

コンプライアントメカニズムを利用した建築構造の  
力学特性と最適化による生成手法

(Optimum Design and Mechanical Properties of  
Compliant Mechanisms in Architecture)

2013 年 9 月

津田 勢太



# 目次

<b>1 章 序</b>	<b>1</b>
1.1 研究の背景および目的	2
1.2 研究の構成	16
1.3 発表論文・研究発表リスト	17
<b>2 章 部分剛接合骨組の安定性評価とメカニズムの導出</b>	<b>25</b>
2.1 はじめに	26
2.2 骨組の安定性評価	26
2.3 線形計画法による微小変形メカニズムの導出	40
2.4 直交格子モデル	49
2.5 六角形格子モデル	61
2.6 2章の結論	69
<b>3 章 コンプライアントメカニズムによる形態変化構造</b>	<b>73</b>
3.1 はじめに	74
3.2 バイステーブル・コンプライアントメカニズム	74
3.3 柱タイプモデル	78
3.4 屋根タイプモデル	93
3.5 3章の結論	103

4 章	コンプライアントメカニズムによる同調型マスダンパー	105
4.1	はじめに	106
4.2	マスダンパーの概要と数値解析手法	107
4.3	簡易モデル（1 質点 2 自由度系モデル）による検討	113
4.4	アーチフレームモデルによる検討	124
4.5	面外拘束された立体モデルマスダンパー	137
4.5	4 章の結論	140
5 章	結論	145

# 1 章

## 序論

## 1.1 研究の背景および目的

変形の大きさや方向（または、その両方）を変化させるための不安定な機構をリンクメカニズム（Link Mechanism, Linkage）という。リンクメカニズムは、機械工学やロボット工学、メカトロニクスを含む様々な工学分野の可動機構として用いられている [1, 2]。リンクメカニズムは、複数の剛な部材や剛体を、回転可能なヒンジ接合（ピン接合、回転接合）やスライド接合などで接合することで構成される。

リンクメカニズムは剛性によって外力に抵抗する安定な構造とは異なるため、建築の構造体として用いられる事例は限定されるが、小規模の展開構造物や開閉屋根などの可動構造体としての利用が期待されている。この分野では、図 1.1 に示されるようなシザースメカニズムとよばれるタイプのリンクメカニズムが使われることが一般的で、数多くの研究や提案がされている [3-6]。シザースメカニズムは、2 つの部材が回転可能なピボットによって中央で連結された SLE (Scissors Like Element) とよばれるユニットで構成され、両端部では別の SLE とヒンジ接合される。図 1.2 は、Hoberman [7] によって提案された Iris Dome であり、折れ曲がった SLE 要素が用いられている。図 1.3 は、シザースメカニズムを発展させて、SLE の中央ピボットを部材軸まわりに回転することが出来るようにさせた展開型構造の提案である [8]。メカニズムは、望んだ幾何変形を実現するために、陽に表される幾何関係を導いて設計されるのが一般的である。

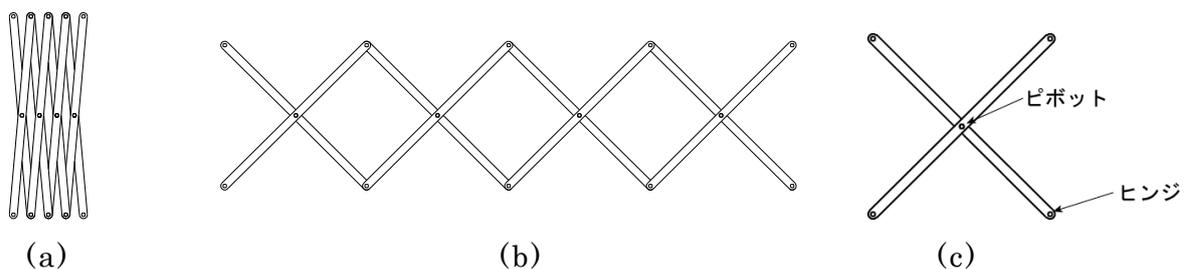


図 1.1 シザースメカニズム

(a) 閉じた状態, (b) 開いた状態, (c) SLE

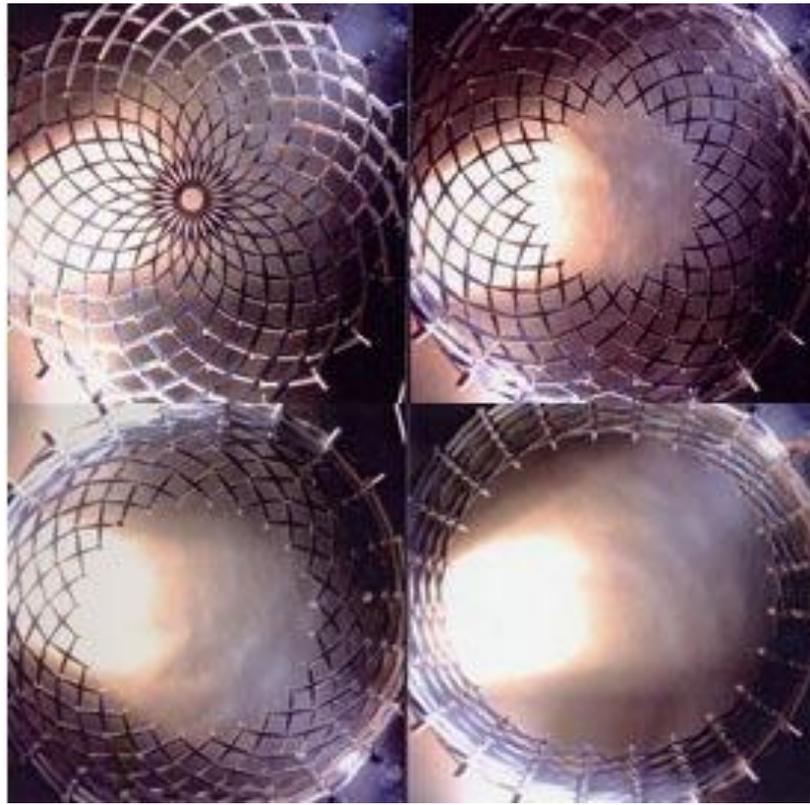


図 1.2 Iris Dome [7]

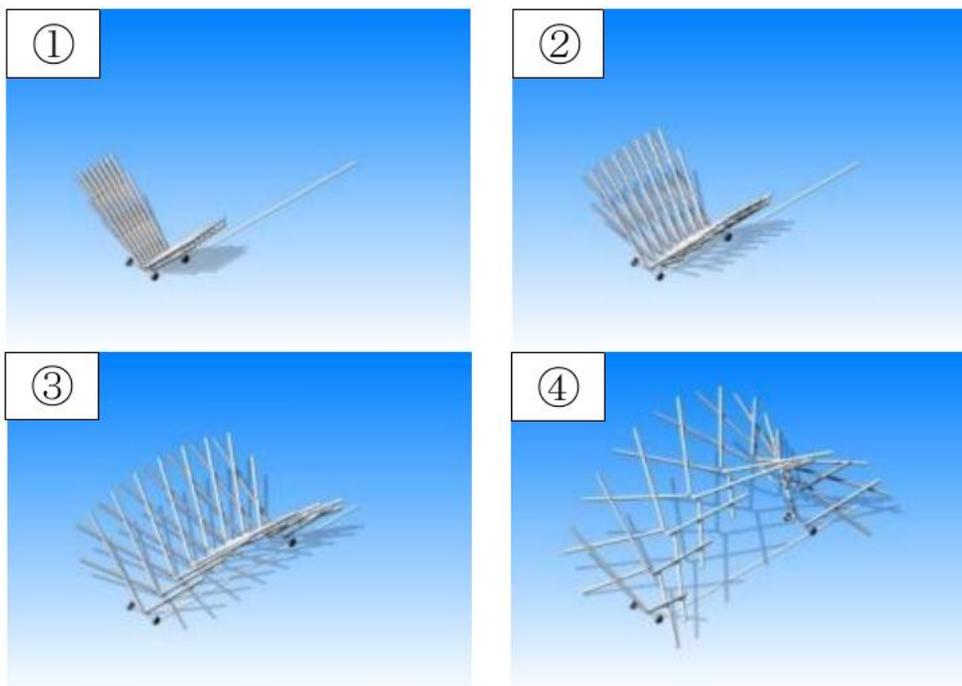


図 1.3 SLE の中央ヒンジを改良した展開型アーチ構造 [8]

開閉式屋根などの建築構造物に不安定なメカニズムを用いる場合、変形前後および変形過程の構造物の安定性を確保するために拘束荷重が必要となる。不安定なリンクメカニズムによる骨組構造の形状の変形を拘束する方法としては、メカニカルにロックする方法や、部材を追加するという方法の他に、アクチュエータを配置して電氣的に制御するという方法もある。剛部材とアクチュエータで構成された形状が変形することができるトラス構造は、可変形状トラス (Variable Geometry Truss : VGT) とよばれ、ロボットアームや宇宙における展開構造などに使われている [9]。多くのアクチュエータを配置した VGT は、複雑な動きをすることもでき、多様な形態に変化する建築構造体とすることも可能であり、Inoue [10] は、愛知 EXPO2005 において、シンボルタワーとなる可動モニュメント (図 1.4) を VGT で実現した。図 1.5 の Rolling Bridge [11] は、多数のアクチュエータを配置することで形態変化する橋梁構造であり、Heatherwick のデザインでロンドンに実現した。このようにアクチュエータを配置すれば、様々な形態に変化する構造とすることができるが、メンテナンスや電気コストなどランニングコストを考えると、恒久的な建築構造に適用するのはあまり効率的とはいえない。Akgun *et al.* [12, 13] は、トラス構造ではなく、シザースメカニズムの一部の SLE を修正 SLE (M-SLE) とし、ここにアクチュエータを組み込むことで、数少ないアクチュエータで幅広く形態変化する屋根構造 (図 1.6) を提案した。

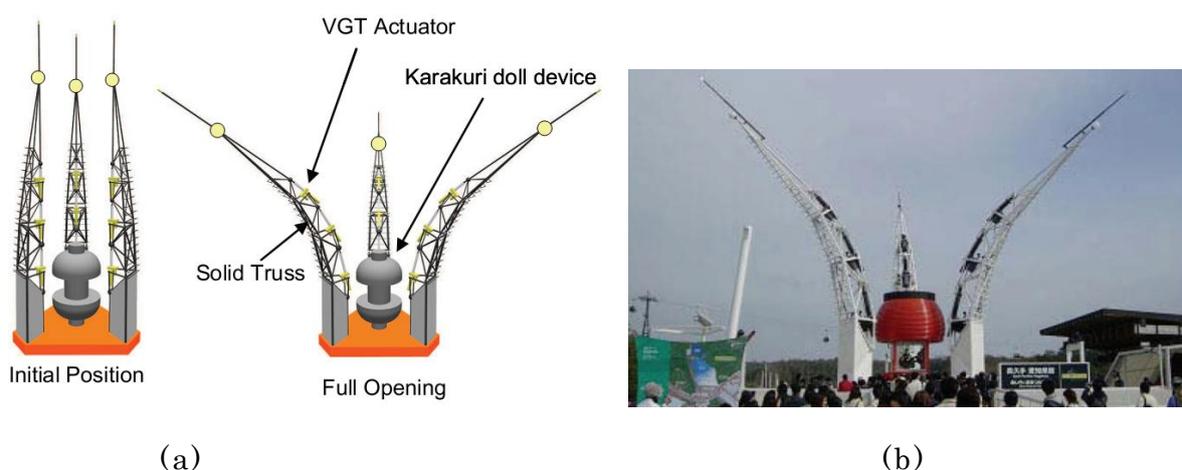


図 1.4 VGT による可動シンボルタワー [10]

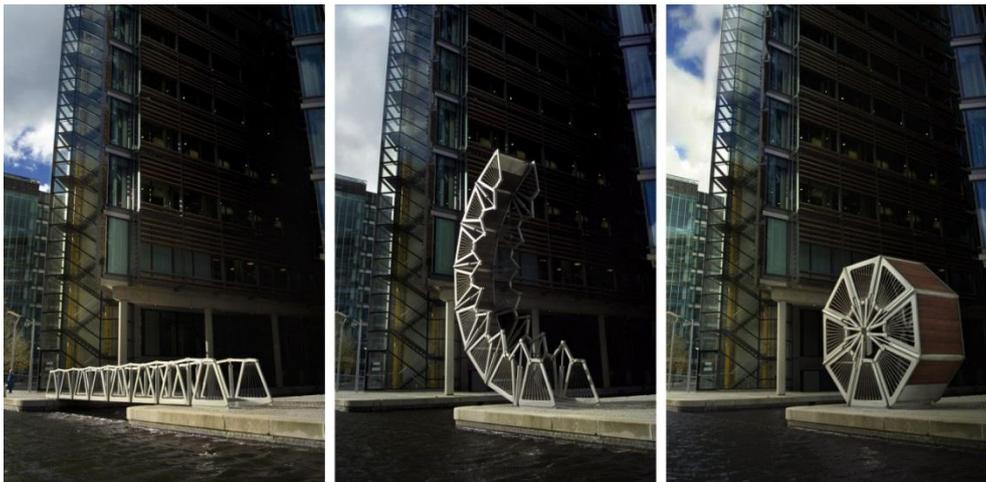


図 1.5 Rolling Bridge [11]

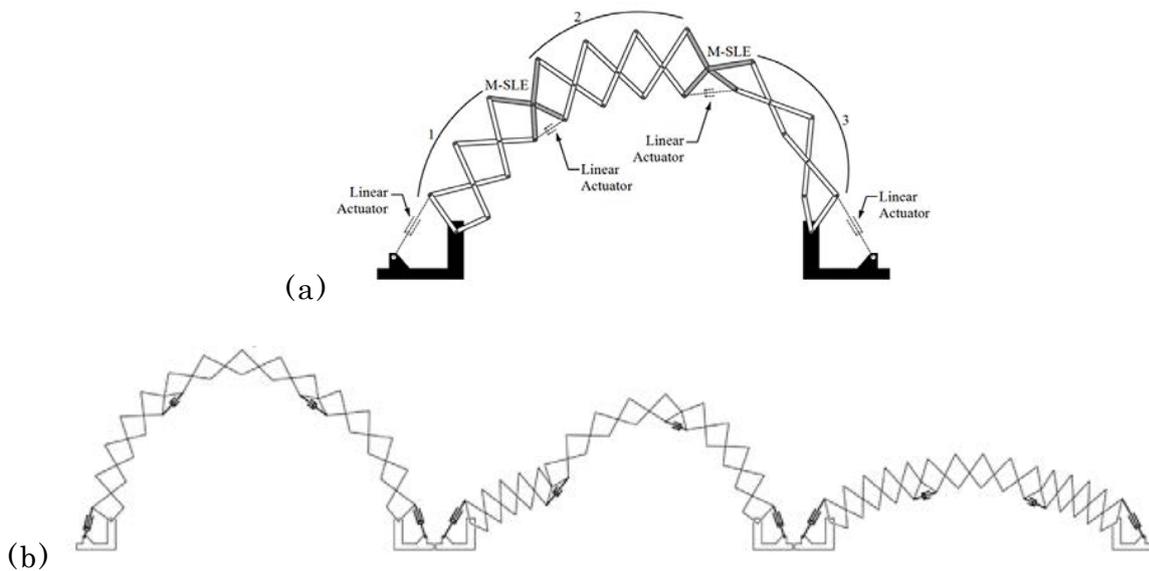


図 1.6 M-SLE を組み込んだ形態変化する屋根構造 [12]

以上で述べたような剛要素と回転可能なヒンジ接合で構成される一般的な不安定リンクメカニズムに対して、構成要素の弾性変形を利用することで、変形の大きさや方向を変化させるメカニズムはコンプライアントメカニズム（柔なメカニズム）と呼ばれる[14]。コンプライアントメカニズムは、当初、マイクロメカニクス分野において連続体として提案されたものであり、回転可能なヒンジ接合などで構成される通常のリンクメカニズムとは異なり摩擦が生じることがなく、小さな連続体製品として設計された[15]。図 1.7 は、

連続体によるコンプライアントメカニズム製品の例である。

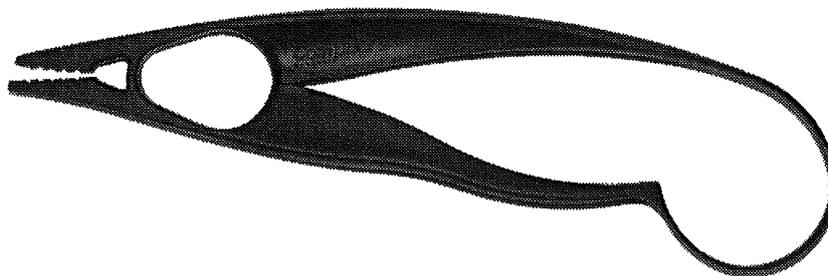


図 1.7 コンプライアントメカニズムによるプライヤ [15]

一方，土木・建築構造物は大きな構造物であるため，コンプライアントメカニズムは部材の柔性やバネを利用した骨組構造とし，2点の自己釣り合い状態を持つバイステーブル構造として設計することができる。バイステーブル構造では，メカニカルなロック等を用いることなく，構造物の形態変化の前後を安定化することができる。図 1.8 のスイッチは，バイステーブル性を有する構造の簡単な例であり，ON と OFF のいずれか 2 点の安定点で静止する。バイステーブル構造の特性および，バイステーブル構造に特有のスナップスルー現象については，3.2 節でより詳しく記す。

Gantes *et al.* [16]は，図 1.9 に示すような，シザー要素を組み合わせた多角形ユニットが有するバイステーブル性を展開構造に利用することを提案し，展開型バイステーブルアーチ構造の挙動について，幾何非線形解析と模型を通して検証した[17]。高塚・大森[18]は，宇宙空間でパネルを展開することができる収納展開型コンプライアントメカニズムの提案を行った。

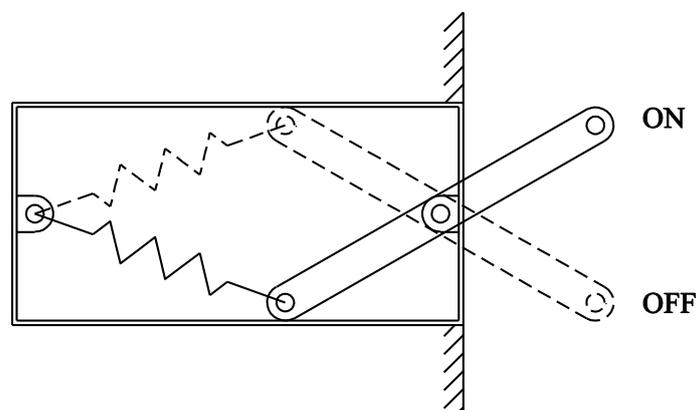


図 1.8 バイステーブルのスイッチ

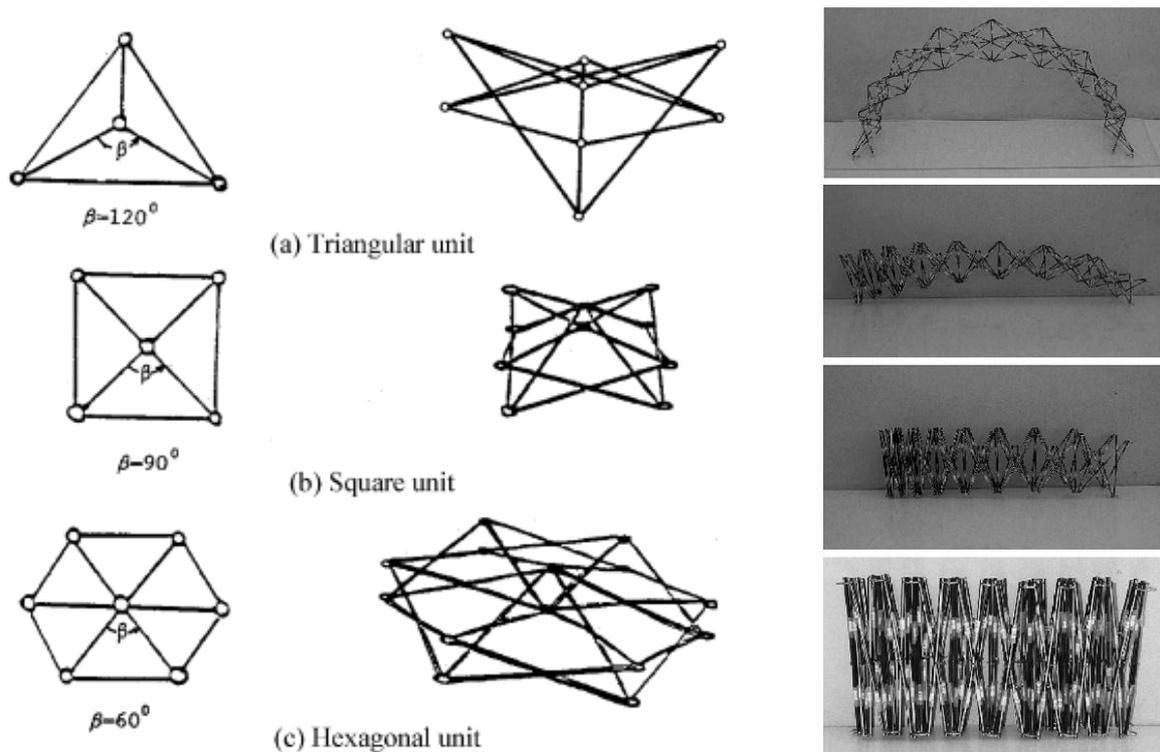


図 1.9 展開型バイステーブルアーチ構造 [17]

コンプライアントメカニズムを生成するための最適化手法も数多く展開されてきた。Prasad and Diaz [19]は、バイステーブル構造を周期的に配置することでエネルギーを蓄積することができるデバイス（図 1.10）を、グラッドストラクチャ法を用いた遺伝的アルゴリズムによって最適化する手法を提案した。Ohsaki and Nishiwaki [20]は、バイステーブル以上の多安定点を有するマルチステーブルコンプライアントメカニズムのトラス構造を生成するために、グラッドストラクチャ法を用いた非線形計画法によって最適化する手法を提案し、図 1.11 に示す 3 点の安定点を有するマルチステーブルコンプライアントメカニズムを示した。Ohsaki *et al.* [21]は、梁要素を用いて曲げ変形を利用した骨組膜構造の締め付け金具を最適化し、有限要素解析による連続体へと展開した。Ramrakhyani *et al.* [22]は、遺伝的アルゴリズムを用い、梁要素両端の接合条件をパラメータとして、グラッドストラクチャからコンプライアントメカニズムを生成する手法を提案した。

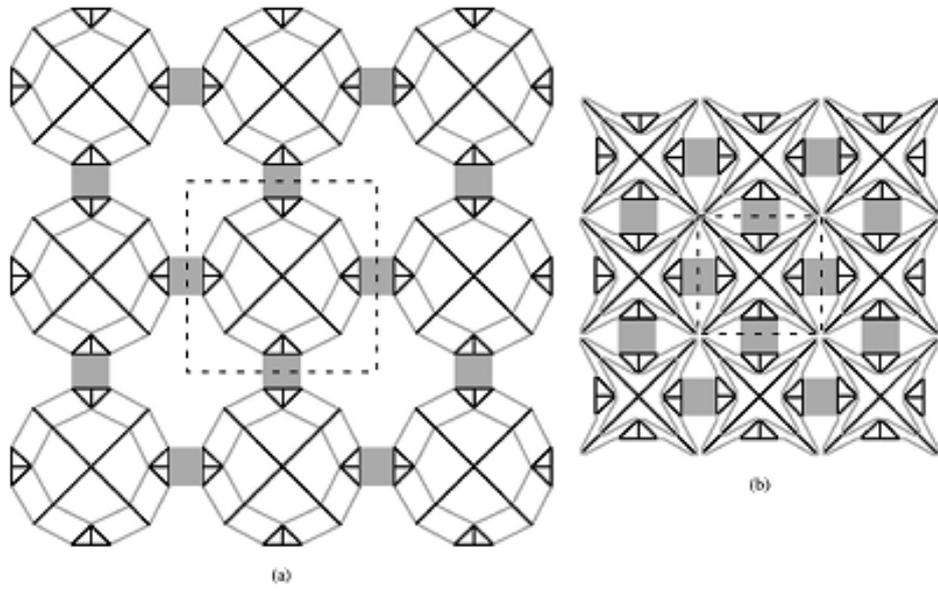


図 1.10 周期配置されたバイステーブル構造 [19]

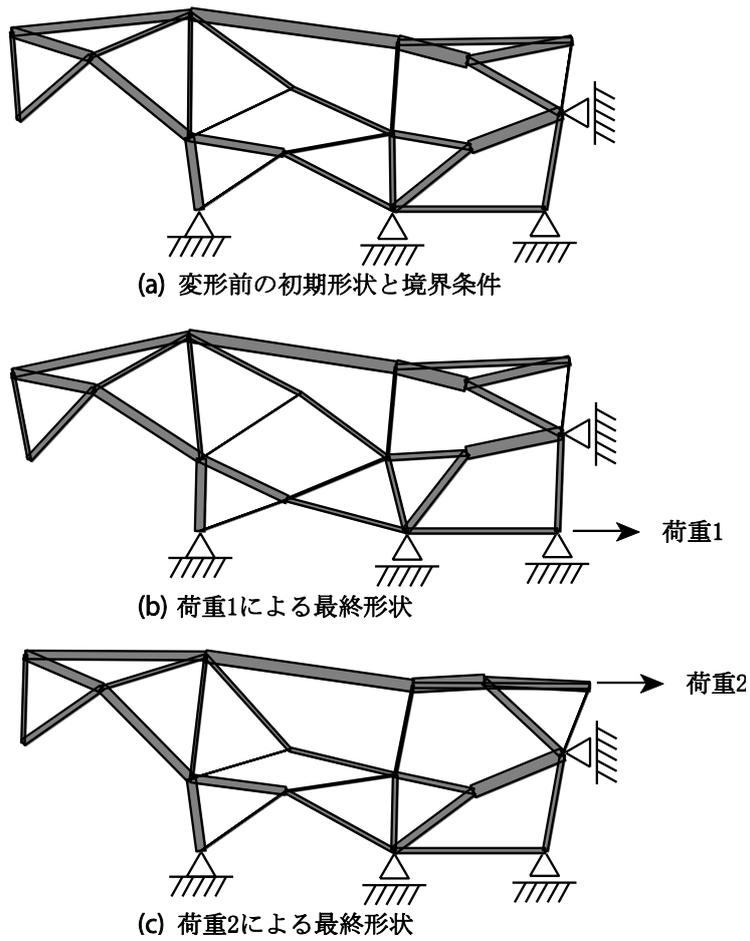
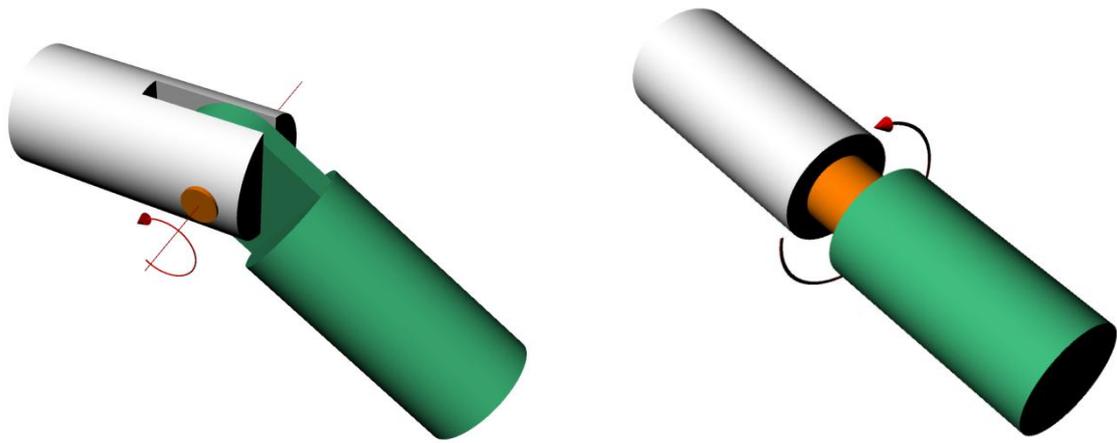


図 1.11 マルチステーブルコンプライアントメカニズム

コンプライアントメカニズムは、全ての部材が柔性を持っている必要はなく、剛な部材で構成されたリンクメカニズムに柔な部材を追加することでも構成することができる。柔な部材の追加によって、剛性を有さない不安定なリンクメカニズムが剛性を有するメカニズムとなる。このような剛な部材と柔な部材で構成されるコンプライアントメカニズムを生成するためには、まず剛な部材で構成されるリンクメカニズムを生成することが有効である。

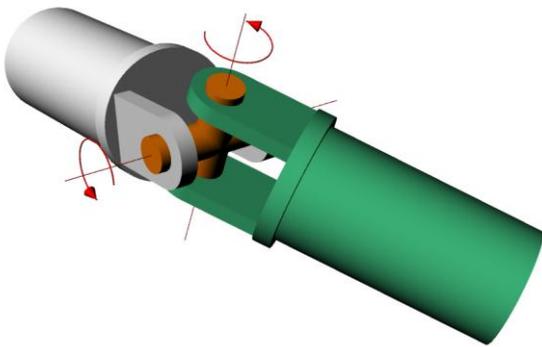
全ての部材が節点でヒンジ接合された内的に安定な立体トラス構造は、部材を適切に減らすことで、不安定なメカニズムとなる。しかし、立体構造物のヒンジ接合は、3軸まわりに回転可能な接合となるため、図 1.12(d)に示すような球形ジョイントを用いたジョイントが必要となるが、製作上の高い精度が求められ、製作コストも高くなる。また、3軸まわりに回転可能なヒンジで接合された骨組構造物は、変位の自由度が大きくなりやすいため、変形の過程で分岐点が現れ、様々な異なる形状へと変化していく可能性がある[23, 24]。川口ら[25]は、ヒンジ接合を多く含み高次不安定となる骨組の大変形過程の経路を、一般逆行列[26]を用いて追跡する手法を提案した。しかし、不安定次数が大きい構造は、様々な形態に変化できる可能性があるものの、形態の制御が難しいという問題があるため、形態可変構造には不安定次数の低いメカニズムを利用することが好ましい。そのためには、回転方向が限定される図 1.12(a), (b)に示すような1軸回転ジョイントが最も望ましく、または少なくとも、図 1.12(c)に示すような2軸回転ジョイントを部分的に有する剛接合骨組が望ましい。本研究では、このような部分的に回転拘束が解放された接合部を有する任意形状の骨組構造物を部分剛接合骨組とよぶ。図 1.13に部分剛接合骨組の例を示す。用語が似ているため紛らわしいが、接合部がある剛性を持った半剛接合骨組とは異なる。

このような剛接合とヒンジ接合が混在した骨組では、剛接合された部材の曲げ剛性を有効に活用できるため、例えば部材が平面的に配置された骨組構造であっても面外荷重支持能力を持たせることが可能となる。図 1.14は、その簡単な例であり、 $X-Y$ 平面内は不安定なメカニズムであるが、 $Z$ 方向は安定構造であり、荷重を支持することができる。接合部が全て3軸回転ジョイントとすると、 $Z$ 方向にも不安定となってしまう。

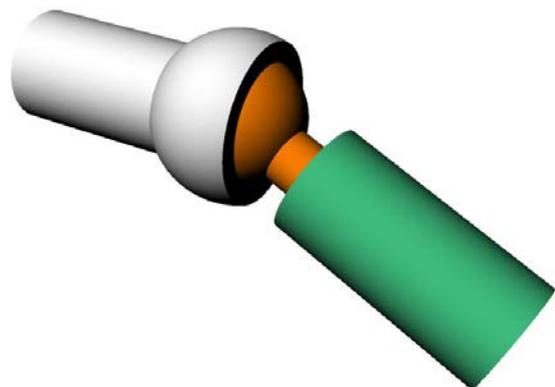


(a)

(b)



(c)



(d)

図 1.12 回転ジョイントの種類

(a) 1 軸回転ジョイント, (b) 部材軸まわり 1 軸回転ジョイント

(c) 2 軸回転ジョイント, (d) 3 軸回転ジョイント

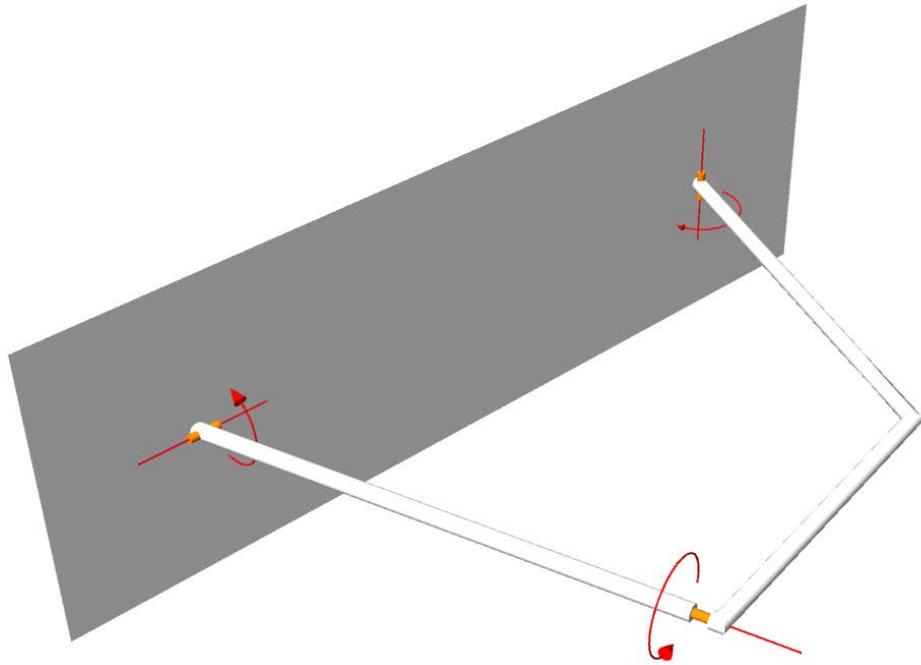


図 1.13 部分剛接合骨組の例  
 (回転軸を示したヒンジ接合以外は，剛接合されている。)

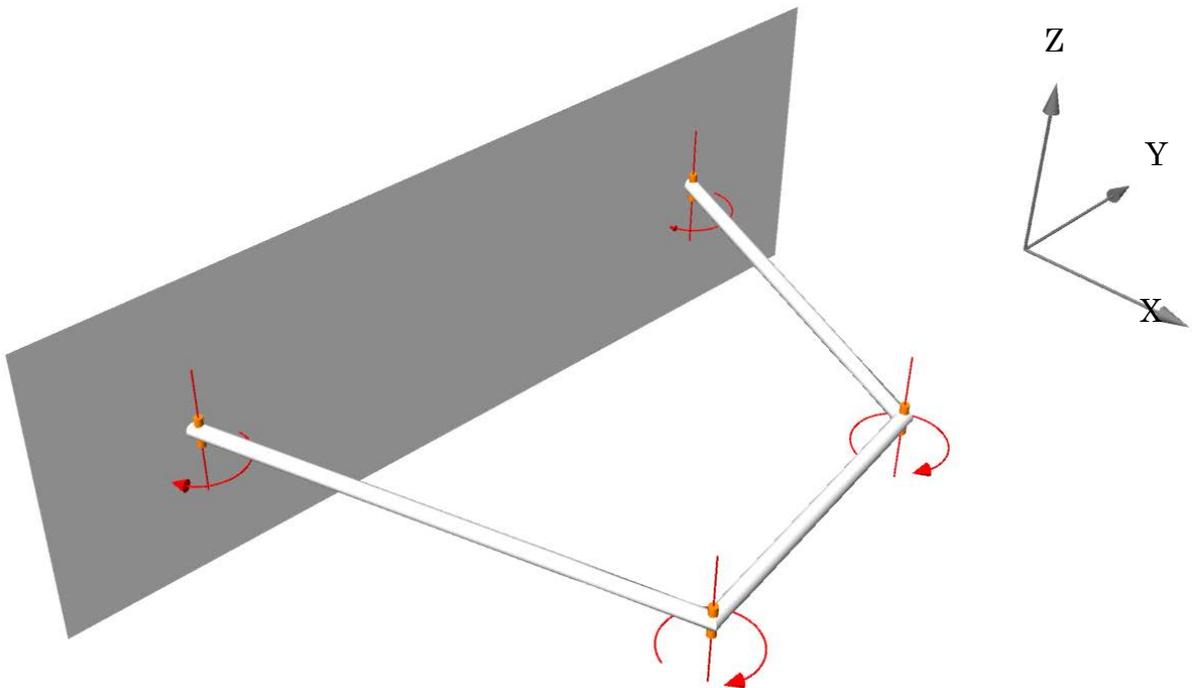


図 1.14 面外荷重支持能力の考え方

リンクメカニズムは、形態変化を目的としない恒久的な形態の構造にも活用することができる。例えば、空間構造物の屋根施工のためには通常多数の足場を設置する必要があるが、地上に近い高さで屋根を施工してリフトアップすることにより、コストや工期上のメリットが得られる。川口によるパンタドーム構法[27, 28]は、ドーム状屋根構造物を対象としたものであり、図 1.15 に示すように、ヒンジ接合部を適切に設けるとともに、一部の部材を施工時は一時的に撤去することで、自由度が 1 の不安定構造物とし、リフトアップ工程をより安全に行える方法である。

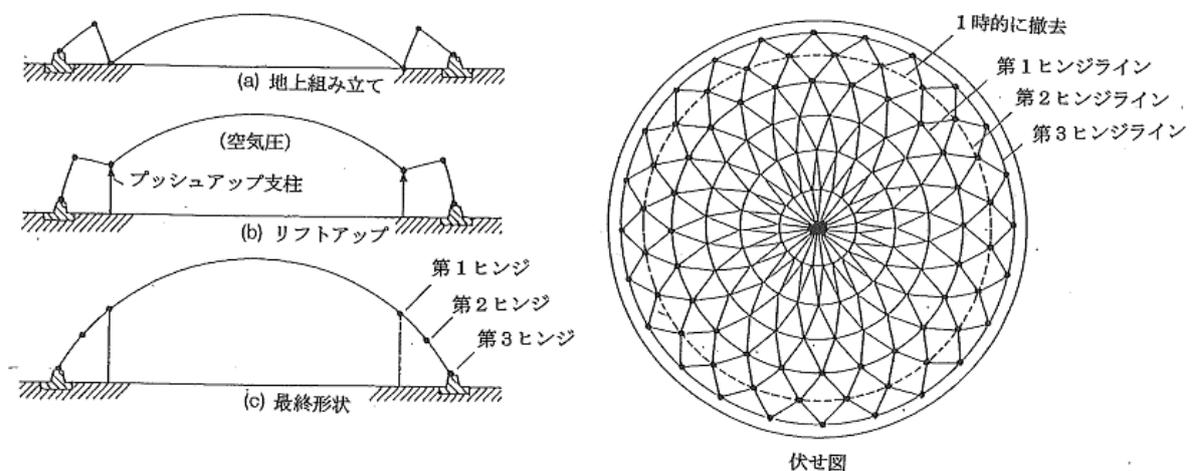


図 1.15 パンタドーム構法 [27]

Ohsaki *et al.* [29]は、六角形格子で構成された骨組の一部の部材端をヒンジ接合とすることで回転拘束を解放し、平面形状骨組から立体曲面形状骨組へと展開する構造の検討を行った。そこでは、さまざまな箇所の回転拘束を解放した場合の不静定次数を、部材数、変位自由度数、解放箇所数から求め、不安定次数は振動方程式の固有値から求める簡便な手法を用いている。しかし、このような手法では厳密に安定性を評価することができず、不安定メカニズムの論理的生成手法とはいえない。

部材が節点でヒンジ接合された骨組の 1 次（微小変形）の安定性は、釣合い行列のランクと変位の自由度から判定することができる [30]。また、Pellegrino [31]は、釣合い行列の特異値分解 [32]により得られる特異ベクトルから、自己釣合い部材力や、部材の伸びをとみなわない変位モードを導出することができることを示した。

以上を背景として，本論文では部分的に回転拘束が解放された接合部を有する任意形状の骨組構造物（部分剛接合骨組）を対象として，釣合い行列に回転拘束解放条件を追加することで拡張した行列のランクおよび特異ベクトルを用いて，1 次の安定性評価とメカニズムを導出する手法を提案する。そして，メカニズムとなるような接合条件を得るために，まず1次（微小変形）の不安定メカニズムとなるような部材接合条件を得る手法として，線形計画問題を定式化する。得られた接合条件を元にして，大変形メカニズムとなるような部材接合条件を，幾何学的非線形解析を用いることで導いていくアルゴリズムを示す。得られたリンクメカニズムに柔な部材を追加することで，コンプライアントメカニズムが得られる。

本論文では次に，リンクメカニズム骨組構造物に，柔な部材を追加したコンプライアントメカニズム構造の特性を，いくつかの事例を通して検討する。追加した柔な部材の変形により，エネルギーが蓄積され，安定点から安定点へとスナップスルー現象を起こして変形するバイステーブルコンプライアントメカニズムによる展開構造の最適設計手法を提案する。また，柔な部材の配置や剛性を変えることによって，全体変形形状や形状変形に必要な入力荷重，水平力に対する剛性を制御できることを示す。さらに，構造物の柔性と自重を有効に利用することで，変形に必要な最大荷重を減らすことができるといった特性について論じる。

土木・建築構造物にリンクメカニズムの可動性を利用する可能性は，上述のような形態変形構造物への適用に限定されるものではなく，地震などによる構造物の振動対策などにも活用されている。トグル制振システム[33]は，重層骨組構造の層間変位により生じる2点間の変位差を増幅してダンパー変形を大きくするために，図 1.16 に示すようなメカニズムを利用している。藤井ら[34]は，制振システムへの適用を目的として，ラーメン構造の変形を拡大するリンクメカニズムを，グランドストラクチャ法を用いて生成する最適化手法を提案した。木下・大崎[35]は，指定した復元経路をたどるコンプライアントメカニズムによる免震デバイス（図 1.17）を提案した。また，図 1.18 に示すような，トグル機構型の変位増幅機構を有する張弦梁制振システム[36]も提案されている。

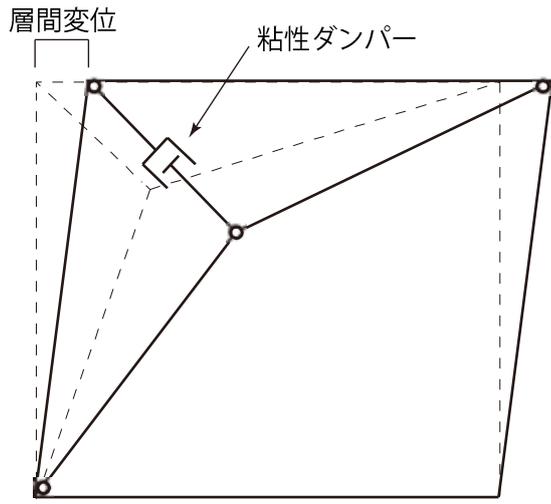


図 1.16 トグル制振システム

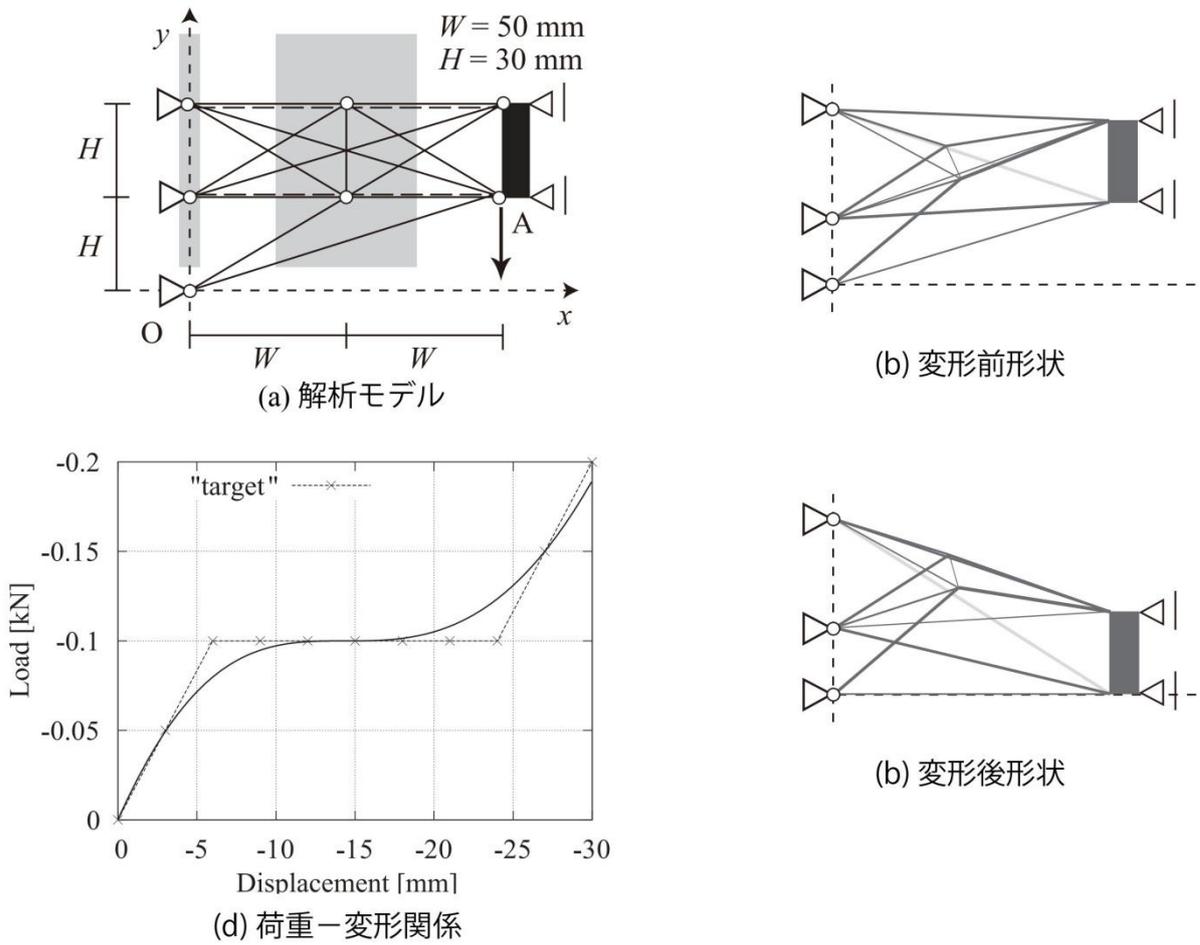


図 1.17 コンプライアントメカニズムによる免震デバイス [35]

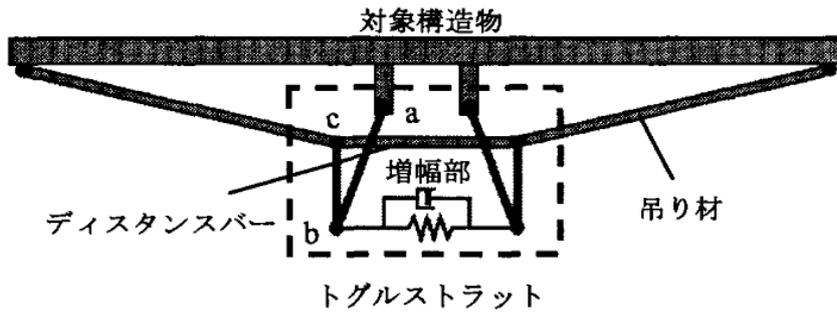


図 1.18 トグル機構による制振システム [36]

本論文では、トグル機構のようなリンクメカニズムではなく、要素の柔性を利用するコンプライアントメカニズムによるシステムで、2方向の振動を低減することが可能なパッシブ型同調マスダンパー (Tuned Mass Damper: TMD) を提案する。提案するマスダンパーは、図 1.19 に示すように、3個のバネで三角形を構成したコンプライアントメカニズムである。バネの変形によってマスの2方向への振動が増幅され構造物の振動が抑制される。また、マスの2方向振動により、振動エネルギーを消費する1個の粘性ダンパーが変形するようなメカニズムでもある。本論文では、このマスダンパーの形状およびバネ剛性を、地震応答解析を繰り返し実行して応答低減率が大きくなるよう最適化する手法を示す。

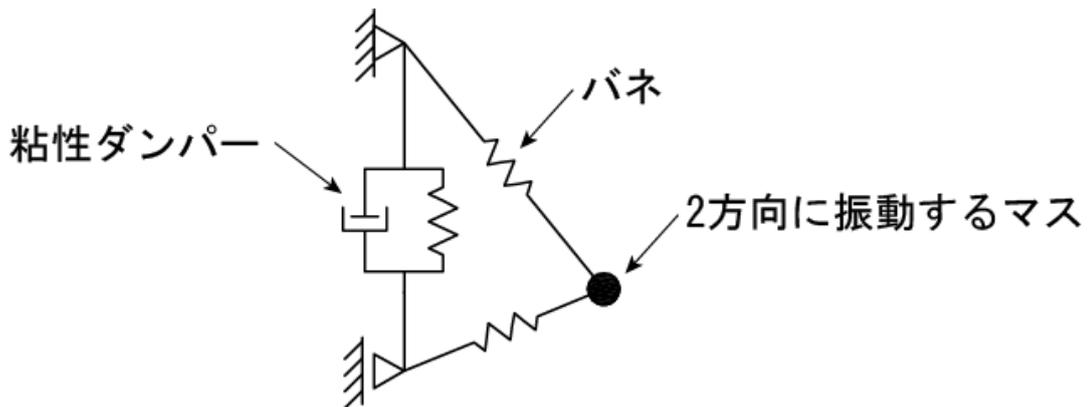


図 1.19 2方向振動制御 TMD

## 1.2 本論の構成

本論文は、第1章「序論」を含めて、全5章により構成されており、第2章以降の概要は、以下のように要約できる。

第2章「部分剛接合骨組の安定性評価とメカニズムの導出」では、部分的に回転拘束を解放できる接合部を有する任意の形状の骨組構造物を対象として、釣合い行列に部材の接合条件を加味した定式化により、微小変形の安定性評価とメカニズムを導出する手法を提案する。また、微小変形の不安定メカニズムとなる部材接合条件を得るために、線形計画問題を定式化する。さらに、不安定次数の低い大変形メカニズムとなるような部材接合条件を、幾何学的非線形解析を用いることで導いていく。得られた大変形リンクメカニズム構造に柔な部材を追加することでコンプライアントメカニズムが得られる例を示す。

第3章「コンプライアントメカニズムによる形態変化構造」では、最適設計手法を用いて、リンクメカニズム構造に柔な部材を追加したバイステーブル・コンプライアントメカニズム構造による形態可変構造を設計する。追加する柔な部材のパラメータを最適化により求めるが、バイステーブル・コンプライアントメカニズムは幾何非線形性があり非線形計画問題で直接解くことはできないため、タブー探索とよばれる発見的手法を用いる。変形形状や必要な入力荷重、水平力に対する剛性は、節点位置や部材剛性を変更することにより制御できることを示す。また、バイステーブルコンプライアントメカニズムの特徴を、不安定なリンクメカニズムと比較し、そのメリットについて考察する。

第4章「コンプライアントメカニズムによる同調型マスダンパー」では、バネで構成されたコンプライアントメカニズムの特性を利用し、2方向に制振性能を有する同調型マスダンパーを提案し、そのパラメータを最適化する。最適化には、複数の地震動波形に対する応答解析を行い、応答低減率が大きくなるような変数を、タブー探索による発見的手法を用いる。水平動と上下動で2方向に振動する空間構造物に、提案するダンパーを適用した場合の制御効果について考察する。

第5章「結論」では、前章までに得られた事項を要約し、本研究の総括的な結論を述べる。

### 1.3 発表論文・研究発表リスト

#### 発表論文

1. 津田勢太, 大崎 純: 空間構造物の 2 方向応答制御のためのコンプライアントメカニズムで構成されたマスダンパーのパラメータ最適化, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 77, No. 673, pp. 379–388, 2012.3
2. 津田勢太, 大崎 純, 菊川翔平, 寒野善博: 部分剛接合骨組の安定性評価とメカニズムの解析, 日本建築学会構造系論文集, Vol. 78, No. 686, pp. 791–798, 2013.4
3. M. Ohsaki, S. Tsuda, H. Watanabe: Optimization of retractable structures utilizing bistable compliant mechanism, *Engineering Structures*, 2013.11 (発行予定)

#### 国際会議

1. S. Tsuda, M.Ohsaki: Bi-directional seismic vibration control of spatial structures using passive mass damper consisting of compliant mechanism, *Proc. IASS-APCS Symposium 2012, Seoul, Paper No. 109 (CD-ROM)*, 2012.5.
2. M. Ohsaki, Y. Kanno, S. Tsuda: Linear programming approach to design of link mechanisms of partially rigid frames, *Proc. 10th World Congress of Structural and Multidisciplinary Optimization (WCSMO-10), Orlando, Paper No. 5137*, 2013.5.
3. S. Tsuda, M. Ohsaki, Y. Kanno: Analysis and Design of Deployable Frames with Partially Rigid Connections, *IASS symposium 2013, Wroclaw*, 2013.9 (発表予定)

## 研究発表（国内会議）

1. 津田勢太, 大崎 純: 2 方向制振性能を有するマスダンパーの最適設計, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (関東), B-1, 構造 I, pp. 671–672, 2011.8.
2. 津田勢太, 大崎 純: 発見的手法による 2 方向可動マスダンパーの最適設計 – 空間構造物の地震応答制御 –, 日本建築学会第 34 回情報・システム・利用・技術シンポジウム, pp. 131–134, 2011.12.
3. 津田勢太, 大崎 純, 菊川翔平, 寒野善博: 部分剛接骨組の安定性評価とメカニズムの解析 (その 1: 釣合い行列の定式化と直交格子の解析), 日本建築学会大会学術講演梗概集 (東海), B-1, 構造 I, pp. 809–810, 2012.9.
4. 菊川翔平, 大崎 純, 津田勢太, 寒野善博: 部分剛接骨組の安定性評価とメカニズムの解析 (その 2: 極限解析によるメカニズムの導出と六角形格子の解析), 日本建築学会大会学術講演梗概集 (東海), B-1, 構造 I, pp. 811–812, 2012.9.
5. 大崎 純, 津田勢太, 渡邊秀和: コンプライアントメカニズムを用いた形態変化構造の最適化, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (東海), B-1, 構造 I, pp. 813–814, 2012.9.
6. 菊川翔平, 大崎 純, 津田勢太, 寒野善博: 部分的にモーメントを解放したリンク機構の解析と設計法, 日本機械学会第 22 回設計工学・システム部会講演会, pp. 955–961, 2012.9.
7. 菊川翔平, 大崎 純, 津田勢太, 寒野善博: 部分剛接骨組による形態変化機構の解析と設計法, 日本建築学会コロキウム構造形態の解析と創生 2012, pp. 143–148, 2012.11.
8. 杉山暢方, 大崎 純, 津田勢太: 空間構造物の複数方向応答制御のためのマスダンパーのパラメータ最適化, 2012 年度日本建築学会中国支部研究報告集, 第 36 巻 (CD-ROM), Paper No. 202, 2013.3.
9. 大崎 純, 寒野善博, 津田勢太: 展開構造のためのメカニズムの線形計画法による生成法 (その 1: 基礎式の導出), 日本建築学会大会学術講演梗概集 (北海道), B-1, 構造 I, 2013.9 (発表予定)

10. 津田勢太, 大崎 純, 寒野善博: 形態変化機構の設計のための線形最適化手法 (その2: メカニズム導出), 日本建築学会大会学術講演梗概集(北海道), B-1, 構造 I, 2013.9 (発表予定)
11. 杉山暢方, 大崎 純, 津田勢太: 空間構造物の 3 方向応答制御のための非線形マスタンパーのパラメータ最適化, 日本建築学会大会学術講演梗概集(北海道), B-1, 構造 I, 2013.9 (発表予定)

#### 学位論文と関連しない論文・研究発表

1. S. Morooka, S. Tsuda and M. Ohsaki: Seismic performance evaluation of school gymnasium using static analysis, J. Korean Assoc. Spatial Struct., Vol. 9(4), pp. 49–59, 2009.
2. 津田勢太, 諸岡繁洋, 大崎 純: 学校体育館の耐震性能検証例, 日本建築学会大会学術講演梗概集(中国), B-1, pp. 873–874, 2008.

## 1 章の参考文献

- [1] 伊藤 茂：メカニズムの事典，理工学社，1983.
- [2] 日本機械学会編：機構学 機械の仕組みと運動，丸善，2007.
- [3] A. S. K. Kwan, S. Pellegrino: Matrix formulation of macro-elements for deployable structures, *Computers & Structures*, Vol. 50, No. 2, pp. 237–254, 1994.
- [4] 近藤慎輔，川口健一：シザース型展開構造の単層ラチスドームへの適用に関する研究，*生産研究*，52 卷 4 号，pp. 23–26, 2000.
- [5] C. Hoberman: Radial expansion/retraction truss structures, U.S. Pat. 5,024,031, 1991.
- [6] Z. You, S. Pellegrino: Foldable bar structures, *Int. J. Solids Structures*, Vol. 34, No. 15, pp.1825–1847, 1997.
- [7] Hoberman Associates: Inc., <http://www.hoberman.com/history.html>, 2013.4.参照
- [8] 曾根朋久，川口健一，大矢俊治：リユース可能な展開型アーチ構造の改良とその展開挙動に関する実験研究，*日本建築学会大会学術講演梗概集（北陸）*，B-1，構造 I，pp. 817–818, 2010.
- [9] A. Senba, H. Furuya: Optimal configuration for the self-identification of a two-dimensional variable geometry truss, *Struct. Multidisc. Optim.* 40, pp. 453–465. 2010.
- [10] F. Inoue: Development of Adaptive Construction Structure by Variable Geometry Truss, *Proceeding of 23th International Symposium on Automation and Robotics in Construction*, pp. 704–709, Tokyo, 2006.
- [11] Heatherwick Studio, <http://www.heatherwick.com/rolling-bridge/>, 2013.4.参照

- [12] Y. Akgün, C. J. Gantes, W. Sobek, K. Korkmaz, K. Kalochairetis, A novel adaptive spatial scissor-hinge structural mechanism for convertible roofs, *Eng. Struct.* 33, pp. 1365–1376. 2011.
- [13] Y. Akgün, C. J. Gantes, K. E. Kalochairetis, G. Kiper, A novel concept of convertible roofs with high transformability consisting of planar scissor-hinge structures, *Eng. Struct.* 32 pp. 2873–2883. 2010.
- [14] L. L. Howell, *Compliant Mechanisms*, Wiley, 2001.
- [15] T. E. Bruns, D. A. Tortorelli: Topology optimization of non-linear structures and compliant mechanisms, *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* 190, pp. 3443–3459. 2001.
- [16] C. J. Gantes, J. J. Connor, R. D. Logcher, Y. Rosenfield: Structural analysis and design of deployable structures, *Comput. Struct.* 32 pp. 661–669. 1989.
- [17] C. J. Gantes, E. Konitopoulou: Geometric design of arbitrary curved bi-stable deployable arches with discrete joint size, *Int. J. Solids Struct.* 41, pp. 5517–5540. 2004.
- [18] 高塚真央, 大森博司: 新しい展開型構造物の提案とその理論解析, 日本建築学会構造系論文集, 第 654 号, pp. 1567–1576, 2010.8.
- [19] J. Prasad, A. R. Diaz: Synthesis of bistable periodic structures using topology optimization and a genetic algorithm, *J. Mech. Des.*, Vol. 128, pp. 1298–1306, 2006.
- [20] M. Ohsaki, S. Nishiwaki: Shape design of pin-jointed multistable compliant mechanism using snapthrough behavior, *Struct. Opt.* 30, pp. 327–334. 2005.
- [21] M. Ohsaki, T. Nakajima, J. Fujiwara, F. Takeda: Configuration optimization of clamping members of frame-supported membrane structures, *Eng. Struct.* 33, pp. 3620–3627. 2011.

- [22] D. S. Ramrakhyami, M. I. Frecker, G. A. Lesieutre: Hinged beam elements for the topology design of compliant mechanisms using the ground structure approach, *Struct. Multidisc. Optim.* 37 pp. 557–567. 2009.
- [23] 細野 透：弧長法による弾性座屈問題の解析（その 1）座屈点に於ける増分解の性質，日本建築学会論文報告集，第 242 号，pp. 41–50, 1976.
- [24] 細野 透：弧長法による弾性座屈問題の解析（その 2）数値解析方法としての弧長法，日本建築学会論文報告集，第 243 号，pp. 21–31, 1976.
- [25] 川口健一，那花謙二，半谷裕彦：骨組み構造の畳み込み解析，日本建築学会構造系論文集，第 498 号，pp. 99–104, 1997.8.
- [26] 川口健一：一般逆行列と構造工学への応用，コロナ社，2011.
- [27] 川口 衛：構造と感性－Ⅲ つくり方をデザインする，法政大学建築学科同窓会，2008.
- [28] 日本建築学会編：ドーム構造の技術レビュー 事例をとおして最新構造設計技術をみる，丸善，2004.12.
- [29] M. Ohsaki, N. Ashiya, S. Matsumoto and S. Fujita: Stability of latticed shell with uniform-length hexagonal grid, Paper No. P-0221, Proc. IABSE-IASS Symposium, London, 2011.
- [30] S. Pellegrino, C. R. Calladine: Matrix analysis of statically and kinematically indeterminate frameworks, *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 22, No. 4, pp. 409–428, 1986.
- [31] S. Pellegrino: Structural computations with the singular value decomposition of the equilibrium matrix, *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 30, No. 21, pp. 3025–3035, 1993.
- [32] 柳井晴夫，竹内 啓：射影行列・一般逆行列・特異値分解，東京大学出版会，1983.
- [33] 石丸辰治：応答性能に基づく「耐震設計」入門，彰国社，2004.

- [34] 藤井大地, 原田卓哉, 平田裕一: 骨組の位相最適化手法を用いたリンク機構の創生, 日本建築学会構造系論文集, 第 597 号, pp. 63–68, 2005.
- [35] T. Kinoshita, M. Ohsaki, T. Nakajima: Topology optimization of compliant mechanisms for vertical seismic isolation of spatial structures, J. Int. Assoc. for Shell and Spatial Struct., Vol. 50(2), pp. 89–96, 2009.
- [36] 山口 潤, 石丸辰治, 石垣秀典, 奏 一平, 古橋 剛, 藤田和典: トグル・ストラット・ストリング・システム (TSSS) に関する基礎的研究, 日本建築学会大会 (北海道), B-2, 構造 II, pp. 257–258, 2004.



## 2 章

### 部分剛接合骨組の安定性評価と

### メカニズム導出

## 2.1 はじめに

本章では、部分的に回転拘束を解放したヒンジ接合とすることができる任意の形状の骨組構造物（部分剛接合骨組）を対象として、釣合い行列に部材の接合条件を加味した行列の特異値分解により、微小変形の安定性評価とメカニズムを導出する手法を提案する。また、線形計画問題（塑性極限解析）および幾何学的非線形解析を用いることで不安定次数の低い大変形メカニズムとなるような部材接合条件を導いていくアルゴリズムを示す。得られた大変形メカニズム構造を利用し、柔な部材を追加することでコンプライアントメカニズムが得られる例を示す。

## 2.2 骨組の安定性評価

### 2.2.1 剛接合骨組の釣合い式と安定性評価

骨組の釣合い行列のランクおよび特異値分解によって、安定性を評価し、不安定メカニズムと自己釣合い部材力を導出する手法は、Pellegrino[1]により提案されている。部分剛接合骨組を対象とした本研究の提案式は、その手法を拡張したものである。本項では、部材が節点で剛接合された骨組の釣合い式の導き方、および、そのランクと特異値分解によって不安定メカニズムおよび自己釣合い部材力を導出する手法についてまとめる。

節点  $i, j$  を剛接合で接続する部材の番号を  $k$  とする。部材座標軸は図 2.1 に示すように、節点  $i$  から  $j$  に向かう軸を  $x$  軸、全体座標系の  $XY$  平面に平行で  $x$  軸に直交する方向を  $y$  軸、 $x$  軸と  $y$  軸に直交な方向を  $z$  軸とする。部材長は  $L^k$  とする。

図 2.2 に示すように、部材  $k$  の軸力を  $N^k$ 、 $x$  軸まわりのねじりモーメントを  $T^k$ 、 $i$  端、 $j$  端の  $y$  軸および  $z$  軸まわりの曲げモーメントを  $M_{yi}^k, M_{zi}^k, M_{yj}^k, M_{zj}^k$  で表し、部材  $k$  の部材力ベクトルを

$$\mathbf{F}^k = [N^k, T^k, M_{yi}^k, M_{zi}^k, M_{yj}^k, M_{zj}^k]^T \quad (2.1)$$

とする。以降、記号  $\mathbf{T}$  はベクトルまたは行列の転置を表すこととする。図 2.3 に示すような部材  $k$  の  $i$  端、 $j$  端の材端力を、

$$\mathbf{V}_i^k = [N_i^k, Q_{yi}^k, Q_{zi}^k, T_i^k, M_{yi}^k, M_{zi}^k]^T \quad (2.2a)$$

$$\mathbf{V}_j^k = [N_j^k, Q_{yj}^k, Q_{zj}^k, T_j^k, M_{yj}^k, M_{zj}^k]^T \quad (2.2b)$$

とすると,

$$\mathbf{V}_i^k = \mathbf{G}_i^k \mathbf{F}^k \quad (2.3a)$$

$$\mathbf{V}_j^k = \mathbf{G}_j^k \mathbf{F}^k \quad (2.3b)$$

と表すことができる。ここで,

$$\mathbf{G}_i^k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/L^k & 0 & 1/L^k \\ 0 & 0 & 1/L^k & 0 & 1/L^k & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.4a)$$

$$\mathbf{G}_j^k = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1/L^k & 0 & 1/L^k \\ 0 & 0 & 1/L^k & 0 & 1/L^k & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4b)$$

である。

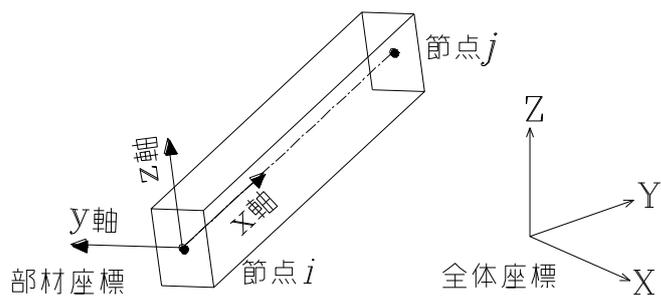


図 2.1 部材座標の定義

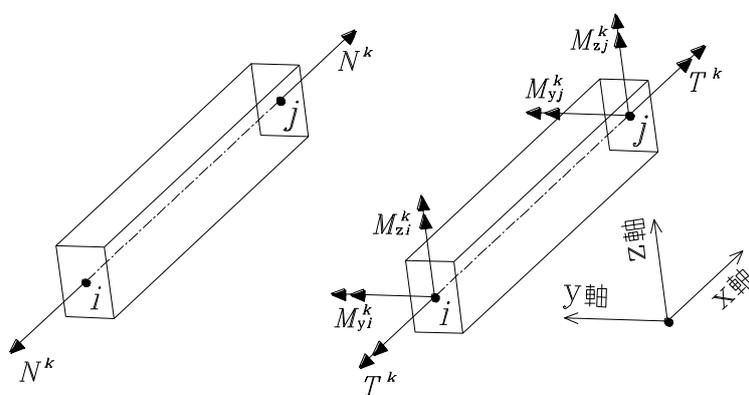


図 2.2 部材力ベクトル

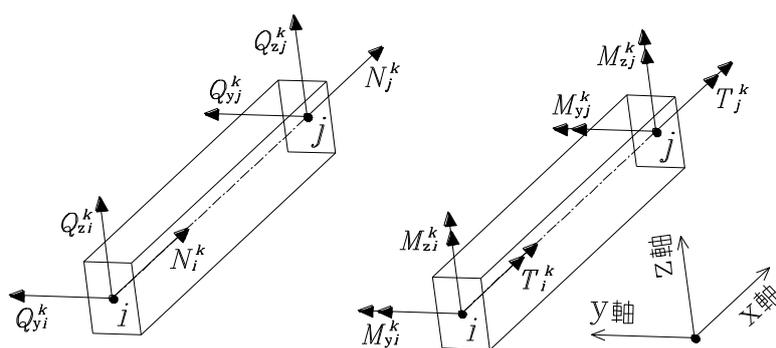


図 2.3 材端力

また，部材  $k$  の  $i$  端， $j$  端の材端力の全体座標系成分を，

$$\mathbf{W}_i^k = [f_{x_i}^k, f_{y_i}^k, f_{z_i}^k, m_{x_i}^k, m_{y_i}^k, m_{z_i}^k]^T \quad (2.5a)$$

$$\mathbf{W}_j^k = [f_{x_j}^k, f_{y_j}^k, f_{z_j}^k, m_{x_j}^k, m_{y_j}^k, m_{z_j}^k]^T \quad (2.5b)$$

とすると，

$$\mathbf{W}_i^k = \mathbf{T}^k \mathbf{V}_i^k \quad (2.6a)$$

$$\mathbf{W}_j^k = \mathbf{T}^k \mathbf{V}_j^k \quad (2.6b)$$

$$\mathbf{T}^k = \begin{bmatrix} \mathbf{Z} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{Z} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{Z} = \begin{bmatrix} x & y & z \\ x & y & z \\ x & y & z \end{bmatrix} \quad (2.7)$$

である。ここで， $(x, x, x)$ ， $(y, y, y)$ ， $(z, z, z)$ は，それぞれ，部材座標  $x$  軸， $y$  軸， $z$  軸の全体座標  $X$  軸， $Y$  軸， $Z$  軸への方向余弦である。式(2.3)，(2.6)より，

$$\mathbf{W}_i^k = \mathbf{T}^k \mathbf{G}_i^k \mathbf{F}^k \quad (2.8a)$$

$$\mathbf{W}_j^k = \mathbf{T}^k \mathbf{G}_j^k \mathbf{F}^k \quad (2.8b)$$

が得られる。

節点  $i$  に接続する部材の集合を  $I$  とする。節点  $i$  に作用する全体座標系方向の 6 成分の外力ベクトルを  $\mathbf{P}_i$  とすると，節点  $i$  での力の釣合いは，

$$\mathbf{P}_i - \sum_{k \in I} \mathbf{W}_i^k = \mathbf{0} \quad (2.9)$$

である。全ての節点について式(2.8)，(2.9)による力の釣合い式をたて，固定された自由度の行を削除することで，構造物全体の釣合い式が以下のように表現できる。

$$\mathbf{C} \mathbf{F} = \mathbf{P} \quad (2.10)$$

ここで， $\mathbf{F}$  は全部材の部材力を並べたベクトル， $\mathbf{P}$  は全ての節点のうち拘束されていない自由度に対応する外力ベクトルである。 $\mathbf{C}$  は釣合い行列と呼ばれ， $n$  行  $m$  列 ( $n$ : 節点変位自由度数， $m$ : 全部材の部材力数 = 部材数  $\times$  6) である。

一方，全ての節点のうち拘束されていない自由度の変位を並べたベクトルを  $\mathbf{U}$ ，全部材の部材力に対応する変形量を並べたベクトルを  $\mathbf{d}$  とすると，

$$\mathbf{D} \mathbf{U} = \mathbf{d} \quad (2.11)$$

と表すことができる。 $\mathbf{D}$  は適合条件行列と呼ばれ， $m$  行  $n$  列である。外力  $\mathbf{P}$

が作用し，部材力  $\mathbf{F}$  が生じている骨組に，仮想変位  $\mathbf{U}$  および部材の仮想変形  $\mathbf{d}$  による仮想仕事式をたてる。外力仕事と内力仕事を等値すると，

$$\mathbf{F}^T \mathbf{d} = \mathbf{P}^T \mathbf{U} \quad (2.12)$$

であり，式(2.11)より，

$$\mathbf{F}^T \mathbf{D} \mathbf{U} = \mathbf{P}^T \mathbf{U} \quad (2.13)$$

となる。 $\mathbf{U}$  は任意の変位であるので，

$$\mathbf{D}^T \mathbf{F} = \mathbf{P} \quad (2.14)$$

が導かれる。したがって，式(2.10)，(2.14)より，適合条件行列  $\mathbf{D}$  は，釣合い行列  $\mathbf{C}$  の転置行列であること，つまり，

$$\mathbf{D} = \mathbf{C}^T \quad (2.15)$$

が成り立つことが導かれる。

行列  $\mathbf{C}$  のランクを  $r_1$  とする。 $r_1$  は，1以上， $n$  と  $m$  の小さい方の値以下である。任意の長方形行列は特異値分解[2]することができ，行列  $\mathbf{C}$  を特異値分解することで，下記のように表される。

$$\mathbf{C} = \mathbf{S} \mathbf{R}^T \quad (2.16)$$

ここで， $\mathbf{R}$  は右特異ベクトルを並べた  $m \times m$  の正方行列， $\mathbf{S}$  は左特異ベクトルを並べた  $n \times n$  の正方行列， $\mathbf{R}$  は最初の  $r_1$  個（行列  $\mathbf{C}$  のランク）の対角成分が非ゼロの特異値で，他は 0 であるような  $n \times m$  の長方形行列である。 $\mathbf{R}$ ， $\mathbf{S}$  は直交行列であり， $\mathbf{R}^T \mathbf{R}$  と  $\mathbf{S}^T \mathbf{S}$  は単位行列となるので，式(2.16)の両辺に右から  $\mathbf{R}$  を乗じることで，

$$\mathbf{C} \mathbf{R} = \mathbf{S} \quad (2.17)$$

が得られ，左から  $\mathbf{S}^T$  を乗じて両辺の転置をとることで，

$$\mathbf{C}^T \mathbf{S} = \mathbf{R}^T \quad (2.18)$$

が得られる。

以下の説明を明確にするために，図 2.4 に，式(2.16)，(2.17)，(2.18)の行列を成分表示して図解する。式(2.17)および，それを図示した図 2.4(b)より， $r_1 < m$  の場合には式(2.19)を満たすような  $m - r_1$  個の右特異ベクトル  $\mathbf{R}_i$  ( $i = r_1 + 1, \dots, m$ ) が得られる。

$$\mathbf{C} \mathbf{R}_i = \mathbf{0} \quad (2.19)$$

また，式(2.18)および図 2.4(c)より， $r_1 < n$  の場合には式(2.20)を満たすような  $n - r_1$  個の左特異ベクトル  $\mathbf{S}_j$  ( $j = r_1 + 1, \dots, n$ ) が得られる。

$$\mathbf{C}^T \mathbf{S}_j = \mathbf{0} \quad (2.20)$$

式(2.10), (2.19)より,  $\mathbf{R}_i$ は外力がない状態 ( $\mathbf{P} = \mathbf{0}$ ) で存在する非ゼロの自己釣り合い部材力モードであり,  $m - r_1$ は不静定次数である。また式(2.11), (2.15), (2.20)より,  $\mathbf{S}_j$ は部材が変形することのない状態 ( $\mathbf{d} = \mathbf{0}$ ) で存在する非ゼロの変位モードであり,  $n - r_1$ は不安定次数である。

$$\begin{matrix} & m \\ n & \mathbf{C} \end{matrix} = \begin{matrix} & r_1 & n-r_1 \\ n & \mathbf{S}_1 \cdots \mathbf{S}_{r_1} \cdots \mathbf{S}_n \end{matrix} \begin{matrix} & r_1 & m-r_1 \\ r_1 & \Omega_1 & & \\ & \ddots & & \\ & & 0 & \\ n-r_1 & 0 & & 0 \end{matrix} \begin{matrix} & m \\ r_1 & \mathbf{R}_1^T \\ & \vdots \\ & \mathbf{R}_{r_1}^T \\ m-r_1 & \vdots \\ & \mathbf{R}_m^T \end{matrix}$$

(a)

$$\begin{matrix} & m \\ n & \mathbf{C} \end{matrix} = \begin{matrix} & r_1 & m-r_1 \\ m & \mathbf{R}_1^T \cdots \mathbf{R}_{r_1}^T \cdots \mathbf{R}_m^T \end{matrix} \begin{matrix} & r_1 & n-r_1 \\ r_1 & \Omega_1 & & \\ & \ddots & & \\ & & 0 & \\ n-r_1 & 0 & & 0 \end{matrix} \begin{matrix} & n \\ n & \mathbf{S}_1 \cdots \mathbf{S}_{r_1} \cdots \mathbf{S}_n \end{matrix}$$

(b)

$$\begin{matrix} & n \\ m & \mathbf{C}^T \end{matrix} = \begin{matrix} & r_1 & n-r_1 \\ n & \mathbf{S}_1 \cdots \mathbf{S}_{r_1} \cdots \mathbf{S}_n \end{matrix} \begin{matrix} & r_1 & m-r_1 \\ r_1 & \Omega_1 & & \\ & \ddots & & \\ & & 0 & \\ m-r_1 & 0 & & 0 \end{matrix} \begin{matrix} & m \\ m & \mathbf{R}_1^T \cdots \mathbf{R}_{r_1}^T \cdots \mathbf{R}_m^T \end{matrix}$$

(c)

図 2.4 釣り合い行列  $\mathbf{C}$  の特異値分解の行列成分図解

(a) 式(2.16), (b) 式(2.17), (c) 式(2.18)

行列  $\mathbf{C}$  のランクを  $r_1$ , 左特異ベクトルを  $\mathbf{S}_1 \sim \mathbf{S}_n$ , 右特異ベクトルを  $\mathbf{R}_1 \sim \mathbf{R}_m$ , 非零の特異値を  $\Omega_1 \sim \Omega_{r_1}$  とした場合。行列を示す長方形の左および上の記号は, 行数および列数を示す。

なお、本章の定式化においては、部材の反りねじりによる変形は考慮していない。円形断面以外の断面を用いる場合、厳密には反りねじりの影響を考慮する必要があるが、本章の目的は部材力が発生しないメカニズムを導出することであり、最終的に得られるメカニズムにおいては、反りねじりは発生しない。したがって、反りねじりによる変形は定式化においては無視している。

### 2.2.2 部分剛接合骨組の安定性評価

本項では、部材端が節点に剛接合された骨組の一部の部材端接合を、曲げモーメント、あるいは、ねじりモーメント（以降、簡単のため、これらを曲げモーメントと記す）を伝達しないヒンジ接合として回転拘束を解放した部分剛接合骨組を対象を広げ、その安定性評価および自己釣合い部材力、不安定メカニズムを求める手法について示す。前項で示した定式化において、部材ごとに部材端接合条件を考慮して式(2.4)の  $\mathbf{G}_i^k$ ,  $\mathbf{G}_j^k$  を作成することで、骨組全体の釣合い行列  $\mathbf{C}$  を作成することも可能であるが、ここでは、すべての部材が剛接合された骨組の釣合い行列  $\mathbf{C}$  を作成し、これに回転拘束の解放条件を制約条件として追加する手法を定式化する。なお、本項では一般的な定式化について示し、行列成分の具体的な表現については、2.2.3 項で簡単な例を通して示すこととする。

一般に、部材端の曲げモーメントの指定条件をまとめて行列にすると、次式のように表現することができる。

$$\mathbf{H}\mathbf{F} = \mathbf{M} \quad (2.21)$$

ここで、 $\mathbf{M}$  は部材端曲げモーメント指定値を並べてできるベクトルであり、回転拘束を解放するヒンジ接合とし、かつ、外力モーメントがこのヒンジ接合に作用しない場合、 $\mathbf{M}$  の全ての成分は 0 である。また、行列  $\mathbf{H}$  は、部材端曲げモーメントの値を指定する成分が 1、それ以外が 0 の行ベクトルを並べた行列であり、回転拘束の解放箇所の総数を  $h$  とすると、 $h$  行  $m$  列である。行列  $\mathbf{H}$  を解放条件行列とよぶこととする。

式(2.10), (2.21)より、部材力ベクトル  $\mathbf{F}$  が満たすべき条件は、以下のよう  
にまとめることができる。

$$\mathbf{B}\mathbf{F} = \begin{bmatrix} \mathbf{P} \\ \mathbf{M} \end{bmatrix} \quad (2.22)$$

ここで,

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{H} \end{bmatrix} \quad (2.23)$$

である。以降, 行列  $\mathbf{B}$  を拡張釣合い行列とよぶ。2.2.1 項と同様にして, 行列  $\mathbf{B}$  の特異値分解を行う。 $\mathbf{B}$  のランクを  $r_2$  とすると,  $r_2 < m$  の場合には式(2.24)を満たすような  $m - r_2$  個の右特異ベクトル  $\mathbf{R}_i (i = r_2 + 1, \dots, m)$  が得られ,  $r_2 < n + h$  の場合には式(2.25)を満たすような  $n + h - r_2$  個の左特異ベクトル  $\mathbf{S}_j (j = r_2 + 1, \dots, n + h)$  が得られる。

$$\mathbf{B} \mathbf{R}_i = \mathbf{0} \quad (2.24)$$

$$\mathbf{B}^T \mathbf{S}_j = \mathbf{0} \quad (2.25)$$

式(2.22), (2.24)より, 右特異ベクトル  $\mathbf{R}_i$  は, 外力  $\mathbf{P}$  および  $\mathbf{M}$  の全ての成分が 0 の状態で存在する非ゼロの自己釣合い部材力モードであり,  $m - r_2$  は不静定次数である。

次に, 左特異ベクトル  $\mathbf{S}_j$  について考察する。指定する部材端モーメントに対応するヒンジ回転角を  $\boldsymbol{\theta}$  とする。部材力に対応する部材変形ベクトル  $\mathbf{d}$  が, 次式で表されるものとする。

$$\mathbf{d} = \mathbf{D} \mathbf{U} + \mathbf{G} \boldsymbol{\theta} \quad (2.26)$$

外力  $\mathbf{P}$  および, 部材のヒンジ端に外力モーメント  $\mathbf{M}$  が作用することで, 部材力  $\mathbf{F}$  が生じている骨組に, 仮想変位  $\mathbf{U}$  およびヒンジ接合の節点からの仮想回転角  $\boldsymbol{\theta}$ , 部材の仮想変形  $\mathbf{d}$  による仮想仕事式をたてる。外力仕事と内力仕事を等値すると, 式(2.26)より,

$$\mathbf{F}^T (\mathbf{D} \mathbf{U} + \mathbf{G} \boldsymbol{\theta}) = \mathbf{P}^T \mathbf{U} + \mathbf{M}^T \boldsymbol{\theta} \quad (2.27)$$

となる。ここで,  $\mathbf{U}$  と  $\boldsymbol{\theta}$  を独立な仮想変位と考えることにより,

$$\mathbf{D}^T \mathbf{F} = \mathbf{P} \quad (2.28)$$

$$\mathbf{G}^T \mathbf{F} = \mathbf{M} \quad (2.29)$$

が得られる。したがって, 式(2.10), (2.21), (2.28), (2.29)より,

$$\mathbf{D} = \mathbf{C}^T \quad (2.30)$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{H}^T \quad (2.31)$$

となる。左特異ベクトル  $\mathbf{S}_j$  の行列  $\mathbf{C}, \mathbf{H}$  に対応する成分をそれぞれ  $\mathbf{S}_j^C, \mathbf{S}_j^H$  とすると, 式(2.25)は, 式(2.30), (2.31)より,

$$\mathbf{D} \mathbf{S}_j^C + \mathbf{G} \mathbf{S}_j^H = \mathbf{0} \quad (2.32)$$

となり, 式(2.26), (2.32)より,  $\mathbf{S}_j$  は  $\mathbf{d} = \mathbf{0}$  を満たす。したがって, 式(2.25)

を満たす左特異ベクトル  $\mathbf{S}_j$  は、部材が変形することのない非ゼロの変位モードである。また、 $n+h-r_2$  は不安定次数（メカニズムの数）である。

ここまでの説明において、解放条件行列  $\mathbf{H}$  は、解放する部材軸（ $x$  軸， $y$  軸， $z$  軸のいずれか）まわりのモーメントに対応する成分を 1 としたが、ヒンジの方向は部材軸まわりに限らず任意に設定することができる。例として、部材  $k$  の  $i$  端で、図 2.5 に示すベクトル  $\mathbf{f}_i^k = [f_{yi}^k, f_{zi}^k]$  を回転軸ベクトルとする 1 軸ヒンジを考える。 $\mathbf{f}_i^k$  のノルムは 1 とする。部材端モーメントベクトルを

$\mathbf{M}_{yzi}^k = [M_{yi}^k, M_{zi}^k]^T$  とすると、 $\mathbf{M}_{yzi}^k$  の  $\mathbf{f}_i^k$  方向成分は 0 であるので、 $\mathbf{f}_i^k$  まわりの

回転拘束の解放条件は以下のように表される。

$$\mathbf{f}_i^k \mathbf{M}_{yzi}^k = 0 \quad (2.33)$$

したがって、解放条件行列  $\mathbf{H}$  の  $M_{yi}^k$ ， $M_{zi}^k$  に対応する成分を  $f_{yi}^k$ ， $f_{zi}^k$  とすることで、 $\mathbf{f}_i^k$  軸まわりの回転拘束の解放条件を定式化することができる。前述したように、各部材軸まわりのヒンジ条件だけであれば、釣合い行列  $\mathbf{C}$  を作成するときに定式化することができるが、任意の回転軸を有するヒンジ条件の考慮は困難であり、本手法による定式化が有効である。

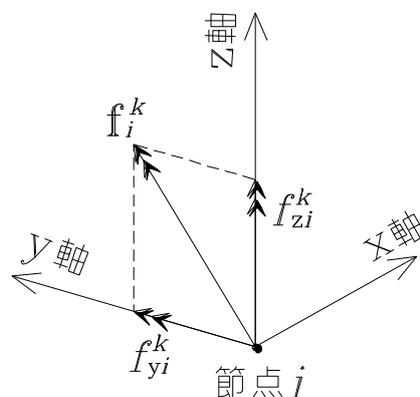


図 2.5 任意の回転軸  $\mathbf{f}_i^k$  まわりのヒンジ接合

### 2.2.3 2次元梁要素の簡易な例

図 2.6 に示す、変形前に  $X$  軸と平行な 2 次元の梁要素について、釣合い行列  $\mathbf{C}$ ，解放条件行列  $\mathbf{H}$  と部材変形ベクトル  $\mathbf{d}$  の関係について具体的に示す。

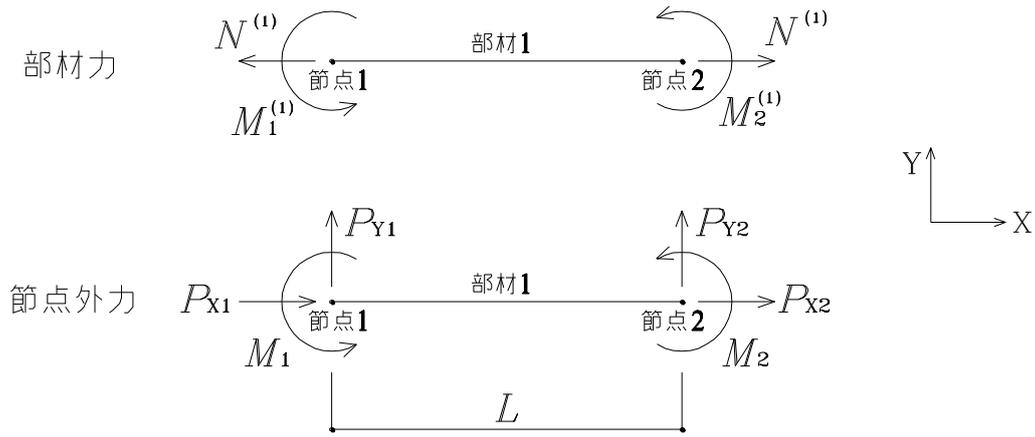


図 2.6 2次元梁要素

節点 1, 2 を接続する部材 1 の部材長を  $L$  とし, 部材力を  $\mathbf{F} = [N^{(1)}, M_1^{(1)}, M_2^{(1)}]^T$  とする。この例では, 単位は重要ではないので省略する。節点はそれぞれ 3 自由度を持ち, 節点外力ベクトルを  $\mathbf{P} = [P_{X1}, P_{Y1}, M_1, P_{X2}, P_{Y2}, M_2]^T$  とすると, 釣合い行列は次式となる。

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & 1/L & 1/L \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/L & -1/L \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

また, 図 2.7 に示すように, 部材変形ベクトルを  $\mathbf{d} = [\delta^{(1)}, \omega_1^{(1)}, \omega_2^{(1)}]^T$ , 節点変位ベクトルを  $\mathbf{U} = [d_{X1}, d_{Y1}, R_1, d_{X2}, d_{Y2}, R_2]^T$  とすると, 式(2.11), (2.15) より部材変形ベクトル  $\mathbf{d}$  は次のように表される。

$$\mathbf{d} = \mathbf{DU} = \mathbf{C}^T \mathbf{U} = \begin{bmatrix} -d_{X1} + d_{X2} \\ R_1 - \frac{d_{Y2} - d_{Y1}}{L} \\ R_2 - \frac{d_{Y2} - d_{Y1}}{L} \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

次に, この部材 1 の両端の曲げモーメント  $M_1^{(1)}, M_2^{(1)}$  まわりの回転拘束を解放して得られるメカニズムを考える。解放条件行列は,

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

である。メカニズム変位モード  $\mathbf{S}$  を，釣合い行列  $\mathbf{C}$  に対応する成分  $\mathbf{U}$  と解放条件行列  $\mathbf{H}$  に対応する成分  $\boldsymbol{\theta}$  に分けて， $\mathbf{S} = [\mathbf{U}^T \ \boldsymbol{\theta}^T]^T$  と表すと，式(2.25)より次式が得られる。

$$\mathbf{B}^T \mathbf{S} = [\mathbf{C}^T \ \mathbf{H}^T] \begin{bmatrix} \mathbf{U} \\ \boldsymbol{\theta} \end{bmatrix} = \mathbf{C}^T \mathbf{U} + \mathbf{H}^T \boldsymbol{\theta} = 0 \quad (2.37)$$

したがって， $\boldsymbol{\theta} = [\theta_1^{(1)} \ \theta_2^{(1)}]^T$  とすると，

$$\begin{bmatrix} -d_{x1} + d_{x2} \\ R_1 - \frac{d_{y2} - d_{y1}}{L} + \theta_1^{(1)} \\ R_2 - \frac{d_{y2} - d_{y1}}{L} + \theta_2^{(1)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

が得られ，図 2.8 に示すように，材端での曲げ変形が存在しないことがわかる。

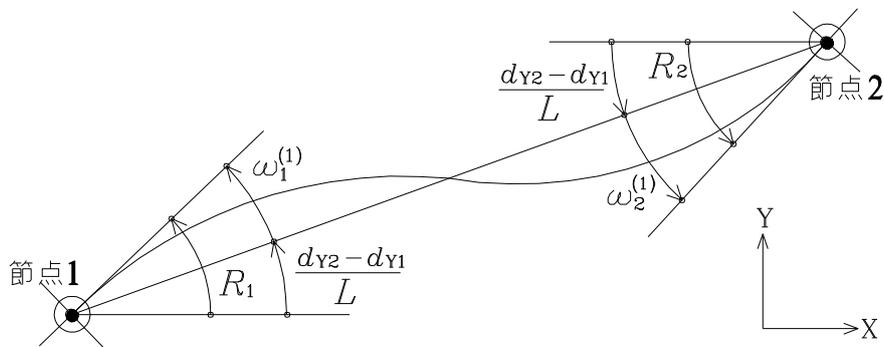


図 2.7 節点変位と部材変形

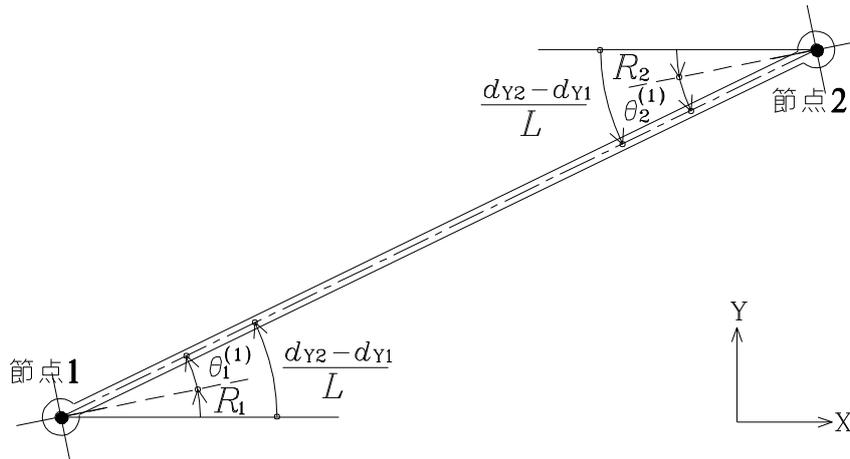


図 2.8 節点変位とヒンジ回転角

次に、更に具体的な計算例として、図 2.9 に示す両端で支持された 3 節点、2 部材の平面骨組について示す。部材長はそれぞれ  $L^{(1)}$ ,  $L^{(2)}$  とし、部材 1 の節点 2 端の曲げ拘束を解放することとする。単位は重要ではないので省略する。

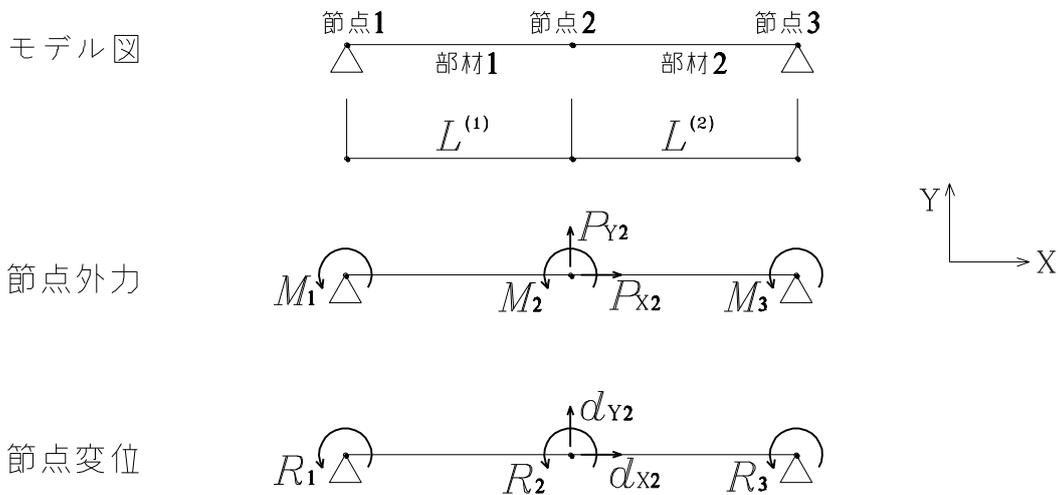


図 2.9 両端で支持された平面梁モデル

全部材の部材力ベクトルを、

$$\mathbf{F} = [N^{(1)}, M_1^{(1)}, M_2^{(1)}, N^{(2)}, M_2^{(2)}, M_3^{(2)}]^T \quad (2.39)$$

とする。ここで、上添字は部材番号を表す。また、節点外力ベクトルを、

$$\mathbf{P} = [M_1, P_{X2}, P_{Y2}, M_2, M_3]^T \quad (2.40)$$

とする。釣合い行列  $\mathbf{C}$  および解放条件行列  $\mathbf{H}$  は、

$$\mathbf{C} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1/L^{(1)} & -1/L^{(1)} & 0 & 1/L^{(2)} & 1/L^{(2)} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

$$\mathbf{H} = [ 0 \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad 0 \quad 0 ] \quad (2.42)$$

と表される。 $L^{(1)}=L^{(2)}=1$ とした場合、式(2.23)で定義される拡張釣合い行列  $\mathbf{B}$  の行数  $n+h=6$ 、列数  $m=6$ 、ランク  $r_2=5$  であり、不安定次数  $n+h-r_2=1$ 、不静定次数  $m-r_2=1$  である。また、式(2.25)を満たす左特異ベクトルは、

$$\begin{aligned} \mathbf{S} &= [R_1, d_{x2}, d_{y2}, R_2, R_3, \theta_2^{(1)}]^T \\ &= 0.378 [1, 0, 1, 1, 1, 2]^T \end{aligned} \quad (2.43)$$

と求まる。ここで、 $\mathbf{S}$  の成分は、図 2.9 に示す節点変位およびヒンジ回転角  $\theta_2^{(1)}$  で構成される。この変位モード（メカニズム変形）を図 2.10 に示す。

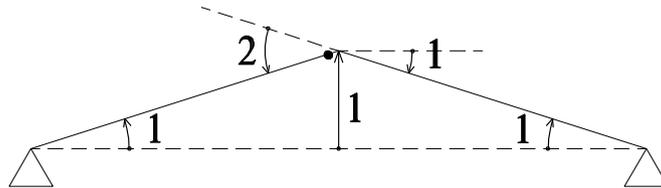


図 2.10 平面梁モデルの変位モード ( $\times 0.378$ )

#### 2.2.4 任意の回転軸を有する 3次元梁要素の簡易な例

図 2.11 に示す静定片持ち梁を対象として、傾いた軸の回転拘束を解放する例を示す。部材は 2 分割し、それぞれ部材 1, 2 とする。それぞれの部材長さは 1 とする。部材 1 の節点 1 端と節点 2 端で異なる方向のヒンジを設定する。節点 1 端では部材  $y$  軸まわりの回転ヒンジとし、節点 2 端では傾いた軸  $\mathbf{f}_2^{(1)} = [0.707, 0.707]$  まわりの回転ヒンジとする。2 箇所の解放であるので、不安定次数は 2 である。不安定モードを図 2.12 に示す。このように、部材両端

において異なる方向のヒンジを有する場合についても，解放条件行列  $\mathbf{H}$  は容易に作成することができる

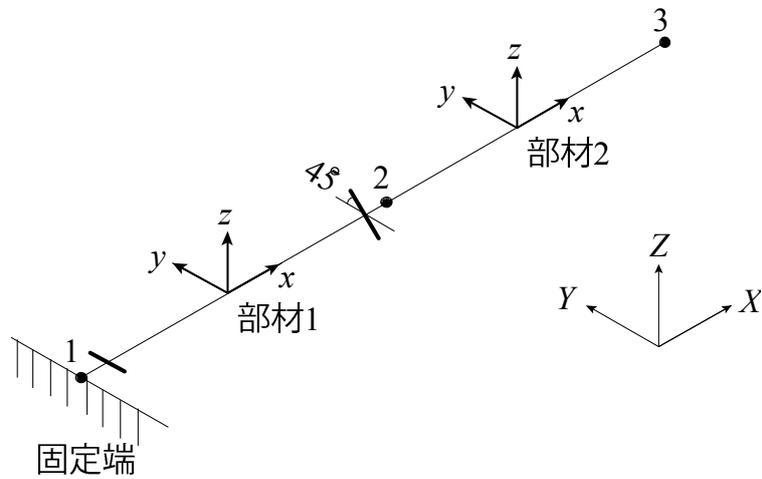
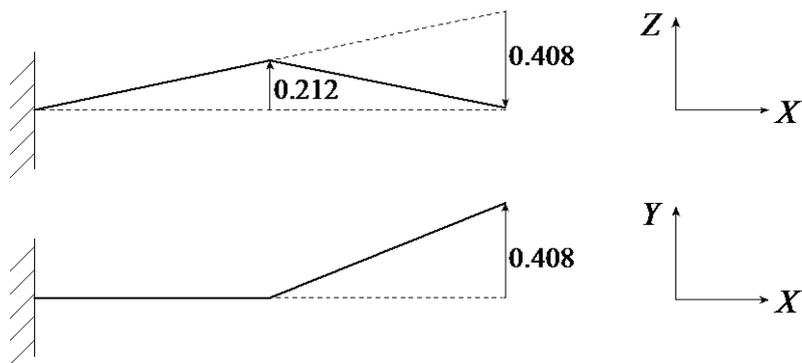
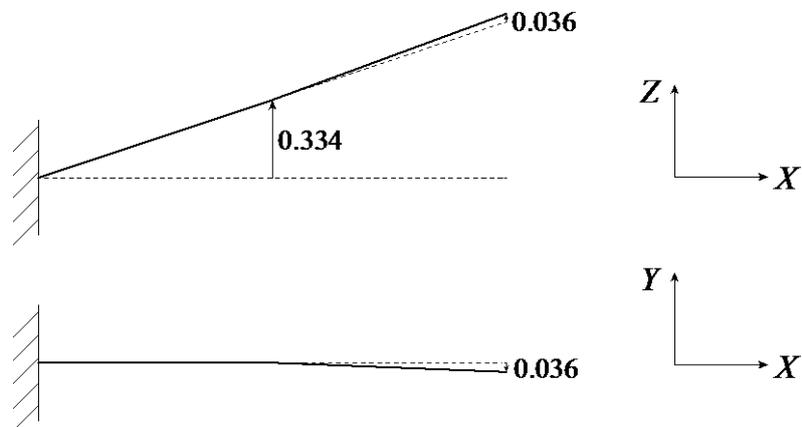


図 2.11 3次元片持ち梁モデル



(a) 1次モード



(b) 2次モード

図 2.12 片持ち梁モデルのメカニズム

## 2.3 線形計画法による微小変形メカニズムの導出

### 2.3.1 線形計画問題の定式化

2.2節で定義した拡張釣合い行列  $\mathbf{B}$  の行数  $n+h$  から、 $\mathbf{B}$  のランク  $r_2$  を引いた値が 1 となるように回転拘束の解放条件を定めれば、不安定次数が 1 のメカニズム、したがって変形の自由度が 1 のメカニズムが得られる。しかし、そのような解放条件を試行錯誤によって求めることは困難である。ここでは、与えられた剛接合骨組の材端の回転拘束を解放する、あるいは、部材を除去することで、微小変形のメカニズムを生成するための線形計画問題[3]を定式化する。

骨組の変位の自由度を  $n$  とし、全ての自由度の変位を  $\mathbf{U} = [U_1, \dots, U_n]^T$  で表す。また、部材の変形を表すベクトルを  $\mathbf{d} = [d_1, \dots, d_m]^T$  で表す。部材数を  $n_m$  とおくと、平面骨組では  $m=3n_m$ 、立体骨組では  $m=6n_m$  が成り立つ。微小変形を仮定すると、骨組の適合条件は、式(2.11)、(2.15)より、

$$\mathbf{d} = \mathbf{C}^T \mathbf{U} \quad (2.44)$$

と表せる。

図 2.13 に示すように、荷重を入力する節点の指定方向の変位を  $U_{in}$ 、指定した位置の節点の指定方向変位を  $U_{out}$  とする。剛接合骨組の部材端回転拘束を部分的に解放すること、および、不要な部材を除去することで、 $U_{in}$  を指定値  $\bar{U}_{in}$  としたときに  $U_{out}$  が指定値  $\bar{U}_{out}$  以上になるような骨組を設計する問題を考える。このような骨組は、不定な線形方程式(2.44)と

$$U_{in} = \bar{U}_{in} \quad (2.45)$$

$$U_{out} \geq \bar{U}_{out} \quad (2.46)$$

を満たす。

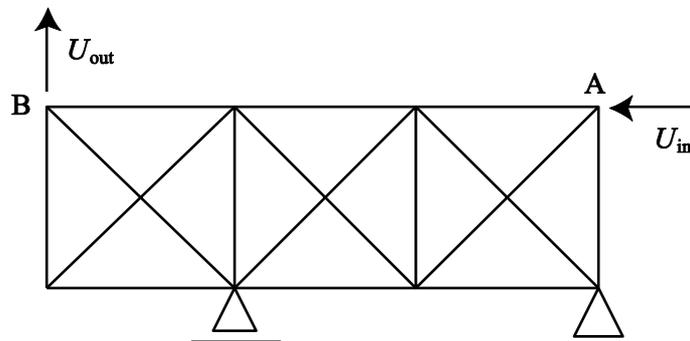


図 2.13 平面モデル 1

このとき、 $\mathbf{d}$  の成分が非ゼロとなる部材変形に対応する回転拘束または軸変形の拘束を解放すれば不安定なメカニズムが得られる。対応する解  $\mathbf{U}$  はメカニズムの変形のモードを表す。しかし、式(2.44), (2.45), (2.46)を満たす解は無数にあり、そのうち  $\mathbf{d}$  の多くの成分が 0 でない値をとるような解の拘束を解放した骨組では、変形の自由度（不安定次数）が大きすぎるような非実用的な解である。従って、現実的なメカニズムを得るためには、 $\mathbf{d}$  の非ゼロの成分が少ないような解を求める必要がある。

一般に、不定な線形方程式系の疎な解（非ゼロの成分が少ない解）は  $l_1$  ノルムが小さい解として得られることが知られており、信号処理や機械学習、金融工学など工学の多くの分野で応用されている[4]。したがって、制約条件(2.44), (2.45), (2.46)の下で、 $\mathbf{d}$  の重み付き  $l_1$  ノルムを最小化する以下の問題を解くことで、 $\mathbf{d}$  の非ゼロの成分が少ない解が得られるものと期待できる。

$$\text{minimize} \quad \sum_{i=1}^m |w_i d_i| \quad (2.47a)$$

$$\text{subject to} \quad \mathbf{d} = \mathbf{C}^T \mathbf{U} \quad (2.47b)$$

$$U_{\text{in}} = \bar{U}_{\text{in}} \quad (2.47c)$$

$$U_{\text{out}} \geq \bar{U}_{\text{out}} \quad (2.47d)$$

ここで、定数  $w_i \geq 0 (i=1, \dots, m)$  は適切に定めた重みである。解放したくない箇所には、重み  $w_i$  を十分に大きな値とすることで、 $d_i=0$  となる最適解が得られることが期待できる。また、 $d_i$  が部材端回転角に対応する場合と部材の伸びに対応する場合とで、 $w_i$  の値を変えてもよい。

問題(2.47)は、補助変数  $\boldsymbol{\gamma} = (\gamma_1, \dots, \gamma_m)^T$  を導入することで、以下の問題に変換することができる。

$$\text{maximize} \quad \sum_{i=1}^m w_i \gamma_i \quad (2.48a)$$

$$\text{subject to} \quad \boldsymbol{\gamma} \leq \mathbf{C}^T \mathbf{U} \leq \boldsymbol{\gamma} \quad (2.48b)$$

$$U_{\text{in}} = \bar{U}_{\text{in}} \quad (2.48c)$$

$$U_{\text{out}} \geq \bar{U}_{\text{out}} \quad (2.48d)$$

問題(2.48)は標準的な線形計画問題であるから，容易に解くことができる。

問題(2.48)の双対問題は， $\mathbf{F}=(F_1, \dots, F_m)^T$  及び  $\lambda_{in}, \lambda_{out}$  を最適化変数として，

$$\text{maximize} \quad \bar{U}_{in} \lambda_{in} + \bar{U}_{out} \lambda_{out} \quad (2.49a)$$

$$\text{subject to} \quad \mathbf{C} \mathbf{F} = \lambda_{in} \mathbf{P}_{in} + \lambda_{out} \mathbf{P}_{out} \quad (2.49b)$$

$$\mathbf{w} \leq \mathbf{F} \leq \mathbf{w} \quad (2.49c)$$

と書ける。ここで， $F_i$  は部材力に相当し， $\lambda_{in}, \lambda_{out}$  は载荷パラメータに相当する。また， $\mathbf{P}_{out}$  および  $\mathbf{P}_{in}$  は，それぞれ， $U_{out}$  および  $U_{in}$  に相当する自由度の成分が 1 で，その他の成分が 0 である定ベクトルである。 $\mathbf{w}$  は部材力の上限値ベクトルである。

式(2.49b)の等式制約は，外力と内力の釣り合い式に相当する。さらに， $\bar{U}_{in}, \bar{U}_{out}$  は定数であり， $\mathbf{w}$  を降伏軸力あるいは全塑性モーメントベクトルと考えると，問題(2.49)は，不等式制約(2.49c)を降伏条件とみなしたときの極限解析の問題である。ただし，荷重係数が複数あるので通常の極限解析の問題ではない。 $w_i$  および  $\bar{U}_{in}$  と  $\bar{U}_{out}$  の比  $\bar{U}_{out}/\bar{U}_{in}$  を変えることで，様々なメカニズムが得られると考えられる。

なお，メカニズムを求める問題と極限解析の関係はアナロジーであり，式(2.49c)の不等式制約は現実の骨組の降伏条件とは異なる。例えば，ヒンジ接合は軸力の有無，軸力の大きさに関わらず自由に回転することが可能な接合と考えるので，全塑性モーメントの値は軸力の影響を受けない。また，ヒンジ接合は部材  $x$  軸， $y$  軸， $z$  軸まわりの 3 方向に，互いに影響を受けず，独立して回転するものとするので，全塑性モーメントの値は他の方向のモーメントに影響されない。

問題(2.47)の制約条件(2.47d)を目的関数に移すと以下の問題になる。

$$\text{minimize} \quad -U_{out} + \sum_{i=1}^m |w_i d_i| \quad (2.50a)$$

$$\text{subject to} \quad \mathbf{d} = \mathbf{C}^T \mathbf{U} \quad (2.50b)$$

$$U_{in} = \bar{U}_{in} \quad (2.50c)$$

ここで， $w_i$  は正の定数であり， $\bar{U}_{out}$  の最大化と  $\mathbf{d}$  の重み付き  $l_1$  ノルム最小化を

関連付けるためのペナルティ係数である。問題(2.50)も線形計画問題に変換することができる。また、問題(2.50)の双対問題は、

$$\text{maximize} \quad \bar{U}_{in} \lambda_{in} \quad (2.51a)$$

$$\text{subject to} \quad \mathbf{C} \mathbf{F} = \mathbf{P}_{out} + \lambda_{in} \mathbf{P}_{in} \quad (2.51b)$$

$$\mathbf{w} \leq \mathbf{F} \leq \mathbf{w} \quad (2.51c)$$

と書ける。 $\mathbf{P}_{out}$  は骨組の極限解析における固定荷重に相当し、 $\lambda_{in} \mathbf{P}_{in}$  が比例載荷荷重に相当するとみなせる。問題(2.50), (2.51)では、 $w_i$ および  $d_i$  を変えることで、不安定次数の低いメカニズムが得られるものと考えられる。

なお、一般的な下界定理に基づく極限解析は上記で定義した記号および、荷重係数  $\lambda$  を用いると、以下のような線形計画問題として表すことができる [5]。

$$\text{maximize} \quad \lambda \quad (2.52a)$$

$$\text{subject to} \quad \mathbf{C} \mathbf{F} = \lambda (\mathbf{P}_{in} + \mathbf{P}_{out}) \quad (2.52b)$$

$$\mathbf{w} \leq \mathbf{F} \leq \mathbf{w} \quad (2.52c)$$

荷重ベクトル  $\mathbf{P}_{in}$  と  $\mathbf{P}_{out}$  の非ゼロ成分  $P_{in}$  ,  $P_{out}$  は指定する値であるが、1である必要はない。問題(2.52)の双対問題は、

$$\text{minimize} \quad \sum_{i=1}^m |w_i d_i| \quad (2.53a)$$

$$\text{subject to} \quad \mathbf{d} = \mathbf{C}^T \mathbf{U} \quad (2.53b)$$

$$U_{in} + U_{out} = 1 \quad (2.53c)$$

である。

変形を求める問題(2.47), (2.50), (2.53)のいずれかを解くことで、非ゼロとなる部材変形  $\mathbf{d}$  の成分を求め、その箇所の拘束を解放することで微小変形のメカニズムが得られる。あるいは、荷重最大化に関する問題(2.49), (2.51), (2.52)のいずれかを解いて得られる部材力  $\mathbf{F}$  の成分が、上限値または下限値に等しい箇所の拘束を解放することで微小変形のメカニズムが得られる。

### 2.3.2 簡単な平面モデルによるメカニズム生成例

グラウンドストラクチャ法により平面モデルを設定し、軸変形が必要な部材（軸降伏する部材）は不要な部材として除去するとともに、曲げ変形が必要な部材（曲げ降伏する部材）はヒンジ接合として回転拘束を解放することでメカニズムを生成する例を示す。以下で示す全ての例で、部材は全ての節点で剛接合されており、交差している斜材は互いに接続されていないものとする。また、単位は省略する。

図 2.13 に示した平面モデル 1 を対象とし、問題(2.51)を解く。ユニットは  $1 \times 1$  の正方形とする。節点 A を左に変位させたときに、節点 B が上に変位するようなメカニズムを生成する。

このモデルは、仮に全ての部材端をヒンジ接合としても内的に不静定であり、不要な部材を除去しない限り、メカニズムにはならない。ここでは、不要な部材を除去するとともに、必要な曲げヒンジ箇所を特定するため、重みの定数  $w_i=1.0$ （軸方向伸び）、 $0.0001$ （曲げ変形）とする。曲げ変形の  $w_i$  を小さくすることで、節点変位に伴う曲げ変形が発生することのペナルティを小さくしている。

問題(2.51)のパラメータ  $\alpha$  を変化させたときの解の変化を考察する。 $0.74 \leq \alpha \leq 1.00$  のときの解  $\mathbf{U}$  から得られるメカニズムを図 2.14(a)に示す。入力  $U_{in}=0.10$  に対して  $U_{out}=0.30$  であり、想定した通り、節点 B が上方向に大きく変位するメカニズムが得られた。図において、細線は変形前の形状を、●は回転拘束の解放箇所（曲げ変形が非ゼロ）を、点線は除去する部材（軸方向の変形が非ゼロ）を意味する。以降の例題でも同様の記号で表す。

なお、 $\alpha < 0.74$  の場合、目的関数は下に有界でない。 $\alpha$  が小さいと問題(2.51)のペナルティ項が小さくなり、自由な変形を許容して  $U_{out}$  が無限に大きくなることのできるため、有界でなくなる。一方、 $\alpha > 1.00$  とすると  $U_{out}=0.03$  となり、図 2.14(b)のような出力変位が小さいメカニズムが得られる。 $\alpha$  が大きいと、出力点に変位して骨組全体の部材が変形することによるペナルティ項が大きくなるため、入力点周辺のみが動くメカニズムが求まる。このように、最適化問題を解いて得られるメカニズムはパラメータに大きく依存するので、試行錯誤によって調整する必要がある。なお、双対問題(2.52)を用いても同じ結果（ヒンジ箇所）が得られる。

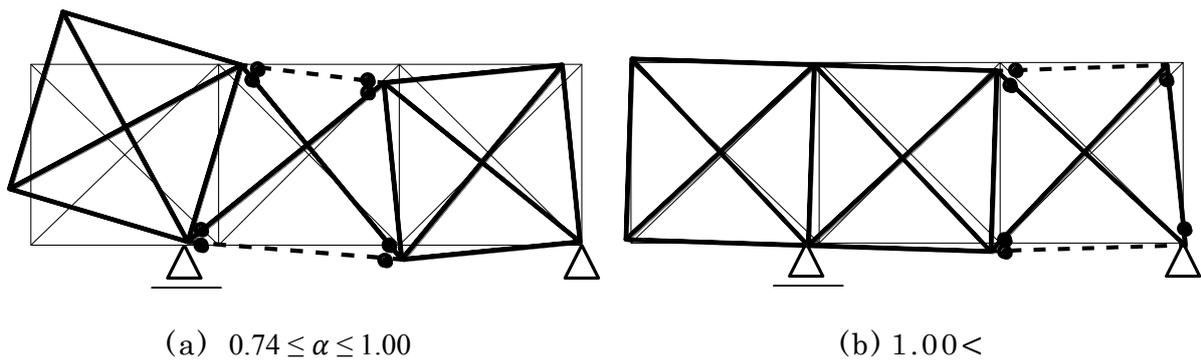


図 2.14 平面モデル 1 のメカニズム

次に, 図 2.15 に示す平面モデル 2 について, 問題(2.51)を用いて検討する。各ユニットは  $1 \times 1$  の正方形とする。節点 A を下方に引き下げることで, 節点 B が上方に変位するようなメカニズムを生成する。 $w_i$  は平面モデル 1 と同じとし,  $U_{in}=0.30$  とする。ペナルティ係数 を変化させると, 図 2.16 のような結果となる。  $< 0.42$  の場合, 目的関数は下に有界でない。

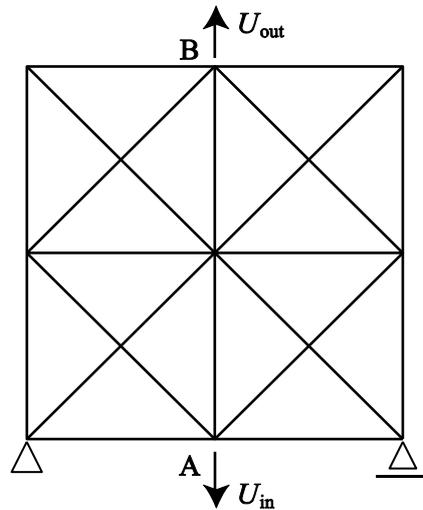
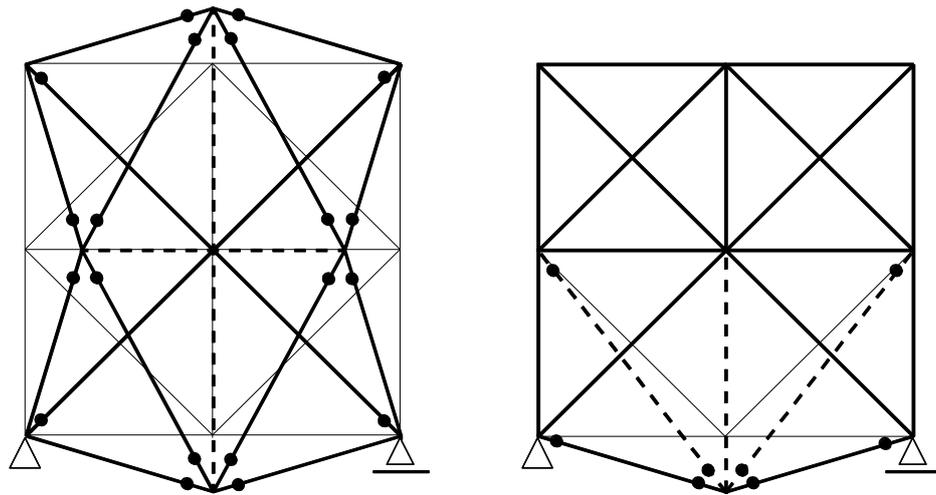


図 2.15 平面モデル 2



(a)  $0.42 \leq \lambda \leq 0.63$

(b)  $0.64 < \lambda$

図 2.16 平面モデル 2 のメカニズム

次に、平面モデル 2 を大きくして部材を増やした平面モデル 3 (図 2.17) を対象とする。各ユニットは  $1 \times 1$  の正方形とする。 $w_i$  は平面モデル 1 と同じとし、 $U_{in} = 0.30$  とする。この例では、ペナルティ係数  $w_i$  を変化させても、図 2.18(a) に示す解しか生成されない。このように部材数が多くなると、入力点近傍のみに変形が集中する解しか得られない場合がある。これは、全体変形によって生じるペナルティよりも、局所的な変形によるペナルティの方が小さいためである。このような解は、軸方向伸びを生じさせたくない部材の  $w_i$  を十分に大きくすることで回避することができる。図 2.17 に示した部材 a, b の軸方向伸び変形に対して  $w_i = 10,000$  と大きくすると、 $0.42 \leq \lambda \leq 0.43$  で、部材 a, b は軸変形せず、図 2.18(b) に示すような全体が変形するメカニズムが得られる。

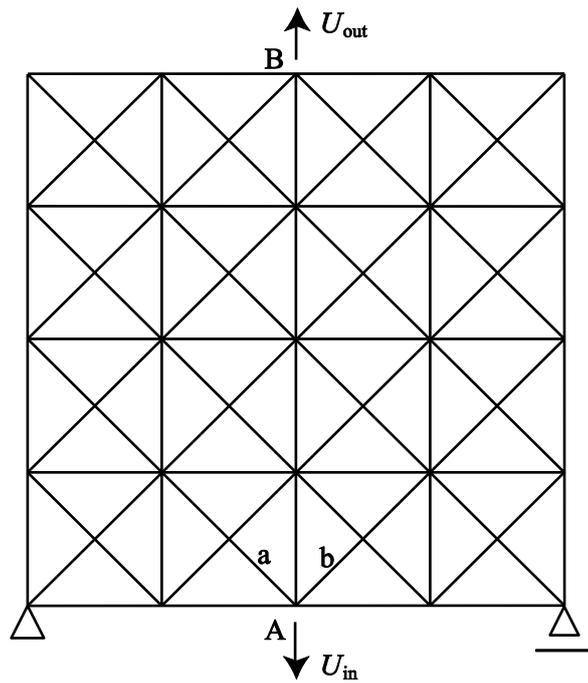
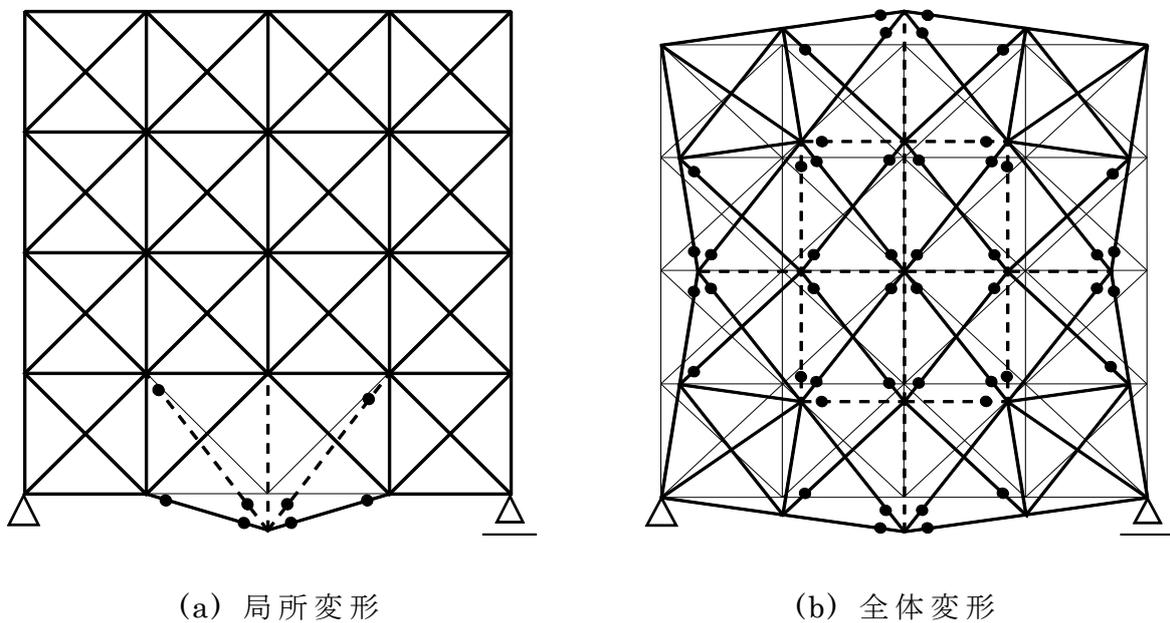


図 2.17 平面モデル 3



(a) 局所変形

(b) 全体変形

図 2.18 平面モデル 3 のメカニズム

次に、平面モデル 2 の下 2 つのユニットを  $1 \times 3$  の長方形にした平面モデル 4 (図 2.19) を検討する。問題(2.51)で入力点 A の  $U_{in}=0.20$  とすると、 $U_{out}=0.42$

で，図 2.20(a)に示すような出力点 B が 0.60 上方に変位するような解が得られる。

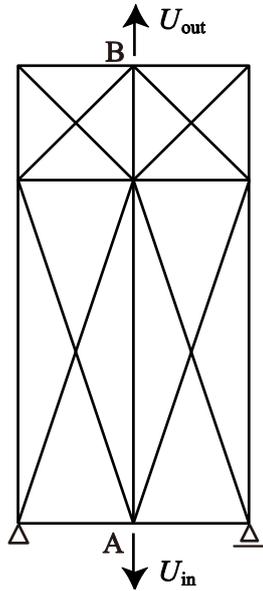


図 2.19 平面モデル 4

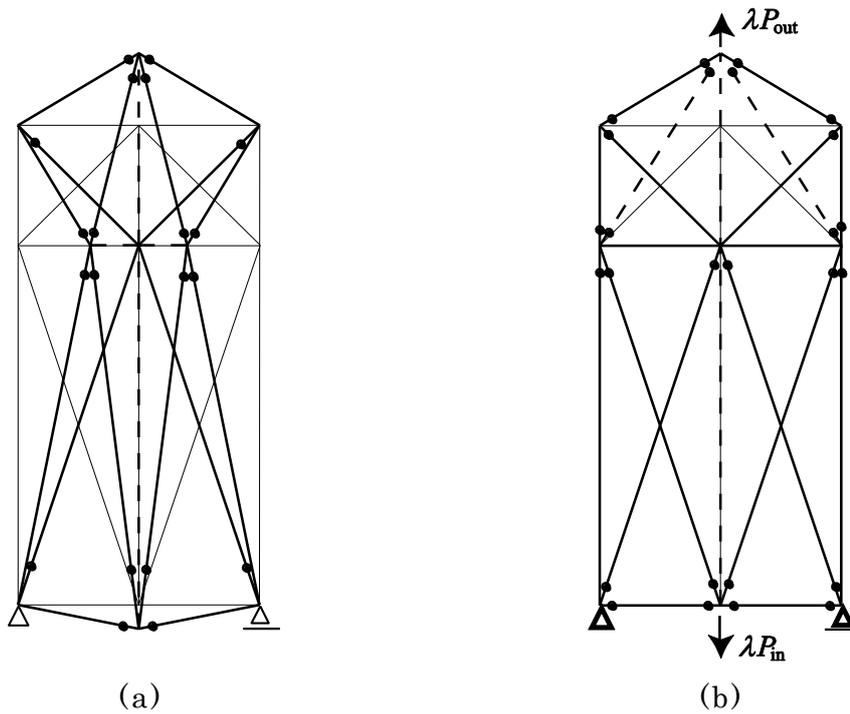


図 2.20 平面モデル 4 のメカニズム

(a) 問題(2.51):  $\lambda = 0.42$ ，または，問題(2.53):  $0.82 \leq P_{out}/P_{in} \leq 0.88$

(b) 問題(2.53):  $P_{out}/P_{in} = 1.0$

このモデルを極限解析問題(2.53)で  $P_{in}=1.0$ ,  $P_{out}=1.0$  として解くと,  $\lambda=2.4$  で図 2.20(b)のような降伏箇所が得られる。この降伏状態は出力点 B だけが動くメカニズムである。このような解となったのは, 入力点と出力点に同じ荷重を与えていることが原因である。骨組形状によってはこのような結果となるため, 問題(2.50)の  $\bar{U}_{out}/\bar{U}_{in}$ , あるいは, 問題(2.51)のペナルティ係数 に相当するパラメータを導入する必要がある。問題(2.53)では,  $\mathbf{P}_{in}$  と  $\mathbf{P}_{out}$  の非ゼロ成分  $P_{in}$ ,  $P_{out}$  の値の比  $P_{out}/P_{in}$  をパラメータとして変化させることで, 全体が変形するメカニズムを生成することができる。図 2.20(a)のような降伏状態は,  $0.82 \leq P_{out}/P_{in} \leq 0.88$  とすることで得られた。

グラウンドストラクチャ法による剛接合平面骨組モデル 4 例を通して, 提案した線形計画問題を用いてメカニズムを生成できることを示した。全体が変形するようなメカニズムを生成するためには, パラメータを調整する必要がある。また, 軸降伏とヒンジに関係する重みを調整することで, さまざまなメカニズムを生成することができる。

なお, 2.2 節の定式化および上記の極限解析は微小変形の仮定に基づいており, 得られるメカニズムは微小変形のメカニズムである。微小変形理論で導出されたメカニズムは, その変形を安定化させるような自己釣合い部材力モードが存在する場合には大変形メカニズムとならないことが指摘されている [6, 7]。したがって, 不静定次数が大きい場合には大変形の際に部材力が発生する可能性が高くなるので, 回転拘束の解放箇所を追加する必要がある。本論文では, 汎用有限要素解析ソフトウェアを用いた大変形解析を行うことで解放箇所を特定し, 大変形メカニズムを求める手法を提案する。具体的な手法については, 次節以降の例題を通して示す。

## 2.4 直交格子モデル

### 2.4.1 ユニット構造によるメカニズム

これ以降, 3次元骨組の大変形メカニズムを導出する例を示す。本節では, 図 2.21 に示す XY 平面内に配置された 9 節点 12 部材の直交格子モデルを考える。部材はすべて節点に剛接合されているものとし, 部材長は全て 1 m とする。節点は 6 自由度を有する。境界支持条件としては, 節点 2, 3, 4, 5 を Z 方向固定とし, また, 全体が剛体移動しないように節点 2, 4 は Y 方向を固定, 節点 3, 5 は X 方向を固定する。以降, 節点 A, B をつなぐ部材は, 部

材 A-B と表記する。部材座標は，2.2.1 項で示したように，x 軸は部材軸方向，y 軸は XY 平面内で x 軸と直交する方向，z 軸は x 軸と y 軸に直交する方向とする。節中心の節点 1 を Z 軸負の方向に強制変位させることにより，隅角部の節点 6，7，8，9 が Z 軸正の方向に変位するようなメカニズムを得ることを目標とする。

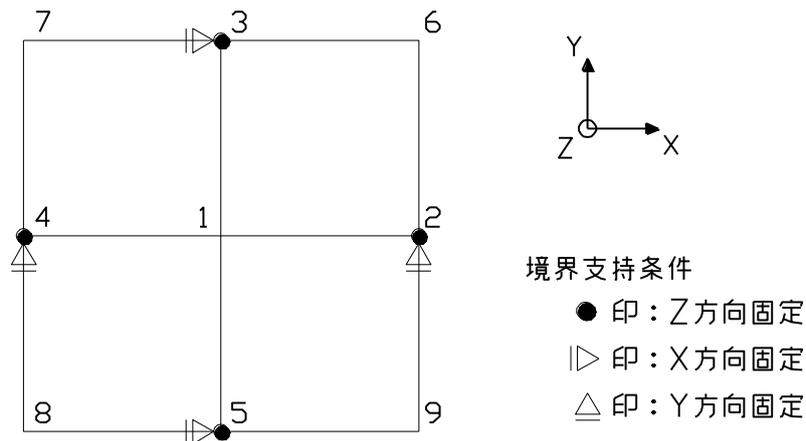


図 2.21 解析モデル

2.3 節で示した極限解析問題(2.53)を用いて，崩壊メカニズムを求める。以下，単位は極限解析の結果には無関係なので省略する。目標とするメカニズムの変形に対応するよう，図 2.22 に示すような荷重を考える。すなわち，節点 1 に 1 の Z 方向荷重を，節点 6，7，8，9 に +1 の Z 方向荷重を与えて，荷重ベクトル  $\mathbf{P}_{in} + \mathbf{P}_{out}$  を作成する。軸力の上限値を 10,000，曲げモーメントの上限値を 1 として，部材力の上限ベクトル  $\mathbf{w}$  を作成する。

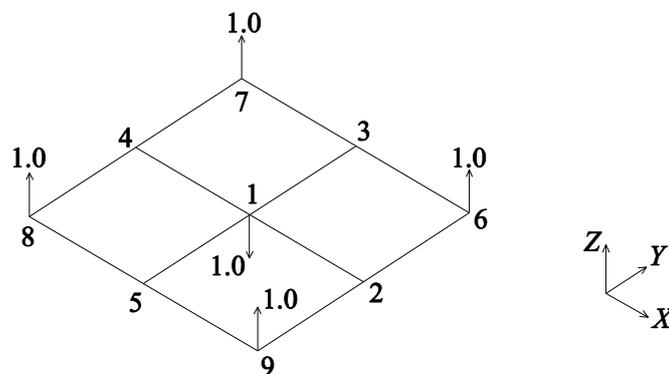
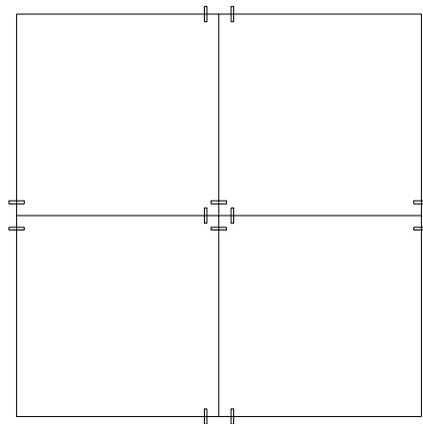


図 2.22 直交格子モデルに極限解析で与える荷重

式(2.52)の線形計画問題を，最適化ライブラリ SNOPT Ver. 7.2 [8]を用いて解き，荷重係数  $\lambda$  を最大化する解を求める。図 2.23 は，極限解析で上限値（降伏応力）と等しくなった部材端をヒンジ接合として回転拘束を解放した解放条件 1（解放総数 12）を示す。以降，解放条件を示す図では， $\text{---}\times\text{---}$  は部材座標系の  $x$  軸まわりの回転拘束の解放（T 解放）， $\text{---}\perp\text{---}$  は部材座標系の  $y$  軸まわりの回転拘束の解放（My 解放）， $\text{---}\ominus\text{---}$  は部材座標系の  $z$  軸まわりの回転拘束の解放（Mz 解放）を示す。この解放条件 1 による解放条件行列  $\mathbf{H}$  および釣合い行列  $\mathbf{C}$  で構成された拡張釣合い行列  $\mathbf{B}$  の特異値分解を MATLAB Ver7.7 [9]を用いて行った結果，不安定次数 3，不静定次数 17 となる。不安定モードの 3 個には，部材が部材  $x$  軸まわりに剛体回転するモードが 2 個（部材 3 1 と部材 1 5 が回転するモード，および，部材 2 1 と部材 1 4 が回転するモード）含まれているので，境界支持条件を変更する。節点 4 の  $X$  軸まわりの回転，および節点 5 の  $Y$  軸まわりの回転を固定することで不安定次数 1，不静定次数 17 となる。



#### 解放条件 1

- ・ 解放総数 12
- ・ 不安定次数 3→1（境界条件変更）
- ・ 不静定次数 17

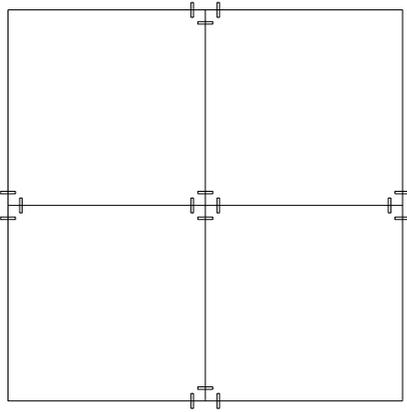
図 2.23 極限解析により得られた解放条件

$\text{---}\perp\text{---}$  : 部材座標系の  $y$  軸まわりの回転拘束の解放（My 解放）

2.3 節で記したように、極限解析で求めたメカニズムは微小変形のメカニズムである。図 2.23 の解放条件 1 は不静定次数が大きいいため、大変形時には部材力が発生する可能性が高い。そこで、大変形時の応答を確認するため、汎用有限要素解析ソフトウェア ABAQUS Ver.6.10 [10]を用いて幾何学的非線形解析を行う。部材断面は全て外径 50 mm，板厚 2 mm の円筒断面とし，材料は鋼材（ヤング率  $E=210 \text{ kN/mm}^2$ ）とする。自重は考慮しない。節点 1 を Z 軸負の方向に強制変位させる変位増分解析を行うと，多くの部材に部材力が発生することが確認された。そこで，大変形解析時に部材力が大きい箇所の回転拘束を逐次解放することで，不静定次数を減少させていくこととする。

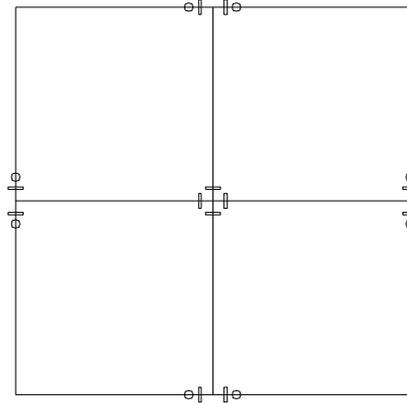
図 2.24(a)は，解放条件 1 から， $M_y$  解放を 4 箇所増やした解放条件 2（解放総数 16）である。この解放条件では，不安定次数 2，不静定次数 14 となり，不安定次数が増加する。不安定次数は 1 であることが望ましいので，解放条件 2 は採用しない。図 2.24(b)は，解放条件 1 から， $M_z$  解放を 8 箇所増やした解放条件 3（解放総数 20）であり，不安定次数 1，不静定次数 9 である。不安定次数が 1 のままで，不静定次数が 8 減少しているが，解放条件 3 でも部材力は発生しており，更に解放箇所を増やす。図 2.24(c)は，解放条件 3 から， $T$  解放を 4 箇所増やした解放条件 4（解放総数 24）であり，不安定次数 1，不静定次数 5 である。不安定次数が 1 のままで，不静定次数が 4 減少しているが，解放条件 4 でも部材力は発生している。図 2.24(d)は，解放条件 4 から， $M_z$  解放を 4 箇所増やした解放条件 5（解放総数 28）であり，不安定次数 1，不静定次数 1 である。この構造は，大変形時にも部材力が発生しない大変形メカニズムである。なお， $T$  解放は部材の任意の位置に設けることができるが，図では部材の中央に示している。

以上で示したように，解放箇所によっては，不安定次数が増加することがあるため，解放条件の決定には若干の修正が必要であったが，大変形時にも部材力が発生しない大変形メカニズムが得られた。図 2.25 に幾何学的非線形解析による図 2.24(d)のメカニズム構造の変形過程を示す。また，剛接合骨組の釣合い行列  $\mathbf{C}$  の作成から，極限解析（線形計画問題）による微小変形のメカニズム導出，幾何学的非線形解析による大変形メカニズム導出までのアルゴリズムを図 2.26 に示す。



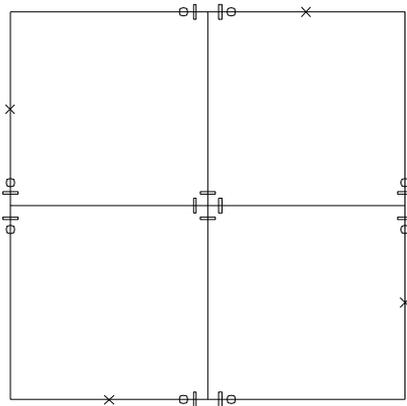
(a) 解放条件 2

- ・ 解放総数 16
- ・ 不安定次数 2
- ・ 不静定次数 14



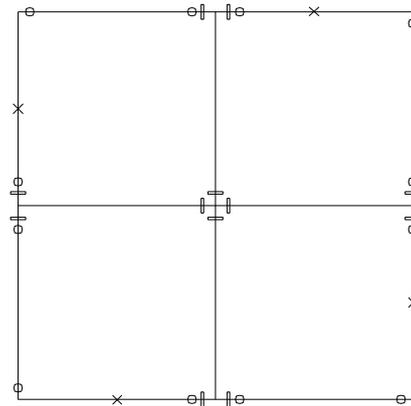
(b) 解放条件 3

- ・ 解放総数 20
- ・ 不安定次数 1
- ・ 不静定次数 9



(c) 解放条件 4

- ・ 解放総数 24
- ・ 不安定次数 1
- ・ 不静定次数 5



(d) 解放条件 5

- ・ 解放総数 28
- ・ 不安定次数 1
- ・ 不静定次数 1

図 2.24 大変形解析により得られた解放条件

- ×— : 部材座標系の x 軸まわりの回転拘束の解放 (T 解放)
- |— : 部材座標系の y 軸まわりの回転拘束の解放 (My 解放)
- : 部材座標系の z 軸まわりの回転拘束の解放 (Mz 解放)

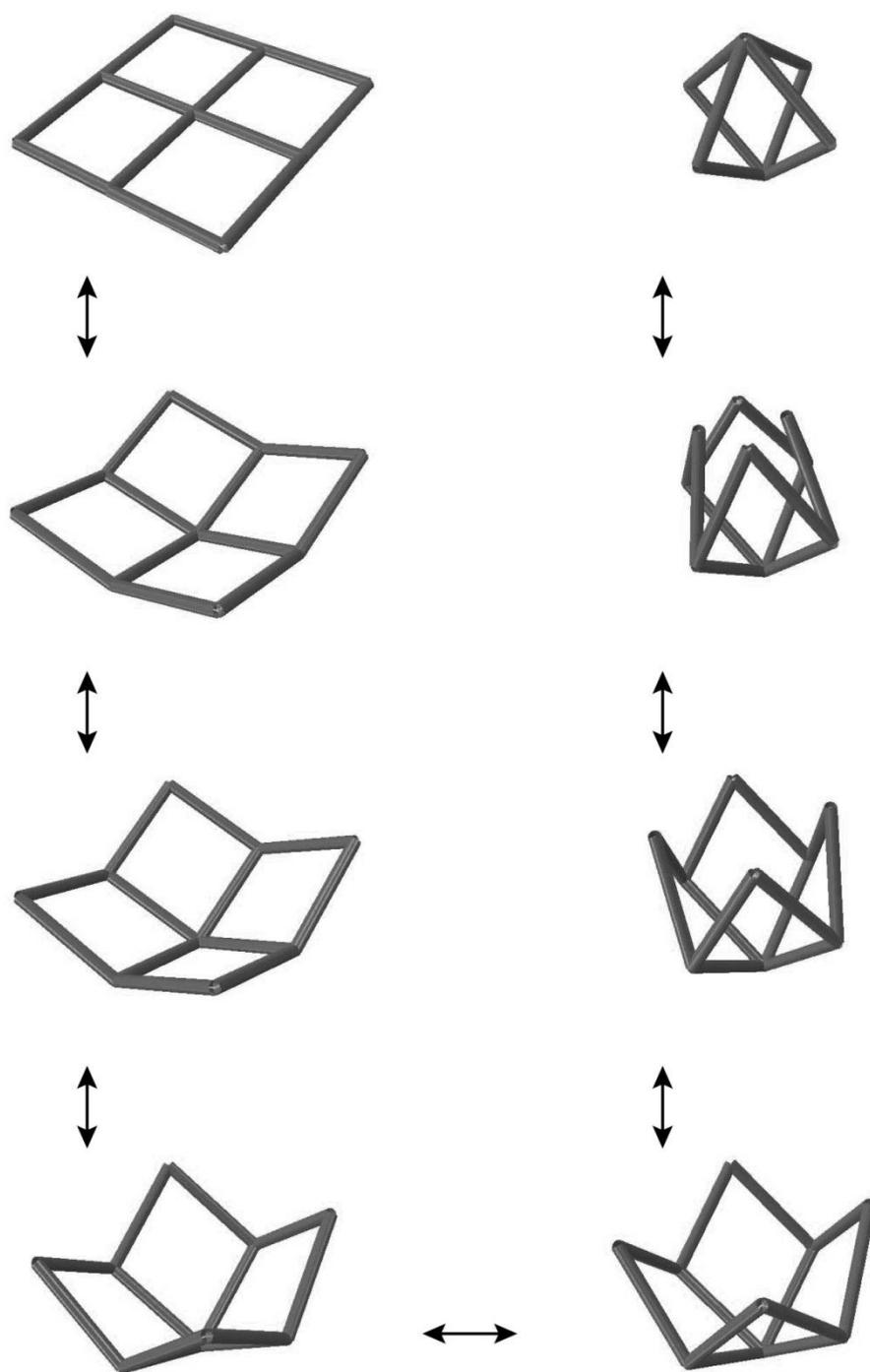


図 2.25 解放条件 5 のメカニズム構造の大変形解析による変形過程

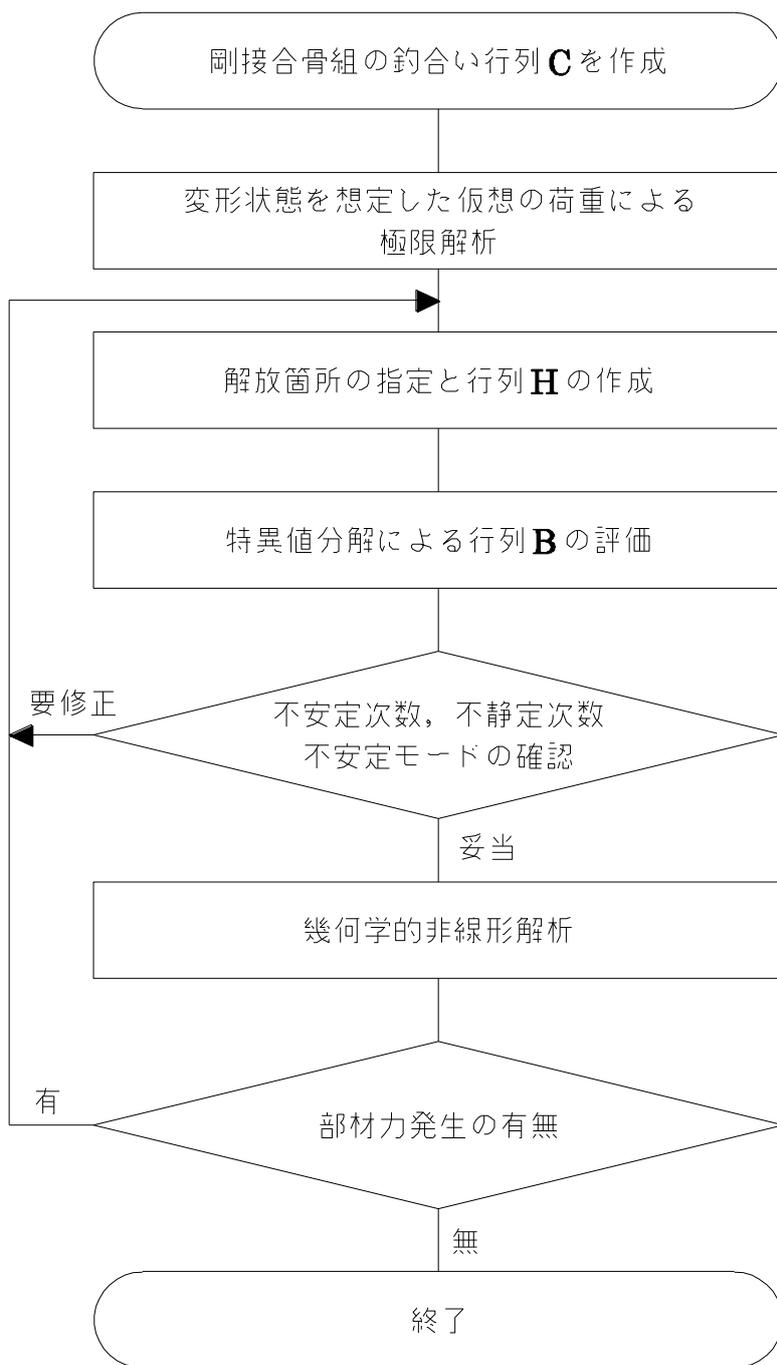


図 2.26 大変形メカニズム導出アルゴリズム

### 2.4.2 ユニット連結モデルによるメカニズム

前項のユニット構造の境界部を適切に連結することで、より大型のメカニズム構造とすることができる。図 2.27 は、大きさ  $2\text{ m} \times 2\text{ m}$  のユニット構造を、平面的に 9 個並べて接合したユニット連結モデルを示す。図では、ユニット内部の 4 本の部材は実線で、四周の 8 本の部材は破線で表し、また、4 周の部材が隣接ユニットの部材と干渉しないよう内側に寄せて配置している。境界条件は、図 2.27 において●印で示して支点番号を記した 24 箇所を Z 方向固定とする。また、全体が剛体変位しないよう支点 2, 23 は X 方向を固定し、支点 11, 14 は Y 方向を固定する。更に、部材が部材軸まわりに剛体回転しないよう、支点 1, 2, 3 は Y 軸まわりの回転を固定し、支点 4, 11, 18 は X 軸まわりの回転を固定する。この構造は、開閉可能な屋根のプロトタイプモデルであるが、多くの支点を要することから主体構造に支持されたサブストラクチャーを想定している。部材断面はユニット構造と同じとする。

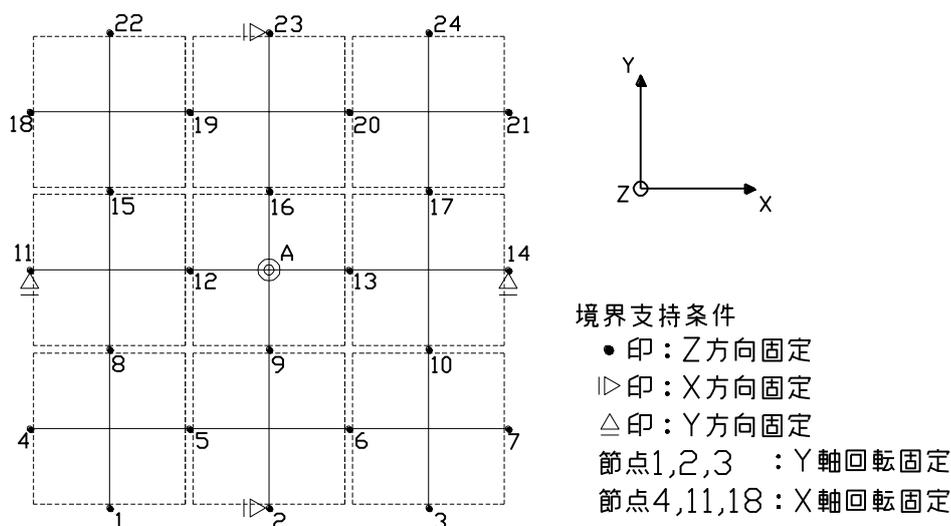


図 2.27 ユニット連結モデル

拡張釣合い行列  $B$  の特異値分解による安定性評価を行うと、このユニット連結モデルも不安定次数は 1 であり、1 点を変位制御することによって、全体の形態変化が可能となる。図 2.28 は中央ユニットの中心点 A (図 2.27 中の◎印節点) を Z 方向に  $0.70\text{ m}$  強制変位させる大変形解析による変形の過程を示す。なお、不安定なメカニズム構造を、載荷能力を持つ構造体とする

ためには何らかの方法で変形を拘束して安定化する必要がある。不安定次数 1 のメカニズムの場合，例えば，いずれか任意の 1 点の変位を拘束することで不安定次数 0 の安定構造となり，載荷能力を持つ構造体となる。

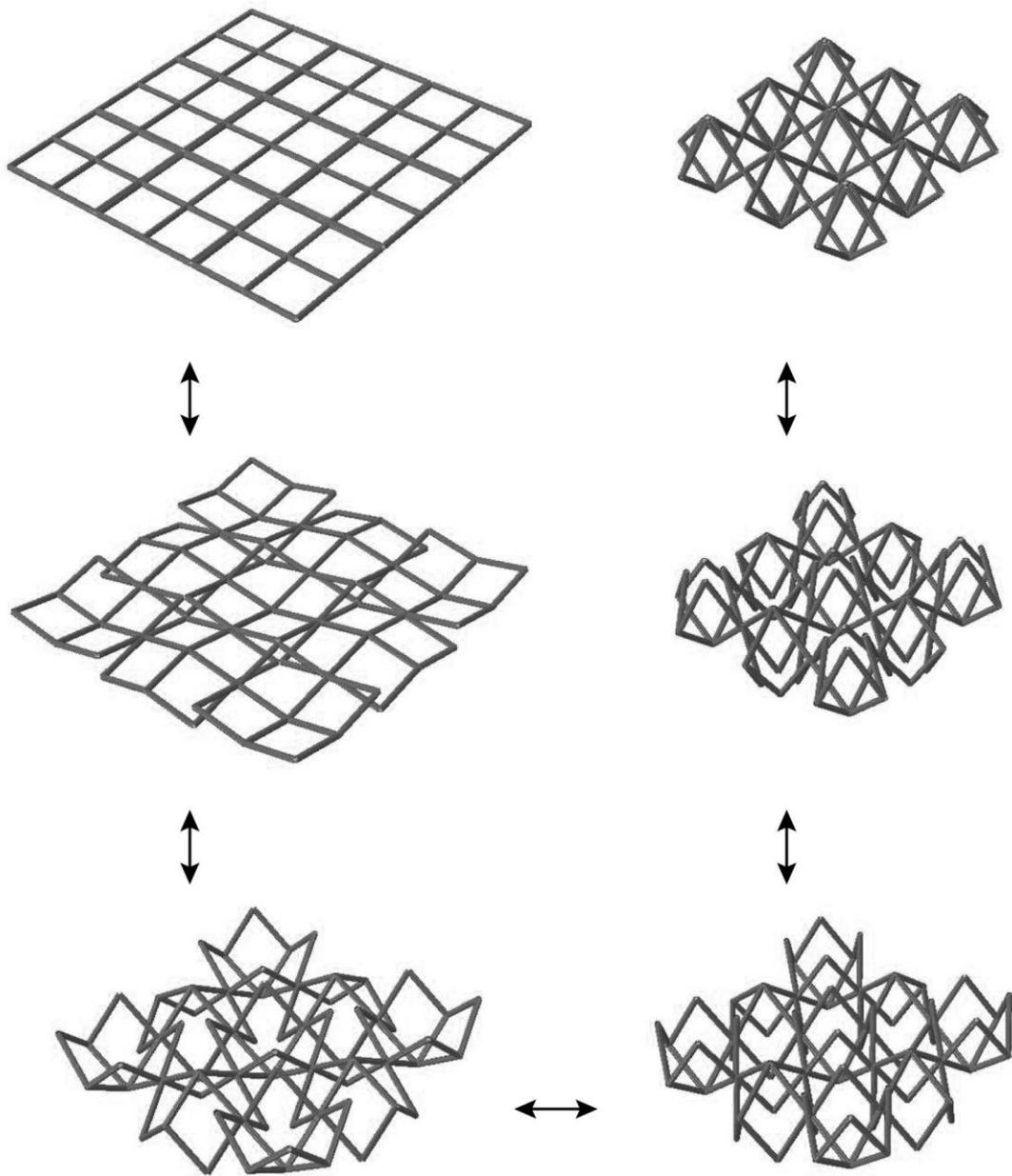


図 2.28 ユニット連結モデルの大変形解析による変形過程

### 2.4.3 コンプライアントメカニズム

メカニズムを安定化させて载荷能力を持たせるためには，境界支持部やヒンジ回転を固定するなどの拘束を増やす手法ではなく，柔な部材を追加配置したコンプライアントメカニズム構造とすることを考える。2.4.1 項のユニットモデルも，2.4.2 項のユニット連結モデルも不安定次数が 1 のメカニズムであるため，適切な箇所に柔な部材を 1 個追加することで不安定次数が 0 の安定構造となる。また，柔な部材の変形により形態変化するメカニズムでもある。

ユニット連結モデルを柔な部材を追加したコンプライアントメカニズムとするために図 2.29 に示すように，各ユニットの中心点を Z 方向に移動（正方向と負方向へ交互に 0.5m）させた形状を初期形状とし，点線で示す 4 個のバネ要素（バネ定数  $1.41 \times 10^5 \text{ N/m}$ ）を節点 9-13 間，9-12 間，13-16 間，12-16 間に追加したモデルとする。不安定次数が 1 であるので，1 個のバネで安定化することができるが，変形に伴う剛な部材と柔な部材との干渉をさけ，また，モデルの対称性を考慮して 4 個のバネを配置している。

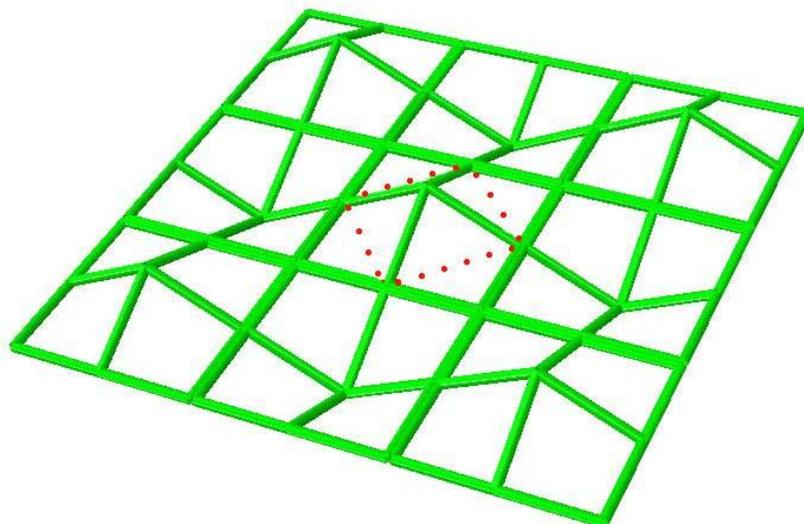


図 2.29 コンプライアントメカニズムモデル

中央ユニットの中心点 A を Z 方向に 1.0 m 強制変位させる大変形解析を行った。節点 A の変位を  $U_A$ ，節点 A の反力を  $P_A$  とする。図 2.30 は，横軸を  $U_A$  としたときの， $P_A$ （実線）および中央ユニットの部材 A-13 の軸力（破

線)の推移を示すグラフである。曲げモーメントは発生していない。変形に必要な下向きの反力  $P_A$  は徐々に大きくなり、21,710 N で極限点に達する。その後、下向きの反力は減少し、 $U_A = 0.5\text{m}$  のとき、 $P_A = 0$  となる。更に、変位を大きくすると、21,710 N で上向きの荷重極限点に達する。その後、 $P_A$  は減少して、 $U_A = 1.0\text{m}$  (初期形状と対称な位置) のとき、 $P_A = 0$  となる。部材に生じる最大軸力(絶対値)は、 $U_A = 0.5\text{m}$  (XY 平面上) のときの 28,100 N (圧縮) であり、軸応力は  $93.2\text{ N/mm}^2$  である。幾何学的非線形解析による変形の過程を図 2.31 に示す。

コンプライアントメカニズムモデルの変形前の荷重能力を確認するため、全節点に 100 N (400 N/m<sup>2</sup> 相当) の荷重を Z 軸負の方向に作用させた。最大変形量は、ユニット中心点で 1.6 mm, 隅角部で 3.0 mm であり、この構造は十分な剛性を有している。なお、追加する柔な部材の剛性を大きくすれば、この変形は更に小さくなるが、変形に必要な荷重および部材に生じる応力は大きくなるというトレードオフの関係にある。この性質については、3 章で詳しく検証する。

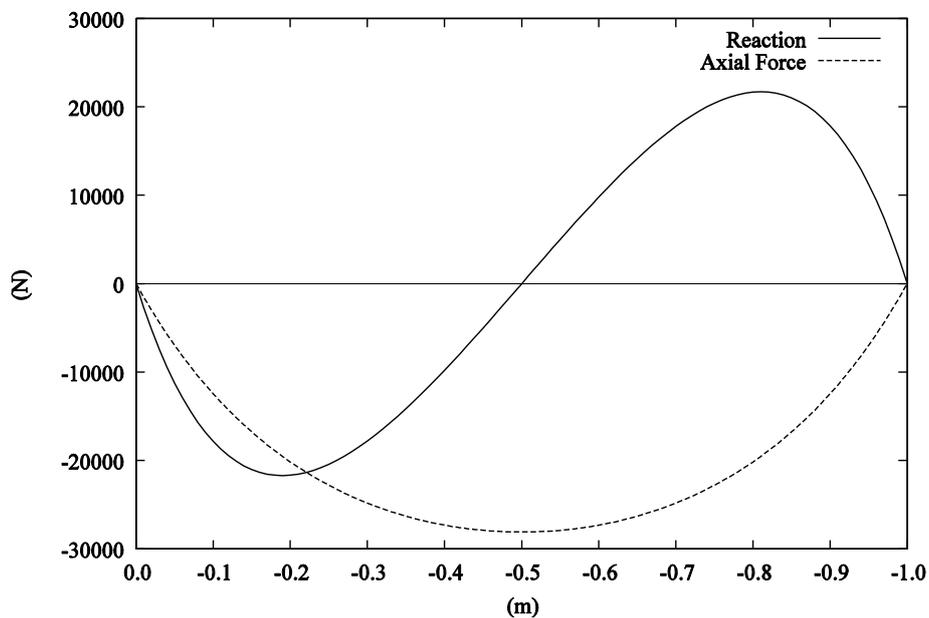


図 2.30 節点 A の反力  $P_A$  と中央ユニット部材 A-13 の軸力の推移  
 横軸：節点 A の Z 方向変位  $U_A$  (m)  
 実線： $P_A$  (N), 破線：部材 A-13 の軸力(N)

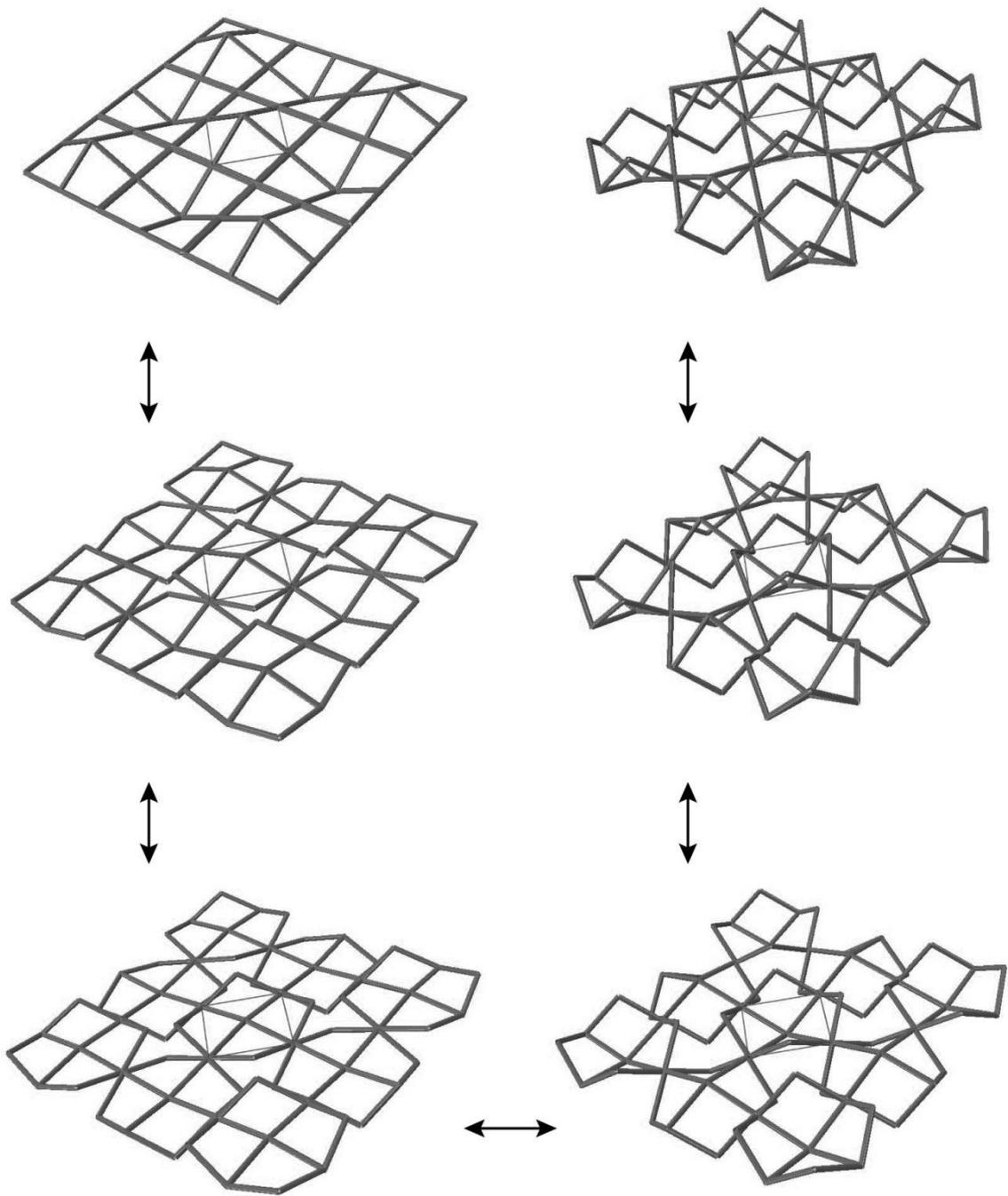


図 2.31 コンプライアントメカニズムモデルの大変形解析による変形過程

## 2.5 六角形格子モデル

### 2.5.1 メカニズムモデル

本節では，平面的に配置された骨組が曲面屋根構造となるようなメカニズムを求める例を示す。曲面屋根構造のコスト低減のため，部材長を一様とするためには，部材密度の低い六角形格子が有効であることが Ohsaki and Fujita [11]により示されている。ここでは，図 2.32 に示すような XY 平面内に配置された六角形格子骨組が曲面屋根に形態変化するメカニズムとなるための回転拘束の解放条件を求める。各節点の座標を表 2.1 に示す。部材はすべて節点に剛接合されているものとし，部材長は全て 6.078 m である。節点は 6 自由度を有する。境界支持条件としては，図 2.32 で●印で示した 12 箇所を Z 方向に支持する。また，全体が剛体変位しないよう，支点 14 は Y 方向変位を固定し，支点 23 は X, Y 方向変位を拘束する。部材座標は，前節と同様，x 軸は部材軸方向，y 軸は XY 平面内で x 軸と直交する方向，z 軸は x 軸と y 軸に直交する方向とする。

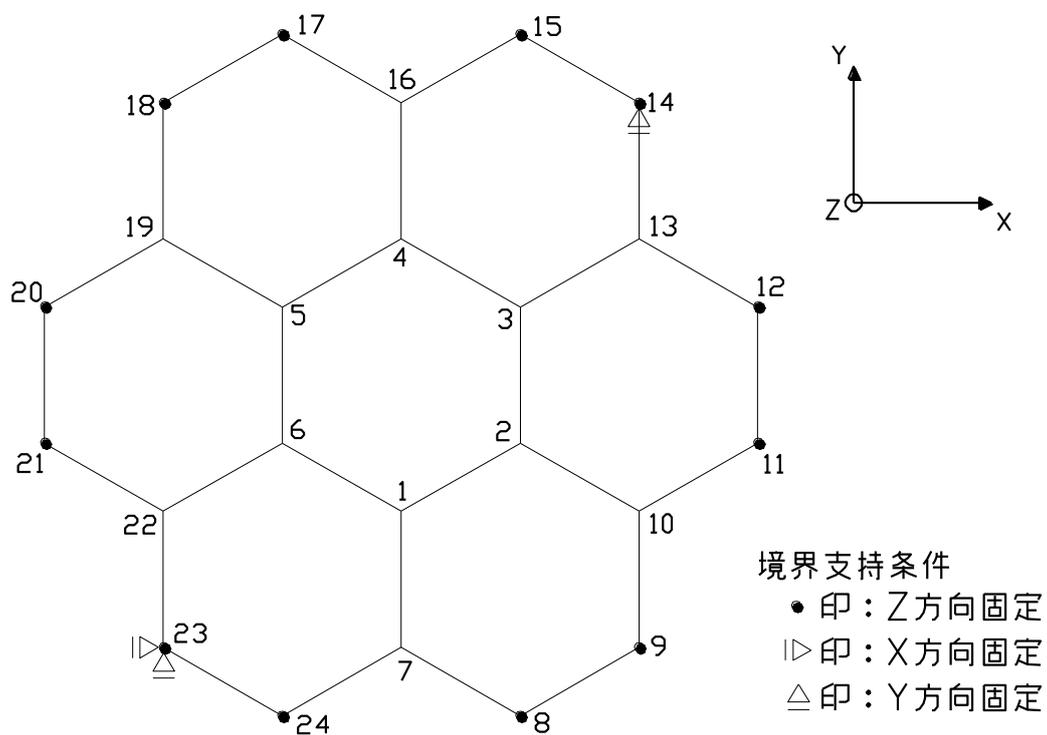


図 2.32 六角形格子モデルの平面形状

表 2.1 六角形格子モデルの初期節点座標(m)

節点	X	Y	Z	節点	X	Y	Z
1	0.000	6.077	0.000	13	10.527	6.077	0.000
2	5.263	3.039	0.000	14	10.527	12.155	0.000
3	5.263	3.039	0.000	15	5.263	15.194	0.000
4	0.000	6.077	0.000	16	0.000	12.155	0.000
5	5.263	3.039	0.000	17	5.263	15.194	0.000
6	5.263	3.039	0.000	18	10.527	12.155	0.000
7	0.000	12.155	0.000	19	10.527	6.077	0.000
8	5.263	15.194	0.000	20	15.790	3.039	0.000
9	10.527	12.155	0.000	21	15.790	3.039	0.000
10	10.527	6.077	0.000	22	10.527	6.077	0.000
11	15.790	3.039	0.000	23	10.527	12.155	0.000
12	15.790	3.039	0.000	24	5.263	15.194	0.000

表 2.2 六角形格子メカニズムモデルの変形後の節点座標(m)

節点	X	Y	Z	節点	X	Y	Z
1	2.098	6.006	6.500	13	5.266	6.667	2.487
2	2.638	2.198	6.500	14	4.470	12.155	0.000
3	1.708	3.808	6.500	15	1.040	14.721	0.000
4	3.958	6.006	6.500	16	4.655	10.516	2.487
5	8.694	2.198	6.500	17	9.806	12.571	0.000
6	7.764	3.808	6.500	18	14.783	9.083	0.000
7	1.402	10.516	2.487	19	12.950	3.849	2.487
8	3.749	12.571	0.000	20	17.304	0.416	0.000
9	8.726	9.083	0.000	21	16.772	5.638	0.000
10	6.893	3.849	2.487	22	11.322	6.667	2.487
11	11.247	0.416	0.000	23	10.527	12.155	0.000
12	10.715	5.638	0.000	24	-5.017	14.721	0.000

2.4 節と同様，図 2.26 で示したアルゴリズムにより大変形メカニズムを生成する。まず極限解析問題(2.53)では，図 2.33 に示すような，六角形格子の中央の 6 個の節点（節点 1～6）に+1 の荷重を Z 軸方向に作用させた荷重ベクトル  $\mathbf{P}_{in} + \mathbf{P}_{out}$  を用いる。入力点と出力点は同一である。軸力の上限值を 10,000，曲げモーメントの上限值を 1 として，部材力の上限ベクトル  $\mathbf{w}$  を作成する。極限解析の結果，図 2.34(a)に示す 30 箇所の部材端で  $M_y$  の絶対値が上限値に一致し，塑性ヒンジを形成した。この降伏部位をヒンジ接合として解放とした場合，不安定次数 2，不静定次数 23 である。

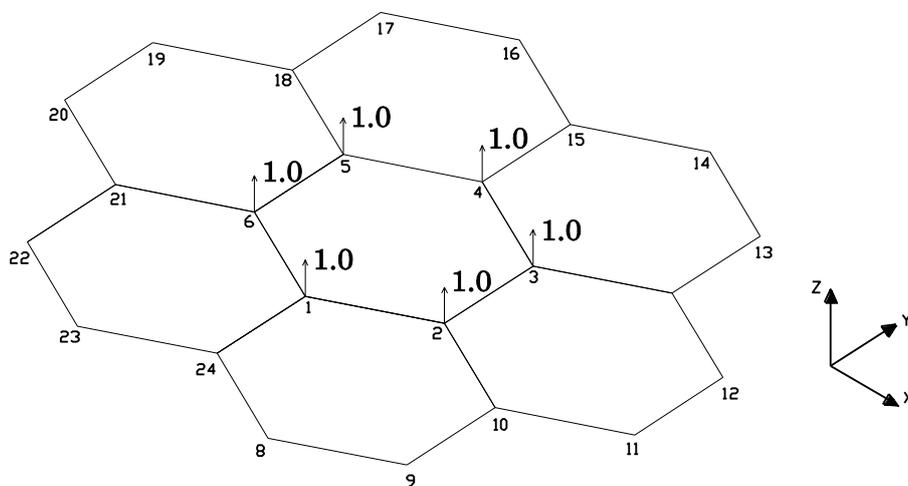
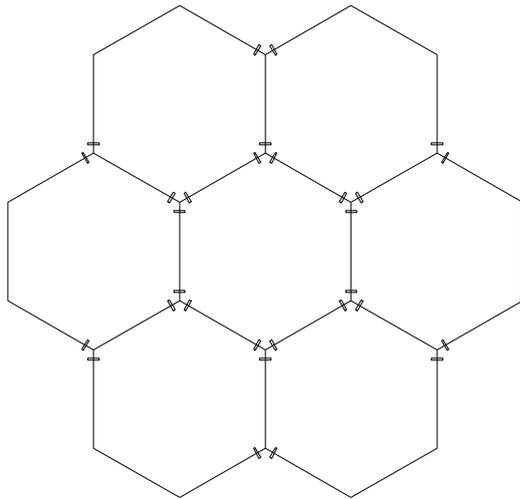


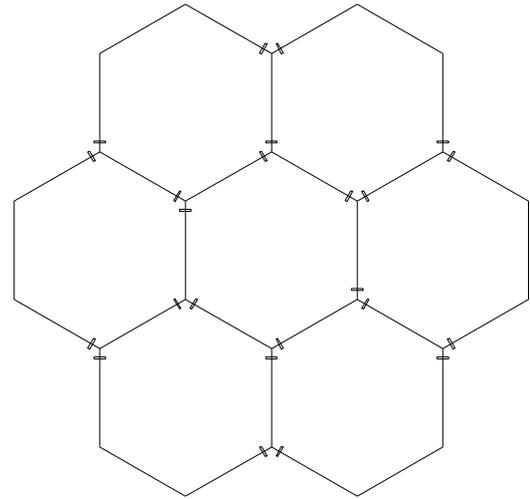
図 2.33 格子モデルに極限解析で与える荷重

この不安定モードのうちの 1 個は，中央の 6 節点（節点 1～6）が回転することで，中央の 6 個の部材（部材 1-2，2-3，3-4，4-5，5-6，6-1）が同時に部材 x 軸まわりに回転するモードである。これは，節点 1～6 にとりつく全ての部材端の  $M_y$  が解放されているからであり，このような無意味な変形モードをなくすためには，節点 1～6 に接続する部材端のいずれかの 1 箇所の  $M_y$  解放をやめれば不安定次数は 1 となる。しかし，ここでは骨組全体で対称な解放条件とすることを優先することとし，図 2.34(b)に示す解放条件 2（解放総数 24）に変更することにする。この解放条件 2 による不安定次数 0，不静定次数 27 である。



(a) 解放条件 1

- ・ 解放総数 30
- ・ 不安定次数 2
- ・ 不静定次数 23



(b) 解放条件 2

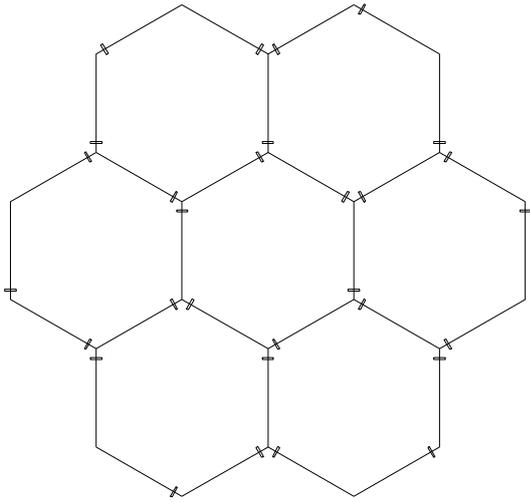
- ・ 解放総数 24
- ・ 不安定次数 0
- ・ 不静定次数 27

図 2.34 極限解析により得られた解放条件

—||— : 部材座標系の  $y$  軸まわりの回転拘束の解放 ( $M_y$  解放)

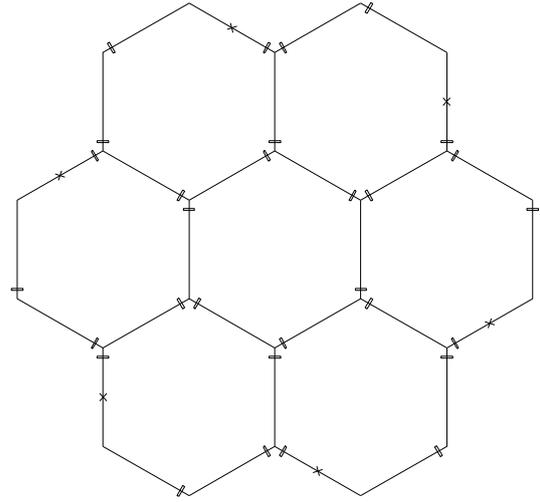
次に、節点 1~6 を  $Z$  軸正の方向に強制変位させる幾何学的非線形解析を行うことで、リフトアップ時の安定性と、部材力発生の有無を確認する。部材断面は全て外径 200 mm、板厚 6 mm の円筒断面であり、材料は鋼材（ヤング率  $E=210 \text{ kN/mm}^2$ ）である。自重は考慮しない。

解析の結果、多くの部材で部材力が発生したため、大きい曲げモーメントが発生している箇所の回転拘束の拘束を逐次解放することで、不静定次数を減少させていく。図 2.35~2.36 は、上記の検討過程で解放条件を変更していく過程を示す。なお、 $T$  解放は部材の任意の位置に設けることができるが、図では部材に中央に示している。



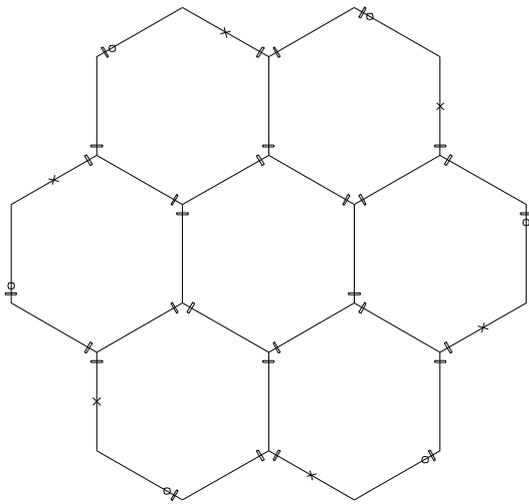
(a) 解放条件 3

- 解放総数 30
- 不安定次数 0
- 不静定次数 21



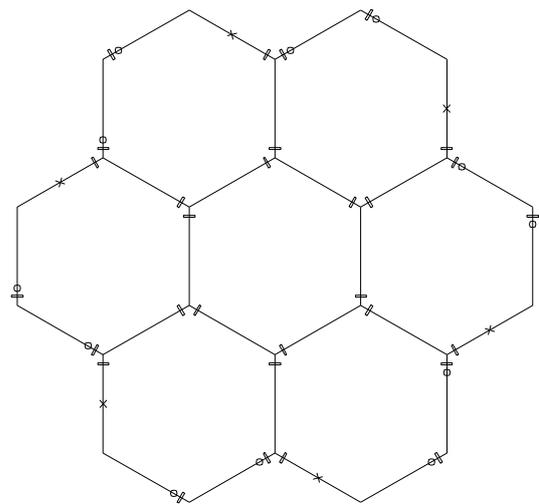
(b) 解放条件 4

- 解放総数 36
- 不安定次数 6
- 不静定次数 21



(c) 解放条件 5

- 解放総数 42
- 不安定次数 6
- 不静定次数 15

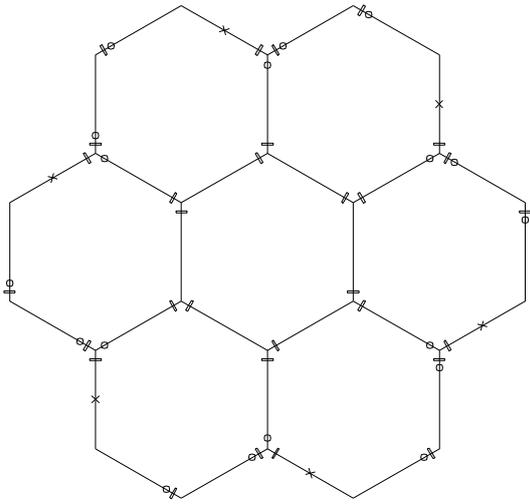


(d) 解放条件 6

- 解放総数 48
- 不安定次数 6
- 不静定次数 9

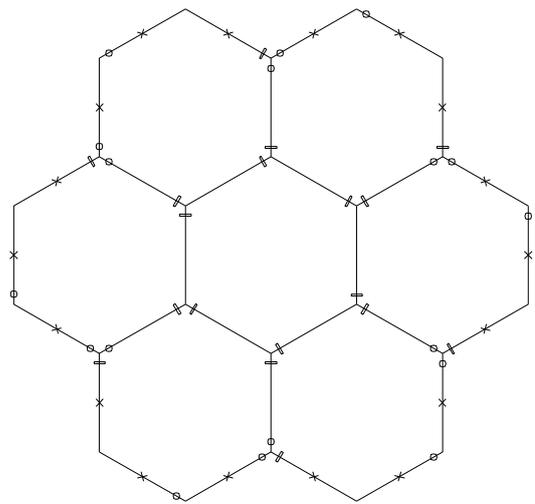
図 2.35 幾何学的非線形解析による解放条件の変更過程 1

- x— : 部材座標系の x 軸まわりの回転拘束の解放 (T 解放)
- y— : 部材座標系の y 軸まわりの回転拘束の解放 (My 解放)
- z— : 部材座標系の z 軸まわりの回転拘束の解放 (Mz 解放)



(a) 解放条件 7

- ・ 解放総数 54
- ・ 不安定次数 6
- ・ 不静定次数 3



(b) 解放条件 8

- ・ 解放総数 54
- ・ 不安定次数 6
- ・ 不静定次数 3

図 2.36 幾何学的非線形解析による解放条件の変更過程 2

- x— : 部材座標系の x 軸まわりの回転拘束の解放 (T 解放)
- |— : 部材座標系の y 軸まわりの回転拘束の解放 ( $M_y$  解放)
- : 部材座標系の z 軸まわりの回転拘束の解放 ( $M_z$  解放)

図 2.36(a)の解放条件 7 は、解放総数 54 ( $M_y$  を 30 箇所、 $M_z$  を 18 箇所、 $T$  を 6 箇所解放) の解放条件であり、不安定次数 6、不静定次数 3 である。この解放条件 7 は、部材端で  $M_y$  と  $M_z$  を同時に解放した 2 軸ヒンジ接合があるが、現実的な接合部を考えると 1 軸ヒンジ接合の方が望ましい。 $M_y$  と  $M_z$  の同時解放と  $M_z$  と  $T$  の同時解放は、いずれも部材端まわりに部材が 360 度回転する。部材軸の回転の仕方が異なるため、厳密には同じ回転ではないが、図 2.36(b)に示すように、 $M_y$  と  $M_z$  解放を、 $M_z$  と  $T$  解放に変更した解放条件 8 としても、不安定次数、不静定次数に変化はない。

解放条件 8 は、不安定次数は 6 であるが、6 個の左特異ベクトルから節点 1 ~ 6 の 6 点の Z 方向変位に対応する成分のみで構成された 6 行 6 列の正方形

列は正則となっている。したがって、この 6 点の変位を同一量に拘束すれば、自由度が 1 のメカニズムとなる。微小変形のメカニズム（解放条件 2）と比べて不安定次数が 6 増加しているのに対し、不静定次数は 21 減少して静定構造に近くなっている。不静定次数が 3 であり静定構造とはなっていないが、変形過程において全ての部材に部材力が生じていない。図 2.37 は、幾何学的非線形解析により、節点 1~6 を Z 方向に+0.65 m 強制変位させたときの変形の過程を示す。変形後に、境界支持部や回転拘束を解放した箇所を固定することにより、安定した曲面屋根構造とすることができる。

なお、変形の過程において不安定次数が増加し、分岐モードが発生することも考えられるため注意が必要であるが、以上に示したいずれの例の構造でもそのような現象は生じていない。

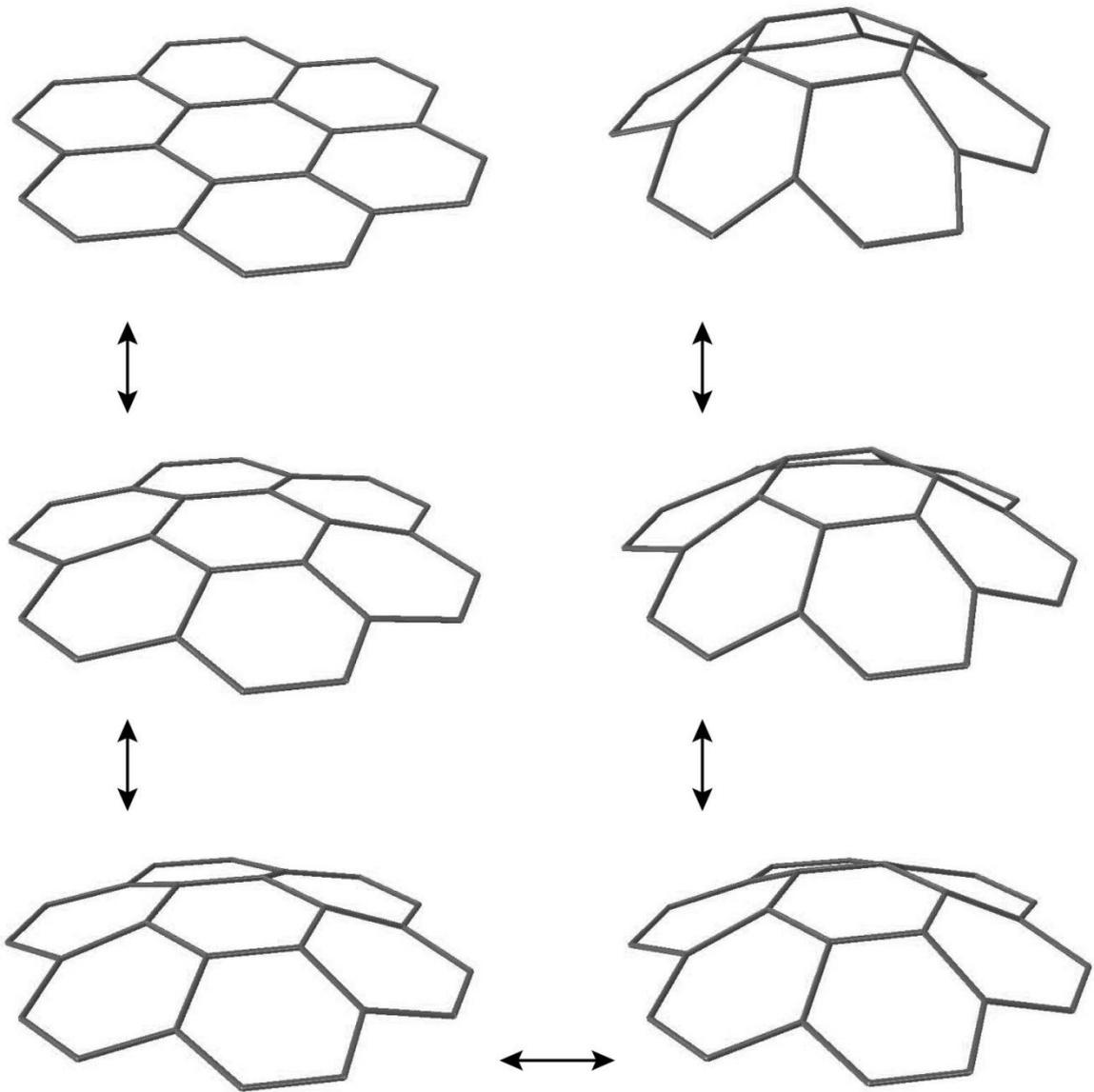


図 2.37 六角形格子モデルの変形の過程

## 2.6 2章の結論

本章で得られた成果は以下の通りである。

1. 部材端が剛接合された立体骨組構造の部材端の回転拘束が部分的に解放された骨組（部分剛接合骨組）の微小変形の安定性を評価し，変形メカニズムを導出する手法として，釣合い行列に部材端の回転拘束解放条件式を加えた拡張釣合い行列を特異値分解する手法を提案した。この手法では，部材端が全て剛接合された場合の釣合い行列を作成し，次に，回転拘束の解放を表す行列を別途作成することで，安定性評価のための行列作成が容易になる。また，この手法によれば部材端の任意軸方向の回転拘束の解放を容易に定式化することができる。
2. 骨組構造が不安定メカニズムとなる回転拘束の解放条件を求めるための線形計画問題を様々な形で定式化した。線形方程式には，安定性評価で作成した釣合い行列を用い，線形方程式が疎な（非ゼロ成分が少ない）解を得るよう定式化したものである。得られるメカニズムは，制約条件あるいは目的関数に導入したパラメータの値に大きく依存することを，最適化例を通して示した。なお，下界定理による一般的な極限解析は，この線形計画問題に含まれることを示した。
3. 極限解析により得られるメカニズムは1次（微小変形）のメカニズムであり，大変形メカニズムとはならない可能性がある。そのため，汎用有限要素解析ソフトウェアを用いて骨組構造の大変形解析を行い，曲げモーメント，あるいは，ねじりモーメントの大きな箇所の回転拘束を逐次解放して安定性評価を行う手法を提案した。大変形解析を用いた回転拘束の解放箇所の決定に若干の修正が必要な場合があるが，2つの例題を通して不静定次数の小さい不安定メカニズム構造を導き出せることを示した。
4. 本章の手法で作成が必要な釣合い行列のプログラミングは容易であり，また特異値分解も市販ソフトウェアを用いれば簡単に行うことができる。大変形解析にも汎用ソフトウェアを用いている。したがって，提案した

方法は，大変形メカニズム構造をシステマティックに導き出す簡便な方法として実用上極めて有効であるといえる。ただし，この安定性評価は微小変形の仮定に基づいているので，大変形メカニズムを導出するために，幾何学的非線形解析を併用して回転拘束の解放箇所を逐次判断しながら特定しており，よりシステマティックに大変形メカニズムを導出する手法の開発が今後の課題である。回転拘束の解放箇所をパラメータとした最適化問題を定式化することや，不静定次数の数だけ存在する自己釣合い部材力を利用する手法などが考えられる。

5. 本章の方法等を用いてメカニズムが得られれば，それに柔な部材を適切な箇所に追加することでコンプライアントメカニズムを生成することができる。コンプライアントメカニズムの特徴や柔な部材の最適化などについては，次章で検討することとする。

## 2 章の参考文献

- [1] S. Pellegrino: Structural computations with the singular value decomposition of the equilibrium matrix, *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 30, No. 21, pp. 3025–3035, 1993.
- [2] 柳井晴夫, 竹内 啓 : 射影行列・一般逆行列・特異値分解, 東京大学出版会, 1983.
- [3] 田村明久, 村松正和 : 最適化法, 共立出版, 2002.
- [4] M. S. Lobo, M. Fazel, S. Boyd: Portfolio optimization with linear and fixed transaction costs, *Annals of Operations Research*, No. 152, pp. 341–365, 2007.
- [5] M. Ohsaki: *Optimization of Finite Dimensional Structures*, CRC Press, 2010.
- [6] S. Pellegrino, C. R. Calladine: Matrix analysis of statically and kinematically indeterminate frameworks, *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 22, No. 4, pp. 409–428, 1986.
- [7] R. D. Kangwai, S. D. Guest: Detection of finite mechanisms in symmetric structures, *Int. J. Solids Struct.*, Vol. 36, pp. 5507–5527, 1999.
- [8] P. E. Gill, W. Murray and M. A. Saunders: SNOPT: An SQP algorithm for large-scale constrained optimization, *SIAM J. on Opt.*, Vol. 12, pp. 979–1006, 2002.
- [9] MATLAB Ver.7.7 User’s Guide, MathWorks, 2010.
- [10] ABAQUS Ver.6.10.3 Documentation, SIMULIA, 2011.
- [11] M. Ohsaki and S. Fujita: Multiobjective shape optimization of latticed shells for elastic stiffness and uniform member lengths, *Proc. ALGODE 2011*, Tokyo, 2011.



## 3 章

コンプライアントメカニズムによる

形態変化構造

### 3.1 はじめに

本章では，リンクメカニズム構造に柔な部材を追加したバイステーブルコンプライアントメカニズム構造による展開構造を，最適設計手法を用いて設計する。提案するいずれのコンプライアントメカニズムも，1点への荷重入力によりスナップスルー現象を引き起こし，全体の大変形を生み出すものである。目標として設定する変形状態を実現するために，節点座標や部材剛性といったパラメータを最適化するが，幾何非線形性があるために非線形計画法で直接解くことはできない。柱タイプメカニズムの例では，追加する柔な部材のパラメータをタブー探索とよばれる発見的最適化手法を用いて最適化する。変形状や必要な入力荷重，水平力に対する剛性は，節点位置や部材剛性を変更することにより，独立に制御できることを示す。次に，屋根タイプの例では，バイステーブルコンプライアントメカニズムの特徴を，不安定なリンクメカニズムと比較する。構造物の柔性と自重を有効に利用することで，形態変化に必要な最大荷重を減らすことができることを示す。

また，いずれのコンプライアントメカニズムも，スナップスルー現象と障害物への接触を利用することで，変形前と変形後の両状態において自己釣合い状態となるバイステーブルコンプライアントメカニズム構造とする。

### 3.2 バイステーブルコンプライアントメカニズム

本節では，トラス要素で構成されたフレキシブルな骨組モデルによるバイステーブルコンプライアントメカニズムの特徴をまとめる。変形前の初期状態に加えて，変形後も自己釣合い状態となるバイステーブル性は，スナップスルー現象を利用することで実現される[1, 2]。

バイステーブル性の基本的な概念を説明するために，図 3.1 に示す 2 本の部材で構成されたライズの低いトラスに，鉛直荷重  $P_1$  が作用するケースを考える。図では，破線は変形前の状態を，実線は変形後の状態を示す。荷重が作用する中央点の鉛直方向変位を  $U_1$  とする。

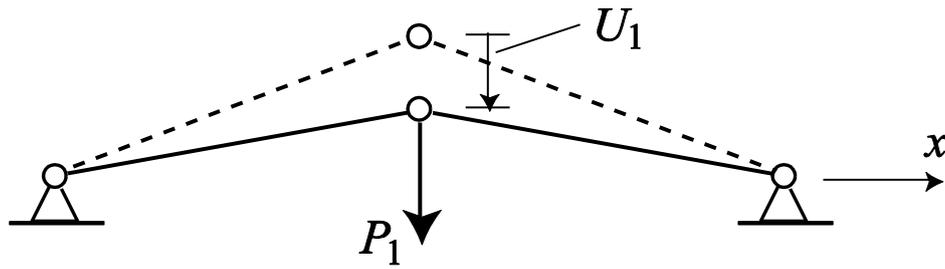


図 3.1 鉛直荷重が作用する 2 部材トラス  
(破線は初期形状を，実線は変形後の形状を示す。)

図 3.2(a)は，鉛直荷重  $P_1$  を作用させたときの変形過程を示し，a と表記された太い実線は変形前の初期状態である。この変形過程は，節点にとりつけたアクチュエータなどで節点変位を制御することを想定し，図 3.2(b)は，入力点変位  $U_1$  と入力点荷重  $P_1$  の関係を示す。図 3.2(b)の点 a, b, c, d, e は，それぞれ図 3.2(a)の形状 a, b, c, d, e に対応している。 $U_1$  を 0 から徐々に増やしていくと，荷重  $P_1$  は極限点とよばれる局所的な最大点 b に到達する。 $U_1$  を更に大きくしていくと， $P_1$  は減少していき，点 c で 0 となる。形状 c では，2 本の部材は 2 つの支点間で水平に連続した状態であり，この点 c は， $P_1=0$  であるので，外力の作用なしに形状を保持することができる自己釣合い状態である。ただし，この状態は，荷重－変位関係で負勾配をもつ不安定状態であるため，節点がわずかに変位するような錯乱を与えると，動的に大きく鉛直変位する。したがって，鉛直方向変位が生じないように固定しない限り不安定である。点 c を超えて  $U_1$  を増大していくと，荷重  $P_1=0$  で，部材も無応力状態となる点 d に到達する。形状 d は，x 軸に関して，初期形状と対称な形状である。この点は，明らかに安定であり，節点を固定することなく，外力なしで形状を保持することができる。点 d 以降は， $U_1$  を増大していくと，荷重  $P_1$  も増大していく。

一方，この変形過程を，変位  $U_1$  による制御ではなく，荷重  $P_1$  によって制御すると，極限点 b に達するまでは，荷重  $P_1$  は安定的に増加していく。しかし，極限点 b に達すると，釣合い状態は点 e まで動的に移行する。この現象はスナップスルー現象とよばれている。

図 3.2(b)で  $P_1=0$  となり， $U_1=U_1^c$  となる自己釣合い状態 c について考える。図 3.3 に示すように，2 つの支点間をつなぐ高さの少し下に水平な剛板を設置すると，点 c を少しだけ超えた位置で板に接触し，変形がとまる。すなわ

ち、 $U_1=0$  と  $U_1 \cong U_1^c$  という 2 つの自己釣り合い状態を持つバイステーブルメカニズムが生成される。変形後の安定状態において、微小な上向き荷重を作用させることで、初期状態に復元することができる。なお、図 3.2(a) の点 d も無応力で安定状態であるが、本章では、変形最終状態に小さな荷重を与えることで初期状態に復元するバイステーブル構造の特性を検証することとし、この状態 d は利用しないことにする。

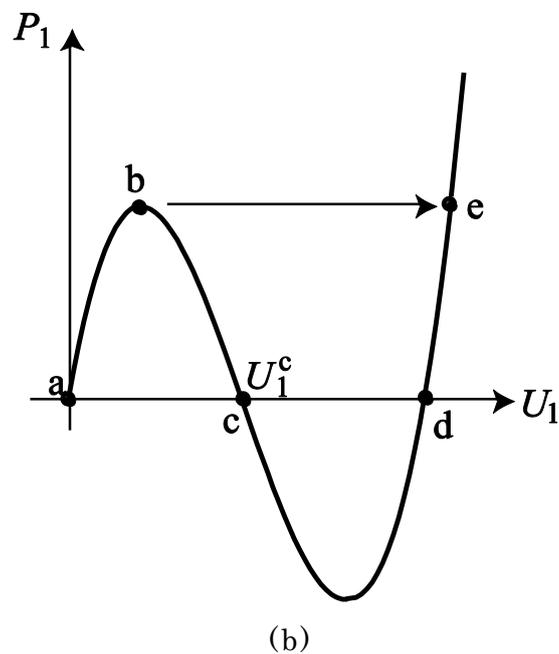
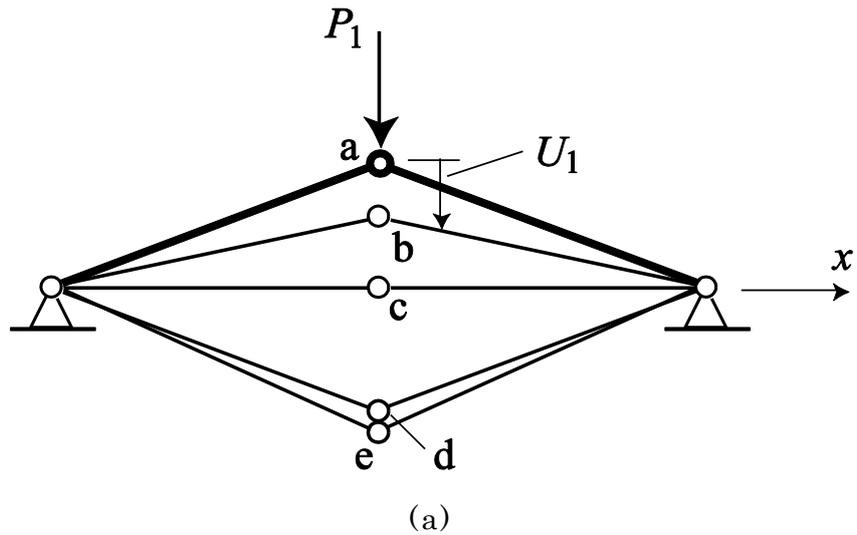


図 3.2 2 部材トラスの荷重  $P_1$  と変位  $U_1$  の関係

(a) 変形過程 (太線：変形前の初期形状，細線：変形形状)

(b)  $P_1$  と  $U_1$  の関係

以上に示した 2 部材トラスの例はスナップスルー現象とバイステーブル性を説明するためのモデルであるが，この 2 部材トラスに 2 つの部材を追加した図 3.4 のモデルは，節点 A への鉛直下向きの変位入力によって，節点 B が右上方へ変位を出力するバイステーブルコンプライアントメカニズムの例である。

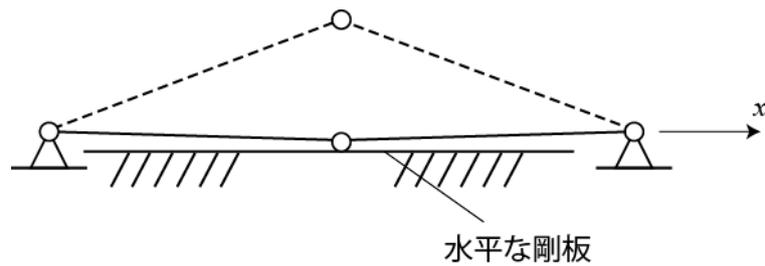


図 3.3 水平な剛板への接触によるトラスの安定化  
(破線：初期形状，実線：変形後の安定形状)

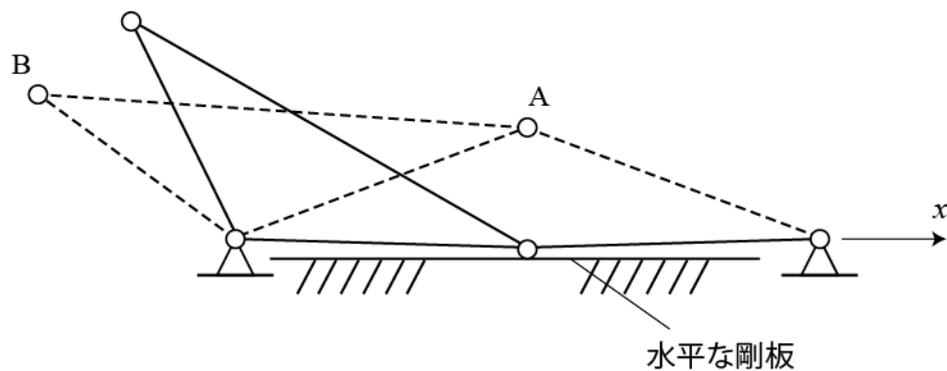


図 3.4 節点 A への変位入力によって，節点 B に設定した変位を出力するバイステーブルコンプライアントメカニズム  
(破線：初期形状，実線：変形後の形状)

本章で使われるバイステーブルコンプライアントメカニズムの特徴は以下のように要約される。

1. 構造物の入力節点へ強制変位を与えることによって、出力節点で指定された方向への大きな変位が生み出される。
2. 変形後の形状は、外力を作用させることなく保持することができる。つまり、構造物は、変形前の初期状態を含めて2つの自己釣合い状態を有する。
3. 変形後の形状において、少しの荷重を与えることで、変形前の初期状態へ復元することができる。

以降、本章では、十分に大きな剛性を有する部材で構成されたメカニズムに、剛性の小さい柔な部材を追加することでコンプライアントメカニズムとする例を示す。メカニズムを構成する部材は、十分に剛性の高い剛な梁要素、または、両端でヒンジ接合された剛なトラス要素でモデル化することとする。部材はすべて鋼材とし、ヤング係数は  $210.0 \text{ kN/mm}^2$ 、重量密度は  $77.0 \text{ kN/m}^3$  とする。また、本章で示すメカニズムモデルは全て材料が線形の範囲内で考えるため、解析は幾何学的非線形解析、材料線形解析で行うが、鋼材が弾性範囲内であることを確認するため、鋼材の降伏応力を  $325 \text{ N/mm}^2$  と考える。なお、剛性の低い柔な部材は、コイルバネや板バネといった適切な要素で製作され、弾性範囲内であるものとする。

### 3.3 柱タイプモデル

#### 3.3.1 モデルの定義

図 3.5(a)に示す柱タイプのコンプライアントメカニズムモデルのパラメータを最適化する。このモデルは構造体の具体的な提案ではなく、コンプライアントメカニズムの特性を検証するためのモデルであるが、形態変化することで開閉するような壁面を支持する自立壁などに利用することを想定している。各層は正方形ユニットであり、大きさは  $1\text{m} \times 1\text{m}$  とする。以降、各部材は、部材両端の節点番号で表記することにする。例えば、節点 1 と 2 をつなぐ部材は、部材 1-2 と表記する。図 3.5(a)の白丸はピン節点を表し、接続す

る部材はヒンジ接合される。また、黒丸は剛節点を表し、接続する部材は剛接合される。節点 13, 14, 15, 16 におけるピン節点は記載上節点からずらして書いているが、実際の解析上は剛節点と同一の位置である。すなわち、以下に示す一对の部材 (12-13, 13-7), (13-14, 14-8), (14-15, 15-9), (15-16, 16-10), (16-17, 17-11) は、それぞれ節点 13, 14, 15, 16, 17 にて剛接合されている。一方、部材 13-14, 14-15, 15-16, 16-17 は、それぞれ節点 13, 14, 15, 16 にてヒンジ接合されている。

部材は、表 3.1 に示すように 6 個のグループに分類する。グループ 1 と 2 は、梁要素でモデル化する鉛直部材および水平部材であり、断面外形が  $50 \times 50 \text{mm}$  で板厚  $2.3 \text{mm}$  の箱型断面 (断面積  $4.388 \times 10^{-4} \text{m}^2$ ) である。その他の全ての部材はトラス部材としてモデル化する。したがって、節点 1, 2, ..., 12 と 18, 19, ..., 22 はピン節点である。柱右側の鉛直トラス部材 6-18, 18-7, ..., 22-11, および、2 つの支点をつなぐ部材 12-6 は、グループ 3 とし、断面積はグループ 1 および 2 の梁部材と同じ部材断面 (断面積  $4.388 \times 10^{-4} \text{m}^2$ ) とする。残りのグループ 4, 5, 6 はトラス部材でモデル化する断面積が非常に小さい柔な部材である。これらのトラス部材は実際には同じ軸剛性を有するバネによって製作されるものとする。

節点 1 を鉛直下向きに変位させることで、全体の形状が変化する。節点 1 の鉛直方向変位は、グループ 4 の鉛直部材により節点 2, 3, 4, 5 に伝達される。なお、このグループ 4 の部材は、グループ 2 の水平部材とは接続していないものとする。節点 1, 2, 3, 4, 5 の鉛直下方への変位により、グループ 5 に属する斜めの柔な部材が圧縮されてスナップスルー現象を引き起こし、節点 1, 2, 3, 4, 5 と接続された右側の斜め部材 (グループ 6) が、節点 18, 19, 20, 21, 22 を水平方向 ( $x$  軸負方向) への変位を引き起こす。このようにして、図 3.5(b) に示すように変形する。

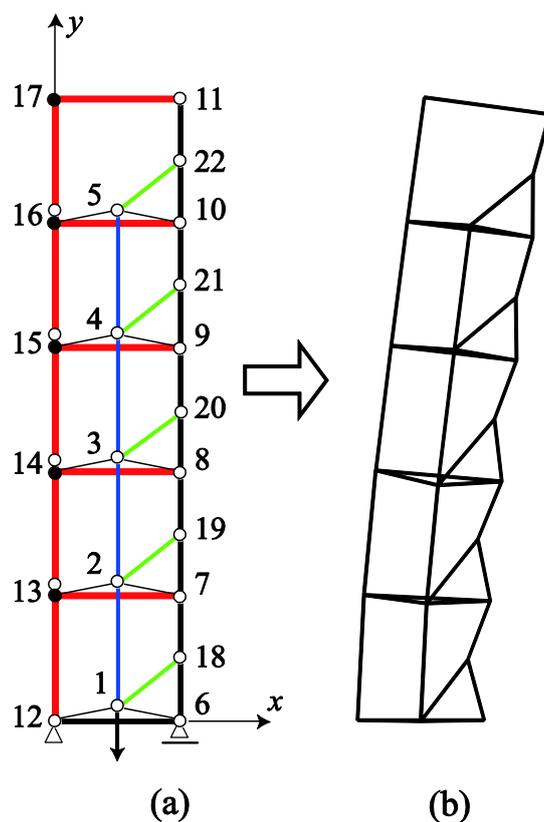


図 3.5 柱タイプモデル

- (a) 初期形状の部材配置と節点番号（白丸：ピン節点，黒丸：剛節点）  
 (b) 変形後の形状

表 3.1 柱モデルの部材断面（□は箱型断面を示す。）

グループ	部材	部材断面
1	12-13, 13-14, 14-15, 15-16, 16-17	梁要素：□ - 50×50×2.3
2	13-7, 14-8, 15-9, 16-2, 17-11	梁要素：□ - 50×50×2.3
3	6-18, 18-7, 7-19, 19-8, 8-20, 20-9, 9-21, 21-10, 10-22, 22-11, 12-6	トラス要素： $A=4.388 \times 10^{-4} \text{ m}^2$
4	1-2, 2-3, 3-4, 4-5	トラス要素： 最適化設計変数
5	12-1, 1-6, 13-2, 2-7, 14-3, 3-8, 15-4, 4-9, 16-5, 5-10	トラス要素： $A=1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2$
6	1-18, 2-19, 3-20, 4-21, 5-22	トラス要素： $A=1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2$

### 3.3.2 最適化問題

節点 1 の鉛直方向強制変位による幾何学的非線形性解析を，汎用構造解析プログラム OpenSees Ver. 2.3.2 [3]を用いて行う。変位の増大にともない，反力の絶対値は最初は増大するが，極限点に達した後は減少し，図 3.5(b)に示す変形形状となる。最終形状は，図 3.2 の点 c で示された，スナップスルー現象が起きた後の最初に反力が 0 になる状態と定義する。

変形後の目標形状を設定し，この目標形状と幾何学的非線形解析で得られる最終形状とのずれを最小化するように，モデルの節点位置や部材剛性を最適化する。この最適化過程においては，実際の構造設計では考慮される構造物の自重や水平荷重による変形は無視することとする。最適化で得られたメカニズムに実際的な設計荷重が作用するときの挙動については，3.3.3 項において検証する。

変形過程において全ての部材の応力は弾性範囲内に留まるものの，変形は幾何学的非線形性を有するため，連続する 2 つのステップの増分での応答から内挿して最終状態の応答を求める。しかし，関数勾配を利用する非線形計画法を用いるために必要な最終状態の応答の微分係数を，差分法で求めたときの精度は十分でない。したがって，最適化には関数勾配を利用しないタブー探索[4]とよばれる発見的手法を用いることとする。タブー探索は，局所探索の過程で数個の解を周期的に選択するサイクリングといわれる現象を防ぐために開発された最適化手法である。整数変数ベクトルを  $\mathbf{J} = \{J_1, J_2, \dots, J_m\}$  とし，目的関数  $F(\mathbf{J})$  を最大化する問題のタブー探索アルゴリズムを下記に要約する。

- Step 1 乱数などで任意に生成した初期解  $\mathbf{J}$  をシード解  $\hat{\mathbf{J}}$  とする。タブーリスト  $T = \{\hat{\mathbf{J}}\}$  とする。解  $\hat{\mathbf{J}}$  による目的関数値を求め，暫定最適目的関数値  $F^{\text{opt}} = F(\hat{\mathbf{J}})$  とする。
- Step 2  $\hat{\mathbf{J}}$  から  $q$  個の近傍解集合  $N = \{\mathbf{J}_1^N, \dots, \mathbf{J}_q^N\}$  を生成し，それぞれの解の目的関数値を求める。
- Step 3 集合  $N$  に含まれる解の中から，タブーリスト  $T$  に含まれず，目的関数  $F(\mathbf{J}_j^N)$  が最大となる解を選択する。この最良解を新たなシ

ード解  $\hat{\mathbf{J}}$  とし,  $\hat{\mathbf{J}}$  をタブーリスト  $T$  に追加する。

Step 4  $F(\hat{\mathbf{J}}) > F^{\text{opt}}$  であれば, 暫定最適目的関数値  $F^{\text{opt}} = F(\hat{\mathbf{J}})$  に更新する。

Step 5 繰り返しステップ数が設定した上限値に達した場合,  $F^{\text{opt}}$  を最適目的関数値, それに対応する解を最適解として終了する。その他の場合は, Step 2 へ。

$\{x_1, x_2, \dots, x_m\}$  を実数値を有する  $m$  個の設計変数とする。  $i$  番目の変数を, 整数変数  $J_i \in \{1, 2, \dots, s_i\}$  を用いて離散化する。つまり,  $i$  番目の変数  $J_i$  は 1 から  $s_i$  の間の整数であり,  $s_i$  は離散値の数である。実数変数  $x_i$  の上限値を  $x_i^U$ , 下限値を  $x_i^L$  と表記すると,  $x_i$  と  $J_i$  の関係は以下のように表すことができる。

$$x_i = x_i^L + \frac{J_i - 1}{s_i - 1} (x_i^U - x_i^L), \quad (i = 1, \dots, m) \quad (3.1)$$

したがって, メカニズムの全ての特性は, 整数変数ベクトル  $\mathbf{J} = (J_1, \dots, J_m)$  の関数である。

最適化問題は, 指定する節点の目標変位と幾何学的非線形解析で得られる最終変位との偏差  $E(\mathbf{J})$  の最小化問題とする。指定する  $q$  個の節点変位で構成された変位ベクトルを  $\mathbf{U}$ , 目標変位ベクトルを  $\mathbf{U}^*$  とすると, 最適化問題は, 下記に示すような, 制約なし最適化問題として定式化することができる。

$$\text{Minimize } E(\mathbf{J}) = \left( \frac{1}{q} \left\| \mathbf{U}(\mathbf{J}) - \mathbf{U}^* \right\|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.2a)$$

$$\text{subject to } J_i \in \{1, \dots, s_i\}, \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (3.2b)$$

以降に示す柱タイプモデルの例題においては, 設計変数は, グループ 4 に属する 4 個の柔な部材の断面積 ( $A_{1-2}, A_{2-3}, A_{3-4}, A_{4-5}$ ), および, 節点 1, 2, 3, 4, 5 の  $y$  座標 ( $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5$ ) の 9 変数とする。

### 3.3.3 最適化結果

Opt-1, Opt-2, Opt-3 の 3 ケースの最適化を行う。それぞれのケースで, 節点 8, 9, 10, 11 の 4 個の節点の  $x$  方向目標変位を表 3.2 に示すように設定

する。各ケースで設計変数を取りうる領域は表 3.3 のように設定する。

ランダムに与えた 5 個の初期変数からタブー探索を実行し、得られた近似最適解の中で最も良い目的関数値となる変数を最適解とする。タブー探索では、全ての変数のサンプリング数  $s_i$  は 11、近傍解の数は 18、ステップ数は 200 とする。得られた最適解を表 3.4 に、最適解による指定した節点の水平方向変位を表 3.2 に示す。各ケースの最適解の目的関数値および最終状態での節点 1 の鉛直方向変位  $U_1^y$  も表 3.4 に示している。節点 8 と 10 の変位は目標変位と十分よく一致しているとは言い難いが、節点 9 と 11 の変位は目標変位に近く、表 3.4 に示す最適関数値は十分に小さい。Opt-1 と Opt-3 の形状を図 3.6(a), (b) に示す。図 3.6 の左側は初期形状を、右側は最終形状を示す。3 ケースのうちで最も小さい目的関数値となっている Opt-1 の最適解を、これ以降、標準モデルと呼び、実際的な設計荷重が作用する場合の特性について検証する。

なお、前述した通り、柔な部材は実際にはバネとして製作されることを想定している。例えば、標準モデルの部材 1-12 はトラス要素としてモデル化され、断面積  $A = 1.0 \times 10^{-6} \text{ m}^2$ 、ヤング率は  $210 \text{ kN/mm}^2$ 、部材長は初期状態で  $0.519 \text{ m}$ 、変形後で  $0.500 \text{ m}$  である。したがって、バネとしてモデル化するならば、軸剛性は  $404 \text{ N/mm}$  となる。このバネの変形量および剛性は、実際に製作が可能なコイルバネの範囲内であることを確認している[5]。

表 3.2 節点 8-11 の水平方向目標変位と最適化メカニズムの変位(m)

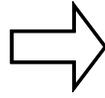
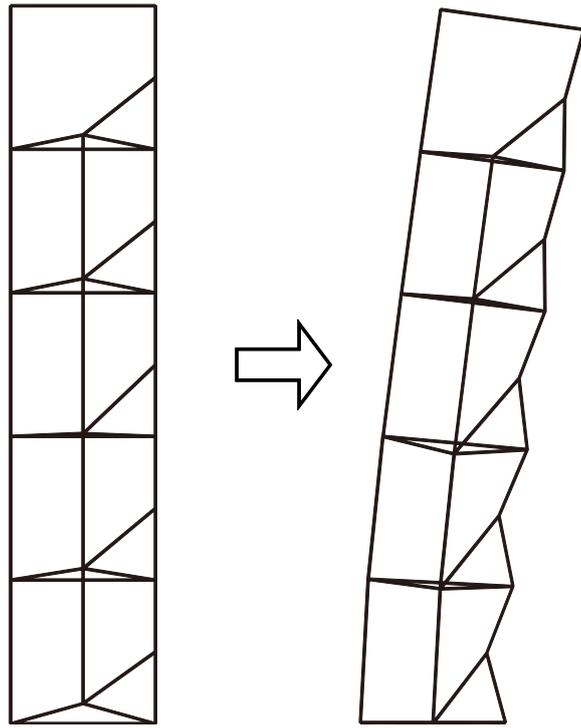
ケース		節点 8	節点 9	節点 10	節点 11
Opt-1	目標変位	0.1200	0.2600	0.4200	0.5000
	最適化変位	0.1411	0.2588	0.3851	0.5189
Opt-2	目標変位	0.1500	0.3250	0.5250	0.6250
	最適化変位	0.1742	0.3240	0.4842	0.6515
Opt-3	目標変位	0.1800	0.3900	0.6300	0.7500
	最適化変位	0.2280	0.3878	0.5640	0.7525

表 3.3 Opt-1, Opt-2, Opt-3 における変数の上下限值

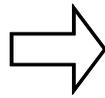
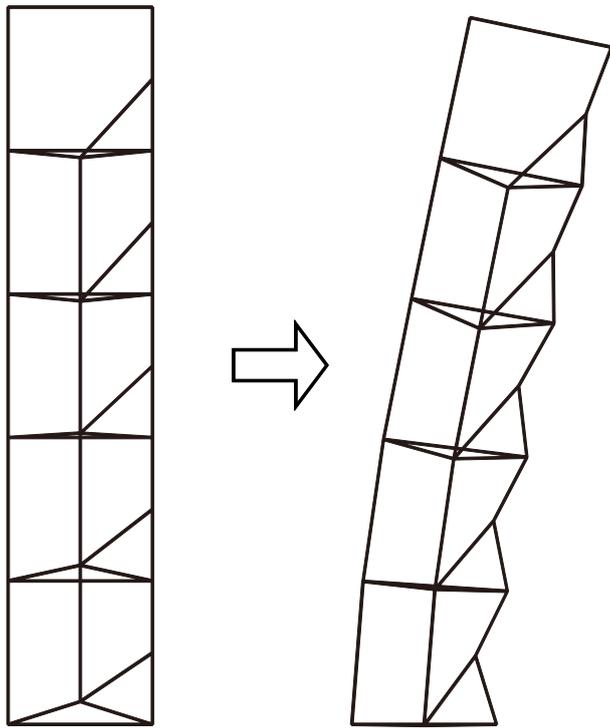
変数	Opt-1		Opt-2, Opt-3	
	下限値	上限値	下限値	上限値
$A_{1-2}$ (m <sup>2</sup> )	$5.0 \times 10^{-7}$	$5.0 \times 10^{-6}$	$2.0 \times 10^{-6}$	$7.0 \times 10^{-6}$
$A_{2-3}$ (m <sup>2</sup> )	$5.0 \times 10^{-7}$	$5.0 \times 10^{-6}$	$2.0 \times 10^{-6}$	$7.0 \times 10^{-6}$
$A_{3-4}$ (m <sup>2</sup> )	$5.0 \times 10^{-7}$	$5.0 \times 10^{-6}$	$2.0 \times 10^{-6}$	$7.0 \times 10^{-6}$
$A_{4-5}$ (m <sup>2</sup> )	$5.0 \times 10^{-7}$	$5.0 \times 10^{-6}$	$5.0 \times 10^{-6}$	$1.5 \times 10^{-5}$
$Y_1$ (m)	0.05	0.15	0.10	0.20
$Y_2$ (m)	1.05	1.15	1.10	1.20
$Y_3$ (m)	2.00	2.10	1.95	2.05
$Y_4$ (m)	3.00	3.10	2.95	3.05
$Y_5$ (m)	4.00	4.10	3.95	4.05

表 3.4 柱タイプモデルの最適解

	Opt-1	Opt-2	Opt-3
$A_{1-2}$ (m <sup>2</sup> )	5.00	7.00	3.00
$A_{2-3}$ (m <sup>2</sup> )	0.95	6.00	5.50
$A_{3-4}$ (m <sup>2</sup> )	0.50	2.50	3.00
$A_{4-5}$ (m <sup>2</sup> )	1.00	5.00	6.00
$Y_1$ (m)	0.14	0.13	0.16
$Y_2$ (m)	1.08	1.10	1.11
$Y_3$ (m)	2.02	2.03	2.03
$Y_4$ (m)	3.10	2.95	2.95
$Y_5$ (m)	4.10	3.95	3.95
目的関数值(m)	0.02249	0.02951	0.03147
$U_1^y$ (m)	-0.147	-0.1521	-0.168



(a)



(b)

図 3.6 最適解の初期形状と最終形状  
(a)Opt-1, (b)Opt-3

最適化で得られたメカニズムに実際的な荷重が作用する場合の準静的解析を、有限要素解析プログラム ABAQUS Ver. 6.10 [6]を用いて行う。以降、 $G$ は重力加速度を示す。解析は、時刻  $t$  に応じた下記の 3 ステップにより構成される。

Step 1:  $0 \leq t \leq 1$ : 節点 1 を拘束せずに、全ての部材に鉛直方向重力  $1.0G$  を作用させる。

Step 2:  $1 \leq t \leq 2$ : 節点 1 を鉛直方向に、表 3.4 に示す最終状態  $U_1^y$  まで、強制変位させて、全体形状を変化させる。

Step 3:  $2 \leq t \leq 3$ : 節点 1 の鉛直方向変位を拘束した後、全ての部材に  $0.2G$  の水平荷重を  $x$  軸正方向に作用させる。

標準モデルにおける、節点 1 の鉛直方向反力  $R_1^y$  の時刻  $t$  による変化を図 3.7 の実線で示す。 $y$  軸負の方向にスナップスルー現象が発生している。反力の絶対値の最大値は  $2.641 \text{ kN}$  である。以降、記述を簡略化するため、 $R_1^{y(\max)}$  は、反力の絶対値の最大値を示すこととする。なお、形状変形の最終状態 ( $t=2.0$ ) の反力  $R_1^y$  は、最適化過程では考慮していなかった重力の影響で、 $0.570 \text{ kN}$  とやや大きな値となっているが、 $t=2.0$  よりわずかに前の、反力が不要な自己釣り合い状態に変形プロセスをとめることにすれば、初期状態に戻るために必要な上方への荷重は小さくて済む。

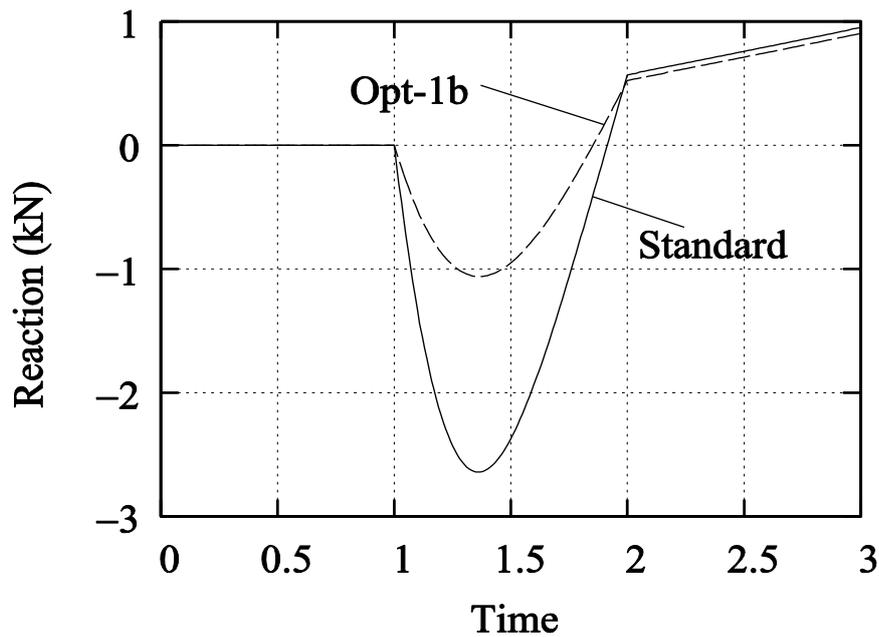


図 3.7 節点 1 の鉛直方向反力  $R_1^y$   
(実線：標準モデル，破線：Opt-1b)

節点 11 の水平方向変位  $U_{11}^x$  を図 3.8 に示す。また、 $R_1^{y(\max)}$  および、 $t=2$  と  $t=3$  での  $R_1^y$  と  $U_{11}^x$  の値を、表 3.5 に標準モデルとして記す。形状変形過程 ( $1 \leq t \leq 2$ )、および、水平荷重 ( $2 \leq t \leq 3$ ) による変位増分値を、それぞれ、添字(S)および(L)で示すことにする。すなわち、 $U_{11}^{x(S)} = 0.5435 \text{ m}$ 、 $U_{11}^{x(L)} = 0.5703 - 0.5435 = 0.0268 \text{ m}$  である。この  $U_{11}^{x(L)}$  の値も表 3.5 に示している。この  $U_{11}^{x(L)}$  の値  $0.0268 \text{ m}$  は、構造物の高さ  $5.0 \text{ m}$  の変形角  $1/200$  に相当する値  $0.0250 \text{ m}$  よりも大きい。

水平荷重に対する剛性を増加させるために、グループ 6 に属する部材の断面積  $A_6^g$  を標準モデルの 5 倍にすると、 $U_{11}^{x(S)} = 0.5309 \text{ m}$ 、 $U_{11}^{x(L)} = 0.0230 \text{ m}$  となる。一方、 $R_1^{y(\max)}$  は  $2.649 \text{ kN}$  となる。表 3.5 に、この結果を Opt-1a として記している。このように、形状変形に必要な鉛直方向荷重を大きくすることなく、水平荷重に対する変形を小さくすることができる。

$A_6^g$  の標準モデルに対する比率を  $A_6^{g*}$  と表記する。その他の値の比率も同様にして添字\*で表記する。 $A_6^{g*}$  を変化させた場合の、 $R_1^{y(\max)*}$ 、 $U_{11}^{x(S)*}$ 、 $U_{11}^{x(L)*}$  の変化を図 3.9 に示す。図より、 $R_1^{y(\max)*}$  は、 $A_6^{g*}$  に関してほとんど一定であることが分かる。

スナップスルー現象に直接関係するグループ 5 の部材断面積  $A_5^{g*}$  を小さく

して、標準モデルの半分にした場合は、図 3.7 の破線に示すような反力を示す。このモデルを Opt-1b とする。反力の最大値  $R_1^{y(\max)}$  は 1.061 kN であり、標準モデルの半分以下である。表 3.5 に Opt-1b の結果を示す。 $U_{11}^{x(S)}=0.4796$  m,  $U_{11}^{x(L)}=0.0396$  m であり、Opt-1b は、Opt-1a に比べて、反力  $R_1^{y(\max)}$  は小さいが、最大変位  $U_{11}^{x(L)}$  は大きい。したがって、グループ 5 の断面積は、形状変形に必要な荷重と水平荷重による変形のトレードオフによって決定することができる。 $A_5^{g*}$  を変化させた場合の  $R_1^{y(\max)*}$ ,  $U_{11}^{x(S)*}$ ,  $U_{11}^{x(L)*}$  の変化を図 3.10 に示す。図より、 $U_{11}^{x(S)*}$ ,  $U_{11}^{x(L)*}$  は、 $A_5^{g*}$  に関してほぼ一定であることが分かる。このように、形状変形に必要な鉛直荷重  $R_1^y$  および水平荷重に対する剛性は、異なるグループの部材剛性を変更することで、それぞれ独立に変更することができる。

柔な部材を除いたトラスおよび梁部材に生じている最大応力は、標準モデル (Opt-1), Opt-1a, Opt-1b でそれぞれ、41.66, 40.74, 29.75 N/mm<sup>2</sup> であり、部材 8-14 で生じている。つまり、部材に生じる最大応力は、グループ 6 の柔な部材の断面積には影響されないが、グループ 5 の柔な部材の断面積には影響を受けている。なお、上記の 3 ケースで最も大きな応力は鋼材の降伏応力 325 N/mm<sup>2</sup> の 1/7 以下である。コンプライアントメカニズム構造に生じる大きなひずみは、柔な部材に限定されて生じるため、他の部材の応力は十分に小さくなる。また、梁部材の自重をあまり大きくすることなく断面性能を大きくすれば、梁部材の応力は更に小さくすることができる。

Opt1-bにおいて重力を考慮しない場合の  $R_1^y$  の変化を図 3.11 の実線で示す。破線は重力を考慮した場合の変化を示している。図から分かるように、構造物の自重を利用することで、反力の最大値は小さくなっていることが分かる。この特性については、3.4 節で詳しく検証する。

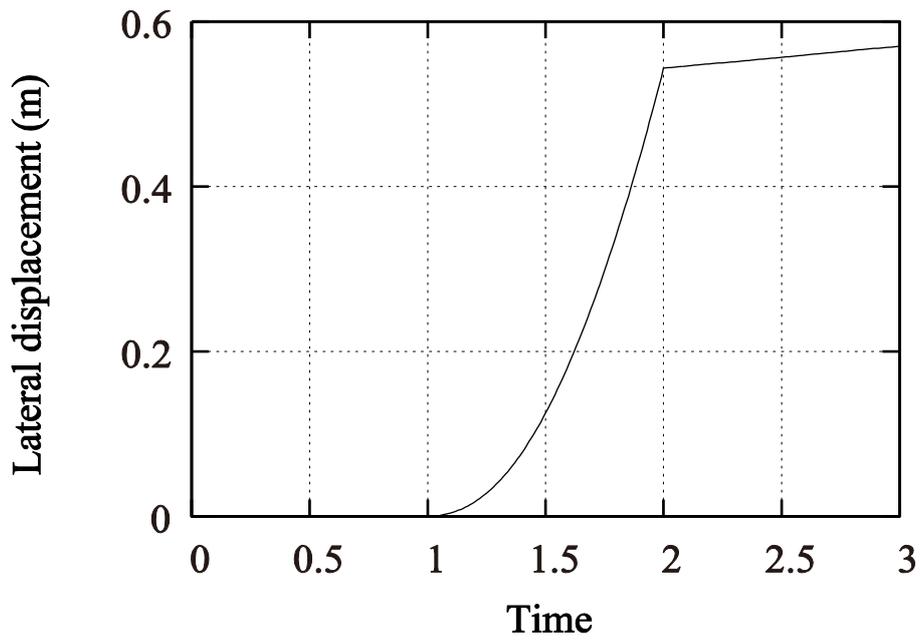


図 3.8 標準モデルの節点 11 の水平変位  $U_{11}^x$

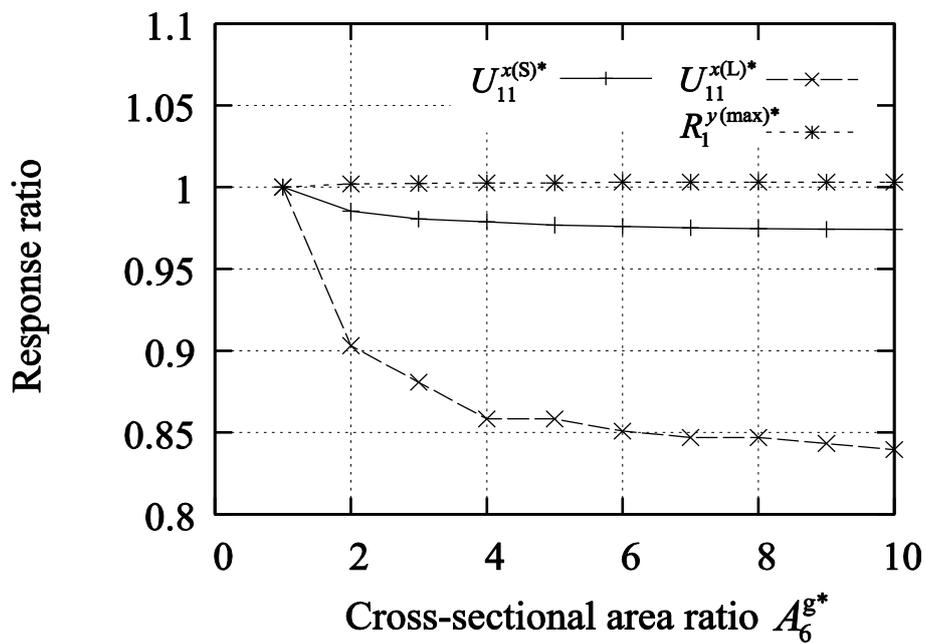


図 3.9 グループ 6 の断面積比率に関する反力と変位の比率変化  
 (実線 :  $U_{11}^{x(S)*}$ , 破線 :  $U_{11}^{x(L)*}$ , 点線 :  $R_1^{y(max)*}$  )

表 3.5 柱タイプモデルの最大反力  $R_1^{y(\max)}$  (kN), および  $t = 2, 3$  における反力  $R_1^y$  (kN)と節点 11 の水平変位  $U_{11}^x$  (m), および,  $U_{11}^{x(L)}$

		$R_1^{y(\max)}$	$t = 2$	$t = 3$	$U_{11}^{x(L)}$
標準モデル	変位	—	0.5435	0.5703	0.0268
	反力	2.641	0.5701	0.9529	—
Opt-1a	変位	—	0.5309	0.5539	0.0230
	反力	2.649	0.5450	0.9158	—
Opt-1b	変位	—	0.4796	0.5192	0.0396
	反力	1.061	0.5258	0.9053	—

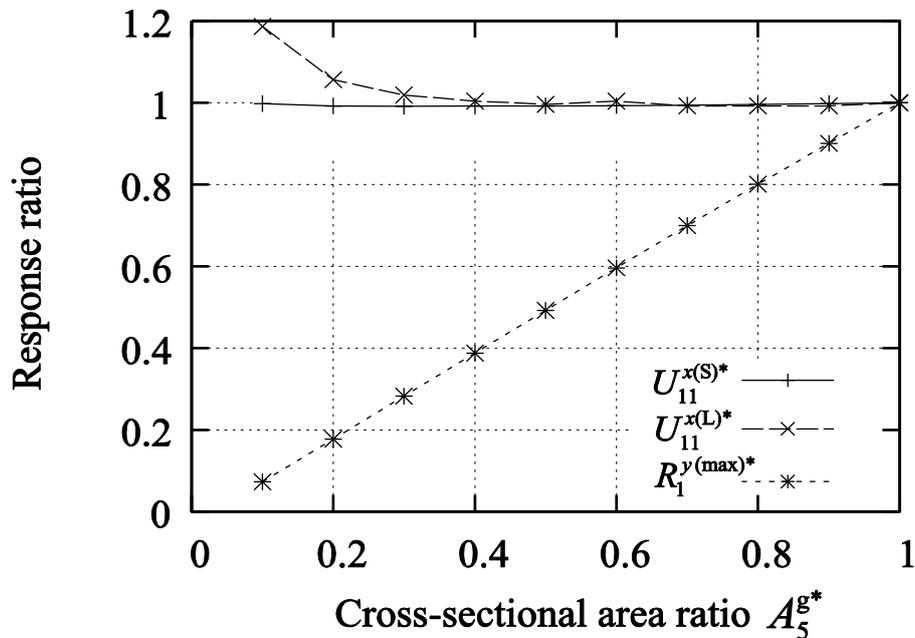


図 3.10 グループ 5 の断面積比率に関する反力と変位の比率変化  
(実線 :  $U_{11}^{x(S)*}$ , 破線 :  $U_{11}^{x(L)*}$ , 点線 :  $R_1^{y(\max)*}$ )

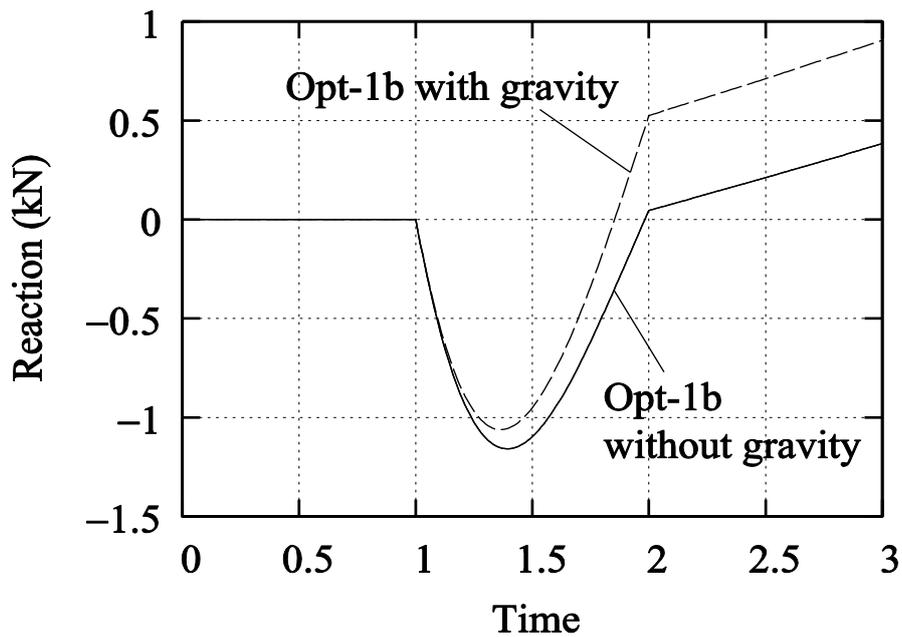


図 3.11 柱タイプモデル Opt-1b の節点 1 の鉛直反力  $R_1^y$   
 (実線：重力を考慮しない場合の Opt-1b,  
 破線：重力を考慮した場合の Opt-1b)

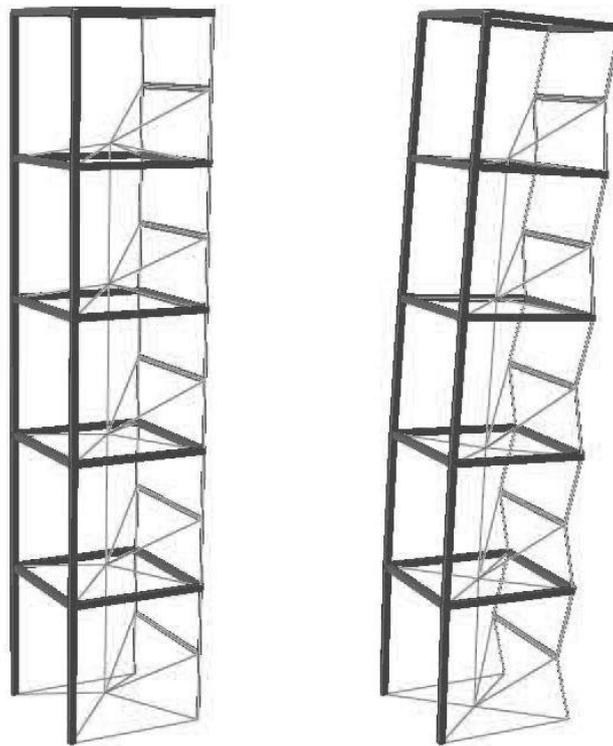
本節の結果より，構造物の柔性を利用することは，不安定メカニズムに比べて以下のような利点がある。

1. 変形過程においては，入力位置の鉛直方向変位のみを拘束することで，構造物の安定性を確保できる。すなわち，水平方向の拘束は不要である。
2. 構造物全体を変形させるために必要な荷重入力装置（アクチュエータ等）は 1 個だけである。
3. 極限点以降で反力が減少した後の最初に現れる自己釣り合い状態を少し超えた位置で変形プロセスをとめた状態を最終状態とすれば，少しの鉛直上向き荷重を作用させることで初期状態に復元できる。したがって，形状変形には鉛直下向きの荷重のみが必要であり，荷重入力装置は簡便なもので計画することができる。
4. 変形最終状態において，1 点の節点を拘束することにより，構造物は水平

荷重に対して十分な剛性を確保できる。

- 異なるグループの部材剛性を変化させることで、形状変形に必要な荷重と水平荷重に対する剛性はそれぞれ独立に制御することができる。

なお、本節では平面架構メカニズムについて検証したが、この平面架構を3次元構造物に拡張するには、平面架構の4角形を6面体ユニットに、座屈する三角形要素は5面体パーツにすることで、図3.12のような3次元の形態変化構造が得られる。この3次元構造が平面架構と同様の変形過程となることは、大変形解析により確認している。



(a) 変形前形状

(b) 変形後形状

図 3.12 3次元構造物への変換

### 3.4 屋根タイプモデル

図 3.13 に示す屋根モデル 1 を用いて、構造の柔性を利用することの有効性を検証する。ここではパラメータの最適化は行わず、ABAQUS を用いた準静的解析を通して、モデルの特性を検証することとする。

節点  $i$  の座標を  $(X_i, Y_i, Z_i)$  と表し、全節点の座標を表 3.6 に示す。境界条件は、 $yz$  平面に関して対称となるよう設定する。節点 1, 2, 3, 7 は  $x$  方向固定、節点 2 は  $y$  方向固定、節点 2, 5, 6, 7 は  $z$  方向固定である。全ての部材は断面積  $0.02194 \text{ m}^2$  のトラス要素でモデル化する。三角形 2-3-5 および 2-3-6 で壁を構成し、三角形 4-3-5 および 4-3-6 は屋根を構成する。節点 1 を下方に変位させることにより、節点 7 が  $x$  方向に変位し、節点 5 と 6 間の距離が縮小する。それに伴って、頂点の節点 4 が上方に移動する。図 3.13(c) の点線は、変形後の形状を示す。このモデルは、コンプライアントメカニズムによって構成される空間構造の力学特性を検証することを目的としており、具体的な建築構造体の提案が目的ではないが、屋根高さが用途などに応じて変えられる建築を想定したものである。図 3.13(d) はイメージパースを示す。

全部材に与える重力  $1.0G$  および水平荷重  $0.2G$  に加えて、節点 4 には、屋根面の屋根仕上げ重量および支配面積を考慮して、鉛直荷重  $25.0 \text{ kN}$  と水平荷重  $5.0 \text{ kN}$  を与える。荷重載荷手順は、3.3 節の柱タイプモデルと同様とする。すなわち、重力載荷は  $0 \leq t \leq 1$ 、形状変化は  $1 \leq t \leq 2$ 、 $y$  方向水平荷重は  $2 \leq t \leq 3$  とする。

このモデルをモデル 1-1 とする。節点 1 を固定しない場合は不安定なメカニズムである。このモデルの節点 1 を  $xy$  平面にまで引き下げると、節点 4 は  $Z_4=5.0 \text{ m}$  から上方に移動し、 $Z_4=5.7115 \text{ m}$  となる。図 3.14 の実線は、節点 1 の  $z$  方向反力  $R_1^z$  の推移を示す。なお、形状変化の最終状態 ( $t=2$ ) における  $R_1^z$  は、 $xy$  平面上に位置する部材 1-2 と 1-7 の重量の半分一致する。

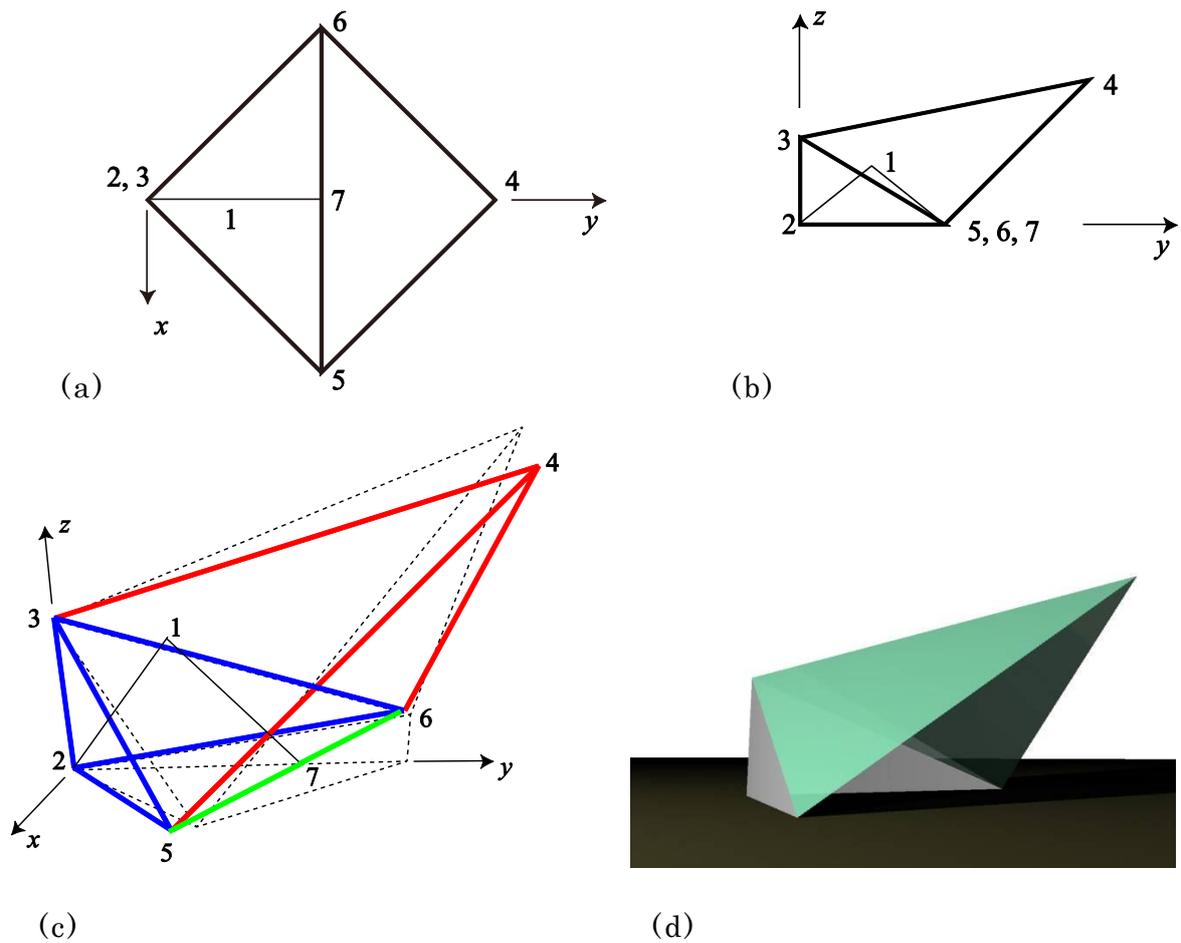


図 3.13 屋根モデル 1

(a)平面, (b)立面, (c)鳥観 (実線: 初期形状, 点線: 変形後の形状)

(d)イメージパース

表 3.6 屋根モデル 1 と屋根モデル 2 の節点座標 (m)

節点	モデル 1			モデル 2		
	$X_i$	$Y_i$	$Z_i$	$X_i$	$Y_i$	$Z_i$
1	0	2.5	2.5	0	2.93	0
2	0	0	0	0	0	0
3	0	0	3	0	0	3
4	0	10	5	0	10	5.7115
5	5	5	0	5	5	0
6	-5	5	0	-5	5	0
7	0	5	0	-	-	-

次に、節点 2 と 7 の間を断面積  $2.194 \times 10^{-7} \text{ m}^2$  の柔な部材でつなぐことでコンプライアントメカニズムを形成するモデルについて検討する。このモデルをモデル 1-2 とする。この構造は、節点 1 を固定することなく安定である。なお、柔な部材は軸剛性  $9.215 \text{ N/mm}$  のバネとして製作されることを想定する。この軸剛性をもつコイルバネは、実際に作製できる範囲内の十分に小さいバネである。

節点  $i$  の変位ベクトルを  $\mathbf{U}_i = (U_i^x, U_i^y, U_i^z)$  と記述する。以降、部材自重および追加した鉛直荷重が作用する荷重ケースを、簡便のため、単に自重とよぶ。自重が作用した  $t=1$  における節点 4, 5, 6 の変位は十分に小さい。モデル 1-2 の反力  $R_1^z$  を図 3.14 の破線に示す。図より、柔な部材を挿入すると  $R_1^z$  の絶対値の最大値は大きくなるのが分かる。

最終状態での  $R_1^z$  は正の値であるので、 $t=2$  のわずか前で、自己釣り合い状態となる  $R_1^z=0$  となる位置を少し超えたところで変形がとまるよう、xy 平面の少し下に障害物を設置しておけば、この状態を安定化することができる。この状態を最終状態とすれば、上方に少しの荷重を与えることで、容易に初期状態に復元することができる。なお、トラス部材に生じている最大応力は、 $12.36 \text{ N/mm}^2$  であり、鋼の降伏応力  $325 \text{ N/mm}^2$  の  $1/25$  程度である。

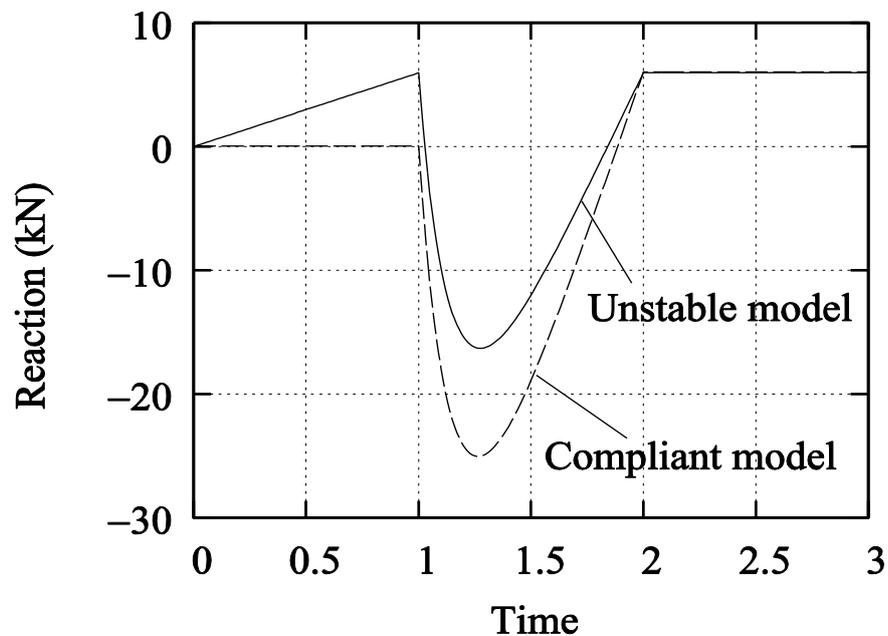


図 3.14 モデル 1 の節点 1 への反力  $R_1^z$

(実線：不安定モデル 1-1, 破線：コンプライアントメカニズムモデル 1-2)

次に、図 3.15 に示す屋根モデル 2 の検討を行う。このモデルも不安定なメカニズムであり、対となる部材 1-5 と 1-6 は  $xy$  平面上に配置されている。境界条件はモデル 1 と同様とするが、節点 1 は  $x$  方向および  $z$  方向固定とする。このモデルをモデル 2-1 とする。節点 1 を  $xy$  平面の  $y$  軸正方向に変位させると、節点 5 と 6 間の距離が増大するため、モデル 1-1 とは逆に、頂点の節点 4 は下方に変位する。図 3.15(c) の点線は、この変形後の形状を示す。なお、モデル 1-1 の変形最終状態は  $Z_4=5.7115$  m であるので、モデル 2-1 は初期形状の  $Z_4=5.7115$  m とすることで、モデル 1-1 の変形とは逆向きの形状変化になるようなモデルとする。節点 1 の  $y$  方向反力  $R_1^y$  を図 3.16 の実線に示す。図より、反力  $R_1^y$  は、モデル 1-1 の反力  $R_1^z$  の絶対値よりも大きいことが分かる。

次に、このメカニズムを安定化するために、節点 5 と 6 の間に、断面積を  $A_s$  の柔な部材を追加する。 $A_s=2.194 \times 10^{-5}$  m<sup>2</sup> の柔な部材を追加したモデルを、モデル 2-2 とする。なお、この断面積は、軸剛性 460.7 N/mm のバネと同じ剛性であり、大型コイルバネとして製作可能な範囲である[5]。このモデルの  $t=1$  での節点 4 の  $z$  方向変位  $U_4^z$  は、 $-0.2757$  m であるため、この  $t=1$  における全ての節点変位を用いて、初期形状を補正したモデルとする。このモデルの反力は図 3.16 の破線となる。図より、反力の絶対値の最大値(以降、 $R_1^{y(\max)}$  とする。)は、柔な部材を追加することにより、増加していることが分かる。

次に  $A_s$  を  $1.097 \times 10^{-5}$  m<sup>2</sup> に小さくしたモデル 2-3 の検討を行う。図 3.16 の鎖線はこのモデル 2-3 の反力を示しており、不安定モデル 2-1 より反力  $R_1^{y(\max)}$  は小さい。さらに、モデル 2-1 とは異なり、 $t=1$  において節点 1 の拘束(反力)が不要であるという点は重要である。時刻  $t$  に関する  $U_4^z$  の変化を図 3.17 に示す。 $t=1$  での変位は  $0.1558$  m であるが、更に大きな反力を許容すれば、 $A_s$  を大きくすることで、この変位は小さくすることができる。もしくは、 $t=1$  において望んだ形状となるように、節点 4 の初期位置を調整しても良い。このモデル 2-3 で生じるトラス部材の最大応力(絶対値)は、部材 2-5 および 2-6 で生じており、 $5.17$  N/mm<sup>2</sup> である。この応力は、鋼材の降伏応力  $325$  N/mm<sup>2</sup> の  $1/60$  程度である。

モデル 2-3 と同じ部材のモデルで、自重を考慮しない場合をモデル 2-4 として検討すると、反力  $R_1^y$  は図 3.16 の点線となる。したがって、自重を考慮

に入れることで，最大反力が低減できることが分かる。

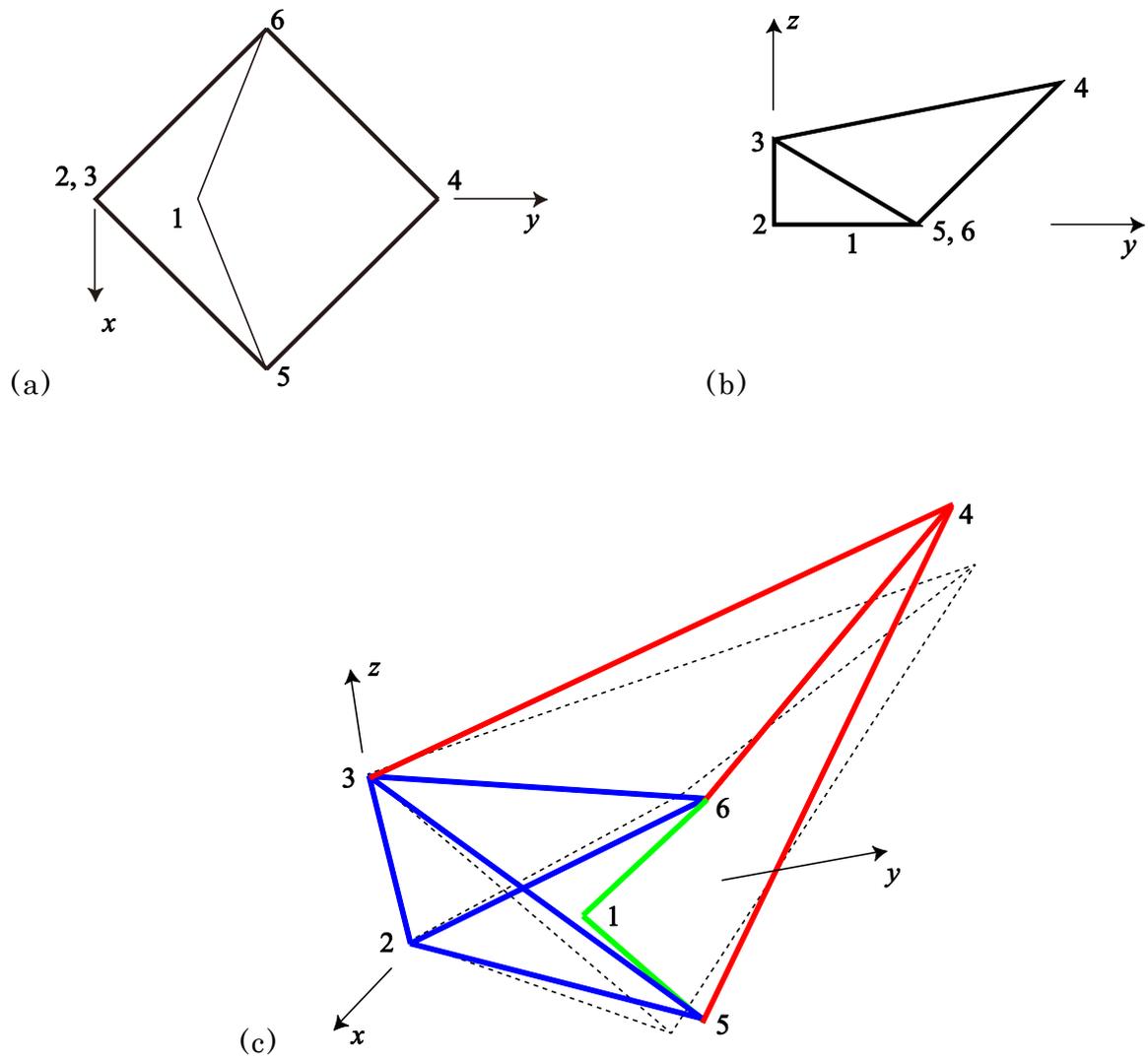


図 3.15 屋根モデル 2

(a)平面，(b)立面，(c)鳥観（実線：初期形状，点線：変形後の形状）

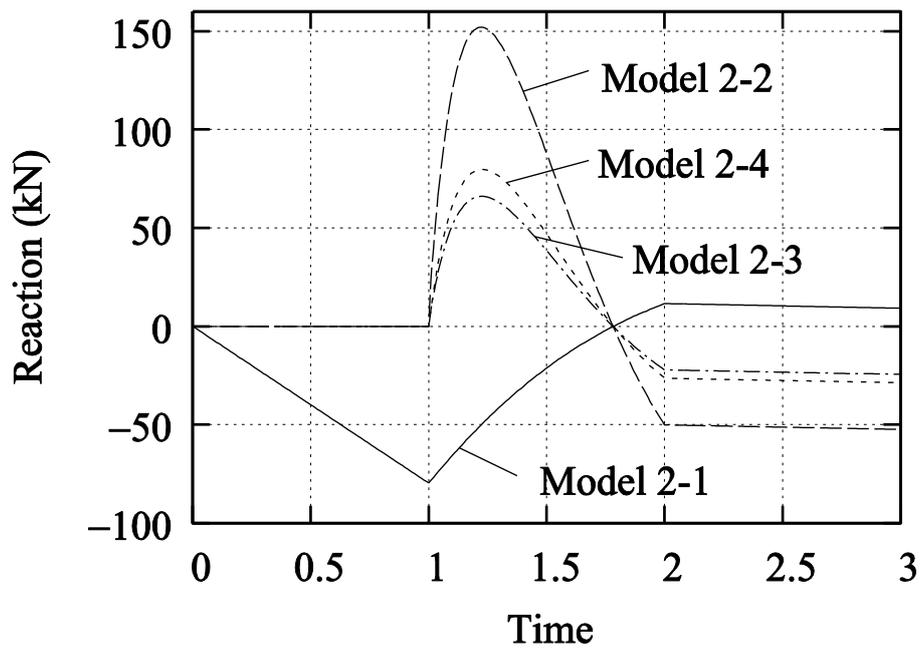


図 3.16 屋根モデル 2 の節点 1 への反力  $R_1^y$

実線：モデル 2-1 (不安定メカニズム),

破線：モデル 2-2 (コンプライアントメカニズム),

鎖線：モデル 2-3 (小さいバネ),

点線：モデル 2-4 (モデル 2-3 の自重は考慮しない場合)

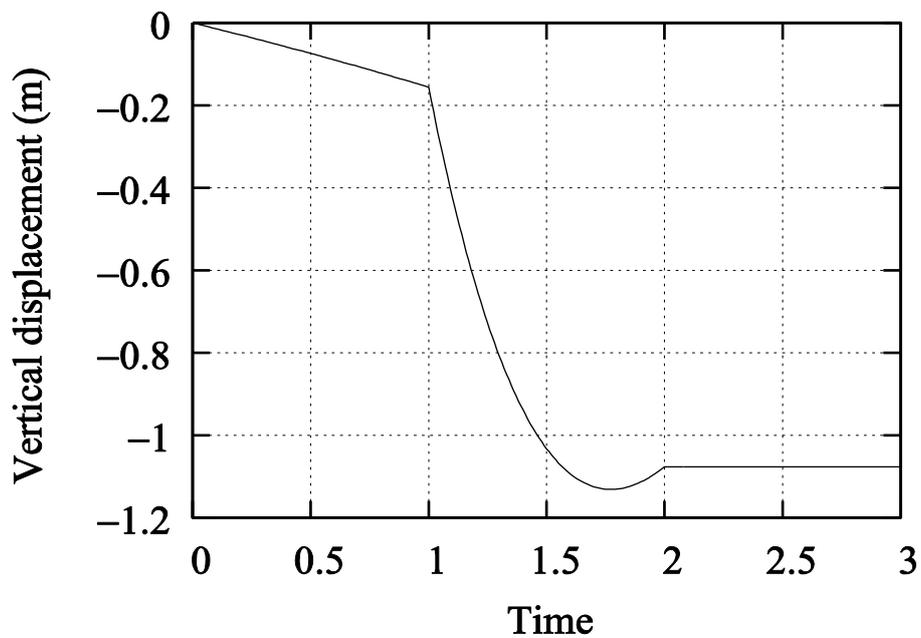


図 3.17 屋根モデル 2-3 の節点 4 の鉛直変位  $U_4^z$

図 3.18 は，トラスに強制変位を与えた場合，自重によって反力が低下する状況を図示している。対称に配置された斜めの 2 部材は十分に剛性の高い剛トラス要素，2 つの支点間をつなぐ部材は剛性の小さい柔な部材である。図 3.18(a)は自重がない場合を示し，頂点への下向き荷重により形状変化する。斜めの剛部材の変形前（初期状態）の傾斜角度を  $\theta$  とし，変形後を  $\theta^*$  とする。変形後の形状の反力を  $P$ ，柔な部材の軸力を  $N$  とすると，

$$P = 2 N \tan \theta \quad (3.3)$$

である。図 3.18(b)は，自重を考慮した場合について，同様に変形状態を図示したものである。自重  $G$  が作用したときに剛部材の傾斜角度が  $\theta$  となるように，初期形状を設定することとする。この自重  $G$  のみが作用した状態における柔な部材の軸力を  $aN$  とすると，

$$G = 2 a N \tan \theta \quad (3.4)$$

である。柔な部材の軸力と軸変形は線形であると仮定すると，頂点の強制変位によって剛部材の傾斜角度が  $\theta^*$  となったときの柔な部材の軸力増分は，自重を考慮しない場合と同様に  $N$  である。したがって，自重を考慮した場合の変形後の柔な部材の軸力は  $(1+a)N$  である。変形に必要な反力を  $P^*$  とする。 $\beta$  を，下記の様に定義する。

$$\beta = \frac{\theta}{\theta^*} \quad (3.5)$$

$\beta$  は 1 より小さいので，変形後  $P^*$  を除いた自重  $G$  と釣合い状態にある柔な部材の軸力  $N^*$  は，式(3.4)，(3.5)より，以下のように記述できる。

$$\begin{aligned} N^* &= \frac{G}{2 \tan \theta} \\ &= \frac{G}{2 \beta \tan \theta} \\ &= \frac{aN}{\beta} \\ &> aN \end{aligned} \quad (3.6)$$

したがって，自重  $G$  と釣合い状態にある柔な部材の軸力  $N^*$  は，変形が進むに従い増大する。反力  $P^*$  は，式(3.3)，(3.4)，(3.5)より，以下のように書ける。

$$\begin{aligned}
P &= 2(1 + \alpha) N \tan \theta - G \\
&= 2(1 + \alpha) N \tan \theta - 2\alpha N \tan \theta \\
&= 2\left(1 + \alpha - \frac{\alpha}{\beta}\right) N \tan \theta \quad (3.7) \\
&= P + 2\alpha\left(1 - \frac{1}{\beta}\right) N \tan \theta \\
&< P
\end{aligned}$$

以上に示したように、自重が柔な部材の軸力に与える影響が増大すれば、変形に必要な反力が低減することが分かる。

この特性を屋根モデルにおいても検証する。モデル 2-3 の  $U_1^y$  の変化に伴う柔な部材 5-6 の軸力  $N_{5-6}$  の変化を図 3.19 に示す。実線は、形状変化過程 ( $1 \leq t \leq 2$ ) における、 $t=1$  を基準とした変位増分  $\Delta U_1^y$  と  $N_{5-6}$  の関係を示す。破線は反力  $R_1^y$  を除いて自重と釣合い状態にある軸力  $N_{5-6}^0$  を示す。この軸力を、これ以降  $N_{5-6}^0$  と表記する。 $N_{5-6} - N_{5-6}^0$  は、強制変位  $\Delta U_1^y$  による軸力である。柔な部材 5-6 の軸力は、部材 1-5 と 1-6 の軸力に影響を及ぼす。すなわち反力  $R_1^y$  に影響を及ぼす。したがって、スナップスルー現象に直接関係する部材 5-6 の軸力によって、形状変形に必要な荷重に関する特性が特徴づけられる。図 3.19 から見てとれるように、 $N_{5-6}^0$  は  $\Delta U_1^y$  の増加関数であり、変形が進むにつれて自重の影響が増大するため、 $R_1^y$  は自重の影響で減少する。図 3.20 は、モデル 2-3 において、節点 4 の初期座標  $Z_4$  を 5, 6, 7 m と変えた場合の  $\Delta U_1^y$  と  $N_{5-6}^0$  の関係を示したものである。図より、全てのケースで  $N_{5-6}^0$  は  $\Delta U_1^y$  の増加関数であり、 $Z_4$  が小さいほど軸力が大きくなることが分かる。このように、ライズの低い屋根の形状変形に必要な最大荷重は、自重を有効に利用することで小さくすることができる。

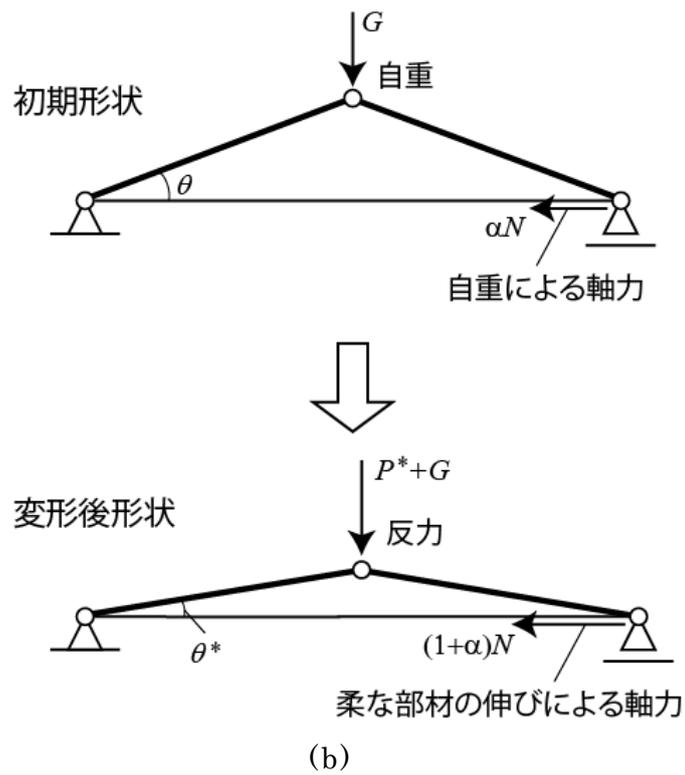
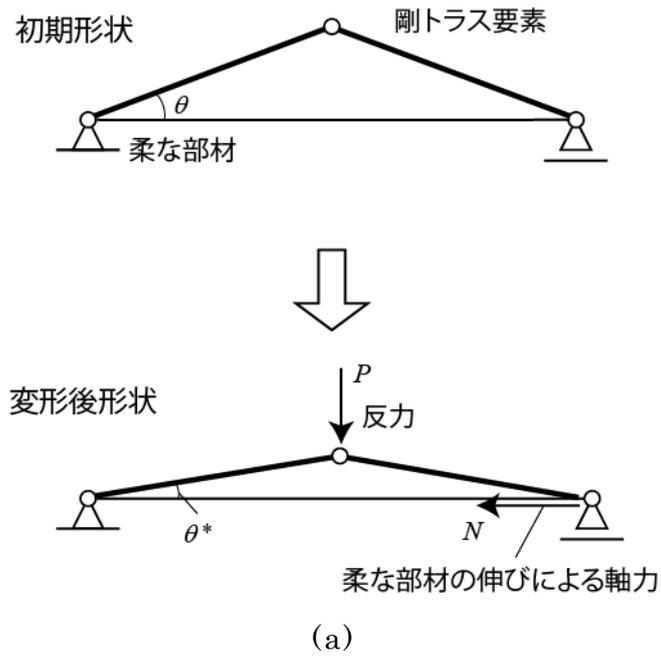


図 3.18 2 部材トラスにおいて自重が反力に与える効果についての模式図  
 (a)自重なしの場合の変形, (b)自重ありの場合の変形

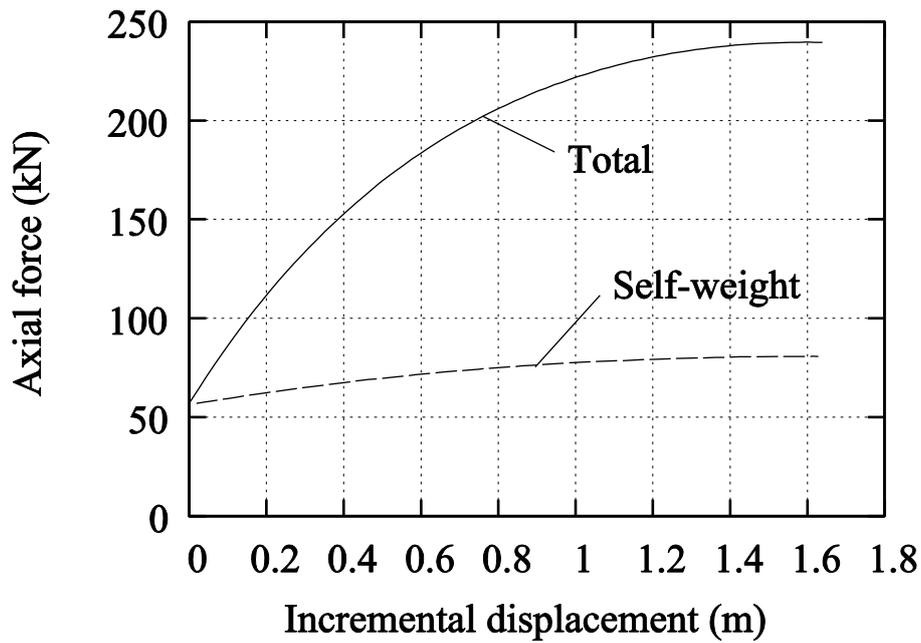


図 3.19 モデル 2-3 の  $\Delta U_1^y$  と柔な部材 5-6 の軸力の関係  
(実線：全軸力，破線：自重のみによる軸力)

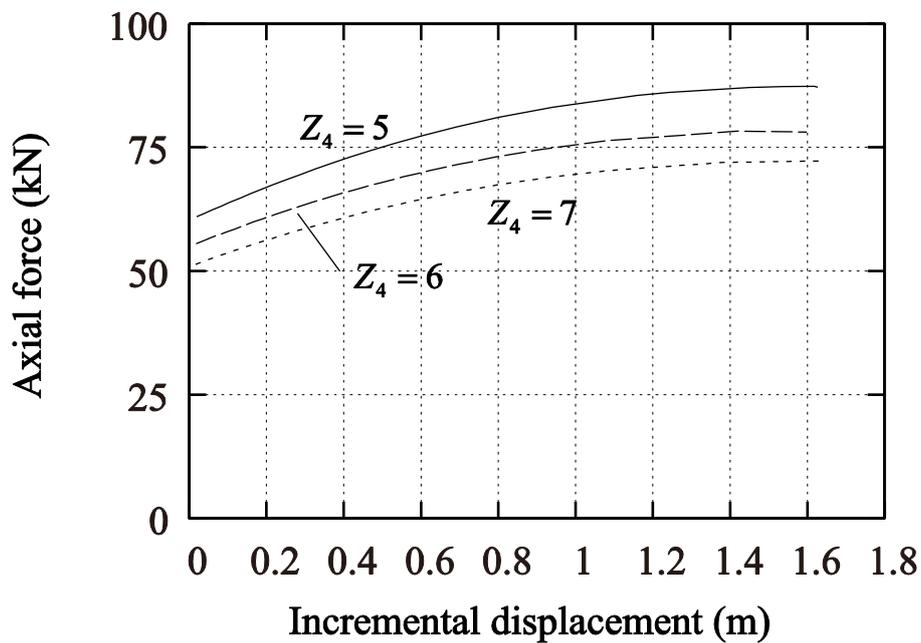


図 3.20 モデル 2-3 の初期高さ  $Z_4$  を変更した場合の  
 $\Delta U_1^y$  と柔な部材 5-6 の軸力  $N_{5-6}^0$  関係  
(実線： $Z_4=5$  m，破線： $Z_4=6$  m，点線： $Z_4=7$  m)

### 3.5 3章の結論

本章で得られた成果は以下の通りである。

1. 剛な要素で構成されたリンクメカニズムに柔な部材を追加することで、スナップスルー現象を呈するバイステーブルコンプライアントメカニズムとなる形態変化構造物の事例を、柱タイプと屋根タイプの 2 個の例で示した。
2. 追加する柔な部材のパラメータを最適化する手法として、タブー探索と呼ばれる発見的手法を用いる手法を提案した。柱タイプメカニズムでは、設定した目標変形形状を実現するために、節点位置や部材剛性といったパラメータを最適化して、目標とした変形性状を有する形態変化構造が得られた。
3. 最適化された柱タイプメカニズムの特性について、自重や設計用水平荷重を考慮した幾何学的非線形解析を通して検証を行った。異なる部材グループの剛性を変更することで、形状変形に必要な荷重および水平荷重に対する剛性を独立して制御できることを示した。
4. 屋根タイプのバイステーブルコンプライアントメカニズムの特徴について、不安定リンクメカニズムによるものと比較検証を行った。柔な部材の剛性を変化させることや、構造物の自重を利用することによって、形状変化に必要な最大荷重を小さくできることを、数値解析を通して示した。構造物の自重が利用できるという特性については、簡単な 2 部材トラスの例を通して数式で明らかにした。

### 3 章の参考文献

- [1] M. Ohsaki, S. Nishiwaki, Shape design of pin-jointed multistable compliant mechanism using snapthrough behavior, *Struct. Opt.* 30 pp. 327–334. 2005.
- [2] B. D. Jensen, L. L. Howell, Bistable configuration of compliant mechanisms modeled using four links and translational joints, *J. Mech. Eng.* 126 (7) (2004) 657–666.
- [3] PEERC, Open System for Earthquake Engineering Simulation (OpenSees), UCB, CA, 2006, <http://opensees.berkeley.edu/>より入手.
- [4] F. Glover: Tabu search – Part I, *J. on Computing*, Vol.1, pp.190-206, 1898.
- [5] 東海バネ工業株式会社 HP, <http://www.tokaibane.com/>, 2013.5 参照.
- [6] ABAQUS Ver. 6.10.3 Documentation, SIMULIA, 2011.

## 4 章

コンプライアントメカニズムによる

同調型マスダンパー

## 4.1 はじめに

本章では、コンプライアントメカニズムを利用したシステムで、2方向の振動を低減することが可能な同調型マスダンパー (Tuned Mass Damper: TMD)を提案する。近年発生した地震での空間構造物の被害部位としては、屋根構造、支承部、下部構造、非構造部材などがあげられ、その中でも下部構造と非構造部材の被害が多く報告されている[1]。天井や照明などの非構造要素や設備に関しては、屋根の応答量を低減することにより地震被害を低減することを目的として、様々な視点から研究されている[2]。加藤ら[3, 4]は、屋根を支持する下部構造物を免震化または制振化する手法を、笠井ら[5]は屋根構造のフレームに粘弾性ダンパーを設置する手法を提案し、Xue *et al.*[6]、楠ら[7]、立道[8]、吉中・川口[9, 10, 11]は屋根架構へ同調型マスダンパーを設置することで応答低減効果があることを確認している。

TMDを用いた応答制御に関する既往の研究の多くは、円形アーチや球形ドームを対象とし、入力地震動には水平動のみが用いられている。これらの研究では、水平地震動によって屋根架構が法線方向へ大きく変位する性質を利用して、TMDのマス振動方向を法線方向または鉛直方向に設定することにより効果的に振動を制御できることを示している。また、ドーム全体で制御効果を得るために、複数個のTMDを分散して配置している例が多い。

しかし、円形アーチや球形ドームであっても、下部構造の柔性(変形)の影響や、上下地震動による振動を考慮にいと、屋根面は法線方向以外の方向にも振動する。したがって、空間構造物を対象とした振動制御には、多方向振動を制御することができるTMDが有効であると考えられる。また、これまでの研究では、特定あるいは少数の地震動に対する効果が確認されているにすぎず、さまざまな地震動に対する制御効果の十分な検討がなされていない。

高層ビルのような重層型建物であっても、平面形状が非対称である場合には、多方向振動を含むねじれ振動が励起される。Ueng *et al.*[12]は床面の複雑な動きに対応して複数のTMDを配置することにより応答低減効果を示した。Lih *et al.*[13]は、並進2自由度と回転1自由度を持つ1個のマスおよび3方向の振動に効果を有する粘性ダンパーを設けたTMDを提案した。このようなシステムは、屋上など比較的スペースに余裕がある重層建物には適用可能であるが、空間構造物の屋根構造にはスペースの制約があるため適用する

ことが困難であると考えられる。また，コスト低減のためにも，少数のシンプルな機構を有するシステムが望ましい。

以上を背景として，本章では，水平動と上下動を同時に受ける空間構造物を対象として，屋根面に生じる 2 方向振動を低減することが可能な同調型マスダンパーを提案し，その効果を地震応答解析により確認する。提案するマスダンパーは，1 個の質点と 3 個のバネおよび 1 個の粘性ダンパーで構成される。3 個のバネがコンプライアントメカニズムを形成し，バネによってマスの 2 方向の振動が増幅されて，構造物の振動が抑制される。また，1 個のマスの 2 方向振動により，振動エネルギーを消費する 1 個の粘性ダンパーに速度差が生じるようなメカニズムでもある。本章では，このマスダンパーの形状およびバネ剛性を，地震応答解析を繰り返し実行して最適化する。最適化にはランダム選択とタブー探索を組み合わせた発見的手法を用い，3 自由度を有するコンプライアントメカニズムを最適化することによって，2 方向の振動制御に有効なメカニズムが自然に生成されることを示す。最適化された 2 方向 TMD の性能を検証するために，最適化で使用した地震動波形以外の多数の地震動波形を用いて応答低減効果の確認を行う。

上記に示した最適化によって，マスダンパーの振動数が構造物に同調されることから，提案するマスダンパーも TMD に分類することができる。本論文では，提案する 2 方向 TMD を cmBD-TMD (compliant mechanism Bi-Directional-TMD) とよぶ。また，一般的な 1 自由度系の TMD を cmBD-TMD と区別するために SD-TMD (Single-Directional-TMD) とよぶこととする。

## 4.2 マスダンパーの概要と数値解析手法

### 4.2.1 cmBD-TMD の概要

提案する cmBD-TMD の基本構成を図 4.1 に示す。節点 A-B 間，A-C 間，B-C 間に配置される 3 個のバネと，節点 A-B 間に配置される 1 個の粘性ダンパー，節点 C に配置される 1 個の質点で構成される。節点 B に振動解析上の理由で若干の質量を配置するが，制振効果を得るための基本的なマスは節点 C の 1 質点である。変位の自由度は，節点 C の X 方向と Y 方向，および節点 B の Y 方向の計 3 自由度を有している。

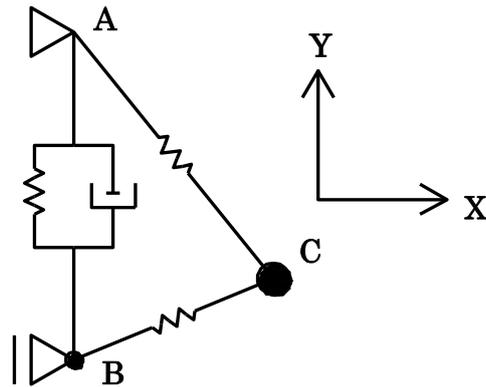


図 4.1 cmBD-TMD の基本構成

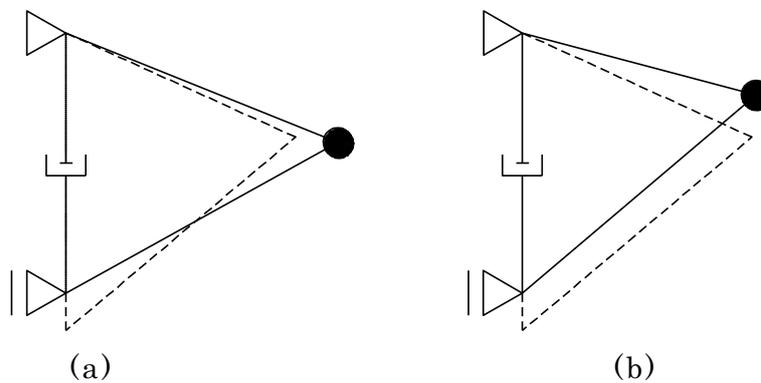


図 4.2 cmBD-TMD の動き

(a) マスが X 方向に振動した場合、(b) マスが Y 方向に振動した場合  
破線：変形前，実線：変形後

3 個のバネによりコンプライアントメカニズムが形成される。制御対象構造物の振動によってマス（節点 C）の振動が 2 方向に増幅され、構造物の振動を抑制するような反力が働く。また、図 4.2 に示すように、節点 C のマスが X 方向、Y 方向のどちらかに振動しても、1 個の粘性ダンパーに減衰力が働き振動エネルギーを消費することができるメカニズムとなっている。

2 方向に振動する構造物を TMD で制振するシステムとしては、図 4.3(a) に示すように、2 方向に独立した SD-TMD を 1 個ずつ設置するという考え方もある。この場合には、マス、バネ、粘性ダンパーが 2 個ずつ必要となる。また、一つの方法のマスは他の方向には効果がなく、単に質量が増加したことになってしまう。ただし、各方向が独立しているので振動が連成せず、安定した挙動を示すと考えられる。また、振動と直交する 2 つの方向への拘束

機構が必要となるが，SD-TMD は実績のあるシンプルな機構である。

一方，cmBD-TMD は，1 個のマスが 2 方向の振動制御に有効な質量となっている。また，粘性ダンパーを 1 個とすることでコスト低減が図れると考えられる。ただし，2 方向の振動に相関性があるため，各方向の振動の位相によっては悪影響を与える可能性がある。この性質については，4.3.2 項で検証する。マスの拘束については，面内方向はコンプライトメカニズムが形成されているので，面外方向にのみ必要となり，比較的シンプルな機構のマスダンパーである。面外方向への拘束方法については，4.5 節で示す。

1 個のマスを 2 方向の振動制御に有効にするには，図 4.3(b)に示すように，バネおよび粘性ダンパーを 2 個ずつ直交して配置する方法も考えられる。この TMD では，面内を自由に動きながら面外方向への変位を拘束するような装置上の工夫が必要になる。この TMD は微小変形では 2 方向の振動に相関性がないが，大変形時には相関性がある。この 2 方向 TMD を，cmBD-TMD と区別するため，osBD-TMD (orthogonal spring BD-TMD)とよぶこととし，cmBD-TMD との性能を比較する。

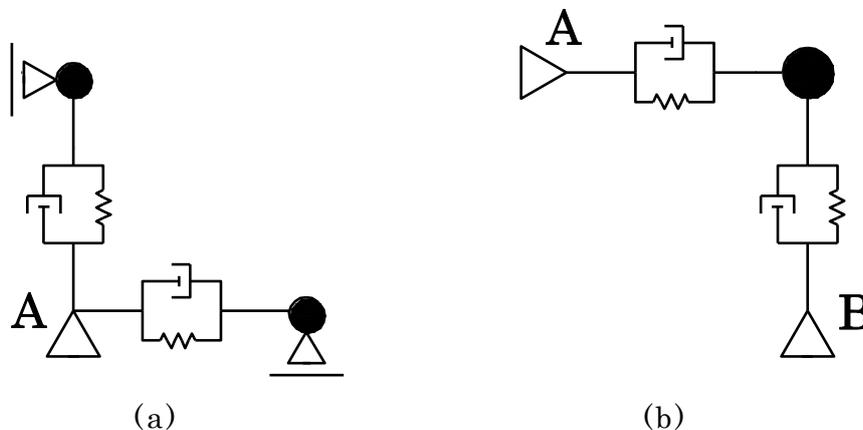


図 4.3 2 方向の振動を制御する TMD

(a) 2 個の SD-TMD を点 A で主体構造に設置

(b) osBD-TMD を点 A, B で主体構造に設置

#### 4.2.2 応答解析手法と検討用地震動波形

cmBD-TMD を制御対象構造物に取り付けたときの効果を時刻歴応答解析により確認する。解析には、汎用構造解析プログラム OpenSees[14]を用い、数値積分には、Newmark- $\beta$  法( $\beta=1/4$ )を用いた。cmBD-TMD は変形により幾何剛性が変化するため、幾何学的非線形性を考慮した振動応答解析を行う。

解析に用いる地震動加速度波形には、稀に発生する地震動レベルとして限界耐力計算法（平成 12 年建設省告示第 1457 号）に規定されている 2 種地盤の加速度応答スペクトル（表 4.1）をターゲットスペクトルとし、減衰定数  $h = 0.05$  でこれに適合する模擬地震動波形（時刻ピッチ  $\Delta t = 0.01$  s，継続時間  $T_d = 20$  s）を作成した。位相には、El Centro1940 NS の位相差分布を用い、ここから位相初期値をランダムに選ぶことで 10 波作成した。これら 10 波の加速度応答スペクトルを図 4.4 に示す。極めて稀に発生する地震動レベルの水平動と上下動を同時に入力するため、10 波から異なる 2 波を選び、X 方向  $\pm 5.0$  倍，Y 方向  $\pm 2.5$  倍にした地震動波形を応答解析に用いる。これら地震動波形の総組み合わせは 360 セット（ $=10 \times 9 \times 4$ ）となる。ここで地震動波形の各成分の符号を考慮したのは、cmBD-TMD が有する幾何学的非線形性および 2 方向の相関性による影響を考慮するためである。

表 4.1 ターゲット加速度応答スペクトル ( $h = 0.05$ )

周期 $T$ (s)	$T \leq 0.16$	$0.16 \leq T \leq 0.864$	$0.864 \leq T$
加速度 ( $m/s^2$ )	$0.96 + 9T$	2.40	$2.074 / T$

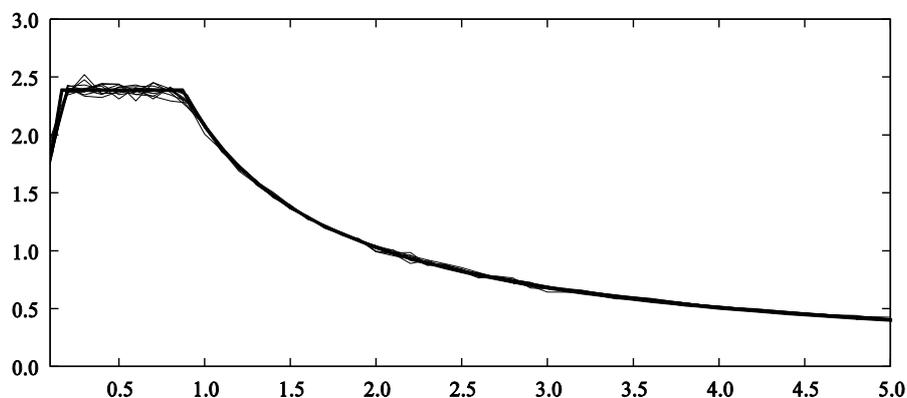


図 4.4 地震動波形の加速度応答スペクトル

( $h = 0.05$ ，横軸：周期(s)，縦軸：最大加速度( $m/s^2$ ))

4.2.3 項では、cmBD-TMD を構成するバネ剛性、形状パラメータを地震応答解析による応答低減量を評価して最適化する手法を示す。最適化に用いる地震動波形には、実際に記録された地震動波形のように周期により応答が大きく変化する波形では応答スペクトルが局所的に小さい周期を解とする可能性があるため、今回作成した模擬地震動波形のように応答の変化が小さい波形が適している。ただし、作成した地震動波形の倍率を変えて水平方向と上下方向の入力地震動とするのは、実際に起こる振動現象を的確に模擬しているかどうかという点で工学的に不明確である。したがって、これらの地震動波形だけで制振性能の確認を行うのは不十分であると考えられるため、表 4.2 に示す記録地震動波形[15]も制振性能の検証に用いることとする。記録地震波は水平動の最大速度が 0.5 m/s となるよう基準化している。

表 4.2 記録地震波の最大加速度(m/s<sup>2</sup>)

地震波名	水平動 の方向	最大加速度		解析時間 (s)
		水平	上下	
El Centro1940	NS	5.10	3.08	50
Taft1952	EW	4.97	2.91	50
八戸 1968	NS	3.34	1.66	50
東北 1978	NS	3.57	2.11	40

#### 4.2.3 cmBD-TMD のパラメータ最適化と性能検証

図 4.5 に示すように、cmBD-TMD を構成する 3 個のバネ定数(N/m)を  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $K_3$ , 節点 A, B, C の座標(m)をそれぞれ, (0, 0), (0,  $Y_B$ ), ( $X_C$ ,  $Y_C$ )とし,  $K_1$ ,  $K_2$ ,  $X_C$ ,  $Y_C$  の 4 変数をパラメータとして, 最適な変数の組み合わせを求める。ここで, 節点 B の Y 座標  $Y_B$ , および, バネ定数  $K_3$ , 粘性ダンパーの粘性減衰係数  $C_V$  は最適化の際には指定した値に固定する。パラメータの組み合わせを変えて地震応答解析を行い, cmBD-TMD 設置による制御対象構造物の応答低減率を目的関数として最小化する。最適化に用いる地震動波形 (学習用データ) は, 水平動波形と上下動波形を組み合わせた地震動波形 (総組み合わせ数 360 セット) から任意に選んだ 10 セットとする。なお, マスに重力が作用するとダンパーは変形するが, 節点座標は重力による変形後の位置とし, 振動中の重力の影響力はないものとする。

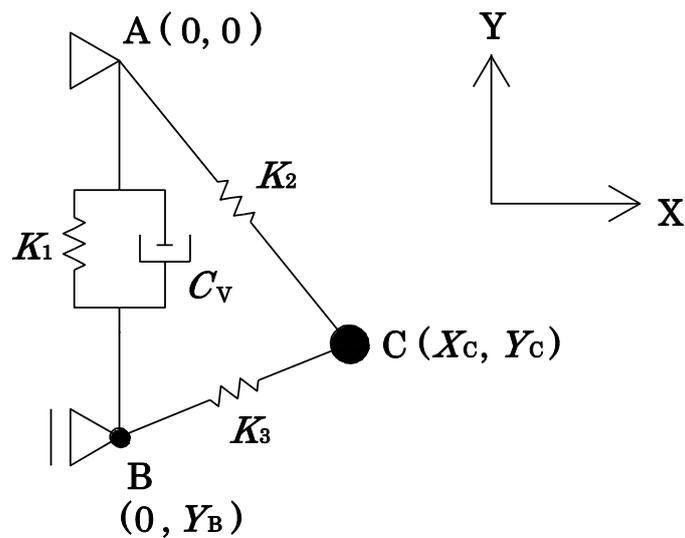


図 4.5 cmBD-TMD の変数

上記の最適化問題は、強い非線形性を有し、複数の局所最適解が存在することが予想されることから、非線形系計画法は適切ではないため、発見的手法を用いて最適解を求めることとする。発見的手法には、遺伝的アルゴリズム (GA) などの多くの手法が存在する [16, 17]。しかし、ここで対象とする最適化問題は、目的関数の評価のための地震応答解析に多くの計算量を必要とするので、同時に多数の解を保持して最適化する GA などの方法を用いることは実用的ではない。したがって、ここではランダム選択 [18] とタブー探索 [19, 20] を組み合わせた発見的手法を用いることとする。タブー探索は、単点探索型の近傍探索法であり、初期解（探索開始変数）の選択により得られる最適解が異なるため、初期解の選択が重要である。以下では、まず変数のランダム選択によりサンプリングを行って、局所最適解の近傍解を見つけ、次に、この解を初期解としてタブー探索により近傍の最適解を探索する。この手法は、得られた解の大域最適性を保証しないが、十分に少ない計算回数で局所最適解の近傍解を探索することができる。タブー探索の詳細については、3.3.2 項に示す。なお、バネ剛性などの変数は実数であり、最適化問題を離散変数の問題として定式化するため、変数領域を分割した点を取りうる変数値とする。

次に、最適化で得られた 4 変数を固定として、粘性ダンパーの粘性減衰係数  $C_v$  をパラメトリックに変化させることで、最適な粘性減衰係数  $C_v$  を算出することとする。

最後に、得られた最適変数を有する cmBD-TMD の性能を確認するため、4.2.2 項で示した 360 セットの地震動波形および 4 波の記録地震動波形を用いて応答解析を行い、応答低減効果を検証する。

### 4.3 簡易モデル（1 質点 2 自由度系モデル）による検討

#### 4.3.1 解析モデル

2 方向に振動する制御対象構造として、図 4.6 に示す X 方向、Y 方向に各 1 自由度を有する 1 質点モデルを設定する。質点 S の質量は 1,000 kg とし、 $K_x = 128,000$  N/m,  $K_y = 64,000$  N/m とする。固有振動数（角振動数，周期）は、X 方向 1.80 Hz (11.31 rad/s, 0.56 s), Y 方向 1.27 Hz (7.98 rad/s, 0.79 s) である。構造減衰は 1 次，2 次ともに 2% とする。

上記モデルは構造物を縮約したモデルをイメージしたものであり、質点は回転しないものとする。検討用地震動波形において X 方向と Y 方向の最大応答変位が同程度となるように各方向の剛性を設定している。すなわち、質点が 2 方向に同程度の振幅で振動するようなケースを対象としている。

主体構造の質点 S に、図 4.5 の cmBD-TMD の節点 A を取り付ける。質点 S は回転しないので、節点 A と B の X 方向変位を等値する。質量は、節点 C に 45 kg, 節点 B に 5 kg とし、総質量は 50 kg（主体構造質量の 5%）である。また、節点 A の座標を (0.0, 0.0), 節点 B の座標を (0.0, -1.0 m),  $K_3 = 15,000$  N/m とする。粘性ダンパーの粘性減衰係数  $C_v = 160$  Ns/m（質量 50 kg, 固有振動数 1.27 Hz の 1 質点振動系で減衰 20% 相当）とする。

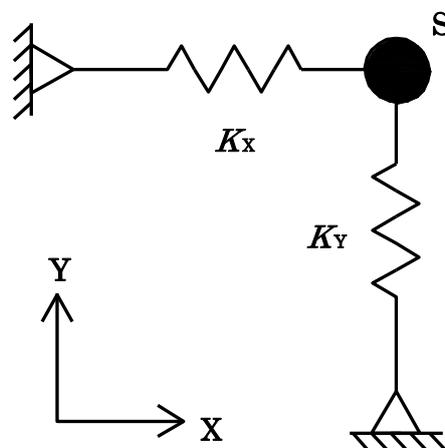


図 4.6 主体構造

### 4.3.2 パラメータ最適化

学習用データとして設定した 10 セットの地震動波形を用いてパラメータ最適化を行う。質点 S の時刻  $t$  における X 方向, Y 方向の変位をそれぞれ  $x(t)$ ,  $y(t)$  とし, 水平方向と鉛直方向の応答変位二乗の平均値  $D_{XY}$  (以下, 変位二乗平均値とよぶ。) を次式で定義する。

$$D_{XY} = \sum_{i=1}^N \{x(i\Delta t)^2 + y(i\Delta t)^2\} / N \quad (4.1)$$

ここで,  $\Delta t$  は時刻歴解析の時間増分,  $N$  は解析ステップ数である。

なお, 応答量の評価として, 最大変位や最大加速度ではなく  $D_{XY}$  を用いるのは, 地震動のような不規則外乱を対象とした TMD 制振では, 最大応答量の低減に必ずしも高い効果が得られるわけではないことが示されており [21], また, 応答量が継続的に小さくなることは 2 次部材の脱落などに効果があると考えられるためである。

TMD を設置した場合としていない場合, それぞれのモデルについて,  $D_{XY}$  を地震波ごとに計算する。応答低減率  $R_{XY}$  を下式で定義する。

$$R_{XY} = \frac{\text{TMD 付き } D_{XY}}{\text{TMD なし } D_{XY}} \quad (4.2)$$

10 セットの学習用地震動波形による  $R_{XY}$  の平均値を目的関数  $F$  とし, 最小化する。

表 4.3 に変数の取りうる領域を示す。バネ定数  $K_1, K_2$  については等比, 座標  $X_c, Y_c$  については等差となるように, これらの領域を 50 分割して変数を離散化する。バネ定数を等比で変化させることにより, 固有振動数も等比で変化させることにする。

最初に, ランダムに作成した 1,000 組の変数による目的関数  $F$  を求めた。1,000 回の重複を許したサンプリングで, 全組み合わせの上位 1% 以内の解が得られない確率は  $0.99^{1000} = 0.00432\%$  と非常に小さい。得られた目的関数  $F$  は, 最小 0.401, 最大 1.020, 平均 0.739, 標準偏差 0.130 であった。次に, このうちで最も目的関数  $F$  が小さい変数を初期解としてタブー探索 (近傍探索数 30, ステップ数 30) を行った。得られた最適変数は表 4.4 に示したとおりであり, 目的関数値は  $F = 0.376$  である。

表 4.3 変数の領域

変数	$K_1$ (N/m)	$K_2$ (N/m)	$X_C$ (m)	$Y_C$ (m)
下限値	1,000	2,000	0.50	-1.00
上限値	5,000	10,000	1.50	0.00

表 4.4 変数の最適値

変数	$K_1$ (N/m)	$K_2$ (N/m)	$X_C$ (m)	$Y_C$ (m)
最適値	2,030	4,618	0.72	-0.36

最適変数で構成された cmBD-TMD 単体の初期状態における固有振動数は、1 次 1.13 Hz、2 次 1.71 Hz、3 次 9.69 Hz である。cmBD-TMD 単体の初期状態における振動モード形状を表 4.5 に示す。有効方向は、1 次が主に Y 方向、2 次が主に X 方向であり、主体構造との振動数比（同調比）は、X 方向  $\gamma_x = 1.71 / 1.80 = 0.95$ 、Y 方向  $\gamma_y = 1.13 / 1.27 = 0.89$  となっている。また、モード減衰定数は 1 次  $\xi_x = 0.145$ 、2 次  $\xi_y = 0.0925$  である。表 4.6 には、cmBD-TMD を主体構造に取り付けたときの全体の固有モードを示す。1 次は質点 S とマスが同位相で動く Y 方向モード、2 次は質点 S とマスが逆位相で動く Y 方向モード、3 次は質点 S とマスが同位相で動く X 方向モード、4 次は質点 S とマスが逆位相で動く X 方向モードとなっている。

表 4.5 cmBD-TMD 単体の固有モード

次数	振動数 (Hz)	方向	点 A	点 B	点 C
1	1.13	X 方向	—	—	0.0578
		Y 方向	—	0.8271	1.0000
2	1.71	X 方向	—	—	-1.0000
		Y 方向	—	-0.8167	0.0934
3	9.69	X 方向	—	—	-0.0468
		Y 方向	—	1.0000	-0.0408

表 4.6 cmBD-TMD を取り付けた構造の固有モード

次数	振動数 (Hz)	方向	点 A (質点 S)	点 B	点 C
1	1.06	X 方向	0.001	0.001	0.050
		Y 方向	0.114	0.845	1.000
2	1.35	X 方向	-0.009	-0.009	-0.141
		Y 方向	0.434	-0.794	-1.000
3	1.57	X 方向	0.156	0.156	1.000
		Y 方向	0.010	0.666	-0.107
4	1.95	X 方向	-0.288	-0.288	0.901
		Y 方向	0.003	1.000	-0.089

cmBD-TMD は、マスの 2 方向運動を 1 個の粘性ダンパーでエネルギー消費するシステムであるため、1 次モードと 2 次モードが相関すると粘性ダンパーが変形しない可能性がある。仮に、1 次と 2 次の振動数がほぼ同じであったとすると、斜め 45 度方向にマスが振動すると、粘性ダンパーに変位が全く生じなくなってしまうが、本例のように 1 次と 2 次の振動数に十分な開きがあれば、そのようなことにはならない。図 4.7 の点線 ( $V_1$ ) は 1 次固有振動数である 1.13 Hz の単振動 (振幅 1.0) を、鎖線 ( $V_2$ ) は 2 次固有振動数である 1.71 Hz の単振動 (振幅 1.0) を、実線 ( $V_3$ ) はそれらの和を示している。 $V_1$ ,  $V_2$  を、それぞれのモードのみで振動しているときの節点 B の変位時刻歴と考えれば、 $V_3$  は 1 次モードと 2 次モードで振動している場合の節点 B の変位時刻歴と考えることができる。1 次モードと 2 次モードによって、節点 B に変位が生じない場合を想定して、時刻 0 のとき  $V_3=0$  としているが、時間の経過とともに節点 B に変位は生じており、したがって、粘性ダンパーに変位が生じることが分かる。

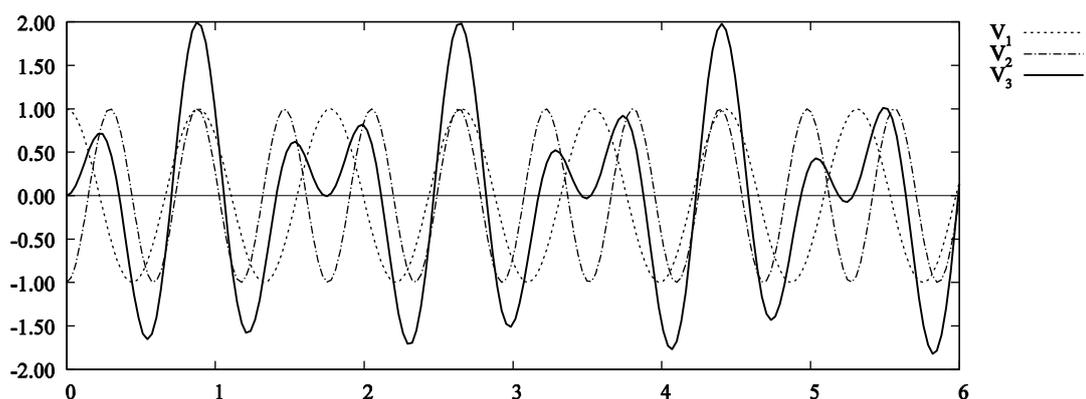


図 4.7 1 次固有振動数と 2 次固有振動数による単振動とその和  
 $V_1$ : 1.13 Hz の単振動,  $V_2$ : 1.71 Hz の単振動,  $V_3$ :  $V_1$  と  $V_2$  の和  
 (横軸: 時間 (s), 縦軸: 振幅)

次に、最適変数で構成された cmBD-TMD について、最適化の際に固定していた粘性ダンパーの粘性係数  $C_v$  を 0.5 倍～1.5 倍にパラメトリックに変化させて、10 セットの学習用データ地震動波形により目的関数  $F$  を計算し、 $C_v$  の変化による影響を確認する。図 4.8 に、 $C_v$  の値の変化による目的関数  $F$  の変化を示す。初期値の 0.9～1.1 倍では目的関数値はほぼ一定であり、初期値  $C_v = 160$  Ns/m にて最小値となっている。

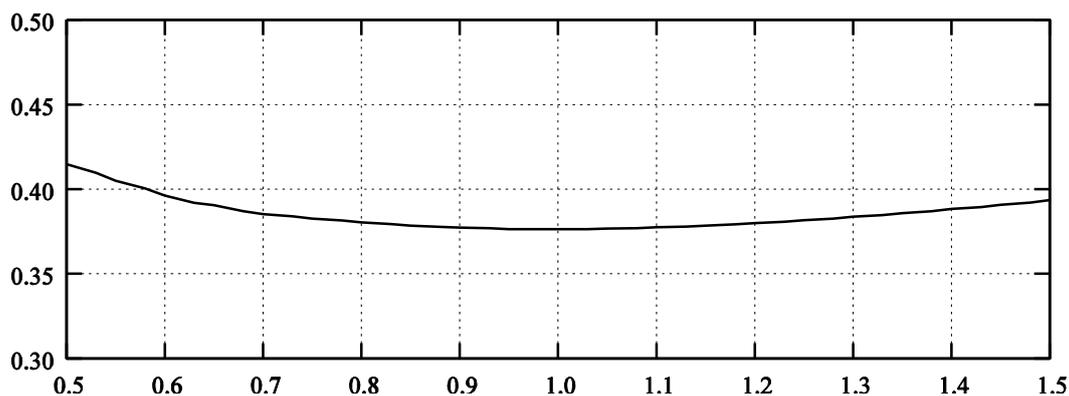


図 4.8 粘性ダンパーの  $C_v$  パラメトリックスタディ  
 (横軸: 初期値からの  $C_v$  変化率, 縦軸: 目的関数  $F$ )

なお、1 質点 1 自由度振動系に一般的な SD-TMD を取り付けた場合の調和外力振動下における最適同調比  $\gamma_{OPT}$  および最適減衰比  $\xi_{OPT}$  は Den Hartog により式(4.2)のように定式化されている [22, 23]。

$$\gamma_{\text{OPT}} = \frac{1}{1 + \mu} \quad (4.3a)$$

$$\xi_{\text{OPT}} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)}} \quad (4.3b)$$

ここで、質量比  $\mu = (\text{SD-TMD の質量}) / (\text{構造物の質量})$  である。

質量比  $\mu = 0.05$  の場合、 $\gamma_{\text{OPT}} = 0.952$ 、 $\xi_{\text{OPT}} = 0.134$  である。一方、最適化で得られた cmBD-TMD の同調比は  $\gamma_X = 0.95$ 、 $\gamma_Y = 0.89$ 、減衰比は  $\xi_X = 0.145$ 、 $\xi_Y = 0.0925$  であり、Den Hartog の最適値から若干異なる値となっている。Den Hartog 式は、1 質点系の調和外力下での理論最適解であるのに対し、本論で求めたものは 2 方向に相関性のある cmBD-TMD の 2 方向地震動入力下での最適値を求めていることが理由と考えられる。なお、cmBD-TMD の前述の振動数は初期状態での値であり、固有振動数は変形によっても変化する。

#### 4.3.3 SD-TMD モデルおよび osBD-TMD モデル

前項で求めた cmBD-TMD の振動低減効果を検証するため、比較対象として図 4.9 に示す 2 個の独立した SD-TMD を設置したモデル、および図 4.10 に示す osBD-TMD を設置したモデルを作成する。

SD-TMD モデルでは、各 TMD の質量  $m = 25 \text{ kg}$  とする。2 個の質量の和  $50 \text{ kg}$  は、主体構造質量の 5% であり、cmBD-TMD と同じである。各方向とも質量比  $\mu = 0.025$  であり、式(4.3)より  $\gamma_{\text{OPT}} = 0.976$ 、 $\xi_{\text{OPT}} = 0.0956$  となる。これより、バネ定数  $k_{\text{TX}} = 3,046 \text{ N/m}$ 、 $k_{\text{TY}} = 1,523 \text{ N/m}$ 、粘性ダンパーの粘性減衰係数  $C_{\text{TX}} = 52.7 \text{ Ns/m}$ 、 $C_{\text{TY}} = 37.3 \text{ Ns/m}$  とする。

osBD-TMD モデルの質量  $m = 50 \text{ kg}$  とする。各方向とも質量比  $\mu = 0.05$  であり、式(4.3)より  $\gamma_{\text{OPT}} = 0.952$ 、 $\xi_{\text{OPT}} = 0.134$  となる。これより、バネ定数  $k_{\text{TX}} = 5,805 \text{ N/m}$ 、 $k_{\text{TY}} = 2,902 \text{ N/m}$ 、粘性ダンパーの粘性減衰係数  $C_{\text{TX}} = 144.3 \text{ Ns/m}$ 、 $C_{\text{TY}} = 102.1 \text{ Ns/m}$  とする。

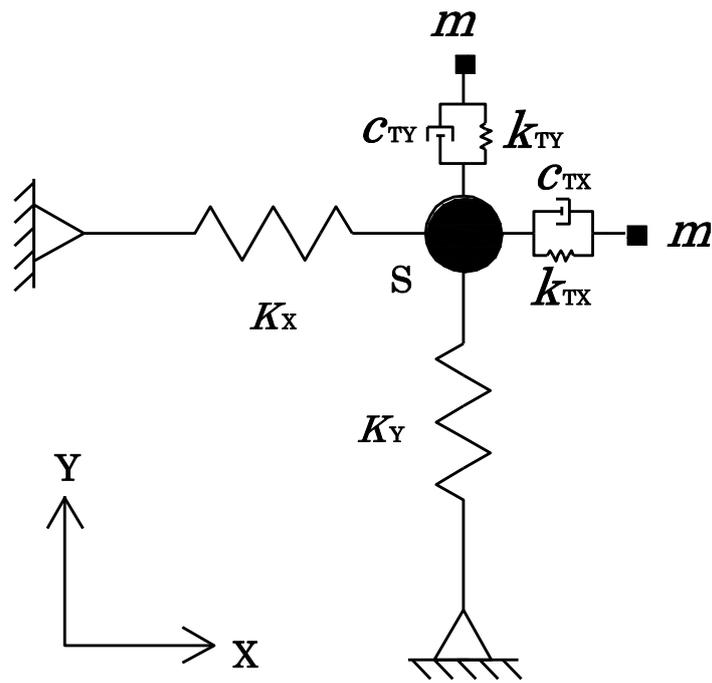


図 4.9 SD-TMD モデル

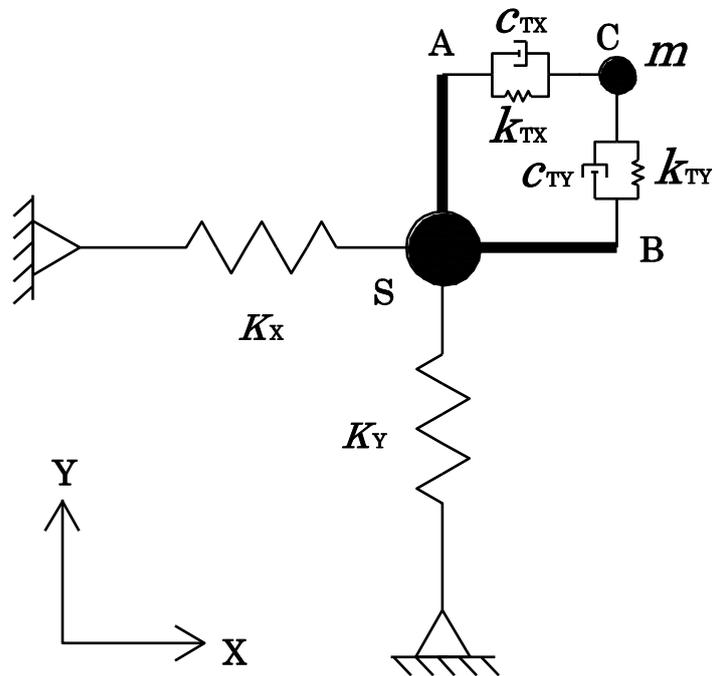


図 4.10 osBD-TMD モデル

(質点 S と TMD 取り付け点 A, B の変位は同じとする。)

#### 4.3.4 性能検証

4.3.2 項の最適化で得られた cmBD-TMD モデル，SD-TMD モデル，osBD-TMD モデルについて，4.2.2 項で示した 360 セット地震動波形および 4 波の記録地震動波形による応答解析を行い，式(4.2)を用いた変位二乗平均値の低減率  $R_{XY}$  により，振動低減効果を検証する。

360 セットの模擬地震動波形による各モデルの  $R_{XY}$  の統計量を表 4.7 に， $R_{XY}$  のヒストグラムを図 4.11 に示す。記録地震動波形による  $R_{XY}$  の統計量を表 4.8 に示す。

表 4.7 360 セットの模擬地震動波形による変位二乗平均値の比率  $R_{XY}$

モデル	最小	最大	平均	標準偏差
cmBD-TMD	0.252	0.651	0.375	0.076
osBD-TMD	0.264	0.613	0.364	0.078
SD-TMD	0.345	0.769	0.467	0.095

表 4.8 記録地震動波形による変位二乗平均値の比率  $R_{XY}$

地震波	cmBD-TMD	osBD-TMD	SD-TMD
El Centro1940	0.301	0.252	0.325
Taft1952	0.231	0.219	0.291
八戸 1968	0.218	0.229	0.311
東北 1978	0.351	0.394	0.435
上記 4 波平均	0.275	0.261	0.341

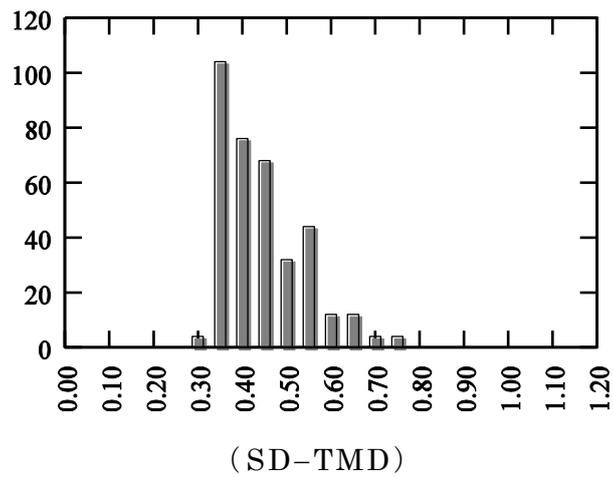
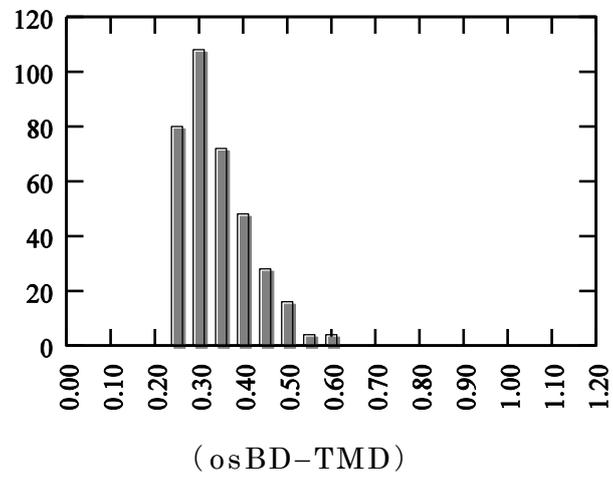
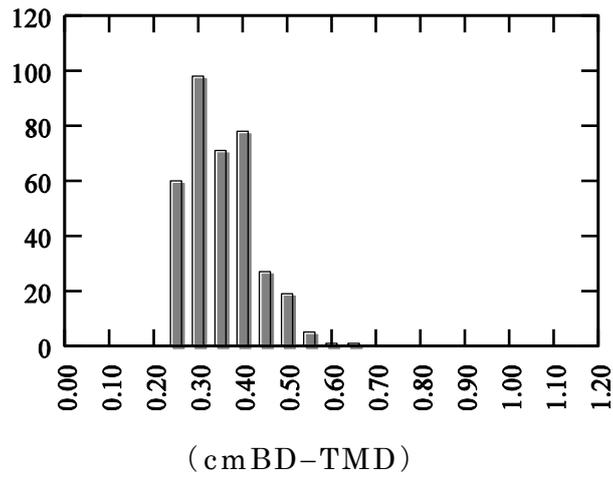


図 4.11 360 セットの模擬地震動波形による  
変位二乗平均値の比率  $R_{XY}$  のヒストグラム  
(横軸： $R_{XY}$ ，縦軸：頻度)

式(4.1)を用いた応答量評価  $D_{XY}$  は、X方向とY方向の変位二乗和であるため、式(4.2)による応答比率評価では、いずれか1方向の応答量のみが大きく低減し、他の方向の低減が小さいという可能性がある。したがって、各方向の応答低減量を確認するため、式(4.4a)によりX方向の変位二乗平均値  $D_X$  を求め、式(4.4b)によりY方向の変位二乗平均値  $D_Y$  を算出し、それぞれTMDの有無による比率  $R_X, R_Y$  (=TMDあり/TMDなし) を求めた。入力地震波は4.2.2項で示した360セットの模擬地震動波形とする。

$$D_X = \sum_{i=1}^N x(i\Delta t)^2 / N \quad (4.4a)$$

$$D_Y = \sum_{i=1}^N y(i\Delta t)^2 / N \quad (4.4b)$$

表4.9に、各モデルの  $R_X, R_Y$  の統計量を、図4.12には  $R_X, R_Y$  の散布図を示す。

表 4.9 360波による方向別の変位二乗平均値の比率  $R_X, R_Y$

モデル	方向	最小	最大	平均	標準偏差
cmBD-TMD	X	0.268	0.726	0.419	0.107
	Y	0.180	0.728	0.361	0.109
osBD-TMD	X	0.288	0.651	0.411	0.106
	Y	0.241	0.593	0.346	0.111
SD-TMD	X	0.364	0.778	0.506	0.125
	Y	0.327	0.765	0.458	0.137

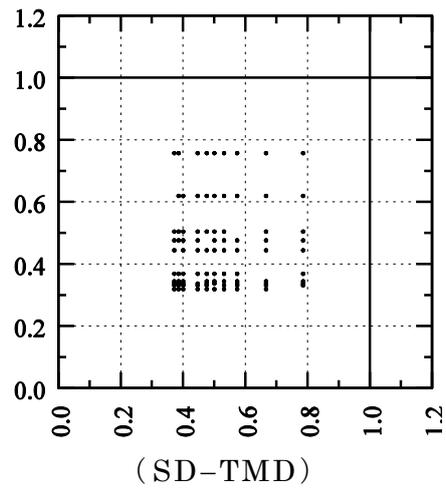
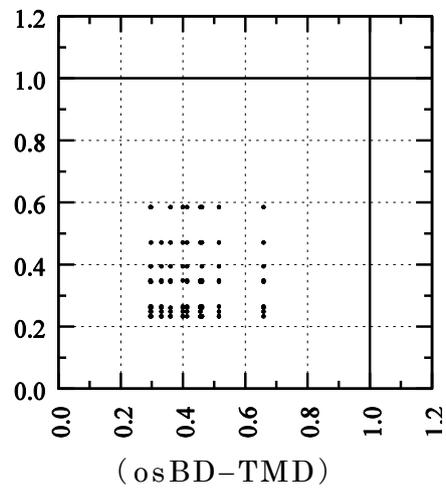
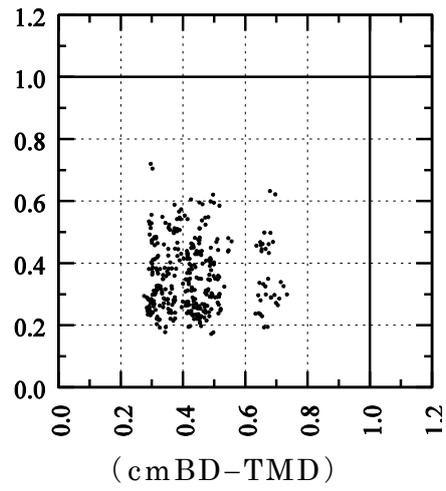


図 4.12 方向別の変位二乗和平均値の比率  $R_X$ ,  $R_Y$   
 (横軸 :  $R_X$ , 縦軸 :  $R_Y$ )

以上より、cmBD-TMDの方がSD-TMDよりも高い制振効果が得られている。これは、SD-TMDでは質量を2方向に分散して配置したために、応答低減に効果の高い質量比が小さくなったことが要因と考えられる。また、質量を1個にしたcmBD-TMDとosBD-TMDはほぼ同等の制振効果が得られている。それぞれ3次元構造物に設置する場合に工夫が必要であり、4.5節でその考え方を示すこととする。

#### 4.4 アーチフレームモデルによる検討

##### 4.4.1 解析モデル

4.3節の検討で、cmBD-TMDの2方向振動制御の有効性が確認できたため、本節では、cmBD-TMDの適用の一例として、アーチ型屋根を有する平面フレームを対象として、水平動と上下動の2方向同時入力に対する制振効果を検討する。

主体構造は、図4.13に示す円形アーチ屋根を含む平面フレームとする。アーチの半径、ライズ、半開角は、それぞれ152.6 m、5.2 m、15°であり、柱間スパンは79.0 m、柱高さは15.0 mである。材料のヤング係数は $2.05 \times 10^5$  N/mm<sup>2</sup>、アーチ梁の断面積は $5.38 \times 10^4$  mm<sup>2</sup>、断面2次モーメントは $1.18 \times 10^{10}$  mm<sup>4</sup>、柱の断面積は $5.89 \times 10^4$  mm<sup>2</sup>、断面2次モーメントは $1.35 \times 10^{10}$  mm<sup>4</sup>とし、柱脚は剛な基礎に剛接合されているとする。アーチ梁を当分割した各節点（節点番号1～13）に集中質量6,000 kgを配置する。アーチ梁の単位長さ当たりの質量976 kgであり、また、アーチ全体の総質量は78,000 kgとなる。構造減衰は、1次と2次振動数で2%のRayleigh減衰とする。表4.10に、アーチフレームの固有振動数（1～6次）を、図4.14に固有モード形状（1～4次）を示す。なお、このアーチフレームは、4.2.2項で設定した地震波にて、アーチ頂点（節点No.7）の変位振幅がX方向とY方向に同等となるようなモデルである。

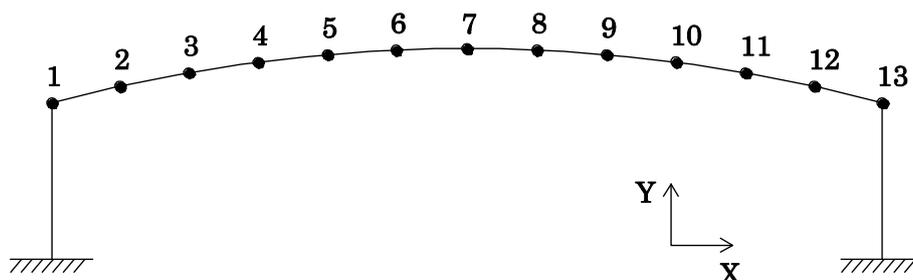


図 4.13 アーチフレーム

表 4.10 アーチフレームの固有振動数

次数	振動数 (Hz)	周期 (s)	有効質量比 (X 方向) (%)	有効質量比 (Y 方向) (%)	モード 形	減衰 定数 (%)
1	1.08	0.93	0	62.4	上下 1 次	2.00
2	1.27	0.79	72.7	0	水平 1 次	2.00
3	2.75	0.36	25.9	0	水平 2 次	2.77
4	4.51	0.22	0	14.9	上下 2 次	4.10
5	7.50	0.13	1.3	0	水平 3 次	6.56
6	11.01	0.09	0	5.1	上下 3 次	9.51

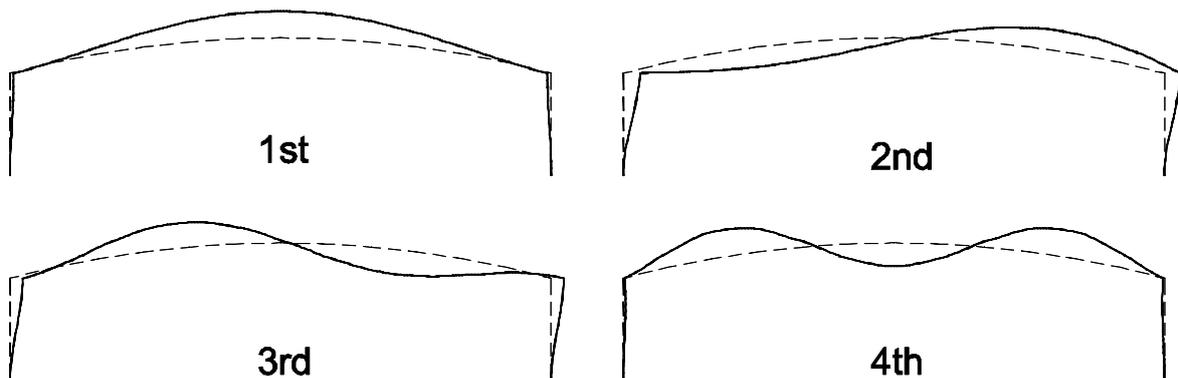


図 4.14 アーチフレームの固有モード

アーチ屋根の頂点（節点 7）に、cmBD-TMD を 1 個取り付けることで振動制御を試みる。一般的に、TMD の設置箇所としては、変位振幅の大きいモードの腹付近（上下振動制御には 1 次モードの腹である節点 No.7、水平振動制御には 2 次モードの腹である節点 No.4、No.10）がアーチ全体の振動制御に有効である。cmBD-TMD においても、振幅の大きい上記の節点に取り付けることが有効であるが、cmBD-TMD は 2 方向振動制御という特性を持っているので、水平地震動および上下地震動によって 2 方向に振動するアーチ頂点に 1 個だけ配置したモデルで振動制御効果を確認することとする。なお、このアーチフレームは複層トラス構造の剛性を単純化したものであり、cmBD-TMD はこの複層トラス上下弦材の間への設置を想定している。

図 4.13 のアーチフレーム頂点（節点 7）に，図 4.5 の cmBD-TMD の節点 A を取り付け，節点 A と B の X 方向変位は等値する。節点 7 は回転変形もするため，正確には節点 A と B の X 方向変位は全く同じではないが，4.2.2 項の検討用地震波による節点 7 の回転角は最大 0.015 rad 程度と十分に小さいため，節点 A と B の X 方向変位は同一とする。

屋根全質量(78,000 kg)の 5%を cmBD-TMD の総質量 (3,900 kg)とし，節点 C にその 95%の 3,705 kg，節点 B に残りの 195 kg を設置する。節点 A の座標を(0.0, 0.0)，節点 B の座標を(0.0, -1.0 m)， $K_3 = 2,000,000$  N/m とする。最適化の際には，粘性ダンパーの粘性減衰係数は  $C_V = 10,592$  Ns/m（質量 3,900 kg, 固有振動数 1.08 Hz の 1 質点振動系で減衰 20%相当）に固定する。

#### 4.4.2 パラメータ最適化

学習用データとした 10 セットの模擬地震動波形を用いて 4 個のパラメータの最適化を行う。アーチフレームの節点  $j$  ( $j = 1 \sim 7$ ) の時刻  $t$  における X 方向，Y 方向の変位をそれぞれ  $x_j(t)$ ， $y_j(t)$  とし，節点 1～節点 7 の水平方向と鉛直方向の応答変位二乗の平均値の和  $D_{XY}$ （以下，変位二乗平均値和とよぶ。）を次式で定義する。

$$D_{XY} = \sum_{j=1}^7 \sum_{i=1}^N \{x_j(i\Delta t)^2 + y_j(i\Delta t)^2\} / N \quad (4.5)$$

$D_{XY}$  を地震波ごとに計算し，比率  $R_{XY}$  (=TMD あり  $D_{XY}$  / TMD なし  $D_{XY}$ ) を求める。 $R_{XY}$  の学習用データ模擬地震動波形 10 セットでの平均値を目的関数  $F$  とし最小化する。表 4.11 に変数の取りうる領域を示す。バネ定数  $K_1$ ， $K_2$  については等比，座標  $X_C$ ， $Y_C$  については等差となるように，この領域を 50 分割する。

表 4.11 変数の領域

変数	$K_1$ (N/m)	$K_2$ (N/m)	$X_C$ (m)	$Y_C$ (m)
下限値	50,000	50,000	0.5	-1.0
上限値	500,000	500,000	1.5	0.0

ランダムに作成した 1,000 組の変数による目的関数  $F$  は，最小 0.509，最大 1.117，平均 0.883，標準偏差 0.127 であった。このうちの上位 5 個の結果

を表 4.12 に示す。ところで，表 4.12 の上位 5 個の解のうち，No.1，No.2，No.3 は変数空間上で距離が近い。したがって，変数空間上で距離が遠い No.1，No.4，No.5 の 3 個を初期解として，タブー探索（近傍探索数 30，ステップ数 30）を実行して最適解を求めた。表 4.13 に，得られた目的関数  $F$  の値および離散変数値を，表 4.14 に実数変数値を示す。

表 4.12 ランダム選択による上位の解（離散変数）と目的関数

No.	$F$	$K_1$	$K_2$	$X_C$	$Y_C$
1	0.509	3	33	7	8
2	0.523	3	29	8	10
3	0.543	3	30	6	16
4	0.548	14	30	5	26
5	0.555	21	29	7	12

表 4.13 タブー探索実行後の解（離散変数）と目的関数

No.	$F$	$K_1$	$K_2$	$X_C$	$Y_C$
1	0.475	8	33	6	7
4	0.467	16	31	5	19
5	0.473	22	31	4	20

表 4.14 タブー探索実行後の近似最適解（実変数）

No.	$K_1$ (N/m)	$K_2$ (N/m)	$X_C$ (m)	$Y_C$ (m)
1	66,019	218,257	0.60	-0.12
4	99,763	199,053	0.58	-0.36
5	131,513	199,053	0.56	-0.38

表 4.15 近似最適解での cmBD-TMD の振動数と同調比

No.	$f_{D1}$ (Hz)	$f_{D2}$ (Hz)	$f_{D3}$ (Hz)	$\gamma_1$	$\gamma_2$
1	0.70	1.27	14.12	0.64	1.00
4	0.97	1.21	12.97	0.90	0.95
5	1.08	1.24	13.13	1.00	0.98

表 4.14 の変数で構成された cmBD-TMD 単体の初期状態における 1~3 次固有振動数  $f_{D1}$ ,  $f_{D2}$ ,  $f_{D3}$ , および, これらの主体構造固有振動数との比 (同調比) を表 4.15 に示す。なお, 全ての解で, 1 次固有振動数は Y 方向卓越振動, 2 次固有振動数は X 方向卓越振動であるので, 1 次と 2 次の同調比を,  $\gamma_1 = f_{D1} / f_{S1}$ ,  $\gamma_2 = f_{D2} / f_{S2}$  ( $f_{S1}$ : アーチ上下 1 次 1.08 Hz,  $f_{S2}$ : アーチ水平 1 次 1.27 Hz) としている。目的関数  $F$  が最小の No. 4 のモード減衰定数は 1 次  $\xi_1=0.240$ , 2 次  $\xi_2=0.0768$  である。

No. 4 の cmBD-TMD を設置したアーチフレームの固有振動数を表 4.16 に, 固有モードを図 4.15 に示す。図 4.14 と図 4.15 より, アーチフレームのモード形状は TMD の設置で大きくは変化していない。

表 4.16 No. 4 の cmBD-TMD を設置したアーチフレームの固有振動数

次数	振動数 (Hz)	周期 (s)	モード形 (アーチ頂点と cmBD-TMD マスの動き)
1	0.85	1.17	頂点とマスが同位相で動く Y 方向モード
2	1.12	0.89	頂点とマスが同位相で動く X 方向モード
3	1.23	0.81	頂点とマスが逆位相で動く Y 方向モード
4	1.36	0.74	頂点とマスが逆位相で動く X 方向モード

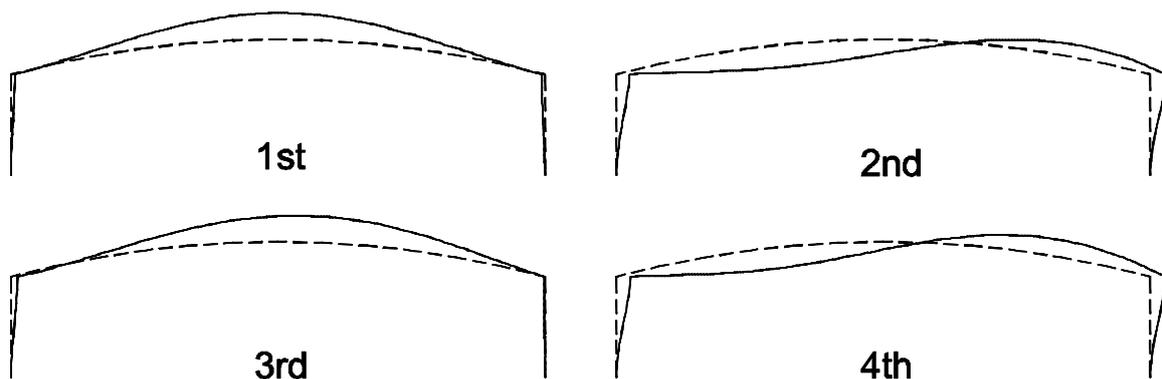


図 4.15 No. 4 の cmBD-TMD 設置アーチフレームの固有モード

次に, 目的関数  $F$  が最小となった No.4 の最適変数値で構成された cmBD-TMD について, 粘性ダンパーの粘性係数  $C_v$  を 0.5 倍~1.5 倍にパラメトリックに変化させて, その影響を確認する。図 4.16 に,  $C_v$  の値の変化による目的関数  $F$  の変化を示す。初期値の  $C_v$  において  $F$  は最小となってい

る。4.3 節の 1 質点系においても，初期値において最小値なっていることから，固定した  $C_v$  のもとでの最適変数値が得られている可能性も考えられる。本論では  $C_v$  を固定して他の変数を最適化した， $C_v$  を変数として最適化すればより良い変数組み合わせが得られる可能性はある。

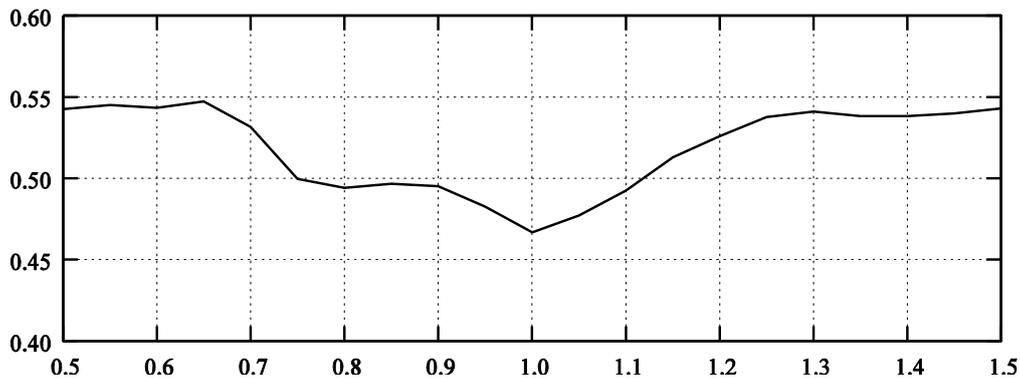


図 4.16 粘性ダンパーの  $C_v$  パラメトリックスタディ  
(横軸：初期値からの  $C_v$  変化率，縦軸：目的関数  $F$ )

得られた同調比と減衰比について考察するために，アーチ屋根の頂点（節点 7）に質量  $m = 3,900 \text{ kg}$  の SD-TMD を 1 個取り付けた場合の最適同調比と最適減衰比を式(4.2)により求める。質量比  $\mu$  は，構造体の制御対象モードの等価質量  $M_s$  を式(4.6)に示す等価質量同定法[24]により算定し， $\mu = m / M_s$  により算出した。

$$M_s = \mathbf{U}^T \mathbf{M} \mathbf{U} \quad (4.6)$$

ここで， $\mathbf{M}$  は質量マトリクス， $\mathbf{U}$  は TMD 設置点のマス可動方向を 1.0 として基準化した制御対象の固有モードである。

式(4.3)，(4.6)により算出した値を表 4.17 に示す。最適化で得られた cmBD-TMD の同調比 X 方向 0.95，Y 方向 0.90，減衰比 X 方向 0.0768，Y 方向 0.240 とは若干異なる値となっている。4.3 節での考察と同様に，式(4.3)は 1 質点系の調和外力下での理論最適解であるのに対し，cmBD-TMD では，2 方向に相関性があることが理由と考えられる。また，本検討のアーチモデルは，4.4.1 項で述べたように，節点 7 の 2 方向の応答変位が同等レベルとなるよう設定したモデルであるが，目的関数には式(4.5)を用いて節点 1～7 の 2 方向の応答変位二乗の平均値和を用いているため，応答が大きい方向の

影響が最適解に反映されることも要因と考えられる。

表 4.17 アーチ頂点に 1 個の SD-TMD を取り付けた場合  
の最適同調比と最適減衰比

SD-TMD 取り付け方向	$M_s$ (kg)	$\mu$	$\gamma_{OPT}$	$\xi_{OPT}$
Y 方向	28,622	0.136	0.880	0.212
X 方向	104,822	0.0372	0.964	0.116

#### 4.4.3 SD-TMD モデル

前項で求めた cmBD-TMD の振動低減効果を、複数の SD-TMD をアーチフレームに設置したモデルと比較する。SD-TMD は最も効果の高い場所に設置することとし、アーチフレームの水平モード（2 次モード）の腹となる節点 4 と節点 10、および上下モード（1 次モード）の腹となる節点 7 の計 3 箇所とし、振動方向は法線方向とする。各 SD-TMD のマスは 1,300 kg（合計で屋根全質量の 5.0%）とする。式(4.6)より制御対象モードの等価質量  $M_s$  および質量比  $\mu$ （=制御対象モード用の TMD 質量/制御対象モードの  $M_s$ ）を求め、式(4.3)による最適値から各 SD-TMD のバネ定数  $K$  および粘性ダンパーの粘性減衰係数  $C_v$  を算出した。得られた SD-TMD の諸元を表 4.18 に示す。

表 4.18 SD-TMD モデルの諸元

設置 位置	$M_s$ (kg)	$\mu$	$\gamma_{OPT}$	$\xi_{OPT}$	$K$ (N/m)	$C_v$ (Ns/m)
4,10	102,535	0.0254	0.975	0.0963	78,401	1,944
7	28,622	0.0454	0.957	0.128	54,368	2,145

#### 4.4.4 性能検証

4.4.2 項の最適化で得られた cmBD-TMD の No.4 モデルおよび前項の SD-TMD モデルについて、4.2.2 項で示した 360 セットの模擬地震動波形および記録地震動波形による応答解析を行い、振動低減効果を検証した。表 4.19 に、360 セットの模擬地震動波形による各モデルの変位二乗平均値和の比率  $R_{XY}$  の統計量を、表 4.20 には記録地震動波形による変位二乗平均値和の比率

$R_{XY}$  を示す。図 4.17 には、360 セットの模擬地震動波形による  $R_{XY}$  のヒストグラムを示す。また、 $R_{XY}$  は、節点 1~7 の応答変位二乗の和であり、各節点の低減量が不明確であるため、cmBD-TMD モデルにおいて節点 1~7 それぞれ個別に計算した変位二乗平均値の比率  $R_{XY}$  の分布を図 4.18 に示す。節点位置により多少の差はあるが、cmBD-TMD の設置によりアーチフレーム全体の振動が低減している。

表 4.19 360 波による変位二乗平均値和の比率  $R_{XY}$

モデル	最小	最大	平均	標準偏差
cmBD-TMD	0.293	0.912	0.512	0.116
SD-TMD	0.266	0.784	0.414	0.107

表 4.20 記録地震動による変位二乗平均値和の比率  $R_{XY}$

地震波	cmBD-TMD	SD-TMD
El Centro1940	0.716	0.546
Taft1952	0.641	0.427
八戸 1968	0.453	0.386
東北 1978	0.834	0.504
上記 4 波平均	0.661	0.466

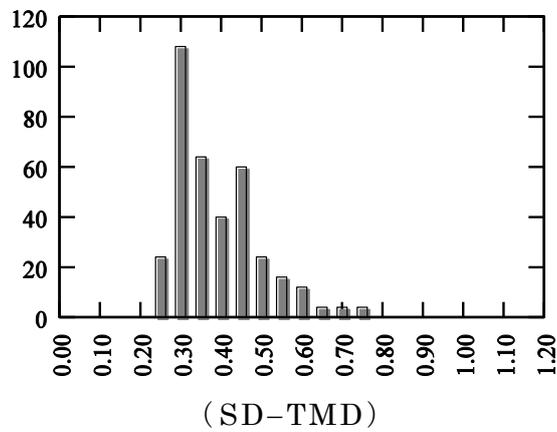
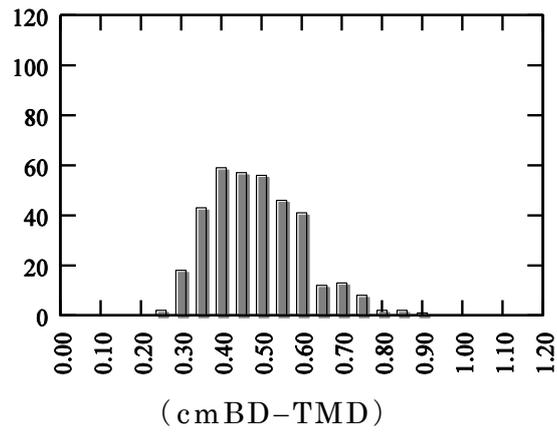


図 4.17 変位二乗平均値和の比率  $R_{XY}$  のヒストグラム  
(横軸： $R_{XY}$ ，縦軸：頻度)

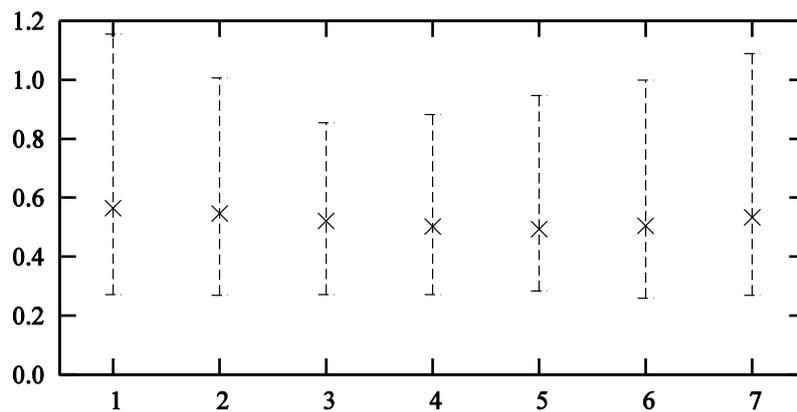


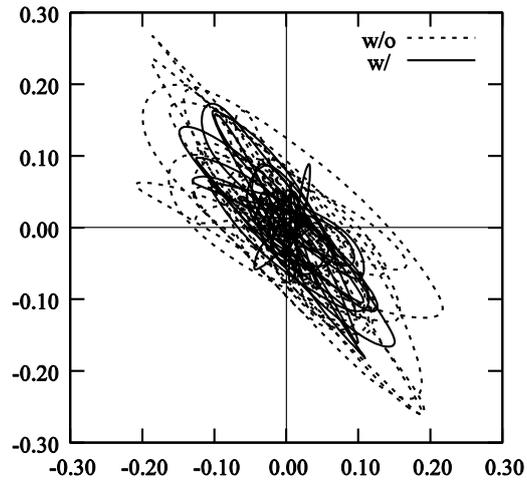
図 4.18 各節点の変位二乗平均値の比率  $R_{XY}$  の分布  
(横軸：節点番号，縦軸：変位二乗平均値の比率  $R_{XY}$   
(×印は平均値を示す。))

cmBD-TMD モデルの応答解析結果の一例として、 $R_{XY} = 0.418$  となる検討用地震波による結果を図 4.19、図 4.20 に示す。図 4.19 はアーチ上の節点 4、7 の応答変位の軌跡を、図 4.20 はアーチ上の節点 7 の時刻歴応答変位を示す。図中に凡例として記した w/o, w/は、それぞれ TMD なし、TMD ありを示す。

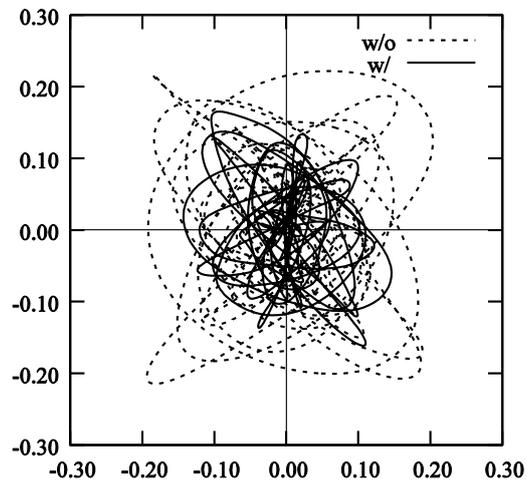
以上より、本検討モデルによる比較では、cmBD-TMD モデルの振動低減効果は SD-TMD モデルよりは小さいが、十分に高い制振効果が得られている。cmBD-TMD モデルの制振効果が小さくなった理由としては、cmBD-TMD は水平変位振幅が最も大きい位置ではないアーチ頂点に設置していることから、等価質量  $M_s$  が大きく（質量比  $\mu$  が小さく）なるためと考えられる。記録地震動波形において低減効果の差が大きいのは、採用した地震動波形の水平動応答の影響が上下動応答の影響よりも大きいため、水平動応答に効果の高い位置に TMD を配置した SD-TMD の効果が大きくなったためと考えられる。TMD は応答変位の大きいモードの腹に設置することが最も有効であり、cmBD-TMD の設置場所についても最適化が必要である。しかし、cmBD-TMD の採用により TMD 設置箇所の自由度が増えることは利点であると考えられる。SD-TMD を 3 個設置したモデルと cmBD-TMD を 1 個設置したモデルの優劣については、制振性能やコスト、TMD 配置位置の可能性などから総合的に判断する必要がある。

なお、本モデルでは cmBD-TMD 設置個数を 1 個にしているが、個数を減らせば主体構造に負担が生じる可能性があるため、単純に個数を少なくするのが良いわけではないことには留意が必要である。また、今回の検討では、cmBD-TMD のパラメータは設定領域を 50 分割した値の中で最適値を探索しているが、分割数を細かくする、変数領域を小さくする等により、さらに良い結果が得られる可能性はある。

360 セットの模擬地震動波形による解析の結果、粘性ダンパーの最大変形は圧縮側 0.767 m、引張側 0.601 m、最大速度 6.86 m/s と大きな値となっている。この変形に対応する粘性ダンパーを長さ 1.0m の節点 A~B 間に直接配置することは困難であるので、連結器を介して外側に配置する等の工夫で対応するか、TMD 全体を大きくすることで対応する必要がある。また、本論では粘性ダンパーの粘性係数の変形あるいは速度への依存性は無視しているが、実際の適用にあたっては粘性ダンパーの非線形なども考慮する必要がある。



(節点 4)



(節点 7)

図 4.19 応答変位軌跡

(横軸 : X 方向変位(m), 縦軸 : Y 方向変位(m))

(w/o : TMD なし, w/ : TMD あり)

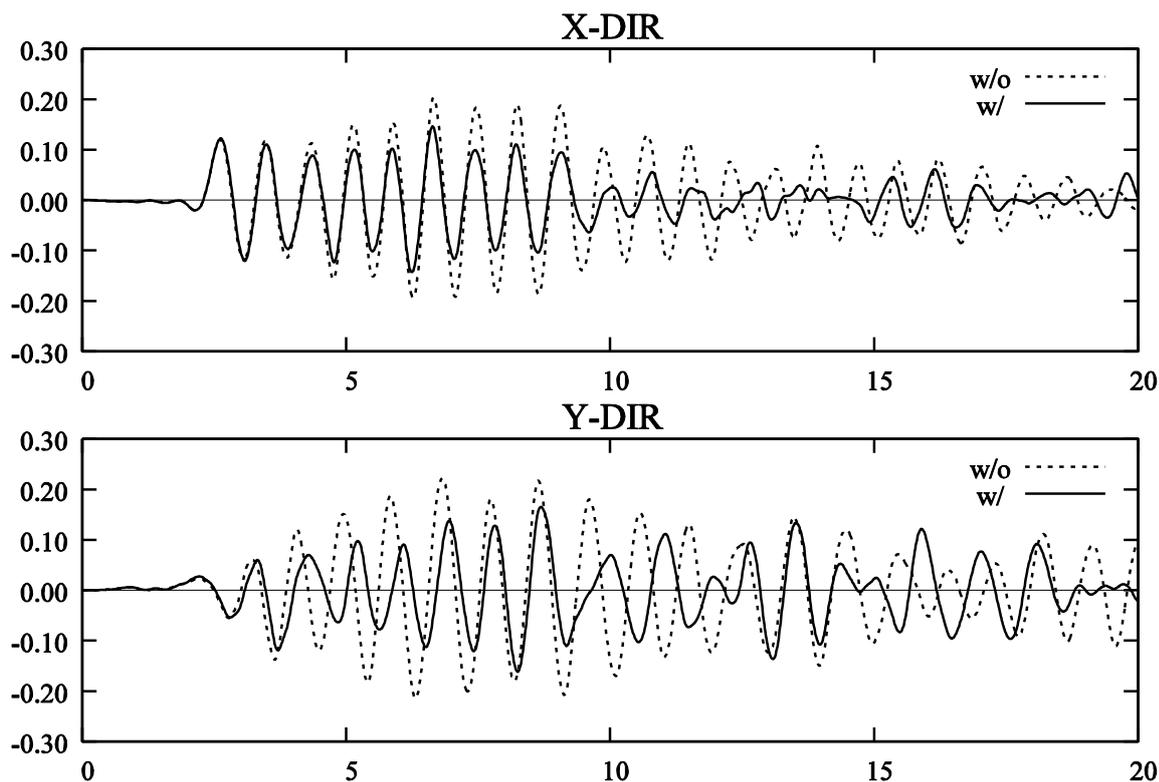


図 4.20 節点 7 の時刻歴変位

(横軸：時刻(s)，縦軸：変位(m))

(w/o：TMD なし，w/：TMD あり)

#### 4.4.5 周波数応答解析

4.4.2 項の最適化で得られた cmBD-TMD の No.4 モデルおよび 4.4.3 項の SD-TMD モデルを対象に，X 方向および Y 方向それぞれ別々に最大加速度  $0.5 \text{ m/s}^2$  の調和地動による周波数応答解析(解析時間 40 s)を行った。図 4.21，図 4.22 は，入力周期毎に式(4.5)で計算した変位二乗平均値和  $D_{XY}$  の分布を示す。アーチフレームの卓越周期周辺においては，TMD 設置により応答が大きく減少している一方で，卓越周期前後で応答が大きくなるという TMD 固有の特徴を示している。また，SD-TMD モデルの方が応答は概ね小さくなっており，地震動応答解析結果とも一致している。

ただし，いずれのモデルにおいても，応答が大きくなる周期が存在することから，TMD の設置により応答が大きくなってしまう可能性がある。これは同調型マスダンパーに固有の性質であり，地震動のような不規則外乱に対する振動制御には，減衰力を大きくとることで応答を全体的に小さくする必要がある。

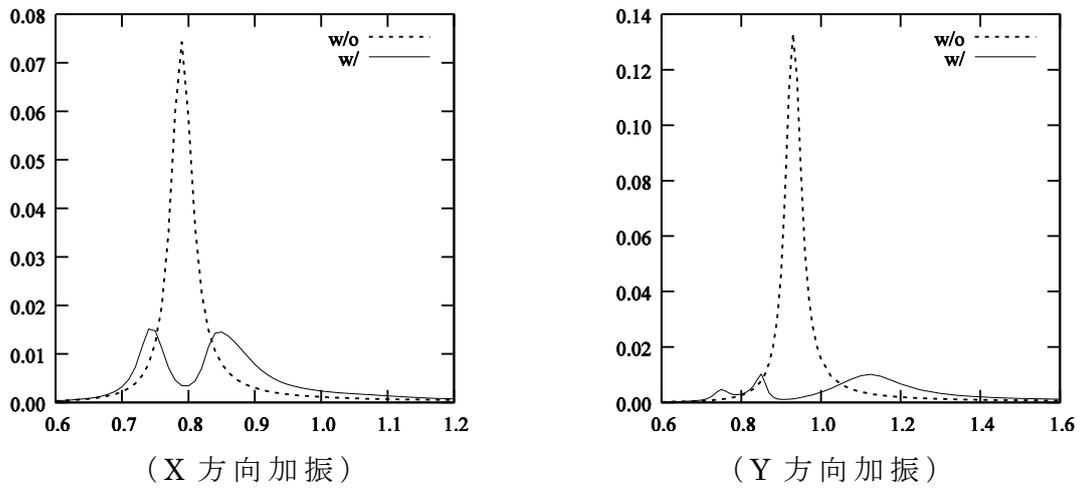


図 4.21 周波数応答 (cmBD-TMD)

(横軸：周期(s), 縦軸：変位二乗平均値和  $D_{XY}$ )

(w/o : TMD なし, w/ : TMD あり)

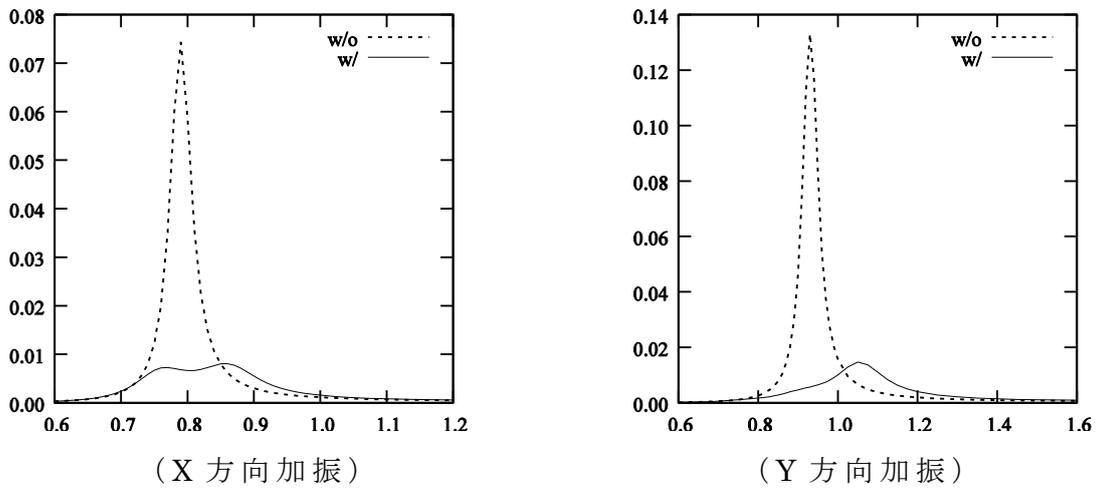


図 4.22 周波数応答 (SD-TMD)

(横軸：周期(s), 縦軸：変位二乗平均値和  $D_{XY}$ )

(w/o : TMD なし, w/ : TMD あり)

cmBD-TMD の周波数応答解析の一例として、X 方向調和振動として振動周期 0.79 s (1.27 Hz) によるダンパー節点 A, C の X 方向時刻歴応答変位を図 4.23 に、Y 方向調和振動として振動周期 0.93 s (1.08 Hz) によるダンパ

一節点 A, C の Y 方向時刻歴応答変位を図 4.24 に示す。各方向ともに, cmBD-TMD の質点 C の変位が増幅し構造体の振動を抑制している。

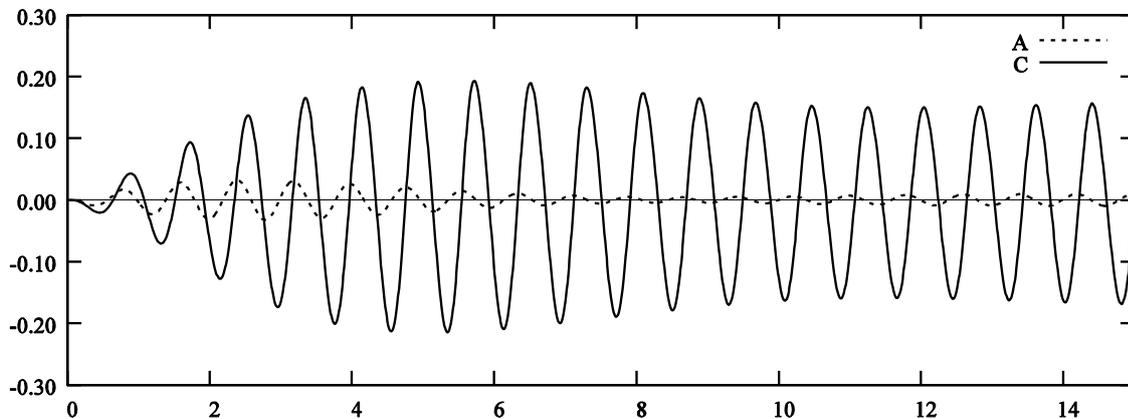


図 4.23 X 方向調和振動による節点 A,C の X 方向時刻歴変位  
(横軸：時刻(s), 縦軸：変位(m))

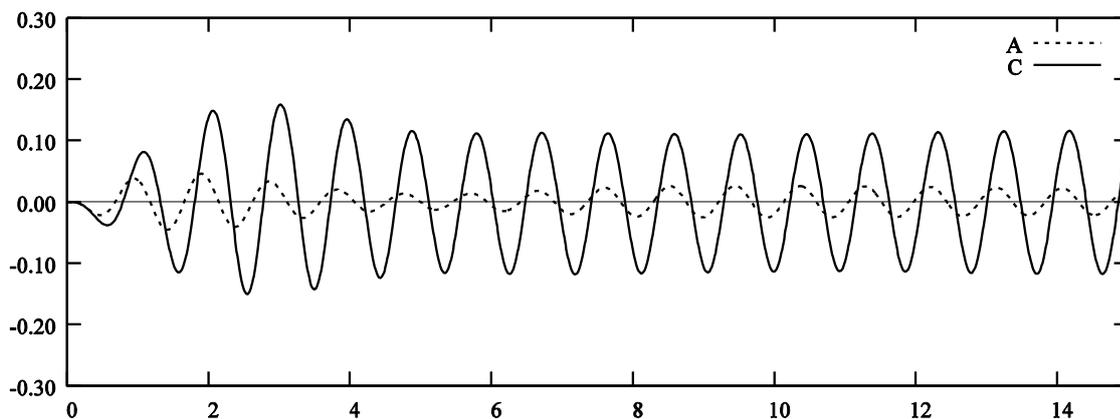


図 4.24 Y 方向調和振動による節点 A,C の Y 方向時刻歴変位  
(横軸：時刻(s), 縦軸：変位(m))

#### 4.5 面外拘束された立体モデルマスダンパー

図 4.5 に示した cmBD-TMD の解析モデルは平面モデルであり, 実際の cmBD-TMD では, 節点 C の面外方向への変形を拘束する必要がある。そのためには, 例えば質点の面外方向変形を拘束し, 面内 2 方向へは変形自由となるような 2 方向リニアスライダー[25]等を用いることも考えられるが, ここでは, リニアスライダーのような精密な装置を用いない簡易なモデルを示す。

図 4.25 に示すように、三角形平面フレーム 2 個を平行に配置する。それぞれのバネ定数は平面モデルで得られたバネ定数の半分とする。質量は、この 2 つのフレームの点  $C$ 、 $C'$  をつなぐように配置する。節点  $C$  の面外方向 ( $Z$  方向) への変形を拘束するために、 $B-C-C'-B'$  面内の  $B-E$  間、 $B'-E$  間にブレースを配置し、ブレースとマスの接合部  $E$  では、図 4.26 に示すようなルーズホールを設けることで、面外方向 ( $Z$  方向) の動きを拘束することができる。図 4.27 に、粘性ダンパーをいれた全体構成イメージを示す。この立体モデルの 1 次・2 次固有振動数は、平面モデルと同じであることを確認している。

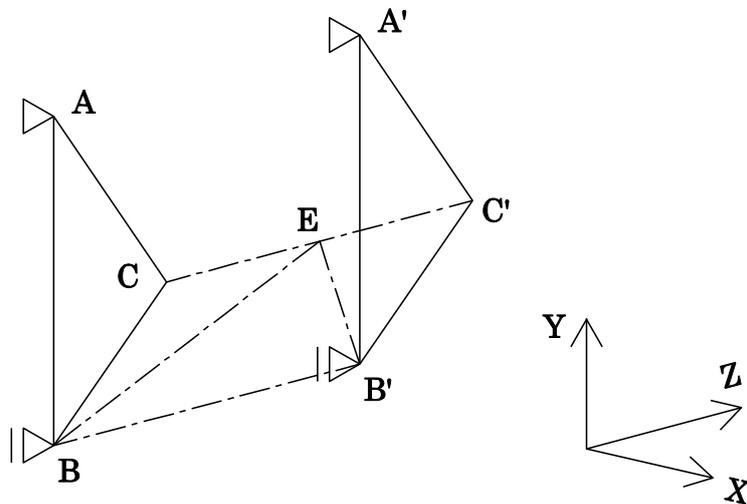


図 4.25 平面モデルを並べた立体モデル

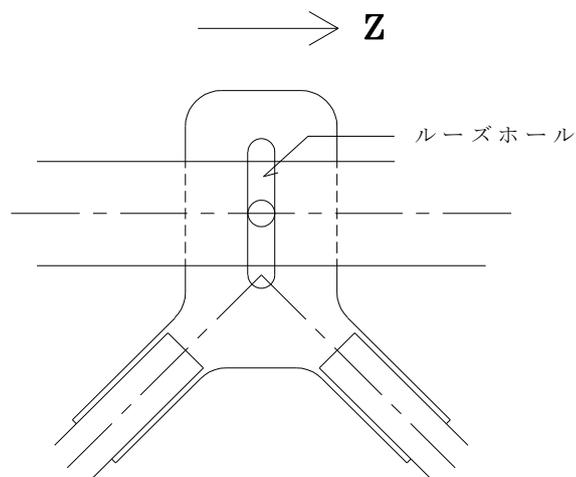


図 4.26 ブレース交点におけるルーズホール概念図

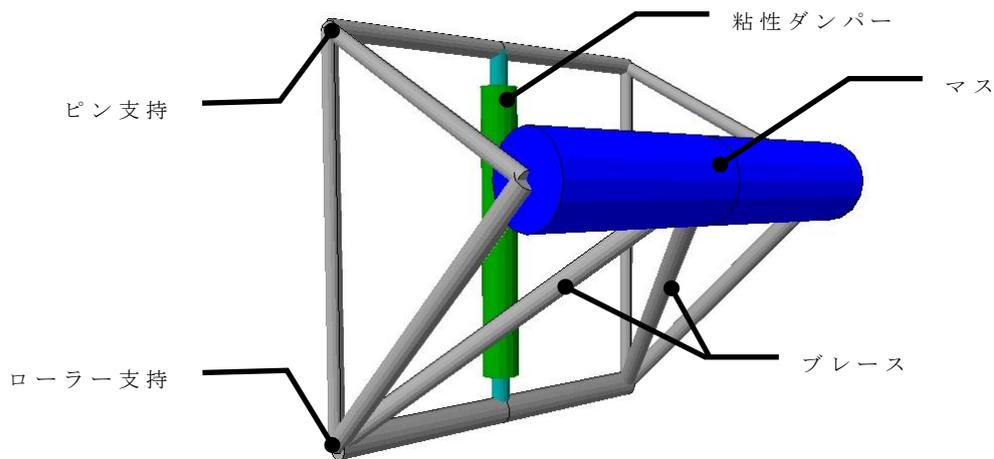


図 4.27 面外拘束された cmBD-TMD のイメージ図

4.3.4 項で, cmBD-TMD とほぼ同等の性能が得られた osBD-TMD の場合, 面外方向へのマス振動を拘束するには, 2 方向リニアスライダのような装置が必要となる。また, 粘性ダンパーに着目すると, osBD-TMD ではダンパーがマスの振動に追従して回転運動する必要があるが, cmBD-TMD ではダンパーは伸縮するのみであり, 耐久性を考えるとメリットがあると考えられる。

cmBD-TMD の考え方を拡張した図 4.28 に示すようなシステムによって, 1 個のマスの 3 方向の振動を制御する TMD とすることができると考えられる。1 個のマスの 3 方向振動によって, 1 個の粘性ダンパーに変位が生じるようなコンプライアントメカニズムである。本論文では, この TMD の制御性能について数値解析による検討は行なっておらず, 今後の課題とする。

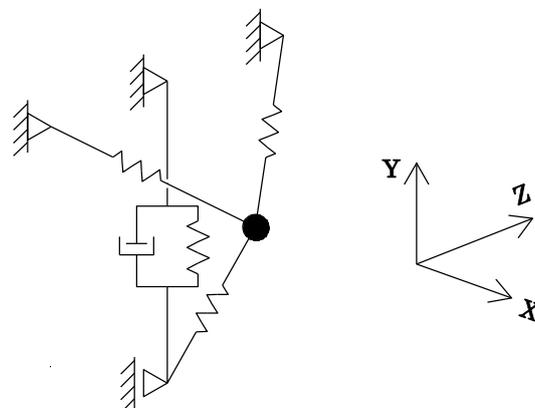


図 4.28 3 方向振動制御 TMD の考え方

## 4.6 4章の結論

本章で得られた成果は以下の通りである。

1. 本章で提案した 2 方向振動制御を目的とした同調型マスダンパー (cmBD-TMD) は、1 個の質点、3 個のバネ、1 個の粘性ダンパーにより構成される。3 個のバネは 3 角形に配置されコンプライアントメカニズムを形成する。バネの柔性によってマスの 2 方向への振動が増幅されて、主体構造物の振動数と同調することによって、振動が制御される。また、1 個のマスの 2 方向振動により、振動エネルギーを消費する 1 個の粘性ダンパーに変形が生じるようなメカニズムでもある。
2. 2 方向の地震動入力をうける 1 質点 2 自由度の簡易モデルを制御対象とし、cmBD-TMD を配置した場合の制御効果を時刻歴応答解析により確認した。cmBD-TMD のマス質量と総質量が同じとなる 2 つの SD-TMD (一般的な 1 自由度 TMD) を 2 方向に配置した場合と比較して、cmBD-TMD は高い振動制御効果が得られた。また、同じ 1 つの質量を有し、バネと粘性ダンパーを 2 個ずつ直交に配置した osBD-TMD と cmBD-TMD は、ほぼ同等の振動制御効果が得られた。
3. 水平動と上下動が同時に作用する空間構造物 (アーチフレーム) の頂点に cmBD-TMD を 1 個配置することで、構造物全体に振動低減効果があることを時刻歴応答解析により確認した。一般的に TMD はモードの腹の位置に設置することが最も有効ではあるが、2 方向に振動する箇所に cmBD-TMD を設置することで十分な制振効果が得られた。したがって、cmBD-TMD を用いることで、TMD 設置場所の自由度が増えるといえる。
4. cmBD-TMD の諸元 (パラメータ) は、地震応答解析で得られる変位応答量を最小化するよう最適化により求めた。地震応答解析に多くの計算時間を要することから、少ない応答評価回数で最適解を得るための手法として、変数のランダム選択によって良好な変数を求め、その変数を初期解としてタブー探索により近傍探索する手法を提案し、十分な性能を有する変数が得られた。得られた変数を有する cmBD-TMD は、主体構造の

固有振動数に同調したものが得られた。

5. パラメータ最適化においては任意に選んだ少数の地震動波形を用いた。得られた最適変数を有する cmBD-TMD の振動低減効果は、記録地震動波形を含む多数の地震動波形を用いて確認した。変数の許容領域の分割数を細かくすることや、本研究では変数としなかった粘性ダンパーの粘性係数を最適化変数にとりいれることなどにより、更に良好な解が得られる可能性がある。これらの検討については、今後の課題とする。
6. cmBD-TMD は、2 方向に振動するマスを利用しているが、その振動平面外への変位を拘束する必要がある。ボールベアリングを内蔵したリニアスライダなどの精密機器を用いて拘束することも可能であるが、より簡易な装置として、ルーズホールを有するブレースを用いて面外変位を拘束する考え方を示した。
7. 3 方向振動制御 TMD としては、cmBD-TMD の考え方を拡張して、4 個のバネ、1 個のマス、1 個の粘性ダンパーでコンプライアントメカニズムを構成する手法が考えられる。本論文では、このシステムの特性については数値解析による検討は行なっておらず、今後の課題とする。

#### 4 章の参考文献

- [1] 日本建築学会編：空間構造の動的挙動と耐震設計，2006.
- [2] 日本建築学会編：シェル・空間構造の減衰と応答制御，2008.
- [3] 加藤史郎，中澤祥二，打越瑞昌，大杉分哉，向山洋一：入力低減型支持機構を有する大スパンドーム構造物の地震応答性状，日本建築学会構造系論文集第 518 号，pp.57-64, 1999.4.
- [4] 加藤史郎，中澤祥二：下部構造エネルギー吸収型単層ラチスドームの地震時動的崩壊性状，日本建築学会構造系論文集第 548 号，pp.81-88, 2001.10.
- [5] 笠井和彦，元結正次郎，大木洋司：水平地震動を受ける空間構造への粘性ダンパーの適用と応答性状に関する一考察，日本建築学会構造系論文集第 561 号，pp.125-135, 2002.11.
- [6] S. Xue, L. Qin, M. Yamada, and S. Otani: Vertical vibration control for large space arch subject to horizontal earthquake wave, Proc. IASS Symposium, 2001.
- [7] 楠 達明，薛松 涛，山田大彦，他：単層ラチスドームの地震応答と制振に関する基礎的研究，日本建築学会大会学術講演梗概集 B 分冊構造 I，pp.1901-1906, 1994.
- [8] 立道郁生：空間構造の地震応答制御に関する研究，法政大学学位請求論文，2001.3.
- [9] 吉中 進，川口健一：大スパン建築構造における複数モード制御のための MTMD 法に基づく分散型 TMD に関する研究，日本建築学会構造系論文集第 586 号，pp.123-130, 2004.12.
- [10] 吉中 進，川口健一：分散型 MTMD による大スパン建築構造の振動制御に関する研究－複数モード制御のための MTMD バンド幅設定法－，日本建築学会構造系論文集第 608 号，pp.77-84, 2006.10.
- [11] 吉中 進，川口健一：分散型 MTMD による大スパン建築構造の振動制御

- に関する研究－MTMD 分割とその制御効果に関する考察－，日本建築学会構造系論文集第 631 号，pp.1561–1559，2008.9.
- [12] J. M. Ueng, C. C. Lin and J. F. Wan: Practical design issues of tuned mass dampers for torsionally coupled building under earthquake loading, *Struct. Design Tall Spec. Build.*, Vol.17, pp.133–165, 2008.
- [13] J. Lin, K. Tsai and Y. Yu: Bi-directional coupled tuned mass dampers for the seismic response control of two-way asymmetric-plan buildings, *Earthquake Engng Struct. Dyn.*, Vol.40, pp.675–690, 2011.
- [14] OpenSees Ver. 2.2.2, <http://opensees.berkeley.edu/> より入手.
- [15] 観測地震波（1994 年研究助成版），一般社団法人 日本建築センター，<http://www.bcj.or.jp/download/src/point.pdf> より入手.
- [16] 三井和男，大崎純，大森博司，田川浩，本間俊雄：発見的最適化手法による構造のフォームとシステム，コロナ社，2004.
- [17] C. Reeves 編，横山隆一他訳：モダンビューリスティックスー組合せ最適化の先端手法－，日刊工業新聞社，1997.
- [18] 玉木久夫：乱択アルゴリズム，共立出版株式会社，2008.
- [19] F. Glover: Tabu search－Part I, *J. on Computing*, Vol.1, pp.190-206, 1898.
- [20] M. Ohsaki: *Optimization of Finite Dimensional Structures*, CRC Press, 2010.
- [21] 吉中 進，谷口与史也：初期変位付与型 TMD を用いた空間構造の過渡応答の振動制御－初期変位設計式に関する基礎的検討－，日本建築学会構造系論文集第 653 号，pp.1299–1308，2010.7.
- [22] J. P. Den Hartog: *Mechanical Vibrations*, Dover Publications Inc, 1985.
- [23] 山口宏樹：構造振動・制御，共立出版株式会社，1996.

[24] 背戸一登：動吸収器とその応用，コロナ社，2010.

[25] 矢口大輔，木本政志，村井信義，内山義英，山本雅史，吉岡宏和：超高層免震構造の開発と適用－その 4 リニアスライダの開発と確認実験－，日本建築学会大会学術講演梗概集（九州），B-2，構造Ⅱ，pp. 595-596，1998.

## 5 章

## 結論

本論文では、部材の柔性を利用したメカニズムであるコンプライアントメカニズムを建築構造に利用することを目的とし、形態変化構造の主体構造として用いることや、同調型マスダンパーに用いることを提案するとともに、目標性能を確保したコンプライアントメカニズムを生成するための最適化手法を提案し、その力学特性について詳細に検証した。各章で得られた結論を以下に示す。

第1章では、剛な要素によるリンクメカニズムを利用した可変構造から、要素の柔性を利用したコンプライアントメカニズムによる可変構造まで、研究分野の現状と問題点について言及し、また本研究の意義について論じた。

第2章では、部分的に回転拘束を解放することができる接合部を有する任意の形状の骨組構造物（部分剛接合骨組）を対象として、釣合い行列に部材の接合条件を加味した行列（拡張釣合い行列）を特異値分解する手法によって、微小変形の安定性評価とメカニズムを導出する手法を提案した。不安定次数の低い大変形メカニズムとなるような部材端接合条件を特定するために、最初に、釣合い行列を利用した線計画問題を定式化し、微小変形のメカニズムとなる回転拘束の解放条件を得る手法を提案した。次に、この回転拘束解放条件を元にして幾何学的非線形解析を実施し、大きい部材力が生じる箇所の回転拘束を解放した場合の安定性評価を行ない、解放箇所を逐次増やしていくことによって、大変形メカニズムが得られることを、2つの計算事例を通して示した。また、得られた大変形リンクメカニズム構造に、柔な部材を追加することでバイステーブルコンプライアントメカニズムが得られることを示した。拡張釣合い行列の作成は簡単なプログラミングであり、また、特異値分解や幾何学的非線形解析には汎用プログラムを利用することができるので、大変形メカニズム構造を導き出す手法として、実用上極めて有効であるといえる。

第3章では、剛な要素で構成されたリンクメカニズム構造に柔な部材を追加することで得られるバイステーブルコンプライアントメカニズム構造による形態可変構造を、最適設計手法を用いて目標の変形に近づくよう設計した。最適化の手法としては、追加する柔な部材の位置や剛性をパラメータとして、タブー探索とよばれる発見的手法を用いることを提案した。形状変形に必要な荷重および水平荷重に対する剛性は、パラメータを適切に変更することにより制御できることを示した。また、バイステーブルコンプライアントメカ

ニズムの特徴を，不安定なリンクメカニズムと比較検証し，柔な部材の剛性を変化させることや，構造物の自重を利用することによって，形状変化に必要な最大荷重を小さくできることを，数値解析を通して示した。構造物の自重が利用できるという特性については，簡単な 2 部材トラスの例を通して数式で明らかにした。

第 4 章では，バネで構成されたコンプライアントメカニズムの特性を利用した 2 方向に制振性能を有する同調型マスダンパー (cmBD-TMD) を提案し，そのパラメータを最適化した。最適化には，複数の地震動波形による時刻歴応答解析を行い，それらの応答低減率の平均値が大きくなるような変数の組み合わせを求めるための最適化手法を提案した。地震応答解析に多くの計算時間を要することから，少ない応答評価回数で最適解を得るための手法として，変数のランダム選択によって良好な変数を求め，その変数を初期解としてタブー探索により近傍探索する手法を提案し，十分な制振性能を有する変数が得られた。得られた変数を有する cmBD-TMD は，主体構造の固有振動数に同調したものが得られた。cmBD-TMD を設置する事例として，水平動と上下動が同時に作用する空間構造物 (アーチフレーム) のアーチ頂点は 2 方向振動するため，ここに設置した場合の応答低減効果を，地震応答解析を通して確認した。

以上のように，本論文では，要素の柔性を利用したコンプライアントメカニズムを建築構造物に適用するための生成手法と特性についての考察を，数値解析を通して行った。数値解析では，単純化したモデル化を行っており，実際のモデルで考える必要がある接合の大きさや接合部のガタといった実際的な問題は無視されている。今後は，実際のモデルを作成していくことで，このような諸問題を見つけ，その対策を講じていくことで提案を改良していくこととしたい。

## 謝辞

本論文をまとめるにあたり，終始温かい激励とご指導，ご鞭撻を賜りました広島大学大学院教授 大崎 純先生に心より感謝申し上げます。岡山に在住しながらの研究であったため，大崎先生にはメールや電話で経過を報告し，相談させて頂きながら進めていきました。深夜，早朝に送った無礼なメールにも，いつでも迅速かつ丁寧に指導してくださいました。また，直接お会いして指導していただく場合，広島に限らず，出張先での東京や岡山などでも時間を割いて指導して頂くこともありました。研究者として，教育者として，大変多くのことを学ぶことができた貴重な3年間となりました。

京都大学名誉教授 國枝治郎先生には，卒業論文および修士論文において，幾何学的非線形解析を用いた空間構造の座屈問題についての研究指導をして頂きました。その時に得た基礎が本論文につながったと思っています。心より感謝申し上げます。

学位論文審査において，貴重なご指導とご助言を頂いた広島大学大学院教授 大久保孝昭先生，同教授 藤井 堅先生，同准教授 近藤一夫先生に心より感謝申し上げます。

本研究を進めるにあたって，東京大学大学院准教授 寒野善博先生から数多くのご指導，ご助言を頂きました。心より感謝申し上げます。

数値解析の実施にあたっては，広島大学大学院生の菊川翔平君の熱心な協力を得たことを記すとともに心より感謝申し上げます。

最後になりますが，研究を遂行するにあたり私の研究生活を陰から支えてくれ，応援してくれた家族に心から感謝します。

2013年8月