

論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)	氏名	久保 亮
学位授与の要件	学位規則第4条第①・②項該当		
論文題目			
Geometry of homogeneous polar foliations of complex hyperbolic spaces (複素双曲空間の等質 polar foliation の幾何)			
論文審査担当者			
主 査	教 授	田丸 博士	
審査委員	教 授	阿賀岡 芳夫	
審査委員	教 授	作間 誠	
審査委員	准教授	澁谷 一博	
〔論文審査の要旨〕			
<p>リーマン多様体への等長的作用が polar であるとは、全ての軌道と直交して交わる完備連結部分多様体が存在することを言う。例えば平面への回転群の作用は、原点を通る直線が全ての軌道と直交して交わるので、polar 作用である（この作用が極座標を誘導することが polar 作用の名前の由来である）。また、対称行列が直交行列で対角化できることや、コンパクトリー代数の極大可換部分代数の共役性などは、polar 作用の具体例の一つとして解釈することができる。</p> <p>また polar 作用の軌道は、極めて興味深い部分多様体の例を供給する。例えば、直交行列の対角行列への共役による作用を考えると、その軌道として有名なヴェロネーゼ曲面が現れる。あるいは、コンパクトリー群の随伴表現の軌道はケーラー C 空間と呼ばれ、活発に研究されている。さらに一般に、polar 作用の主軌道は、等径、あるいは平均曲率ベクトル平行、といった顕著な性質を持つことが知られている。</p> <p>本論文の著者は、非コンパクト型リーマン対称空間への群作用の幾何の研究を、強力に推進している。対称空間への群作用やその中の等質部分多様体の研究は、活発に行われているが、多くはコンパクトな場合に関するものである。非コンパクトな場合の研究は、まだ多くのことが分かっていない。また、現在までに分かっている状況だけから考えても、コンパクトか非コンパクトかという違いは本質的なものである。実際、用いられている研究手法も本質的に違うものであり、また結果として生じる群作用の幾何の様相も、全く異なることが知られている。</p> <p>そこで、本論文において筆者は、非コンパクト型リーマン対称空間の中でも特徴的であると考えられている、複素双曲空間の研究を行っている。特に、複素双曲空間への polar 作用で特異軌道をもたないものを扱い、その部分多様体としての性質を詳細に調べている。結果として、軌道の合同性および極小性といった外在的な幾何については、完全に決定さ</p>			

れていると言って良い。得られている主結果は、次のものである。

定理. 複素双曲空間への **polar** 作用で特異軌道をもたないものについて、作用が冪零群の作用として与えられている場合には、全ての軌道は等長的に合同であり、さらに極小軌道をもたない。また、それ以外の場合には、極小軌道が唯一つ存在する。

本論文で得られている結果は、以下の二点で優れたものと思われる。

まず一点目は、得られている結果が、数々の既知の結果を含む包括的なものである点である。実際、**polar** 作用の特別な場合として余等質性 1 作用があり、特異軌道をもたない作用についての軌道の幾何は **Berndt & Tamaru** によって調べられている。また、複素双曲空間内の等質極小部分多様体についても、いくつかの先行研究がある。本論文の主結果は、これらの結果を含むものであり、さらにそれを一般化したものである。

次に、二点目として、本論文で行われている議論が他の空間に対しても適用可能な汎用的なものであることが挙げられる。主結果の証明では、**Berndt & Diaz-Ramos** による複素双曲空間への **polar** 作用で特異軌道をもたないものの分類を用いた後に、各作用の軌道の共役類の分類を行い、さらにその軌道を左移動で原点軌道に移し、その後平均曲率を計算する、という方針が採られている。本論文で整備されたこれらの手法は、複素双曲空間だけではなく、他の非コンパクト型リーマン対称空間への群作用の幾何を調べる際にも通用するものであり、今後の研究の一つの指針を与えるものだと考えられる。

このように、本論文の内容は、いくつかの既知の結果を広く一般化したものであり、さらに一般の非コンパクト型リーマン対称空間への群作用の研究を行う際に有効となる手法を確立したものである。また、参考論文においては、複素双曲空間への **polar** 作用の軌道の内在的な性質や、一般の非コンパクト型リーマン対称空間への群作用の幾何についても、いくつかの顕著な結果が得られている。

以上、審査の結果、本論文の著者は博士（理学）の学位を授与される十分な資格があるものと認める。

公表論文

Akira Kubo;

Geometry of homogeneous polar foliations of complex hyperbolic spaces.

Hiroshima Mathematical Journal, 掲載決定.

参考論文

(1) Akira Kubo, Hiroshi Tamaru;

A sufficient condition for congruency of orbits of Lie groups and some applications.

Geometriae Dedicata 167 (2013), no. 1, 233--238.

(2) Takahiro Hashinaga, Akira Kubo, Hiroshi Tamaru;

Some topics of homogeneous submanifolds in complex hyperbolic spaces.

In: Proceedings of the workshop on Differential Geometry of Submanifolds and its Related Topics, World Scientific 2013, 230--244.