

## 学位論文要旨

Fundamental biquandles of ribbon 2-knots and  
ribbon torus-knots with isomorphic fundamental  
quandles

(同型な基本カンドルをもつリボン 2 次元結び目と  
リボントーラス結び目の基本バイカンドル)

芦原 聡介

基本カンドルは結び目や仮想結び目, 曲面結び目の不変量である (cf. [1, 2, 3, 4, 5, 6]). 基本カンドルは結び目とその全空間の向きの差を除いて, すべての結び目を区別することが出来る. 一方, 同型な基本カンドルをもつ互いに異なる曲面結び目が存在することが知られている (cf. [8]). 基本バイカンドルは, その定義により, 基本カンドルを含む情報をもつ. いくつかの仮想結び目に対して, 基本バイカンドルは基本カンドルより強い不変量である (cf. [5]). 同型な基本カンドルをもつが異なる基本バイカンドルをもつ結び目や曲面結び目が存在するかどうかは知られていない. 次が本論文の主定理である.

**定理 1.** 同型な基本カンドルをもつリボン 2 次元結び目, リボントーラス結び目は同型な基本バイカンドルをもつ.

ここで, リボン 2 次元結び目 (リボントーラス結び目) は, 自明 2 次元絡み目に 1-ハンドルを接着して得られる 2 次元球面 (トーラス) の 4 次元空間への埋め込みである.

この定理を証明するため, カンドル表示  $P$  に対してバイカンドル表示  $J_0(P)$  を与える対応  $J_0$  を定義する. 対応  $J_0$  について次の定理が成り立つ.

**定理 2.** カンドル表示  $P_1$  と  $P_2$  が定めるカンドルが同型ならば, バイカンドル表示  $J_0(P_1)$  と  $J_0(P_2)$  が定めるバイカンドルは同型である.

定理 2 により, カンドル  $Q$  に対してバイカンドル  $J(Q)$  を対応させることが出来る. 精確には, カンドル  $Q$  のカンドル表示が  $P$  で与えられるとき, バイカンドル  $J(Q)$  をバ

イカンドル表示  $J_0(P)$  が定める場インカンドルとして定義する.

定理 1 は次の定理の帰結として得られる.

**定理 3.** リボン 2 次元結び目 (リボントーラス結び目)  $F$  に対し,  $F$  の基本バイカンドル  $BQ(F)$  は  $J(Q(F))$  と同型である. ここで,  $Q(F)$  は  $F$  の基本カンドルである.

この定理の証明のため, 佐藤進氏 [7] によるリボン 2 次元結び目 (リボントーラス結び目) の仮想 arc 図式 (仮想結び目図式) 表示を用いる.

### 参考文献

- [1] T. Carrell, *The surface biquandle*, Senior Thesis, Pomona College, 2009.
- [2] R. Fenn, M. Jordan-Santana and L. H. Kauffman, *Biquandles and virtual links*, *Topology Appl.* **145** (2004), 157–175.
- [3] R. Fenn and C. Rourke, *Racks and links in codimension two*, *J. Knot Theory Ramifications* **1** (1992), 343–406.
- [4] D. Joyce, *A classifying invariant of knots, the knot quandle*, *J. Pure Appl. Algebra* **23** (1982), 37–65.
- [5] L. H. Kauffman and D. E. Radford, *Bi-oriented quantum algebras, and generalized Alexander polynomial for virtual links*, *Contemp. Math.* **318** (2003), 113–140.
- [6] S. Matveev, *Distributive groupoids in knot theory*, *Mat. Sb. (N.S.)* **119** (1982), 78–88 (in Russian); *Math. USSR-Sb.* **47** (1984), 73–83 (in English).
- [7] S. Satoh, *Virtual knot presentation of ribbon torus-knots*, *J. Knot Theory Ramifications* **9** (2000), 531–542.
- [8] K. Tanaka, *Inequivalent surface-knots with the same knot quandle*, *Topology Appl.* **154** (2007), 2757–2763.