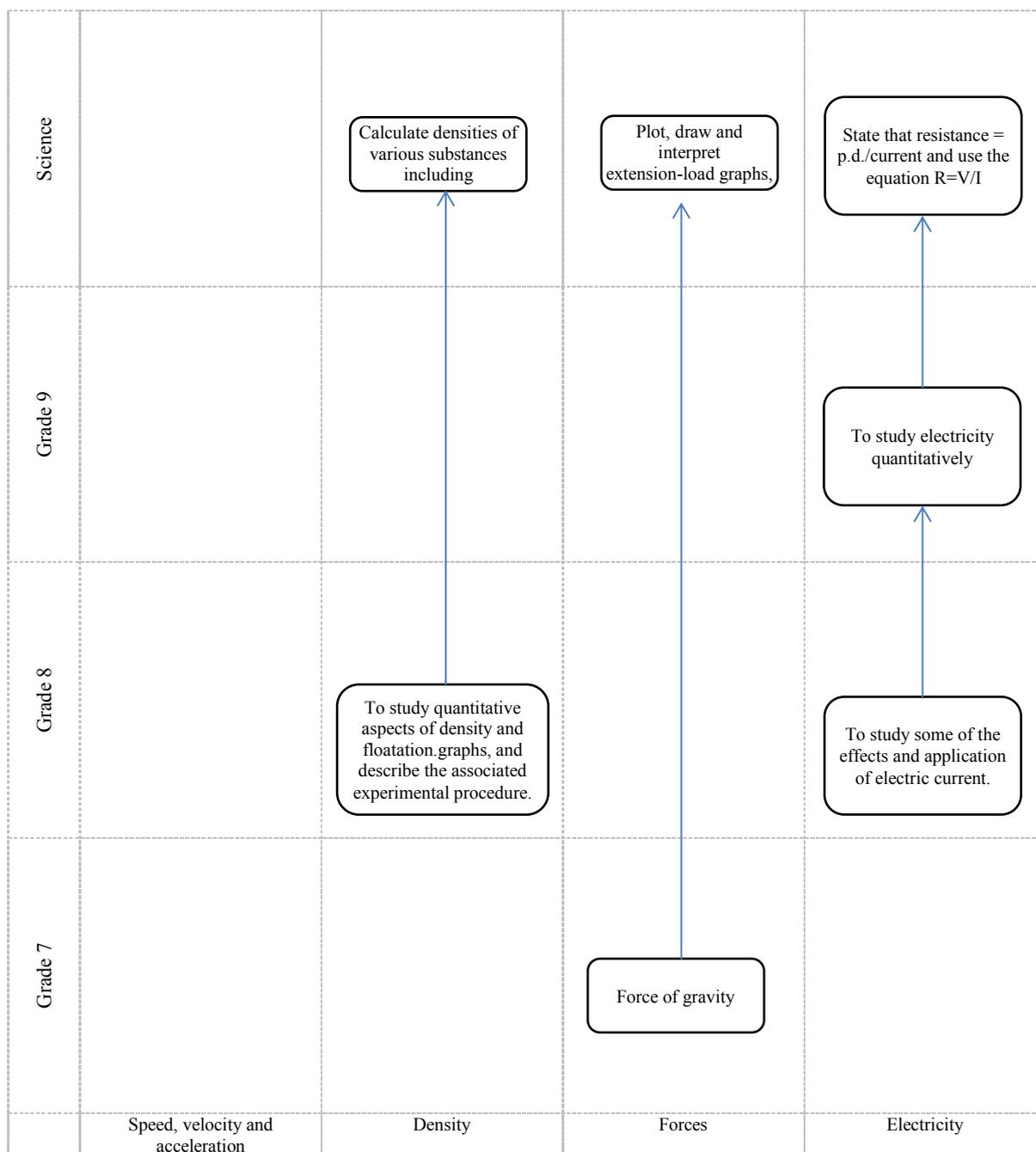
(筆者作成)

巻末資料 3 関数領域における単元間のつながり



(ザンビアのシラバスを参考に筆者作成)

巻末資料 4 関数領域を有する理科の単元間のつながり



(ザンビアのシラバスを参考に筆者作成)

巻末資料 5 関数領域と理科との対応表

数学	具体的内容	理科	具体的内容
5. 比, 比率と割合	5.1 比の問題を解く. 5.2 正比例・反比例の問題を解く. 5.3 一般的な割合の単位の理解を用いて, 証明する. 5.4 比, 比率と割合を含んだ, 環境問題を解く.	1.3 質量と重さ 1.4 密度	1.3.3 天秤を使って二つの重さ, つまり質量が比べられるという理解を説明する. 1.4.3 空気を汚染する物質を含む, 様々な物質の密度を定める. 1.4.4 空気を含む, 様々な物質の密度を計算する.
6. 変化量	6.1 比例・反比例間の変化量を識別する. 6.2 記号を使い変化量を表す. 6.3 数学的表現で示された変化量を方程式に変える. 6.4 比例・反比例の変化量問題を解く. 6.5 比例・反比例の変化量のグラフを描く. 6.6 比例・反比例の変化量のグラフを解釈する. 6.7 比例・反比例の変化量以外の問題を解く. $y = x^n \quad -3 \leq n \leq 3$ 6.8 増加関数の問題が解ける. 6.9 比例の変化量の問題を解く.	1.5 力 1.7 エネルギー, 仕事, 仕事率 2.1 物質の単純運動論 2.2 熱の性質 3.1 光と音を含む, 一般的な波の性質, 4.2 電流 4.5 電磁石の効果	1.5.2 重さと伸びのグラフをプロットし描き解釈し, 関連する実験過程を述べる. 1.7.1 エネルギー保存の法則を含む, 位置エネルギーと運動エネルギーの質的・量的に説明する. 1.7.2 様々な形式でエネルギー, その変換と保存の例を与える, 単純な例にエネルギー保存の法則を応用する. 2.1.5 ボイルの法則を導く, 体積によって変化する圧力の影響を述べる 2.2.3 どのように様々な温度による理科的性質が温度の測定に使われているか説明し, そのような性質の例を述べる. 2.2.7 温度と体積の関係を演繹する. 2.2.8 温度と体積の関係から, ケルビン目盛りの説明をする. 2.2.9 簡単な数値問題の解法に理想気体の方程式を適用する. 3.1.2 速さ, 周期, 波長, 振幅の意味を与え, $c = f\lambda$ の方程式を用いる. 3.1.3 空気中の波の速さを定義するための実験を述べ, 必要な計算を行う. 4.2.3 電流が電荷の流れの割合であることとアンペアで測定されることの理解を示す. 4.2.4 $I = Q/t$ の方程式を使う. 4.2.10 抵抗 = 電位降下/電流であることを述べ, $R = V/I$ の方程式を用いる. 4.5.1 回路で磁界の変化が電磁界を誘発できることを示す実験を述べる. 4.5.2 誘発された電磁界の大きさに影響を与える要素を述べる.
7. 距離・時間・速さとグラフ	7.1 速さと時間, 距離と時間のグラフを描き, 解釈する. 7.2 速さと時間のグラフから, 特定の時間での距離を計算する.	1.2 速さ, 速度と加速度	1.2.1 距離, 変位, 速さ, 速度, 加速度によって意味されるものが何か述べる. 1.2.2 等速度運動を認識する. 1.2.3 加速度運動を認識する. 1.2.4 距離, 変位, 速さ, 速度, 加速度のグラフ表現を解釈する. 1.2.5 速さと時間のグラフ形から, 体が以下の状況時を認識する. 1.2.6 $v = v_0 + at$ を用い, 運動の問題を解く 1.2.7 等加速度運動の3つの基本方程式を使う

(ザンビアのシラバスを参考に筆者作成)