

論文審査の要旨

博士の専攻分野の名称	博 士 (理 学)	氏名	芦原 聡介
学位授与の要件	学位規則第4条第①・②項該当		
論文題目			
<p>Fundamental biquandles of ribbon 2-knots and ribbon torus-knots with isomorphic fundamental quandles</p> <p>(同型な基本カンドルをもつリボン2次元結び目とリボントーラス結び目の基本バイカンドル)</p>			
論文審査担当者			
	主 査	教 授	作間 誠
	審査委員	教 授	田丸 博士
	審査委員	教 授	寺垣内 政一 (教育学研究科)
	審査委員	教 授	鎌田 聖一 (大阪市立大学理学研究科)
	審査委員	講 師	土井 英雄
〔論文審査の要旨〕			
<p>1980年代に Joyce と Matveev により独立に導入された代数構造であるカンドルの概念は、結び目理論、仮想結び目理論、曲面結び目理論において重要な役割を果たし、特に、結び目の基本カンドルは、空間と結び目の向きを無視すれば、結び目を完全に決定することが知られている。カンドルの概念の一般化であるバイカンドルの概念は、ヤン・バクセター方程式の集合論的解釈として自然に現れ、その重要性が Kauffman を始めとする様々な研究者により注目されている。基本バイカンドルは、その定義から基本カンドルの情報を含んでおり、実際、仮想結び目に対しては、基本カンドルでは区別できないが、基本バイカンドルでは区別できるようなものが存在することが Kauffman-Radford により発見されている。そのため、次の問題が自然に生じる。</p> <p>問題：4次元空間内の曲面結び目に対しては、基本バイカンドルは基本カンドルより深い情報を持つか？ 即ち、同型な基本カンドルをもつが、基本バイカンドルは同型とならないような曲面結び目は存在するか？</p> <p>申請者は、曲面結び目の重要なクラスであるリボン結び目、リボントーラス結び目に対する上記の問題に取り組み、それに対する否定的な結果を得た。次が本論文の主結果である。</p> <p>定理1： 同型な基本カンドルを持つ4次元空間内のリボン2次元結び目（およびリボントーラス結び目）は、同型な基本バイカンドルを持つ。</p>			

上記の主定理を証明するために、申請者は与えられたカンドル表示 P に対してバイカンドル表示 $J_0(P)$ を与える対応 J_0 を導入し、これに対して次の事実が成り立つことを証明した。

定理 2 : カンドル表示 P_1, P_2 が定めるカンドルが同型であるならば、バイカンドル表示 $J_0(P_1)$ と $J_0(P_2)$ は同型なバイカンドルを定める。

この定理を証明するためには、カンドル表示の **Tietze** 変換が、対応するバイカンドル表示に及ぼす影響を綿密に調べることが必要であった。この定理により、与えられたカンドル Q に対してバイカンドル $J(Q)$ を対応させることができ、主定理は次の定理の帰結として得られる。

定理 3 : 4次元空間内のリボン2次元結び目（およびリボントーラス結び目） F に対して、 F の基本バイカンドル $BQ(F)$ は F の基本カンドル $F(Q)$ から上の対応 J により得られるバイカンドル $J(F(Q))$ と同型である。

この定理は、佐藤進によるリボン2次元結び目（およびリボントーラス結び目）の仮想弧図式（仮想結び目図式）表示を巧妙に用いることにより証明された。

以上、審査の結果、本論文の著者は博士（理学）の学位を授与される十分な資格があるものと認める。

公表論文

Sosuke Ashihara,

Fundamental biquandles of ribbon 2-knots and ribbon torus-knots with isomorphic fundamental quandles,

Journal of Knot Theory and its Ramifications, 掲載決定.

参考論文

Sosuke Ashihara,

Calculating the fundamental biquandles of surface links from their ch-diagrams,

Journal of Knot Theory and its Ramifications, **21**, 1250102 (2012) [23pages].