広島大学理学部中学生・高校生科学シンポジウムの
取り組みについて

甲斐章義

広島大学理学部・大学院理学研究科では，毎年１１月初旬の広島大学祭の時期に「理学部・理学研究科公開」が行われている。その一環として，次世代を担う中高生に「理学」への関心をさらに深めてもらう機会として，「中学生・高校生による科学シンポジウム」が企画されており，今年度で７回目を迎えた。ここでは，自然科学（数学を含む）に関する日頃の研究活動の成果を，グループあるいは個人で発表する場が設けられており，多くの学校から熱心な取り組みが毎年発表されている。

今年は１１月６日（土）に理学部Ｅ００２講義室にて開催され，全部で７校から１８件の発表が行われた。その年の研究発表の件数にもよるが，１つの発表につき，だいたい１０分くらいの時間で発表が行われ，その後２～３分くらいの質疑応答がある。我が校は４年前からこのシンポジウムに毎年参加しており，2001 年度は数学の発表が１件と理科の発表が１件，2002 年度は数学が２件と理科が１件，2003 度は数学が３件，そして今年度は数学が２件，理科が１件の発表を行った。これらの発表のうち，数学の取り組みについてごく簡単にではあるが報告したい。

1　発表の内容について

数学の発表はこの４年間で８件である。それぞれの発表の内容について簡単に紹介したい。

まず2001年度であるが，『行列と２次形式　～整式を不変にする行列の集合による軌道の考察～』というタイトルで発表を行った取り組みである。これは高校２年生３人で行った取り組みである。内容を簡単に説明すると，２元２次形式にある点の値を代入してできる式が表す図形とその２元２次形式を不変にする群によるその点の軌道が一致するかどうかを調べたものである。

2002年度の発表は２件ある。ひとつは『漸化式の相互関係』というタイトルで発表を行った取り組みである。これは高校２年生２人の取り組みである。ある４つのタイプの見かけが全く異なる漸化式が，実は全く同じ数列を表していることを解明し，その４つの漸化式の間にどのような関係があるかを調べたものである。

もうひとつは『クラインの壺』というタイトルで発表を行った取り組みである。これは中学校３年生２人の取り組みである。４次元空間の図形で３次元空間では実現不可能なクラインの壺という図形をコンピュータ内で表現してみようという試みで，実際に円が移動してクラインの壺ができていく様子や円周上の点が移動していく様子を描写するソフトを作成した。

2003年度の発表は３件である。まず一つ目は『曲線上の有理数点について』というタイトルで発表した取り組みである。これは高校２年生１人での取り組みである。２次曲線上の有理数点の有無について，その係数や定数項によって有理数点の有無がどのように違ってくるのかを調べ，さらにその延長として２次体について調べた研究である。

２つ目は『戦略を持つじゃんけん』というタイトルで発表した取り組みである。これも高校２年生１人での取り組みである。まずはある相手とじゃんけんをするとき，相手の手をデータとして積み重ねることで相手の出す手の癖を読み取り，相手により勝ちやすい手を選択するシステムをいくつか考えた。次に，実際にそれらのシステムでじゃんけんをするコンピュータソフトをつくり，どのソフトがもっとも強いかを実際にいろいろな人にじゃんけんをしてもらい，なぜそのような結果になったかを検証していった取り組みである。

３つ目は『円周率100万桁への挑戦』というタイトルで発表した取り組みである。これは昨年度の中学校３年生２人が高校１年生になってから新たに始めた取り組みで，文字通り，円周率を計算するコンピュータソフトを自分たちで作成し，何桁まで計算できるかに取り組んだものである。

2004年度の発表は２件であった。

まずひとつ目は『オイラー数について』というタイトルで発表した取り組みである。これは中学校３年生１人での取り組みで，一般の立体のオイラー数がである証明から始めて，オイラー数が他の偶数である図形とその証明，オイラー数が奇数である図形とその証明と研究を重ねていった取り組みである。

２つ目は『ルービック・キューブ・プロジェクト』というタイトルで発表した取り組みである。これは昨年・一昨年参加した２人が，今年度新たに取り組んだもので，ルービック・キューブをコンピュータ上で解く（６面を完成させる）コンピュータソフトを作成するという取り組みである。

2　取り組みについて

2001年度に最初に『広島大学理学部中・高校生科学シンポジウム』（以下「科学シンポジウム」）に参加し始めたのであるが，その当初から次の４つの方針を設定して取り組みを始めた。

① 高校で（または中学校で）履修する内容から発展的に学習・研究できるような内容であること。または，高校生が平易に理解できる内容であること。
② 教師は指導はするが，あくまで生徒自身で結果を導き

出すこと。
③　できるだけオリジナリティのある研究であること。
④　ある程度結果が得られた時点で，論文の形式にまとめること。

①については次の２つの理由からこれを設定した。ひとつ目は，高等学校（または中学校）の履修内容とあまりにもかけ離れたものでは本人たちの勉強にも力にもなりにくく，学習していく上でも負担がかなり高くなるということである。２つ目の理由としては，履修内容からかけ離れた内容だと発表の際に参加している他の学校の生徒たちがどんな内容の発表をしているのかが理解できないということである。いくら高度な内容を発表していても，またいくら大学の先生から高い評価を受けても，そこにともに参加している他の学校の生徒から高い評価が得られなければ，本人たちの自信にはそれほどつながらないであろう。また，逆に自分たちと同じ世代の生徒たちに好評な発表であれば，それだけ自信にもなるし，今後の向学心の向上に少なからず影響を与えるであろうと思われる。

②の方針についても２つの理由が挙げられる。ひとつは，あくまでこれは研究発表であり，生徒自身が研究し見つけたことを発表するべきであり，教師が結果まで（もしくは結果の近くまで）教えてしまったのでは，何の意味もないと思われるということがある。もちろん，教師はどのような結果になるかは知っておく，または少なくともどのような結果になるかの見通しは持っておく必要はある。もうひとつは，生徒自身が結果を導き出すことによって，生徒自身に力がつくと同時に，自信にもつながるということである。教師が誘導してレールの上に乗っていくような研究をしても，自らが取り組んだという意識もそれほど強くならないが，試行錯誤を繰り返しながら結果を導き出しまとめていくことで，自分がこの研究に取り組んだという自覚と自信がついてくるに違いないと考えている。

③の方針であるが，実はこれが一番苦労する部分であり，もっとも重要であると考えている部分である。生徒は研究発表をするために自分でいろいろな文献を調べたり考えたりするが，ともすると調べて勉強したことをそのまま発表してしまいがちである。しかしこれでは研究したことの発表ではなく，勉強したことの発表である。勉強したことの発表では，例えば本の内容に書いてあったことを勉強して，それをそのまま発表していることとなり，そこには自ら考えて工夫するという部分がほとんどない。生徒が研究を通して力をつけていくためにも，考えを深めていくためにも，どこかの本に書かれているという枠から少しでも出る努力をさせること，すなわちオリジナリティを出していく努力をさせることが大変重要であると考える。もちろん，オリジナリティを出そうとした結果，どこかの本に同じ内容が書かれていたということはあっても仕方ないことだと思う。どこかの本を参考にしたのではない，自らが考えてそのような結果を出すというそのプロセスと結果を出すことによって得られる知識・理解の深化と自信が重要なのである。

④の方針はもちろんこれが研究発表であるという観点からきている。自分のオリジナリティを出して（または出そうとして）せっかく取り組んだ研究である。その研究を発表するとき，本の数枚のレポートにまとめるだけでは，自分たちの成果がしっかりと伝わらないし，それではせっかくあげた成果がかすんでしまう。また，数学という学問の特性でもあるのか，Power Pointなどのプレゼンテーションだけでは証明が分からないので，その真意が伝わりにくく，きちんと証明を記したものが別に必要になってくる。だから，自分たちがどのような形でこの研究に取り組み，どのような成果を上げたのかを伝えるひとつの方法として，論文の形にまとめるということが有効なのではないか，また科学シンポジウムに参加してくれている他の学校の生徒などによりしっかりと伝わるのではないかと考えている。

3　実践例

これまでに全部で８件の取り組みをしてきている。これらの取り組みをすべて紹介しても良いのであるが，繰り返しになる部分も多いので，このうちの４件を実践例として紹介したいと思う。

3.1　行列と２次形式

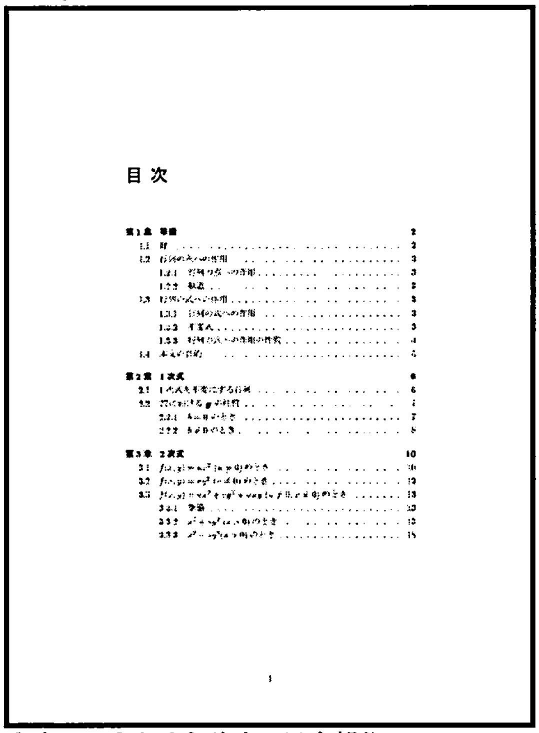
この取り組みは2001年度のもので，初めての取り組みということもあり，教員の側で題材を設定した。この「行列と２次形式」という題材を選んだ理由としては，
①　高等学校の履修内容に加え，群の簡単な概念，行列の多項式への作用と点への作用などを学習することで，美しい結果が導かれること。
②　結果を導くまでで相当の取り組みになりうること
③　結果を導くまでの経過をまとめることで十分な量の論文になりうることがあげられる。

まずはじめに，この取り組みをするに当たって必要な知識に関する講義を行った。具体的には，群の定義，群の点への作用（１次変換），群の整式への作用，２つの作用の関連性などについてである。さらには，２次直交群の不変式（X^2+Y^2）が表す図形（この場合は円）と群の軌道が一致することを紹介したうえで，これの一般化に取り組むこととした。６月中旬以降，生徒たちは必要とされる概念の理解を目的として学習会を開き，お互いの理解の不足している点を補うとともに，一般化するにあたりどのように一般化するのかを探っていった。その上で，大きく３つのパートに分けて，それぞれの部分について分担して考えることとした。まず１つ目は，整式が１次式である場合。２つ目は整式が（$X^2+SY^2(S>0)$）となる場合。３つ目は整式が（$X^2-SY^2(S>0)$）となる場合である。週に１回または２回の割合で学習会を開き，考えてきた結果をお互いに出し合い，足りない部分を指摘したり，よりよい証明方法などを検討することでよりよいものに仕上げていく作業を８月初旬まで行っていった。

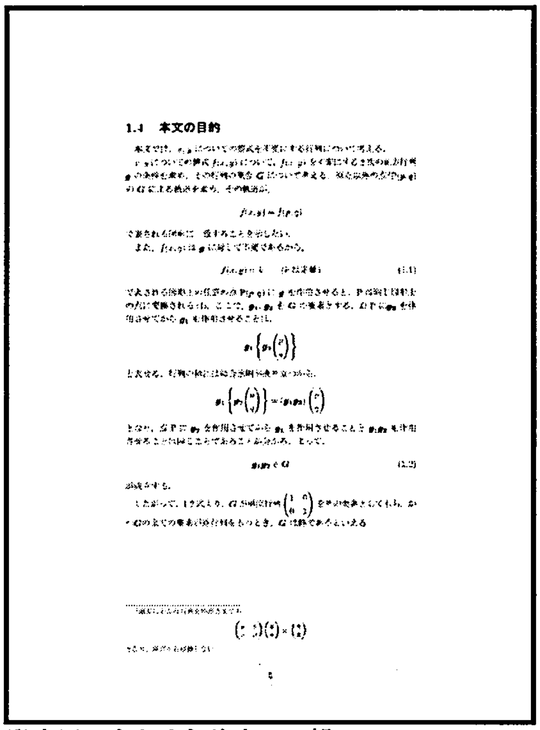
夏休みも中盤にさしかかる頃，大まかに結論が出てきたので，今度はその内容を論文の形にまとめる作業に移っていった。まずは前回分担したパートにそのまま分かれて，各自のパートをまとめてくることにした。まとめ方は広島大学理学研究科の大学院生の書いた論文を参考にさせた。２学期に入り，そのまとめたものを持ち寄って，表現の間違いや不備などを検討し，それらを訂正ながら，それらをひとつにまとめていく作業を１０月はじめまで行い，全部でＡ４で２８ページに及ぶ論文にまとめていった。

その後，その論文を持って実際に科学シンポジウムで発

表するためのプレゼンテーションの方法や発表用の原稿などの作成・検討を行い，１０月の終わり，すなわち科学シンポジウムの直前には発表のリハーサルを行って発表の最終チェックを行った。



発表用にまとめた論文の目次部分



発表用にまとめた論文の一部

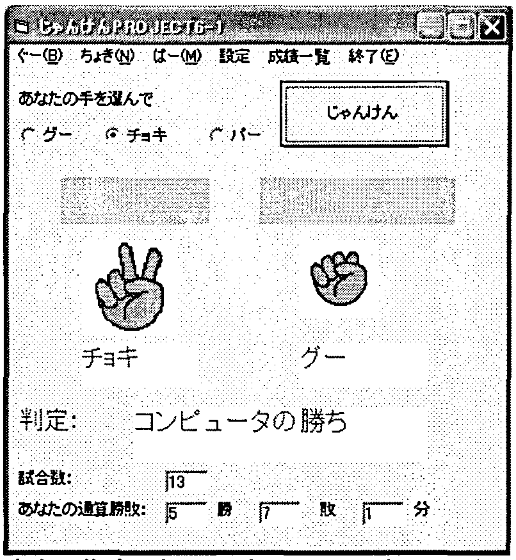
3.2 戦略を持つじゃんけん

この取り組みは2003年度の取り組みである。科学シンポジウムへの研究発表の取り組みに参加する生徒を募集したところ，参加を希望してきた生徒が二人いて，この取り組みをしたのはそのうちの一人の生徒である。確率に興味があるとのことだったので，確率に関連した題材で研究することとした。具体的にやりたいことがあったわけではなかったので，確率に関連する話題をいくつかこの生徒に提示したところ，この「戦略を持つじゃんけん」に興味を持ち，これについて研究することとなった。

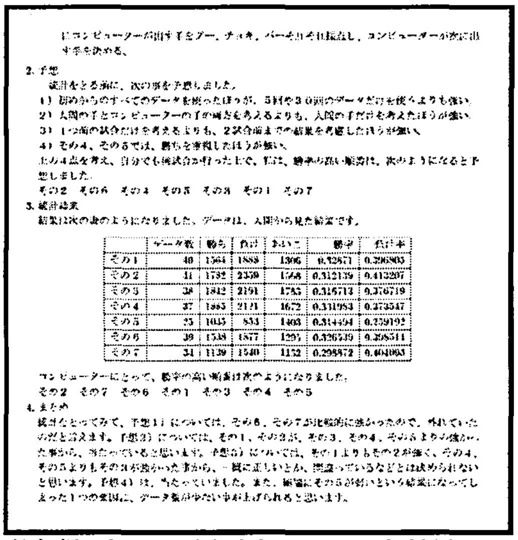
「戦略を持つじゃんけん」とは，ある相手とじゃんけんをするとき，相手の手をデータとして積み重ねることで相手の手を出す癖を読み取り，より相手に勝ちやすい手を選択していくことである。ここで重要となるのが，どのような形でデータを積み重ねて，それをどのように用いるのかというとなる。そこで次のような順序で研究をすすめることとした。

① まずはどのようなデータの積み重ね方とその利用方法があるのかを様々な角度から考える。
② それらの方法の中から実際に調べる方法を選択する。
③ 選択した方法を用いたじゃんけんソフトを作成する。
④ 学友祭（我が校の文化祭）などで実際に多くの人にそれらのソフトでじゃんけんをしてもらい，できるだけたくさんのデータを集める。
⑤ それらのデータからどの方法がもっともじゃんけんが強いか判断し，事前の予想と比較する。
⑥ 事前の予想と異なった結果が出たときには，なぜそのようになったのかを考える。

まずは①の段階であるが，データの積み重ね方とそのデータの利用方法を考えることから始めた。その結果，データの積み重ね方とその利用の仕方の組み合わせの違いを考えると，全部で２０通り以上の方法を考えてきた。次に②の段階として，実際にデータを取ったときにその違いが比較しやすいもの，より強いと思われるものといった観点から７つの思考パターンを選択した。③のじゃんけんソフトの作成は，細部の仕様などは生徒と相談しながら教師の側で作成した。次に④の段階であるが，９月初旬に行われた学友祭で，今年度は理科の科学研究や過去の科学シンポジウムでの発表を展示する部屋を設けていたので，ノートパソコンを７台用意し，そこでじゃんけんソフトのデモンストレーションを行うとともに，来ていただいた多くの来校者の方々にこれらのじゃんけんソフトで実際にじゃんけんをしていただくことでデータ集めを行った。また，学友祭後もこの生徒の友人たちにも協力をしてもらい，じゃんけんのデータを集めた。このデータ集めは１０月中旬あたりまで行った。⑤の段階では，これらの集まったデータを集計し，どのじゃんけんソフトが強いのかをみて，⑥の段階として，なぜそのような結果になったかを考えた。こうした経過と結果，および考察をまとめ，さらに理学シンポジウムへ向けての発表用のプレゼンテーションを作成，リハーサルを経て，実際の発表となった。



実際に作成したコンピュータソフトの画面


にコンピューターが出す手をグー、チョキ、パーそれぞれ採点し，コンピューターが次に出す手を決める。

2. 予想

統計をとる前に、次の事を予想しました。

1) 初めからのすべてのデータを使ったほうが、5回や30回のデータだけを使うよりも強い。
2) 人間の手とコンピューターの手の両方を考えるよりも、人間の手だけを考えたほうが強い。
3) 1つ前の試合だけを考えるよりも、2試合前までの結果を考慮したほうが強い。
4) その4、その5では、勝ちを重視したほうが強い。

上の4点を考え、自分でも何試合か行った上で、私は、勝率の高い順番は、次のようになると予想しました。

その2　その6　その4　その5　その3　その1　その7

3. 統計結果

結果は次の表のようになりました。データは、人間から見た結果です。

	データ数	勝ち	負け	あいこ	勝率	負け率
その1	40	1564	1888	1306	0.32871	0.396805
その2	41	1732	2359	1568	0.312139	0.413207
その3	38	1842	2191	1785	0.316713	0.376719
その4	37	1865	2121	1672	0.331953	0.373547
その5	25	1045	833	1403	0.314494	0.259192
その6	39	1538	1877	1295	0.326539	0.398514
その7	34	1139	1540	1132	0.298872	0.404093

コンピューターにとって、勝率の高い順番は次のようになりました。

その2　その7　その6　その1　その3　その4　その5

4. まとめ

統計をとってみて、予想1)については、その6、その7が比較的に強かったので、外れていたのだと言えます。予想2)については、その1、その2が、その3、その4、その5よりも強かった事から、当たっていると思います。予想3)については、その1よりもその2が強く、その4、その5よりもその3が強かった事から、一概に正しいとか、間違っているなどとは決められないと思います。予想4)は、当たっていました。また、最終的にその5が弱いという結果になってしまった1つの原因に、データ数が少ない事があげられると思います。

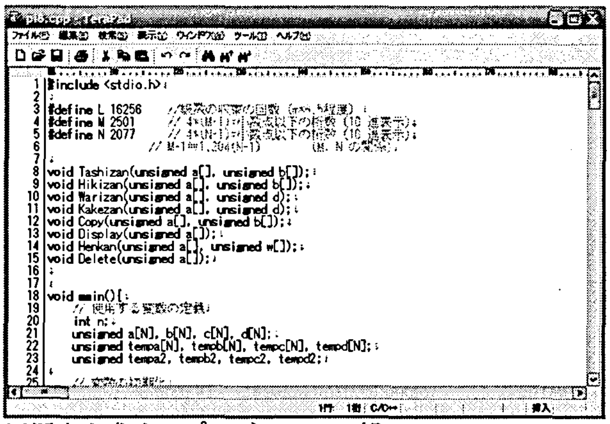
学友祭でじゃんけんをしてもらった結果

3.3　円周率万桁への挑戦

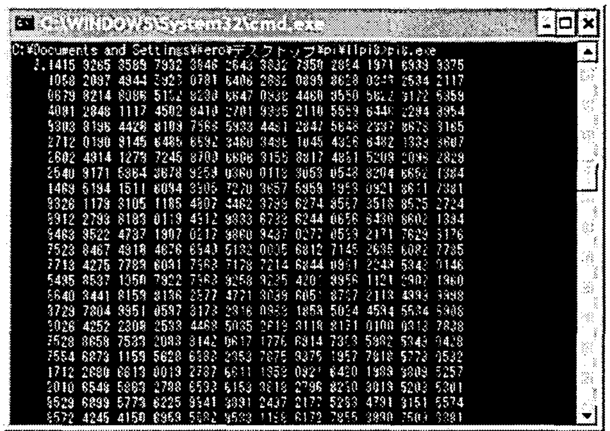
この取り組みも2003年度のものである。この取り組みをした生徒は，前年度も「クラインの壷」という取り組みで参加した生徒で，コンピュータを利用した取り組みということで参加した。数学でコンピュータを利用する場面は近年飛躍的に増大しているように思われるが，高校生らしい挑戦ということで，円周率を自分たちのプログラミングでどこまで計算できるかということに取り組むことにした。

まずは円周率を計算するためのいろいろな級数の紹介や，それを利用して計算するためのデータの分割収納などの基本的な考え方については教師の側からアイデアを示したが，それ以降についてはほとんどこの２人の生徒に任せた。

まずはどの級数を利用すればよいかという議論と同時に，試みとしてデータの分割収納をせずに円周率を計算させるプログラムを作成した。もちろんこれではたかだか小数１０数位までしか計算できないので，データの分割収納の方法を考えることとなった。その際行われる四則演算は通常の計算は使用できないために，四則演算を行うモジュールを作成する必要があった。また，級数を計算する際に，各項をいちいち計算していては計算のロスが大きいので，前に計算した結果を利用して次の項を計算するように工夫する必要もあった。こうした工夫を生徒と相談しながらプログラムの作成をすすめた。相談しながらとは言っても，教師の側は生徒がその計算方法や工夫の方法に困ったときにアドバイスを与える程度であり，具体的な方策について試行錯誤を繰り返したのはもちろん生徒自身である。実に様々な試行錯誤を繰り返した結果，実際に円周率の計算に成功したのはシンポジウムまで１ヶ月弱のときであった。その後さらに改良はすすみ，最終的には100万桁には及ばなかったが，26万桁ほどまで計算することに成功した。



円周率を求めるプログラムの一部


円周率を求めるプログラムの実行画面

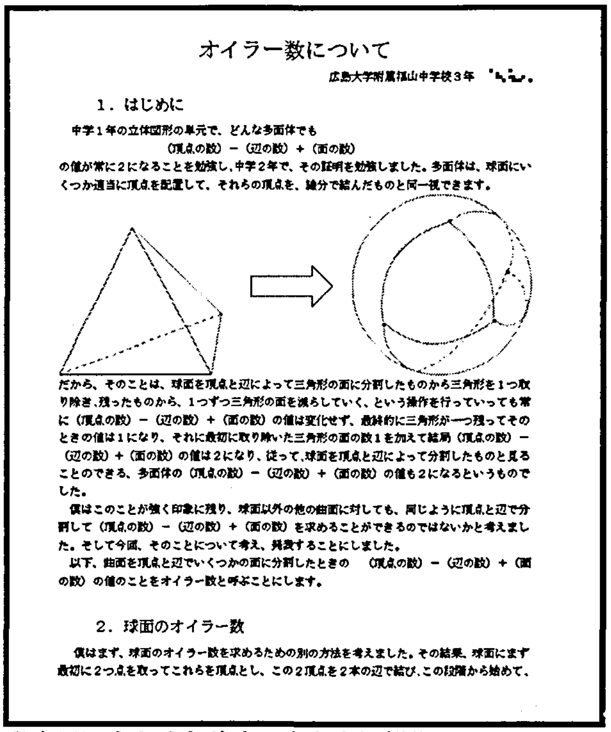
3.4　オイラー数について

この取り組みは今年度のものである。この取り組みを行った生徒は，中学２年の選択授業で数学を選択し，そこでオイラー数，すなわち立体の（頂点の数辺の数面の数が常に２になることを学習した。そこからこのオイラー数をもう少し詳しく学習していきたいと思ったことがこの研究に取り組む動機となったらしい。

授業ではその証明は簡単に教えてもらっていたが，中学校２年では履修しない内容も含むので，授業で少し曖昧な部分もあったらしい。そこで，まずはオイラー数が２になることの証明をもう少し厳密にすることから取り組みを始めた。この生徒は自学自習をして，数学的帰納法などの考え方はある程度理解していたので，授業で教わった証明ではなく，この数学的帰納法を利用した証明方法で考えてはどうかと提案した。これはオイラー数が以外となる図形の場合でも，そのまま証明が応用できる可能性が高いからで

ある。

オイラー数が２となる場合が終わると，次にトーラス（穴が１つのドーナツのような曲面）のオイラー数０であることを証明した。さらにここから穴がｎ個ある曲面のオイラー数が2-2ｎであることを数学的帰納法を利用して証明しようと試みた。



オイラー数について

広島大学附属福山中学校３年

１．はじめに

中学１年の立体図形の単元で、どんな多面体でも

（頂点の数）－（辺の数）＋（面の数）

の値が常に２になることを勉強し，中学２年で、その証明を勉強しました。多面体は、球面にいくつか適当に頂点を配置して、それらの頂点を、線分で結んだものと同一視できます。

だから、そのことは、球面を頂点と辺によって三角形の面に分割したものから三角形を１つ取り除き，残ったものから、１つずつ三角形の面を減らしていく、という操作を行っていっても常に（頂点の数）－（辺の数）＋（面の数）の値は変化せず、最終的に三角形が一つ残ってそのときの値は１になり、それに最初に取り除いた三角形の面の数１を加えて結局（頂点の数）－（辺の数）＋（面の数）の値は２になり、従って，球面を頂点と辺によって分割したものと見ることのできる、多面体の（頂点の数）－（辺の数）＋（面の数）の値も２になるというものでした。

僕はこのことが強く印象に残り、球面以外の他の曲面に対しても、同じように頂点と辺で分割して（頂点の数）－（辺の数）＋（面の数）を求めることができるのではないかと考えました。そして今回、そのことについて考え、発表することにしました。

以下、曲面を頂点と辺でいくつかの面に分割したときの　（頂点の数）－（辺の数）＋（面の数）の値のことをオイラー数と呼ぶことにします。

２．球面のオイラー数

僕はまず、球面のオイラー数を求めるための別の方法を考えました。その結果、球面にまず最初に２つ点を取ってこれらを頂点とし、この２頂点を２本の辺で結び，この段階から始めて，

発表用にまとめた論文の書き出し部分

このあたりの内容は幾何学の本を読めばどこかに書いてあり，当然その証明もそれをみればわかるのであるが，それでは研究発表としてオリジナリティにも欠けるし，本人の理解の深化もそれほど進まないので，できるだけ生徒自身で証明を考えていくように指導した。したがって，研究の内容として発表した証明は生徒自身が考えた証明である。もちろん生徒だけで考えた証明には少しずつ穴があるので，教師はその部分を指摘した上で，その穴を補間するような証明を考えてくるように指示したり，ときにはそのためのアイデアを示唆したりすることで，研究活動のフォローをしていった。

次に考えたのは射影平面のオイラー数である。これはすでに高校の数学を超えているので，射影平面とその後出てくるｎ-射影平面の定義については幾何学等の本を参照することとした。ｎ-射影平面とは穴がｎ個ある射影平面のことであるが（射影平面は0-射影平面ということになる），射影平面のオイラー数は１で，ｎ-射影平面のオイラー数は1-ｎとなり，さらに，穴がｎ個ある曲面のオイラー数の半分になっていることを証明した。これも定義とその意味しているところについては本を参考したりしたが，その証明についてはなるべく生徒自身で考えるように指導した。

4　反省と課題

ここ４年間で８件の発表の取り組みを行ったが，その中でいくつか気づいたことをここに記しておく。

２００３年度は３件の発表を行ったわけであるが，正直に言って３件の発表は指導する教師の側にとって見れば多すぎるように思う。実際，取り組みを始めた６月初旬から１１月の発表まで，指導に費やした時間はそれ以前と比べても明らかに増えているが，発表１組あたりの時間となると明らかに少なく，その指導も十分に行き届かなかった。そのため内容も不十分なところが多々見られ，当初立てておいた予定が大きくずれ込んでいった取り組みもあった。予定がずれた分だけ発表のプレゼンテーションの準備が不足してしまい，十分に満足のいくような発表ができなかった。発表する生徒の数，発表自体の数は年によって異なるが，発表の数が多い年は指導に関わる教師もできるだけ多くして，一人あたりの教師の負担を少なくする必要がある。また，発表が多いと十分に指導が行き届かないので，グループで研究に取り組むなどして，研究発表の件数を絞る必要もあるかもしれない。

４年間続けて毎年発表してきたが，どの発表も単発の発表で終わっている。今後複数年にわたった取り組みができて，それが後輩へと受け継がれるようなものになれば，生徒たちにとってもさらに有益なものになるに違いないと思われる。とはいえ，８件のどの取り組みも生徒は大変よく頑張ってくれたし，それぞれの生徒にとって大変有益な取り組みであった。取り組みに参加した生徒たちは自分たちなりの収穫をそれぞれが得たようであるし，また自信にもつながったようである。また，それまで持っていた興味関心をより高めることにもつながり，そのまま継続的な形でいろいろな取り組みに参加している生徒や，理学関係に進学を志す，または実際に進学していった生徒もいる。少しずつではあるが，数学への興味関心を高め，本人たちの自信や学力向上につながるような取り組みを今後も続けていきたい。