

文章題解決における図の利用について

岡 直 樹・池 田 優 里*

(2012年12月7日受理)

The Effects of Diagram Use on Word Problem Solving Processes

Naoki OKA and Yuri IKEDA

Abstract. Abstract. The present study was designed to examine the effects of diagram use on word problem solving processes. As the teaching method of the diagram, three groups were established. The one is the group which writes in words and a number at tape diagrams (blank space group). The second is the group drawing a tape diagram in order of a sentence (order group). The third is the group to draw a tape diagram from the biggest number (biggest number group). It was suggested in the experiment that children who were high-ability for word problem solving in the biggest number group were good performance. These results were discussed in terms of the acquisition of the learning strategy.

算数については、計算は得意であるが、文章題は苦手とする子どもが多い。このことは何を意味しているのであろうか。石田・子安(1988)によれば、文章題解決において数量関係の理解に基づかず、問題文中の部分的なことばにとらわれ演算を決定したり、問題文中の数字を適当にたすかひくかをする子どもが存在する。例えば、“合わせる”ということばが文章中にあれば“足し算”をするのである。このような問題解決方略はキーワード方略と呼ばれる。この方略は文章中のキーワードに着目するだけで、数量関係について考えようとしないところに問題があるのはいうまでもない。

文章題の解決過程は、問題文の意味を理解する「変換」過程、理解した意味から文と文を関係付ける「統合」過程、解決への手続きとして数式を決定する「プランニング」過程、決定した数式を実行する「実行」過程の4過程に分けられる(Mayer, Tajika & Stanley, 1991)。この4つの過程のうち、子どもたちにとって難しいとされるのが「統合」過程である。石田・多鹿(1993)は、小学校5年生を対象に、どの過程でつまづきが多いかを検討している。4つの過程に対応して構成した問題を用いて調べた結果、文章題の成績の悪い子ども

は、「統合」過程の課題の成績が他の3過程の課題の成績に比べて低いことが明らかになった。「統合」過程でつまづきやすい理由として、数量関係の把握がうまくできないという子どもが多いことがあげられる。この数量関係を子どもたちにわかりやすく、正しく把握させるための方法の一つに図の利用があげられる。図は、問題文の文脈に左右されずに問題の構造を把握するのに役立つと考えられている(坂本, 1999)。文章題解決における図の効用については、多くの研究が報告されている。たとえば市川(1988)は、教科の学習において認知的問題をかかえた学習者に対する個別的な相談と指導である「認知カウンセリング」において、学習指導を行う際のポイントの一つとして“図式的説明”をあげ、図式化することで概念間の関係を整理することができるとしている。つまり、図は外的処理資源として有効であると考えられる。数量関係に着目させるためにも、数量関係を把握していなければ解くのが難しい逆思考の問題を用いて、初めて逆思考の問題を学習する低学年の段階から、図をかいて解こうとする姿勢を身に付けることは、後の算数科の学習にも有効であり、その力を育てる指導法について検討していく

*香南市立夜須小学校

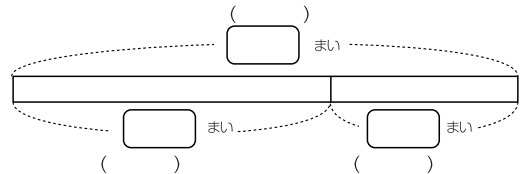
必要があるだろう。

逆思考の文章題に特化すると、鈴木(2004)は、小学校2年生を対象にさまざまな種類のテープ図を用いて実験を行い、テープ図のことばと数字の位置を自分で考えて埋めさせるテープのみ図に数量関係の理解を促す効果があったと示唆している。しかしながら、どうやって図を描けばよいかわからないという子どもが多いことも事実である。鈴木(2004)では子どもたちにテープ図を与えた状態から図を作成する活動しか行っておらず、図を一から作成するためにはどのような指導法をとればよいか考える必要がある。そこで、本研究では、数量関係の正しい理解に基づく文章題解決において、どのように教師が子どもたちにテープ図を提供すればよいか、その指導方法について検討することを目的とする。そのために、数量関係を理解していないと立式が難しい逆思考の問題を用いて研究を行う。一般に算数の学習では、低学年で具体物を操作し絵図に示すなどの表現方法から、高学年になると抽象度の高い線分図を用いるようになる。今回、逆思考問題で扱う図は、教科書でも取り上げられるテープ図である。教科書で取り上げられているテープ図にはテープ図の描き方の手順が示されているものと、示されていないものがある。市川(1988)によると、図が有効な表現となるためにはいくつかの条件が必要であり、その1つに「問題とされている量が数字のような記号ではなく、一目でわかるように、量的に表現してあることが大事」ということがある。テープ図はその長さが量の大きさに比例しており、この条件を満たしている。また、小学校2年生は、カード並べから帯図、その区切りを外してテープ図を用いるようになる時期でもある。高学年ではテープ図をより抽象化した線分図を用いること、さらに逆思考問題においてテープ図を用いることは小学校5年生で学習する割合の学習につながることからみても、その指導方法について検討を行うことは、今後の算数科の学習においても役立つだろうと考えられる。そこで本研究では、実際にテープ図を描かせる方法として、文章題に現われる順番にテープ図を完成させていく方法(順序)群、文章を読み全体を把握して全体からテープ図を書き始める方法(全体群)を取り上げ、その効果について検討する。

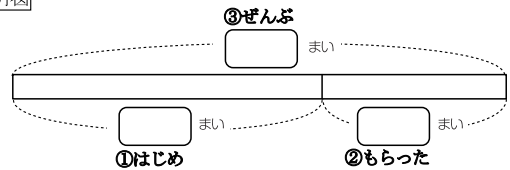
方 法

実験計画 3×2の要因計画を用いた。第1の要因はテープ図を用いた指導方法についてであり、テープ図を与え言葉と数字を書き込むテープのみ図群、文章題の順番にテープ図を完成させていく順序群、文章を読み全体を把握して全体からテープ図を書き始める全体群の3群を設けた(Figure 1)。なお、順序群は啓林館の教科書を参考に問題を作成した。テープのみ図群はテープ図の描き方を示さず、テープのみが描いてある図を示し、ことばと数字を自分で埋めて問題を解いていった。順序群は文章題の順序どおりに図を完成していくことを約束し(Figure 1 ①→②→③の順)、何も与えられていない状態から順序どおりにテープ図を完成させて問題を解いていった。全体群は文章題を読んで、全体(一番数が大きくなる)を見つけ、全体から(Figure ①→②→③の順)テープ図を完成させて問題を解いていった。第2の要因は算数の文章題解決能力についてであり、事前にテストを行い、その結果により文章題解決能力高群、文章題解決能力低群の2群を設けた。

テープのみ図



順序図



全体図

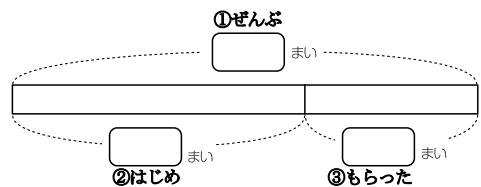


Figure 1 実験で用いたテープ図

実験参加者 実験参加者は公立小学校2校の2年生165名(男児82名, 女児83名)であった。実験参加者はクラスごとにテープのみ図群, 順序群, 全体群に配分された。そして, 事前テストの文章題解決得点(12点満点, 平均6.25点, 標準偏差3.13点)の結果より, 文章題解決能力低群として5点以下の得点者77名(男児39名, 女児38名), 文章題解決能力高群として7点以上の得点者66名(男児32名, 女児34名)をそれぞれ抽出した。

授業 意味構造が変化の逆思考問題について, 各クラス45分で行った。授業では, まず教師が問題を解く際に, 図の描き方について3つの指導方法でモデリングを行った。教師は, 問題を解く際の思考過程を全て言語化して問題を解き, 子どもたちが教師の解き方を真似て, 問題を解けるようになるということである。このモデリングを行った後, 練習問題に取り組んだ。授業に用いた問題はどのクラスも同じもので, 次の通りである。教師がモデリングをした問題は, 未知数の位置が $A + \square = C$ の問題(\square は未知数の位置を指す)の問題であり, その後, 練習問題として $A + \square = C$ の問題1問, $\square - B = C$ の問題1問, $A - \square = C$ の問題1問, $\square + B = C$ の問題2問の計5問を授業終了まで取り組んだ。

事前テスト 事前テストは, 問題の意味構造が変化で順思考の問題1問($A + B = \square$)と逆思考の問題2問($\square + B = C$, $\square - B = C$)の計3問の問題であった。これら3問を問題文と図を描くスペースを空けておくのみの提示で解かせるという課題であった。課題に取り組む前に, 図が描けない場合は, 空白のままでもよいことを伝えた。

事後テスト 事後テストでは, 問題の意味構造が変化の逆思考の問題で未知数の位置が $\square + B = C$ の問題2問, $A + \square = C$ の問題1問, $\square - B = C$ の問題1問, $A - \square = C$ の問題1問の計5問の問題であった。これらの問題のうち, はじめの2問は図を描くヒントとしての補助がある問題にした。図の補助とは次の通りである。 $\square - B = C$ の問題は数字をあてはめれば完成することばのみ図, $A + \square = C$ の問題はことばと数字をあてはめれば完成するテープのみ図であった。残りの3問は何の補助も与えず, 文章題のみを提示し自分で図を書く方法で, 10分間解いた。うち, 1問は事前テストで行った問題と同じものであった。

手続き 実験は, 45分の授業と7日後の事後テストで行った。テープのみ図での授業では, はじめから模造紙に描いておいたテープ図の枠組みを利用し, ことばと数字を埋めていった。順序図では, 文章題を1文ずつ区切り, その都度テープ図を付け足していった。全体図では, 文章にでてくる数字をはじめに見つけ, その中で一番大きい数を考え, その数からテープ図を描き, テープ図を完成させた。7日後の事後テストでは, 図を描くスペースは用意しておき, 事前テストのように「図が描けない場合は描かなくてもよい」とは特に伝えなかった。

結果

事前テストは, 図2点, 式1点, 答え1点の1問4点で得点化した。指導方法と文章題解決能力により割り当てられた実験参加者の内訳は, テープのみ図・低群24名(男児11名, 女児13名), テープのみ図・高群24名(男児12名, 女児12名), 順序図・低群30名(男児16名, 女児14名), 順序図・高群15名(男児6名, 女児9名), 全体図・低群23名(男児12名, 女児11名), 全体図・高群27名(男児14名, 女児13名)であった。

事後テストは, ことばのみ図に関しては図1点, 式1点, 答え1点の1問3点で得点化し, テープのみ図と文章題のみの問題では図2点, 式1点, 答え1点の1問4点で得点化した。各条件の平均得点をFigure 2に示した。分散分析を行った結果, 指導方法×文章題解決能力の交互作用が有意であった($F(2, 137) = 4.59, p < .05$)。下位検定を行った結果, 指導方法の単純主効果が, 文章題解決能力高群においてのみ有意であった($F(2, 137) = 3.29, p < .05$)。Ryan法による多重比較を10%水準

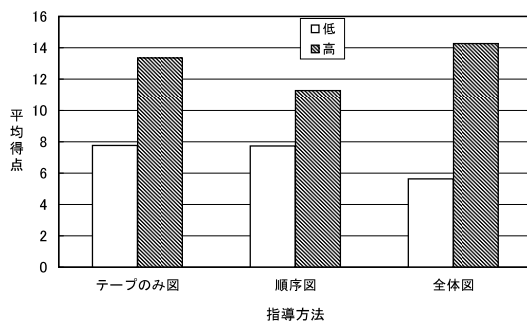


Figure 2 事後テストの得点

で行ったところ、全体図の方が順序図よりも成績が良い傾向があることが示された($t(137)=2.3$)。

事後テストにおいて、図を完成させる補助がある、ことばのみ図とテープのみ図の得点(満点7点)に着目すると、各条件の平均点はFigure 3に示すようになった。分散分析を行った結果、文章題解決能力の主効果が有意であった($F(1, 137)=52.13, p<.001$)。つまり、文章題解決能力高群の方が文章題解決能力低群よりも得点が高かった。また、指導方法の主効果については有意な傾向がみられた。Ryan法による多重比較を10%の多重比較で行ったところ、テープのみ図の方が全体図よりも平均点が高く有意である傾向が見られた($t(137)=2.41$)。さらに、指導方法と文章題解決能力の交互作用にも有意な傾向が見られた($F(2, 137)=2.62, p<.10$)。下位検定を行った結果、指導方法の単純主効果が文章題解決能力低群では有意な傾向が見られ($F(2, 137)=2.35, p<.10$)、文章題解決能力高群では有意であった($F(2, 137)=3.26, p<.05$)。Ryan法による多重比較を10%水準で行ったところ、文章題解決能力高群においては、テープのみ図の方が順序図よりも平均点が高い傾向が認められた($t(137)=2.3$)。

次に、図を完成する補助がない文章題のみの提示問題(満点12点)に着目すると、各条件の平均点はFigure 4に示すようになった。分散分析を行った結果、文章題解決能力の主効果が有意であった($F(1, 137)=53.70, p<.001$)。つまり、文章題解決能力高群が文章題解決能力低群よりも高い得点を示した。また、指導方法と文章題解決能力の交互作用が有意であった($F(2, 137)=4.43, p<.05$)。下位検定を行ったところ、指導方法の単純主効果は、文章題解決能力高群において有意であった

($F(2, 137)=3.84, p<.05$)。Ryan法による多重比較を5%の有意水準で行ったところ、全体図のほうが順序図よりも平均得点が有意に高かった($t(137)=2.5$)。

図のみの得点でみると、各条件の平均得点はFigure 5のようになった。分散分析を行った結果、指導方法と文章題解決能力の交互作用が有意であった($F(2, 137)=4.78, p<.01$)。下位検定を行った結果、指導方法の単純主効果が文章題解決能力高群において有意であった($F(2, 137)=3.2, p<.05$)。Ryan法による多重比較を10%水準で行ったところ、全体図の方が順序図よりも平均得点が高い傾向が見られた($t(137)=2.26$)。

さらに、図を完成するための補助がない文章題における図の得点をFigure 6に示した。分散分析を行った結果、指導方法と文章題解決能力の交互作用が有意であった($F(2, 137)=6.64, p<.005$)。下位検定を行ったところ、指導方法の単純主効果は、文章題解決能力低群において有意な傾向($F(2, 137)=2.80, p<.10$)、文章題解決能力高群において有意であった($F(2, 137)=5.62, p<.01$)。Ryan法

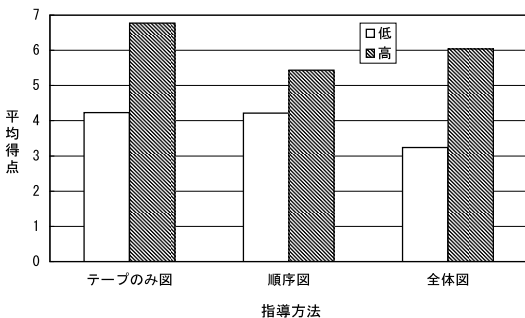


Figure 3 事後テストにおける補助あり問題の得点

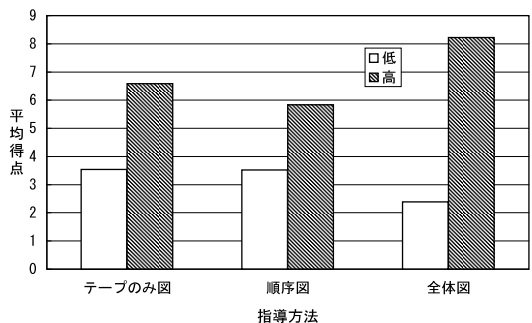


Figure 4 事後テストにおける補助なし問題の得点

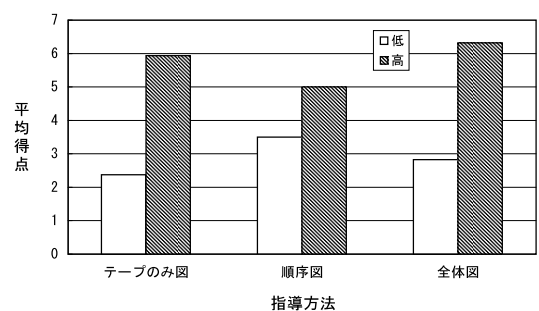


Figure 5 事後テストにおける図の得点

による多重比較を5%水準で行った結果、文章題解決能力高群において全体図がテープのみ図と順序図よりも平均得点が有意に高かった(それぞれ $t(137) = 2.16$, $t(137) = 3.06$)。

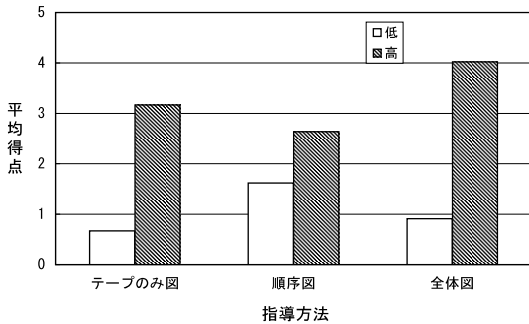


Figure 6 事後テストにおける補助なし問題の図の得点

考 察

本研究の目的は、数量関係の正しい理解に基づく文章題解決を促すため、テープ図を用いた指導方法について検討することであった。そのために、自分でことばと数字を埋めていくテープのみ図、文章題の順番に従ってテープ図を完成させていく順序図、文章題を読んで一番大きくなる数を見つけてそこからテープ図を完成させていく全体図の3種類の図を使った指導方法を取り上げ、どの指導方法が数量関係の理解に基づく文章題解決に効果的であるかを検討した。その結果、文章題解決能力高群にとっては、全体図が一番効果があることが明らかとなった。これに対して、文章題解決能力低群にとっては、全体図を使った授業は事後テストの得点が他の2つの指導方法に比べて低いという結果になった。これは、文章題を読み、一番大きい数を見つける、つまり数量関係を把握するよう働きかけることが文章題解決能力高群にとっては有効であるが、文章題解決能力低群にとっては困難であるということを示唆したものであると考えられる。

この実験を行った後に、実験の文章題解決能力低群にあたる逆思考問題が苦手な子どもに対し、個別指導を行った。その際、次のような援助を行うと正しい図を描くことができ、また正しい式をたてることができた。援助としてまず、おはじき

などの具体物を用いて、実際に操作し、1番大きくなる数字を見つけてから、おはじきを用いてテープ図を完成した。具体物を操作することにより、図だけで処理するよりも数量関係を把握しやすかったのだろう。このように、全体図を一斉授業で用いる際には、文章題解決能力低群の子どもが全体を把握できるような指導を検討する必要がある。鈴田(2004)は授業を行う際に“全体”を意識することを徹底して行っていた。今回の研究では1回の授業ということもあり、“全体”を意識させる働きかけが十分ではなかったといえよう。

テープのみ図については、文章題解決能力高群は全体図とかわらないほど、常に高得点であった。これは、自分でことばと数字をあてはめることは数量関係の理解に役立つという鈴田(2004)の研究結果を支持するものとなった。しかし、補助なし問題の図のみの得点に注目すると、文章題解決能力高群において、全体図のほうがテープのみ図よりも得点が有意に高かった。つまり、テープのみ図で授業を行った文章題解決能力高群の子どもにとって、図を最初から作成するという活動は初めて行うことであり、困難であったということがわかる。

順序図については、文章題解決能力高群において、指導の効果は見られなかった。これは、文章題の順番通りに図を作成するという方法では、数量関係を正しく理解しにくかったのではないかと示唆している。実際、“もらう”とあれば、増加するからテープ図を右にのばすということや“あげる”とあれば、減少するからいま描いているテープ図から左へもどるという作業的なことはできても、どれくらい増えたり減ったりするのかと数量を考え把握するということを意識するのは難しいのではないと思われる。つまり、本研究の目的である数量関係の正しい理解に基づく文章題解決を促すための図の利用とは言いきれない。

今後の課題 本研究では、授業を1回しか行っていないため、教師のモデリングは、未知数の位置が $A + \square = C$ の問題しか扱っていない。子どもたちの解答を見ていると、モデリングで扱った未知数の位置と同じ位置を未知数として、他のタイプの問題でも図を作成している子どもがいた。逆思考の問題には $A + \square = C$, $A - \square = C$, $\square + B =$

C, $\square - B = C$ の4タイプあり, 全ての未知数の位置の問題を取り扱う必要がある。

今回の研究において全体図は, 文章題解決能力低群に対しては効果が認められなかった。全体をみつけるといことは, 文章題が苦手な子どもにとっては難しいことである。全体をみつけることができるようになるための援助方法について検討しなければならない。

考える力の育成の観点からは, 文章題の解決場面において, 図を描いて数量関係を考えて立式するという問題解決方略を自発的に用いることができるようになることが必要である。しかしながら, 学習者は必ずしも図表を活用して問題解決を行っているわけではないことが指摘されている(e.g., 市川, 1993; 植阪, 2009)。本研究では, 授業中の練習問題, 事後テストにおいても, 図を描くことを求める形式となっている。自発的な図の利用を促す指導法の検討も重要な今後の課題といえよう。

引用文献

市川伸一(1988)。「納得の道具」としての同型的図式表現 数理科学, **297**, 34-39.

- 市川伸一(1993). 学習を支える認知カウンセリング 心理学と教育の新たな接点 プレーン出版
- 石田淳一・子安増生(1988). 小学校低学年の算数文章題における計算の意味理解の研究 ー演算決定および式のよみに焦点をあててー 科学教育研究, **12**, 14-21.
- 石田淳一・多鹿秀継(1993). 算数文章題解決における下位過程の分析 科学教育研究, **17**, 18-25.
- Mayer, R.E., Tajika, H., & Stanley, C. (1991). Mathematical problem solving in Japan and the United States: A controlled comparison. *Journal of Educational Psychology*, **83**, 69-72.
- 坂本美紀(1999). 小学生における割合文章題の問題表象ー子どもたちは問題をどのように図示するかー 愛知教育大学教育実践総合センター紀要第2号 47-53
- 鈴田留美子(2004). 数量関係の理解を促す学習指導に関する研究 福岡教育大学大学院教育学研究科 修士論文
- 植阪友理(2009). 認知カウンセリングによる学習スキルの支援とその展開: 図表活用方略に着目して 認知科学, **16**, 313-332.