ザンビア共和国における本質的学習環境の実践に基づく

数学の授業開発研究

中和　渚

広島大学大学院国際協力研究科博士論文

2011 年 3 月

目　次

略語対応表

BESSIP	Basic Education Sub-Sector Investment Programme 邦訳：基礎教育投資計画
CDC	Curriculum Development Centre 邦訳：カリキュラム開発センター
CERI	Centre for Education Research and Innovation 邦訳：教育研究・革新センター
ECZ	The Examinations Council of Zambia 邦訳：ザンビア国家試験委員会
EFA	Education for All 邦訳：万人のための教育 1990 年タイのジョムティエンにおいて開催された万人のための教育世界会議が開催された．ミレニアム開発目標(MDGs)にもとづき，2015 年までに国際社会が実現する達成目標を定めた．
FNDP	Fifth National Development Plan (of Zambia) 邦訳：ザンビア共和国における第五次国家開発計画 ザンビアの長期国家開発計画に沿った 2006 年から 2010 年までの中期国家開発計画
HIV/AIDS	Human Immunodeficiency Virus/Acquired Immunodeficiency Syndrome
JICA	Japan International Cooperation Agency 邦訳：国際協力機構
MDGs	Millennium Development Goals 邦訳：ミレニアム開発目標 1990 年代に開催された主要な国際会議やサミットで採択された国際開発目標を統合した，国際社会における共通合意の枠組み
MoE	Ministry of Education (in Zambia) 邦訳：ザンビア教育省
OECD	Organization for Economic Co-operation and Development 邦訳：経済協力開発機構

PISA	Programme for International Student Assessment OECD 生徒の学習達成度調査
PRP	Primary Reading Programme 邦訳：初等リーディングプログラム ザンビアの低学年を中心にした識字プログラム．四つの習熟度別に生徒を分けるた，能力に合った学習内容の実施.
SACMEQ	Southern and Eastern Africa Consortium for Monitoring Educational Quality 邦訳：教育の質調査のための南東部アフリカ諸国連合
SERCE	the 2006 Segundo Estudio Regional Comparativo y Explicativo 邦訳：2006 年第二回地域比較調査
SLE	Substantial Learning Environment 邦訳：本質的学習環境
TIMSS	Trends in International Mathematics and Science Study 邦訳：国際数学・理科教育動向調査 国際教育到達度評価学会(IEA)が行う第 4 学年・第 8 学年を対象にした国際比教育調査.
UNDP	United Nations Development Programme 邦訳：国連開発計画
UNESCO	United Nations Educational, Scientific and Cultural Organization 邦訳：国連教育科学文化機関(ユネスコ)
UNESCO-IIEP	United Nations Educational, Scientific, Cultural Organisation International Institute for Educational Planning 邦訳：ユネスコ国際教育計画研究所
UNFPA	United Nations Population Fund 邦訳：国連人口基金
UNICEF	United Nations Children Funds 邦訳：国連児童基金(ユニセフ)

注記

- ザンビア共和国をザンビアと，開発途上国を途上国と略記する．
- 本論におけるアフリカ諸国とはサブ・サハラアフリカ以南の国々（スーダンを含む48ヶ国）を指す．
- 子ども・生徒の表記について

  第1章では教育開発の包括的な議論を行っていることから「子ども」という表記を用いた．また，learner の場合は邦訳を「学習者」とした．それ以降は学校教育における議論であるため,「生徒」と表記した．
- 教師・教員の表記について

  教員養成センター，教員研修などの固有名詞を除き，すべて教師とした．
- 本文において言及するザンビアの教師，生徒の名前はすべて仮名を用いた．

第１章　本研究の目的と方法

第１節では本研究の主題とその背景を明確にして，研究課題を設定する．第２節では本研究の目的と方法を示す.

第１節　問題の所在

1－1－1. 途上国で必要とされている基礎的能力

本研究は南部アフリカに位置するザンビア共和国（以下，ザンビア）の数学授業にみずから身を置き，目の前にある現象に向き合いながら，改善をおこなう授業開発研究である.

「万人のための教育（Education for all：以下 EFA)」は国際社会がめざす理想的スローガンであり，教育のアクセスと質の向上の充実をうたった．また，EFA は教育を国家や社会の発展だけでなく，個人の幸福のためのものであると再確認した意味でも，意義のある国際的共通理解として認められている[1]（cf：北村，2008).

しかしながら途上国の現実はその理想に程遠く，教育においてあまたの問題が山積している．そしてその問題の一つに生徒の学力改善が挙げられる．本研究で焦点をあてる数学は人間形成に欠かせない教科で，学校教育において基礎科目として設定されている．途上国の教育開発において数学学習の改善は，国家，社会発展とともに個人の発達といった観点からも，学校教育がとりくむべき問題だといえる.

Education for All（EFA）は基礎教育の重要性を国際社会にしらしめ，第１条では子どもを含むすべての人々の基本的学習ニーズ（basic learning needs）を掲げた（UNESCO, 1990)．EFA では数学に関連して計算を中心としたニューメラシー（numeracy）が基本的学習ニーズに含まれる．UNESCO でも教育の質の向上に特に識字，ニューメラシー，生活関連技能といった能力向上を挙げている（UNESCO, 2010)．しかしながら，世界中の数百万人あまりの初等段階の子どもたちは，識字とニューメラシーを身につけていないと UNESCO（2010）は報告した.

ここから途上国の子どもたちが基本的な能力をつけることと，学習の改善が問題となっていることが読みとれる．そしてこの二つのことは関連しており，数学学習の改善といった場合に，ニューメラシーに含まれる計算能力が学習の基礎としてま

[1] 参考資料１－１に近年の教育開発における国際的動向と課題についてまとめた.

ず求められていると考えられる．

人間が生きるために必要で，数学のあらゆる領域で必要な計算能力の向上が学習改善でとりくまれるのは自然なことであろう．しかしながら，そこでは基礎の改善だけが注目され，数学という教科が持つ高次な能力の育成は射程の範囲外である．高次な能力は，議論の俎上にすら上がっていない．

The World Bank（1990）によれば職業教育の視点から，途上国の子ども（若者）たちが基礎を身につけるのみでは，人生の複雑な現象に対峙できなくなる危機感を挙げ，途上国で基礎だけを教えるのではなく，高次な学習や能力育成を視野に入れた教育システムが必要であると指摘した[2]．

問題を整理すれば，国際教育協力において学力改善は基礎の獲得に強調が置かれ，教科の発展的で高次な能力の育成は必ずしも範疇に入れられていない傾向を指摘できる．基礎だけに焦点をあてた改善は，数学教育による能力を享受する可能性や子どもの学習の可能性の双方を奪うことになりかねない．

そこで途上国の学習改善を考えるうえで，基礎とともに高次な能力の育成が必要であると提案したい．この主張は基礎よりも高次な能力を優先すべきだというのではなく，両者の健全な育成が意図されるべきである，ということである．

ここでザンビアの例を出してこの問題について考えたい．ザンビアは EFA に同意して就学率の向上などの教育のアクセスと質の充実をめざしている途上国である．2011 年現在，ザンビアは中期国家戦略目標 Vision 2030 を掲げ，2030 年までに中所得国になることを目指し，分野横断的なとりくみをおこなっている．そして言うまでもなく，国家発展や社会発展，個人の発達のために教育は重要な分野である．また，ザンビアは教育の質の向上にも力を入れており，JICA と教育省が共同で「SMASTE（Strengthening of Mathematics, Science and Technology Education）授業研究支援プロジェクト」を実施し，授業研究を通した授業や教師の質的向上をめざしている．

しかしながら教育の質調査のための南東部アフリカ諸国連合（SACMEQ：Southern and Eastern Africa Consortium for Monitoring Educational Quality）による生徒の数学の学習達成度調査では，ザンビアは参加国のなかでも下位に属している[3]（Hungi et al., 2010）．また，SACMEQ を受けて実施されるようになった国内の全国学習達成度調査においても，数学の学習達成度はシラバスで設定された目標に到達しておらず低い（The Examinations Council of Zambia（ECZ），2008）．したがって生徒の数学の低学力は深刻な問題であるといえる．

2　先進国でも，基礎重視の風潮に対する反対は見られる（参考：佐藤，1990；ヴィットマン，2004）．

3　2007 年実施の調査では参加国 15 ヶ国中最下位だった（Hungi et al., 2010）．

基礎教育（第 1 学年から第 9 学年）の教育目標では，識字とともにニューメラシーの育成が目標の一つとして位置づけられている．同時に，科学的思考や分析的，革新的，創造的思考が求められ，数学教育では問題解決，コミュニケーション能力といった高次的能力の育成も同時に求められている（MoE, 1996 ; CDC, 2003）．つまり基礎的能力と高次的能力の同時育成は教育目標にもあらわれている．

さて，基礎的能力と高次的能力の同時的達成に注目すれば Wittmann（1995）は重要な示唆を与えてくれる．

Wittmann（1995）は数学の本質的な学習「数学化する」，「探究する」，「理由づける」，「表現する」といった高次な能力の重視は，ニューメラシーという基礎的な能力を軽視することにはならない，と指摘した．基礎と高次的な能力の双方が数学教育では重要で，両者の育成は Wittmann（1995）が考える数学教育で目指されている．そしてその育成は氏が開発した本質的学習環境（Substantial Learning Environment: SLE）とよばれる教材群を用いて，授業においておこなわれる．

この本質的学習環境をザンビアの数学教育へ援用する作業を通して，基礎的能力と高次的能力の同時的育成を目指すことを第一の研究課題として挙げる．

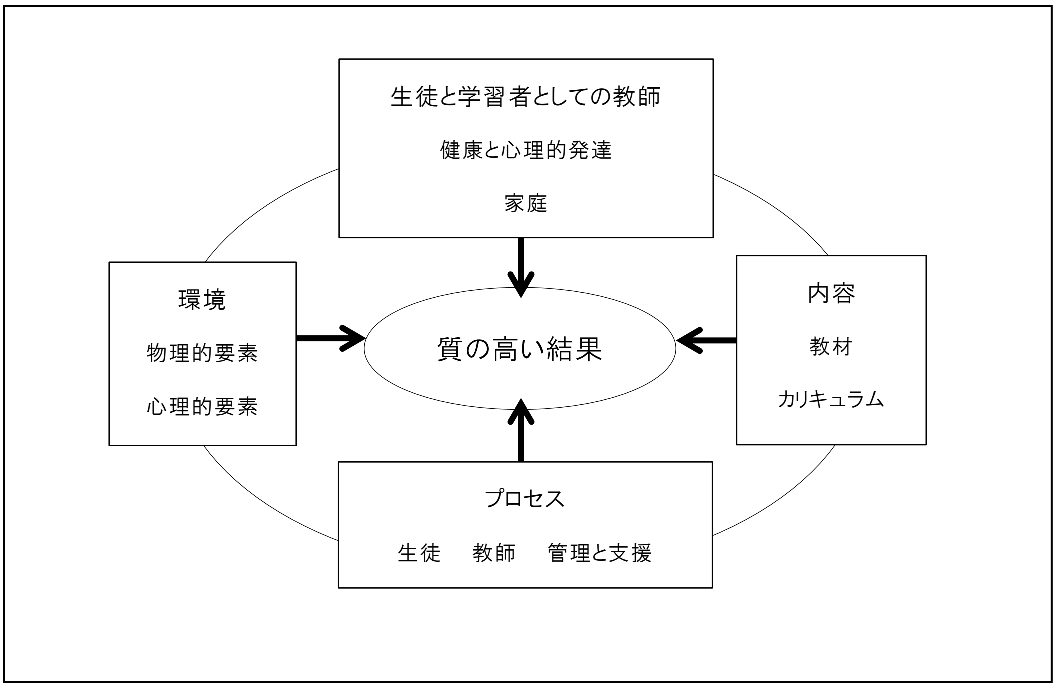
1－1－2. 教育の質と授業の関係

生徒の低学力を改善するための基礎的能力, 高次的能力の同時的育成をめざすにあたり，その具体化が図られる授業に目を向けて論じる必要性と意義を，まず教育の質という広い視点からとらえたい．

教育の質については EFA 後, UNICEF や UNESCO を中心として包括的な議論が展開されており（斎藤，2008），教育の質をあらわすいくつかのモデルを整理する．

ダカール行動枠組みは，望ましい学習者の特徴，過程，内容，システム，が教育の質であると定めた（UNESCO, 2000）．しかし EFA では各要素の関係性や重要性に言及しなかった．EFA は象徴的性格を有しているがゆえに，教育の質の概念的な規定を明確にはおこなわなかった．

UNICEF（2000）ではダカール行動枠組みにおける定義を踏まえ，学習者，環境，内容，プロセス，結果の五つの側面が教育の質とされ，図 1－1 が提示された．



（出典）UNICEF（2000），p.30 より簡素化して筆者作成.

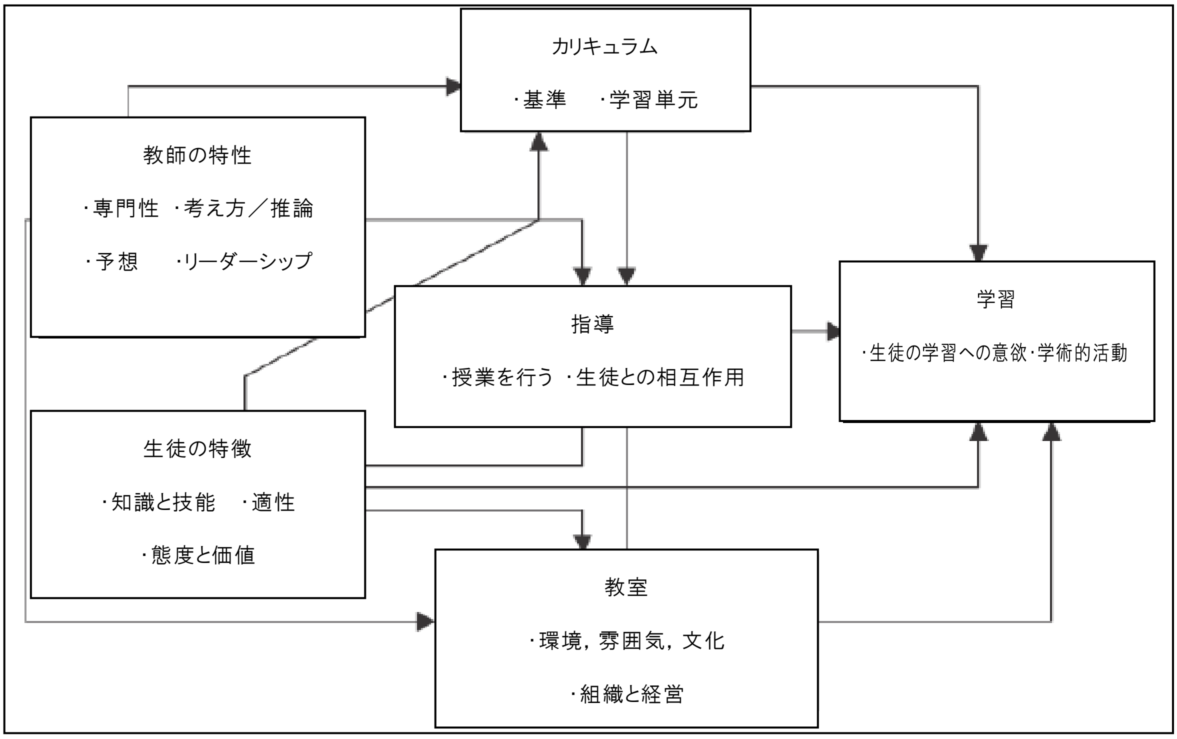
図 1－1：UNICEF（2000）における教育の質をとらえる枠組み

図 1－1 の UNICEF のモデルは学習結果とほかの関連要素の関わりを示し，質の高い結果には「プロセス」が関わることを明確に示している．そして「プロセス」に教師と生徒が位置づけられている．

次に Anderson（1991; 2004）[4]は教師の有効性と関連づけて教育の質をとらえ，教師の特性，カリキュラム，指導，学習，生徒の特徴，教室といった六つの要素の関係を図 1－2 に提示した．

---

4 Anderson(1991 ; 2004)は UNESCO-IIEP の基礎的教育計画シリーズにおいて発行されたものである．UNESCO の見解ではないものの，教育政策や教育計画に関して直面する問題をとり扱っている．教育の質の枠組みについても議論しており，ここで参考になると判断した．



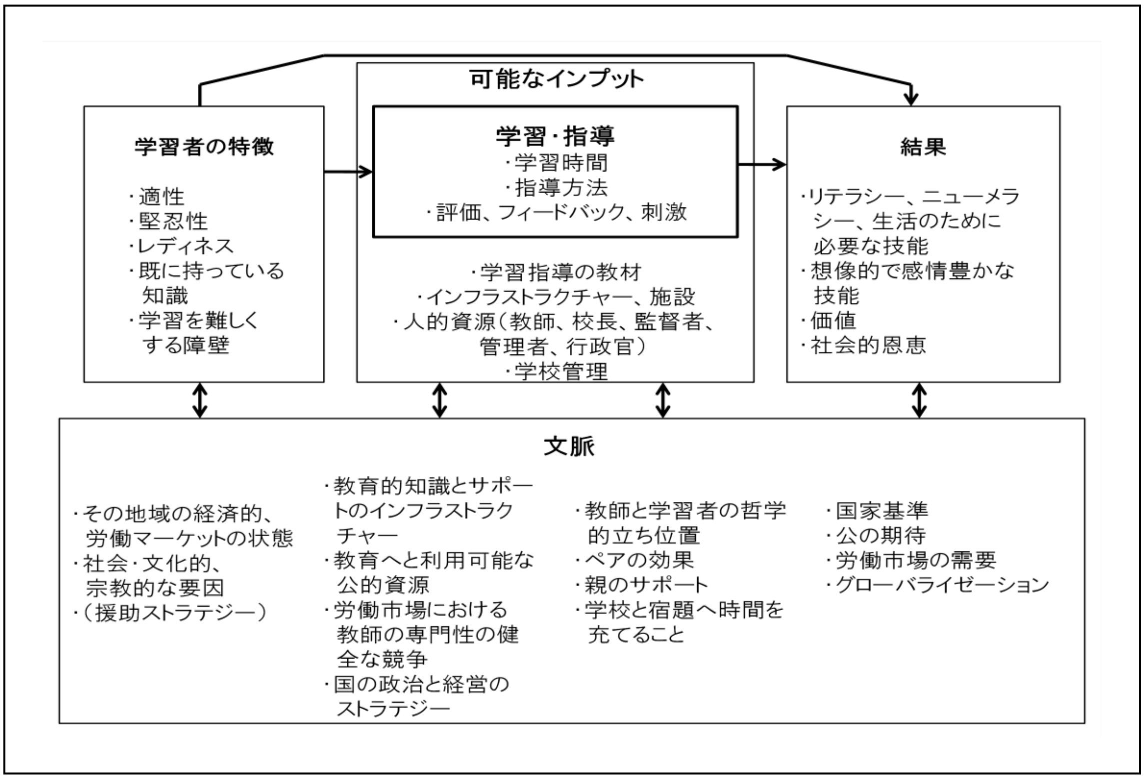
（出典）Anderson（2004）.

図 1－2：Anderson（2004）における教育の質をとらえる枠組み

図 1－2 の Anderson のモデルは学習結果を明示せず，代わりに教師の特性，カリキュラム，生徒の特徴，教室の要素，学習指導の関連性に焦点を置いた．Anderson のモデルでは，学習結果より学習過程や生徒の意欲向上が視野に入れられているとわかる．

また Anderson モデルは要素に生徒の特徴，指導，教師の特性などが含まれており，UNICEF（2000）で用いられたプロセスという言葉は使われていないものの，モデル自体が授業の内容，背景，学習指導の過程をあらわしていると考えられる．つまり，これらのモデルでは教育の質において「プロセス」がその要素の一つとして重視されていると考えられる．

さらに UNESCO（2004）でも教育の質に学習指導のプロセス，生徒の特徴，文脈が学習結果に関わってくることを入力－出力モデルで表現した（図 1－3）.



（出典）UNESCO（2004）.

図１－３：UNESCO（2004）における教育の質をとらえる枠組み

UNESCO のモデルでは学習者の特徴と結果の間に学習，指導があり，「プロセス」が入力，出力間に明確に位置づけられた．また，文脈[5]が学習者の特徴，入力，プロセス，出力すべてに作用するとともに，学習者の特徴が指導や学習に影響を与えていることを示した．

これらのモデルから近年の教育の質をとらえる枠組みには，学習達成度やプロセス，文脈性といったコンポーネントがあることを確認した．

各モデルで学習，指導，教師，生徒といった異なる表現はすべてプロセスに関わる事項であり，プロセスは授業や学習指導過程を含んでいる．つまり各モデルは，授業が教育の質を語るうえで欠かせないコンポーネントの一つであると示した．

しかしながら，教育の質におけるプロセスのとらえについて問題があることを指摘したい．まず UNESCO（2010）は質の向上について「学習指導過程の改善」を文言として挙げているものの，教育改善の有無を論じる実質的な指標は学習達成度や，１名の教師に対する生徒数を採用している．学習指導過程の重要性は認識されていながらも，議論にとりあげられていない．筆記試験で示される学習達成度以外の，

---

[5] UNESCO モデルの文脈は UNICEF(2000)における環境（物理的環境，心理的環境）よりも広い社会的，文化的要因も含む．.

生徒の学習の中核である学習指導の内実を検討していないのである．

次に UNESCO のモデル（図 1－3）では，プロセスが教育の質の要素に含まれることを示しているものの，従来の経済モデルにならい教育の質を説明しており，プロセスの複雑性やダイナミック性をあらわしていない．

これらの二つの問題について，Alexander（2008）は UNESCO（2004）のモデルには学習指導過程やそれに関わる教授学的視点が欠落していると指摘した．政策決定者や財政担当者がモデル作成に関わるなかで「学習指導の過程や教育の質が何なのか」よりも「教育の質をどのように測定するのか」について主要な関心があることが原因である，と Alexander（2008）は批判した．国際機関では教育政策，経済発展といったマクロな視点から教育をとらえており，複雑で多義的な意味を内包する授業過程や学習指導をとりあげて論じることはほとんどない．

これらのモデルが教育の質全体を俯瞰するために重要な役目を果たすことは言うまでもない．また教育の質は，数量的な指標を用いた学習達成度によって説明されやすい．しかしながら，教育の質が改善される主たる場所は授業であり，指導や学習と関わることはまぎれもない事実である．教育政策をはじめとするトップダウンのとりくみは，教育の質向上のために必要不可欠であり，それらをさしおいてまず授業について着目すべきだと主張しているのではまったくない．政策的なとりくみと授業におけるとりくみの双方向から教育にアプローチすることが，教育の質の向上につながるのではないか，と主張したい．ここでは授業における学習の過程や内実をとらえるボトムアップのとりくみがほとんどみられない点を批判している（cf : UNESCO, 2009）．つまり，本研究では途上国の教育開発や国際教育協力において授業に焦点をあててその内実を検証する必要性を主張する．

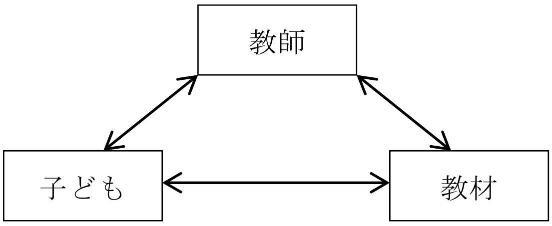
1－1－3. 教授学的三角形の教師，子ども(生徒)，教材の相互作用

教授学的，教育方法学的観点よりいくつかの授業の見方を参考にして，本研究で採用する視点を探る．

秋田（2006）によれば授業はハード面とソフト面でとらえられる．ハード面は教育制度，教育政策，学校経営を考えるうえでの編成を指し，ソフト面は学習指導過程としての授業を指す．ここではソフト面の学習指導過程に注目する．

これまで学習指導過程における様相や変化を理解するために，授業の構造をあらわすモデルが開発されてきた．日置（1990）によれば授業は教師と子どもの相互作用でとらえられるが，この二つの要素だけでは十分でない．また，秋田（2006）は授業の基本構造を学ぶ主体，教える主体が教材を仲立ちして相互に関係し合う三項関係をとりあげた．この三項関係は「教授学的三角形（das didaktischen Dreieck）

6」（Huber, 1972）とよばれ，最も基本的な授業の構造を示した（図１－４）．



（出典）Huber（1972）.

図１－４：教授学的三角形

このモデルでは，教師と生徒（子ども）が指導と学習の関係で結ばれ，教材が介在しており，これら三者間の関係が相互作用して授業が展開される．本研究ではこの教授学的三角形を用いて，授業の過程を論じていく．その理由は以下に述べる通りである．

まず，理由の一つとして，国際教育協力や教育開発に関する研究において教育の質の向上において授業の内実について述べたものは少なく，授業過程が本質的に重要な問題としてようやく認識されはじめてきたことを指摘する（Alexander, 2008；UNESCO, 2009）．

また，ザンビアでは教師の力量を高めるための現職教員研修や，授業の方法論に関わる生徒中心主義が叫ばれていながらも，授業の内実を扱った研究は非常に限られており，授業で起こる現実をわれわれは知ることができない．

ECZ（2008）は生徒の低学力に教師の指導が関わっている，教材の開発も必要である，と指摘するが，それらの問題は別々に論じられている．教材開発をしても教師がどう教材を用いるのか，生徒がどのように学んだのか，を考えなければ意味がない．逆に，いくら生徒中心型の授業をめざしても，用いる教材や内容がなければ，その授業は空虚なものになってしまうことを改めて指摘したい．

授業のなかで教材が教師と生徒の相互作用にどのように機能するのか（もしくは機能しないのか）といった三者の相互作用を明らかにすることは，授業の質を高めるうえで意味のある行為である．また，ECZ（2008）が指摘する課題に応える着眼点としてこの三者の相互作用の視点を提案したい．

そして教授学的三角形を視点として授業をとらえるにあたり，指摘される批判を乗り越えることも考慮すべきである．長澤（1994）によれば教授学的三角形は，授業の構造が分かりやすく示される一方で，教師，生徒，教材の相互作用が静的に固

[6] 長澤(1995)では授業の三角形と訳している．

定化してとらえられる構造的欠点があると指摘されている．

そこで教授学的三角形における教師，生徒，教材を静的な関係ではなく，時間軸に沿って変わる動的な相互作用としてとらえ，授業のありようが経時的に変化する過程のなかで描き出す．これをもう一つの研究課題に設定する．

1－1－4. 二つの研究課題

ここまでの議論を踏まえて，本研究における二つの研究課題を設定する．

研究課題 1. 数学の基礎的能力と高次的能力の同時的達成を目指す授業をザンビアにおいて開発する.

研究課題 2. 開発した授業における教師, 生徒, 教材の相互作用を経時的を描き出す.

第 2 節　本研究の目的と方法

1－2－1. 本研究の目的と方法

二つの研究課題を踏まえた本研究の目的は，ザンビアの数学授業における生徒の基礎的能力と高次的能力の向上を目指した授業開発をおこない，その過程を教師，生徒，教材の三者の相互作用に着目して描くことである．

基礎的能力，高次的能力の育成についてはそれらの同時的育成を意図する Wittmann（1995）の本質的学習環境（Substantial Learning Environment: SLE）を援用し，基礎教育（第 1 学年から第 9 学年）を対象に授業開発を実施する．

【用語の定義】

本研究のキーワードである基礎的能力と高次的能力，授業開発については第 4 章において定義をおこなった．

- 基礎的能力…正の整数の四則計算能力
- 高次的能力…パターン性の発見，探究，口頭や記述で数学的な見方を話し合うこと．
- 授業開発…授業改善サイクル「計画－実施－評価（反省，改善を含む)」による継続的ないとなみ

1−2−2. 本研究の章立て

本論文は全 7 章で構成される．第 2，3 章は先行研究を用いて論じる理論的考察にあたり，第 4 章は第 2 章と第 3 章を接合し，本研究の枠組みを設定する章である．第 5，6 章はザンビアにおける調査データをもとに展開する実践的考察にあたる．

第 1 章においては，本研究の研究課題，目的と方法について論じた．

第 2 章においては，TIMSS（Trends in International Mathematics and Science Study）の三つのカリキュラムを枠組みとして，ザンビアのカリキュラムにおける数学教育の問題を明確化し，授業の内実を明らかにする必要性を論じる．

第 3 章においては，アフリカ諸国の授業に関する研究，授業開発研究，カリキュラム研究，数学教育研究といった関連先行研究を精査する．

第 4 章においては第 2，3 章における知見を活かして授業開発研究を設定した．そして本研究における基礎的能力，高次的能力についても規定し，調査の全容を説明する．

第 5 章においては教材と生徒の関係をとらえるために予備調査を実施し，授業開発に活かすため生徒の学習の現状や特徴を，二つの分析から明らかにする．

第 6 章では第 1 次調査と第 2 次調査において，教師，生徒，教材の三者の相互作用を描きながら，基礎的能力と高次的能力の育成過程を論じる．授業プロトコル，インタビュー，観察シートといった分析ツールを用いて，授業で生起した現象や相互作用について多面的に論じる．最終的には二つの調査の共通点，先行研究との対応の議論を合わせることで授業開発研究における成果を提出した．

第 7 章においては各章を要約するとともに，本研究の成果と今後の課題を包括的に論じる．

1−2−3. 論文の構成

本論文の構成を図 1−5 に示す．

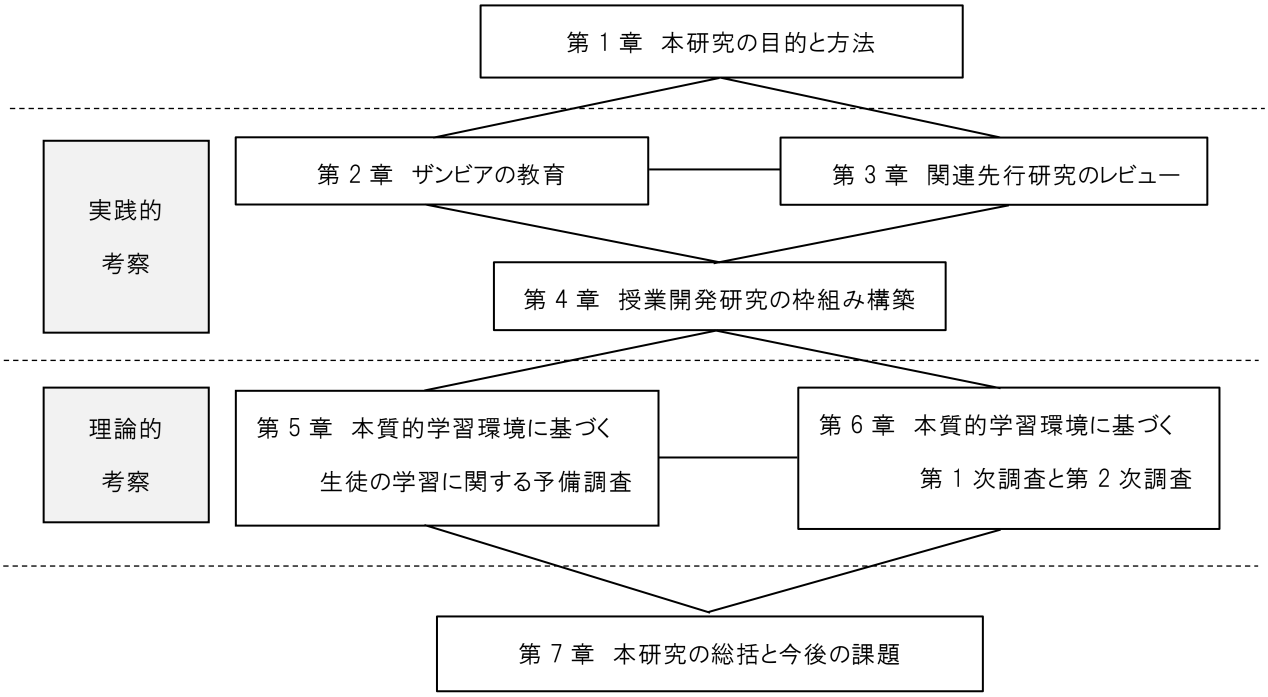


図１－５：本論文の構成

1－2－4. 本研究の制約

本研究では，研究成果に関し以下の制約を有することを述べておく．

調査対象地域をザンビアの二地域において二つの授業事例を扱っていることから，本研究の結果のみで一般化を図ることは困難である．本研究において一般化を考慮していないのではなく，先行研究がほとんどないザンビアにおいて，教室のなかで生起している学習指導といういとなみを丹念に描き出すために個々の事例を深くほりさげることを優先した．

第１章　引用，参考文献

秋田喜代美．(2006).『授業研究と談話分析』，放送大学教育振興会．

Alexander, R. (2008). *Education for All, The Quality Imperative and the Problem of Pedagogy, Create Pathways to Access Research Monograph No.20*, Institute of Education, University of London.

Anderson, L. W. (1991). *Increasing Teacher Effectiveness*, UNESCO: IIEP.

Anderson, L. W. (2004). *Increasing Teacher Effectiveness,Fundamentals of Educational Planning 79*, UNESCO: IIEP.

Curriculum Development Centre. (2003). *Basic Education Mathematics Syllabi Grade 1-7*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

日置光久．(1990).「授業システム」,『教育工学』(武村重和編)，pp.29-47，福村出版．

Hoppers, W. (1996). *Searching for Relevance: the Development of Work Orientation in Basic Education*, UNESCO: IIEP.

Huber, F. (1972). *Allegemeine Unterrichtslehrs*, Jultus Klinkhardt.

Hungi, N., Makuwa, D., Ross, K., Saito, M., Dolata, S., van Cappelle, F., Paviot, L., and Vellien, J. (2010). *SACMEQ III Project Results: Pupil Achievement Levels in Reading and Mathematics Working Document Number 1*, SACMEQ.

北村友人．(2008).「EFA 推進のためのグローバル，メカニズム－国際教育協力をめぐる公共性と政治性」,『国際教育開発の再検討　途上国の基礎教育普及に向けて』(小川啓一他編)，pp.5-27，東信堂．

Klingberg, L. (1972). *Einführung in die Allgemeine Didaktik*, Volk und Wissen Volkseigener Verlag.

Ministry of Education. (1996a). *Educating Our Future*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

長澤憲保．(1994).「教授・学習過程としての授業」,『教育方法学』(恒吉宏典編)，pp.78-82，福村出版．

長澤憲保．(1995).「授業における『つまづき』の教授学的構造分析に関する研究－教材，指導者起因性『つまづき』の構造分析を事例としてー」,『学校教育学研究』，7，7-17.

齊藤みを子．(2008).「教育の質に関する課題－EFA 達成に向けての質の縦横性と質の測定法」,『国際教育開発の再検討　途上国の基礎教育普及に向けて』(小川啓一他編)，pp.161-190，東信堂．

The Examinations Council of Zambia. (2006). *Learning Achievement at the Middle Basic Level 2003*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

The Examinations Council of Zambia. (2008). *Learning Achievement at the Middle Basic Level -Zambia's National Assessment Survey Report 2006-*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

The World Bank. (1990). *Primary education: a World Bank Policy Paper,* The World Bank.

UNESCO. (2000). *The Dakar Framework for Action Education for All: Meeting our Collective Commitments*, UNESCO.

UNESCO. (2004). *EFA Global Monitoring Report 2005 Education for All The Quality Imperative*, UNESCO.

UNESCO. (2009). *EFA Global Monitoring Report 2009 Overcoming Inequality: Why Governance Matters,* UNESCO.

UNESCO. (2010). *EFA Global Monitoring Report 2010 Reaching the marginalized*, UNESCO.

Wittmann, Ch. E. (1995). Mathematics Education as a Design Science, *Educational Studies in Mathematics*, 29, 355-374.

山崎準二．(2002)．『教師のライフコース研究』，創風社．

第１章　引用，参考ホームページ

UNICEF．(2000).

http://www. unicef. Or.jp/about_unicef/about_rig.html

第 2 章　ザンビアの教育

第 2 章においては, 第 1 章の問題意識をより明確にほりさげる. ザンビアの教育, 特に数学教育がめざす方向性, 目標と授業における問題を明らかにすることで, 授業に焦点づける必要性と妥当性を論じる.

第 1 節においては, ザンビアの教育の概要について述べ, 基礎教育の制度的側面を整理する. 第 2 節においては TIMSS の三つのカリキュラムの枠組みを用いて数学教育に着目し,「意図したカリキュラム」の現状を明らかにする. 第 3 節においては「実施したカリキュラム」,「達成したカリキュラム」において教師の指導と生徒の学習達成度について整理する.

第 1 節　教育政策

2−1−1. ザンビアの基礎情報

ザンビアは, 南部アフリカに位置し, 北はタンザニア, コンゴ, 東はマラウィ, モザンビーク, 南部から西部にかけてジンバブエ, ナミビア, アンゴラに囲まれる内陸国である（図 2−1[1]）. 1964 年に旧宗主国であった英国から独立を果たした. したがって, 公用語は英語であり, そのほかに七つの主要現地語がある.

図 2−1：ザンビアの地図

経済構造は銅の輸出に頼るモノカルチャー経済で, 独立後も銅の国際価格の変動により経済状況が左右されており, 教育政策は国内経済にも影響を受けてきた.

ザンビアは後発開発途上国と位置づけられており, 貧困, HIV/AIDS などの深刻な社会的, 経済的問題を抱えている. 貧困に関しては全人口の 68%が貧困層[2]とされており,

1　http://www.1clic1planet.com/zambia_sm00.jpg より.

2　ザンビアがとりきめた貧困ラインよりも下位層の割合を指す.

HIV/AIDS に関しては 15 歳から 49 歳の感染率が 15.2%, 平均寿命が 45 歳[3]と低い. この状況は教育分野にも深刻な打撃を与えている（世界銀行ホームページ，2009 年次）.

表２－１にザンビアの基礎的な教育統計をまとめた.

表 2－1：ザンビアの教育統計

		1985	1990	1995	2000	2007	2007年低諸国平均	アフリカ諸国平均
国民総所得(GNI)(US$)		350	420	340	300	740	461	966
15歳以上の識字率(%)		－	65.0%	－	－	70.6%	63.5%	62.2%
総就学率	第1学年から第7学年(%)	104.5%	93.7%	88.5%	81.7%	117.8%	100.9%	96.6%
	第8学年から第12学年(%)	19.5%	19.6%	26.5%	23.8%	43.9%	41.4%	32.6%
	大学(%)	2.0%	2.1%	2.5%	2.4%	－	6.3%	5.8%
純就学率	第1学年から第7学年(%)	－	79.1%	74.8%	68.5%	93.1%	80.0%	72.9%
	第8学年から第12学年(%)	－	－	－	19.8%	41.6%	－	－
初等教育(第7学年)修了率(%)		－	－	－	61.4%	89.0%	65.7%	62.2%
第5学年までの生存率(%)		86.2%	－	－	－	90.1%	－	－
高等学校進学率(%)		－	－	－	49.8%	70.1%	－	－
第1学年から第7学年の教師1名に対する生徒数		49.4	44	39.1	57.8	63.4	－	－
第8学年から第12学年の教師1名に対する生徒数		－	－	－	18.4	22.6	－	－

（出典）世界銀行ホームページ[4]の情報より筆者作成.

2007 年度の初等段階における総就学率は 117.8%，純就学率は 93.1%と改善の途をたどり，サハラ以南アフリカ地域平均のそれぞれ 96.6%と 72.9%と比較しても高い．また，第 7 学年までの初等教育の修了率は 89.0%に近く，教育のアクセスは改善している．

一方で教育の質的指標とされる，初等教育における教師 1 名あたりの生徒の人数は 2009 年において 63.4 名で，2000 年の 57.8%と比べて増加している．

2－1－2. 教育政策と教育制度

2－1－2－1. EFA 以後の教育政策

ザンビアはほかの途上国と同様，EFA に賛同して教育の改善にとりくんでいる．その初期段階では 1992 年に独立後第二の教育政策文書 *Focus on Learning*（1992）が発行され[5]，2000 年までの達成を目指した EFA 目標達成の基盤が整備された．こ

3　アフリカ諸国の平均寿命が 52 歳，低所得国の平均寿命が 59 歳であることと比較しても低いといえる.

4　世界銀行ホームページ参照.
http://ddp-ext.worldbank.org/ext/ddpreports/ViewSharedReport?&CF=&REPORT_ID=10804&REQUEST_TYPE=VIEWADVANCED&DIMENSIONS=206&HF=N　（2009 年の教育統計）

5　本文書はタイトルのとおり「学校での最も重要な目的は，生徒が学習をすることである…あらゆる学校で生徒が何よりも重要な学習にとりくむ事ができるよう絶え間ない注意を注ぐべきである.」（Focus on

れを経てすべての教育段階を網羅した第三の教育政策文書である *Educating Our Future*（1996）が発行された．

Educating Our Future（1996）において国民全員が質の高い教育を享受する基本的権利を保障し，幼児教育から生涯教育に及ぶ教育の重要性が強調された[6]．そして初期幼児教育，基礎教育，中等教育，大学，高等教育機関，成人への基礎教育，生涯教育を射程に入れた教育段階の関連性が重視された．*Educating Our Future*（1996）では EFA 達成をめざす教育へのアクセスとその質の改善が，目標として設定された．

この目標達成に向けて 1996 年以後に基礎教育分野投資計画（Basic Education Sub-Sector Investment Programme : BESSIP）をはじめとした教育改革が開始された．そして教育の質やアクセスの向上に際した広範な問題にとりくむために *Strategic Plan 2003-2007*（2003）が発行された．具体的戦略計画としてアクセス，公平性，教育の質，教育経営，HIV/AIDS の五つの部門が設定され，次の達成目標が定められた．

表 2－2：*Strategic Plan 2003-2007* の各部門達成目標

アクセスと公平性	1.主要教育関係者とのパートナーシップにおいて，公教育とそれに代わる様式の教育を通したあらゆる学習段階における教育への公正なアクセス
質	2. 質の高い実際的な価値を持つ教育，それは知識，技能，態度，価値観を育て，生涯にわたる学習を奨励する
統括，経営，財政	3.より良い政策決定，計画，情報，経営環境
	4.教育体系のためのより質の高い技能を有し，高いやる気を持った人的資源
	5.適切に予算を組まれ，専門的に経営され，説明責任を持ちたい対費用効果が高い分権化された教育制度
HIV/AIDS	6.HIV/AIDSという病気に対抗し，教育，貧困，性差の不平等に対する衝撃に取り組む教育制度

（出典）*Strategic Plan 2003-2007*, p.9.

Strategic Plan 2003－2007 では，基礎教育の充実は最重要課題として設定された．

その後，初の国家長期開発方針である *Vision 2030* （2006）が掲げられ，「2030 年までにザンビアは中所得国となる」目標が設定された．目標達成のために(1)ジェンダー問題も含む持続可能な発展，(2)民主主義，(3)人権の尊重，(4)優れた伝統的価値と家族観，(5)仕事に対する前向きな態度，(6)平和的共存，(7)公私パートナーシップ，の改善が挙げられた（Republic of Zambia, 2006b）．教育部門においてはカリキ

Learning，p.3）と述べ，生徒の学習へ目を向けることを訴えた．

6　2010 年現在のザンビアの教育政策は本文書に則っている．

ュラム開発，識字率，純就学率の向上，教科書の項目が挙げられて，多岐に及ぶ達成目標が定められた（表 2－3）.

表 2－3：*Vision 2030* の目標

1. 2030年までの教育部門の見通し
(1)2030年までの万人のための生涯を通じた革新的で生産的な教育と訓練
(2)健康と教育の素晴らしい地域センター
2. そのための具体的目標と到達点
(1)2030年までに個人と地域の社会的･経済的必要性に対応した包括的で多様性のあるカリキュラムを制定する
(2)2015年までに識字率を80%まで引き上げ，2030年までには非識字者をなくす方向で働きかける
(3)基礎学校段階(第1学年から第9学年)において2010年までに純入学率を96%まで，2030年までには99%に引き上げる.
(4)2030年までに基礎学校にて1クラスにおける生徒と教師の比率を40対1に，高校にて25対1に改善する
(5)2030年までに基礎学校の全ての教科において一人の生徒が1冊の教科書を持つ事ができるように，高校の全ての教科において1人の生徒が3冊の教科書を持つ事ができるように改善する.
(6)2030年までに，75%の潜在的学習者が平均的な通学距離を半径5km以内の基礎学校に通うことができるように改善する
(7)年に2%ずつ大学と技能訓練のアウトプット(卒業者)を増やし，公平なアクセスを増加させ，また，国際的に認められ地域的にも妥当性のある教育の質の水準を保持する.

（出典）*Vision 2030*（2006），p.38 より筆者作成.

この長期計画のもと，教育の量と質の改善を実行すべく *Vision 2030* にもとづき中期開発計画目標である『第五次国家開発計画（*Fifth National Development Plan*：*FNDP*)』（2006a）が策定された.

FNDP において教育は社会や経済の発展を推進するために不可欠であり，個人，国家レベルで発展に参画する機会均等を与えるものとみなされている．教育の地方分権化，質やアクセス向上の達成をめざして，基礎教育の保証，教育へのアクセスの保証，質の向上，効率性と費用対効果の向上，公私の制度的連携，図書室の改善が目標に掲げられた[7]（*FNDP*, p.150）．*FNDP* において教育のアクセスは公平性や遠隔教育，オープン教育の観点から求められている．そして質の向上では，カリキュラム開発におけるカリキュラム作成，教材開発，学習指導の改善をおこなうことが組み込まれている．

2－1－2－2. 現行の教育制度

1996 年以後，教育セクターの地方分権化や教育省の再編成といった制度面も変化した．教育セクターが自由化された結果，多くの私立学校と地域学校（コミュニティスクール）が設立された（Republic of Zambia, 2006a）.

7　*FNDP* ではこれらを目標と定め，2006 年から 2010 年までの教育，技術部門で目標や戦略を参考資料 2－1 に整理した．そこではカリキュラム開発と評価，教師教育，インフラストラクチャーの発達，遠隔教育とオープン学習，構成，運営，教育研究，技術教育の七つの具体的戦略が，以前の教育政策文書よりも具体的に明示されている．

2002 年に第 1 学年から第 7 学年までの完全無償がうたわれた後，現行の教育制度は第 7 学年の卒業試験を廃止する 9－3－4 制度に移行しつつある（表 2－4）．最終的には 9 年間の基礎段階が義務教育化される予定である．

表 2－4：移行中の新しい教育制度

9-3-4制度	区分	修業年	学齢
基礎教育	前期基礎教育	4	7歳-10歳
	中期基礎教育	3	11歳－13歳
	後期基礎教育	2	14歳－15歳
中等教育	―	3	16歳－18歳
高等教育	大学	4	18歳－22歳

（出典）*Educating Our Future*（1996），pp.10-11 より筆者作成．

また基礎学校の種類は表 2－5 の公立学校，教会系公立学校，私立学校，地域学校の四つに区分される．

表 2－5：基礎学校の種類

名称	名称(英語)	種類
公立学校	Established Government School	政府が運営する学校
教会系公立学校	Grant Aided School	教会が母体の学校で予算･給料等は政府が請け負う
私立学校	Private School	個人･会社が所有しており委託や事業運営がされている
地域学校	Community School	地域や教会が母体の学校

（出典）MoE and JICA（2002）とリソースセンター長の話から筆者作成．

次に，表 2－6 に全国の各学校数と就学者数を整理した．

表 2－6：2008 年のザンビア学校数，就学者数とそれらの増加率（%）

教育段階	基礎段階(1－9)		中等段階(10－12)	
	学校数	就学者数	学校数	就学者数
公立学校	4539	2500508	388	198310
教会系公立学校	251	113230	76	20292
私立学校	411	111259	129	17622
地域学校	2994	565221	6	600
合計	8195	3290218	599	236824
2007年合計数	8013	3166310	583	219078
増加率	2.2%	3.9%	2.7%	8.1%

（出典）MoE（2008）より筆者作成．

2007 年，2008 年の学校数と就学者数はともに増加しており，教育のアクセスには改善がみられる．MoE（2008）は国家試験の通過率，教師一名に対する生徒数を参照して教育の質は改善していると述べた．これらは UNESCO（2010）における

教育の質の指標と同じである．

第２節　ザンビアの数学教育

第２節においてはTIMSSの三つのカリキュラムからザンビアの数学教育に焦点をあてる．意図したカリキュラムにおいてはシラバスにおける教育目標や内容について確認する．

2－2－1. TIMSS の三つのカリキュラムにもとづく分析枠組み

ザンビアの数学教育の状況を明らかにするために，シラバス，教科書，指導や生徒の学習達成度について TIMSS の三つのカリキュラムの視点より整理する．

《意図したカリキュラム（Intended Curriculum）

国家または教育制度の段階で決定された算数，数学や理科の内容であり，教育政策や法規，国家的な試験の内容，教科書，指導書に示されており，算数，数学や理科の概念，手法，態度などで記述されている．

実施したカリキュラム（Implemented Curriculum）

教師が解釈して生徒に与える算数，数学や理科の内容であり，実際の指導，教室経営，教育資源の利用，教師の態度や背景などが含まれる．

達成したカリキュラム（Attained Curriculum）

生徒が学校教育のなかで獲得した算数，数学や理科の概念，手法，態度などである．》　（国立教育研究所，1998，p.24-25）

この視点から，異なる水準の教育状況を確認することで，数学教育における問題と現状把握が可能になると考える．

意図したカリキュラムではザンビアの教育目標，シラバス，教科書を，実施したカリキュラムでは教育省が発行した報告書を，達成したカリキュラムに関しては全国達成度調査報告書を主に用いて考察をおこなう．

2－2－2. 数学教育の目標と内容

2－2－2－1. 教育の目標

Educating Our Future（1996）はザンビアがめざす教育の方向性と目標を明記しており，そこから数学教育の位置づけを読みとることができる．教育のカリキュラムと質に関する政策を次頁の表２－７に整理した．

表２－７：ザンビアの教育のカリキュラムと質に関する政策

番号	基礎教育　質とカリキュラムの政策
1	教育省の哲学は教育の質は，人間の知性的質やその他の質を発達することにおいて重要な役目を果たす生徒たちに中心づけられる.
2	基礎教育の包括的ゴールは人生を達成するための基礎を与えるであろう知性的，実践的，道徳的な基礎を生徒一人ひとりに与えることである. 従って，このゴールは包括的な学習プログラムや学校の活動プログラムを与えることを追い求める. それらのプログラムとは次のものを指す. ・全ての生徒の十分な調和のとれた発達を促進する. ・大人になり労働を行う際の準備を提供する. ・さらなる訓練の基礎を与える. ・高等学校へ進学する際に必要なコンピテンシー段階を育てる.
3	教育省は基礎教育における教育規定の質において改善に対し高い優先度を置いている.
4	基礎教育の効果と質を高めるために教育省は次のことを行う. ・包括的でバランスの取れ，統合的で多様化に対応し，生徒と社会双方に真に必要であるものに対して適切なカリキュラム開発を促進する. ・よく理解され指導されることを保証する段階を経る. ・よく学習されてきたという証拠を提示する.
5	前期・中期基礎教育に対する教育省の最初の優先事項は生徒の必要な識字（Literacy）とニューメラシー（Numeracy）の習得を保証することである.
6	後期基礎教育に対する教育省の主要な優先事項は，生徒による高い段階のコミュニケーションと数学的技能のコンピテンスと科学的・実践的科目を通して育成される問題解決能力におけるコンピテンスの獲得である.
7	教育省は第8，第9学年のカリキュラムが生徒の能力を高め，全ての科目の職業的方向づけを強調する広くバランスが取れた教育を与えることを保証するために，そのカリキュラムを集中的に見直すことにしている.
8	公式的に英語が教授言語として使われるであろう，しかし第1学年から第4学年における最初の識字学習のために使用される言語は，子供による意味のある学習が促進されることに合致すると思われるものであろう.
9	学校を基盤とした（school-based）生徒の学習評価とフィードバックの包括的なプログラムは，全ての学校において学習指導プロセスの必要不可欠な部分となるであろう.
10	子供たちのより包括的で効果的な教育に役立つ状態を与えるために，教育省は特に第1学年から第4学年において1週間の指導時間数を増やすことを目指すだろう.
11	教育省のガイドラインの大きな枠組みにおいて，親と地域社会と密接に教育に取り組むことで各学校が生徒に性と関係における適した教育を与えるであろう.
12	全ての学校は生徒のバランスのとれた発達を促進し，指導スタッフ全員が関わるカリキュラム外の活動という，豊かで多様なプログラムを発達させるだろう.

（出典）MoE（1996），pp.44-45 より筆者作成.

第 5 項「前期・中期基礎教育に対する教育省の最初の優先事項は生徒の必要な識字とニューメラシーの習得を保証することである」は数学教育に関わっている．数学は前・中期基礎教育段階において重要な教科の一つとしてとらえられていることがわかる．また，第 6 項の「後期基礎教育に対する教育省の主要な優先事項は，生徒による高い段階のコミュニケーションと数学的技能のコンピテンスと科学的・実践的科目を通して育成される問題解決能力におけるコンピテンスの獲得である」から，後期基礎教育においてコミュニケーション，数学的技能，問題解決能力が強調されており，数学教育と関連していると考えられる．

これに続き，本文書における(1)教育システムのゴール，(2)学校教育の包括的目的，(3)基礎教育の目的，(4)前・中期基礎教育の教育目標，(5)前・中期基礎教育のカリキュラム目標，(6)後期基礎教育の目標，(7)基礎教育修了時に生徒が身につけるべき能力をとりあげ，次頁の表 2－8 に整理した．

(1)教育システムのゴールは表 2－7 の第 2 項に対応する事項を含み，「すべての生徒（pupil）の身体的・知性的・社会的・情意的・道徳的・精神的な良質でバランスのとれた発達を促進する」とある．

数学に関連する事項として(4)前期，中期基礎教育の目標の第 1 項「生徒が必要な識字・ニューメラシー・コミュニケーション技能を獲得することを保証する」と(5)前期，中期基礎教育のカリキュラム目標である「生徒が正しく自信を持って現地語と英語で読み書きができ，ニューメラシーと問題解決技能を獲得する」，(7)基礎教育修了時に生徒が身につけるべき能力 における第 2 項「ニューメラシーと日常生活において数学的概念や過程を用いる技能」といった記述から，基礎教育段階において数学の重要性が識字やコミュニケーションの育成とともに示されている．

そのほかに数学と関連すると考えられる記述は(4)前期，中期基礎教育の目標における第 2 項「実践的な技能」，第 3 項「反省的・理論的・科学的・批判的な思考」，(6)後期基礎教育の目標における「基本的学習技能と学習内容の教科」，「科学的でテクノロジー関連分野における生徒の能力」，「実践・労働関連分野における技能と態度」を育成することが挙げられる．

つまり，ザンビアの教育目標においては計算を含むニューメラシーが重視されているのはいうまでもないが，科学やテクノロジーに対応した応用的な技能や能力と実践や仕事と関連する能力も求められているといえる．

表 2－8：ザンビアの各教育段階における教育目標

(1)教育システムのゴール (Goals of the Education System) (pp.5-6)	次のことができるような学習者(learner)を育てる. 1. 国民として常識的･精神的な価値づけによって行動することができる. 2. 分析的･革新的･創造的･発展的な精神を育てることができる. 3. 科学的思考･科学的行動･科学技術と質が高い生活を維持することの双方の関係性を理解することができる. 4. 個人の考えを自由に表現し，他者の考えを尊重することができる. 5. 個人の自由と人権を尊重して守ることができる. 6. ザンビアの民族的な文化･習慣･伝統を理解して国家的誇り･主権･平和･自由･独立を保持することができる. 7. 身の回りと外部環境の生態系の保持に参加することができる. 8. 個人と国家の発展の礎として規律をまもり，一生懸命労働に従事することができる.
(2)学校教育の包括的目的 (The Aims of Basic Education) (p.29)	すべての生徒(pupil)の身体的･知性的･社会的･情意的･道徳的･精神的な良質でバランスのとれた発達を促進する. その結果，一人ひとりが個人の夢の実現や社会への貢献のために一人前となることができるのである.
(3)基礎教育の目的 (The Aims of Lower and Middle Basic Education) (p.30)	一人ひとりの学習者に何かを達成することができる人生の基礎と将来の労働，さまざまな形態の訓練，さらなる学校教育に必要となる基礎を与えるような知識と実践の基礎を築くことを保証する.
(4)前･中期基礎教育の教育目標 (The Aim of Lower and Middle Basic Education) (p.30)	1. 生徒が必要な識字･ニューメラシー･コミュニケーション技能を獲得することを保証する. 2. 生徒が1つもしくは複数の適切な領域において，実践的な技能を発達することができる. 3. 反省的･理論的･科学的･批判的に思考することができる生徒の発達段階に適した能力を育てる. 4. 健康的な生活･肉体的な調和と成長を育む. 5. 後ろ向きな重圧に対処できるような前向きな社会的振る舞いと技能を促進する. 6. 社会的に望ましいとされる態度の形成を励ます. 7. 国民としての常識的で精神的な価値観の個人の発達を促す. 8. ザンビアの民主的･文化的な組織への知識と理解の獲得を励ます. 9. 一人ひとりの生徒が創造豊かで情緒的･創造的な質の発達を促進する.
(5)前･中期基礎教育のカリキュラム目標 (A Fundamental Aim of the Curriculum for Lower and Middle Basic Classes) (p.34)	生徒が正しく自信を持って現地語と英語で読み書きができ，ニューメラシーと問題解決技能を獲得する.
(6)後期基礎教育の目標 (The Specific Aim of Upper Basic Education) (p.31)	1. 初等教育で得られた基本的学習技能と学習内容をさらに強化する. 2. 重要である学習分野における生徒の知識と理解の幅を広げる. 3. 科学的でテクノロジー関連分野における生徒の能力を高める. 4. 実践･労働関連分野における技能と態度を生徒に身につけさせる. 5. 知性的･社会的･個人的問題や物理的な環境に関する生徒の技能を育てる. 6. 知性的･実践的な他分野の学習に対する満足感，学習したいという願い，学習に対する技能を育てる. 7. 生徒が才能や素質を育てる環境を作りだし，そうすることを支援する環境を作り出す. 8. 個人の国民としての道徳的･精神的価値観の発達を育てる.
(7)基礎教育修了時に生徒が身につけるべき能力 (p.31)	･英語とザンビア言語の両方で話す･聞く･読む･書くといったコミュニケーション技能 ･ニューメラシーと日常生活において数学的概念や過程を用いる技能 ･生徒が科学的方法を用いて何か課題に取り組むことができるような科学的方法の理解を包括した基本的な科学･テクノロジーに関する知識･理解･原理 ･潜在的に労働に対して適切で実践的な労働関連技能 ･社会的･文化的･物理的環境とザンビアの過去の歴史や伝統についての知識と理解 ･ザンビアの社会における資本主義の構造とその基盤である原理と権利についての知識と理解 ･精神的･宗教的･道徳的価値観への知識と理解，それらが発達してきた背景である伝統への理解 ･言語･美術･スポーツといった領域での選択 ･個人の健康･人間関係･健全な性の促進に必要な生活に基づいた技能

（出典） *Educating Our Future*, 1996a より筆者作成.

2−2−2−2. 数学科の目的と内容

(1) シラバスにおける数学教育の目標

現在までに基礎学校数学科を対象にしたシラバスは三冊刊行されており[8]，第１学年から第７学年を対象にした最新のシラバス（MoE, 2003a）では，観察，測定可能な知識，技能や価値を強調する成果重視（Outcome-based）の方針のもと，生徒中心主義と継続的評価が重視されている．

生徒中心主義においては教師と生徒の関わる時間の確保と能力別のグループ活動の指導方法を示している．継続的評価では生徒個人の学習進行を継続的にモニタリングすることで，学習困難な生徒を診断的に評価することが求められている．

生徒中心主義，継続的評価，成果主義は第１学年から第７学年において「リテラシーと言語（Literacy and Language）」，「数学（Mathematics）」，「総合理科（Integrated Science）」，「創造, テクノロジー（Creative and Technology Studies）」，「社会, 開発（Social and Development Studies）」，「地域社会（Community Studies）」の六つの学習領域を通して達成されると述べられている（MoE, 2003a）．

前期，中期基礎教育における数学教育の目標は「生徒が数学的知識を獲得することができ，日常生活に応用するべく必要な技能を育てること」（MoE, 2003a）と設定されている．より具体的には「生徒が次の教育段階のためにニューメラシーと数学的知識や技能を獲得し，日常の数学的な問題を解決することができる」（MoE, 2003a）ことを目的としている．

生徒が獲得すべき技能は，数学的考えを生徒間でコミュニケーションすること，日常生活場面における問題解決や応用，数学への興味，関心が挙げられる．ニューメラシーは(1)日常生活において簡単に自信を持って数学的知識や技能を最大限用いることができる能力，(2)グラフ，図，表，百分率などで表現された情報を理解する能力と規定されている．また，コミュニケーションとして読む，書く，聞く，話す，書かれた情報の使用が挙げられ，社会的技能や自信，参加，モチベーションといった態度の発達を促進することが求められている[9] [10]．これらの目標と獲得すべき技能についての関係やそれぞれの技能の説明はこれ以上述べられていない．

8　(1)Basic Education Mathematics *Syllabus（Grade 1-9）*(1983)，(2)*Zambia Basic Education Course Mathematics Syllabus Grade 1-7*(1996)，(3)*Basic Education Mathematics Syllabi Grade 1-7*(2003)の３つである．実際には基礎学校の第１学年から第７学年では(1)および(3)を使用している．第８，９学年に関しては新しいシラバスが出版されていないため，(1)を使用している．

9　シラバスでは具体的な数学的技能について述べていない．

10　このため教師に対しては生徒中心，活動中心，参加型，文脈にもとづいた様々な指導を求めている．問題解決，グループワーク，ロールプレイ，フィールドワーク，ケーススタディやプロジェクト活動も含まれる．

また前，中期基礎学校段階における最終的な学習成果は次のように定められている．

第 7 学年修了時までに生徒は次のことができるようになる．
- ・数学的知識や技能を発達させる
- ・数学的考えを効果的に表現する．
- ・問題解決における技能を発達させる．
- ・社会的，商業的な数学を使うための技能を発達させる．
- ・問題解決における順序，速さ，正確さを発達させ，育成する．
- ・生徒をとりまく環境において数学的概念を応用する．
- ・日常生活で用いるために数学的技能における興味を発達させる．
- ・問題解決において数学的操作を応用する．

この学習成果と先の目標，獲得すべき技能の関係についても書かれていない．目標，獲得すべき技能，学習成果の三者の関係は不明確であることから，これらの記述で共通にみられるものとして，数学的知識や技能の獲得，コミュニケーション，問題解決，日常生活との関連性をおさえておく．

(2) 各学年における目標と内容

各学年において「一般的な成果目標」と学習単元が示されている（表 2－9）．

第 1 学年から第 7 学年における一般的成果目標において「数学的知識, 技能習得」と「日常生活における数学に対する情意の育成」の二点が強調されている. また第 6, 7 学年では問題解決もそれらに加えられている．学習単元においては，たとえば「1 から 100 までの数を読み，書き，書く」といった学習内容の記述が箇条書きされている．

さらに表 2－10 では各学年における各単元の再配列をおこなった．全学年において数概念と四則計算，測定，算術，集合単元の学習が必須であることが明らかになった．それらを領域でみれば，表の太枠で示すように数概念と四則計算が単元のいくつかを占めていることからも，数と計算領域に関する単元は特に重視されているといえる．

表 2−9：ザンビアの基礎学校における数学科の一般的目標と学習単元

学年	一般的な成果目標	学習単元
1	・数学的知識・技能を育てる. ・日常生活における数学への興味・関心を育てる.	集合・数・加法・減法・測定・算術
2		集合・数・加法・減法・乗法・除法・算術・測定・数のパターン
3		集合・数・加法・減法・乗法・除法・算術・測定・数のパターン・分数
4		
5	・数学的知識・技能を育てる. ・日常生活における数学への興味・関心を育てる. ・測定と図形の理解を育てる.	集合・数と記数法・加法・減法・乗法・除法・数のパターン・分数・小数・約数・測定・図形とグラフ
6	・問題解決の中で数学的操作を応用する. ・日常生活における数学への興味・関心を育てる.	集合・数と記数法・加法・減法・乗法・除法・数のパターン・分数・小数・百分率・比と割合・平均・約数・等式と不等式・測定と作図・算術と図形
7	・数学的知識・技能を育てる. ・問題解決の中で数学的操作を応用する. ・日常生活における数学への興味・関心を育てる.	集合・数と記数法・加法・減法・乗法・除法・分数・小数・百分率・比と比率・平均・等式・算術・グラフ・数の底・測定・図形と角
8	なし	集合・数と記数法・分数と割合，百分率・算術的問題・社会的，商業的算術・概算・基本的代数処理・座標・方程式と不等式・測定と作図・図形と対称・統計
9		集合・数と記数法・分数，比，割合・算術的問題・社会的，商業的算術・概算と見積もり・基本的代数処理・方程式と不等式・図形と対称・三平方の定理・測定・相似・統計

（出典）CDC（1983），MoE（2003a）より筆者作成[11].

表 2−10：学習内容の再配列

学習内容 学年	集合	数 もしくは 数と記数法	加法	減法	乗法	除法	算術	測定	数のパターン	分数	小数	約数	図形とグラフ・角・対称	百分率・比と割合	等式と不等式	平均	数の底	代数	概算	座標	三平方の定理	相似	統計
1	◎	◎	◎	◎			◎	◎															
2	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎														
3	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎													
4	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎													
5	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎										
6	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎		◎	◎		◎	◎									
7	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎	◎		◎	◎		◎	◎	◎	◎	◎						
8	◎	◎	○	○	○	○	◎	○	○	◎	○	○		◎	◎	○		◎	◎	◎			○
9	◎	◎	○	○	○	○	◎	◎		◎	○		◎	◎			○	◎	◎	○	◎	◎	◎

（注）◎はシラバスに明示，○は学習内容がほかの単元に組み込まれていたものを確認.

（出典）筆者作成.

11　2003 年版のシラバスには 8，9 学年の内容は記載されていないため，この二つの学年に関しては *Basic Education Mathematics Syllabus（Grade 1-9）*(1983)を参照して作成した.

第3節　教師の指導と生徒の学習

ここでは実施したカリキュラムと達成したカリキュラムに関して考察をおこなう．最終的にザンビアのカリキュラム全体を俯瞰することで，ザンビアの数学教育における問題点を明らかにする．

2－3－1．報告書における実施したカリキュラム

Strengthen of Mathematics and Science Education in Zambian Secondary Schools Baseline Report （2002）[12]は理数科の学習指導状況に関する報告書である．

教師対象のアンケートによれば後期基礎教育における授業方法は，教師中心の講義形式，黒板に教師が書き，生徒がそれを写す，質問と応答，演示が主流であった．逆に実施頻度が低い指導法は，映像手段の利用，ゲスト講話，ゲーム，野外活動，ロールプレイであった．教師たちは先進的な指導法を知っているものの，それらを用いる自信がなく，結局教師中心の授業をおこなっていると報告書は指摘した．

生徒によるアンケートからは，90%以上の生徒が同意した指導法は「教師は生徒が理解していない場合質問することを奨励している」(93.3%)，「演習問題を与えている」（91.7%)，「教師は教科に精通している」（91.7%）であった（MoE, 2002, p.120-122)．一方，野外授業，学習内容に関する生徒間の相互作用，ペア活動，実験，生徒の考え方を引き出す指導はおこなわれなかった．

この報告書において授業観察についても若干の記述があった．それによればすべて教師中心の授業が展開され，生徒たちの話し合いは皆無であったという（MoE, 2002)．

このように実施したカリキュラムでは，教師が用いる指導法は限定されており，講義形式の授業が実施され，教師と生徒の相互作用は少ないと考えられる．

2－3－2. 木根(2006)と池谷(2009)による実施したカリキュラムに関する研究成果

ザンビアの授業を分析した研究は僅少である．ここで二つの研究結果から実施し

12　調査では理数科教師の統計学的特長，教師が指導困難である内容，理数科教師の指導法の傾向，「継続的な職能成長」に対する教師自身の見解，生徒が学習困難である内容，理数科の一般的な教授法に対する教師の見解を調査した（MoE, 2002)．調査対象者は理数科各教科主任，理数科の教科担任教師，第 9，第 12 学年の生徒で質問紙，授業観察，インタビューからデータ収集が行われた．ザンビア全土からランダムサンプリングによって 65 校が選出され，教師 599 名（数学 234 名，生物 99 名，化学 91 名，物理 97 名，環境理科 78 名）と生徒 1862 名が選ばれた．このうち生徒 342 名が環境理科の質問，別の 300 名が数学の質問に回答した．残りの 1220 名は第 12 学年の各教科の質問に回答した（MoE, 2002)．

たカリキュラムについて述べる．

木根（2006）は，中央州カブエ県ンクワシ地区の基礎学校五校において後期基礎教育段階の 22 の数学授業分析をおこなった[13]．その結果，全授業時間の約 60％が一斉学習，40％が個別学習であったことが明らかになった．学習活動については全体の 40％以上が教師による講義，10％強が実演，40％弱がドリル学習にあてられた．分析対象の 22 の授業は，講義，実演，ドリルを組み合わせたものが多いと結論づけられた．具体的には教師が講義形式で説明をおこない，例題を解かせ，類似した練習問題を個別に与える授業形式であった．

木根は「ンクワシ地区の数学教師が実施する教授，学習活動は，そのほとんどが知識獲得型や反復練習型であり，探究活動型の教授，学習活動はほとんど実施されていなかった」（木根, 2006, p.101-102）と結論づけた．

池谷（2009）は教師と生徒の言語活動に着目して授業分析をおこない，数学授業の特徴を明らかにした．4 名の教師がおこなった第 8 学年の数学授業八つを発話コードで分類することで授業を分析した．

その結果，教師は答が一つである「閉じた質問」を最も多くおこない「指示」,「確認」の項目がほかの項目の割合よりも高かった．生徒の発話は教師に対する応答の割合が最も高く，教師からの閉じた質問に対して単語，数字での応答が最も高く文章，図，計算での応答の割合は低かった．教師からの確認に対して生徒は「はい」か「いいえ」での応答や，単語や数字による応答の割合が高かった．この結果について第 6 章第 1 節において詳細を述べる．

池谷（2009）が扱った授業は生徒が主体的な発言をおこなう授業ではなく教師が主導の授業で，生徒は受け身的に学習をおこなっていた．

ザンビアの数学授業の実情を示す貴重な先行研究からは，実施されたカリキュラムにおいて教師が主導の授業が主流であることが確認された．

2－3－3. 生徒の学習達成度

生徒の学習達成度に関する先行研究は少ないなか, 包括的な情報が掲載された『全国学習達成度調査報告書』[14]（Kelly and Kanyika, 1999; ECZ, 2002; 2006; 2008）[15]

13　量的分析と質的分析からなり，量的分析では一斉学習，グループ学習，個別学習の授業形態の実施時間が一授業に対して占める割合を算出した．また，講演，実演，暗記学習，ドリル学習，プログラム学習，討論，発見学習，課題学習の八つに学習活動を分類し，各時間の割合を算出した．質的分析では各学習活動を詳しくみていき，探究活動型であった四つの授業の構造を考察した．

14　この調査は第 5 学年を対象に 2，3 年に一度実施され 1999 年，2001 年，2003 年，2006 年の結果が発行されている（2010 年現在）．内容は，英語，数学，現地語の達成度調査とともに，ザンビアの生徒，家庭環境，

を参照する．

数学においてシラバスと対応した標準的問題が 45 問与えられ，数，測定，図形，集合の学習領域における生徒の知識，理解，応用が測定された．

表 2－11 から表 2－13 は数学の学習達成度の年度別集計結果，各認知分野と，内容の各分野による結果を示している．

表 2－11：英語，数学学習達成度の年度別集計（%）

1999年	2001年	2003年	2006年
34.3%	35.7%	38.5%	38.5%

（出典）ECZ（2008），p.116.

表 2－12：数学の認知分野による平均正答率（%）

認知分野	問題数	平均正答率(%)			
		1999年	2001年	2003年	2006年
知識	11	34.0%	29.1%	36.4%	38.9%
理解	19	39.0%	44.6%	42.1%	42.1%
応用	10	34.9%	29.9%	35.2%	29.5%
合計	40				

（注）2003 年の追加 5 問を除く．

（出典）ECZ（2008），p.116 より筆者作成．

表 2－13：数学の各分野の平均正答率（%）

問題の分野	問題数	平均正答率(%)			
		1999年	2001年	2003年	2006年
数	19	—	—	45.0%	40.1%
数と分数	23	40.0%	39.2%	—	—
測定	11	33.1%	38.9%	40.6%	34.6%
分数	4	—	—	26.3%	21.6%
図形	4	30.7%	26.3%	34.7%	25.4%
集合	2	27.4%	33.0%	34.8%	34.6%

（出典）ECZ（2008），p.116 の表を元に筆者作成．

表 2－11 から数学の学習達成度は年々改善されている．しかしながら，標準的問題であることを考慮すれば，依然として生徒の学習達成度は低い．

教師，学習指導に関する情報が掲載されている．当初の調査目的は問題領域を認識し改善への提案を行い，生徒の学習結果の向上を図り，基礎教育の動向を把握することであった（Kelly and Kanyika, 1999）．約 8000 名の生徒がランダムサンプリングにより全国から選出され，調査が実施された．

15　各年度における報告書の名称が若干異なるため，ここでは全国学習達成度調査報告書と統一した．

2003 年次の調査報告書は，生徒の専門用語の理解，測定，読解能力，計算，単位変換，乗除法，三次元の形の認識，分数理解と演算，集合の要素，減法の繰り下がりにおける学習指導の改善が必要である，と指摘した（ECZ，2006）．2006 年次の報告書は文章問題，分数，位変換，時間の概念に関する学習改善を指摘したうえで，生徒の全般的に低い基礎的計算能力は教師の指導が原因となっていると報告した（ECZ, 2008）．

数学の指導についても内容の改善策を次のように提案した．

(1) 教師がニューメラシーを指導する際に視覚的教材を使用する．
(2) 身の回りにあるものを用いて学習指導の教材を最大限に利用する．
(3) 生徒が様々なアプローチを学ぶために専門用語を使い分ける．
(4) 立体や分数の適切な概念を生徒が身につけられるように具体物を用いる．
(5) 教師が話し言葉から記号的表現へ，記号的表現から話し言葉へ橋渡しをする．
(6) 様々な指導方法を用いる．
(7) 現在のカリキュラムに示された理念を再検討する．

（ECZ, 2008, p.105）

ECZ は生徒の低学力と教師の教授的力量の関係に言及した．残念ながら問題は非公開のため，低学力ということはわかっても，生徒がどのような問題に対して困難を持っているのか，逆にどのような可能性をもっているのか，といった学力の改善に向けた具体的示唆を得ることはできない．

2−3−4. 第 2 章の総括

第 2 章においてザンビアの数学教育がめざす方向性と達成されたカリキュラムにおける問題を明らかにするため，TIMSS の三つのカリキュラムの枠組みを用いてザンビアの教育を整理した．

教育目標では EFA にのっとり，国家や，社会の発展と個人の人間形成が掲げられていた（Ministry of Education, 1996）．数学に関連するものとして，科学的思考や反省的，理論的，批判的思考，といった能力が挙げられていた．前期，中期基礎教育段階（第 1 学年から第 7 学年）における教育目標は識字，ニューメラシー，コミュニケーション能力育成の重視，カリキュラム目標では読み書き，ニューメラシー，問題解決技能の獲得が掲げられていた．数学シラバスでは数学的知識や技能の発達，コミュニケーション，問題解決，日常生活との関連性が強調されていた．つまり，目標レベルでは基礎的能力だけではなく，コミュニケーション能力，問題解決能力

などの数学における高次な能力の育成が掲げられていた．

実施したカリキュラムにおいては，教師中心の講義形式の授業や知識獲得や反復練習の授業がおこなわれている傾向が確認された．また，達成したカリキュラムにおいては，全国学習達成度調査から生徒の学力が低いことと，改善事項として教師の教授的力量や教材不足などが指摘されていた（ECZ, 2006）．

まとめると，次の諸点が明らかになった．

・教育目標では計算を含む基礎的な側面と科学的思考，問題解決能力，コミュニケーション能力の育成が意図されていた．
・シラバスにおける学習内容では計算が特に重視され，扱いが多かった．
・教師の指導の傾向は知識や技能獲得型の講義形式であった．
・生徒の学習達成度はシラバスの目標に対して低かった．

生徒の低学力の改善には確かに，教師の指導方法や指導内容を改善することや有効な教材を考案することなどが別々に述べられていた．しかしながら，授業の内実について総合的に論じたものは僅少であった．ここから授業での学習指導の質や内実をみる視点が研究や報告では乏しい点を問題として指摘できる．

つまり意図したカリキュラムの目標の達成と，達成したカリキュラムでの生徒の低学力には大きな差がある．ただし，どれくらいの差がどのようにあるのか明らかでない．目標と達成結果の中間に位置する実施したカリキュラムの内実は，教師や生徒の学習様式に関して若干の情報を得られるものの，その内実はほとんどわかっていない．

そこで，本研究ではその実施したカリキュラムの内実について切り込むために，教育目標へ沿った授業を開発すること，そしてその授業における学習過程と成果を描くことを，上記で言われている課題を乗り越える一つの手立てとして提案したい．

第２章　引用，参考文献

Curriculum Development Centre. (1983). *Basic Education Mathematics Syllabus (Grade 1-9)*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

池谷拓人. (2009).「ザンビア後期基礎教育における数学科授業分析の研究－教師，生徒の言語活動を中心に－」,『国際協力研究誌』, 15(1/2), 125-140.

Kelly, M. J., and Kanyika, J. (1999). *Learning Achievement at the Middle Basic Level Final Report on Zambia's National Assessment Project 1999*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

木根主税. (2006). 『ザンビア基礎学校における数学的活動に基づく授業展開の現状と可能性』, 広島大学大学院国際協力研究科修士論文.

国立教育研究所. (1998).『小学校の算数教育, 理科教育の国際比較－第 3 回国際数学, 理科教育調査最終報告書』, 東洋館.

Ministry of Education. (1992). *Focus on Learning Strategies for the Development of School Education in Zambia*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Ministry of Education. (1996a). *Educating Our Future*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Ministry of Education. (1996b). *Zambia Basic Education Course Mathematics Syllabus Grade 1-7*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Ministry of Education. (2002). *Education in Zambia 2002 Situational Analysis Draft*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Ministry of Education. (2003a). *Basic Education Mathematics Syllabi Grade 1-7*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Ministry of Education. (2003b). *Strategic Plan 2003-2007*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Ministry of Education. (2008). *2008 Educational Statistical Bulletin*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Ministry of Education and JICA. (2002). *Strengthen of Mathematics and Science Education in Zambian Secondary Schools Baseline Report*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Ministry of Education Teacher Education Department. (2001). *Assessment Instrument for Mathematics User Guide*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Republic of Zambia. (2006a). *Fifth National Development Plan*, Republic of Zambia, Lusaka, Zambia.

Republic of Zambia. (2006b). *Vision 2030*, Republic of Zambia, Lusaka, Zambia.

The Examinations Council of Zambia. (2002). *Learning Achievement at the Middle Basic School -Report on Zambia National Assessment Project 2001-*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

The Examinations Council of Zambia. (2006). *Learning Achievement At the Middle Basic Level 2003*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

The Examinations Council of Zambia. (2008). *Learning Achievement At the Middle Basic Level -Zambia's National Assessement Survey Report 2006-*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

UNESCO. (2010). *EFA Global Monitoring Report 2010 Reaching the marginalized*, UNESCO.

第 2 章　引用, 参考ホームページ

ザンビアの地図

http://www.1clic1planet.com/zambia_sm00.jpg

世界銀行統計

http://ddp-ext.worldbank.org/ext/ddpreports/ViewSharedReport?&CF=&REPORT_ID=10804&REQUEST_TYPE=VIEWADVANCED&DIMENSIONS=206&HF=N

第 3 章　関連先行研究のレビュー

第 2 章をうけて授業開発，基礎的能力，高次的能力に注目して先行研究を整理する．具体的には第 4 章において授業開発の枠組みや内容の構築をめざして，本章では分野横断的に先行研究の知見を整理する．そのために以下の研究分野をレビューする．

【授業開発に関しての整理】

・授業に関して(1)アフリカ諸国における授業に関する研究，(2)日本における授業開発研究，(3)カリキュラム研究のレビューをおこなう（第 1 節）．(1)についてはザンビアとその周辺地域の傾向をつかむため，(2)については授業開発の手順や内容を把握するため，(3)についてはカリキュラム開発と授業開発の関係を把握する目的がある．

【基礎的能力と高次的能力に関しての整理】

・基礎的能力の特に計算に注目して，数学教育の主流な先行研究のレビューをおこなう（第 2 節）．

・基礎的能力と数学の高次的能力の双方を高めることを目指した本質的学習環境の理論的，実践的側面を明らかにし，本質的学習環境の独自性を明確化する（第 3 節）．

第 1 節　授業開発に関する研究のレビュー

ここでは，授業やカリキュラムに関する研究を整理して，授業に着目する意義や必要性について論じる．

3－1－1. アフリカ諸国における授業に関する研究[1]

1　ここで教育開発研究とは，アフリカ諸国の開発と教育に関する研究を指す．具体的には，教育政策，教育システムの現状や課題について論じる研究や，学校教育をとり巻く研究が挙げられる．主に *Comparative Education* と *International Journal of Educational Development* の 2 つのジャーナルを調べた．

澤村（2008）は，アフリカ諸国の教育に関連して授業や教室を扱った研究が圧倒的に少ないことを指摘した．さらに，授業の方法がチョークアンドトークや，教師中心の授業であるという描写はあっても，生徒の思考過程や教師の指導の背景にあるものなど細部に及ぶ授業の内実は明らかになっていないと述べた．教育政策や教育システムに関する研究や数値化されたデータを扱う量的な研究が主流で，ある教室でいとなまれる授業を細かく記述し，教育的現象の現状や具体的な改善事項を掘り起こすような研究は少ない（澤村，2008）．澤村（2008）は教育開発研究に国際援助が絡んでいることに，その理由を求めている．

一方では次のようにいくつかの研究では授業を扱っている．

Hardman, et al.（2008）は先行研究を精査することで，授業に焦点づけて研究をおこなう必要性を述べた．アフリカ諸国をはじめとする途上国において，生徒の学習の質は，家庭や社会などの学校外の要因よりも学校による影響を受けやすいこと（Verspoor, 2003; Scheerens, 2000）や，教育の質は教室の学習指導過程を通して最終的に保障されることを論じた．

O-saki and Agu（2002）も授業で何が起こっているのかを無視した政策段階における学習参加促進や学習改善の方策は本質的に意味を為さない，という見解を主張した．Verspoor（2003）や Craig et al.（1998）も同様に，学校や教室レベルにおける介入や研究の必要性を主張した．

そのほか Carron and Chau（1996）によれば学習リソースや教師教育の量，質の確保が難しい途上国において，学習指導の質を向上するために教室での相互作用の質の確保は必要不可欠であり，そのための現状を明らかにする授業を基盤にした研究の必要性が指摘された．

これらの主張に賛同して，アフリカ諸国における授業の内実を描き，研究成果を地道に蓄積していく方向で事例研究がおこなわれてきた．たとえば，教授言語に関する研究やプロトコルを用いた授業の談話研究を挙げることができる．

それらの対象地域はボツワナ（Rowell and Prophet, 1990; Fuller and Snyder, 1991; Arthur, 1996）やケニア（Cleghorn, et al., 1989; Bunyi, 1997; Craig, et al., 1998; Ackers and Hardman, 2001; Pontefract and Hardman, 2005），タンザニア（O-saki and Agu, 2002），ナイジェリア（Hardman, et al., 2008），レソト（Moloi, et al., 2008）といったアフリカ各国に及ぶ．

それらのいくつかをとりあげる．

教授言語に焦点をあてた Prophet（1995）はボツワナの中等段階のコミュニティスクールにおいて英語カリキュラムの実施状況を検証するため，学習と指導に関する考察をおこなった．その結果，全体指導と一方的な教師による説明が指導の主流

であり，それに対して生徒は黙って作業をおこない，教師と個別生徒の関わりや誤答に対する指導が少ない状況を明らかにした．

授業における相互作用に関する Hardman を中心とした研究において，ナイジェリアの初等学校におけるディスコース分析をおこなったものがある（Hardman, et al., 2008）．42 の授業分析の結果，理解を無視した教師の説明，暗証，暗記学習や教師の言葉を生徒が反復する学習がおこなわれたことを明らかにした．Prophet（1995）と同様，教師の個別生徒との関わりは稀であった．

アフリカ諸国におけるこれらの特徴は教科を越えてほかの先行研究でも同様に指摘されている（Cleghorn, et al., 1989; Bunyi, 1997; O-saki and Agu, 2002）．

ザンビアにおける授業に関する研究は，上述のアフリカ諸国のものに比べてさらに少ないことを既に述べた．第 2 章において池谷（2009）と木根（2006）の研究結果をとりあげた．ここでは理科教育に関する松原（2009）を挙げる．

松原（2009）はザンビアの理科教育の質の改善に関連して授業分析法を開発し，その適用を論じた．松原がおこなった理科授業に関する調査では，ザンビアの意図したカリキュラムでは生徒中心の授業が奨励されているものの，実際の授業ではそれが必ずしもみられなかったと指摘されている．

以上の先行研究のレビューより，アフリカ諸国では授業分析などの研究が少なからずおこなわれ，学習，指導の現状や現象が描かれてきた．そこでは互いの事例結果を対応づけることで異同の比較や考察がおこなわれていた．

その一方で，現象を教科教育的視点から生徒の学習過程を考察した研究はほとんど存在しなかった．そして，授業中の生徒と教師の相互関係に加え，教材の視点を加えた教師，生徒，教材の関係に言及した研究は確認できなかった．それゆえに授業において三者間の相互作用を描き出すことは，アフリカの授業に関する研究のなかで新しい挑戦として位置づけられる．

3－1－2. 日本における授業開発研究

次に授業開発を構築するために，先行研究における授業開発の枠組みについて先行研究の知見を整理する．ここでは授業開発研究の内容と構成を確認する．手順として，タイトルに授業開発を含む日本の博士論文四件を収集し，内容と方法を整理した．

以下に挙げた四つの研究は授業開発に関連する博士論文である．

(1)町田　守弘.（2008）.『サブカルチャー教材による国語科授業開発論　－学習者の興味，関心の方略をさぐる』，早稲田大学大学院博士論文.

(2)岡崎　誠司.（2005）.『変動する社会の認識形成をめざす小学校社会科授業開発研究　仮説吟味学習による社会科教育内容の改革』，広島大学大学院博士論文.
(3)石原　純.（2008）.『生命倫理を視点とした高校公民科の授業開発』，兵庫教育大学大学院連合学校博士論文.
(4)關　浩和.（2005）.『構成主義学習論を視点とした社会科授業構成とモデル授業開発』，兵庫教育大学大学院博士論文.

(1)は国語科，(2)から(4)は社会科における博士論文研究である．それぞれの研究についてその枠組みや方法に着目して以下に整理した．(5)ではそのほかの授業開発についてつけ加えた．

(1)町田（2008）の研究

町田（2008）は国語科におけるサブカルチャーの教材開発，授業開発を実施した．「1974 年から 2007 年に実施された町田自身の授業例において，授業内容の考察がなされた．町田（2008）は授業を具体的に提示することによって，教材開発および授業開発の可能性を検証し，帰納的に国語教育の理論をうかびあがらせた．町田（2008）は授業開発，教材開発，授業実践の用語を明確には規定していない．内容は 18 以上の国語の授業の構想（授業の構想，教材，方法），実施，評価を述べており[2]，授業評価や生徒の学習評価と比較して授業構想と授業実施に関して厚く記述した．最終的には国語教育における課題をこれらの授業によって乗り越えることができるという全体的な見通しを示し，授業開発論の構築とした．

町田（2008）がとらえる授業開発は授業構想で教材を示し，それを実施する点に重点が置かれており，生徒の学習評価は範疇に入っていなかった．

(2)岡崎（2005）の研究

社会科において岡崎（2005）は今日の社会を「変動する社会」ととらえ，その認識形成をめざす小学校社会科教育における新しい授業開発理論と方法を明らかにした．また，その方法論を踏まえ，小学校社会科の授業モデルを開発することを目的とした．

岡崎（2005）は新しい学習論に依拠し，開かれた社会認識形成を保障する授業開発を実施した．授業開発は「既存の教育内容を前提にする教材開発とは異なり，教

2　たとえば，漫画，アニメの教材化と授業（1994 年実施）では８時間の授業の過程を述べた．評価は生徒の反応から授業目標における表現に関して生徒の興味と関心を喚起したとあった．授業の構想や流れの説明はあるが授業時間や生徒の評価については記載されていないものもあった．

師自らが『何のために，何を，どのように教えるのか』という授業の目的，内容，方法を貫く理論を明示し，それを踏まえて授業を組織し，授業実践を通して理論を吟味，修正していく方法論を意味する」（岡崎，2005，p.29）と規定された．

授業開発の具体的方法は(1)教育内容の設定，問題の所在と内容編成の原理，単元構成の原理,(2)(1)を下絵とした具体的な指導案と開発教材を示した授業展開案単元の授業モデル[3]，(3) 教室全体の変容と個人児童の変容をプロトコル，事前，事後テスト，授業中の話し合いによる成果から示すものであった．あらかじめきめられた教材を絶対視するのではなく，教師が授業に教材や題材を位置づけ，生徒との相互作用によって授業が動的に成立する視座に依拠していた．

(3)石原（2008）の研究

石原（2008）は，高等学校公民科で展開される生命倫理教育の授業やプロジェクト分析を通して，生徒にとって意義のある生命倫理の授業を探究した．まず社会的事例から分析視点を検討し，授業構成の類型化を図った．次に諸類型における授業の特質を検討したうえで，望ましい授業開発視点を得た．それらの視点にもとづいて授業開発をおこなうとした．

石原（2008）の授業開発は岡崎（2005）のように明示的に規定されなかった．内容から構造をよみとれば，授業計画，目標，教材提示，授業実施，評価を含み，学習評価より授業計画に重心がおかれていた．

(4) 關（2005）の研究

關（2005）は構成主義学習論にもとづく社会科授業構成を，教材の役割，教材構成の方法，教材活用の方法の三点から論じた．教材構成の方法を三点と教材活用の方法として二点挙げ，それらの組み合わせから社会科授業構成の形態を演繹的に 6 点提示した．さらに各形態の特徴と授業構成における課題を論じ，そのうちの一つである「形態協働的構築型教材活用」の有効性を示したうえで，授業開発をおこなった．關（2005）の授業開発では単元名，単元目標，単元計画の詳細が述べられ，授業の実際がまとめられた．教師と生徒の発話プロトコルや授業内容，事前，事後試験やアンケート調査の結果を用いて生徒の変容や視点の変化が論じられた．

(5)そのほかの授業開発研究

博士論文以外で，社会科における志田，岩永（2009）と広島大学付属のグループによる授業開発研究（森，小原他，2008；下前，小原他，2009）についてその構造をとらえた．三つの研究では授業開発を規定していないものの，志田，岩永（2009）

3　単元，指導目標，単元の展開，資料と出典を含む．

は授業の意図，方法，結果を示すことで授業開発の方向性を示し，開発した授業は学習指導案の形式で示された. 生徒の学習評価は, アンケートを通して検証された.

ほかにも, 高等学校社会系教科において授業開発をおこなった森, 小原他（2008），下前，小原他（2009）は授業内容の構成視点を示した後，授業思案を教科書形式で提示した．これらの研究では授業結果について述べられておらず，授業を実施したかどうかは定かではなかった.

さらに数学の授業開発研究は著者の研究と宮脇（2004）の二件があった．宮脇の一連の研究はその論文のあとに授業開発から研究開発と論文題目を変更しているため，ここでは触れない.

【まとめ】

これまでに実施された授業開発研究の内容や構成から次の三点が明らかになった.

まず社会科系教科において，授業開発研究と銘打った研究が相対的に多く実施されていることが明らかになった．次に，岡崎（2005）を除けば生徒の現状や学習を評価する記述は少なく，むしろ授業をつくるうえでの問題意識を明確にし，授業構成や方法を学習指導案や試案，ワークシートの形であらわす形式の授業開発研究が主流であった．そして岡崎（2005)，石原（2008)，鬮（2005）では「計画－実施－評価」のサイクリックな側面が意識され授業開発が実施されていたことが明らかになった．特に岡崎（2005）は教師，生徒，教材の相互作用の重要性が述べており，本研究の課題と最も近接していた.

3－1－3. カリキュラム開発における授業開発の位置づけ

ここでは，カリキュラム研究からの知見を整理する．なぜならば，近年のカリキュラム開発において授業に焦点づける傾向がみられるからである．その傾向をみるため，歴史的変遷に多少なりとも触れる必要がある.

さて英語のカリキュラム（curriculum）はラテン語を語源としている．二輪の戦車という意味から次第に広場の競争路（race-course）や競争（race）を意味するようになり, 行為が生じる場所や行為の連続と解釈された（Bobbitt, 1998; 溝上, 2006).

1960 年代後半まで，カリキュラムは授業科目の領域構成，授業で扱われる知識や技能の構成を含めた包括的な教育計画を指していた．その後，Jackson が 1968 年に提唱した hidden curriculum を契機として（Jackson, 2009)，1970 年代には教育計画としてのカリキュラム概念を拡張した形で，生徒の学習経験を踏まえたカリキュラム概念が議論されるようになった（溝上，2006 , p157)．スキルベック（1975）は授業，学習計画や教授細目，そのほかの教育内容に沿った意図とともに，実施過

程と方法もカリキュラム概念に内包されると主張した．黄（2008）によれば現在ではカリキュラムには教育計画，実施，評価の水準がある見方が主流である．つまりカリキュラム概念は計画や政策とともに，実施段階も含む，とみなされている．

次にカリキュラム開発概念の変遷を明らかにして，授業開発の位置づけを明確化する[4].

カリキュラム開発は 1920 年代のアメリカにおけるカリキュラム改訂運動時に生まれた用語である．1940 年までのカリキュラム開発は授業改善，教師の参加，教職の研修の特徴を示す，構成様式を表現する概念だったといわれている（佐藤，1985）．

1940 年以後，それまで主流だった進歩主義的教育運動にもとづくカリキュラム開発は停滞の途をたどり，Rugg（1947）と Tyler（2009）が系譜を異するカリキュラム開発モデルをそれぞれ示した[5]．Rugg（1947）はカリキュラムデザインを創造的な芸術活動としてとらえた．その一方で「カリキュラムは科学である」と述べた Bobbitt（1998）の科学的研究の系譜に影響を受け，Tyler（2009）は産業，工学モデルからカリキュラム原理を構築した．Tyler 原理はカリキュラムと教授の基礎原理をあらわしたもので，合理性と明快度が高いことからその後のカリキュラム研究に大きな影響を与えた（佐藤，1985）．

次第に Tyler 原理に基礎を置く研究は二つに分化，発展を遂げた．Bloom et al.（1956）らの教育目標分類学と，Tyler の段階的過程を継承した Taba（1962）のカリキュラム計画に関する研究の系譜であり，両者ともモダニズムの風を受け，行動主義にもとづいていた．そして現代化運動がおこなわれた 1960 年代から 1970 年代にかけてアメリカでは行動主義的なカリキュラム開発がトップダウン方式により実施された．

そして遂に 1970 年代後半にはその方式に疑問符がついた[6]．1974 年におこなわれた OECD－CERI[7]の東京セミナー報告書である『カリキュラム開発の課題』（文部省，1975 年）では Atkin が二つの対照的なカリキュラム開発のアプローチについて言及した．それは工学的アプローチと羅生門的アプローチとよばれるカリキュラム開発

4　これ以降，佐藤（1985；1990）を参考にした．

5　当時の 40 年代までにアメリカで起こっていた進歩主義的教育運動の衰退を意識したのか，開発という概念は用いていない．Tyler は curriculum planning, Rugg は curriculum design という用語を用いた（佐藤, 1985）．

6　的場（1990）によればドイツでも 70 年代後半から質的なカリキュラム研究が盛んにおこなわれ，合理性か解放かという二者択一の議論が起こった．

7　CERI（Centre for Educational Research and Innovation：教育研究革新センター）は OECD の内部機関である．文部省が CERI と協力するかたちで国際セミナーを開催した．

の方法である[8]．工学的アプローチは Tyler や Bloom の流れを汲み，行動主義的なアプローチや「産業，工学モデル」と類似した方式であった．

一方で佐藤（1985）によれば Eisner が提起した芸術批判モデルによる質的評価の方法（cf : Eisner, 2009）や Parlett and Hamilton（1977）が提唱した「社会文化人類学的アプローチ」は羅生門的アプローチに近いものとしてとりあげられ，複雑な教育現象や授業の内実に対して質的に記述や説明をおこなうものであった．

この工学的アプローチと羅生門的アプローチの対置は片方に優劣をつける意図はなく，当時のカリキュラム開発で主流であった工学的アプローチや行動科学的アプローチを反省的にとらえるという役割を果たした（佐藤，1985）．

このような動向の背景に，1970 年代から 1980 年代にかけての社会科学分野におけるパラダイム転換を重ねることができる．現象を記述したり解明したりする文化人類学や，子どもの認知発達を分析的に把握する認知心理学の台頭などの社会科学分野の発展が，パラダイム転換に追い風を与えた．当時の行動主義的，科学的，数量的視点から開発されたカリキュラムは，教室の複雑で重層的な学習指導を説明できないという批判を乗り越えるためのシフトであったとも考えられる．

その後，1980 年代にはカリキュラム開発においても過度にシステム化された学校や社会を再構造化する必要が生じた末，ここでもパラダイム転換が生じた（cf : Hunkins and Hammill, 1994）．その結果，カリキュラム研究から教師研究へと主軸が移行したと言われている（佐藤，1990）．佐藤によれば，教師研究では 1970 年代半ばから教師の思考に関する研究がなされ，1980 年代半ばには教師の知識に関する研究や反省的実践の研究が盛んにおこなわれた．このような教師研究の隆盛はカリキュラム開発の概念や様式の再検討を迫った[9]．

近年，日本ではカリキュラム開発という用語は一般的に広く用いられ，それは教育課程の編成やカリキュラム構成，学習指導要領の改訂などを指すものとして用いられている（田中，1990）．それとは対照的に，カリキュラム「開発」の時代はこの転換をもって終焉を迎えたという主張がある．佐藤（1990）はカリキュラム開発の代わりに，教師がカリキュラムを「デザイン」するという用語をあて，カリキュラム開発とは授業を通して内容や方法を構成していくことであると述べた．

用語に関してはカリキュラム研究論者で意見が分かれているが，両者に共通しているのは，その主体が教師や学校であるという点である（cf : 佐藤，1990；田中，1990；安彦，2003）．つまり，カリキュラム開発は教育課程，シラバスをトップダウン方式で開発するという公的な意味にはおさまらず，その実施や評価まで含めた

8　二つのアプローチは別の用語を用いて既にアメリカでは議論されていた（安彦，2003）．

9　佐藤（1990）によれば Jackson（1992）は開発ではなく形成（Shaping）という用語をあてた．

ダイナミックないとなみに拡張されたといえる．

このダイナミックな営為に関して安彦（2003）は次のように述べた．

《従来の「教育課程編成」作業を含む，それ以上のこととして，実行場面たる授業における評価，修正，そのための力量向上に必要な研修をも加えた教員（集団）の総合的な活動として「カリキュラム開発」を理解する必要がある．この意味で，あらためて「授業」が「カリキュラムの展開場面＝カリキュラムの実施形態」（実行されているカリキュラムの姿）である，との見方を確立しなければならない．》

（安彦，2003，p.25）

ここから授業における「計画－実施－評価」のサイクリックないとなみがカリキュラム開発に位置づけられていることがわかる．教師はきめられたカリキュラムの内容を機械的に伝達するのではなく，カリキュラムを読み解き，実行し，反省して，その編み直しをおこなう，主体的で動的なカリキュラム開発の重要な立ち位置にいる．

総じて，このカリキュラム開発では，授業のサイクリックな改善のいとなみが定位し，教師が重要な役目を持っている．それは日本における授業開発研究においておこなわれたこととも一致する．つまり，授業開発の「計画－実施－評価」は，カリキュラム開発の一つの様式として位置づけられていると考える．

第２節　基礎的能力に関する研究のレビュー

四則計算は数学教育の視座から，基礎として位置づけられる．ザンビアの数学シラバスでも四則計算が重視されていた（表 2－10 より）ことから，基礎のなかでも特に四則計算に注目して先行研究を整理する．

アフリカ諸国やザンビアにおいて数学に関する先行研究はほとんど存在しないことから，日本をはじめとする先進諸国の知見をまとめる作業をおこなう．ザンビアと社会文化的背景が異なる先進国における知見は，必ずしもザンビアの教育状況にあてはまらないが，第 6 章において授業開発の成果を論じる際に先行研究の異同を検討して，考察を深めることを考えた．

3－2－1．日本における四則計算に関する研究

日本の小学校における四則計算に関する研究は，多岐に及ぶ．事例や教育教材を

紹介した文献を分類すると，ドリル形式の計算の習熟を目指したものと，計算の仕方や意味を理解させるものの二種類に大別できる．ドリル形式の計算の習熟では，羅列された計算式を時間を測ってより正確に練習する方式や（筑波大学附属小学校算数研究部，2007），100 ます計算や 25 ます計算（山田編，2003）などがある．計算の仕方や意味を理解させる計算の練習では，フラッシュカードや数の合成，分解を理解させる補助的な計算をとりいれることで，計算の仕方を定着させる方法もおこなわれている（山田編，2003）．

日本の数学教育学研究においては，近年では加減法よりも乗除法（特に除法），整数よりも小数や分数に焦点をあてた実践的研究が実施されている[10]. 小数や分数の演算が整数のそれよりも困難であることがその背景にあると考えられる．

全体的な傾向として，機械的なアルゴリズム習得をめざしているのではなく，計算の学習を通して数学的コミュニケーション能力の育成を意図した研究（岸本, 2005）や，計算の意味，理解を深める研究（市川，2003；馬場，2005；中野，2005；大西他，2005；向山，2006；石田他，2008）がおこなわれてきた．また，学習指導要領で導入された「活用する力」を重要視した計算に関する研究（吉田，2009；鈴木，2009；浮田，2010）もおこなわれている[11]．計算の意味や理解を重要視した研究が多い背景には，学習指導要領の影響がある．たとえば小学校の算数の学習指導要領（2008）において「計算の意味を理解する」ことが各学年の目標に定められていることと，小学校算数科の大目標である「日常の事象について見通しをもち，筋道を立てて考え，表現する能力を育てる」や「活用する」が，計算の指導の際に留意されており，上記の研究にも関わっていると考えられる．

総じてわが国の計算に関する研究において，整数の計算ができるという技能習熟のための研究は少なく，分数や小数の計算の意味や理解に焦点をあてた研究が確認された．

3－2－2. 他国における四則計算に関する先行研究

ほかの先進諸国の数学教育学研究においても，計算に関して多くの知見が蓄積されている．ここでは *Educational Studies in Mathematics* （*ESM*），*Journal for Research in Mathematics Education*（*JRME*）を中心として先行研究を整理した[12]．

10　全国数学教育学会誌『数学教育学研究』，日本数学教育学会誌『算数教育』，『新しい算数研究』から 2001 年から 2010 年における四則計算に関する論文を整理した．

11　そのほかに計算に関する実態調査や学力調査に関する研究もあったが，ここでは触れない．

12　*JRME* はアメリカの the National Council of Teachers of Mathematics（NCTM）が発行しており，研究報告をはじめケーススタディ，大規模調査，哲学的，歴史的研究と内容が多岐に渡っていた．一方で

手順として内容を包括的に把握するために *ESM* において 1970 年代から 2004 年までの計算に関連した論文を 147 件収集し．次にそれらのタイトルと要約から整数を扱った 36 件に絞り，方法や内容を整理した．次に *JRME* において 1990 年代から 2000 年代の論文を対象にして四則計算の用語を検索し，計算について関連性のある論文 21 件を抽出した．内容を分類するなかで，いくつかの先行研究で参照された重要だと思われる過去の研究については，追加で収集，整理した．

内容が多岐に及ぶため，加法，減法と乗法，除法の二つに分けて論じていく．

3－2－2－1. 加法，減法

20 世紀において数学における基礎的概念やその周辺領域についての学習指導に関わる研究が多く実施され，加法と減法もそれに含まれた．アメリカやヨーロッパでは 1900 年から 1970 年にかけて計算の誤答に関する研究がおこなわれてきた（Fiori and Zuccheri, 2005）．1980 年代には構成主義的視座による就学前段階，初等段階の生徒の概念や技能獲得に関する研究が発展，深化を遂げた（Mulligan, 1992）．そこでは数概念だけでなく，問題の文脈によって異なる計算の方略を解明する事例研究が数多くおこなわれてきた．そして 2000 年代に入り，誤答分析に関する研究はふたたび興隆の兆しをみせている．1970 年代では，誤答は生徒の発達に対して否定的にとらえられたが，近年では生徒が知識を構成するうえで自然に生じる段階であり，それは避けられないとする構成主義的立場から研究がおこなわれているという（Fiori and Zuccheri, 2005）．

先行研究では主に計算方法と方略の探究が主題であった．従来，計算方法は筆記されたアルゴリズム（筆算），インフォーマルで書かれたもの，暗算の三種類があるとされてきた（Plunkett, 1979; Selter, 2001）．アルゴリズムは組織的な方法で，小さい位から各桁を計算する方法である．インフォーマルで書かれたものと暗算の違いは明確には定義されていない（Selter, 2001）．これらの方法間の関連性と重要性は多くの研究で指摘されている（cf : Plunkett, 1979; Baroody, 1989; Thompson, 1997; Beishuizen and Anghileri, 1998）．

近年では 21 世紀の社会において，これまでと同様に筆算は重要視されるべきなのか否かという論議が巻き起こり，暗算が注目され始めている（Neuman, 1999）．

たとえばイギリスでは国家カリキュラムにおいて暗算の重要性が指摘され，生徒の暗算方略の研究がおこなわれた（Foxman and Beishuizen, 2002; Threlfall, 2002; Murphy, 2004）．デンマークでは伝統的な筆算形式がカリキュラムにおいてもはや

Educational Studies in Mathematics（*ESM*）は，実践的プログラムよりも教授学的，方法論的，教育学的内容に比重を置いていた．

重要視されていない（Selter, 2001）．アメリカ，オーストラリア，ニュージーランドでも暗算に関するプロジェクトが盛んにおこなわれている（Irwin and Irwin, 2005）．

このように時代と社会的要請，カリキュラムに関連して筆算や暗算といった計算方法の優先性が議論されている．

次に，計算方略に関しては既に多くの蓄積がある（Selter, 2001; Foxman and Beishuizen, 2002; Irwin and Irwin, 2005; Torbeyns, et al., 2009）．Ellerton and Clarkson（1996）によれば特に20から100までの数における加法，減法の暗算方略についての知見は蓄積され（e.g. Fischbein et al., 1985; Hope, 1987; Hope and Sherril, 1987; Kouba, 1989; Fuson, 1992; Beishuizen, 1993; Gray and Tall, 1994; Mulligan and Mitchelmore, 1997; Selter, 2001; Torbeyns, et al., 2009），現在は数桁からなる加法と減法の方略に関して探究されている．

生徒の計算方略は研究によって用いる用語や分類に若干差があるものの，おおかた，次の分解（decomposition），連続（sequential），ショートカット方略（shortcut strategy）の三分類[13]に分けられる（Torbeyns, et al., 2009）．

分解は加数と被加数を各位に分けて別々に加え，最後にすべてを足す方法である．連続は二数がある場合，一方の数はそのままで，もう片方の数を各位に分けて計算する方法である．

ショートカット方略は生徒の数の関係や習熟の程度により和や差を柔軟に適用するやり方である．たとえば，典型的なショートカット方略には調整（compensation）と間接的加法（indirect addition）がある．調整は計算が容易にできる5や10の倍数に合わせて数を加えたり引いたりして計算し，最後に加えた分と引いた分を微調整する方略である．

間接的加法は主に減法の場面で使われる．二数の間の差を加法によって段階的に求めていく方法である．これらの方略を次に73＋18と73－18の例を用いて整理した．

分解　73＋18＝　｜70＋10＝80，3＋8＝11，80＋11＝91
連続　73＋18＝　｜73＋10＝83，83＋8＝91
ショートカット方略　調整　73＋18＝　｜73＋18＝70＋20＋3－2＝90＋1＝91

13　Selter（2001）における分類では分解は階段的（stepwise），連続はHTU（hundreds, tens, units，階段的と連続の混合（htu and stepwise），調整（auxiliary task），単純化（simplifying），間接的加法（adding up）と表現した．一方，Foxman and Beishuizen（2002）では完全な数（complete number）と分けて加法（separate addition）の二つに分類したうえで，それぞれを細かく分類した．

ショートカット方略　間接的加法　73－18＝　｜18＋50＝68，68＋5＝73，
50＋5＝55

これらの計算方略に関する研究は認知心理学的アプローチからの貢献によるところが大きい．さらに近年，生徒たちの方略に関して発展的な研究がある．それは社会文化的要因に生徒の計算方略が影響を受けると主張するものである．いくつかを例に挙げる．

第一に生徒が受けた授業でのアプローチによって方略が影響を受ける事例が示された．探究型や問題解決型の授業を受けた生徒たちは，数桁の加法と減法で問題によって異なる多様な方略をおこなう一方で，技能を重視する授業を受けた生徒たちは，教師が指導した分解の方略や連続的方略で問題を解いたことが明らかになった（Klein, et al., 1998; Blöte, et al., 2000）.

第二にアルゴリズムを学習した場合，同じ方略を用いて生徒が未知の問題を解く事例である．Selter（2001）はドイツ初等学校生徒が用いた 3 桁の加法と減法の方略についてとりあげた．普段から技能習熟型の授業に慣れていれば，生徒たちは 3 桁の加減の計算方法を学習していなくても，筆記のアルゴリズムを用いて解答することを明らかにした．それに対して一部の生徒たちは定式化されていない方略を用いて柔軟に計算したことも明らかになった．

第三に学校で学ぶ数学と学校外を繋げる研究である（Plunkettt, 1979; Hart, 1981; Scribner, 1984; Carraher, et al., 1987; Nunes, et al., 1993）．大人たちは日常生活において独自の方法を応用して計算した．それらは学校で学んだアルゴリズムや方法ではなかった．ブラジルの生徒やイギリスの 11 歳から 16 歳の生徒たちは，学校で学んだ方法を用いず，学校の方法を修正した方法やまったく異なる方法で計算したという結果もある．

第四に問題文脈によって生徒が用いる方略が異なる事例である．筆記試験では，生徒たちが用いる方略をくまなく検証することはできない，という主張である．Blöte, et al.（2000）は生徒の加減の方略を評価する目的で筆記試験のほかに二つの問題を与えたところ，筆記試験の形式ではない問題では，生徒たちは柔軟に問題を解いたことがわかった．

これらの社会文化的視座からの数学教育の事例研究は文脈や状況により，生徒が異なる対応をみせるという点で，ザンビアの数学授業を分析するうえで示唆に富んでいる．

そのほかにも 10 のブロックといった補助教材を用いたり（Fuson and Briars, 1990;　Tompson, 1992），新しい指導方法の効果を検証する計算指導に関する研究

（Beishuizen, 1993; Markovits and Sowder, 1994; Klein, et al., 1998）もなされた．

3−2−2−2. 乗法，除法

乗法は，加法や減法と比較して生徒にとってより難しいとみなされている．Barmby, et al.（2009）は Nunes and Bryant（1996）を参照して「乗法と除法は加法と減法を学習した後に指導される別の算術的操作である」という見方は限定的だと指摘し，加法，減法から乗法，除法を学ぶ際に，思考の質的な変化が必要になることを主張した．

思考の変容と関連する乗法の側面として次の四点が挙げられている（Anghileri, 2000; Barmby, et al., 2009）．

・複製（加法や減法における「合わせる」というのではない）
・単元的ではなく二元的な性質，そして二つの異なる入力という見方
・乗法の交換法則（除法にはあてはまらない）
・分配法則

また，乗法は Greer（1992）によると次の四つの意味状況を内包している．

・等しいまとまり（例：2 つのテーブルに 4 人の子どもたちが座っている）
・乗法的な比較（女の子の数の 3 倍の男の子の数）
・長方形の配列（4 人の子どもが 3 列並んでいる）
・デカルト積（女の子と男の子のペアの数）

（Greer, 1992; Mulligan and Mitchelmore, 1997）

そして加減と同様に乗除の計算方略に関する研究（Bell, et al., 1984; Mulligan, 1992; Mulligan and Mitchelmore, 1997）の知見が蓄積されている．研究結果はある程度一貫した結果をもたらしており（Mulligan and Mitchelmore, 1997），計算方略によって解法を分類するものと，生徒の方略自体を細かく分類し，発達段階をモデル化するものの二つに分類される．

計算方略によって解法を分類するものに関して ter Heege（1985）は第 3 学年の生徒たちが九九表を学ぶ際に，加法をくりかえす操作からまとまりへの意識へ移行する様相を探究した．生徒たちは累加から次第に 2 倍したり，5 や 10 のまとまりを作り出したり，乗法の交換法則を直感的に利用しながら計算したと示された．また Gray and Tall（1994）では加法をくりかえすことができない生徒たちは，数を 2 倍

にすることから始めたが，その後１ずつ数える方略に戻った．Gray and Tall（1994）はこの数える方法は九九を学ぶうえで有意義な方法ではないと結論づけた．

方略を分類して発達段階をモデル化する研究に関しては，具体物を用いる方略の分類（Kouba, 1989）や生徒の方略のモデル化（Mulligan, 1992）がある．たとえば Mulligan and Mitchelmore （1997）は Kouba（1989）や Mulligan（1992）の結果を踏まえて，乗法の方略を次の表３－１に整理した．

表３－１：整数の乗法の文章問題における生徒の計算方略

方略	定義
1.直接数える	問題をモデル化する際にものが使われ，それらは乗法的構造を参照せずに単純に数えられる．
2.リズムに合わせて数える	問題の構造に従い数えること．（例えば1，2，3，4，5，6や6，5，4，3，2，など） 数えることと同時に次に数えるのはまとまりの数によっている．
3.スキップして数える	倍数を用いて数える．（例えば2，4，6や6，4，2）まとまりの数を数えやすくする．
4.加法的計算	2＋2＝4，4＋2＝6もしくは6－2＝4，4－2＝2のように計算が数える代わりに行われる．
5.乗法的計算	計算が既知の事実の形式でなされる． （例：3×2＝6や既知の事実からの逸脱（3×2＝2×2＋2）)．

（出典）Mulligan and Mitchelmore（1997）．

Mulligan and Mitchelmore（1997）は，第２，３学年の生徒たちが方略をどのように発展，深化させていくのかを調査した．その結果として，直接数える，加法的計算，乗法的計算の三つがみられ，学年が上がるにつれ，直接数えることから最終的に乗法的計算へと発展することが解明された．

さて，1990 年代までの研究では乗法と除法の双方が一つの研究対象としてとりあげられていたが，近年では除法のみを扱う場合もある．除法は初等数学において重要かつ複雑な数的操作だといわれている（Kaasila, et al., 2010）．次の三点の理由が指摘されている．

それらは(1)除法は乗法の逆の操作であり，除法の理解には確固たる乗法の理解が必要とされる，(2)大きな数の除法の場合，優れた見積もりの技能が必要とされる，(3)除法は包含除（quotitive division）と等分除（partitive division）という二つの異なる意味を内包しているという理由である．包含除は全体の量と基準となる量から割合を求めることで，たとえば「24 個の飴を１人に４個ずつ配る場合何人に配ることができるか？」という問題がそれにあたる．等分除は，全体の量と割合から基準となる量を求めることで「24 個の飴を６人に配る場合，１人幾つずつもらうことができるか」という問題が該当する（Neuman, 1999; Anghileri, et al., 2002; Kaasila, et al., 2010）．

これらの困難性に関して実施された除法に関する初期の先行研究は Neuman

（1999）によれば次の三つに大別される．

第一に Vergnaud（1983）は除法が難しい理由として，除法の等分除と包含除の二つの異なる意味があることを示した．

第二に除法の複雑性でとりあげた包含除と等分除のインフォーマルな方法に関する研究である．この種の研究の先駆けとなったのが初期の除法モデルを示した Fischbein, et al.（1985）や包含除と等分除に関する Mulligan（1992）である．Fischbein, et al.（1985）は，包含除の考え方は指導によってのみ得られるため，生徒が持つ除法モデルは元々は等分除のみであると結論づけた．その後の研究では包含除においても等分除の方法で問題を解く場合があり，問題の意味に関わらず様々な方法で問題を解く生徒たちの状況がとらえられた（af Ekenstam and Greger, 1983; Bell, et al., 1984; Mulligan and Mitchelmore, 1997）．

第三に除法の暗算である．暗算の方略研究は，これまでに Gray and Tall（1994）や Neuman（1987）によってなされてきた．また，第二，第三の点を統合的に扱った包含除の計算方法に言及した研究（Neuman, 1999）もある．除法の暗算における生徒の方略は二つに大別される（Anghileri, et al., 2002）．それらは除数をくりかえし引くことと，位どりにもとづいて等分していくことである．除数をくりかえし引くことは包含除に類似した方略で，次第に除数の倍数を用いていく方略に発展する．位どりにもとづき等分する方略は等分除に類似しており，これはアルゴリズムへと発展していく．

そのほかの方略として，Neuman（1999）は数えること，くりかえしの足し算，数のまとまりを用いた様々な方法，乗法の逆の操作，見積もりと調整，二分の一のくりかえし，見積もりの反復などを挙げており，これらはすべて除法の構造化された計算手続きへと関連づけられている．

オランダとイギリスの生徒による除法の方略を調査した Anghileri, Beishuizen, and Van Putten （2002）は，オランダの生徒たちの方略を七つ挙げた．それらは(1)それぞれの単位量の棒か記号を用いること，(2)桁を別々に扱っての計算，(3)低いレベルの「まとまり」，(4)高いレベルの「まとまり」，(5)従来の筆算アルゴリズム，(6)誤った操作，(7)方略が不明なものであり，Neuman（1999）の結果と類似した．

本節のまとめは本章末におこなう．

第 3 節　本質的学習環境のレビュー

第 3 節においては，前節の四則計算のみを扱った研究とは異なる視点で計算をとらえた「本質的学習環境」に関する先行研究を整理する．本質的学習環境は数学教育学の理論的側面と実践的側面を統合する可能性を有した教授単元であり，教材群である．Wittmann（1984; 1995; 2001a; 2001b; 2004; 2005; 2006; 2007; 2009）は「全体論的アプローチ」，「パターンの科学としての数学」，「デザイン科学としての数学教育学」といった数学教育の理論的基盤を学際的な見地から構築し，本質的学習環境の基盤を整備した．

本節においては本質的学習環境の理論的，実践的側面を論じる．まず，本質的学習環境の理論的基盤について述べ，日本における関連先行研究を整理する．次に本質的学習環境の特性に関する Wittmann の論を確認したあと，教材「数の石垣」を例にして計算練習と数学の高次な能力の同時的な育成がどのようにしてなされるのか，その独自性を論じる．

第 4 章にてザンビアの教育内容と本質的学習環境の関連性とその援用可能性を論じるため，本章ではザンビアの文脈には触れず，ドイツの文脈における本質的学習環境に焦点づけて整理する．

3－3－1. 本質的学習環境に関する理論的考察

本質的学習環境はドイツの数学教育学者である E.Ch.Wittmann が中心となって研究開発されてきた．Wittmann はこれまでに本質的学習環境とその理論的基盤に関する多くの論文（Wittmann, 1984; 1995; 2001a; 2001b; 2004; 2005; 2006; 2007）を発表している．Wittmann は理論とともに，本質的学習環境の設計をはじめとする実践的研究を実施し，その成果である数学の教科書『数の本（Das Zahlenbuch）』（Wittmann and Müller, 2000）も出版した．この数学教科書はドイツ内外で好評を博し，ドイツの全州はもとより，近隣諸国においても使用されている．日本でも本質的学習環境は数学教育学者の関心を引き，関連する研究が数多くなされてきた．日本の研究については後述する．

さて，具体的な本質的学習環境について述べる前にその前提となる Wittmann の数学観，数学教育観を網羅しなければ，木をみて森をみずということになりかねない．したがって，まず本質的学習環境をとりまく理論的側面について整理する．

3－3－1－1. Wittmann の数学教育観

結論を言えば，本質的学習環境は Wittmann が考える理論を具現化した教授単元であり，また同時に理論的概念でもある．その数学教育観は Wittmann（1995; 2001a）に詳しく，理論と実践の乖離，デザイン科学，パターンとしての数学，MATHEMATICS と mathematics など広範に及ぶ理論が論じられている．

(1) プロジェクト mathe 2000

本質的学習環境と関連がある本プロジェクトにおいて最初に触れておきたい．mathe 2000 は数学教育の発展を求めるドイツの学校教育を対象にした研究プロジェクトである[14]（Wittmann, 2004）．プロジェクトでは全体論的アプローチ[15]による幼児教育から高等教育に渡る数学教育のカリキュラム開発と，数学の授業開発研究が実施されている．

mathe 2000 において，数学教育学はデザイン科学としてとらえられ，次の三点が主要な活動である．それらは，(1)本質的学習環境とカリキュラムのデザイン，(2)授業における生徒の思考とコミュニケーションに関わる実証的研究，(3)教師教育を含む実践的活動を関連づけた実施，である．

また，mathe 2000 は過去の数学教育の知見や蓄積を踏まえて，認識論的視点，社会，心理学的視点，実践的視点，生命論的視点により展開されている．具体的にはガイドラインとしての数学の基本的考え方（認識論的方向性），構成的，社会的プロセスとしての学習（社会心理学的方向性），学習プロセスを組み立てるような指導（実践的方向性），教師との協力，連携（生命論的方向性）である（Wittmann, 2004）．

Dewey の資本主義社会における教育の位置づけと社会的実践，Kuhnel の「指導と受容」から「組織化と活動」の転換（Wittmann, 2001a; 2001b），Piaget の発生的認識論，生徒の構成的活動，Freudenthal の人間の活動としての数学，がこれらの視点の基盤となっている（國本, 2006d）．

これらの思想的基盤にもとづく mathe 2000 の基本方針は，(1)数学の基本的アイデアと教材の焦点づけ，(2)活動的－発見学習と社会的学習，(3)学習過程の組織化で

14　mathe 2000 のホームページ http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/mathe2000/neu.html にプロジェクト開始と発展について記されている．

15　高橋（1996）によれば 1926 年に哲学者スマッツがホリスティック（全体論的な）という用語を用い，「ある部分をいくら積み重ねても，決して全体には到達できない．なぜならば，全体は部分の総和よりもはるかに大きなものだからである」（高橋，1996，p.22）と述べた．國本（2001）によれば全体論的アプローチの重要な点は次の三点に集約される．(1)最初に学習内容の全体像を与え，常に学習内容を関連づけ，最後に学習過程を振り返ること，(2)教科を超えた，数学の領域での，問題レベルでの学習内容の強い関連づけ，(3)斬新的シェマ化，とよばれる多様なコースによる学習である．

ある教授，(4)実践との緊密な関係の四つである（Wittmann, 2004）.

(2) デザイン科学としての数学教育学

Wittmann は，数学教育学はデザイン科学であるととらえている（Wittmann, 1995）. デザイン科学はサイモン（1969）による科学のとらえ方で，もともとは科学として認識されていなかった経営論を理論化するための概念であった. サイモンは自然現象を対象とした自然科学とは一線を画する，人為性のあるものや現象を研究する学問をデザイン科学と規定した. 自然科学が自然を読み解く論理体系の確立をめざしているのに対して，デザイン科学は物体，現象が如何にあるべきかについて探究する科学である，とサイモンは位置づけた.

この認識のもと，サイモンは自然科学とデザイン科学を明確に区別した. サイモンは人工物を「自然と人間の関係を踏まえ，人間のある種目標や目的を適応するものである」（サイモン, 1969）と説明している.

またサイモンは「思考活動や問題解決行動に含まれている他のいっさいの事柄は，ー経験を通じて学びとられ，デザイン上の改善策をみつけることによって次第に改良が加えられていくという意味でー人為的である.」(サイモン, 1969, p.99) と述べ，人工物の改変をめざす行為を探究する過程がデザイン科学の核心であると主張した.

サイモン（1969）によるドイツの工科学校の例を挙げ，Wittmann（2004）はサイモンに次のように賛同した.

《人工物に関して指導を行うことが技術学校に科せられた仕事である. つまり，どのように期待される特性を有する人工物を作り出すのか，どのようにデザインを行うのかといったことである. 人工物が特に有する特徴は，その人工物の内部にある自然法則と, 外部にある自然法則の間にある, 微妙な共通領域内にみられる. 人工的な世界は，その内部環境，外部環境の境界にある共通領域内の中心に位置しているのである. それは内部環境を外部環境に適合することにより目標を達成することに関連している. 人工物に関する研究は，環境への手法を適合させる方法であり，それはデザインそれ自身の形成過程が中心に置かれている》

（Wittmann, 2004, p.3）

さらに Wittmann（2004）は数学教育学がデザイン科学であることの二点の根拠を挙げている. 第一に教育は社会発展の条件として欠かすことはできず，医学や工学などの応用性を持つ学術分野と同様に科学的基準のうえに成立していること，第二に数学は社会でいとなまれる教育の中心に置かれていることを指摘している.

数学教育学をデザイン科学だとみなせば，サイモンが述べた人工物は数学教育に

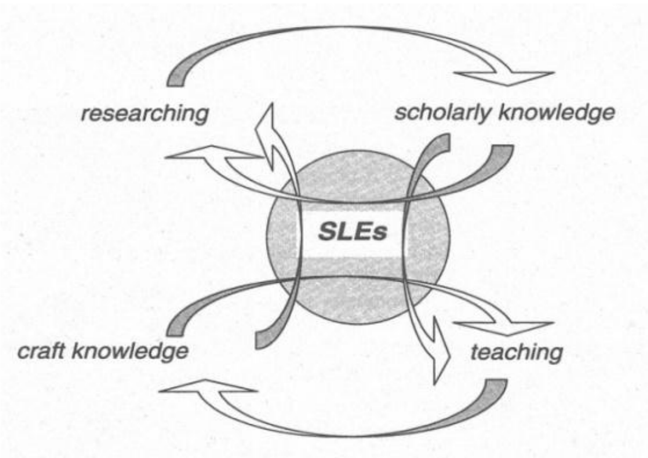
おいて本質的学習環境であると Wittmann（2004）は断言し，内部，外部環境に関してはそれぞれコアと関連分野という言葉を対応づけた．数学教育学のコアに関して Witmann（1995）は明確に述べるかわりに，次のコアの構成要素を挙げた．

(1)数学的活動の分析と思考の数学的方法の分析
(2)数学化する，問題解決する，証明と実践的な技能に関しての局所的な理論の発達
(3)生徒が学習しやすい内容の探究
(4)数学指導の一般的目標を考慮した内容の批判的検証と正当化
(5)学習の前提と学習指導の過程に関する研究
(6)本質的教授単元，教授単元の類，カリキュラムの開発と評価
(7)授業の計画，指導，観察と分析に関する方法の発達
(8)数学教育史　（Wittmann, 1995, pp. 356-357）

(6)に注目すれば, 本質的学習環境の前身である本質的教授単元, 教授単元がある．Wittmann（2001a）は「本質的学習環境の設計は算数，数学教育のまさに中心に位置づけられるべきである．研究，開発，教師教育は組織的なかたちで本質的学習環境と意識的に関連づけられねばならない」と強調した．つまり本質的学習環境の開発や実施は数学教育の核に位置づけられているといえる．

また，ほかの七つの構成要素に言及すれば授業での学習，指導と授業を基盤とした実証的研究の必要性を Wittmann は主張し，そのなかで実践的側面を意識している．

Wittmann はこの実践と理論との健全な関係性を図３－１にあらわしている．



（出典）Wittmann（2001a），p.5

図 3－1：本質的学習環境による理論と実践の生命論的関係

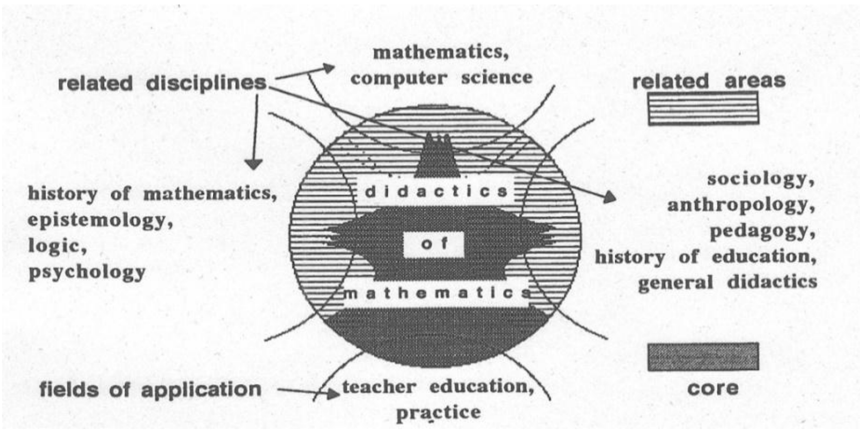
さて Wittmann は数学教育の理論と実践の乖離に対して危機的意識を持っており，図 3－1 に示すように本質的学習環境がコアとして数学教育の理論と実践の溝を埋める可能性を有しているという．

《理論，実践間の強力で持続できる体系的な相互作用を組織するために，我々は共通のコアーそれは数学と数学教育と同じように理論と実践が分けられず，お互いが関連し合って浸透しあうものーをみつける必要がある．本質的学習環境はこの目的をきわめて自然に有している．》

（Wittmann, 2001a, p.4）

この記述から本質的学習環境は理論を実践の関係を活性化させ，緊張関係を有しながら相互関連させることで，数学教育学の発展や深化へ貢献する，と Wittmann がみなしていると解釈できる．

コアと外部関係について話を戻すと，外部環境が関連学問分野であることに対して，数学教育学の学問的基盤に数学，教授法学，教育学，社会学，心理学といった周辺学問領域が密に関連していると Wittmann は認めている．そのコアと関連学問領域の関係を図 3－2 に示した．



（出典）Wittmann（1995），p.357.

図 3－2 ： 数学教育学のコアとほかの関連学問領域の関連図

しかしながら，ほかの学問領域の方法を完全に模倣して数学教育に適用し続ければ，数学教育の学問的発展は妨げられると Wittmann は考えている．他領域と数学教育の微妙な緊張関係を持続させながら，コアを充実させることで数学教育の独自性が守られ，それがひいては数学教育が学問として確立することにつながると氏は

考えている．

デザイン科学という位置づけの数学教育において，本質的学習環境はコアの構成要素であるとされる．さらに数学教育内における理論と実践を接合するかなめとして本質的学習環境はとらえられており，Wittmann の論における本質的学習環境の重要性が際立っているといえる．

3−3−1−2. Wittmann の数学観

数学教育において数学が重要な位置を占めていることに Wittmann は同意しており，数学教育における数学観に対しても明確に所論を展開した．その代表的なものがパターンの科学としての数学，MATHEMATICS と mathematics である．

(1) パターンの科学としての数学

Wittmann（2007）は数学をパターンの科学としてとらえている．パターンの科学としての数学はブルバキの構造主義が興隆した時代以後の数学者たちに広く支持されている見方である．

Wittmann は数学が教育的文脈のなかでどのような意味を見出すのかについて，「Play（やってみる)」ことであろうと述べた．数学教育において Dewey に影響を受けたと思われる「なすことによって最もよく学ぶ」という言説が重要であるとしたうえで，パターンの科学としての数学ではパターンの発見，探究，説明，応用が行われなくてはならないと強調し，その探究の根幹に証明を重視した．

Wittmannはこれ以上パターンの科学としての数学について説明していないため，Wittmann が参照したデブリン（1995）やスティーン（2000）より解釈をおこなう．

デブリン（1995）は数学の全体的な構造について次のように述べている．

《最初の単純化は，キーとなる概念を確定し分離することである．つぎに，関連するパターンを発見し，追究して，これらの概念をどんどん深く分析する．公理化を試みる．抽象化のレベルを上昇させる．定理を定式化し証明する．数学の他の分野とのかかわりを推察し，そして明らかにする．他の数学分野とのさらなる類似性の発見，あるいはほかの数学分野とのかかわりの発見に努めつつ，理論を一般化する》

（デブリン，1995，p.332）

つまり数学的いとなみはパターンの発見やその探究から始まり，証明することに繋がっていく．また，デブリンによれば数学者たちは数，形，運動，行動などのパ

ターンを含む抽象的なパターンの研究をおこなっている．ここでいうパターンは狭義な意味ではなく，現実的，空想的，視覚的，心理的，静的，動的，質的，量的といった広義の性質を指し，パターンは人間の世界，時空そして精神世界からも生まれる，とデブリンは述べた．

スティーン（2000）も同様に数学はパターンの科学であり，数学は変化し続けていることを強調し，われわれの社会の様々な面で応用されていると指摘した．スティーン（2000）は数学を次のようにとらえている．

《数学は，あらゆる種類のパターン—自然界に現れるパターン，人間の精神によって発明されたパターン，ほかのパターンからつくられたパターンーを理解しようとする探究的科学である.》

（スティーン，2000，p.13）

さらに，数学を教育的視点からとらえ，多様なパターンに生徒が出会うような環境を作りだすことで生徒は多様性，規則性，相互関連性などを育てられるとスティーンは述べた．パターンの科学として数学をとらえ，生徒がパターンをみつけ，探究することが数学教育で求められているとスティーンはとらえている．

総じてパターンの科学として数学をみなすことによって，数学教育ではパターンに関連する探究，発見，証明といった学習が重視されていると考えられる．

(2)MATHEMATICS と mathematics

Wittmann（1995）はパターンにまつわる一連の学習を数学教育でも重視するべきであると考えている．しかし「専門的で難易度が高い数学を学ぶべきである」という言説には賛同していない．Wittmann（1995）は学校教育で学ぶべき数学はMATHEMATICS であるとし，数学者が学ぶ専門的な数学（mathematics）と区別した．人間の行為としての数学的な活動を，認知における自然で独自的な要素としてとらえる視座にもとづき，本質的な数学は数学的プロセスに関連づけられるとして，高次な能力は欠かせない数学の能力であると Wittmann は述べた．

また mathe2000 では MATHEMATICS の学習を通して生徒がどのような能力をつけるのかを示した．生徒が達成すべき目標は一般的学習目標（allgemeine Lernziele）と内容的学習目標（inhaltliche Lernziele）の相補的達成である（Wittmann, 2004）．内容的学習目標とは知識と技能の習得をめざすもので，一般的学習目標は「数学化する（Mathematisieren）」,「探究する（Explorieren）」,「理由づける（Argumentieren）」,「コミュニケートする（Formulieren）」の四点である．

これらは Wittmann の師である Winter（1984）が，数学をおこなうために必要な基本的要素として掲げたものである（Winter, 1984; Wittmann, 2005）. Wittmann（2004）によれば「数学化する」とは現実状況を数学言語に翻訳し，数学的に解決し，結果を現実状況で解釈する能力，「探究する」とは，状況を実験的に探究し，関係や構造を発見して発明する能力，「理由づける」は，数学的事態を理由づける能力，「コミュニケートする」とは数学的事態を観察，考察，理由づけ，評価して口頭と筆記で表現する能力を指している.

すなわち MATHEMATICS は人間の自然な活動を指し，MATHEMATICS の学習目標として一般的目標，内容的学習目標が設定された．一般的目標のなかに四つの高次な能力が位置づけられ，内容的学習目標には数学的知識や技能の習熟が含まれていた.

そして，前述までの議論を振り返れば MATHEMATICS が本質的学習環境によっておこなわれうることを Wittmann が想定していることは想像に難くない.

3－3－1－3. わが国における本質的学習環境の先行研究

日本でも Wittmann の論に影響をうけ，教材開発や単元開発といった実践的研究だけではなく，國本や山本による理論的考察もなされている[16]．特に國本は Wittmann の数学教育論を本質的学習環境の事例とともに紹介し，その理論的，方法論的考察をおこなってきた（國本, 2001; 國本, 2003; 國本, 2004a; 國本, 2010）. また國本（2004b; 2005; 2006a; 2006c; 2007; 2009a）は日本の算数，数学教育を批判的にとらえ，Wittmann と同じく「行動主義，機械論から生命論へ」という所論を展開している.

本質的学習環境にもとづいた教材開発および授業は鈴木，重松，日野（2003）を皮切りに，中学校の数学を対象にした米田（2005; 2006a; 2006b; 2007; 2009）や小学校の入門期を対象にした宮脇（2009a; 2009b; 2010），中平（2004）によって実施されている．それらの実践的研究を整理したものが表 3－2 である.

16　これらの先行研究に関しては参考資料 3－1 から 3－4 に整理した.

表 3－2：本質的学習環境の実践的研究

番号	著者名	タイトル	用いたSLEやWittmannの原理	内容
1	鈴木(2002)	本質的学習環境に基づいた教材の研究 ―活動的･創造的数学教育を目指して―	教材の紹介	本質的学習環境の特性や教授単元について述べ，日本の数学教育への示唆を行った．
2	鈴木，重松，日野(2003)	本質的学習環境に基づく教材の実践的研究	生命論的パラダイム 数の石垣	数の石垣の実践調査を行い，子どもの主体的･能動的な算数活動がパターンの発見によって生じること，本質的学習環境が学習の個人差にも対応していたこと，数学が苦手な子どもへの配慮が見られた．
3	宮脇(2009a)	入門期の算数科教育の学習環境の研究 ―第1学年の1学期における｢20までの数｣の導入―	両面おはじき 20シート	20までの数を導入する学習環境をデザインし，子どもの変容を述べた．
4	宮脇(2009b)	入門期の算数科教育の学習環境の 研究開発Ⅱ	両面おはじき 20シート	2倍になるたし算を用いた学習環境の開発を行い，授業実施した．.子どもの授業での反応やノートの記述からこの授業の有効性を述べた．
5	宮脇(2010)	入門期の算数科教育の学習環境の研究開発 -第2学年における｢半筆算｣の意義-	半筆算	筆算の計算方法を豊かにし，計算の意味を考える半筆算を実施した．正答率や子ども解決法，授業内容を示しながら，子どもは計算技能･計算の意味を考えることができた．
6	米田(2005)	｢本質的学習環境｣としての算数･数学授業の実践的な研究 ―｢美しいパターン｣の中学校1年生の ｢文字と式｣における活用―	美しい包み	美しい包みを基に｢碁石並べ｣という教材を開発し，実践授業を行い，｢文字と式｣における学習教材となることを授業中の生徒の様子から明らかにした．
7	米田(2006a)	｢本質的学習環境｣としての算数･数学授業の実践的な研究 ―｢盗賊と財宝｣の中学校1年生の ｢正負の数｣における活用―	盗賊と財宝	盗賊と財宝を改良して，正負の数の教材開発をした．その結果，子どもが主体的に計算練習する機会を与え，本教材の柔軟性が示された．
8	米田(2006b)	｢計算の鎖｣を活用した中学校における 教材開発	計算の鎖	計算の鎖を活用して，授業を行い，本教材の意義を確認した．子どもが主体的に学び，規則性を発見し，理由づけを行った．
9	米田(2007)	｢活動的･発見的学習と社会的学習｣に基づく算数･数学の教材開発 ―多角形の内角･外角の和の教材を中心に―	アメリカズカップ (『mathbu.ch』から)	多角形の内角･外角の和に関する教材を開発･実施し，子どもの活動を述べることで，授業の有意義性について確認した
10	米田(2009)	｢指導デザイン｣をもとにした三平方の定理の 教材に関する実践的研究	三平方の定理	三平方の定理の指導デザインを用いるために，ワークシートを作成し，授業を行った結果，Wittmannの数学脅威材開発の指導原理が有意義であることを確認した．
11	下田，宮脇(2009)	本質的学習環境に関する実証的研究 ―SOLO Taxonomyを用いた授業分析を 通して―	たけのこ数	山本が開発した｢たけのこ数｣が本質的学習環境であることを示したうえで，パイロット授業に関してSOLO Taxonomyを用いて学習者の反応の質を分析した．その結果｢関係づける｣段階の萌芽が生徒の活動から示された．
12	中平(2004)	どのように子どもたちは 学校で数学を学ぶのか･2 ―｢美しい包み｣｢美しい包み？｣からの検討―	美しい包み	『数の本』の｢美しい包み｣の構成や内容について確認した後，授業実施の際の児童の問題づくりと気づきについて考察を行った．

（出典）筆者作成．

これらの実践的研究はドイツで用いられている「本質的学習環境」を日本の学校や学年の実情に合うように改良，再構成されて授業で実施された場合と，「本質的学習環境」の理論や教授原理を基盤にして，新たに独自の教材開発をおこなった二つの場合がある．

前者の例として鈴木，重松，日野（2003）では，本質的学習環境の「数の石垣」を扱った際の児童の変容について，3 名の児童の活動段階の変遷を述べ，計算練習とともに探求活動がおこなわれたことを実証した．また宮脇（2009a；2009b）は本質的学習環境の学習シートの記述や授業中の児童の発言を拾いあげ，児童の変化について質的に述べた．後者の例は米田（2007; 2008）がある．

これらの研究の方法や内容は本研究にも示唆を与えてくれる一方で，各研究において生徒の認知的変容や教師の指導の変化に関する考察よりむしろ，生徒が数学を楽しむ姿や主体的に学習にとりくむ姿が描かれている．この傾向は「数学嫌い」,「数学離れ」が問題視されている日本の数学教育をとりまく状況から，当然であるといえる．また数学における生徒の変容や教師と生徒の関わりに関して，日本では既に数多くの研究が蓄積されており，生徒の学習意欲や数学に対する態度面の改善がとりくむべき問題であることのあらわれであると考えられる．

3－3－2. 基礎的能力と高次的能力の同時的達成

3－3－2－1. 本質的学習環境の特徴

本質的学習環境は教授単元，本質的教授単元，本質的学習環境と名を変えた経緯が確認できる（Wittmann，1984; 1995; 2001a）[17]．教授単元は，数学教育学において数学をおこない，学習過程を経験し，指導を計画，実行，分析する機会を与えてくれるものとして示され，主に教師教育の中心として位置づけられていた（Wittmann，1984）．その後，教授単元が本質的教授単元として提示された（Wittmann，1995）．「本質的」とは，「数学的に本質的」という意味で用いられている．その定義は明確には示されていないが，1995 年に述べられた本質的教授単元の特性を踏襲して，最終的に本質的学習環境の次の四つの特性が示された．

《(1)「本質的学習環境」はある段階の数学指導の目標，内容，原理をあらわす．

(2)「本質的学習環境」はこの段階を越えた重要な数学的内容，過程，手順と関連しており，数学的活動の豊かな源である．

17　鈴木（2002）は本質的学習場の性質を有する指導，学習単元は教授単元（Unterricht Beispiele 独，Teaching Unit 英）とよばれ同義的に扱われると指摘したうえで，本質的学習場を教授単元を包括する思想としてとらえた．

(3)「本質的学習環境」は柔軟で教室の特別な状況に適応しうる．

(4)「本質的学習環境」は数学的，心理学的，教育学的側面を統合し，実証的研究への豊かな場を形成する．》

（Wittmann，2001a，pp.365-366）

各特徴の詳しい説明はないものの，(1)は本質的学習環境は目標，内容，原理を内包していることがしめされ，(1)は学習指導に関わる特徴だと考えられる．(2)は数学性をあらわしており，その特徴はある学年や学習段階で求められるもの以上の構造を内包している発展性がしめされている．ここから，本質的学習環境の探究は，数学的構造を探究しつづけることであると考えられる．(3)には教室における多様性に対応したその柔軟性がしめされ，(4)は研究と実践の連携を可能とする点が強調されている，と考えられる．

Wittmann（2005）は(1)，(2)について本質的学習環境がカリキュラムや初等数学に根ざしていながらも，それがある段階を越えたアドバンスな視点も含んでいること，(4)は本質的学習環境が指導や学習の過程を包括的方法で反映する，と述べた（Wittmann, 2005）．

また，本質的学習環境をデザインする際に，次の流れが重要であるとしている．まず，探究の出発点は常に現実もしくは数学的な状況であること，次にこの状況が数学化され広義な数学的な枠組みに埋め込まれる．さらにパターンをみつけたり解をみつけたりする活動のなかで，生徒たちはみえてきた構造を実験的に探究していく．生徒がパターンをみつけた場合は，次にそのパターンや解を説明したり妥当であることを示す．そして最後にそれらの結果を口頭もしくは文章によって話し合う数学をおこなう（Wittmann, 2005）．

このように本質的学習環境の学習ではその数学的構造を探究することと，数学と現実が関連づけられる応用的な側面が重視されている．この二つはそれぞれ構造指向と応用指向という用語で表される（cf : Treffers, 1993）．Wittmann（2009）は構造指向的側面と応用指向的側面に関し，一方のみの強調は数学教育の失敗を招くと警鐘を鳴らしており，二つの相補的達成をめざしている．

3－3－2－2. 生産的練習(produktive Übungen)の原理

Wittmann らが開発した教科書『数の本（Das Zahlenbuch）』(2000) は mathe2000 の研究成果であり，数の石垣（Zahlenmauern），計算三角形（Rechendreieck），美しい包み（Schöne Päckchen）といった本質的学習環境が数多く導入されている．
本質的学習環境は，生産的練習という原理のもと，数学的構造の学習と計算練習を

目的に提示されている．

生産的練習はドリルや単純な反復練習とはかけ離れたものである．1960 年代から 70 年代におけるカリキュラム開発プロジェクトは，数学の基礎的能力を軽視したために失敗に終わったと Wittmann（2005; 2006）は述べ，基礎的能力の重視を mathe 2000 の重要項目に掲げた．基礎的能力や技能の育成には練習や反復が必要で，Wittmann もこの点については賛同している．

しかし生命論的立場から，伝統的な反復の「ドリルと練習」といった方法的側面を機械論的だとして，氏は強く批判している．そしてこれまでの構成主義的立場から教え込みやドリルといった練習が否定され，数学学習に練習が不要であるという論に対しても，批判している．

Wittmann（2005）は「数学ができるようになる」には基礎的技能の習熟が必要不可欠であるという立場を示したうえで，練習が数学教育で不要なのではなく，練習の方法が問題であるとして，伝統的な練習に代わるものを考案した．その下地になったのは Winter（1984）による「技能育成の練習が発見による学習原理によっておこなわれる」という考え方であった[18]．基礎的な技能を育成する練習のなかに，発見したり説明したりする数学的活動を埋め込む，という練習に対する発想の転換を Winter（1984）は示した．

Wittmann（2005）は生産的練習の基本的考え方として「技能を練習するために適切な数学的パターンが文脈として使われる」を挙げ，「常に新しい観点のもとで，常にほかの教材と結びつき，常に新しい関連，他の応用のもとで，常により大きな問題のもとでの練習－ここに練習の秘密がある」という原理を，練習をとらえる基盤とした（Wittmann, 2005）．生産的練習においては計算技能の習熟とともに，本質的学習環境にある構造を探究させ，数のパターンを探したり，法則を発見したりする機会が生徒に与えられる．

國本（2003）によれば練習は，導入のための練習と構造化された練習を経て，習熟のための練習に至る．生産的練習は構造化された練習に相当し，生産的練習では対象を組織的に変形させて，そのなかから新しい規則性を認識したり，新しい知識を獲得する学習も埋め込まれている．そしてこの生産的練習によって基礎的能力と高次的能力が統合されると Wittmann（2004）は述べている．

18　Winter（1984）は練習の原理として(1)「問題指向の練習の原理（Prinzip der Problemorientierung des Übens)」，(2)「操作的練習の原理（Prinzip des operativen Übens)」，(3)「生産的練習の原理（Prinzip des produktiven Übens)」，(4)「応用指向の練習の原理（Prinzip des anwendungsorientierten Übens)」の四点を主張した（cf：國本，2006d；下田，2010）．

この基礎的な技能と高次的能力は Wittmann の言葉を借りれば，内容的学習目標（知識の習得や技能の習得，習熟）と一般的学習目標（数学化する，理由づける，探究する，コミュニケーションする能力の育成）にあたる（Wittmann，2006）．Wittmann はこの二つの目標は独立した学習場面で達成されるべきではなく，同時的に育成できるものであり，またそうすべきであると主張している（國本，2006）．

3－3－2－3. 本質的学習環境の例

ここでは本質的学習環境の代表的なものとして数の石垣をとりあげ，その特徴，構造，学習内容を説明する．数の石垣は國本（2004a; 2006; 2007），山本（2010），鈴木，重松，日野（2003）でとりあげられ，計算学習帳（山本編，2006; 山本，2008）も編集されている．『数の本』において数の石垣は図 3－3 の形で導入されており，そのルールは「隣り合う二つの石垣の和が上に置かれた石垣の数になる」である．

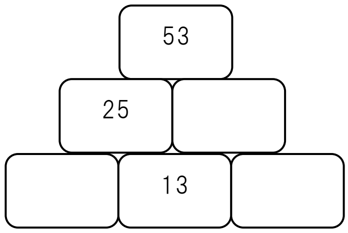
（出典）『数の本』(2000)，p. 52.

図 3－3 :『数の本』における「数の石垣」の導入部分

ここで数の石垣を用いて計算の練習が意図されている．それだけではなく，次に挙げる特徴を数の石垣は有している（cf : Wittmann, 2007）．

(1) 加法と減法の関連性

図 3－3 下部には加法に関する数の石垣の問題を示した．このあと直ちに石垣の空白の位置を変えて問題が提示されることによって，減法が導入される．数の石垣の計算練習は加法と減法が別々におこなわれるのではなく，関連づけて学習される（図 3－4）．



（出典）筆者作成.

図 3－4：加減の石垣

この加法と減法を同時におこなう背景には全体論的，生命論的アプローチがある．これは加法と減法を切り離して個別に生徒に与えるのではなく，最初に全体を与えて相互の関連を学ぶことが重要である，という視座を指す．

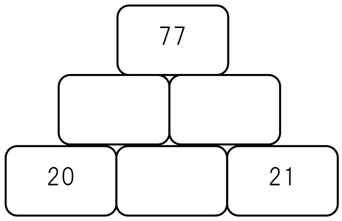
國本はこれを全体論的アプローチの方法論の一つとして「最初に学習内容の全体像を与え，常に学習内容を関連づけ，最後に学習過程を振り返る」と述べている（國本，2004，p.9）．生命論は「『全体は部分の総和として認識できず，全体としての原理的把握が必要である』という認識に立ち，『部分相互や部分と全体とを常に関係づける』こと」（國本，2001，p.7）とされており，ここに加法と減法を関連づける視座が反映されている．

⑵計算練習の習熟の場

図 3－4 の学習場面では，生徒は何度も試行錯誤をおこない，計算練習を知らずしらずのうちにくりかえす．その結果計算の習熟がなされる．これは意味のない機械的な練習の反復を避け，石垣の数を埋める目的を達成するためにおこなった計算が，習熟へと繋がることが意図されている．ここにも，Wittmann の練習に対する方法論が反映されている．

⑶生徒の学習差を考慮した豊かな構造

図 3－5 の石垣では，試行錯誤で問題を解くことが求められている．生徒のなかには，構造上の特徴「一番下の段の真中の数は，頂上の数から両底の数を引きそれを 2 で割ったものと等しくなる」をみつけ，計算によって答えを求める生徒もいる．



（出典）『数の本（Das Zahlenbuch）』（2000），第 2 学年，p.75 より抜粋.

図 3－5：試行錯誤の石垣

ほかにも，数の石垣において様々な構造が探究される場面が設定される．たとえば，石垣の底辺の数を 3，3，3 もしくは 4，4，4 と固定するときの頂上の数について探究したり，三つの数字カードを用いた時にいくつの石垣を作ることができるのか，その理由づけを議論する場を設定することが可能である．つまり，生徒の多様性に合わせた学習が設定され，計算練習と高次な学習が有機的に連関する．

(4) 計算の習熟と高次的な能力の同時的育成

生産的練習において計算の習熟や練習は本質的学習環境のなかでも重要で，同時に，推論，話し合いにより数学的な視点や考え方の育成も必要だとされている．本質的学習環境は豊かな数学的構造を有しているために，計算練習をしながら生徒が自由に数のパターン性に気づき探究し，理由づけや話し合う学習活動をおこなうことが想定される．

(5) 生徒の自主性や自由性の保障

本質的学習環境をおこなう際には生徒たちが望む方法で解くことが保証されている．図 3－4 では加減が同時に導入され，生徒が減法の部分を解く場合に□＋13=25 のように数を補う補加法として解く場合も認めており，生徒が自由な選択のもと計算することが奨励されている．

問題の答えを生徒自身が確認できる特性も有している．数学の授業ではややもすれば教師が生徒の解答の正誤を確認する，受け身な学習におちいりやすい．しかし数の石垣の場合は計算をくりかえしおこなうことで，頂上の数が正しい答えか否かを自分たちで確認できる．

そのほかにも，数の石垣ではすべて空白の石垣を与えて，そこに数を入れて完成させる学習が設定される．数学の問題が教科書や教師から与えられるものではなく，生徒自身で作り出すことができるという意識を生みだし，それが主体性の育成や探究する基盤をつくる布石にもなる．

(6)異なる学年間で使用可能

数の石垣は『数の本』では何度も登場し，大きい数や整数，小数，分数へと拡張される．ときに，計算の習熟場面や単元末の問題としても扱われ，構造を探究したり理由づけをおこなう場面でも使われる．第 1 学年ではおはじきや数字カードを用いて操作的な学習に使用でき，拡張すれば正負の数や文字式，方程式を使用した練習問題や，数学的構造やパターンを探究する高次な問題を与える学習にも使用できる．

【本質的学習環境の総括】

本質的学習環境は生徒の主体的な学習と健全な数学像を育成するために開発された教材群で，その基盤には教育理論や数学教育学の知見が活かされている．

本質的学習環境では一般的学習目標（知識と技能の習得）と内容的学習目標（数学化する，探究する，理由づける，コミュニケート（表現）する）の達成をめざしている．具体的には計算練習に埋め込まれた構造を探究することで，内容的学習目標の育成がなされる．第 2 節における四則計算に関する研究とは異なり，二つの異なる学習目標を同時に達成するのが本質的学習環境の独自性だと考えられる．

3－3－3. 第 3 章の総括

本章では本研究でおこなう授業開発に先行研究の知見を参考にすることを目的としてレビューをおこなった．

【授業開発研究について】

アフリカの授業に関する研究からは教師中心で一問一答がなされる授業の現状が明らかになったものの，教科教育の視座から生徒の学習過程や授業でのやりとりを論じた研究はほとんど存在していなかった．

授業開発は近年注目されるようになってきたカリキュラム開発の一つのあり方で，「計画－実施－評価」のサイクリックないとなみを含むことが確認された．また，授業開発研究において計画と実施部分により焦点が置かれていた．しかし，岡崎（2005）の授業開発研究においては教師，生徒，教材の相互作用に焦点づけて評価における詳細な分析がおこなわれていた．

【基礎的能力における四則計算について】

第 2 節では四則計算に関する先行研究を日本と海外のものに分けて論じてきた．

近年の日本の数学教育研究においては整数の四則計算に関する研究よりも，分数

や小数の計算に関する研究が実施され，アルゴリズム習得のみをめざすものではなく，計算練習を通してコミュニケーション能力の向上を育成する目的のもとおこなわれていた．また，計算の意味，理解が重要視されていた．日本のこれらの研究は学習指導要領に影響を受けていた．

次に他国の数学教育研究に目を向けると，これまでに四則計算の各演算が研究対象とされ，多岐に及ぶ計算方略に関する研究が実施されていた．構成主義的視座による計算の意味に即した計算方略の解明，モデル化，認知的側面や社会文化的背景と計算方略の関係といった知見を整理した．

近年の計算に関する研究では構成主義の視座から，計算の方略に関する豊かな知見が蓄積されていた．なかでも本質的学習環境は計算練習をしながら，そのほかの高次な能力の育成を意図した教材であり，計算とそのほかの能力の同時的な育成が独自性として際立った．

これらの先行研究の知見を活かして，次章においてザンビアの文脈に合った授業開発研究を設定する．

第 3 章　引用，参考文献

安彦忠彦. (2003).『カリキュラム開発で進める学校改革』，明治図書.

Ackers, J., and Hardman, F. (2001). Classroom Interaction in Kenyan Primary Schools, *Compare: A Journal of Comparative and International Education*, 31(2), 245-261.

Anghileri, J. (2000). *Teaching Number Sense*, London: Continuum.

Anghileri, J., Beishuizen, M., and Van Putten, K. (2002). From Informal Strategies to Structured Procedures: Mind the Gap!, *Educational Studies in Mathematics,* 49, 149-170.

Arthur, J. (1996). Code Switching and Collusion: Classroom Interaction in Botswana Primary Schools, *Linguistics and Education*, 8, 17-33.

馬場雅史. (2005).「小数の乗法における意味の構成に関する研究」,『日本数学教育学会誌』, 87(4), 3-11.

Barmby, P., Harries, T, Higgins, S., and Suggate, J. (2009). The Array Representation and Primary Children's Understanding and Reasoning in Multiplication, *Educational Studies in Mathematics,* 70, 217-241.

Baroody, A. (1989). Kindergartners' Mental Addition with Single-Digit Combinations, *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 215-235.

Bell, A., Fischbein, E., and Greer, B. (1984). Choice of Operation in Verbal Arithmetic Problems: The Effects of Number Size, Problem Structure and Context, *Educational Studies in*

Mathematics, 15(2), 129-147.

Beishuizen, M.(1993). Mental Strategies and Materials or Models for Addition and Subtraction up to 100 in Dutch Second Grades, *Journal of Research in Mathematics Education,* 24(4), 294-323.

Beishuizen, M., and Anghileri, J. (1998). Which Mental Strategies in The Early Number Curriculum? A Comparison of British Ideas and Dutch Views, *British Educational Research Journal*, 24(5), 519-538.

Bloom, S. B. et al. (1956). *Cognitive domain*, New York.

Blöte, A. W., Klein, S. A., and Beishuizen, M. (2000). Mental Computation and Conceptual Understanding, *Learning and Instruction*, 10, 221-247.

Bobbitt, F. (1998). Scientific Method in Curriuclum-Making. In Flinders, J. D., and Thornton, J. S. (Eds.), *The Curriculum Studies Reader Third Edition* (pp.15-21), Routledge.

Bunyi, G. (1997). Multilingualism and Discourse in Primary School Mathematics in Kenya. *Language,Culture and Curriculum*, 10(1), 2-65.

Carraher, N. T., Carraher, W. D., and Shuliemann, D. A. (1987). Written and Oral Mathematics, *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(2), 83-97.

Carron, G., and Chau, T. N. (1996). *The Quality of Primary Schools in Different Development Context*, UNESCO.

Cleghorn, A., Merrit, M., and Abagi, J. (1989). Language Policy and Science Instruction in Kenyan Primary Schools, *Comparative Education Review*, 33(1), 21-39.

Craig, H. J., Kraft, R. J., and du Plessels, J. (1998). *Teacher Development: Making an Impact*, World Bank.

デブリン，K.（山下純一訳）(1995).『数学：パターンの科学－宇宙，生命，心の秩序の探求』，日経サイエンス社.

Eisner, W. E. (2009). Educational Objectives- Help or Hindrance? In Flinders, J. D., and Thornton, J. S. (Eds.). *The Curriculum Studies Reader Third Edition* (pp.107-113), Routledge.

af Ekenstam, A., and Greger, K. (1983). Some Aspects of Children's Ability to Solve Mathematical Problems, *Educational Studies in Mathematics,* 14, 369-384.

Ellerton, F. N., and Clarkson, C. P. (1996). Language Factors in Mathematics Teaching and Learning. In Bishop, J. A. (Eds.). *International Handbook of Mathematics Education* (pp.987-1033)*, Kluwer Academic Publishers*, Netherlands.

Fiori, C., and Zuccheri, L. (2005). An Experimental Research on Error Patterns in Written Subtraction, *Educational Studies in Mathematics*, 60(3), 323-331.

Fischbein, E., Nello, S. M., and Marino, S. M. (1985). The Role of Implicit Models in Solving Verbal Problems in Multiplication and Division, *Journal of Research in Mathematics Education*, 16(1), 3-17.

Foxman, D., and Beishuizen, M. (2002). Mental Calculation Methods Used by 11-Year-Olds in Different Attainment Bands: A Reanalysis of Data from the 1987 APU Survey in the UK, *Educational Studies in Mathematics*, 51(1/2), 41-69.

Fuller, B., and Snyder, W. C. (1991). Vocal Teachers, Silent Pupils? Life in Botswana Classrooms, *Comparative Education Review*, 35(2), 274-294.

Fuson, K. (1992). Research on Whole Number Addition and Subtraction. In Grouws, A. D. (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.243-275), Macmillan, New York.

Fuson, C.K., and Briars, J. D. (1990). Using a Base Ten Blocks Learning/Teaching Approach for First and Second-Grade Place-Value and Multi-digit Addition and Subtraction, *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), 180-206.

Gray, M. E., and Tall, O. D. (1994). Duality, Ambiguity, and Flexibility: A "Proceptual" View of Simple Arithmetic, *Journal for Research in Mathematics Education,* 25(2), 116-140.

Greer, B. (1992). Multiplication and Division as Models of Situations. In Grouws, A. D. (Ed.). Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp.276-295), New York: Macmillan.

Hardman, F., Abd-Kadir, J., and Smith, F. (2008). Pedagogical Renewal: Improving the Quality of Classroom Interaction in Nigerian Primary Schools, *International Journal of Educational Development*, 28, 55-69.

Hart, K. M. (1981). *Children's Understanding of Mathematics*, Murray.

Hope, A. J. (1987). A Case Study of a Highly Skilled Mental Calculator, *Journal of Research in Mathematics Education*, 18(5), 331-342.

Hope, A. J., and Sherril, M. J. (1987). Characteristics of Unskilled and Skilled Mental Calculators, *Journal of Research in Mathematics Education*, 18(2), 98-111.

Hunkins, P. F., and Hammill, A. P. (1994). Beyond Tyler and Taba: Reconceptualizing the Curriculum Process, *Peabody Journal of Education*, 69(3), 4-18.

Irwin, K., and Irwin, R. (2005). Assessing Development in Numeracy of Students from Different Socio-Economic Areas: A Rasch Analysis of Three Fundamental Tasks, *Educational Studies in Mathematics*, 58(3), 283-298.

石田純一，神田恵子，林真理恵．(2008). 「小数の乗除の演算決定および計算の仕方の指導に関する研究ー小数倍の意味と関係図の指導に焦点をあててー」，『日本数学教育学会誌』，90(8)，2-12

池谷拓人．(2009).「ザンビア後期基礎教育における数学科授業分析の研究－教師，生徒の言語活動を中心にー」，『国際協力研究誌』，15(1/2)，125-140.

石原純. (2008). 『生命倫理を視点とした高校公民科の授業開発』, 兵庫教育大学大学院連合学校博士論文.

市川啓. (2003).「割合の見方を育てる小数倍の意味指導」,『日本数学教育学会誌』, 85(12), 31-41.

Jackson, W. P. (1992). Conceptions of Curriculum and Curriculum Specialists. In Jackson, W. P. (Ed.), *Handbook of Research on Curriculum* (pp.3-40), Macmillan.

Jackson, W. P. (2009). The Daily Grind. In Flinders, J. D., and Thornton, J. S. (Eds.). *The Curriculum Studies Reader Third Edition* (pp.107-113), Routledge.

Kaasila, R., Pehkonen, E., and Hellinen, A. (2010). Finnish Pre-Service Teachers' and Upper Secondary Understanding of Division and Reasoning Strategies Used, *Educational Studies in Mathematics,* 73, 247-261.

木根主税. (2006).『ザンビア基礎学校における数学的活動に基づく授業展開の現状と可能性』, 広島大学大学院国際協力研究科修士論文.

岸本忠之. (2005).「小数の除法の授業における児童の数学的コミュニケーションを高める指導」,『日本数学教育学会誌』, 87(2), 2-10.

Klein, S. A., Beishuizen, M., and Treffers, A. (1998). The Empty Number Line in Dutch Second Grades: Realistic Versus Gradual Program Design, *Journal of Research in Mathematics Education*, 29(4), 443-464.

Kouba, L. V. (1989). Children's Solution Strategies for Equivalent Set Multiplication and Division Word Problems, *Journal of Research in Mathematics Education,* 20(2), 147-158.

向山宣義. (2006).「除法の意味理解の指導の課題と改善－小数, 分数の除法を中心に－」,『日本数学教育学会誌』, 88(6), 2-9.

國本景亀. (2001).「ドイツの算数, 数学教育の最近の動向」,『日本数学教育学会誌』, 83(9), 39-49.

國本景亀. (2003).「E.Ch.ビットマンの数学教育論について(Ⅱ)－問題解決能力の育成と技能の習得, 習熟を結び付ける」,『数学教育論文発表会論文集』, 36, 13-18.

國本景亀. (2004a).「E.Ch.ビットマンの数学教育論について(Ⅰ)－『数の本（Das Zahlenbuch)』を中心に－」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 10, 1-11.

國本景亀. (2004b).「行動主義から生命論（全体論）へ」,『日本数学教育学会誌』, 86(1), 1.

國本景亀. (2005).「行動主義から生命論へ立つ算数, 数学教育へ」,『日本数学教育学会誌』, 86(4), 25-26.

國本景亀. (2006a).「機械論から生命論へ（練習に焦点をあてて）－機械論的練習から生産的(創造的)練習へ－」,『日本数学教育学会誌』, 88(2), 12-19.

國本景亀. (2006b).「教員養成事始め」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 12, 1-11.

國本景亀. (2006c).「機械論から生命論に立つ算数, 数学教育－閉じた精神から, オープンな精神に基づく算数, 数学教育へ」,『数学教育論文発表会論文集』, 39, 13-14.

國本景亀．(2006d).『「全体論的」数学教育の理論と実践に関する研究』，平成 15－17 年度科学研究費補助金基盤（研究 C）研究成果報告書.

國本景亀. (2007).「生命論に立つ授業設計論(Ⅰ)」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 13, 15-22.

國本景亀．(2009a).「生命論に立つ数学教育学の方法論－自由で個性豊かな算数，数学授業を目指してー」，全国数学教育学会誌『数学教育学研究』，15(2)，1-15.

國本景亀．(2010).「E.Ch.ビットマンの数学教育論について(Ⅲ)－直観手段の開発：豊かな知識の構成のために：『5 の力』に焦点を当ててー」，全国数学教育学会誌『数学教育学研究』，16(1)，1-14.

米田重和．(2005).「『本質的学習環境』としての算数，数学授業の実践的な研究－『美しいパターン』の中学校 1 年生の『文字と式』における活用－」，『数学教育論文発表会論文集』，38，25-30.

米田重和．(2006a).「『本質的学習環境』としての算数，数学授業の実践的な研究－『盗賊と財宝』の中学校 1 年生の『正負の数』における活用－」，全国数学教育学会誌『数学教育学研究』，12，65-70.

米田重和. (2006b).「『計算の鎖』を活用した中学校における教材開発」,『数学教育論文発表会論文集』, 39，259-264.

米田重和．(2007).「『活動的，発見的学習と社会的学習』に基づく算数，数学の教材開発－多角形の内角，外角の和の教材を中心にー」，『数学教育論文発表会論文集』，40，409-414.

米田重和．(2009).「『指導デザイン』をもとにした三平方の定理の教材に関する実践的研究」，『日本数学教育学会誌』，91(1)，24-31.

町田守弘．(2008).「サブカルチャー教材による国語科授業開発論－学習者の興味，関心の方略をさぐる」，早稲田大学大学院博士論文.

Markovits, Z., and Sowder, J. (1994). Developing Number Sense: An Intervention Study in Grade 7, *Journal of Research in Mathematics Education*, 25(1), 4-29.

的場正美．(1990).「教科のカリキュラム開発理論」，『新版　カリキュラム研究入門』（安彦忠彦編），pp.157-179，勁草書房.

松原憲治．(2009).『ザンビアの理科教育に関する状況分析と授業分析法の開発』，広島大学大学院国際協力研究科博士論文.

溝上慎一．(2006).「カリキュラム概念の整理とカリキュラムを見る視点－アクティブ，ラーニングの検討に向けてー」，『京都大学高等教育研究』，12，153-162.

宮脇真一．(2004).「計算習熟と数学的な考え方の育成を目指す計算指導の授業開発研究」，『数学教育論文発表会論文集』，37，253-258.

宮脇真一．(2009a).「入門期の算数科教育の学習環境の研究開発－第 1 学年の 1 学期における『20 までの数』の導入－」，全国数学教育学会誌『数学教育学研究』，15(1)，61-67.

宮脇真一．(2009b).「入門期の算数科教育の学習環境の研究開発Ⅱ」，『日本数学教育学会誌』，91(6)，2-7.

宮脇真一．(2010).「入門期の算数科教育の学習環境の研究開発－第 2 学年における『半筆算』の意義

ー」，全国数学教育学会誌『数学教育学研究』，16(1)，65-71.

Moloi, F., Morobe, N., and Urwick, J. (2008). Free but Inaccessible Primary Education: A Critique of the Pedagogy of English and Mathematics in Lesotho, *International Journal of Educational Development*, 28, 612-621.

森才三，小原友行，池野範男，棚橋健治，鵜木毅，大江和彦，土肥大次郎，山名敏弘，和田文雄.（2008).「高等学校社会系教科における導入学習に関する授業開発の研究(Ⅱ)ー「世界史Ａ」導入単元の場合ー」,『広島大学学部・付属学校共同研究機構研究紀要』，36，339-348.

文部大臣官房調査統計課.（1975).『カリキュラム開発の課題』，文部大臣官房調査統計課.

文部科学省. (2008).『小学校学習指導要領解説　算数編』，教育出版.

Mulligan, J. (1992). Children's Solutions to Multiplication and Division Word Problems: A Longitudinal Study, *Mathematics Education Research Journal*, 4(1), 24-41.

Mulligan, J., and Mitchelmore, C. M. (1997). Young Children's Intuitive Models of Multiplication and Division, *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(3), 309-330.

Murphy, C. (2004). How Do Children Come to Use a Tought Mental Calculation Strategy?, *Educational Studies in Mathematics*, 56(1), 3-18.

中野博之. (2005).「問題解決型の授業における子どもの思考の様相－１年『繰り下がりのあるひき算』に焦点をあててー」,『日本数学教育学会誌』，87(4)，12-21.

中平晃. (2004).「どのように子どもたちは学校で数学を学ぶのか？－『美しい包み』『美しい包み？』からの検討ー」,『数学教育論文発表会論文集』，37，61-66.

Neuman, D. (1987). The Origin of Arithmetic Skills, *A Phenomenographic Approach*, Acta Universitatis Gothoburgensis, Göteborg.

Neuman, D. (1999). Early Learning and Awareness of Division: A Phenomenographic Approach, *Educational Studies in Mathematics,* 40, 101-128.

西之園晴夫. (2003).「授業開発の理論　社会的構成主義は授業設計の理論になりうるか？」,『日本教育工学会研究報告集』，2003(3)，95-98.

Nunes, T., and Bryant, P. (1996). *Children Doing Mathematics*, Oxford: Blackwell.

Nunes, T., Schliemann, D. A., and Carraher, W. D. (1993). *Street Mathematics and School Mathematics*, Cambridge University Press, Cambridge.

岡崎誠司.（2005).『変動する社会の認識形成をめざす小学校社会科授業開発研究　仮説吟味学習による社会科教育内容の改革』，広島大学大学院博士論文.

大西泰博，吉本美紀.（2005).「乗法の筆算をつくりあげる過程に見られる子どもの思考と様相」,『日本数学教育学会誌』，87(12), 2-10.

黄福涛.（2008).「大学カリキュラムの分析枠組みーカリキュラム研究の展開を手掛かりとしてー」,『広島大学高等教育研究開発センター大学論集』，39，15-31.

O-saki, K. M., and Agu, A. O. (2002). A study of Classroom Interaction in Primary Schools in the United Republic of Tanzania, *Prospects*, 32(1), 103-116.

Parlett, M., and Hamilton, D. (1977). Evaluation as Illumination; A new approach to the study of innovatory programmes. In Hamilton, D. (Eds.). *Beyond the Numbers Game* (pp.6-22), McCutchan.

Plunkett, S. (1979). Decomposition and All That Rot, *Mathematics in School*, 8(3), 2-5.

Pontefract, C., and Hardman, F. (2005). The Discourse of Classroom Interaction in Kenyan Primary Schools. *Comparative Education*, 41(1), 87-106.

Prophet, R. (1995). Views from the Botswana Junior Secondary Classroom: Case Study of a Curriculum Intervention. *International Journal of Educational Development*, 15(2), 127-140.

Rowell, M. P., and Prophet, R. (1990). Curriculum in Action: the 'Practical' Dimension in Botswana Classrooms. *International Journal of Educational Development*, 10(1), 17-26.

Rugg, H. (1947). *Foundations for American Education*, World Book Company.

サイモン，H．A．(1969).『システムの科学』，ダイヤモンド社.

佐藤学.(1985).「カリキュラム開発と授業研究」,『カリキュラム研究入門』(安彦忠彦編)，pp.88-122, 勁草書房.

佐藤学．(1990)．「カリキュラム研究と教師研究」，『新版　カリキュラム研究入門』(安彦忠彦編)，pp.157-179，勁草書房.

澤村信英．(2008)．「第 2 章　教育開発研究における質的アプローチ―フィールドワークから現実を捉える―」，『教育開発国際協力研究の展開　EFA（万人のための教育）達成に向けた実践と課題』(澤村信英編)，pp.27-47，明石書店.

Scheerens, J. (2000). *Improving School Effectiveness: Fundamentals of Educational Planning No.68*. UNESCO-IIEP.

Scribner, S. (1984). Studying Working Intelligence. In Rogoff, B., and Lave, J. (Eds.). *Everyday Cognition: Its Development in Social Context* (pp.9-40), Harvard University Press, Cambridge, MA.

關浩和．(2005)．『構成主義学習論を視点とした社会科授業構成とモデル授業開発』，兵庫教育大学大学院博士論文.

Selter, C. (2001). Addition and Subtraction of Three-digit Numbers: German Elementary Children's Success, Methods and Strategies, *Educational Studies in Mathematics*, 47(2), 145-173.

志田福二，岩永健司．(2009)．「中学校「身近な地域の歴史学習」の授業開発研究－単元『碓氷線の歴史と現在』の開発－」，『群馬大学教育実践研究』，26，203-213.

下田桑太郎，宮脇真一．(2009)．「本質的学習環境に関する実証的研究－SOLO taxonomy を用いた授

業分析を通してー」,『第 42 回数学教育論文発表会論文集』, 67-72.

下田桑太郎. (2010).『算数科教育における「生産的練習」に関する研究－小学校低学年の「数と計算」領域に焦点を当ててー』, 熊本大学大学院修士論文.

下前弘司, 小原友行, 池野範男, 棚橋健治, 鵜木毅, 大江和彦, 土肥大次郎, 蓮尾陽平, 森才三, 山名敏弘, 和田文雄. (2009).「高等学校社会系教科における導入学習に関する授業開発の研究(III)－「現代社会」導入単元の場合－」,『広島大学学部・付属学校共同研究機構研究紀要』, 37, 173-181.

新算数教育研究会(編). (2009).『新しい算数研究』, no.458-no.465.

スキルベック. (1975).「カリキュラム開発と再構成」,『カリキュラム開発の課題』（文部大臣官房調査統計課）, pp.95-107.

スティーン, L. A.（三輪辰郎訳.）(2000).『世界は数理でできている』, 丸善.

鈴木直子. (2009).「活用するための『思考力, 判断力, 表現力』－判断力を活用した授業事例－第 4 学年　わり算のきまりの学習を通して」,『新しい算数研究』, 2, 16-19.

鈴木牧子. (2002).「本質的学習場に基づいた教材の研究－活動的, 創造的数学教育を目指してー」,『数学教育論文発表会論文集』, 35, 3-18.

鈴木牧子, 重松敬一, 日野圭子. (2003).「本質的学習環境に基づく教材の実践的研究」,『奈良大学紀要』, 52(1)（人文, 社会）, 71-83.

Taba, H. (1962). *Curriculum Development- Theory and Practice-*, Harcourt, Brace & World, Inc.

高橋史朗. (1996).『感性を活かすホリスティック教育』, 広池学園出版部.

田中統治. (1990).「カリキュラムの社会学的研究」,『新版　カリキュラム研究入門』(安彦忠彦編), pp.65-86, 勁草書房.

Ter Heege, H. (1985). The Acquisition of Basic Multiplication Skills, *Educational Studies in Mathematics*, 16, 375-388.

Thompson, T. (Ed). (1997). *Teaching and Learning Early Number*, Open University Press.

Threlfall, J. (2002). Flexible Mental Calculation, *Educational Studies in Mathematics*, 50(1), 29-47.

Tompson, W. T. (1992). Notations, Conventions, and Constraints; Contributions to Effective Uses of Concrete Materials in Elementary Mathematics, *Journal of Research in Mathematics Education,* 23(2), 123-147.

Torbeyns, J., De Smedt, B., Ghesquière P., and Verschaffel, L. (2009). Acquisition and use of shortcut strategies by traditionally schooled children. *Educational Studies in Mathematics*, 71(1), 1-17.

Treffers, A. (1993). Wiskobas and Freudenthal Realistic Mathematics Education, *Educational Studies in Mathematics,* 25(1/2), 89-108.

筑波大学付属小学校算数研究部. (2007). 『定着をねらう算数授業と問題集 i*tem 活用術見える学力も

育てるために』，東洋館．

Tyler, W. R. (2009). Basic Principles of Curriculum and Instruction, Chicago: University Chicago Press. In Flinders, J. D., and Thornton, J. S. (Eds.). *The Curriculum Studies Reader Third Edition*（pp.69-77），Routledge.

浮田七実. (2010).「学習意欲を高める算数的活動の工夫－説明活動を通して：１年『ひき算』－」,『新しい算数研究』, no.470, 12-15.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative Structures. In Lesh, R., and Landau, M.（Eds.）. *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp.127-174), Academic Press.

Verspoor, A. M. (Ed). (2003) *The Challenge of Learning: Improving the Quality of Basic Education in Sub-Saharan Africa*, ADEA.

Winter, H. (1984). Begriff und Bedeutung des Üben im Mathematikunterricht, *Mathematiklehren*, February, 4-16.

Wittmann, Ch. E. (1984). Teaching Units as the Integrating Core of Mathematics Education, *Educational Studies in Mathematics*, 15, 25-36.

Wittmann, Ch. E. (1995). Mathematics Education as a Design Science, *Educational Studies in Mathematics*, 29, 355-374.

Wittmann, Ch. E. (2001a). Developing Mathematics Education in a Systemic Process. *Educational Studies in Mathematics*, 48, 1-20.

Wittmann, Ch. E. (2001b). The Alpha and Omega of Teacher Education: Organizing Mathematical Activities. In Holton, D.(Ed.). *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level : An ICMI Study*, 539-552.

Wittmann, Ch. E. (2004). Empirical Research Centred Around Substantial Learning Environments,『数学教育論文発表会論文集』, 37, 1-14.

Wittmann, Ch. E. (2005). Mathematics as the Science of Patterns-A guideline for Developing Mathematics Education from Early Childhood to Adulthood, Paper presented paper from plenary lecture presented at the international colloquium 'Mathematical Learning from Early Childhood to Adulthood', July 7-9, 2005.

Wittmann, Ch. E. (2006). Operative Proofs, Paper presented at the international conference Explanation and Proof in Mathematics: Philosophical and Educational Perspectives, Universitat Duisburg-Essen, Campus Essen, November 1-5, 2006.

Wittmann, Ch. E. (2007). Operative Proof in Elementary Mathematics, Paper presented at the international conference, The Future of Mathematics Education in Europe, Lisbon 17-19. Devember, 2007, organised by the Academia Europaea.

Wittmann, Ch. E. (2009). Save the phenomena!, the translated paper of Rettet die Ph änomene! In

Selter, Ch., and Walther, G. (Eds.). *Mathematiklernen und gesunder Menschenverstand.* Festschrigt für Gerhard N. Müller(pp.222-242), Leipzig, Klett Grundschulverlag.

Wittmann, Ch. E., and Müller, G. (2000). *Das Zahlenbuch Mathematik im 1.* Schljahr Lehrerband Neubearbeitung. Ernst Klett Grundschlverlag Gmbh.

山田一(編). (2003).『一年生の学力保障シリーズ４「計算力」を確実に育てる』, 明治図書.

山本信也. (2008).『算数脳ドリル　たしざん王　石がき算』, 学習研究社.

山本信也. (2010).「ドイツの革新的算数教科書『数の本』(Das Zahlenbuch)」,『新しい算数研究』, no. 469, 34-44.

山本信也(編). (2006).『ドイツからやってきた計算学習　数の石垣』, 東洋館.

吉田映子. (2009).「低学年の活用するための思考力，判断力，表現力の指導　－1 年『たしざん』－」,『新しい算数研究』, no.457, 12-15.

第 3 章　引用, 参考ホームページ

mathe 2000

http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/mathe2000/neu.html

第 4 章 授業開発研究の枠組み構築

第 4 章では第 2 章のザンビアの教育と第 3 章の関連先行研究のレビューの議論を繋ぎ，ザンビアにおける数学の授業開発研究を規定する．ここでは，授業開発研究の目的，授業開発実施の内容と方法，調査手順を順次設定する．

第 1 節においては授業開発研究の視座や目的を論じる．第 2 節においては授業開発の内容，方法とともに，本研究で扱う基礎的能力・高次的能力を規定する．第 3 節においては調査手順を提示する．

第 1 節 授業開発研究の目的

4－1－1. 授業開発研究の視座

西之園（2003）によれば授業開発は「暗黙知ならびに新しい着想からの授業開発を固有性のあるものとして記述し，それに科学的研究法を適用しながらしだいに汎用性のある方法へと発展させる」（p.96）ことである．新しい着想がない場合，既存の知見を応用すべきであると指摘した．そして授業開発を進めながら知見の理論化を図る場合, 適用した理論が元の様式で通用する前提は成立しないと西之園（2003）は述べた．

つまり，授業開発研究において，何かの知見や前提を用いるにしても，授業のいとなみのなかで前提と異なる点を発見し，それらを修正を図り，そこからみえてきた新たな知見を提示することが必要であると西之園（2003）は主張している．

生徒の認知的変容や教科における学習が明らかでないザンビアの状況を踏まえれば，ザンビアの地域の特殊性を無視し，先進国で構築されてきた理論や教材の普遍性を強調することは難しく, 西之園 (2003) の視座に依拠することは妥当であろう．そして適用した教材や理論の有効性を示すとともに，生起した問題や課題を分析的に検証し，提示することに意義があると考える（cf : Rogan, 2007）．

そこで本質的学習環境の援用にあたり，生徒の学習過程や教師の力量といった授業の現状をみながら，教材や学習内容を調整してザンビアの文脈に合わせていく過程を描き，そして目標の達成だけでなく生起した問題点を指摘することは，授業開発のいとなみ自体の成果となることを確認しておく．

4－1－2. 先行研究との異同

第 3 章における授業開発に関わる論を整理し，授業開発研究の枠組みや方法を規定する．

(1) アフリカ諸国の授業に関する研究から（第 3 章　第 1 節より）

・学習，指導の現状，教授言語や教師と生徒の相互作用に関する現象が記述，分析されていた．教師が一方的に話し，生徒は反復，暗記をおこなう教師中心型の授業が報告された．しかし授業における教科教育的視点，生徒の認知的変容や教科固有の能力に関する考察は，ほとんどなかった．

(2) 日本の授業開発研究から（第 3 章　第 2 節より）

・日本で実施された四つの授業開発研究のうち三つにおいて，計画－実施－評価のサイクルを実施していた．そして生徒の学習評価や授業評価と比較して，計画と実施が相対的に強調されていた．

・岡崎（2005）は授業開発において教師，生徒，教材の相互作用に焦点をあてた．

(3) カリキュラム研究から（第 3 節）

・国や州による教育課程編成といった従来のカリキュラム開発ではない，新しいカリキュラム開発として，授業を基盤とした営為が認められた．この新しいカリキュラム開発において，教師が主体となっておこなう授業における計画－実施－改善・評価のサイクルが位置づけられていた．

これらの結果から適用する点と，逆に先行研究とは異なる本研究の独自性を明確化する．上の(1)から(3)に対応づけて以下に述べる．

(1) アフリカ諸国の授業に関する研究から

アフリカ諸国の授業に関する研究は，教育の質の向上をめざし，学習指導の内実を描写している．本研究でもその点は共通する．しかし先行研究では述べていない次の三点を，本研究の独自性として採用した．

・数学授業の数学の内容に焦点づけた授業の内実の描写

・教師，生徒の相互作用に加えて教材がどう関連するかの三者間の相互作用の記述

・生徒の学習過程の描写

(2)日本の授業開発研究から

日本の授業開発研究では計画－実施－評価のサイクルがおこなわれ，特に計画や構想が強調されていた．計画はすべての基礎であり授業をつくるうえで，かなめであることは言うまでもない．しかし妥当な計画を立てるためには生徒の実態の把握が不可欠であるから，本研究の授業開発研究では生徒の学習過程や学習評価に焦点づけて記述する．

(3) カリキュラム研究から

カリキュラム開発の一つの様式として授業において教師が主体的に計画－実施－評価のサイクルをおこなう授業開発が確認された．本研究における授業開発はこの手順を踏襲して「教師が授業を計画，構成したうえで実施し，その学習指導を評価して次の授業へ活かす授業改善サイクルをおこなうもの」と定める．

これらをまとめれば，本授業開発研究は次の特徴を有するものとした．

●授業開発研究において，数学教育的視座から教師，生徒，教材の三者の相互作用と生徒の学習過程に着目する．
●計画－実施－評価（反省，改善含む）の授業改善サイクルを実施する．

第 2 節　授業開発の内容的側面

次にザンビアの基礎学校における本質的学習環境の援用可能性を探り，授業開発でおこなう内容を定める．そのために，まず第 2 章のザンビアの教育の目標と内容を確認する．次に，本質的学習環境において達成される内容的学習目標と一般的学習目標を下絵にして，本研究における基礎的能力と高次的能力を規定する．その後，授業開発において扱う具体的な内容をシラバスを照合して設定する．

4－2－1. 基礎的能力と高次的能力

(1)Wittmann の一般的学習目標と内容的学習目標との対応

第 2 章においてザンビアの意図したカリキュラムを読みとくなか，数学的知識や技能において数の理解や四則計算の技能が多く扱われていた．そして，そのほかの能力としてコミュニケーション能力，日常生活への応用，問題解決能力などが含まれていた．しかしこれらの能力や技能についての説明はなく，読み手の解釈に任さ

れている．

ザンビアの教育目標と対応した基礎的能力と高次的能力の育成をめざす授業開発を構成するにあたり，ザンビアの教育目標を逸脱しないよう，高次的能力に明確な輪郭を与えなくてはならない．そこで，第 3 章で述べた本質的学習環境における目標を参考にする．

・本質的学習環境において内容的学習目標と一般的学習目標の同時的達成がおこなわれる．
・内容的学習目標とは知識と技能の習得を指す．
・一般的学習目標は「数学化する」,「探究する」,「理由づける」,「コミュニケートする（表現する)」である．

数学化する…与えられた状況を数学言語に翻訳し，数学的に解決し，結果を現実状況で解釈する能力
発見する…状況を実験的に探究し，関係や構造を発見する能力
理由づける…数学的事態を理由づける能力
コミュニケートする（表現する）…数学的現象を観察，考察，理由づけ，評価し，口頭，筆記で表現する能力　（第 3 章第 3 節から）

ここで内容的学習目標，一般的学習目標とザンビアにおける基礎的能力と高次的能力の対応を考える．

内容的学習目標は知識と技能の習得を指しており，数学における広範な内容が範疇にある．そこで，具体的な内容に射程を狭めたうえでの問題解決が最優先であると考え，数学の最も基本的な知識，技能であり，ザンビアで学習される正の整数の四則計算能力を基礎的能力として焦点づけることにした．

次に一般的学習目標「数学化する」,「探究する」,「理由づける」,「コミュニケートする（表現する)」と，ザンビアにおける数学の高次的能力の対応を考える．

「数学化する」は日常生活の事象を数学的によみとき現実に戻していく能力であり，日常生活との連関，問題解決にも少なからず関連していると考えられる．「コミュニケートする」は，シラバスにも明示されており，重視される高次的能力だといえる．シラバスで「コミュニケートする」は，話す，読む，書く，聞くとされている．ここでは単純な読み書きではなく，数学的な内容に関するコミュニケーション行為を意図していると考えられる．「理由づける」や「探究する」はシラバスや教育目標に書かれていない．しかし，推論，探究といった能力は，教育目標の「科学的

思考の育成」,「分析的，革新的，創造的思考」（表 2－8(1)を参照）に関わると考えられる．逆に，一般的学習目標にはないものの，数学教育の目標で強調されていた「日常生活への数学の応用」に関しては社会や生活とのつながりは本質的学習環境の理論的基盤に内包されており，両者は対応づけられると解釈した．

このような検討のもと，Wittmann の一般的学習目標はザンビアの目標と照合すれば緩やかに同じ方向性を持っており，ザンビアの目標に逸脱したものではないと結論づけた．

(2)具体的な基礎的能力と高次的能力

次にシラバスと教科書の内容を参照して，基礎的能力と高次的能力をより具体的に論じる[1]．その際，第 1 学年から第 9 学年の四則計算の学習内容について整理した表 4－1 を参照する．

基礎的能力とした四則計算に関して，扱う数が次第に大きくなる．そのほかに第 1 学年から第 4 学年の計算では各位の「まとまり」の視点が頻出している．また，全学年同じ方法で筆算のアルゴリズムの順序が教科書に示されている．つまりシラバスや教科書ではアルゴリズムを用いた四則計算が求められている．

次に本質的学習環境とシラバスの学習単元を対応させ，高次的能力とより関連する単元を調べた．本質的学習環境は数学をパターンの科学としてとらえていることから「数のパターン（Number Pattern)」の単元内容を確認した（表 4－1)．

1　ザンビアで広く使用されている M 社出版の第 1 学年から第 9 学年の教科書を用いた．

表 4−1：1−7 学年における数と計算に関する学習内容

学年	扱う数の範囲	数と記数法	加法	減法	乗法	除法	数のパターン
1	1－100	・数を数える・読む・書く・数の大きさを認識する ・10のまとまりで10の10倍まで数える	・0－100までの数の加法 ・式を用いた加法 ・まとまりに分けた100までの加法の筆算	・0－100までの数の減法 ・式を用いた減法	なし	なし	なし
2	1－1000	・まとまりに分けない1－1000までの数の加法 ・1の位・10の位・100の位・1000の位でまとまりに分けて計算する加法	・100までの整数の減法	・1000までの整数の減法	・累加法による乗法 ・2，3，10ずつのまとまり分けによる値の求め方 ・被乗数(0－10)×乗数2	・被除数(1－100の整数)÷除数(2，4，5，10)(余りのない除法)	・4つの演算記号(＋,－，×，÷)を含んだ数のパターンを認識し使用する ・>，<，=，≠といった数学的記号を適切に認識し使用する
3	1－10000	・10000までの数の読み・書き	・まとまりに分けない1－10000の数の加法 ・まとまりに分けた1－10000の加法 ・数の木，数の軸と魔方陣を用いた加法	・まとまりに分けた1－10000の減法 ・数の木・数の軸・正方形の魔方陣を用いた加法 ・3桁の数の加法	・3桁の数×1－9	・10以下で1000までの整数の除法	・4つの演算記号(＋，－，×，÷)を含む数のパターンを認識する ・4つの演算を含んだ数のパターンを使用する ・数学的記号>，<，=，≠の使用
4	1－10000	・10000までの数の読み・書き	・1の位・10の位・100の位・1000の位の各位にまとめることによる1－10000までの加法と2－10000までの整数の加法	・1－10000の整数の減法	・簡単な乗法を用いた被乗数整数×乗数10被乗数整数×数20乗数2桁の数(29まで)の乗法	・30より小さい数による1－10000までの整数の除法の筆算	・数列を完成するための数学的技能の説明する
5	1－1000000	・数字や言葉による100000までの数の読み書き ・記数法を拡張した6桁の数の表現 ・絶対値による整数の配列(絶対値か確認する)	・100000までの整数の加法 ・数直線を用いた数の加法	・100000までの整数の減法 ・記数法を拡張した6桁の数の表現	・集合概念の使用 ・0による乗法の特性の応用	・除数が整数÷被除数100 ・10000までの100の倍数	・数列を完成させ数学的技能を説明する
6		・1000000までの数を数字と言葉を用いた読み ・1000000までの数を数字と言葉の使用と書き ・値の順番による数の配列・ローマ数字の読み	・1000000までの整数の加法 ・数直線を用いた整数の加法	・100000までの整数の減法・数直線を用いた整数の減法	・被乗数×乗数3桁4桁の整数 ・乗数が1000と1000の倍数の乗法 ・式による乗法と乗法の筆算	・1000000までの被除数と除数1000か1000の倍数による除法 ・5，25，50，125による簡単な除法の手続き	・数列を認識し数学的技能を説明する
7		・100000までの数でそれぞれの桁の明示 ・ローマ数字の読み ・ローマ数字を用いた筆記	・1000000までの整数の加法 ・いろいろな数の加法	・1000000までの整数の減法 ・帯分数の減法 ・数直線を用いた整数の減法	・被乗数が整数、乗数が3位数・4位数の整数による乗法 ・帯分数の乗法	・被除数が整数・除数が3位数・4位数の整数による除法 ・帯分数の除法	なし
8	数と記数法 (a)ヒンズー・アラビアの数体系の簡潔な歴史 (b)数のパターン (c)位取りと展開形式の式 (d)数と測定に応用した四則演算 (e)計算の際の括弧の使用 (f)四則演算に対応した交換法則・結合法則・分配法則						
9	数と記数法(四則演算についての記述はない) (a)10よりも小さい底の数体系 (b)底が2，8の加法と減法 (c)底が2と5の乗法と除法						

（出典）CDC（2003）より筆者作成.

「数のパターン」は第 2 学年から第 6 学年，第 8 学年において学習される．第 2，3 学年における学習内容は「四つの演算記号を含む数パターンを意識し，使用する」と「数学的記号を適切に認識し使用する」の二つで，第 4 学年から第 7 学年までは「数列を完成するための数学的技能を説明する」と記述されている．
これらの記述だけでは「数のパターン」の具体的な学習内容の把握が困難なため，教科書[2]の内容を次に参照した．

「数のパターン」の学習内容

第 2 学年　加法と減法の関係性
　乗法の交換法則
　乗法と除法の関係性
　等式と不等式の正誤
第 3 学年　加数と被加数
　減数と被減数
　乗数と被乗数
　除数と被除数のそれぞれの関係性
　等差数列と等比数列の次の二つの項を求める問題，式の並びからパターンをみつける問題
　不等号の左辺と右辺の大きさを比較する問題
　数や文章で表された左辺と右辺の関係性から等号や不等号を入れる問題
第 4 学年　等差数列と等比数列の次の四つの項を求める問題
　等差数列と等比数列の規則を記述する問題
　階差数列や三角数，四角数
　数式の並びに埋め込まれた数のパターンをみつける問題
第 5 学年　パスカルの三角形
　魔法陣
　アルゴリズム
　ペントミノス
　幾何的なパターンの穴埋め[3]
第 6 学年　等差数列の次の二つの項を求める問題，
　等差数列の規則を記述する問題

2　Macmillan，Longman など数社が教科書を出版している．ここで比較的新しい Macmillan の教科書を参考にした．

3　Macmillan の新しい第 5 学年の教科書にはパターンの問題がなかったため，1996 年の教科書を参照した．

　　　　　パターン性がみられる式の並びを用いた計算問題[4]
第 7 学年　なし
第 8 学年　式を並べた際にできるパターン性
　　　　　アリスモゴン
　　　　　魔法陣
第 9 学年　等差数列と等比数列の規則の記述
　　　　　等差数列と等比数列の項を求める問題
　　　　　三角数，四角数

（以上，第 1 学年から第 9 学年の Macmillan 社の教科書を参照.）

ここから特徴を三点述べる.

シラバスでは第 7 学年と第 9 学年において「数のパターン」という単元は明記されていなかった. 第 7 学年において数のパターンの内容はまったく扱われていなかったものの，第 9 学年においてパターン性に関する内容は数や代数の場面で扱われていた.

第 2 学年と 3 学年において数列とともに，等号や不等号を扱って数の関係性を学習し，第 4 学年以降では数列を認識してその項を求め，規則をあらわすことが求められていた.

最後に，学習段階によって難易度が上がるわけではなかった. たとえば，第 3 学年において「等差数列 15，13，11，9 の次項を求める」，第 6 学年において「等差数列 18，15，12，9 の次項を求める」，第 9 学年において「等差数列 31，29，27，25 の次項を求める」問題が出題されており，必ずしも難易度が段階的に難易度の設定がなされていないことがわかった.

総じて，第 3 学年までの前期基礎教育段階においては等号・不等号や数列が扱われ，それ以降では学年間で難易度に差がなく，等差数列と等比数列の未知の項を求める，規則をあらわす，三角数や四角数を扱った幾何的なパターン，が学習内容に設定されていた.

このことから，ザンビアの数学教育では「数のパターン」単元においてパターン性に関連して様々な等差，等比数列を区別し，規則を記述，表現することが学習内容に設定されている. そこで「数のパターン」の単元で，パターン性を探究，推測，パターンの規則の表現といった学習活動を本質的学習環境に埋め込み，ザンビアで求められている高次的能力に対応するとみなした.

4　　1996 年の教科書を参照した.

(3)基礎的能力と高次的能力についての総括

授業開発における大目標は基礎的能力と高次的能力の同時的育成である．基礎的能力は正の整数の四則計算，高次的能力は(1)問題の構造に埋め込まれた数列や幾何的なものを含むパターン性をとりだし探究することができる，(2)またそのパターンや数列の規則を述べることができる，(3)それらの発見や推測についてクラスのなかで話し合うことができるものとして規定する．

基礎，高次の用語からは，基礎が高次の低次に位置しているようにうけとれるものの，これは基礎と高次の関係は並立的で基礎が先に育成され，高次が後に育成される，という順序性ではなく，あくまでも同じ教材を用いて両者が育成されるという同時性を強調する．これは Wittmann の主張にもとづいている．

4－2－2. 本質的学習環境の事例

ここでは用いる本質的学習環境を示していく．

まず予備調査で用いる本質的学習環境を『数の本』から抽出した．予備調査前にザンビアの生徒たちとの教材の親和性を確認するためであった. それらは, 数の家, 美しい包み，数の石垣，計算三角形，タブラララサ，数の鎖である．ほかにも計算の意味理解を助けるための学習内容は, 加減法の関係を示した「いつも 3（Always 3)」, カードを用いた減法，0 の特性についての「0 のマジック」，乗法の意味，乗法の意味理解を促進する九九プラン，除法のためのグループ分け，乗法筆算に入る準備の乗法十字，除法筆算に入る前の筆算の構造を理解する半筆算，括弧のある計算などを採用した（cf : Wittmann and Müller, 2000)，授業では同一の教材を用いてくりかえし学習ができるように構成した．

本質的学習環境の援用にあたってドイツの文脈とは異なるザンビアの社会文化的背景を鑑み，生徒の身の回りにあるものに対応づけて，形やデザインの工夫をおこなった．図 4－1 から図 4－4 に四つの本質的学習環境の例を示した．数の家はザンビアの茅葺と泥土で作られた伝統的家屋，数の石垣はレンガが家屋建設に使用されていることから設定した．数の鎖は日常生活で使用される自転車のチェーンを連想させた．式や数を主に使うタブラララサや美しい包みについては，日常生活と結びつけた導入が難しいため，計算の練習やパターンを意識させた導入をおこなうことを意図した．

図４−１：数の家

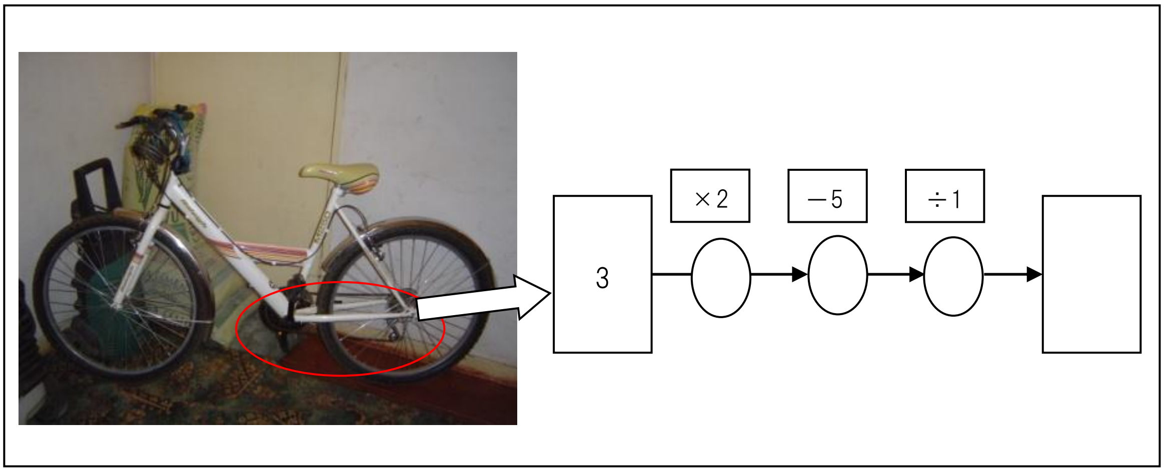


図４−２：数の鎖

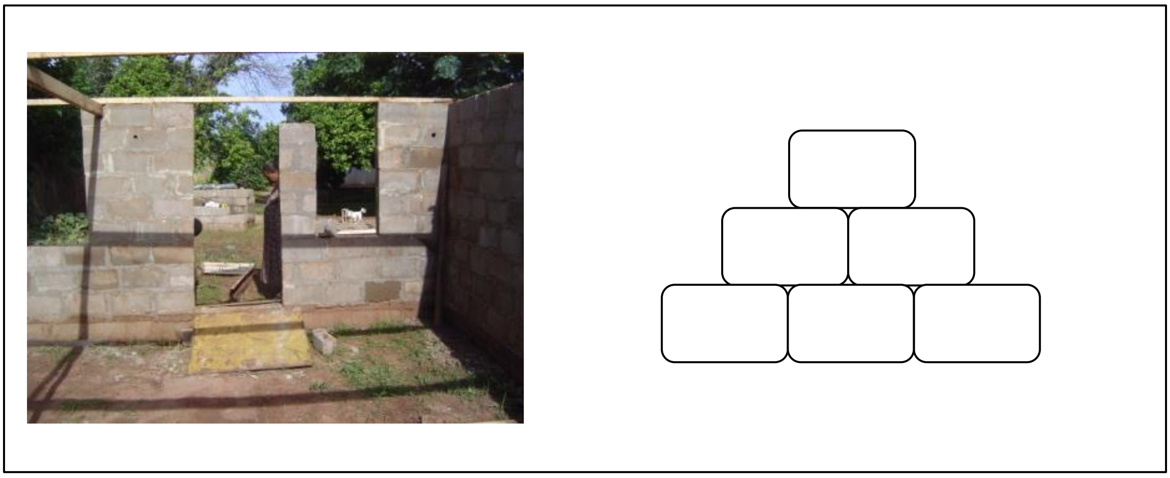


図４−３：数の石垣[5]

5　英語では Number Brick とした．

99－11＝88	70－35＝35	62－58＝ 4
88－22＝66	71－34＝37	64－56＝ 8
77－33＝44	72－33＝39	66－54＝12
66－44＝22	73－32＝41	68－52＝16

図４−４：美しい包み

4−2−3. 授業開発研究の設定

これまでに論じた授業開発研究の目的，授業開発実施における内容と方法を整理する．

授業開発研究の枠組み

授業開発研究の目的
・教師，生徒，教材の三者間の相互作用を描く.
(1)本質的学習環境を用いた授業における生徒の学習の内実や過程を，指導と教材の関わりから明らかにして，基礎的能力と高次的能力の育成過程や学習成果，問題点を述べる.
(2)毎時の授業改善サイクルにおける三者間の相互作用を経時的に描き，特徴をうかびあがらせる.

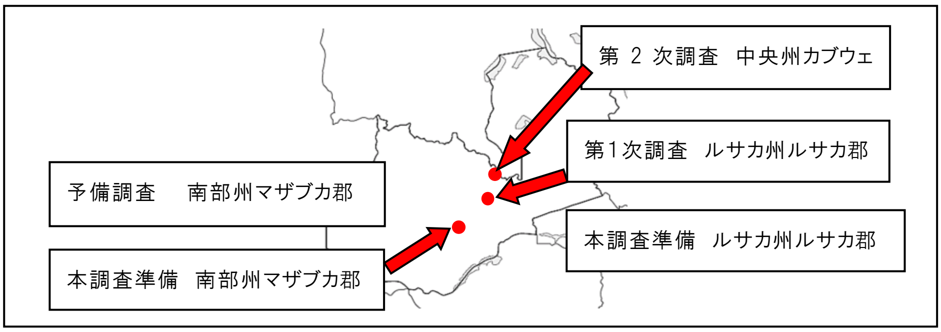
授業開発実施内容
・基礎的能力と高次的能力の育成.
(1)基礎的能力は正の整数の四則計算能力を育成することに焦点づける.
(2)高次的能力に関しては，数のパターンを探究すること，本質的学習環境を探究すること，見つけた考え方を口頭や文章で述べ話し合うこと.

授業開発実施方法
・授業改善サイクル「計画-実施-評価(反省，改善)」による継続的ないとなみ.

第 3 節　授業開発の調査手順

授業開発を実施するにあたり，本質的学習環境がザンビアの文脈に合致するのかどうか，いくつかの段階を設定して確認する必要があると考えた．そのため，2006 年から 2009 年にかけて予備調査，本調査のための準備，第 1 次調査，第 2 次調査をそれぞれルサカ州ルサカ郡，南部州マザブカ郡，中央州カブウェ郡において実施した．本調査を二度としたのは，一度の調査が一学期の大部分を必要とするため多くの調査をおこなうことができないことと，一つの事例を多面的に深く分析をおこなうこと，一つの事例だけでは授業開発の特徴的な相互作用を導出するには不十分であることを考慮した．

図 4－5 に各調査場所の位置を示した．



（出典）筆者作成．

図 4－5：調査地域

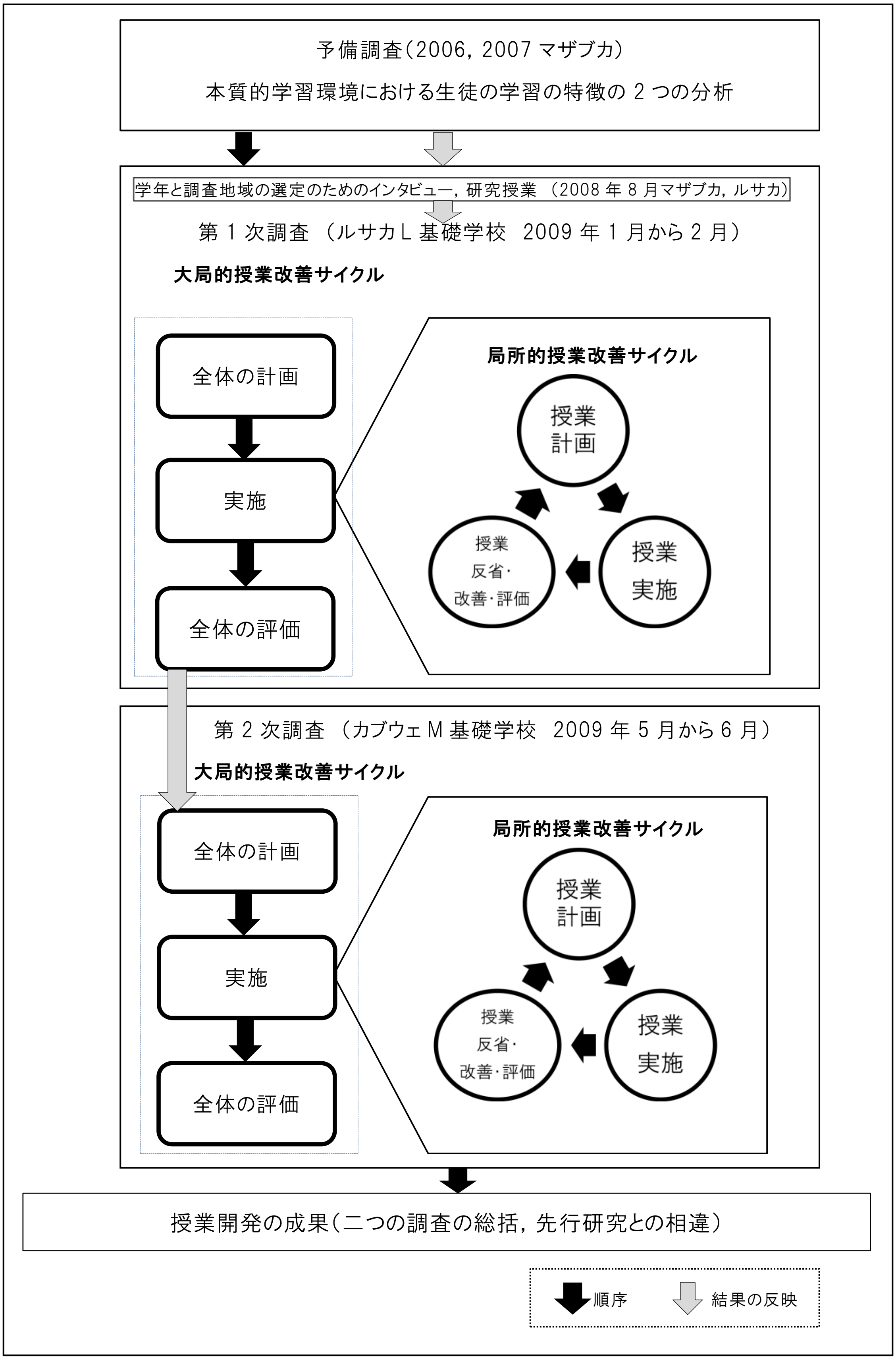
授業開発を授業改善サイクルを通して実施することを述べた．授業改善サイクルと同じアクションリサーチの枠組み「授業計画，実施，反省，改善，生徒の評価，次時限の計画」サイクル（秋田，市川，2001；Herr and Anderson, 2005；秋田，能智，2008）が本研究の授業開発と合致した方法だとみなした．それらを参考にして図 4－6 に調査枠組みを示した．

予備調査の結果と，調査地域と内容の選定のための調査後，第 1 次，第 2 次調査を実施した．第 1 次，第 2 次調査では「大局的授業改善サイクル」と「局所的授業改善サイクル」を設定した．大局的授業改善サイクルは第 1 次，第 2 次調査でおこなう「全体の計画」，「実施」，「全体の評価」を指す．また，第 1 次調査の大局的授業改善サイクルにおける「全体の評価」の内容を，第 2 次調査の「授業計画」と「授業実施」に可能な限り反映させた．局所的授業改善サイクルは，大局的授業改善サイクルの「実施」における，毎回の「授業計画」，「授業実施」，「授業反省，改善，

評価」のくりかえしを指す.

第 6 章では二つの調査の分析を述べた後に，その相違点と共通点を論じ，第 3 章の先行研究との異同について述べ，最終的に授業開発研究の成果を導き出す.

これ以降，予備調査，本調査のための準備のための調査，第 1 次調査，第 2 次調査についての調査の目的と枠組み，分析方法について述べる．ここでは全体的枠組みを示すにとどめ，分析の仔細に関しては第 5 章，第 6 章で述べる.



（出典）筆者作成.

図 4－6：授業開発の調査枠組み

第 4 章 引用，参考文献

秋田喜代美，市川伸一.（2001).「教育・発達における実践研究」,『心理学研究法入門－調査・実験から実践まで』（南風原朝和，市川伸一，下山晴彦編），pp.153-183，東京大学出版会.

秋田喜代美，能智正博監修.（2008).『事例から学ぶはじめての質的研究法』，東京図書.

Curriculum Development Centre. (2003). *Basic Education Mathematics Syllabi Grade 1-7*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Herr, K., and Anderson, G. (2005). *The Action Research Dissertation -A Guide for Students and Faculty-*, Sage Publications, Inc.

Liyungu, R., Monde, M., and Roberts, B. (2004). *Basic Mathematics 1*, Macmillan Zambia Ltd, Lusaka, Zambia.

Liyungu, R., Monde, M., and Roberts, B. (2005). *Basic Mathematics 2 and 5*, Macmillan Zambia Ltd, Lusaka, Zambia.

Ministry of Education. (1996a). *Educating Our Future*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Monde, M., Mutale, L., Rowlands, G., and Sakala, C. (2006). *Basic Mathematics 3, 6,* Macmillan Zambia Ltd, Lusaka, Zambia.

Monde, M., Mutale, L., Rowlands, G., and Sakala, C. (2007). *Basic Mathematics 4, 7*, Macmillan Zambia Ltd, Lusaka, Zambia.

西之園晴夫.（2003).「授業開発の理論　社会的構成主義は授業設計の理論になりうるか？」,『日本教育工学会研究報告集』，2003(3)，95-98.

岡崎誠司.（2005).『変動する社会の認識形成をめざす小学校社会科授業開発研究　仮説吟味学習による社会科教育内容の改革』，広島大学大学院博士論文.

Rogan, M. J. (2007). How Much Curriculum Change Is Appropriate? Defining a Zone of Feasible Innovation?, *Science Education*, 91(3), 439-460.

Shampango, L., Nkhalamo, J., Solomon, R., and Buckwell, G. (2003). Macmillan Secondary Mathematics for Zambia Pupils Book 8, 9, Macmillan Zambia Ltd, Lusaka, Zambia.

Wittmann, Ch. E., and Müller, G. (2000). *Das Zahlenbuch Mathematik im 1.* Schljahr Lehrerband Neubearbeitung. Ernst Klett Grundschlverlag Gmbh.

第 5 章　本質的学習環境に基づく生徒の学習に関する予備調査

本章以後は本質的学習環境の実践的考察をおこなう．予備調査は本質的学習環境と生徒の学習の関係に焦点づけて論じる．

予備調査では二つの分析をおこなった．第 1 節において目的を述べたあと，第 2 節において第 9 学年生徒たちの学習に関して定量的，定性的に学習の特徴を分析する．第 3 節において Pirie and Kieren（1992）の理解モデルを再構成する作業を通して，複数の生徒の高次的能力の伸びをモデル上で把握し，生徒の理解の特徴を論じる．

第 1 節　予備調査の目的，内容，方法

5－1－1. 目的と第 1 次，第 2 次調査との関連

予備調査の目的は(1)本質的学習環境を実施した際の基礎的能力と高次的能力の伸びを同定することと，(2)生徒の学習や理解の特徴について把握し，それらの結果を本調査に活かすための基礎的な情報を得ることの二点である．

第 2 章で述べたように生徒の低学力が言われながら，授業において生徒の学習に近接するような研究がこれまでになされていないため，学習過程に関する知見は乏しい．そこで，本調査の前に生徒がどのような本質的学習環境の学習を展開するのかの確認と，また新しい教材を授業で用いる前に，ザンビアの生徒に合致するのかどうかを見定める必要性から，最初の目的を設定した．

次の目的に対しては，予備調査において学習の特徴が同定されれば，その知見や観察された課題点が，次の調査において授業計画を作成する際の教授的示唆となりえる．この前段階が，授業開発において教授的介入の難しさを緩和するものとしてとらえた．

概して，予備調査の目的は第 1 次，第 2 次調査の基盤となる生徒の現状を明らかにする必要性から設定した．それは言いかえれば教師，生徒，教材の三者の関係のうち，生徒と教材の関係をまずおさえておくことでもある．

5－1－2. 方法と内容

南部州マザブカ郡マザブカ町公立A基礎学校の第8，9学年を対象に2006年から2007年にかけて予備調査を実施した．2006年次においてA基礎学校は，生徒数が1953名で，郡の公立初等，基礎，高等学校合わせて112校のうち，二番目に生徒数が多い. 2006年度における国家試験の合格率が第7学年で66.2%（78校中37位），第9学年で11%（62校中33位）と，マザブカ郡において学業成績は平均的な公立学校である[1].

予備調査[2]は2007年2月から3月に実施された．調査対象者は第9学年A組37名（女子22名，男子15名）とC組41名（女子19名，男子22名）の計78名である[3].

予備調査では23回，毎回10分から20分を要する本質的学習環境の問題群をプリントでおこなった[4]．生徒の日常生活に関連づけやすく，ルールが理解しやすい数の石垣，タブララサ，美しい包みの三つを選択した．数の石垣は加減，タブララサは乗除，そして美しい包みはすべての四則計算に用いられた．

学習評価に関して事前，事後に同問題の時間無制限テストをおこなった．プリント学習で扱った内容以外のものを含む四則計算問題と文章問題を出題した[5].

まず，定量的分析によって事前，事後テスト結果を処理した．次に他生徒の特徴をあらわしていると思われる2名の生徒に焦点をあてて，定性的に生徒の活動を分析した（第2節).

次の分析では，教室の複数の生徒を三つの異なる成績群に分けて，彼らの数パターンの認識や記述に関して理解の特徴を把握する．準備段階で生徒間の大きな学習差があったことを踏まえ，成績群に区分して生徒をみて，各特徴をとらえることにした（第3節).

---

1 A基礎学校は筆者がJICA青年海外協力隊の理数科教師として2005年から2007年まで勤務していた学校であり，生徒との関わりが深く，すべての生徒の細かな学習状況や変化を気づきやすい利点から，対象校に設定した．

2 予備調査に至るまでに，二つのフィールドワークから本質的学習環境が生徒たちの現状に合致しているのかを調査した．参考資料5－1に予備調査までの調査の流れを示した．

3 二回目のフィールドワークにおける授業を第8学年A組で実施した．その後A組の生徒は9学年では両方のクラスに分かれた．A組は転入者以外すべての生徒が過去におこなった本質的学習環境の授業を経験しており，C組の約半数の生徒たちは経験していなかった．生徒たちは学校近くの集落に住んでおり，経済的にはザンビアの平均もしくは低い家庭に暮らしていた．電気や水がない集落や郊外から1，2時間かけて歩いて来る生徒もいた．

4 参考資料5－2参照．

5 参考資料5－3参照．

第２節　生徒２名の学習の特徴に関する分析

5－2－1. 定量的分析

本質的学習環境のプリント学習終了後，まず二つのクラスでおこなった事前，事後テストにより学習の効果を調べた．事前，事後テストの結果を表 5－1 に示す[6].

表 5－1：予備的調査の事前，事後テストの平均正答率（%）とそのほかの情報

	事前テスト	事後テスト
人数	61	61
平均点	36.38	38.93
最高点	76	73
最低点	4	8
分散	263.58	287.70
標準偏差	16.24	16.96

（出典）筆者作成.

事後テストの平均正答率は事前テストの平均正答率よりも高かった．しかし平均正答率を比較するため t 検定をおこなったところ，有意差はみられなかった[7]．一方で，平均計算所要時間は 79 分から 46 分へと大幅に減少しており，プリント学習の効果が時間短縮にみられた．さらに詳細を把握するため，各小問の正答率平均を表 5－2 にまとめた.

表 5－2：事前，事後テストの各小問平均正答率（%）

小問番号と内容	対応問題番号	全体平均(%)	
		事前	事後
1：計算	1—14	20.5	19.5
2：数列	15—19	5.8	8.7
3：数列の説明	20—22	0.8	1.4
4：計算の文章問題	23—25	2.3	2
5：逆算	26—27	1.5	1.5
6：文章問題	28—32	4.4	4.4
7：作成問題	33	0	0.2
8：長方形の周	34	0	0.1
9：未知の問題	35	0	0.5

（出典）筆者作成.

事前，事後テスト結果の各小問における平均正答率を比較するために t 検定をお

6　参考資料 5－4 に A 組と C 組の結果を参照.

7　t(60)=1.748, p=0.086.

こなったところ，小問 2，8，9 に有意差がみられた[8]．それらは数列の認識や未知問題へのとりくみに関する内容であった．

また，第 8 学年次から全員が継続的に本質的学習環境をおこなっていた A 組の事前，事後テストの平均正答率に t 検定をおこなったところ，小問 2，8，9 に加え，小問 3 の「数列の説明」についても有意差がみられた[9]．

小問 1 における計算部分の正答率が減少したのは，プリント活動の範疇外であった小数，分数，正負の数が含まれており，プリント活動で扱う頻度が低かった除法の正答率が下がったことが原因として挙げられる．小問 4，8 は内容と直接関係しなかった．小問 7 は活動で扱った作成問題とは異なる文章問題で，多数の生徒が答えられなかった．

このように正答率の伸びも極めて限定的であり，直接的にプリント学習で扱わなかった内容での正答率の減少は，生徒の学習の改善が難しいことを示している．ただし生徒の答案を個別にみた際に，若干生徒の成長がみられる事例もあった．事後テストにおける記述問題小問 3 のある解答をとりあげる．

問題：次の数列の規則を言葉で説明しなさい．

問題 20　1，3，5，7，9…

事前テスト解答　11　→事後テスト　解答　2 ずつ加える（Add by 2）

問題 21　2，5，8，11，14，17…

事前テスト解答　20　→事後テスト　解答　3 ずつ加える（Add by 3 ）

この答案は事前テストにおける無解答から，事後テストでは文章の意味を正確にとらえて正しい英語で解答しており，一連の活動の効果がみられた．そこでこのような生徒の細かい変化の詳細や，正答に達しなかった誤答のいくつかの段階をとらえるために，次に実際の生徒のプリント学習から定性的な考察をおこなう．

5－2－2. 定性的分析

ここでは特に高次的能力の獲得過程を中心に，普段の数学の成績が下位生徒アーノルド（男子）と上位生徒ルーシー（男子）の活動記録を検証する．これら 2 名の選出理由として，ルーシーは出席，提出率が 100％で活動が連続的に把握可能であ

8　小問 2 の結果： $t(60)=5.618$，$p=0.000<.001$，小問 8 の結果：$t(60)=2.052$，$p=0,045<.05$，小問 9 の結果：$t(60)=4.119$，$p=0.000<.001$.

9　参照．A 組の小問 2 の結果：$t(29)=5.40$，$p=0.000<.001$，小問 3 の結果：$t(29)=2.859$，$p=0.008<.01$，小問 8 の結果：$t(29)=2.112$，$p=0.043<.05$，小問 9 の結果：$t(29)=4.853$，$p=0.000<.001$.

ったことと, 2 名の活動は各成績群の生徒たちに多くみられた特徴を満たしていたことが挙げられる.

下位生徒のアーノルドは問題行動が多い生徒として，注意を受ける生徒であった．授業を途中退席し，抜け出して仲間たちと外にいることも多かった．数学の成績は下位で，授業中の私語が多いものの，発言はほとんどみられなかった．「数学はわからない」と言っていた生徒のうちの 1 名である．片言の英語の会話はでき，会話が複雑になると現地語にきりかえた．

アーノルドの事前テストは 14%，事後テストは 13%であった．事前テストでは 2 桁の加減，1 桁同士の乗法しか解くことができず，事後テストでは事前テストで解いた問題には答えず，代わりに数列の穴埋め問題を正答した．いずれにせよ，事前，事後テストともにアーノルドは文章問題では無解答であった．

上位生徒のルーシーは第 8 学年時には数学の成績は平均的であったものの集中力がなく, 教室で騒ぎ落ち着きがなかった. 第 9 学年になり授業にも真剣にとりくみ，成績も向上した．授業後に個別に質問してくる数学に意欲的な生徒で，英語，現地語双方によるコミュニケーションを図ることができた．

ルーシーの事前テストは 55%，事後テストは 57%であった．ルーシーは事前テストで整数の四則計算はほぼすべて解くことができたが，分数，小数，負の数の計算を誤答した．文章問題では数列の規則を記述する問題を解くことはできなかったものの，そのほかの文章問題を何問か正答した．さらに事後テストでは，事前テストでは答えられなかった数列の規則を記述することができた．

分析にあたりプリント学習のなかでの計算部分，自由作成問題，パターンの記述部分の三点に着目して, 2 名の生徒がどのように本質的学習環境の学習をおこなったのか考察する[10].

5−2−2−1. 成績下位のアーノルド

アーノルドは，数の石垣の計算を積極的におこなった（図 5−1）.

10　パターンの記述や自分の考えを文章で記述するのは，ドリル番号 6，8，9，15，16，19，21 で，これらを参照して述べる.

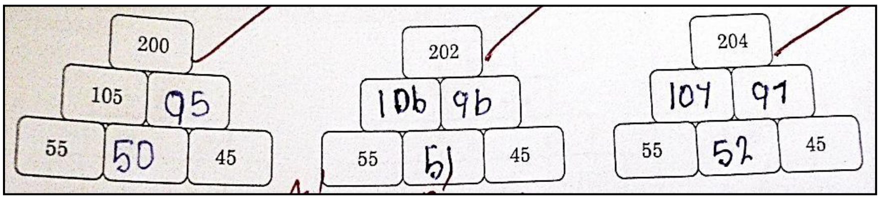


図 5－1：下位生徒の計算部分（1）

しかし図 5－2 のように乗法と除法のタブララサに入ると適当に解答したと思われる答案を作成し，実際解答部分も不正解が多かった．

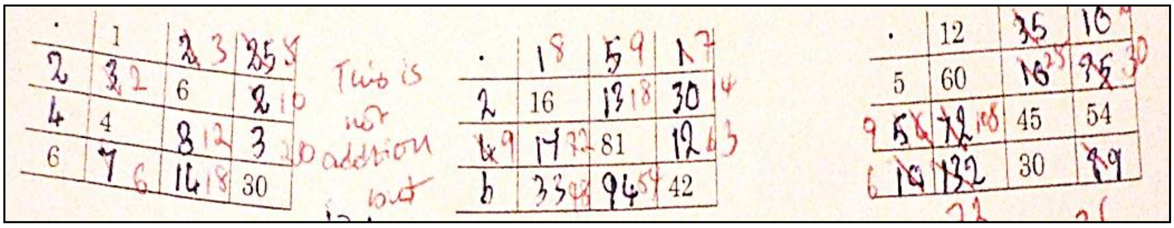


図 5－2：下位生徒の計算部分（2）

図 5－3 の自由作成問題では，ほかの生徒と比較しても作成数は少なく，例をそのまま使ったり友人のプリントを写したりする箇所がみられた．

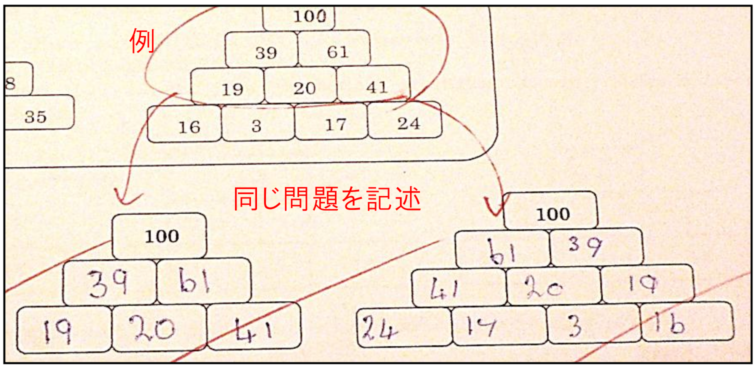
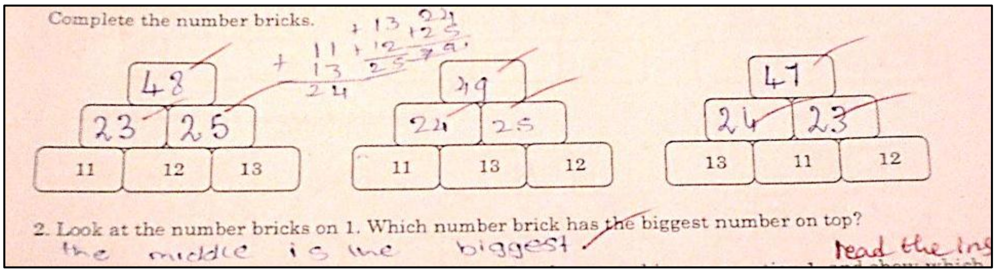


図 5－3：下位生徒の自由作成問題

文章で答える問題では，すべての回を通して 3 回目の記述部分のみ，アーノルドは解答した（図 5－4）．



（注）訳：真ん中が一番大きい．

図 5−4：下位生徒の記述（第 3 回）

アーノルドは計算箇所を解いたものの，第 3 回の記述以外で計算後のパターンの気づき，発見の記述はまったくなかった．

5−2−2−2. 成績上位のルーシー

9 年 A 組の成績上位群に属するルーシーは，図 5−5 に示すように四則計算を正確におこなった．

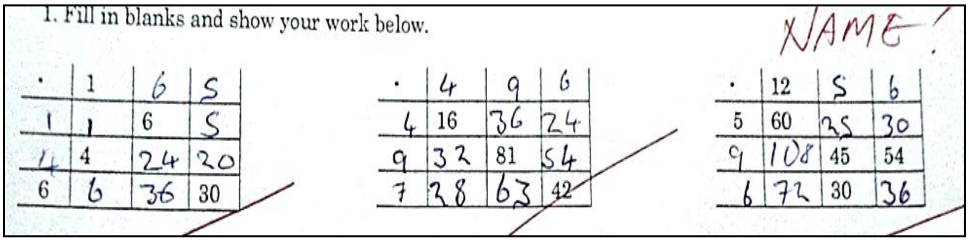


図 5−5：上位生徒のプリント学習の計算部分（第 17 回）

数の石垣の自由問題では裏の白紙部分を用いて 6 つ作り，ルーシーは石垣を多く作成する意欲をみせた（図 5−6，図 5−7）．

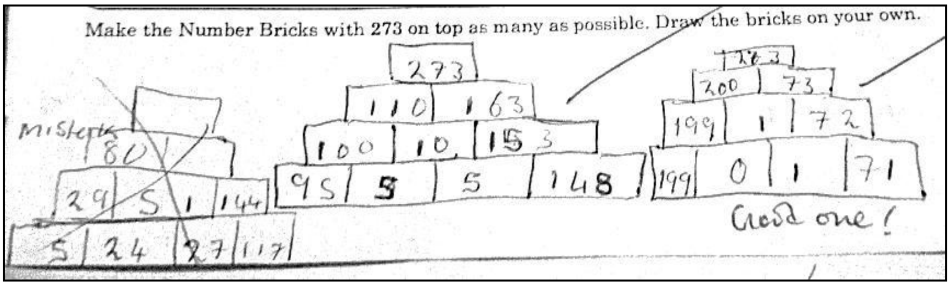


図 5−6：上位生徒が自主的に作成した数の石垣(1)

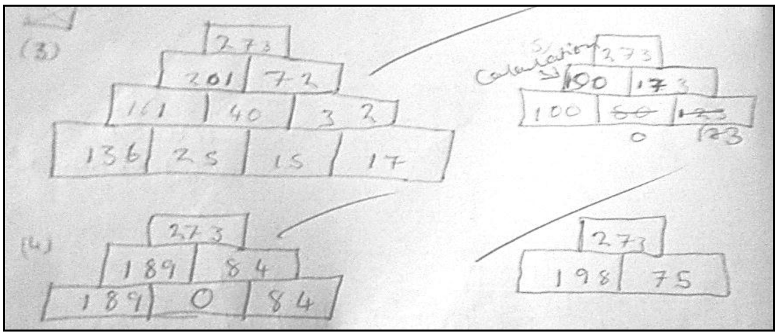
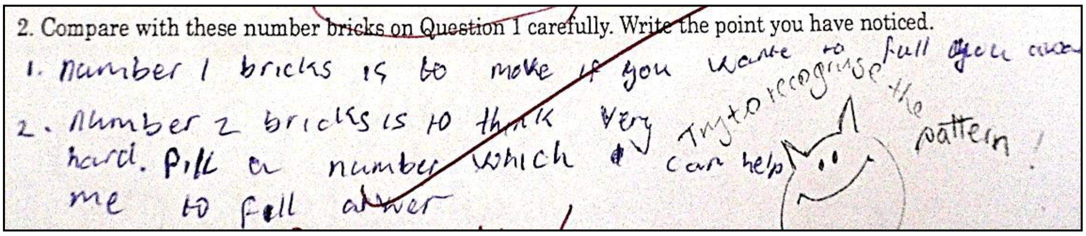


図５−７：上位生徒が自主的に作成した数の石垣(2)

パターンの気づきを述べる記述部分を詳しくみる．数の石垣から数のパターンの変化を記述する問題（図５−８）では，ルーシーは「試行錯誤する数の石垣は難しいから頑張って解かなければいけない」と感想を述べた．英語表現も文法的には意味が通じず，わかりにくい．

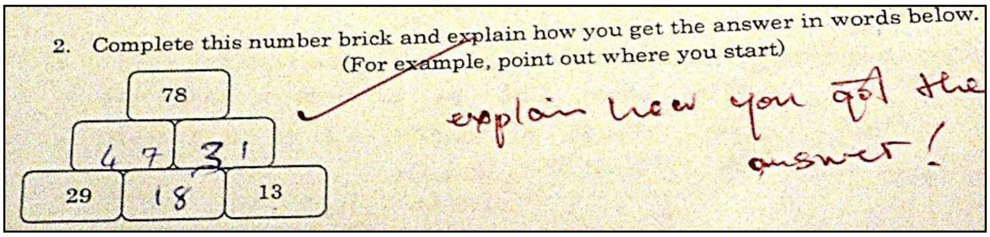


（注）６回目訳：1．最初の数の石垣は，数を入れて作る．2．次の数の石垣はとても難しい．

自分を助けるような正しい答えを入れなければならない．

図５−８：上位生徒の記述部分(1)

どのように解いたか自分のやり方を説明させる問題（図５−９）では無解答であった．

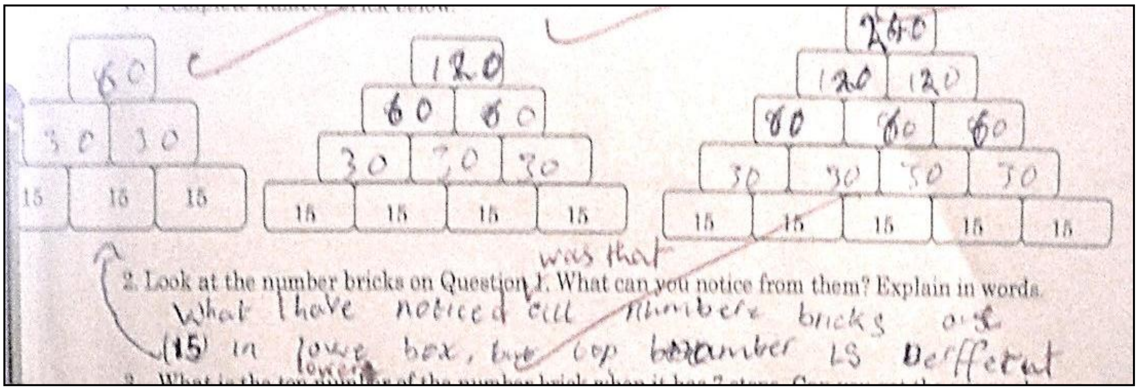


（注）７回目：白紙．

図５−９：上位生徒の記述部分(2)

この問いは大部分の生徒が白紙で提出しており，問いの意図が伝わりにくい問題であった．

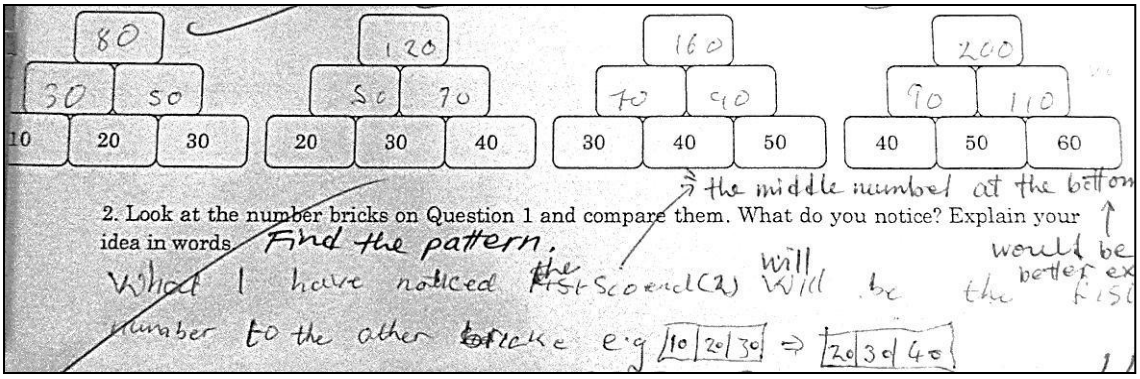
次に６回目と類似した問題（図５－10）では，三つの底辺の数が 15 で，段数が異なる数の石垣を全体的にとらえるようになった．パターンの気づきでは「底辺の数が 15 だ」と指摘している．一方で「頂上の数は違う」という曖昧な記述がみられる．



（注）８回目訳：気づいたことは，底辺の数がすべて 15 で，頂上の数はそれぞれ異なる．

図 5－10：上位生徒の記述部分(3)

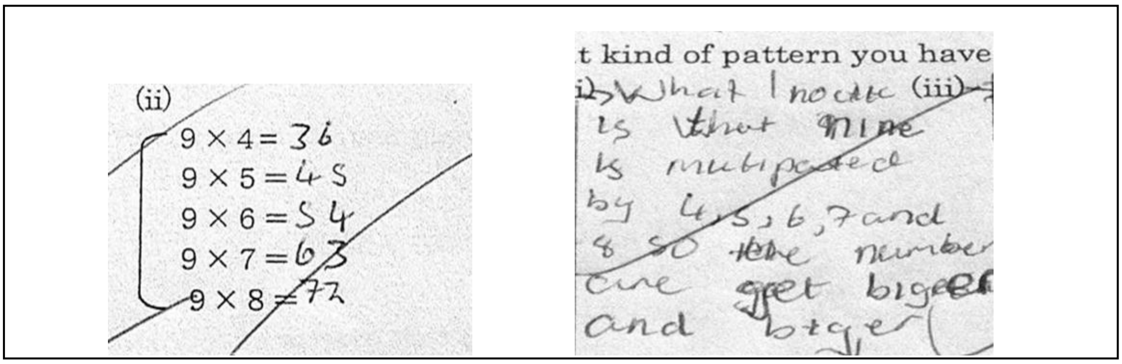
次に続く９回目（図５－11）では「気づいたことは，最初の石垣の真ん中の数が次の石垣の左側に来ている」と述べ，例示して自分の説明を補足して，具体性がある説明をおこなった．



（注）９回目訳：気づいたことは，最初の石垣の真ん中の数が次の石垣の左側に来ている．

図 5－11：上位生徒の記述部分(4)

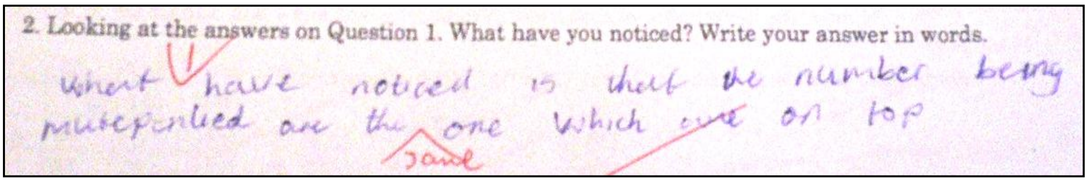
15 回目では言葉が少ないものの，数パターンの変化を観察して記述しようと試みた（図５－12）．



（注）15 回目訳：9 が 4，5，6，7 でかけられており，その答えはどんどん大きくなっている．

図 5－12：上位生徒の記述部分(5)

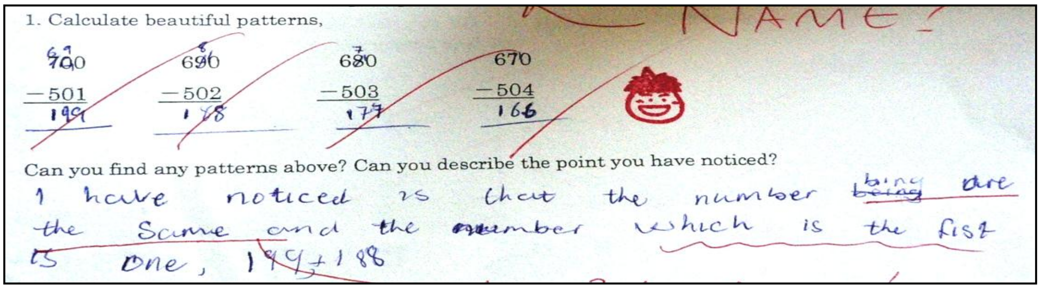
19 回目は，美しい包みの答えの数の変化に気づかせる問題で，ルーシーは意欲的にとりくみ，説明を補足するために例を用いて述べた（図 5－13）



（注）19 回目訳：気づいたことは，かけられる数の並びと，かける数の並び（上の数）が同じだ．

図 5－13：上位群の生徒の記述部分(6)

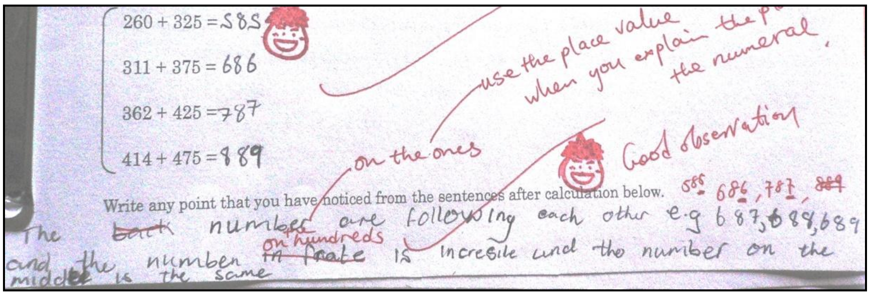
しかし，21 回目ではルーシーは「位どり（place value)」を記述できず，不明瞭な表現に戻った（図 5－14）．



（注）21 回目訳：気づいたことは，数が一緒で，最初の数は 1，199，+188 だ．

図 5－14：上位群生徒の記述部分(7)

22 回目ではルーシーは用語や表現に苦労していたが，例を用いて 10 の位の数字を「真中の数」という表現を用いて，数学的な考え方を記述した（図 5－15）．



（注）22 回目訳：後ろの数は，687，688，689 で真ん中の数（筆者注：10 の位）が同じである．

図 5－15：上位群生徒の記述部分(8)

これまでのルーシーの解答からパターンの認識やコミュニケーション能力の成長を整理する．

当初，感想や自分のおこなう活動についての記述や白紙がみられた（図 5－8，図 5－9）．次第に「大きくなる」，「違う」，「同じ」などの数の大きさの変化に記述した（図 5－10，図 5－12，図 5－13，図 5－15）．ここから，数の変化に関して，数のパターンに対する気づきの萌芽がみられた．さらに自分の言いたいことを具体的な例や矢印を用いるようになり（図 5－10，図 5－11），語彙や専門用語を知らない場合は，ほかの表現を代用した（図 5－14，図 5－15）．このように改善の途をたどることができるが，ルーシーの記述は順調に改善したのではなく，後戻りする場合があった．たとえば，的確な説明をおこなった回のすぐあと（図 5－13）で，曖昧な説明をおこない，数パターンの規則性を述べることができなくなった（図 5－14）．ここで大切なことは，これらの変化は正答ではなく，誤答部分を細かく見るなかで，改善が後退しつつ緩やかにみられるということである．

5－2－2－3. 下位生徒たちの学習

以上，学業成績や情意面に差があるルーシーとアーノルドの学習活動の推移を追った．アーノルドの活動結果と同様に，ほかの下位の生徒たちも加法以外の計算部分で困難が伴い，記述部分では無解答が目立った．この原因として言語的問題と数学への情意面の問題を指摘する．

アーノルドの事前，事後テストの結果において除法と減法が不正解であった．整数以外の数の計算は，事前テストに正解だった一問を除き，すべて不正解で，文章題はすべて無解答であった．数のパターンの認識では事後テストで二問の正解がみられた．これらのことからアーノルドは文章問題へのとりくみに困難を有していたといえる．

教授言語である英語を用いた意思疎通ができないことがその一因となっていると

考えられる．生徒同士の日常生活におけるコミュニケーションは現地語でおこなっているものの，授業における英語によつ教師の話[11]や英語で書かれた問題を理解していない可能性が高い．

さらに情意面に目を向ければ，アーノルドの調査時の出席率が 83％で，プリント提出率が 65％であった．出席率，提出率の生徒の全体平均がそれぞれ 87％，85％より，出席率も提出率も平均以下であった．プリントの提出をアーノルドが拒絶する場面もあった．これらのことからもアーノルドの数学学習の意識は低く，それがほとんどの記述問題での白紙と関連していると考えられる．

そのほかの下位の生徒も類似した状況であった．9 年 C 組の下位群 18 名中 15 名の提出率が平均以下であり，プリント提出をおこなわなかった生徒もいた．この点からも下位の生徒は提出率が悪く，継続的な学習がおこなわれなかった．この背景には，病気や家事，仕事といった家庭の事情で学校自体に来ることが出来ない場合と，学校に来ているものの「先生が嫌い」,「教科が嫌い」という理由で授業を受けない場合があった．

概して，アーノルドの学習が特殊な例ではなく，下位の生徒たちの学習の困難さも同様にうかびあがった．

5－2－2－4. ルーシーの学習の特徴とその背景

一方，ルーシーの継続的な活動をもとにして学習の特徴を同定していく．

第一に生徒の成長における漸進性を指摘する．ルーシーの記述は，そのほかの生徒の学習の進行と類似していた．パターンの認識に関してルーシーの答案にもとづき，学習進度を五段階に区分した．紙面でみられた段階は(1)白紙（図 5－8)，(2)感想や手順の説明（図 5－9)，(3)数の大小とパターンの曖昧な認識（図 5－10，図 5－12, 図 5－13, 図 5－14)，(4)パターンを認識しながらの不完全な記述（図 5－15)，(5)パターンを認識した正答の五段階，で進行すると考えられる．ルーシーは(4)までしか到達しなかったものの，ルーシーが達するはずであった最終段階として(5)の正答を設定した．

ここからパターンを最初に認識する(3)に到達するまでに(1)，(2)の段階があった．これらは数学的な内容と関連していない．また，パターンを認識しながらも，それを言語で説明できなければ紙面上では(3)しか表出しない．もし(3)，(4)を誤答と判断すれば，(1)から(4)までは単なる誤答として処理される．このように(5)が正答の段階だが，上位の生徒でさえ(1)から(4)の段階を緩やかに改善していったことから，生徒の学習の漸進性をみてとれる．

11　第 8，9 学年において学校における教授学習はすべて英語でおこなわれている．

第二に，漸進性とともに理解の折り返しを指摘する．上記の答案の変化は線形的に進むのではなく，折り返しを何度かくりかえして改善されている．特に(4)になっても(2)や(3)に戻る状況がルーシーの解答において観察された．

第三に，数学的技能や学習定着の不安定性を指摘する．ルーシーの場合，記述の変化から学習は漸進的に改善された．しかし，実際の事前，事後テストの達成度の変化は僅か 2%の上昇しかみられなかった．小問での変化をみると[12]，計算部分は25%から22%に減少した.パターン認識を記述する部分では0%から4%上昇した．各項目で減少したのは，主に小数点に関わる問題であった．計算部分での正答率の減少は，除法の計算でこれも小数点を不必要な場所につけた．調査内容には小数は含まれておらず，正規の授業で小数や除法を扱っていたため，プリント学習時に正課授業で学んだ学習内容が，生徒が有する既存の知識や学習定着に影響を及ぼしたと推測される．一連の学習で改善がみられたものの，筆記試験の結果には反映されにくかった．

以上の漸進性，折り返し，不安定性にはザンビアの生徒が有する固有な社会文化的な要因も関連しているであろう．たとえば言語的な制約は生徒の特徴に大きく影響を与えている（Berry, 1985）．ザンビアの教授言語は英語であり，生徒は日常的には現地語を使用している．英語を話すことはできても，書くことに困難を有している生徒は非常に多い．つまり，パターンの認識に気づきながらも，語彙力によって自分の考えを表現できない場合も考えられる．このような制約が，理解や習得までに時間を要したり，一旦理解したり習得したかにみえるものを簡単に忘れてしまったりすることの一因になっていると考えられる．

5－2－3. 分析の総括

事前，事後テストの平均正答率において，統計的に有意差はなかった．一方で数のパターンの認識やその説明に関して統計的に有意差がみられた．定性的な分析においては学業成績が上位と下位の生徒のプリント活動における細かな変化から，生徒の実態に迫った．

その結果，上位の生徒の学習において漸進性，折り返し，不安定性が同定された．上位の生徒はつまづきながらも本質的学習環境のパターン性に気づき，考え方を記述する学習をおこなった．下位の生徒は学習が円滑に進まず，数学学習が困難であり情意面も低いと確認された．

12　参考資料 5－5 参照．

第 3 節　理解モデルによる生徒の学習に関する分析

5－3－1. 課題と分析の目的

前節では，ある上位の生徒は本質的学習環境の学習において緩やかに改善していった様相を示した．またその生徒の漸進性，後退性，不安定性といった特徴を示した．第三に，同学年のなかでも生徒間の学習状況の差異が大きい例が示された．成績上位の生徒は数のパターンを認識する素地を有しているが，成績下位の生徒はパターンを認識できず，計算練習に終始した．ここでより分析的な視点で複数生徒の理解の特徴を同定する必要性を指摘する．

これを受け，本節では Pirie and Kieren（1992; 1994）の超越的再帰モデルを援用して，上記の生徒の特徴が複数の生徒にもみられるのか，そして各成績における差異が大きいのかどうかに応える分析をおこなう．

超越的再帰モデルは，生徒の内部に生起する理解を可視化して解釈するためのツールである．また，このモデルは生徒の理解の過程を水準化しており，生徒の活動の様子や活動の記録，質疑応答から理解の過程を判断し，モデル上に表現しており，生徒の理解過程が動的に視覚化され，教授的示唆を得るための記述性に優れている．それゆえ生徒の解答記述の変化を可視化し，複数の生徒が有する学習の特徴を導出するために，このモデルを援用する．そして得られる教授的示唆を第 1 次，第 2 次調査へと反映させていく．

以上を踏まえ，本節では最初に，先行研究から Pirie and Kieren の超越的再帰モデルの特徴や問題点を整理する．次に，本質的学習環境における数のパターン認識に関する生徒の記述データから本モデルを再構成する．そして生徒の記述変化をモデルにより表現し，特徴を同定する．これらの手順を踏んで，生徒の数パターンにおける理解の特徴を導出する．

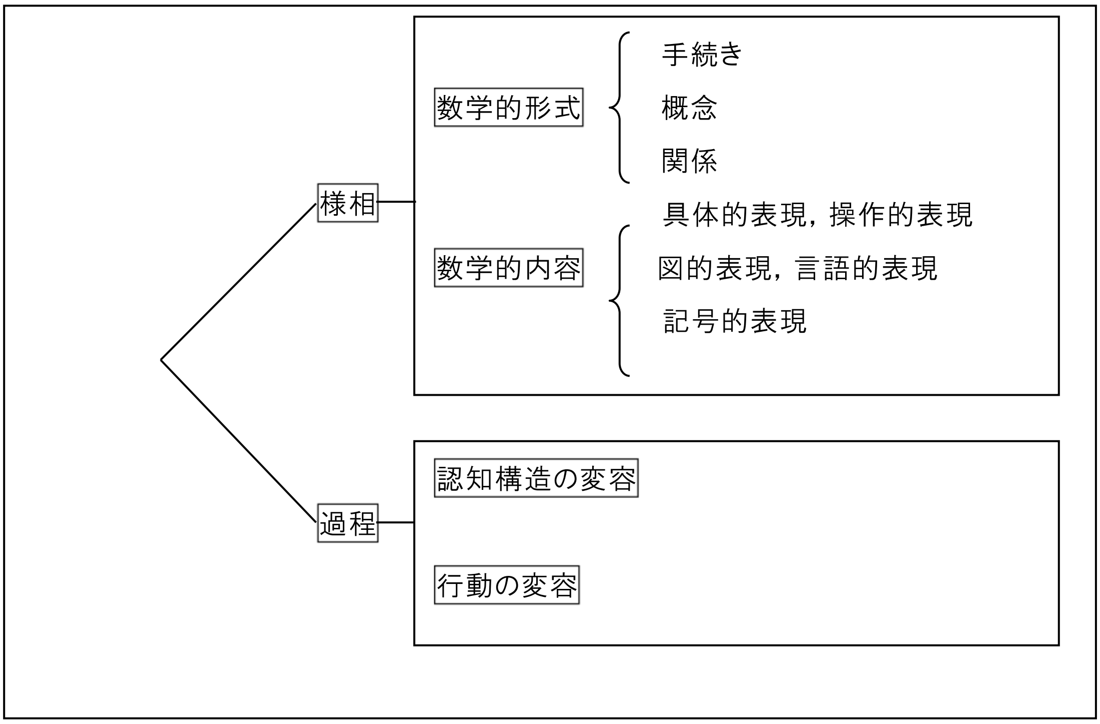
5－3－2. 分析の手順

5－3－2－1. 理解モデルについて

数学教育において理解に関する研究は，1970 年代以後の認知心理学からの影響を受けて発展してきた歴史的な蓄積がある．たとえば，Skemp（1976）の「道具的理解」,「関係的理解」を契機として，Herscovics and Bergeron（1988）の構成主義モデルや，超越的再帰モデルの開発が挙げられる．

日本では先進諸国における理解論争に刺激された平林（1978）による理解の仕組みや類型論に関する議論がなされた．近年では従来の理解モデルの問題を克服しようと試みた岡崎（1998）の数学的理解の拡大均衡化モデルや，小山（2006）の数学

的理解の二軸過程モデルに代表されるように，数々の理解モデルが開発されてきた．理解のモデル化の観点として，小山（1992）は不可視である認知的側面を対象化するものと観察可能な行動変容を対象化するものであると二分し,それらの観点を図５−16 にまとめた．

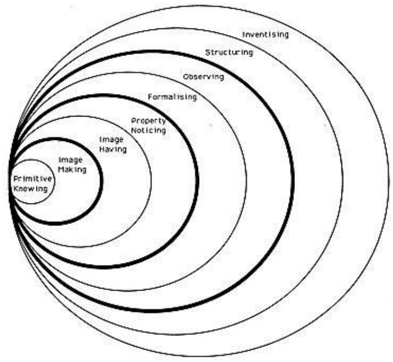


（出典）小山（1992）.

図５−16：理解のモデル化の観点

小山（1992）によれば，Pirie and Kieren（1992）の超越的再帰モデル以前の理解研究は，理解の様相をスタティックに記述する傾向があったのに対して，彼らは生徒の理解の過程をダイナミックに記述することを重視した．

Pirie and Kieren（1992）によれば本モデルは従来の理解モデルとは異なり，理解は折り返しをくりかえしながら再帰的に発達する，複雑かつダイナミックな過程ととらえられている．図５−17 に超越的再帰モデルを示す．



（出典）Pirie and Kieren（1992）

図 5－17：超越的再帰モデル

このモデルにおいて生徒の理解発達は八つの水準に分割される．左の最小円が理解の出発点となり，より高次な理解は外円で表現される．八つの水準は，初源的認識（primitive knowing），イメージづくり（image making），イメージ所有（image having），性質認知（property noticing），形式化（formalising），観察（observing），構造化（structuring），発明化（inventing）である．このモデルは内容を問わず，あらゆる段階の生徒の理解過程を水準の移行によって視覚化できると Pirie and Kieren（1992）は述べた．

本モデルでは生徒の内面に生起する理解を外面化して，ダイナミックな理解の過程が解明された．しかし，小山（1992）によればこのモデルには乗り越えるべき問題がある．

まず，生徒の活動をモデル上で表現する方法が不明瞭である．そして，超越的再帰モデルは複雑な理解の力動性を視覚的に表記できるものの，モデル上への理解曲線の表記方法について明確な定義がなされていない．次に「規範性」と「記述性」に関する指摘である．小山（1992）は，理解モデルが持つ規範性と記述性の二つの性質を挙げ，生徒の理解過程を再帰モデルとして記述することができ，「記述性」の特性を十分に具備していると述べた．一方で，教授，学習活動をよりよいものに高めていくためには，「規範性」も兼ね備えておく必要性があると小山（1992）は指摘した．実際，このモデル上で反省的思考（再帰）が理解水準の上昇に関与することは視覚的に確認されるが，生徒の反省的思考をどのようにうながして理解水準の上昇に寄与できるのかという教授的示唆について論じられていない．

5－3－2－2. 生徒の活動にもとづく超越的再帰モデルの再構成

(1)理解モデルの再構成

本モデルには，生徒の記述の過程を可視化することで，記述の背景にある理解の

側面へ迫ることができる利点がある．ザンビアという文化的，社会的文脈が先進国とは異なる状況を考慮し，モデルに対する先の問題に応えながら，学習の実相にもとづきモデルを再構成して分析をおこなう．

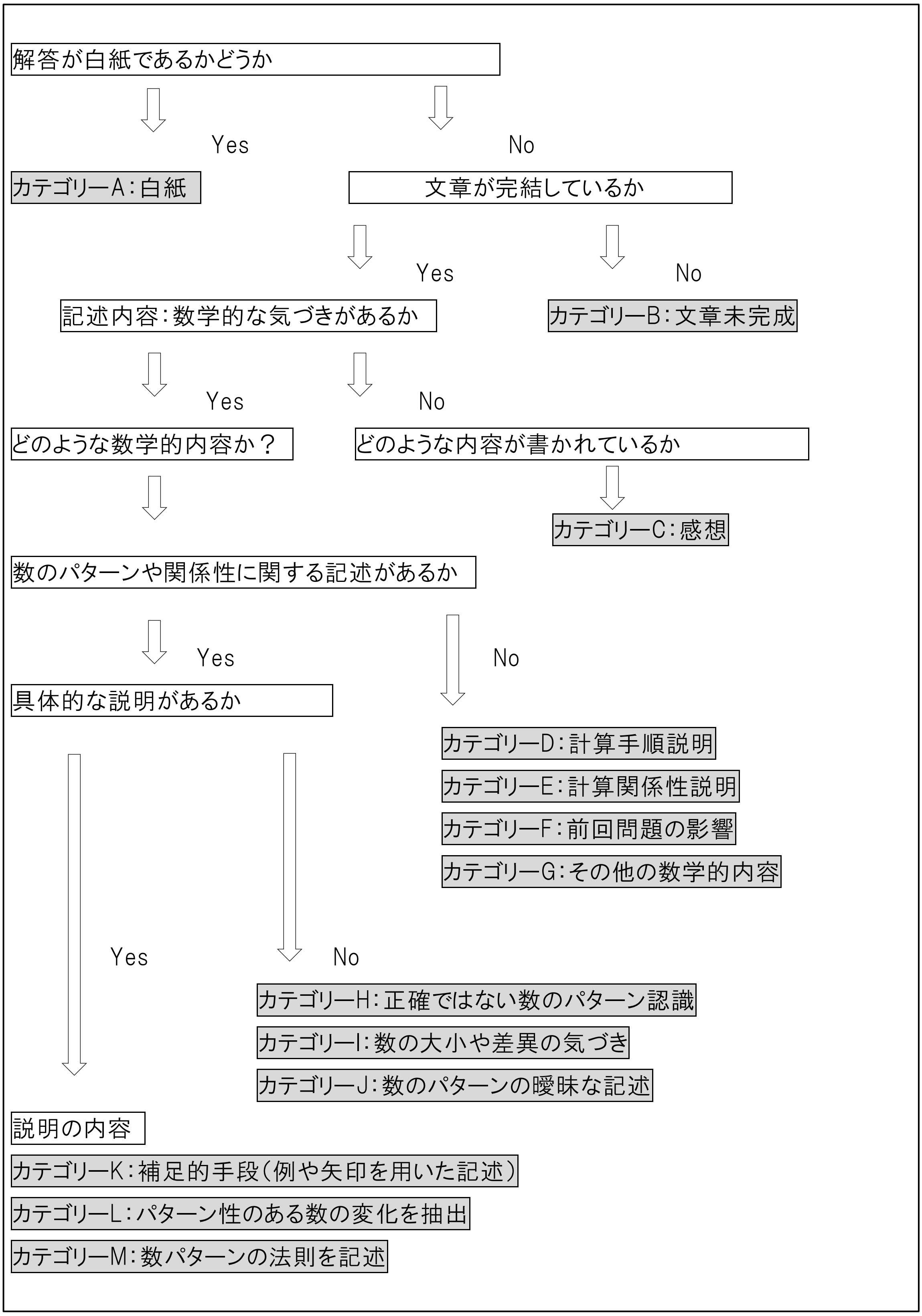
生徒間の大きい学習差が前節で示唆されたため，学習段階の違いから生じる学習の特徴や傾向についても示唆を得たいと考えた．第 9 学年 A 組の 37 名を通常の数学の成績と平常点から上，中，下位群のカテゴリーに 12 名，13 名，12 名と分けた．全 7 回のプリント学習の内容は，(1)整数の四則計算練習問題，(2)パターンの認識を数で答える問題, (3)記述問題，の三つに大別される．特に着目したい記述問題では，質問は「気づいた数のパターンについて自分の意見を述べなさい」の同一問題で，難易度は一定であった．記述内容を分析して生徒の思考の側面に迫ることをめざす．

ここで，本モデルの水準とプリント学習の内容に関する生徒の記述との対応について規定する．最初に，プリント提出率が 100％で，かつ様々な内容が観察された上位群の生徒 5 名の記述を抽出して，分類した．各記述内容を「数パターンの法則をみつけること」を最終到達度とした．

次に第 2 節におけるルーシーの答案にもみられたようにプリントには「白紙の状態」,「感想の状態」があり，さらに「問題に合わない解答」,「数パターンを認識していると思われる箇所」,「正しい記述」が観察された．そこで，図 5－18 の原型となるアルゴリズムを暫定的に作成し，そのカテゴリー化のあと，水準を規定した．

アルゴリズムに関しては，白紙かそうでないかを最初の分類の判断とした．記述がある場合，意味が通じる記述かそうでないものかに分類し，数のパターンの記述に近接する段階を設定した．その後，問題に答えていない数学的な解答や数のパターンを認識していると思われるが「明確でない記述」,「明確な記述に近いもの」,「正答」といった大きな区切りに分類した．それらを，記述分類の判断材料としてアルゴリズムに組み込んだ．一方で，問題に合わない解答や，数パターンの曖昧な認識において，判断材料に欠けているため，細部まで分類ができない内容もあった．

次に, 同様に成績下位群の生徒 12 名と中位群 5 名の記述をアルゴリズムにしたがって，数パターンの認識のカテゴリーへ分類した．その際，アルゴリズムに入りきれない記述については，新たに項目を加え最終的に図 5－18 のアルゴリズムを完成した．このような記述の分類作業を，アルゴリズムを通しておこない，記述水準とカテゴリー分類を最終的に表 5－3 に設定した．



（注）B，C，D－G，H－J はそれぞれ並列の関係.

（出典）筆者作成.

図 5－18：記述部分のカテゴリー分類のためのアルゴリズム

表 5－3：水準とカテゴリー分類表

<table>
<tr><th>水準
番号</th><th>水準</th><th>カテゴリー</th><th colspan="2">カテゴリー内容</th><th>実際の生徒の記述：
キーワードや表現例</th></tr>
<tr><td rowspan="3">0</td><td>前・初認識</td><td>A</td><td colspan="2">白紙</td><td>記入無し</td></tr>
<tr><td rowspan="2">言語的困難性</td><td>B</td><td colspan="2">文章未完成</td><td>・Three
・What have I noticed is that when you the upper and lower part.</td></tr>
<tr><td>C</td><td colspan="2">感想</td><td>・We like this.
・Fine
・Hard
・Simple
・Not possible</td></tr>
<tr><td rowspan="4">1</td><td rowspan="4">初源的認識</td><td>D</td><td rowspan="4">問題に
合わない
解答</td><td>計算手順説明</td><td>・We have to fill the answer.
・Divide
・Multiplying</td></tr>
<tr><td>E</td><td>計算関係性説明</td><td>問題内の除法と乗法の関係性を指摘</td></tr>
<tr><td>F</td><td>前回問題の影響</td><td>前回の答案と同じ解答</td></tr>
<tr><td>G</td><td>その他の数学的内容</td><td>―</td></tr>
<tr><td rowspan="4">2</td><td rowspan="3">曖昧な
イメージ作り</td><td>H</td><td colspan="2">正確ではない数パターンの認識</td><td>―</td></tr>
<tr><td>I</td><td colspan="2">数の大小や差異の気付き</td><td>・Big
・Small</td></tr>
<tr><td>J</td><td colspan="2">数パターンの曖昧な認識</td><td>・I have notived is that the number being are the same not the number which in the first one.
・199＋188</td></tr>
<tr><td>具体性のある
イメージ作り</td><td>K</td><td colspan="2">補足的手段を用いた記述</td><td>・For example
・矢印を用いて対象を指す</td></tr>
<tr><td>3</td><td>イメージ所有</td><td>L</td><td colspan="2">パターン性のある数の変化抽出</td><td>・22，44，66</td></tr>
<tr><td>4</td><td>性質認知</td><td>M</td><td colspan="2">数パターンの法則記述</td><td>・Add by 22
・Multiplying by 9</td></tr>
</table>

（出典）筆者作成．

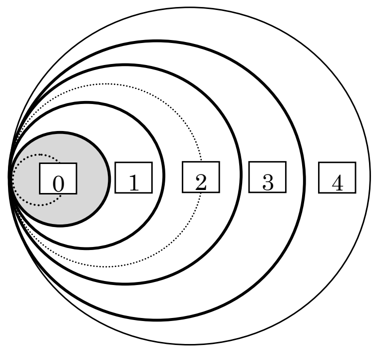
そして Pirie and Kieren のモデルの再構成にあたり，次の諸点を考慮した．

まず，理解水準に関して，問題難易度と生徒が達した段階を考慮して，元のモデルの第 4 水準「性質認知」までを採用した．

次に解答には白紙が多かった．生徒の理解を考えるうえで白紙から記述の変化は無視できず，その段階をモデルに組み込む必要があると判断して，0 水準を設定した．また，意味のなさない記述や感想の記述は，ザンビアの生徒特有の言語的困難性の一端であると考えられた．これも数学的段階の判断を処すことができなかったが，このような記述が多かったことから，モデル内に含む必要性があると判断し，0 水準に包含した．同じ 0 水準でも白紙の段階と何かしらの記述は区別し，モデル上には 0 水準の両者を点線で分けて区別した．

第三に第 1 水準の「初源的認識」は,「新しい問題にとりくむ際に生徒が頭のなかに持っていること」（Pirie and Kieren, 1992, p.245）であり，問題にとりくむ際の出発地点であるととらえられている．つまり，カテゴリーD から G は,「その出発点が，混沌とした状態で問題には関係のない数学的な考えを述べている状態である」と考えられ，これらの記述を第 1 水準に対応づけた．

第四に第 2 水準の内容を二つに区分して，それぞれ「曖昧なイメージ作り」,「具体性のあるイメージ作り」と設定した．「曖昧なイメージづくり」は，パターン認識に気づいているが，不明確である記述を含んだ．一方，カテゴリーK に属した記述は，矢印や図の補足的手段を用いたパターンに関する表現で，多くの生徒が「たとえば」という言葉を用いて例を挙げ，言葉の代替物として矢印を用いる状況がみられた．すなわち，カテゴリーK をカテゴリーL の準備段階とみなすことができた．しかしカテゴリーK における記述ではパターン性を明確に表現していないことから，第 2 水準「具体性のあるイメージ作り」に設定した．以上の水準とカテゴリーの対応からモデルを再構成した（図 5－19）．



（注）番号は各水準．

（出典）筆者作成．

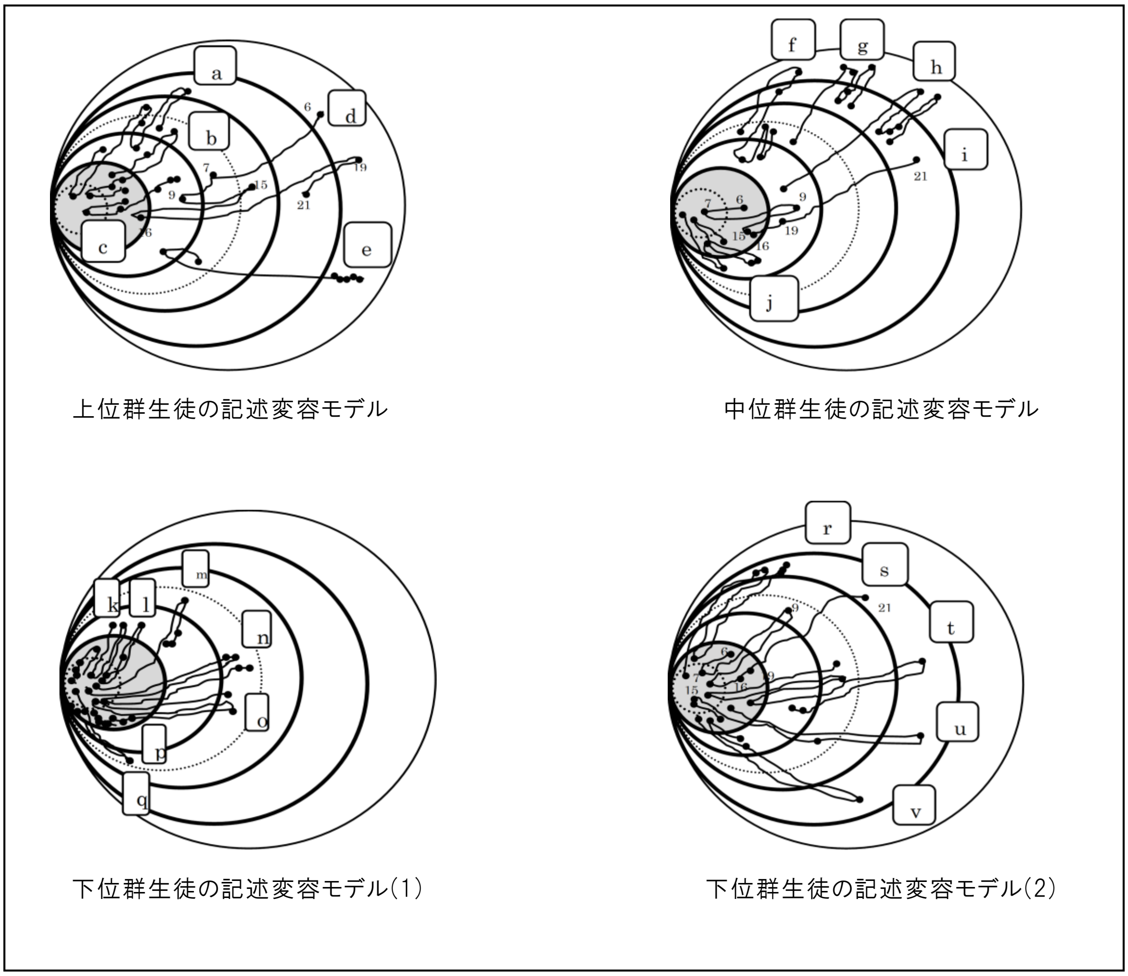
図 5－19：再構成された超越的再帰モデル

5－3－3. 生徒の記述の分析

モデルの表記方法を次のように設定した．各成績群の傾向を視覚的に把握しやすいように，一つのモデル上に複数の生徒の記述変容について記述した[13]．そのため元の超越的再帰モデルと同様，理解過程をあらわす線の角度と水準内の異なる場所について特に定義しなかった．また，プリント学習で到達した水準を●を用いて明示した．モデル内で個人の理解の曲線を追いやすくするために，初回以降回数を経るごとに，曲線は上から下に移行するよう意図した．

13　成績区分については普段の数学の試験の点数と平常点により分類し，平常点を考慮して若干入れ替えた．

生徒の選定において上，中位群から出席率が高い生徒を各５名選出した．下位群の生徒はアーノルドのように無解答が多かったことから，より多くの生徒のつまづきの水準を把握して学習の傾向を探るべく，下位群の 12 名全員を対象とした．下位群の生徒の人数がほかの群より多かったため，下位群で観察された最高水準である第３水準に到達した生徒と，そうでない生徒に二分してモデル化した[14].



（注）モデル内のアルファベットは各生徒を，モデル内の番号はプリント活動の回を指す．

（出典）筆者作成．

図 5－20：生徒の記述変容モデル

図 5－20 から全体的特徴と各成績群の特徴に関して述べる．

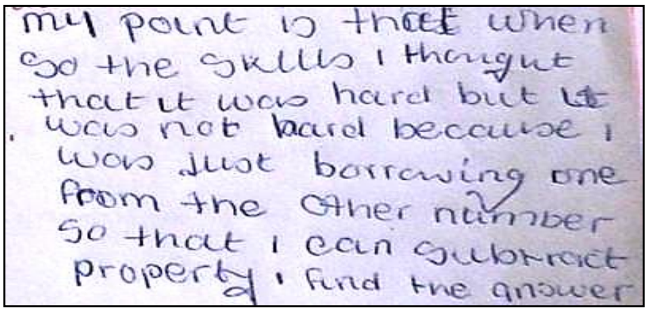
モデルでは曲線が多く折り返しが頻繁に生起し，折り返しの幅が大きい．比較的高水準に到達した生徒（生徒 b，生徒 r，生徒 s）でも，白紙状態に急に後退する場合もみられ，折り返しに伴う不安定性があった．そして全体的に記述変化にも数回を必要とした．そして第 4 水準の数パターンの法則記述に到達した生徒は上，中位

14　上位群生徒記述カテゴリー分類の表は参考資料 5－6 参照.

群のなかで約半数であった（生徒 d，e，f，g，h，i）．

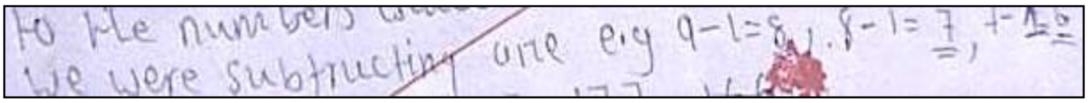
一方，第 4 水準に到達した下位群生徒はおらず，最高でも第 3 水準に達するにとどまった．そしてすべてのモデルから高水準に達する生徒は少なかった．また第 4 水準の法則化に達成していないが，第 3 水準で記述変容が止まる場合と，それより下の水準内で往来する場合が観察された．これらのことから，第 1 節で議論した生徒の理解の漸進性，後退性，不安定性が，複数の生徒の記述変容でも観察された．

次に成績群間にみられる特徴を同定する．中，上位群では，成績間の差異は特に観察されず，個人差によるものが大きかった．上位群生徒の生徒 b，生徒 e を例に挙げる．生徒 b と生徒 e は言語能力や普段の数学の成績，積極性はともに高いものの，記述では差異が生じた．21 回目の美しい包みにおける記述問題は計算で解答したあとに，その答えにみられるパターンについて論じる問題であった．生徒 b はほかの回でも同じように感想に終始し（図 5－21），生徒 e はパターン性のある数を例示するとともに，その法則についても言及した（図 5－22）．



（注）訳：「私の言いたいことは，この技術は難しかった，でも難しくなかった．私は 1 をほかの桁から借りてきて，ちゃんと引き算ができた．そして答えがみつかった」

図 5－21：生徒 b の解答（21 回目）



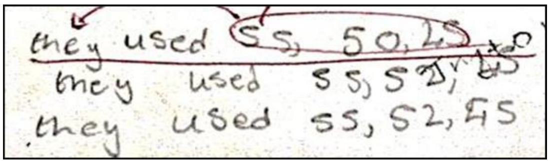
（注）訳：「（中略）…数のパターンは，1 を引くことである．（例）9－1＝8，8－1＝7，7－1＝6」

図 5－22：生徒 e の解答（21 回目）

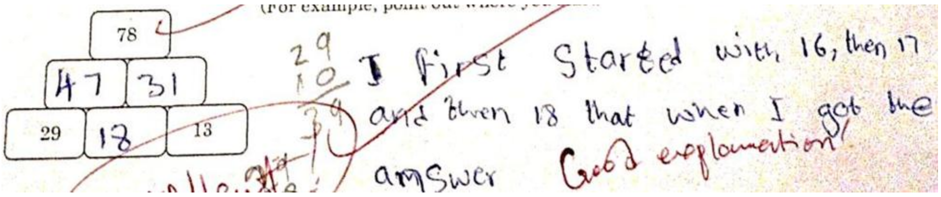
このように，成績上位群の生徒間で比較した際，学業成績や態度が類似した生徒たちでも，記述の変容は大きく異なった．

中位群の特徴は，第 3 水準に位置する記述が多く，水準間の往来がみられた（後退性，不安定性）．生徒 f，g，h に代表されるように，水準間の移行が頻繁にみられる．図 5－23 には生徒 g の答案を例示した．生徒 g の答案の変化から，数列の法則

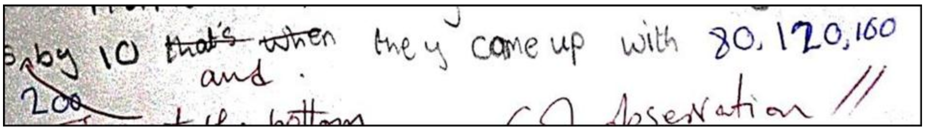
が発見できない場合，記述がパターン認識にとどまることを確認した．



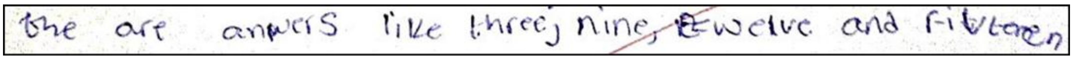
6:55, 50, 45 そして 55, 52, 45 そして 55, 52, 45(水準 2 後ろ)



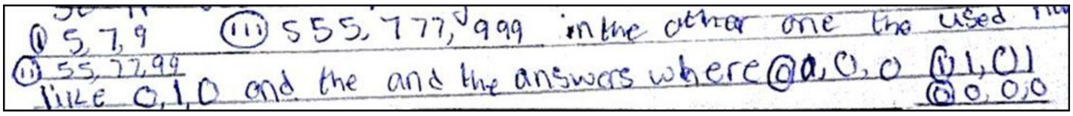
7:16, 17 ではじめて 18 であった(水準 4)



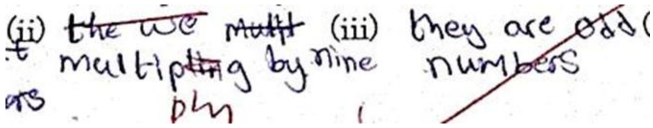
9:80,120, 160, 200(水準 4)



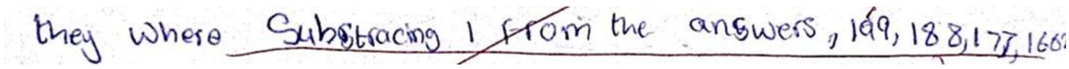
15:3, 6, 9, 12, 15(水準 4)



16:5, 7, 9, 555, 777, 999(水準 3)



19:9 の倍数　奇数(水準 4)



（注）最初の数はプリント学習回，括弧内の数は水準をあらわす．

（出典）筆者作成．

図 5－23：生徒 g の記述変容過程とその水準化

p.110 における図 5－20 の下位群のモデル(2)より，一部の下位群はパターン認識ができる．5 名中 2 名が英語での読み書きに困難を抱えているものの，数のパター

ンを認識し，表現する段階に到達した．たとえば，第 3 水準に達した生徒 r は，16 回では「数のパターンは 999，777」と述べ，19 回では「99－11＝88，88－22＝66」と数のパターン認識をおこなった．第 4 水準における法則化には達していないものの，例や矢印といった具体的なものを用いて数のパターンを記述できる水準に達した．つまりこれらの生徒たちは，数のパターンを認識し自分なりの表現方法で説明できた．

一方で，図 5－20 の下位群の生徒のモデル（1）において第 3 水準に到達しなかった生徒たちは，白紙が多く，最大第 2 水準までしか到達しなかった．図 5－20 の下位群のモデル二つで生徒を比較した際に，モデル(2)の生徒たちの 5 名中 3 名は，教師に頻繁に質問して，長時間問題を考えていた．一方で，モデル(1)の生徒たちは問題行動を起こし，出席率が低く継続的学習をおこなうことができず，前節で述べたアーノルドの状況と類似していた．

5－3－4. 分析の総括

本節では，再構成された超越的再帰モデルを用いて，生徒の数パターンに関する理解を記述問題の解答の変化を追う形で分析した．生徒の記述は，理解の側面に迫るうえでの一つの手立てで，生徒の記述と思考したプロセスが一致するかどうか，という限界がある．その限界性を認めながら，より方法を明確化して分析をおこなった．分析結果として次の諸点を挙げる．

第一に，第 2 節における 1 名の上位群生徒の理解の特徴に関し，ほかの生徒に共通するものとして，漸進性，後退性，不安定性を確認した．第二に，試験の成績が下位群で言語的困難を有しながらも，数パターンを認識しそれを言葉で表現できる生徒たちを把握した．第三に，学習が円滑におこなわれると想定された上位群に関して，表層的な理解しかされていないととれる，活動に困難を示す生徒を確認した．下位群生徒も含めた生徒たちは，数パターンの認識ができる一方で，その法則化に困難を有することを確認した．また，全般的に無解答が多く，言語的，数学的要因の両方がそれに関わっていた．

第 5 章 引用，参考文献

Berry, J. W. (1985). Learning Mathematics in a Second Language: Some Cross-Cultural Issues, *For the Learning of Mathematics*, 5(2), 18-23.

Herscovics, N., and Bergeron. (1988). An Extended Model of Understanding, *Proceeding of the 10th PME*- NA, 15-22.

平林一栄．(1978).「数学教育における『理解』の問題－理解の類型論－」，中国四国数学教育学会資料.

小山正孝．(1992).「数学教育における理解のモデルについて」，『数学教育学の新展開』(岩合一男先生退官記念出版会編)，pp.172-184，聖文社.

小山正孝．(2006).「算数教育における数学的理解の過程モデルの研究」．広島大学大学院博士論文.

岡崎正和．(1998).「均衡化理論に基づく数学的概念の一般化における理解過程に関する研究」，広島大学大学院博士論文.

Pirie, S., and Kieren, T. (1992). Watching Sandy's Understanding Grow, *Journal of Mathematical Behaviour*, 11, 243-257.

Pirie, S., and Kieren, T. (1994). Growth in Mathematical Understanding: How can we characterize it and how can we represent it?, *Educational Studies in Mathematics*, 26, 165-190.

Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding, *Mathematics Teaching*, 77, 22-26.

第 6 章　本質的学習環境に基づく第 1 次調査と第 2 次調査

本章では，第 5 章の予備調査の結果を踏まえて，第 1 次調査と第 2 次調査で実施した授業開発における教師，生徒，教材の三者間の相互作用と基礎的能力，高次的能力の育成過程について述べる．

第 1 節において各調査の設定について論じ，局所的授業サイクルの「授業計画」について整理する．第 2 節において第 1 次調査のデータを，第 3 節においては第 2 次調査のデータを用いて定量的，定性的に分析する．第 4 節においては二つの調査の相違点と共通点について論じ，共通点から授業開発研究の成果を導出する．

第 1 節　全体の計画と授業計画

ここでは二つの調査における大局的授業改善サイクルの「全体の計画」（図 4－6 参照）について簡潔に述べ，局所的授業改善サイクルにおける「授業計画」と授業内容の詳細を示す．そこでは予備調査の結果も考慮する．

6－1－1. 調査地域, 学年の設定

予備調査後，2008 年 8 月に授業開発の調査地域，学年，内容設定のための調査を実施した．まず，調査地域と学年設定のために，ルサカにおいて生徒や教師へのインタビューを実施した[1].

(1) 調査地域と学年の設定

インタビューをもとにルサカの教育関係者 4 名[2]と協議した結果，調査の対象学年を第 5 学年から第 7 学年の間で設定することを暫定的にきめた．その後，第 7 学年は国家試験のため対象から外し, 最終的には第 5, 6 学年を調査対象として設定した.

(2) 本調査の学校と協働する教師の選定

1　インタビュー対象者の情報については参考資料 6－1 参照.

2　ルサカ郡教育理事会事務局の教員センター長，学校長，現地教師を含む.

授業開発の対象学校については，対象校同士が異なる州に位置し，生徒数が比較的多い公立基礎学校を選定基準とした．また，授業開発をおこなう教師は，継続的に指導可能な 5 年以上の指導経験がある第 5，6 学年の担当を条件とした．研究や調査の目的と協力に関して，校長と教師本人からの賛同を得た．

第 1 次調査において 2008 年 8 に，ルサカ州ルサカ郡教育理事会事務局の教員センターにおいて推薦された L 基礎学校[3]の教師 Mr.ムコンカ（Mukonka）[4]の同意を得た．

第 2 次調査において 2009 年 2 月に中央州教育事務所から推薦されたカブウェ郡 M 基礎学校[5]を訪問して第 6 学年の教師に同意を得た．しかし家庭の事情から授業実施が困難になり，代わりに 2009 年 4 月に同学校の校長から推薦された第 5 学年担当教師 Ms. ルビンダ（Lubinda）[6]が研究の趣旨に賛同した．表 6－1 に二つの学校の情報[7]を示した．

表 6－1：本調査を実施した学校の特徴

	L基礎学校	M基礎学校
場所	ルサカ州ルサカ郡　都市部	中央州カブウェ郡　都市部
生徒数	1926人(2008年)	1856名(2007年)
職員数	53名(2008年)	58名(2007年)
第7学年の試験通過率	34.2%(2008年)	68.3%(2008年)
第9学年の試験通過率	31.5%(2008年)	49.7%(2008年)
郡での順位	ー	第7学年　33校中24位(2008年)

（出典）ルサカ州教育事務所，中央州教育事務所，各学校の記録から筆者作成．

調査内容は予備調査の結果と現地での指導経験をもとに筆者が素案を作成した．素案にもとづき，事前テストの結果を教師と話し合い，調査対象の生徒や学年を考慮して，到達目標をきめた．それとともに，教材や授業進行，内容を協議した．用いる本質的学習環境は数の石垣と美しい包みとした．数の石垣では主に加減を扱い，

3　Mumuni ゾーン全 16 校のうちの 1 校．

4　Mr．ムコンカの情報は参考資料 6－2 参照．

5　Mining ゾーン全 12 校（コミュニティスクール含む）の 1 校．

6　Ms．ルビンダの情報は参考資料 6－2 参照．

7　L 基礎学校において徒歩 15 分以内のコンパウンド（集落）に住んでいる生徒たちや，徒歩 1 時間以上要するコンパウンドに住む生徒たちが混在していた．前者は経済的に平均以上の家庭が多く，後者は前者よりも経済状態は低い家庭の生徒が多く，電気，水は不安定であった．M 基礎学校では学校に隣接する巨大なコンパウンドからほぼ全員が通い，経済状態は低く，電気や水が不安定な家庭がほとんどであった．

美しい包みでは四則計算を含んだ.

授業の到達目標
（基礎的能力に関わる目標）
●2 桁と 3 桁の四則計算が正確にできるようになる. 特に数の石垣では加法と減法の関係を理解して, 計算を行うことができる.
（高次的能力に関わる目標）
●数の石垣と美しい包みに埋め込まれた数列や幾何的なものを含むパターン性をとりだし探究することができる.
●パターンや数列の規則を口頭と記述で述べることができる.
●それらの数学的発見や推測についてクラスで話し合うことができる.

(3) 予備調査と本調査の関係

前章では本質的学習環境の学習活動において理解の漸進性・後退性・不安定性といった理解の特徴を同定した．これらの特徴と関連して，誤答の場合，(1)誤答が数学とは関係ないものから正答に近い誤答まで，いくつかの段階を経ていたことが確認された（第 5 章第 2 節のルーシーの答案を参照）．また，(2)数列に関してパターンを抜き出して書く学習がなされた．一方でパターンを記述した後，数列の規則を記述することが特に困難であった．パターンに関する推論や探究については，一部の生徒しか答えることができなかった．

これら一連の特徴から,生徒が困難を乗り越えられる足場の設定や支援が第1次，第 2 次調査において必要だと考えた．

(1)漸進性・後退性・不安定性に関しては，教材のルールや決まりを理解するために，くりかえしの練習や生徒の細かい変化に気づき対策を講じる段階的な指導が必要である．

次に，(2)規則の記述が困難なことは，言語的な困難性と，数学的な困難性が混在していると推測された．言語的な困難性に関して，第 9 学年でさえも英語の文章作成に困難を持っていた．同時に法則化に関して，数列の発見から規則の記述への移行は数学的にも難易度が上がる．そこで数列の発見から規則の記述をつなぐ支援のありかたを教師と話し合った．

さらに，言語的な特徴に対して，記述とともに，口頭やジェスチャーを受け入れ，必要であれば現地語をとりいれることで，徐々に記述への移行を図っていく示唆が

得られた．これらの諸点を授業計画時に教師と話し合い，具体的な指導方法や教材の提示の仕方に反映した．

6−1−2. 第１次調査の概要

第６学年の第１学期１月から２月にかけて第１次調査を実施した．L 基礎学校では第６学年で教科担任制を採用しており，Mr. ムコンカは担任クラスと他に二クラス，計三クラスで数学を教えていた．そのうちの一つである６学年Ｃ組[8]の正規の数学授業と，試験対策クラス（SP1：Special Paper1）の枠でおこなった．

大局的授業改善サイクルの「全体の計画」において全 25 回の授業素案を筆者が作成した[9]．その後全授業の内容を包括的に話し合い，局所的授業改善サイクルの「授業実施」における生徒の学習状況から「授業反省，改善，評価」において授業内容を調整する方向をとることにした．そこで「全体の計画」において事前情報を得るため，他教科授業の参与観察と事前テストをおこなった．

英語や社会の授業の参与観察[10]では，教師が板書をおこない，黙って生徒がノートに記述する授業や，講義形式の授業が観察された．英語を話すことができる上位群生徒４，５名と教師による一問一答にしたがうかたちで，大多数の生徒は「はい」「いいえ」とだけ発言した．これより「教師は発言も多い上位群の生徒を積極的に指名し，ほかの大多数の生徒は十分な授業参加がされていない状況」（池谷，2009）を他教科の授業において確認した．

さらに四則計算と数列を含む事前テスト（N=34，全 34 問記述式，平均正答率 55.35%）[11]により授業開始前の学習の程度を把握した．事前テストはシラバスよりも難易度が低い問題（計算問題に加えパターンの問題）を出題した[12]．

8　６年Ｃ組は理科を指導していた担任が第５学年から受け持っているクラスであったため，生徒の背景情報や成績について幅広くインフォーマルに話を聞くことができたことと，Mr. ムコンカの担任クラスは女生徒だけのクラスだったことから６年Ｃ組を調査対象に設定した．

9　カリキュラム上は集合・数と記数法を指導する時期であった．集合は試験勉強の時間や欠席した教師の時間を用いて行った．

10　時間割に書かれていた授業が必ずしもおこなわれていない場合があり，授業を観察できたのは英語と社会のみであった．

11　第１次調査の事前，事後テスト問題については参考資料６−３参照．

12　予備調査の第９学年の生徒たちがシラバスよりもかなり低い学習段階であったことから，同じことが本調査でもいえるだろうと予想した．

パターンを把握して書き込む問題[13]では，幾何的パターンと数列の問題における平均正答率が，それぞれ 38.24%と 58.46%であった．また１桁から４桁までの加法，減法の平均正答率がそれぞれ 82.84%，65.20%であった．

これらからシラバスよりも難易度を下げて授業実施することにした．結局，学校行事や職員会議によって授業回数の確保が難しく，予定を変更せざるを得なくなり，25 限から減らして全 23 限の授業を実施した．授業計画で教師は話し合いの際にメモをとり，そのメモをもとに授業を進めた．次頁の表６−２に第１次調査の局所的授業改善サイクルにおける授業計画と目標を示す[14].

6−1−3. 第２次調査の概要

第５学年 32 名を対象にして 2010 年５月から６月の第二学期に第２次調査を実施した．調査時に中央州では教師のストライキ運動がおこり，登校する生徒や教師数が通常よりも大幅に少なかった．正規の授業はほとんど実施されていなかったため，校長，副校長，担当教師と協議して，午後の二時限を用いて 80 分の授業を毎日おこなうことにした．その二つを便宜上一時限として扱った．

第 1 次調査時と同様に授業の素案を準備しており，それと生徒の学習状況をもとに授業計画を教師が練った．そこで学習状況の把握のために，授業実施前に事前テストとインタビューをおこなった．

テスト内容は第１学年から第５学年の既習内容にあたる四則計算と数列を埋める，シラバスより難易度が低い問題であった．表６−３に事後テストにおける各問題の平均正答率を示す．

13　例として，5，10，15，□，25，□，35，40 を挙げる．数パターンの問題はこのような穴埋めの問題であった．

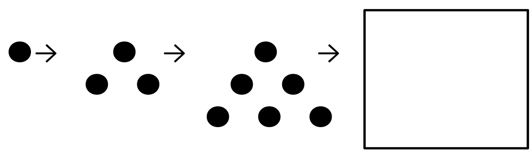
14　毎時の授業内容は参考資料６−４に提示する．

表 6－2：第 1 次調査の授業内容と目標

本質的学習環境	時限	計算領域	授業目標
数の石垣	1	数 図形パターン	【導入】2桁や3桁（10の倍数）の数と，図形のパターンを認識することができる．
	2	加法	数の石垣のルールを発見して話し合う．ルールを用いて1桁，2桁の加法ができる．
	3	加法･減法	数の石垣（3段）の2桁までの加減の関係を把握して計算する．
	4	加法･減法	数の石垣（3段）の100までの加減の関係を把握して計算する．
	5	加法･減法	数の石垣（4段）の2桁までの加減の関係を把握して計算する．
	6	加法･減法	数の石垣を試行錯誤して計算することができ，その計算の仕方を話し合う．
	7	加法	カードを用いて，与えられたカードに適した数の石垣を作る．
		数のパターン	数の石垣を作成した後に，数のパターンに従って数の石垣を並べることができる．石垣が幾つできるのかを話し合う．
	8	加法･減法	カードを用いて，与えられたカードに適した数の石垣を作る．
			カードなしで，与えられた数に適した数の石垣を作る．
	9	加法･減法	数の石垣（3段）の3桁（10の倍数）の加減を正確に行う．
	10	加法･減法	数の石垣（3段）の500までの数の加減を正確に行う．
	11	加法･減法 数のパターン	2桁の数の石垣を完成して，数のパターンを見つけて話し合う．
	12	加法･減法 数のパターン	3桁の数の石垣を完成して，数のパターンを見つけて話し合う．
	13	加法･減法 数のパターン	3桁の数の石垣を完成して，数のパターンを見つけて話し合う．
	14	加法	250以上の数を用いて数の石垣を自由に作る．
美しい包み	15	図形 数のパターン	【導入】数列と，図形のパターンを把握して次項を求める．
		加法･減法･乗法 数列	美しい包みの意味を理解し，2桁の計算後に，数列を見つける練習を行う．
	16	乗法 数のパターン	2桁までの乗法を行い，数列を見つけて話し合う．
	17	減法 数のパターン	3，4桁の減法を行い，観察できる数列と規則を話し合う．パターンを見て次に続く式と答えを求める．
	18	乗法 数のパターン	3桁×2桁までの乗法を行い，観察できる数列と規則を話し合う．
	19	乗法	3桁×2桁までの乗法を行う．
	20	除法	3桁÷1桁までの計算を行い，数列と規則を話し合う．
		数のパターン	パターンを見て計算式を書き，計算する．
	21	除法 数のパターン	3桁÷1桁の除法を行い，観察できる数列と規則を話し合う．
	22	乗法 数のパターン	3桁×1桁の乗法を行い，観察できる数列と規則を話し合う．
	23	除法	0の多くある除法を最大4桁÷3桁まで行い，気づいたことについて話し合う．

（出典）筆者作成．

表 6－3：事前テストの内容と各問題における平均正答率（%）

内容	問題番号	シラバス初出学年	問題	正答率(%)	平均正答率(%)
加法	1	1	3 + 6 =	96.9	76.0
	3	1	24 + 15 =	81.3	
	4	1	16 + 29 =	75.0	
	5	2	360 + 124 =	68.8	
	6	2	174 + 128 =	59.4	
	7	3	5246 + 4321=	75.0	
減法	2	1	9 − 4 =	87.5	60.9
	8	1	11 − 3 =	84.4	
	9	1	68 − 35 =	71.9	
	10	1	83 − 27 =	53.1	
	11	2	480 − 273 =	25.0	
	12	2	521 − 342 =	43.8	
乗法	13	2	2 × 4 =	65.6	39.6
	14	2	7 × 8 =	62.5	
	15	3	12 × 4 =	56.3	
	16	4	24 × 10 =	25.0	
	17	4	13 × 12 =	15.6	
	18	5	130 × 120 =	12.5	
除法	19	2	9 ÷ 3 ＝	65.6	25.6
	20	2	54 ÷ 9 ＝	43.8	
	21	4	63 ÷ 21＝	12.5	
	22	3	891 ÷ 3 ＝	3.1	
	23	5	640 ÷ 32 ＝	3.1	
パターン	24	該当なし	○●●○●●○●(　)○●●○●●(　)●●○	59.4	61.4
	25			75.0	
	26			9.4	
	27	3	5, 10, 15, (　), 25, (　), 35, 40…	75.0	
	28	3		75.0	
	29	3	7, 14, (　), 28, (　), 42, 49…	68.8	
	30	3		62.5	
	31	3	1100, 1000, 900, (　), 700, 600, (　), 400…	59.4	
	32	3		56.3	
	33	3	101, 202, 303, (　), 505, 606, 707, 808, (　), 1010, 1111…	65.6	
	34	3		68.8	

（注）N＝32，全体の平均正答率は 57.23%.

（出典）筆者作成.

加法（76.0%），減法（60.9%），乗法（39.6%），除法（25.6%）の順で正答率が低かった．また，正答率が 50%未満だった問題は 3 桁同士の減法（問題番号 11，12），2 桁以上の乗法（問題番号 16，17，18），2 桁以上の除法（問題番号 20 から 23）であった．数列の規則を記述する問題では，予備調査と第 1 次調査より授業前の正答率は低いだろうと予想されたため，テストでは扱わなかった．幾何的なパターンを

埋める問題は教科書であまり扱われないためか，三角数を埋める問いの平均正答率は極端に低かった（問題番号 26 の 9.4%）．そして数列の規則が加法である問題が規則が減法の場合よりも平均正答率は高かった．

さらに，授業開始前に登校した生徒 14 名全員に対し，英語の理解度と簡単な四則計算の習熟度と計算方法の把握のため，インフォーマルなインタビューを実施した．

日常生活の簡単な英会話ができた生徒は 14 名中 9 名であった．残り 5 名中 2 名は英語の一部に対応できず，3 名は英語の質問に答えることができなかったため，現地語で対応した．表 6－4 にインタビューした四則計算の問題と正答率をまとめた．

表 6－4：インタビューした 14 名の生徒の四則計算の正解者数と平均正答率

問題	21＋56	138＋64	83－76	13×12	4×3	6×7	12÷4	24÷4
正解者数	14（14）	11（14）	12（14）	0（14）	7（12）	5（12）	5（12）	4（6）
正答率(%)	100%	78.60%	85.70%	0.00%	58.30%	41.70%	41.70%	66.70%

（注）正解者数内の括弧は何名中の意．

（出典）筆者作成．

生徒たちは加減と比べて乗除を苦手としていたことがわかる．乗除に関する概念理解が十分でないと思われる生徒は 14 名中 3 名おり，彼らは成績が下位の生徒たちであった．特に 13×12 は 14 名中全員誤答であった．

これらのことから第 5 学年の生徒たちはシラバスで定められた学習内容を達成していないと予想された．その一方で，筆者と Ms. ルビンダの共通認識はシラバスの学習内容と対応づけながら指導することであったため，内容を生徒の学習段階に応じて調整することにした．

また，インタビュー調査から生徒たちが英語の質問に英語で解答するのが困難で，英語を話すことができても理由づけや説明はできないことがわかった．そこで授業では積極的に現地語と英語間のコードスイッチングをおこなうようにした．

素案[15]を調整して表 6－5 に示すように全 12 回（1 時限は 80 分）の授業を Ms. ルビンダが実施した[16].

15 日本では素案として 25 回の授業を計画していたものの，カブウェで実施する状況に応じて素案を 2 時限を一コマとして練り直したものをここで示した．

16 第 1 次調査と第 2 次調査の学年差を考慮して内容を削除したものもある．1 回につき二時限の授業を実施したので，第 1 次調査とおよそ同じ時間をかけて授業を実施した．

表 6－5：第 2 次調査における授業計画と目標

本質的学習環境	時限	対象計算領域	授業目標
数の石垣	1	加法･減法	数の石垣のルールを見つけることができる．ルールの下，簡単な加減を行う．
	2	加法･減法	数の石垣（3段）の2桁までの加減を関係性を把握して正確に行う．
	3	加法･減法	数の石垣（4段）の3桁までの加減を関係性を把握して正確に行う，パターンを見つける．
	4	加法･減法 数のパターン	数の石垣を試行錯誤して計算することができる．どのように早く計算できるのか仕組みを見つけるのか仕組みを探して話し合う．
	5	加法 数のパターン	3つのカード30,40,50を底に用いて，数の石垣がいくつできるのかを見つけてその理由を話し合う．
	6	加法･減法 数のパターン	数の石垣の数のパターンや規則を発見し，話し合う．
	7	加法･減法 数のパターン	数の石垣(3段)の3桁までの加減を関係性を把握して正確に行う，発見したパターンや規則を話し合う．
美しい包み	8	数のパターン 乗法	【導入】数のパターンに気づき，次に来る数を書く．美しい包みの意味を理解し，数のパターンを見つける．規則を記述する．
	9	乗法･除法 数のパターン	計算した後に数のパターンに気づいて，バラバラの式を並び替える．
	10	除法 数のパターン	筆算を用いて除法を正確に計算する．数パターンを見つけて規則を述べる．
	11	除法 数のパターン	筆算を用いて除法を正確に計算する．数パターンを見つけて規則を述べる．
	12	全て 数のパターン	美しい包みを自分でつくり，発表し合う．

（出典）筆者作成．

中央州では JICA の SMASTE 授業研究支援プロジェクトが実施されており，M 基礎学校もプロジェクト参加校であった．プロジェクトで Ms. ルビンダは授業案作成方法を既に学んでいたことから「授業計画」時に Ms. ルビンダは授業案を作成した[17].

6－1－4. 分析方法

第 1 次，第 2 次調査の分析方法は定性的分析を主軸におこなう．そして授業の全体的な傾向を把握するために発話に注目した定量的な授業分析もおこなった．

(1) 定性的分析の視点

17　最後の授業 12 回目に関しては時間の都合上作成することができず，教師が作成したメモをもとに授業を行った．指導案とメモは参考資料 6－5.

三者間の相互作用を描くことと，基礎的能力と高次的能力に関わる生徒の学習過程を描くことをめざし，表 6－6 の分析ツール[18]を設定した．

表 6－6：三者の相互作用を描くための分析ツール

<table>
<tr><th>分析内容</th><th>本文該当箇所</th><th colspan="2">着目する段階</th><th>分析ツール</th></tr>
<tr><td rowspan="6">三者間の相互作用</td><td rowspan="6">6－2－2
6－3－2</td><td colspan="2">授業計画</td><td>･教師と筆者の授業反省、計画案
･教師が作成した授業案</td></tr>
<tr><td rowspan="2">授業実施</td><td>教師</td><td rowspan="2">･授業録画ビデオ
･授業の発話を記録したプロトコル
･筆者が記入した授業観察シート</td></tr>
<tr><td>生徒</td></tr>
<tr><td colspan="2">授業反省･改善･評価</td><td>･教師の反省評価シート
･話し合いの記録
･フィールドノーツ</td></tr>
<tr><td colspan="2">教材の変更や調整（授業計画に含まれる）</td><td>･授業計画表
･フィールドノーツ</td></tr>
<tr><td>生徒の学習</td><td>6－2－3
6－3－3</td><td colspan="2">授業後</td><td>･学習ワークシート
･プロトコル
･問題解法の録画ビデオ</td></tr>
</table>

（出典）筆者作成．

(2)定量的分析方法

定性的分析はある事例の細部を詳述することに優れている一方，授業の全体的な傾向がみえなければ，局所的な議論の位置づけがとらえにくい．また，定性的分析は分析者の問題関心に対応して深く考察ができる一方で，分析プロセスが不明瞭であることや，分析者自身の力量によるところが大きいといった，方法論的問題も指摘される（柴田，2002）．

したがって，定量的な授業分析手法を用いて，授業の全体的傾向や特徴を明らかにして，定性的な分析では授業場面の細部を分析する．定量的分析においては三者間の相互作用と基礎的能力，高次的能力について直接述べることはない．むしろ，全体的な授業の傾向を明らかにして，議論の基盤をつくることがその狙いである．

授業分析においては数量化しやすい教師と生徒の発話に注目する．ザンビアの数学授業における発話分析をおこなった池谷（2009）の分析コードを参考に，何度か再構成する作業をおこない，最終的に表 6－7 に示すコードを用いて，すべての授業実施後に発話の分析をおこなった[19]．

18　参考資料 6－6 に反省評価シート，授業観察シートの内容を掲載した．

19　池谷（2009）の発話コードを用いて実験的に授業分析を行ったところ，これらのコードに含まれない教師と生徒の発話や行動が見られたため，コードを増やした．それらは教師側が「賞賛や励まし」，「拍手」，「生徒の指名」で，生徒側が「不完全な解答」，「拍手」，「反復」，「生徒の指名」である．また生徒の発話コー

表 6－7：授業分析で使用する発話の分類コードと内容例

教師			
分類		記号	発話例
説明		Xpl	What we are going to do is… This rule means…
閉じた質問		CQ	What is the answer? What is 7 x 2?
開いた質問		OQ	How did you do this? Why do think so? Explain what you have done.
同意を求める質問		Agr	Are we together?
生徒を指名		Po	–
確認		Cmf	Is s/he right? Is this answer okay? Any question?
指示		Inst	Write…. Tell me the answer. Speak Come, Find the answer.
賞賛や励まし		Enc	Come on, come on. You can do it.
生徒の発言への批判や正当化		Jst	You have tried. It is not the answer. This is wrong.
拍手や歌		Cl	Clap for him/her. Let us sing.
聞き取り不能		Imp	–
その他		Oth	–
生徒			
分類	対象	記号	発話例
単純な応答1	教師	Yn-T	Yes/No
	生徒	Yn-S	
単純な応答2	教師	Num-T	2 x 9, 18, Brick, Correct,
	生徒	Num-S	
質問	教師	Qst-T	What are you doing? What is your answer?
	生徒	Qst-S	
意見	教師	Op-T	That is a wrong answer. The number patterns is… The rule is…
	生徒	Op-S	
不完全な解答		Inc	Subt…
反復と読み		Rd	文や数を単純に読む
沈黙･混乱	教師	Na-T	–
	生徒	Na-S	
生徒を指名		Po	–
拍手		Cl	–
話す代わりに記述や ジェスチャー	教師	Wri-T	黒板に何かを記述する、前に立って出ていく、 数や場所を示すといった行動
	生徒	Writ-S	
聞き取り不能		Imp	–
その他		Oth	–

（出典）馬場，柾本（2004），馬場，中村（2005），池谷（2009）を参考にして筆者作成．

ドに，生徒－教師間，生徒間における相互作用の区別をみるため，教師と生徒どちらに対して発言をしているのかの項目を増やした．次に分析協力者であった元 JICA 青年海外協力隊の H 氏とともに，暫定的なコードで分析して，解釈の一致をめざして発話のコード分類に対する同意を図った．言語的な困難性を抱えていると思われるザンビアの生徒の学習に迫るには，非言語的な活動の様子も範疇に入れていくことが必要であるとし，定量的分析でも言語活動以外の記述やジェスチャーを区別できるコードをとりいれた．

分析作業では各授業の発話とふるまいにコードをつけた．発話には数学とは直接関係ない生徒指導や冗談，演習場面が多く含まれた．生徒指導や冗談は内容と直接関係がないため分析の対象から外し，教師と生徒のやりとりの途中にあった場合はOth（その他）のコードをつけた．

また，プロトコル作成時に教師の支援や生徒の質問などの発話と行動を可能な限り読みとった．演習場面の一部は聞き取り不能で，その一部を含めば分析結果に偏りをもたらすと判断し，すべての演習場面を分析対象から外した．しかしながら，この演習場面は教師の支援のありかたの変化を把握するために重要だと考え，定性的分析で補完することにした．

【先行研究における授業分析結果】

授業の現状を把握する方法には対象自体からみえてくるものの考察と，ほかの事例との差異からうかびあがることの考察があろう．そこで，次章では対象自体からうかびあがる特徴を考察しつつ，池谷（2009）の授業分析の結果と二つの授業分析結果を合わせ，その差異を考察する．そのため，ここでは池谷（2009）の結果を示しておく．

池谷（2009）では第８学年の数学授業を４名の教師に二回ずつ実施してもらい，各授業の発話を量的に処理した．本研究の方法と若干異なるため，直接比較することは難しい．しかしながら池谷（2009）では各コード間で顕著な特徴がみられるため，本研究の結果を照合して授業の特徴を相対的に特徴づける参考になるとみなした．池谷の結果を表６−８，表６−９に示す．

表６−８：池谷（2009）における教師の発話コードの結果（%）

	教師A		教師B		教師C		教師D	
	授業1	授業2	授業3	授業4	授業5	授業6	授業7	授業8
説明(Xpl)	4.8	3.5	6.0	13.5	3.6	10.6	9.3	25.3
閉じた質問(CQ)	36.0	50.3	50.0	21.4	65.6	36.6	40.0	33.8
開いた質問(OQ)	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
同意を求める質問(Agr)	1.6	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
確認(Cmf)	23.2	17.9	15.8	25.4	16.8	30.5	30.6	19.7
指示(Inst)	12.9	12.9	14.6	13.5	11.4	13.7	6.6	9.8
生徒の発言に対する批判や正当化(Jst)	3.2	0.0	2.4	2.7	0.0	0.7	0.0	0.0
その他(Oth)	17.6	15.1	10.9	22.7	2.4	7.6	13.3	11.2

（出典）池谷（2009）．

表６−９：池谷（2009）における生徒の発話コードの結果（%）

	教師A		教師B		教師C		教師D	
	授業1	授業2	授業3	授業4	授業5	授業6	授業7	授業8
生徒に対する応答(Ans-S)	0.0	0.0	1.3	0.0	7.5	0.0	0.0	0.0
教師に対する応答(Ans-T)	97.0	89.7	88.8	100.0	77.3	89.6	89.0	83.7
無回答･困惑(Na)	1.9	10.2	5.5	0.0	6.3	9.2	11.0	16.2
質問(Qst)	0.9	0.0	1.3	0.0	8.7	1.0	0.0	0.0
意見(Op)	0.0	0.0	1.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
その他(Oth)	0.0	0.0	1.3	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

（出典）池谷（2009）.

すべての授業において高い割合だった発話コードは教師では「閉じた質問（CQ）」で生徒では「教師に対する応答（Ans-T）」であった．特に八つすべての授業において 80%以上の発話が Ans-T に該当した．表にはないものの，教師の閉じた質問に対して生徒が単語，数字で応答する場合が，一つの授業平均 50.18%と最も高かったことを示した（池谷，2009）.

一方で低い割合だった発話コードは，教師では「開いた質問（OQ）」で生徒では「生徒に対する応答（Ans-S）」,「無回答，困惑（Na）」,「質問（Qst）」,「意見（Op）」であった．特に，開いた質問は八つの授業において 0.0%であった.

第２節　第１次調査

本節においてはルサカ州ルサカ郡の L 基礎学校で実施した授業開発の内実を論じる．授業分析結果から授業の全体的な発話の傾向を論じたあと，全授業における教師，生徒，教材の相互作用の変遷過程を論じる．それに関連して基礎的能力と高次的能力に関わる生徒の学習過程を記述する．最後に授業目標の達成と三者間の相互作用についてまとめる.

なお，授業の内実を論じていくにあたり，予備調査と同様に生徒間の学習差を考慮する．授業前の学習達成度や授業態度といった情報をもとに教師と話し合い，クラスの生徒を上，中，下位に分けた．それにより異なる学習段階の生徒たちの差異が明確化し，それぞれの学習の特徴，変容や目標達成，課題が明らかになると考える.

6−2−1. 授業の定量的分析

6−2−1−1. 第１次調査の結果

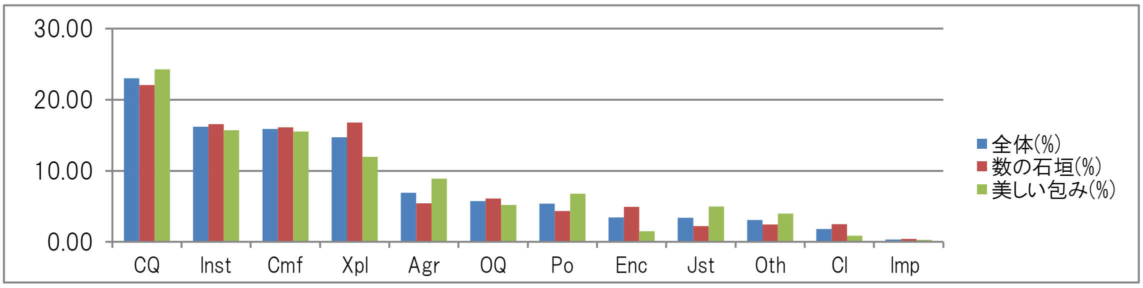
第 1 次調査の一授業における教師の発話コードの平均割合[20]を表 6－10 と図 6－1 に示す．

教師の発話コードで「閉じた質問（CQ)」(23.02%）の割合が最も高く，次いで「指示（Inst)」(16.20%)，「確認（Cmf)」(15.87%)，「説明（Xpl)」(14.72 %）の割合が高かった．「閉じた質問」では計算の答えを生徒にたずねる質問が主要であった．「指示」は問題内容や学習について指示する発言と，前に出て説明する生徒に対して発表の仕方を指示する場合などが挙げられる.「確認」は問題を解いた際に「彼（彼女）は正しいですか？（Is she/he right?)」「答えは正しいですか？（Is the answer correct?)」と正誤を聞くものが主であった．

表 6－10：第 1 次調査　一授業における教師の発話コードの平均割合（%）

コード		全体(%)	数の石垣(%)	美しい包み(%)
CQ	閉じた質問	23.02	22.06	24.28
Inst	指示	16.20	16.55	15.73
Cmf	確認	15.87	16.14	15.53
Xpl	説明	14.72	16.81	11.97
Agr	同意	6.93	5.45	8.89
OQ	開いた質問	5.72	6.12	5.20
Po	生徒の指名	5.40	4.36	6.77
Enc	賞賛や励まし	3.45	4.93	1.50
Jst	生徒の発言への批判や正当化	3.42	2.23	4.99
Oth	その他	3.10	2.44	3.97
Cl	拍手や歌	1.80	2.49	0.89
Imp	聞き取り不能	0.35	0.42	0.27
合計		100	100	100

（出典）筆者作成.



（出典）筆者作成.

図 6－1：第 1 次調査　一授業における教師の発話コードの平均割合（%）（グラフ）

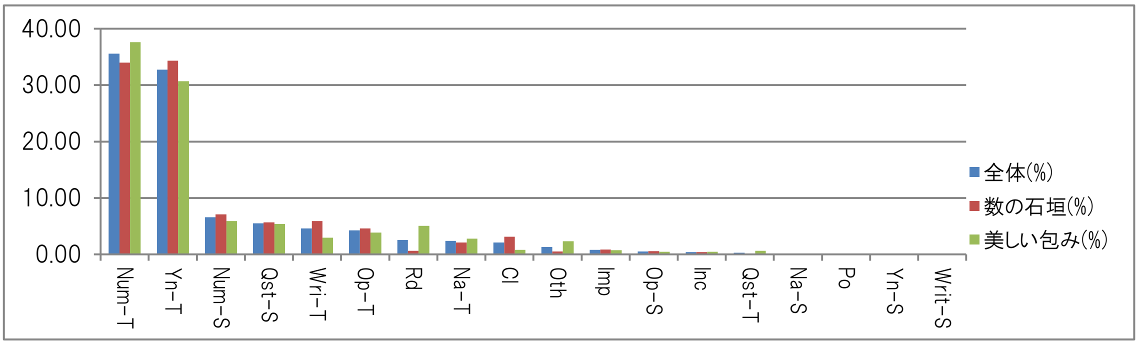
次に一授業における生徒の発話コードの平均割合を表 6－11，図 6－2 に示す．

20　ルサカの授業は 1，3 回目のビデオは音声の乱れから聞きとり不可能で分析できなかったため除いた．したがって全 23 回のうち 21 回分の授業分析をおこなった．

表 6－11：第 1 次調査　－授業における生徒の発話コードの平均割合（％）

コード		全体(%)	数の石垣(%)	美しい包み(%)
Num-T	単純な応答2(数や単語)教師に対して	35.56	33.99	37.57
Yn-T	単純な応答1(はい･いいえ)教師に対して	32.72	34.32	30.67
Num-S	単純な応答2(数や単語)生徒に対して	6.58	7.11	5.90
Qst-S	生徒に対する質問	5.55	5.67	5.39
Wri-T	教師の問いや指示に対する記述やジェスチャー	4.62	5.93	2.95
Op-T	教師に対する意見	4.29	4.61	3.88
Rd	反復や読み	2.59	0.66	5.05
Na-T	教師に対する沈黙	2.40	2.11	2.78
Cl	拍手と歌	2.14	3.16	0.84
Oth	その他	1.33	0.53	2.36
Imp	聞き取り不能	0.81	0.86	0.76
Op-S	生徒に対する意見	0.55	0.59	0.51
Inc	不完全な解答	0.44	0.40	0.51
Qst-T	教師に対する質問	0.33	0.07	0.67
Na-S	生徒に対する沈黙	0.04	0.00	0.08
Po	生徒の指名	0.04	0.00	0.08
Yn-S	単純な応答1(はい･いいえ)生徒に対して	0.00	0.00	0.00
Writ-S	生徒の問いや指示に対する記述やジェスチャー	0.00	0.00	0.00
合計		100	100	100

（出典）筆者作成.



（出典）筆者作成.

図 6－2：第 1 次調査　－授業における生徒の発話コードの平均割合（％）（グラフ）

際立って高い割合の生徒の発話コードは「教師に対する数や単語への返答（Num-T）」(35.56%) と「教師に対する『はい』『いいえ』の返答 (Yn-T)」(32.72%) の二つであった．Num-T は教師の発話タイプの「閉じた質問（CQ）」に対する返答である．たとえば次のプロトコルでのやりとりに Num-T がみられる．

255	T	Xpl	数のパターンはね，ここで，答えをここに入れてね，そして次のように言うんですよ，数の…
256	**S**	**Num-T**	**（教師に続き）パターンは…**
257	T	CQ	数の…何？

258	S	Num-T	パターンは…
259	T	CQ	数パターンは何で始まるの？
260	Ss	Num-T	24.

（注）第 18 時限プロトコルより．

また，Yn-T は教師の「確認」，「指示」，「同意」に対する返答であった．それに次いで「生徒に対する数や単語の応答（Num-S）」が 6.58%，「生徒に対する質問（Qst-S）」が 5.55%であった．これら二つのコードは前で発表する教師役の生徒が計算式を読みあげ（Qst-T），残りの大部分の生徒が答える（Num-S）で，両者は対の関係であった．ここから生徒同士で質問し，答えるやりとりがなされたと確認された．そして生徒同士の会話は教師と生徒による「閉じた質問（CQ）」と「数や単語の単純な応答（Num-T）」のやりとりとほぼ同じ内容であった．

さらに「教師の問いや指示に対する記述やジェスチャー（Wri-T）」が 4.62%，「教師に対する意見（Op-T）」が 4.29%で，教師からの質問に対して一問一答以外の方法で生徒たちは答えていた．Wri-T は計算式を筆算で書いて解き，見つけた数列を書く場合に該当した．Op-T は計算の順序や理由について説明する際に「この数がこちらにあったから（現地語）」（第 13 時限），計算の仕方を説明した「1 引く 5 をするにはここに 0 があるから，まず 1000 の 1 から借りてくる．10 がここにおりてきて，また 1 つ繰り下げるから 9 になって，また 10 が下りてきて 1 つ繰り下がる（現地語）」（第 17 時限）や，数列をみつけて発表した「10, 9, 8, 7，それらは引く…」（第 13 時限）といった発言に該当した．

そのほか，「生徒に対する沈黙（Na-S）」（0.04%），「生徒への指名（Po）」（0.04%），「生徒の質問に対する『はい』『いいえ』の応答（Yn-S）」（0.00%），「生徒の意見に対するジェスチャーや記述（Wri-S）」（0.00%）といった生徒同士のやりとりはほとんど，もしくはまったくみられなかった．

これらから，生徒と教師のやりとり，特に一問一答が主要な発話であった．そして生徒と生徒のやりとり，そして生徒が一問一答以外の方法で答える発話が若干ながら確認された．

6−2−1−2. 池谷(2009)の結果との照合

第 1 次調査の授業分析結果と前章に引用した池谷（2009）の結果（pp.126-127 参照）を比較すれば，教師の閉じた質問と生徒の単語，数字で答える割合が高かったことが類似点として指摘できる．教師と生徒間で数式や問題の答えを片言で答える数学的なやりとりが授業で最も行われていた．

一方でそのほかのコードから池谷とルサカの授業分析結果の相違点を二点指摘できる．

まず池谷では八つのすべての授業において「開いた質問（OQ）」は 0.0%であった．それに対して第 1 次調査では一授業平均 5.72%と低い割合ながらも認められた．この点を頻度に換算すれば，一時限の授業における平均質問数が約 9 回であったことから Mr. ムコンカは答えが一つに定まらない「なぜですか？」「理由を説明してください」「ここから観察できることを話してください」といった発問をおこなっていたと判明した．

次に生徒同士の質問や解答（Num-S, Qst-S）を挙げる．池谷の結果において生徒同士の会話は八つのうち二つの授業でそれぞれ 1.3%と 7.5%で，五つの授業では 0.0%であった．一方，第 1 次調査では生徒の二大発話コードに次いで生徒同士の会話 Num-S, Qst-S の割合が高かった．

ここから多様な教師と生徒のやりとり，生徒同士のやりとりがみられたことから，池谷の授業とルサカの授業とは異なっていた．定性的分析でその詳細を論じていく．

6－2－2．全授業過程と教師，生徒，教材の三者間の相互作用

まず全授業の過程を表６－12 に整理した．すべての情報を含めば膨大になるため，教師の反省評価シート，授業観察シート，プロトコルより，前の授業と比べて変化した点と，次の授業を考えるうえで必要であった事項を選び，表に簡潔に整理し，教材の調整や指導の変化といった授業の経過をあらわした．

表 6－12：ルサカにおける第 1 次調査の授業の過程

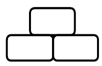
学習内容	時限	基礎的能力	高次的能力	局所的　授業改善サイクル							
				授業実施			教師(T)と筆者(R)による授業反省・評価	授業計画			
								考慮要因			次回の教材の再構成や調整
				教材の内容	教師の指導	生徒の学習		教	生	シ	
	1	ー	○	・教科書で学習した等差数列や幾何的パターンの復習	・答えを生徒より先に言ってしまう． →(2) ・教師が殆ど話し生徒が聞いている講義形式の授業． →(2) ・早口で長い説明．生徒を待たない．	・半数以上の生徒は等差数列が減っていく問題では減った次の項数を求めることができない． →(1) ・教師から言われたことに片言で答える受け身な学習． →(2) ・上位の生徒だけが発言．	・生徒が受け身で教師が話しすぎている(R)． →(1) ・明確な指示をおこなうようにして探究的な活動を与える(T, R)． →(2) ・教師の説明で数学的に曖昧な説明があった(R)． ・生徒の授業参加をうながしたい(T)． ・英語を理解できていないのでコードスイッチングを使う(T, R)．	○	◎	◎	(1)生徒の理解度を考え，数の石垣の加法のみを扱う． (2)探究的な活動のため，石垣のルールを生徒が発見して述べる．
数の石垣	2	○	○	・数の石垣のモデルを用いて演示し，石垣の規則を探究し，口頭で説明． ・ルールに慣れるために加法だけを示す．	・前回と同じで話し続けてしまい，生徒を待つことができない(教材の良さがみえない指導)． →(2) ・生徒から答えを引き出そうと支援し，時間をかけて数の石垣のルール「隣り合う2数を足した数が上の石垣に来る」を引き出してまとめた．	・教師が手がかりを与えても3段の石垣に潜むルールを見つけることができなかった．最後に数名の生徒が発言してルールを見つけた．→(1)(2) ・誤答しながら数名の生徒が関わってルールを発見した．しかし大多数の生徒はルールを把握できていない． →(1)(2) ・探究する活動に生徒は慣れていないため自由な意見を言うのが困難． →(2)	・生徒の理解度に合わせ，時間を大幅に超過(T)． →(2) ・生徒への数学的な説明が的確になされ，学習参加を支援(T, R)． ・数学的用語の使い方に気を付ける．「石垣を前回の数列と同じパターンがある」と話して生徒が混乱した(R)． →(2)	○	◎	○	(1)数の石垣のルールを用いた加減の計算を扱う． (2)パターン性を強調するのは生徒を混乱させると判断し，計算の定着を最初に目指した． (これら2点は予備調査の漸進性，後退性，不安定性からも考慮)
	3	○	ー	・復習で加法だけの石垣を扱い，ルールを確認した． ・次に3段の石垣で加法と減法の関係に着目．	・復習後，前時のルールの確認を繰り返した． ・加法と減法の関係をくりかえし指名して確認．生徒に計算の順序をたずね，演算決定を話し合わせた．しかしあまり強調することはできていない． →(1)	・上位生徒の片言やジェスチャーによる少しの学習参加．生徒の学習差が大きく，下位生徒はルールを理解しておらず適当に計算する姿． →(1) ・加法と減法の関係性を把握しておらず，計算の順序と使う演算が不正確である． →(2)	・半数以上の生徒が石垣のルールを使いこなせていない(R)． →(1) ・生徒たちは石垣の構造に埋め込まれた加法と減法の関係を理解することが難しかったため，演算決定と計算の順番を指導する必要がある(T, R)． →(2)	○	◎	○	(1)生徒が数の石垣のルールを把握していないので次に進めないと判断した． (2)再度石垣の三つの数の関係(下図)に着目し，計算の順序と演算の決定に関する理解を深める． 

表 6−12：ルサカにおける第 1 次調査の授業の過程（続き 2）

学習内容	時限	基礎的能力	高次的能力	授業実施			授業反省·評価	授業計画			
				教材の内容	教師の指導	生徒の学習		考慮要因			次回の教材の再構成や調整
								教	生	シ	
数の石垣	4	○	○	·3段の石垣で3桁までの数を用いて加法と減法の関係について着目させた.	·復習してルールの確認をくりかえす. ·生徒の誤答を活かして授業.「なぜそうなるのか？」と い質問し, 計算決定の理由についてたずねる. そして生徒の学習参加をうながす. →(1) ·加減の関係性を前時より強調する. ·上位の生徒の正確な解答を教師が分かりやすく言いかえたり, 表現を変えて他生徒と共有する発言して, 生徒の困難性を緩和する. →(3)	·前回より多くの生徒が学習参加, 挙手した. →(1) ·多くの誤答があるものの計算の演算決定と順序を確認して計算練習した. 演算決定の理由は難しかったものの, 教師の支援により話し合いのかたちとなった. →(2) ·誤答の際に友人同士で学習を支援し合う. 上位生徒と下位生徒の学習差. →(3)	·生徒が前回よりもルールに慣れてきて演算を決定できるようになった(T, R). →(1)(2) ·加減という基本的計算につまづいているものの, 理由を考えたりなぜなのか, という質問も与えて, 計算以外にも考えさせる機会を与える(T, R). →(3) ·個人名を初めて挙げて生徒の学習について言及(T). これ以降続く.	○	◎	○	(1)生徒がルールに慣れてきたので4段の石垣を用いる. (2)石垣の段数が3段から4段に変わっても計算のルールが変わらないことを確認する. （予備調査の不安定性や後退性からも考慮） (3)パターン性には言及しないものの以後の学習に備えてパターン性を含む石垣を用意する.
	5	○	—	·2桁の数を用いた4段の石垣を用いた加減の計算練習	·4段の石垣で指導を段階的に時間をかけた. ·転入生や下位生徒のためにルールを復習して時間を要した. ·静かな生徒へ教師が働きかけ, 学習機会を与えた. ·計算順序を正確に表現することができず誤答になった生徒を非難せずに支援する, 生徒とは発言とともに目で見て合図するコミュニケーションを取った.	·ルールの使用を練習してパターンに気づいた上位生徒は新しい石垣を創り出す学習. →(1) ·転入生や下位生徒はルールを把握していなかったのでくりかえし説明した. 中位生徒でも答えは正解でも計算順序や説明が違う場合があった.	·誤答を通して生徒たちは前回よりもルールを使うことに慣れてきた(T, R). →(1) ·協同学習を実施したい. 上位と下位の生徒の学習差が大きいので生徒同士で教え合う環境を作りたい(T). →(1)(2)	○	◎	○	(1)前と比較して生徒がルールに慣れてきたので, 色々な種類の石垣を用いて探究や発見, 話し合い. （探究の側面を織り込んでいけないか） (2)次回は試行錯誤の石垣を与え, ルールは同じで異なる方法で解く石垣をグループワークで使ってみる.
	6	○	○	·3段の石垣で試行錯誤をしながら計算し, 計算の仕組みを考える.	·グループワークでは上·中位生徒と下位生徒同士がグループを組んで助けられるようにした. ·教師は学習内容を簡潔に説明して, 生徒の学習の時間を十分に確保した. ·問題の解法過程を生徒に説明させることを意図した. 片言の意見を言いかえたり付け加えたりして支援した.	·グループワークでは誤答があっても現地語で話し合って友人同士で助け合って誤答を修正した. →(1) ·どのように石垣を解いたのか, 試行錯誤の方法, 注目した場所や数などを挙げて, クラス全体で話し合った.	·前回よりいいグループワークの授業が展開できて, 生徒同士で話し合っていた(T, R). →(1) ·教師が適切に介入して生徒の話し合いの場面を助ける支援をおこなった(T, R).	◎	◎	○	(1)上位生徒がパターン性に気づいたことも踏まえ, 色々な石垣の特性を探究して話し合う.

表 6－12：ルサカにおける第１次調査の授業の過程（続き 3）

学習内容	時限	基礎的能力	高次的能力	授業実施			授業反省・評価	授業計画			
								考慮要因			
				教材の内容	教師の指導	生徒の学習		教	生	シ	次回の教材の再構成や調整
数の石垣	7	○	○	・3段の石垣で0，1，2のカードを入れてまず石垣をできるだけ多くつくる. ・全部で6つの石垣ができることの説明と理由を考える.	・グループワークにより石垣を作り，理由や説明の段階では全体で進行した. ・成績に関わりなく多くの生徒を指名して，黒板で石垣の計算について説明させた．6つしかない理由について掘り下げることはできなかった. ・生徒ができない場合は，教師ではなく他の生徒が説明した.	・グループワークで計算と石垣を作成する学習. ・教師の支援により教室の数名を除く生徒が挙手して発表したいと訴えた．→(1) ・作った石垣を発表していくうちに，同じ石垣が黒板上で見られるようになり，それらを削除するようになり，次第に6つしかできないことがクラスで合意された.	・教師が多くを話さずに生徒に発言してもらった(T, R). ・教師自身が6つしかないことをあらかじめ生徒に言わず，生徒たちにそれを探させる意識があり，教師が教材を扱うことに慣れてきた(R). →(1)	◎	◎	○	(1)続けて探究性を出した学習ができないか．色々な石垣の問題をおこない，その中で理由や説明をおこなう.
	8	○	○	・6つの数字カード(20以下の数)を石垣に入れて石垣を完成させる.	・グループ学習を引き続きおこなう. ・生徒たちにあるカードを最初に選んだ理由についてたずねた．生徒たちが手順を答えたり片言だったため，英語の語彙を手助けしたり，生徒が言いたくて言えないことを代わりに表現し直す工夫をした.	・生徒への個別指導時にルールを把握していない生徒は支援を求めていた. ・生徒たちは計算の理由やあるカードを選んだ理由について，計算手順を話すことで答えていた.	・生徒間の学習差．下位生徒達にとっては2桁でも練習していいものの，中・上位には3桁の数をあつかえるか(T, R). →(1) ・下位生徒への個別指導が必要(T, R). →(1)に対する補助 ・色々な探究をおこなってきた．パターンの探究をするために幾つかの方法を話し合った(T, R). →(2)	◎	◎	○	(1)3桁の数を扱う. (2)次のパターン性の探究へ繋げるために正確に3段の石垣で計算ができるようになることを目指す.
	9	○	○	・3桁の数を用いた数の石垣の加減. ・パターンの探究をできる生徒にはさせる.	・誤答の説明や解法過程をたずねる支援をおこなった. ・学習が早く終わる生徒とそうでない生徒がいたために対処が難しかった.	・理由や説明はなかなかできなかった. ・中・下位の生徒達は数が大きくなったことで混乱して使えていたルールが使えない．計算の難易度が上がり，誤答が増えた．一方で上位生徒達は学習が早く終わって退屈そうにしていた. ・生徒たちは授業が終わっても熱中して問題を解いていた.	・3桁の数では生徒たちが混乱してしまいルールが使えなくなった．生徒の学習差がある(T, R). →(1) ・上位生徒はパターンの探究ができる．逆に早く終わってしまうので他の問題を用意したり別の準備が必要(T, R).	◎	◎	○	(1)3桁の計算の場合，ルールを知っていた生徒も数の大きさで混乱するため，丁寧に段階的な指導をおこなう. (2)教材はそのまま使用．パターンの探究をおこなう.

表 6－12：ルサカにおける第 1 次調査の授業の過程（続き 4）

学習内容	時限	基礎的能力	高次的能力	授業実施			授業反省・評価	授業計画			
				教材の内容	教師の指導	生徒の学習		考慮要因 教	生	シ	次回の教材の再構成や調整
数の石垣	10	○	○	・3桁の数を用いた加減の計算練習. ・パターンの探究と発見.	・グループワークで石垣の問題を解かせる. ・教師が答えを言わず生徒から答えを引き出すようにした. たとえば「パターンについて話し合いましょう」「ここから何が観察できる？」「発見したらみんなに話して」 ・計算過程では演算決定と計算場所について解法過程をより重視して確認するようにした. →(3)	・教師の説明がなくても探究的な学習ができる上位生徒が少数いた. クラスで「それはパターンとは違う」, 「これはパターンだ」, という話し合いができた. ・以前より計算の速さが上がった. ・計算のルールを正しく使うことができない下位生徒がいる. →(3)	・色々な探究を行ってきた. パターンの探究をするために幾つかの方法を話し合った(T, R). →(1) ・生徒が態度が前向きになり自分の考え方を話そうとしている漸進的な変化を教師は感じた(T,R). →(2) ・ルールを正しく使うことができない生徒達にも探究的な見方をさせたい(T, R). →(3)	◎	◎	◎	(1)パターンの探究, 教師は水平に数を見て数列を探すことだけを扱った. (2)上位の生徒数名のみがパターンの見方に成功したのでくりかえしおこなう. (3)次は2桁までの数を扱い, 扱う数を3桁から2桁にして, 構造に集中させ, より多くの生徒がパターンに気づくことができるように構成.
	11	○	○	・2桁までの数を用いた計算, パターンの探究と発見.	・数の関係(relationship)という用語を用いて計算後に数パターンを探究させ, 発見を口頭で話し合う場面を作った. ・教師が答えを言わずに生徒に探させたり数の関係を述べさせるように励ました. →(2)	・生徒が探究できるのは, 様々ある石垣の構造の特性の中でも, 数列の発見とその規則を述べることのみだった. それ以外の探究や発見(例えば石垣を縦に見たときの数の関係など)は出てこなかった. →(1) ・見つけた規則に基づいて未知の石垣をつくる問題では上位生徒の数名が中心となってクラス全体で学習した. →(2)	・1桁の数だったので数パターンの発見は生徒達が主体的に取り組んだ(T, R). →(1) ・中・下位生徒も数列の発見ができるような支援を行う(T,R). →(2) ・生徒に対してさらに寛容になる(T) ・生徒たちの反応を見ながら指導を行う(R). ・生徒が盛り上がってきた(T,R)	○	◎	◎	(1)扱う数を2桁にする. (2)数列の部分もまだ把握できない生徒も半数以上いたため, この部分に着目.
	12	○	○	・2桁と3桁の数の計算. ・パターンの探究と発見.	・前時から引き続き, 説明すること, 数と数の関係を見ることについて再度確認. →(1) ・個別指導を行い, ルールを把握していない転入生や下位生徒を支援した. →(1) ・パターン性についても下位生徒達を参加させようとして簡単なものでも褒めることで支援した. →(1)	・前回に比べてパターン性について発言する生徒が減った. しかし, 生徒一人ひとりが文章表現で自分の発見を説明できるようになってきた. たとえば「先生, だってたとえば, 1+1はこうなるでしょう」「6は小さすぎるから1を次の位から借りてくる必要があります」「ここ(18)からここ(38)を見ると20足されていて, ここ(38)からここ(58)を見ると20足されています」 →(1)(2)	・6名の上位生徒は数パターンに関しても積極的に取り組んでいるものの, 残りの生徒には難しい(T, R). →(1) ・それらの生徒にもう少し励ましたり答えを引き出す支援が必要(T, R). →(1) ・授業当初は数の石垣の統合性を深く理解できなかったが, 今はその重要性を教師は実感している(T). →(1)(2) ・生徒の名前を覚えていなかった(T). ・生徒を励まし考え方を引き出したい(T).	○	◎	◎	(1)2桁から3桁の問題を前回と同じようにおこなう. (2)数列の種類を増やして等差数列でも減少するものも含む.

表 6－12：ルサカにおける第 1 次調査の授業の過程（続き 5）

学習内容	時限	基礎的能力	高次的能力	授業実施 教材の内容	授業実施 教師の指導	授業実施 生徒の学習	授業反省・評価	授業計画 考慮要因 教	授業計画 考慮要因 生	授業計画 考慮要因 シ	授業計画 次回の教材の再構成や調整
美しい包み	13	○	○	・2桁と3桁の数の計算，パターンの探究と発見.	・ルールを把握できていない生徒にも授業参加させるために黒板に出てきてもらい，計算方法を全体で確認した. ・下位生徒や転入生に個別指導する.	・石垣を完成した後に数列を探して発見する学習．少しずつ生徒たちがパターンの見方に慣れてきている. ・下位生徒達はやはりルールを把握することができていない→(2)	・より多くの生徒が参加して数列の発見を行ったことが評価できる．探究的で主体的な学習が行われつつある(T, R). →(1) ・未だ計算の未習熟が見られる(T,R). →(2) ・生徒を待つべき(T).	○	○	◎	(1)最後の石垣では自主性や探究性を考え，石垣をつくりだす学習を設定. (2)計算練習の場になるように3桁の数を用いた問題作りをおこなう.
	14	○	○	・(生徒が苦手とする3桁の数の計算を練習させることを意図して)250以上の数を用いて計算させる	・個別学習の後に3つのグループで作った石垣を全体に共有した. ・学習内容の説明を例を解く過程で説明した. ・数名の下位生徒に指名し，本時の学習内容を生徒達は正確に把握した．様々な難易の数の石垣を作成，計算した.	・例題で自由に数を用いて計算する際に数名の生徒から1桁の数7，10，1000，300という生徒にとって単純な数しか出てこない. ・1名の上位生徒を除く生徒全員が1，2，3，5といった小さい数を用いて計算した. ・計算の誤答をクラス全体で修正した.	・計画と異なる数設定(計画では500まで，実施では250以上)をおこなった(R). ・3つのグループに分けて学習を行ったものの，学習参加しない下位生徒がグループ内にいた．答えを黒板で共有する際の指示が不明確で，多くの生徒が前に出てきて混乱(R). ・学習活動の説明が的確で生徒達が何をすべきか理解していた(T, R).	○	○	○	次は美しい包みに入る．数列を探す学習を行うため，垂直に数を見ていく視点を学習する.
	15	○	○	・美しい包みの場合，数列の見方が変わるために垂直に数や幾何的なパターンの変化を見る練習をおこなった.	・誤答では生徒から意見を引き出して，理由や説明をしてもらった	・数列と幾何的なパターンから次項を書く練習をおこなった．数列を計算して正しいか確認する者もいた．学習に慣れてきた様子．→(1) ・理由や説明に慣れてきた.	・生徒たちが数列を発見する見方に慣れてきた(T,R)．→(1)	○	○	◎	(1)数列の規則の記述を目指し，補助フォーマットを導入．(予備調査における法則化の困難性からも考慮)
	16	○	○	・美しい包みの1桁と2桁の乗法. ・そのなかに埋め込まれた数列を見つけ，規則を記述する.	・記述は初めての学習指導で，教師主導でクラス全体に指導した. ・記述フォーマットを導入して，書き方を指導した．口頭から記述への移行.	乗法では1の段や0の情報に混乱が多い. →(1) 規則の記述は多くの生徒ができず練習が必要. →(2) ・数列を探す学習を行った．石垣よりも見方が単純でわかりやすい.	・生徒たちは九九を暗記していないものの，乗法を何とか解答した(T,R). →(1) ・生徒達たちは規則の記述には慣れていない(T, R). →(2) ・なぜ選んだ数が数列なのかを説明させる指導が必要(R). →(2)	◎	◎	○	(1)次回から異なる演算(減法，除法)や大きな数の計算を扱う. (2)数列の発見と規則の記述に着目.

表 6－12：ルサカにおける第 1 次調査の授業の過程（続き 6）

学習内容	時限	基礎的能力	高次的能力	授業実施			授業反省・評価	授業計画			
				教材の内容	教師の指導	生徒の学習		考慮要因			次回の教材の再構成や調整
								教	生	シ	
美しい包み	17	○	○	・美しい包みの引き算の筆算(4桁－3桁). ・そのなかに埋め込まれた数列を見つけ，規則を記述する.	・減法の指導に時間を要し，石垣と同様の探究的な学習指導は難しい. ・最後は前時の規則の記述までおこなった.	・減法で，数列を探して規則を言う一連の学習に慣れてきた. ・計算や数列を探す部分でつまづき，誤答する.	・数列の発見と記述が前時以上にできた(T,R). →(1) ・未知の数式をパターンに沿って見つけ，答えを求めることができた(T, R). →(1) ・一方で数の位置だけを確認し，数列でないものを機械的に選ぶ．なぜ数列になるのかを説明させる必要がある(R). →(1)	◎	◎	○	(1)引き続き数列の発見と記述をおこなう. (2)シラバスとの対応を踏まえ次は3桁の乗法をおこなう.
	18	○	○	・乗法の筆算(3桁×2桁)を導入した. ・数列の発見と規則の記述.	・上位生徒一名と教師による長い筆算(乗法)の解法の説明があり，残りの生徒は計算手順に従って一問一答で答える.	・解答した唯一の上位生徒(リース)も位取りが不確か. ・殆どの生徒は全員では応答した．しかし，演習では教師がくりかえしたアルゴリズムをよく理解していなかった.	・生徒が3桁の乗法に困難を抱えていた．二，三名の生徒しか学習に参加できなかった(T, R). →(1)(2)	○	◎	◎	(1)再度同じ難易度の問題を解き，生徒の筆算を確認. (2)桁を小さくすることも考えたものの，シラバスを意識して3桁を扱う.
	19	○	―	・乗法の筆算(3桁×2桁)を練習した.	・生徒が受け身でかつ教師はアルゴリズムを説明することが主要で一問一答がおこなわれた.	・以前の積極的な学習ができず，前時よりも生徒は静かで，学習評価をできなかった.	・前時と同様に生徒は3桁の乗法に困難を持つ. →(1)	○	◎	◎	(1)生徒の能力を考慮して2桁の数を用いて生徒の除法に着目.
	20	○	○	・除法(2桁÷1桁，3桁÷1桁)の筆算を導入した.	・教師主導の授業におちいった．教師はそれを避けようと誤答を拾い上げたが，説明に終始した.	・除法は乗法よりも生徒にとって困難. →(1)(2) ・112÷4といった3桁÷1桁は生徒にとって困難．誰も答えることができなかった.	・乗法が除法にも影響を与えていると思われる．乗法を指導することで除法への学習の橋渡しを考えた(T,R). →(1)(2)	○	○	◎	(1)乗法と除法の関係性に焦点を当てるため演算を混合した構成を意図. (2)生徒の混乱を避けるため各授業で異なる演算を扱う．最初に乗法を，次に除法を扱う. (3)シラバスを考慮して3桁÷1桁をおこなう.

表 6－12：ルサカにおける第 1 次調査の授業の過程（続き 7）

学習内容	時限	基礎的能力	高次的能力	授業実施			授業反省･評価	授業計画			
				教材の内容	教師の指導	生徒の学習		考慮要因			次回の教材の再構成や調整
								教	生	シ	
美しい包み	21	○	○	･3桁÷1桁，2桁÷1桁の除法の筆算の練習. ･数列の発見と規則の記述.	･上位と下位を分けた．3桁÷1桁は上位の生徒たちがおこない，中･下位生徒は1，2桁の数を用いて除法の概念を復習.	･一問一答の応答. ･数列の発見と規則の記述は上位生徒のみおこなう．下位生徒達は計算に集中.	･生徒が計算に困難を抱える．乗法の定着に問題があると考えた(T，R)．→(1)	○	○	◎	(1)乗法をおこなう.
	22	○	○	･乗法の筆算(3桁まで)を再度おこなう. ･観察して数の変化の気づきを話し合う.	･計算部分でどうしても教師が主導せざるを得なくなり，教師が黒板で筆算を解いた.	･生徒達は学習への意欲は見られるものの，1桁×1桁に答えられない．アルゴリズムを使うことができなかった.	･3桁×1桁は困難を伴う．次に2桁×1桁と2桁×2桁で理解度を見る必要がある．シラバスとの兼ね合い(T，R).	○	○	◎	(1)シラバスとの対応を考え，0のついた除法を扱う.
	23	○	○	･0がついた除法の計算(4桁まで). ･数列の発見や規則の記述，数の変化について観察して話し合う.	･除法と乗法の関係を説明. ･計算が進まないために九九表を見ることを許可した.	･生徒達は0が付いた除法の計算で0を消すテクニックを学習が，結局機械的に0を消して誤答になった.	･教師がアルゴリズムの背景にある意味を説明せずに機械的な計算が生徒が計算ができない原因の1つとなっている(R). ･乗法と除法は生徒にとって困難な概念で，除法は乗法よりさらに難しい(T,R).	○	○	◎	－

（注）三者間の関わりが特にみられた部分を囲んで示した．

（出典）筆者作成．

【表の説明】

表 6－12 は表 6－6 の「三者間の相互作用」の視点に対応しているが，表 6－12 では項目を細かく設定したため，左から順を追って表の見方を説明する．

左端の項目「学習内容」は数の石垣と美しい包みに分かれ，「時限」を示した．各時限においてめざす目標が基礎的能力か高次的能力か，もしくは両方の場合があったため，該当する項目に〇をつけた．そして「授業実施」において「教材の内容」，「教師の指導」，「生徒の学習」を設定して，授業で扱った教材の内容と教師，生徒の特徴的な様相を簡潔に記述した．次の「授業反省・評価」では授業実施から明らかになった教師と筆者の話し合い，反省を述べた．この項目内には（T）と（R）が示されている．（T）は教師からの意見，（R）は筆者からの意見を指し，（T，R）は互いに意見交換したことを意味する．

そして「授業実施」と「授業反省・評価」を踏まえて右端の「次回における教材の再構成・調整」をおこなった．「次回の教材の再構成と調整」の決定要因を示すために，表中に(1)から(3)をふった．また，教材の再構成と調整の際に考慮した要因と

して「教師の力量」,「生徒の学習の現状」,「シラバス」を設定し，該当すれば○をつけ，決定に特に影響を与えたものを◎で記入した．「次回の教材の再構成と調整」を上から下にたどれば，毎時の教材や指導の調整過程を追うことができる．

たとえば,「次回の教材の再構成と調整」を参照すると第 1 時限では「(1)生徒の理解度を考え，数の石垣の加法のみを扱う」,「(2)探究的な活動をおこなうため，石垣のルールを生徒が発見して述べる」と記述した．前者は「生徒の学習」欄における「半数以上の生徒は等差数列で数が減る問題を解けない．減った次の項数を求めることができない」や,「授業反省」欄における「生徒が受け身で教師が話しすぎている」ことを考慮し，後者は「教師」欄における「教師がほとんど話し生徒が聞いている講義形式の授業」や「生徒」欄の「教師から言われたことに片言で答える受け身な学習」,「反省」欄における「明確な指示より探究的な活動をおこなうこと」を考慮した．そして第 2 時限の「次回の教材の再構成や調整」の(1)において「数の石垣のルールを用いた加減の計算をおこなう」と設定され，加法のみを扱ったことから加減の両方を扱うようにするように決定した第 1 時限から第 2 時限における変化を読みとることができる．

【授業開発における三者間の相互作用】

数の石垣における授業では生徒の学習状況を中心にして，教材の扱いを変えていった経緯がある．そして美しい包みでは生徒の学習状況をみながらも，シラバスの内容に影響を受けざるを得なかった現状が，その経緯に関わっていた．

三者間の相互作用を述べるため，教材と指導の調整の変化に焦点をあてたとき，次の七点が特徴としてうかびあがった．以下にそれぞれについて説明し，三者間の関係を述べる．括弧内はそれぞれの点がより関連していた時限を挙げた．

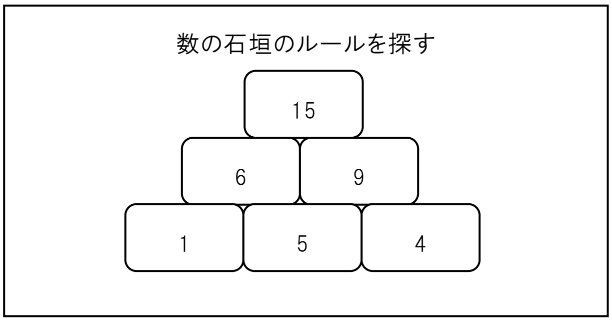
(1) 教師の意識の変化（回を通して）
(2) 基礎的能力と高次的能力の同時の導入まで数時間をかけてルールの定着を図った．（第 2 時限から第 5 時限）
(3) ルールの定着をめざして用いる演算を限定した．（第 2，3 時限）
(4) 扱う数の大小を調節した．
（第 2，5，7，8，11 から 13，16，20，23 時限）
(5) パターンの見方を数列に限定した．
（9 から 13，16 から 18，21，23 時限）
(6) 口頭から記述へ段階的に移行した．
（第 14 時限まで口頭による練習，第 15 時限以降は記述）

(7) 美しい包みにおける困難性
（第 18 時限以降）

(1) 教師の意識の変化

Mr. ムコンカは本質的学習環境を用いた授業をおこなう際に「探究的な活動はやりがいがある」と述べた．しかしながら第 1，2 時限において頻繁に早口で説明し，一問一答の発問を生徒に投げかけた．生徒が答えられない場合に，Mr. ムコンカが先に正答を言う場面もあった．

第 1 時限では数の石垣の学習前に数列に関する復習をおこなった[21]．第 2 時限では Mr. ムコンカは数の石垣の模型を作成して，生徒から数の石垣のルール「隣り合う二数を足した数が上の石垣に来る」（図 6－3）を引き出そうと試みた．



（出典）第 2 時限の板書より．

図 6－3：第 2 時限の授業で扱った内容

Mr. ムコンカは生徒の解答を待ったが，生徒たちは沈黙した．そこで Mr. ムコンカは「どのようにこの数が求められる？」，「もっとじっくりみてほしいな」，「これはゲームだよ」「何かここで使っている決まりがあるんだけど」などと生徒に語りかけて反応を待った．しかし生徒たちは沈黙したままであった．

時間が経ち，クラスの上位群男子生徒リースが「1＋5＝6」と発言した．Mr. ムコンカがその発言を活かし「このルールで石垣を観察してみるとどうなる？」と問いかけ，ほかの上位生徒リース，イノセント，エリー（すべて男子）から「5＋4＝9」，「6＋9＝15」という意見が次々と出た．最後は Mr. ムコンカが生徒の意見を集約し，クラス全体で数の石垣の最初のルールを導き出した．

この授業では Mr. ムコンカは授業の大部分で話しつづけ，生徒たちは受け身で消極的であった．Mr. ムコンカは「生徒の発言を待つことが必要だ」（第 2 時限後）と

21　数列は第 1 学年から第 5 学年でも既習事項の単元である．

認識しながらも，実際の指導においては会話速度が速く，生徒の発言を待たなかった．

それ以降の授業でも「自分はもっと話す量を減らし，生徒をもっと授業参加させるようにしないといけない」（第1時限後反省）と反省したにも関わらず，授業に反映されず教師が先に解答を言い，終始話してしまう場面が散見された．

そこで，この状況を改善するために，授業後の反省において筆者が授業中における個別生徒の学習の様子をとりあげて話し合う機会を増やした．すると第4時限後の授業反省時にMr. ムコンカははじめて具体的な生徒の名前を挙げ，個別の生徒の学習に言及した．それ以降，生徒の学習の具体的な場面をとりあげ，生徒の名前を挙げながら指導の反省をおこない，次回の授業計画に活かすようになった．

中期以降の授業では第5時限後反省時にMr. ムコンカは消極的な生徒の様子を振り返り，学習を盛りあげるためにペアやグループワークを提案，実施した[22]．上，下位生徒を同じグループやペアにして,生徒同士で教え合う雰囲気をつくることをMr. ムコンカは意図した．その結果，ペア，グループワークでは，一斉授業では静かだった生徒同士が活動中に会話して，友人とともに計算し，試行錯誤して答えを確認し合い，協力して学習するようになった．

そのほかにも「生徒が教師の英語を理解していない」（第1，2時限後の教師の反省）という生徒の言語能力について話し合い[23]，英語と地域で最も用いられる現地語の双方を用いるコードスイッチングを多用して，言語の障壁の緩和を意図した[24]．用いた現地語と生徒が家庭で話す言語が異なる場合が多かったにも関わらず，生徒が次第にMr. ムコンカの説明や指示をより把握し始め，質問を行うようになった．同時に，英語による会話ができないために発言を控えていた生徒たちは，現地語での質問，発言，説明をおこなうようになった．

たとえば上位の女子生徒で英語を話すことができなかったZodwaは，教師が英語のあとに現地語でくりかえし説明すると,第7時限では次の説明をおこなって0, 1,

---

22　第6，7，11，14時限でおこなった．

23　ザンビアでは第3学年から全教科で英語での教授がおこなわれ，全国に70から80余りの現地語を持つといわれている．学校外の社会や家庭環境において生徒は多様な言語を話す．対象クラスの生徒は10の民族から構成されていた．そこで，授業では首都でよく話されるニャンジャ語を併用した．

24　前期後半から始まったコードスイッチングでは,(1)教師が英語の内容をそのまま現地語でくりかえす場合,(2)生徒が現地語で発言し，教師も現地語で返す場合，(3)生徒が現地語で教師は英語の場合，(4)表現が現地語，数字や現地語に対応する単語がない場合は現地語と英語が混在し，互いの言語を数回往復する場合が観察された．

２の３つのカードを用いて石垣を作成した．

68	T	はい，じゃあどんなふうに解いたかクラスに教えてもらえる，自分のいいやり方で黒板に書きなさい．
69	**Zodwa**	**（黒板に石垣を大きく書き始める）**
70	T	ほら急いでね．
71	**Zodwa**	**（現地語：0 を入れて，1 を入れて，ここに 2）　0+1，1，1＋2，3，1＋…**
72	T	そんなに早く書きすぎないで，落ち着いて，そうそう，　1＋3 は？
73	**Zodwa**	**1＋3, 4.**
74	T	はいオッケー．

（出典）第７時限のプロトコル．

そのような授業をくりかえしていくうちに，指導計画の内容や本質的学習環境の意図が Mr. ムコンカの実際の指導方法に徐々に反映されるようになった．初期の授業では，生徒の学習進度に関して Mr. ムコンカの反省はなかった．それが第８時限後の反省で「個別指導に焦点をあてたい」と話し，それ以降の授業で Mr. ムコンカは自発的に机間支援して，個別の生徒を支援しはじめた．さらに第 13 時限では，石垣のルールを理解していない下位群生徒や転入生を支援するようになった．Mr.ムコンカは「授業後の話し合いで反省的に自分の指導をとらえる作業をくりかえし，生徒と自分の，生徒と生徒の相互作用の重要性に気づくようになった」（最終インタビュー）と振り返っており，生徒の発言を引き出すことが欠かせないと考えるようになった．

数の石垣のルールが定着したと確認されたあと，グループやペアで様々な石垣の構造を探究する学習をおこなった．この頃から，Mr. ムコンカは個別生徒の名前を挙げ，数の石垣のルールを定着していない生徒や，誤答の原因を考えるようになった．この点に関して Mr. ムコンカは「今まで R（筆者）が一人ひとりの生徒の名前を覚えていて，自分は覚えていなかったのが恥ずかしい」と振り返った（第 12 時限後反省）．

授業後期反省時では「もっと生徒に対して寛容になる」（第 11 時限後），「生徒を励ますことで，彼らの考えを引き出したい」（第 12 時限後），「生徒を待つべきだ」（第 13 時限後）と生徒を励まし，「生徒の答えを待つことが必要である」と Mr. ムコンカは振り返った．このような生徒の学習進度に寄り添った発言の裏には「以前は生徒がどんなふうに考えているのか，ということについて気にとめていなかった

が，今は生徒に対して辛抱強く接することができるようになった」（終了時インタビュー）と述べた Mr. ムコンカの視点の変化があった．

最終的に Mr. ムコンカは次のような振り返りをおこなった．「毎日の授業において指導が優れていた点と改善すべき点について筆者と話し合ったことで，次の授業へ改善を活かすことができるようになった」，「以前は『なぜ』『どうして』という問いが重要であるとは思っておらず，また生徒もこのような質問に答えることはできないときめつけていた」と振り返った．また「生徒の思考を刺激する発問を投げかけることによって，授業の内容がより深いものになっていき，生徒の高次的能力が育っていくのを授業で実感した，生徒たちが次第に体系的に推論をおこなうことができるようになった」（すべて終了時インタビュー）．このインタビューでの発言は教師が改善した指導に確かに反映された．

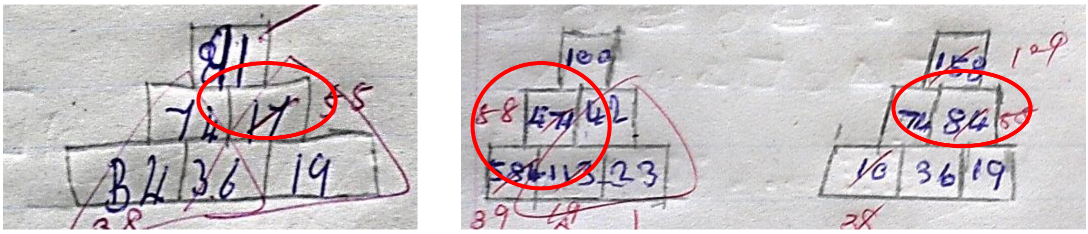
ここで重要なことは，当初から教師は探究的な学習や生徒中心の授業に関して理想を持っていた．しかし実際の授業はその理想とは違ったものであった．それが日々の授業で本質的学習環境を用いるなか，生徒の学習をみる，ということが具体的にどのような指導であるべきなのかを考え，意識の変化や生徒をみる視点の変化につながり，具体的な指導方法に反映され，指導の修正がおこなわれるようになった．高次な発問は本質的学習環境の構造に関わるものであり，教材の特性を教師が実感して用いるようになった．

⑵基礎的能力と高次的能力の同時の導入まで数時間をかけたルールの定着

簡単だと思われた数の石垣のルールを探すことができない，また探したあとも使いこなすことができない初期の生徒たちの学習状況から，従来の本質的学習環境のように全体像を与えたうえでの自主的な探究は難しかった（第 1，2 時限）．本質的学習環境の探究では最初のルール「隣合う二つの数を足したら上の石垣の数になる」の把握が前提となっている．予備調査での生徒たちの漸進性，後退性，不安定性とともに，実際に生徒たちが第 2 時限においてルールの発見に時間を要したため，第 1，2 時限の反省で，ルールを用いた石垣の計算に慣れてもらうことにした．

第 3，4 時限で上位の生徒たちは，数の石垣のルールにしたがって正確な加減をおこなった．一方で，中，下位群の生徒たちは「ルールにもとづいて計算をおこなう」ことができなかった．Mr. ムコンカがルールをくりかえし確認する過程で生徒たちはルールや計算の仕方を習得していった．たとえば「隣り合う二つの数を足す」ルールに対して，底辺の端の二数を足す生徒や，答えを数式と同じ順序で三段目の右端に記入する生徒がいた．正確にルールを用いても，次の問題で石垣の空白の位置が変わればルールを使えなくなる生徒もいた．たとえば図 6－4 では 36＋19 を計算

するところを，36－19 とした解答や，それ以外に計算方法や過程を察するのが難しい解答もあった[25].



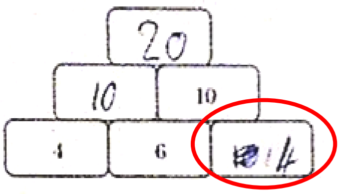
（出典）第 3，4 時限の生徒のノート.

図 6-4：数の石垣における生徒たちの誤答

また減法の問題では混乱して，上段と下段の石垣の数を足してしまい，加法と減法を混乱して用いる生徒が多くいた．これらの状況から，ルールの定着のために難易度が異なる問題において反復練習が必要だと判断し，授業数を十分に確保することにした.

(3) ルールの定着をめざして用いる演算を限定

ルールの定着をめざして，生徒の混乱を避けるために第 2 時限，第 3 時限では加法に限定して計算練習をおこなった．その背景には加法のみの場合でも，二数を足した答えを通常の計算の形式に影響されて三段目の右端や上に答えを書く状況があった．また予備調査における漸進性，後退性，不安定性を考慮した．たとえば図 6－5 の 6＋□＝10 か 10－6＝を解く石垣では，ルールを混同した生徒は 3 段目の 4 と 6 を足して 10 としており，その後訂正した.



（出典）生徒のプリント.

図 6－5：誤答しやすい数の石垣

[25] 演習問題ですべて正答だった生徒は第 3 時限で 32 名中 3 名，第 4 時限で 33 名中 4 名であった.

第 3 時限からは計算練習に焦点をあて，ルールを用いた正確な計算を目指した．Mr. ムコンカは加法の練習を与え，数の石垣のルールの定着を確認したあとに，加法と減法が混在する数の石垣を与えた．それでも演習問題では大多数の生徒がルールを定着していないと認められたため，当初の学習内容を変更して，くりかえし加減を練習した．

数の石垣では加法と減法の関係性の説明も，大切とされていたため，加法のあとに減法の学習も加えて，第 4 時限からは加法と減法のどちらの演算が必要なのか，理由を説明する学習を計画した．

たとえば第 5 時限において 2 つの空白の石垣に 10 が入っていた問題[26]で，5，5 という答えを石垣に埋めたとき，Mr. ムコンカはなぜそうなるのかを説明するようにエリーにうながした．

130	Elie	僕たちはこの部分を解かないといけない．（答えは）5 です．
131	T	本当に？
132	Elie	5.
133	T	そうなの？
134	Elie	5 でしょ，そしてこっちも 5，だから 5＋5 をして上の答えが 10 になる．（得意げに）
135	**T**	**その 5 をどうやって探したのか説明してくれない？**
136	Elie	（自分が書いた 5 をみている）
137	T	このやり方に賛成の人は何人いますか？
138	Ss	（1 名のみ挙手）
139	**T**	**ほかの人たちは違うやり方で計算はじめたってこと？エリーはね，ここに最初に 5 と書くやり方を提案してるね，ここにどうやって 5 がないのに 5 だという答えがわかるの？（現地語：ここが 5 がないのに答えが 5 になってそしてこちらも 5 になるっていうこと）どうやって説明できる？**

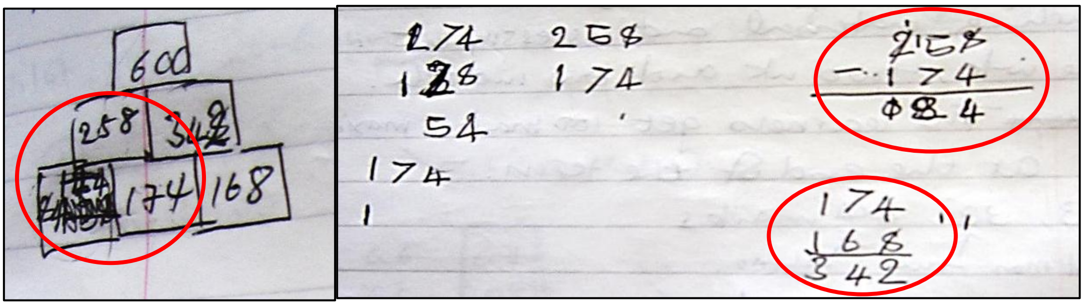
（出典）第 5 時限のプロトコル．

生徒たちはルールを無視して理由なく適当に数を入れることが多かったため，教師は生徒たちに計算の理由を説明させる場面を計算練習でもとりいれ，計算の関係性についての生徒の発言をうながした．

(4) 扱う数の大小を調節

26　参考資料 6－4 の第 1 次調査第 5 時限の問題(1)を参照．

数の大小も考慮した．事前テストで上位の生徒たちだけが正確に計算できた 2，3 桁の数を用いて計算練習した．それでも数の石垣で 3 桁を扱うと，使いこなせていたはずのルールの使用が揺らいだ．図 6−6 には上位生徒のリースの学習を示しており，3 桁になるとそれまでに使いこなせていたルールを正確に適用できず，258−174 をすべきところで加法をおこない，混乱して沈黙した．上位生徒でさえ数が大きくなると対応が難しくなり，クラスの大部分の生徒たちはルールを用いた 3 桁の計算では誤答，もしくは無解答であった．



（出典）リースのノート．

図 6−6：上位生徒リースの 3 桁の石垣の計算

美しい包みでは演算を加減から四則計算に拡張して乗除も扱った．しかし生徒の乗除の習熟がなされていないことを踏まえ，数の大きさを 2，3 桁，もしくは 0 がつく 4 桁の数に限定して学習活動をおこなった．同時に生徒の学習状況を考えた際にそれよりも小さい数を扱う可能性もあったが，シラバスの内容から逸脱することが懸念として教師，筆者間で共有された．そのため数の大きさはそれ以上小さくしないことにした．

たとえば 15 時限以降の美しい包みでは，乗除を含む四則計算を扱った．当初は乗法と除法では 3 桁までの数を扱うことになっていた．しかし生徒の大部分が 2 桁以上の乗除を解くことができず，約半数の生徒は除法の意味を把握していなかったため，3 桁より大きい数は扱わない内容に改変した．

(5) パターンの見方を数列に限定

教師の力量と生徒の学習状況から，パターンの見方を数列に限定した（第 9 時限以降）．授業ではカードを用いてパターンを探究する話し合いをおこなった（第 6 時限から第 8 時限）．一つの授業で一つの探究性を重視し，生徒が理由を説明したり話し合う学習指導を展開した．たとえば第 7 時限では三つのカードを用いて六つの石垣を探究して，それがなぜ六つしかできないのか理由を考える学習をおこなった．

いくつかの探究の視点を教師と筆者で話し合った結果，最も教師が指導しやすかったのが数列であった．教師が一つの授業で数の石垣を水平や垂直にみて，複数の構造を探究する指導には対応できなかった．これらの経緯から，数列の発見や規則に関する話し合いに焦点をあてることになった．数列の探究に教師と生徒が慣れた場合，ほかの探究のいろいろな可能性が残されていたことは事実であった．しかしながら実際に数列に焦点づけた授業を何度か実施した際に，教室の大部分の生徒がついてこれなかったことも，数列のみに着目した理由の一つとなった（第 10，11 時限）．教師が指導した数列以外の発見は生徒から出なかった．

このような制約があったものの，いくつかの数列を構造からとりだし，未知の石垣を類推して求める授業は，これまで答えが複数ある問題を解いたことがなかった生徒たちにとって，十分に探究的な学習であった．生徒たちは答えを自由に探究して発表する学習に積極的に参加し，多くの生徒たちが興奮して学習した．また，教師はそれを大人しくさせるのに苦労しており，授業当初の生徒たちの反応とそれはまったく異なっていた．元の本質的学習環境が持つ豊かな探究が限定されて扱われたものの，その対処は学習の現状には合っていた．

ここでパターンや発見をおこなう学習が成功した第11時限目の授業の例をとりあげる．図６−７に学習内容を示す.

数の石垣を完成させなさい．気づいた数のパターンについて述べなさい．

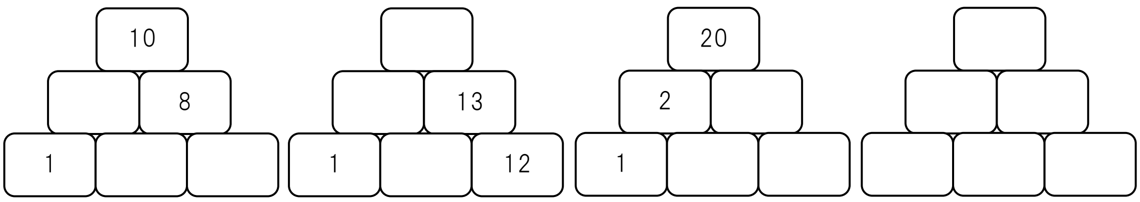


図６−７：第 11 時限の学習内容

Mr. ムコンカが複数の石垣の数の並びをみて全体を観察する視点をとりいれ，数パターンの手がかりを生徒に与えて，以下のやりとりがなされた．この授業では下位群を含む生徒たちが発言することで授業に参加した．

153	T	それでは，この列の並びをみてください.
154	Ss	はい.
155	T	これが最初でしょ？

156	Ss	1, 2, 3, 4
157	T	ですね？何か...このアレンジについて書けることはない？
158	Ss	はい.
159	T	いいですか？はい，よろしい．（現地語：後方の子たち，ここかそことか比べなさい）下にある石垣とかね，真ん中のやつとか，上のやつとか…数をみて，何か関係があれば，なんでもいいから，書こうと思ったことを言ってください）
160	Ss	（左後方の生徒が数名挙手する）
161	T	**ほら，こっち側は何かみつけたみたいだよ，ほかの子たち，他に何かありますか？ほら，ほら，ほら，ほら，ほら.**
162	Ss	（右側に座った生徒たち数名が挙手する）
163	T	はい，ゾーデュ．その列を言ってみて，考えていることを.
164	Zodu	（沈黙）
165	T	わかりました，それじゃあ前に出て，示してみて．時間がないから急いで．黒板までいったら，パッとそれ言って．うるさいですよ，うるさい．どの関係性をみつけました？1 番の石垣からはじめて，2，3，4 番目ね．何に気づいたのか言ってみてください.
166	Zodu	**1 + 1.**
167	Prude	**わかってないと思う….**

（出典）第 11 時限のプロトコル.

Mr. ムコンカは手がかりを与えたが，ゾーデュ（女子）はこれまでの学習で行っていた石垣を求める計算式を答えた（166）[27]．それに対してプルード（女子）がゾーデュへ意見を言った（167)．その後 Mr. ムコンカは辛抱強く生徒の考えを引き出すことを意図して，生徒を励まし褒める支援を次のように行った.

168	T	**あなた，それはもう既に終わった分だよ．今はね，この数をみて，気づくことは？っていう話しをしているんです．（現地語：このたとえばね，この頂上の数とか，これとかこれとかをね，まるで囲むとかね）　いいですか？**
169	Ss	はい.
170	T	**こんな風にね．数をみてみて，そしたら何か関係があるだろうから．黒板に来ずにどんなふうに答えをみつけたのか言ってみてください，**というのも，この（計算は）もう終わってしまったことだからね，そうでしょ？

27　以下，参照番号はプロトコルの会話番号を示す.

171	Ss	はい.
172	T	**いいね，それでは．何の関係性をみつけましたか？何をこの数から読みとることができますか？**
173	Zodu	**5, 10, 15, 20.**
174	T	いいね！拍手！
175	Ss	（拍手）

（出典）第 11 時限のプロトコル.

Mr. ムコンカは試行錯誤しながらもゾーデュが数列をみつける支援をおこなった（168，170，172）．その結果ゾーデュは「5，10，15，20」を数の石垣から読みとることに成功した（173）.

そのほかにも「ほらこっちの人は何かみつけたみたいよ．ほらほらほらほら」（161）「とてもいいね」（178），「いいねー」（180）に代表されるように，生徒の発言をうながして励まし，勇気づける教師の発言があった.

その後，以下のプロトコルに示すように下位の生徒マンマ（女子）とティカ（男子），中位生徒モゼ（男子），上位生徒リースが次々に発言した．ティカは誤答したものの，誤答，正答に関わらず Mr. ムコンカは生徒の発見を励まし，学習を進めていった.

189	T	うれしいのはいいけど，興奮しすぎてはいけないよ．自分のしてること，わかってる？そしてそれをつづけたらどうなるかもわかってるでしょ？（興奮して騒いでいる生徒たちに忠告した）いいね！5，　10，　15，　20 だったね．**いいね！他に何か関係をみつけた子はいる？**（現地語　聞きとり不可）　これをみて何か…そう，5，10，15，20 をみつけたみたいにね．はい，いいですね，じゃあ黒板に出てきて何をみつけたのか言ってみてください． **（現地語．　前に出ることを恐れないで！）ためしたりすることを怖がらないで．学ぶってことは試すってことなんだよ．友達がたとえばこうやって答えを言ったときには，君らは「あー私もその答えを言いたかったんだ」というんだから．** ほら，黒板に出てきて考えを教えて．早く早く.
190	Mamma	1，1，1，1.
191	T	**いいですね！それ，何人気づいた？**
192	Ss	（数名が挙手，興奮している）
193	T	**非常にいいですね！**彼女に拍手！
194	Ss	（拍手）

195	T	ね，数の石垣にあった数にいろいろ気づいてきましたね．まず１が最初の石垣にあったね，（次々に石垣にある数を指していく）いいですね．他にありますか？
196	Ss	（成績が下位群の普段おとなしい生徒たちも挙手している）
197	T	あー，Tika.
198	Tika	2，2…2.
199	T	何？
200	Tika	2，2…（石垣にある２をランダムに指す）
201	T	違います，違う．それは最初の１番目の石垣でしょ？
202	Tika	2，2，2，2，2
203	T	これ違うでしょ，これじゃなくてほかのやつ．（現地語：えーと，指す場所はねどこでもいいというわけではないですね）
		１つ１つの石垣から１つずつ選びます．もう一度最初から.
204	Tika	2，2，2，2．（正しいものを示す）
205	T	とてもいいですね！それにも気づけたねえ！
206	Ss	はい.
207	T	いいですね，そしたら，２番目は 2，2，2 （現地語．　ここは何？）
208	Ss	1，1，1.
209	T	下の石垣ね，いいですか？真ん中の？（現地語．　２と２に気づく？）他に，他に何かみつけた関係はありますか? このなかでまだ気づいていないやつは？もう少し注意深くみてみてください．そこにある数の間で何か関係はないだろうか？ （現地語．　関係ね）いいですね.
210	Mose	$3 + 5 = 8$.
211	Ss	（笑い）
212	T	ええ！あなたたち，（笑うことは）あなたたちが賢くないってことを自分で言っているようなものですよえ，でも，あなたたち，まだわかんないでしょ？彼がやることを待ってみて，そして考えてみましょう．いいですか？
213	Ss	はい.
214	T	じゃあ示してみて，とてもいいですね．はい，じゃあ次にいってみて.
215	Mose	$3 + 5 = 8$,
216	T	それで？
217	Mose	$8 + 5 = 13$.
218	T	そうね.

219	Mose	13 + 5 = 18.
220	T	そうですね.
221	Ss	（拍手）
222	T	ほら，「はーはー」といって笑った人たち，みました？あなたたちが次は笑われる番なんじゃないの？
223	Ss	はい.
224	T	素晴らしい！それで，3 があったよね，ここ．それで，ここが 5 でそれで？
225	T & Ss	8，13，18.（大きな声で興奮している）
226	T	それで，ここから，ここへ，そしてここへ，何を足してる？
227	Ss	5.
228	T	ここから，ここ，5 ね．素晴らしい！私はあなたたちに考えてもらったけど，あなたたち，非常に素晴らしい．ほら，もっと一生懸命考えられる？あなたも，やってみて，やってみて．（以下，生徒指導で 229 を省略）
230	T	（ほかの生徒をあてて）他に何か観察したことで関係があるやつ？
231	Leeth	2 + 5 = 7,　7 + 5 = 12,　12 + 5 = 17.
232	T	（現地語：素晴らしい！）拍手！
233	Ss	（拍手）
234	T	2,　7,　12,　17 ね．他に何か関係性をみつけられました？
235	Ss	いいえ.

（出典）第 11 時限のプロトコル.

Mr. ムコンカは生徒を支援し（189，191，205，212，228），説明や確認（195, 203, 209）を行い，多くの生徒たちが熱中して数列をみつけていく学習を展開した.

たとえば下位生徒マンマやティカは同数が並ぶ単純な数列を「1，1，1，1」や「2，2，2，2」を挙げた．マンマはティカはそれまでに一度も発言したことはなかった．ティカが適当に数を指して解答した場面でも，Mr. ムコンカは正答を教えず，手がかりを示し，生徒に考えさせる機会を与えた（200 から 205）.

中，上位の生徒モーゼやリースは数列の規則に繋がる数式，たとえば「3＋5＝8，8＋5＝13，13＋5＝18」（215，217，219）と言い，数パターンへの気づきを表現した．この場面では下位の生徒たちも含め，クラス全体が夢中になって発見を共有した[28].

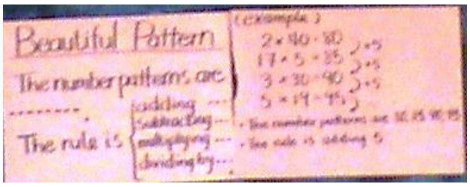
28　数の石垣の生徒の指名数を示した次頁の表（注釈）では次第に下位群生徒の挙手が増加したことがわかる.

この授業に続き，第 12，13 時限において石垣の数を計算して空白を埋めた後，数列に着目して発見を口頭で述べる学習を行った．多くの生徒が学習に参加し，英語と現地語で口頭，ジェスチャー，記述によって考え方を表現した．そして計算と類推という異なる方法で空白の石垣を埋める二通りの学習を行い，同じ問題を別の方法で解いた．数列に関しては第 11 時限と同様，複数の数列をクラス全体でみつけることができた．

これらの多様な答えやアプローチを扱いながらパターンに注目した授業展開は，生徒にとって新しく挑戦的であった．教師の支援によって多くの生徒たちが意欲的に学習にとりくみ，パターンに対してリズム感を持ち，喜び興奮して学習した．そして教師の発問は，教材の構造の探究に関わるもので，そこには教材からの良好な影響もあった．

(6) 口頭から記述への段階的な移行

予備調査で明らかになった生徒の言語的困難性と法則化自体の難しさを緩和するため，口頭から記述への段階的移行をおこなった．そして数の石垣で口頭で練習して，美しい包みで記述を導入した（第 16 時限）．数列の記述は，規則を口頭で発表したり，記述したりするための図 6－8 の記述フォーマットによっておこなわれた．



数のパターンは＿＿＿＿＿＿＿＿

ルールは　足す＿＿＿＿＿＿
　　　　　引く＿＿＿＿＿＿
　　　　　かける＿＿＿＿＿
　　　　　割る＿＿＿＿＿＿

（注）左側は教師が用いたポスター，右側はその内容を示したもの．

（出典）第 16 時限の板書．

図 6－8：授業で用いた記述フォーマット

この記述フォーマットを用いて，生徒たちは気づきを文章で表現した．以前は，

限目	2	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
上位群（12）	5	5	6	1	3	7	1	5	7	6	6	2
中位群（11）	4	4	4	1	0	4	3	1	6	4	7	2
下位群（11）	0	0	0	0	1	0	0	2	4	2	1	3
途中参加転入生	−	−	2	0	1	0	0	1	0	0	1	1

（注）数は挙手した生徒数．（出典）筆者作成．

みつけた数のパターンや規則を「5」や「10」のように片言で話すにとどまっていた生徒たちは，規則を探して「このルールは…です」と言うことができるようになり，フォーマットは生徒の発見を補助するものとして機能した．そして，規則を発表した後に，数列がその規則のとおり変化しているのかを生徒たちは確かめた．

たとえば，第 17 時限に「5，4，3，2，1」「引く 4，引く 1,」「規則は引く 1 です」（ゴールド，上位男子生徒）という発言から，誤答しながらも，生徒たちは発見を伝えようと試行錯誤した．また図 6−9 と図 6−10 では生徒の解答を示している．図 6−9 の女子生徒チャーリーは計算と数列の規則を正確に記述した．図 6−10 の女子生徒メリーナは規則の記述では誤答しているものの，内容や手順を理解して一連の学習をおこなった．

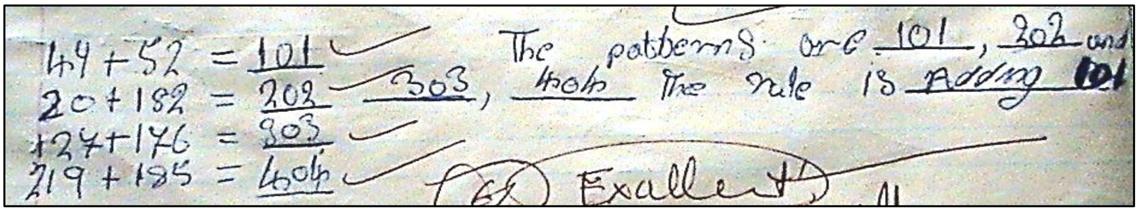


図 6−9：中位生徒チャーリーの解答（第 17 時限演習）

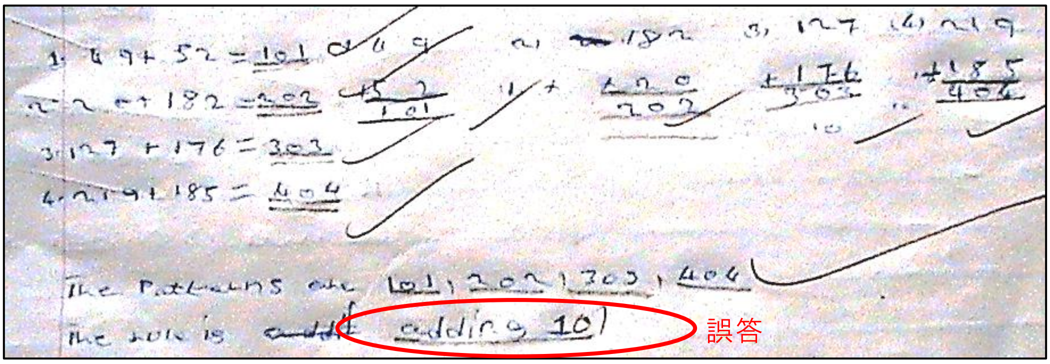


図 6−10：中位生徒メリーナの解答（第 17 時限演習）

(7) 美しい包みにおける困難性

美しい包みは数の石垣の授業とは異なった．美しい包みでは石垣の学習を拡張して，口頭による数列の発見と規則性の発見から，文章による記述に移行する学習をおこなった．美しい包みの授業が始まった時点で生徒たちは口頭で数列を探す学習に慣れていた．そのうえ美しい包みは数の石垣に比べて垂直に数が並んでおり，視覚的に数列に気づきやすく，教師の指示がなくても生徒たちは自発的に計算した後に数列を探し出した（第 15 時限から第 17 時限）．

しかしながら計算の難易度が上がり，計算練習に時間を費やしたため，数列をみ

つけて話し合い，記述する時間を確保できなくなった．時間を確保できても生徒たちは計算を誤答するためパターンを探すことが難しくなった．

計算練習では，既習の位どりを誤答する生徒が多く，数の石垣でみられた主体的な学びは減り，Mr. ムコンカがアルゴリズムを説明して生徒が「はい」,「いいえ」で復唱する学習活動に終始した．乗法と除法についていくつかの例を示す．

【乗法】

第 18 時限冒頭で，上位群生徒リースが黒板上で 320×75 の筆算を解いて最後の加法で位どりを誤答したため，Mr. ムコンカが全体の生徒と共に問題を解いた場面では 1 桁の乗法や加法に対して生徒は数を答え，「はい」「いいえ」と発言する一問一答が観察された[29].

類似場面の第 22 時限における 384×3 を解く場面[30]では，乗法，除法の指導は筆算アルゴリズムを教師主導で説明するか，上位群の生徒数名を指名してアルゴリズムをくりかえすにとどまった．Mr. ムコンカは学習に問題があることを自覚し，筆算の手順を誘導したり，生徒に答えを書かせようとしたものの，結局 3 桁×1 桁を大部分の生徒たちは独力でおこなうことができなかった．数名の生徒たちは 6－2－3 で後述する独自の方略を用いた 2 桁×1 桁を計算できても, 乗数が 2 桁以上になるとほとんど全員が筆算をできなくなり, Mr. ムコンカのアルゴリズムにしたがった．生徒の乗法の未習熟は深刻で，1 桁×1 桁でさえ，乗数，被乗数いずれかに 7，8，9 の数を含めば，生徒たちは 1 ずつ数えあげるため，正答に到達できなかった．

次の例は第 22 時限で 288×4 を解く際に，Mr. ムコンカが 4×8 を生徒に尋ねている場面である．

152	T	（現地語：次は）288 かける何？
153	Ss	4.
154	T	288 かける？
155	Ss	4.
		（文脈に関係なく挙手をしている生徒を制止する場面）
161	T	**わかりました．それでは，4×8 は？**
162	Ss	（沈黙）
163	T	4×8？はい.
164	S	**8.**

29　プロトコルは参考資料 6－7.

30　プロトコルは参考資料 6－8.

165	Ss	えー！（誤答だと訴えている）
	:	（生徒の風紀を注意する場面）
169	Ss	（挙手）
170	T	はい，ゾーデュ．
171	**Zodu**	**24.**
172	T	8×4…九九表，そこにありますか？（聞きとり不可）8×4？はい，シュピ．
173	**Shupi**	**28**
174	T	28，　本当にそうですか？ 8 × 4？はい
175	**S**	**31**
176	T	あれ，貴方達，一つずつ数えてるのではないですか？
177	S	はい
178	T	一つずつ数えているんでしょう．アニー
179	**Annie**	**32**
180	T	32，　8 × 4 は？
181	Ss	32

（第 22 時限プロトコル）

生徒たちは 1 桁同士の乗法を答えられなかった（164, 171, 173, 179）．このプロトコルの生徒たちは下位ではなく，中位から上位群に属していた．Mr. ムコンカは苦心して，生徒を次々に指名することで表面的な学習参加をうながした．しかし数の石垣のように，高次的能力の育成を意図した発問をおこなうにいたらなかった．

【除法】

除法は，生徒にとって乗法より困難な学習内容であった．2 桁÷1 桁の除法では生徒たちは主に数える，まとまりに分けるといった方略を用いた．しかし，黒板で計算する際には除法の筆算様式を用いて，その計算過程で混乱して諦めた．たとえば，第 20 時限においてプルードが 18÷6 を，エリーが 14÷2 を筆算して解答した．プルードは答え 3 の位どりを間違え，エリーは筆算形式を書いたものの，それ以上記述できなかった（図 6－11）．

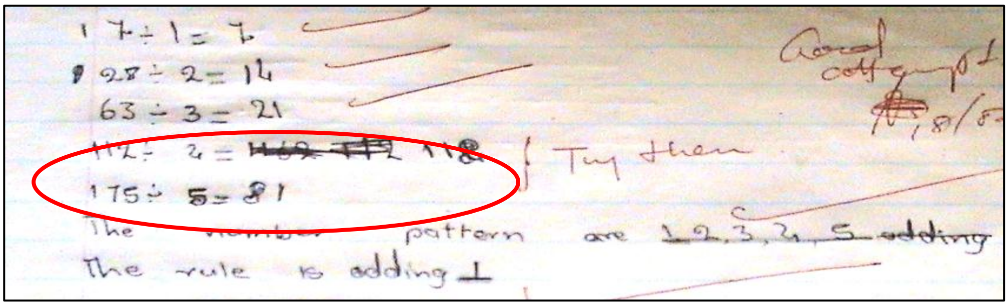
プルードの解答	エリーの解答
3	1
6)1 8	2) 1 4
1 8	
0	

（出典）板書.

図 6－11：生徒の除法の解答例

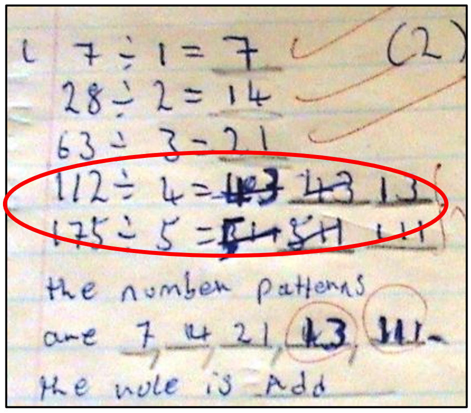
九九表を暗記していれば解答できる除法においても，生徒たちは筆算形式を書き，アルゴリズムや位どりを習熟していないため，正答を導くことができなかった.

Mr. ムコンカはこの後，除法の意味「共有する（sharing)」に戻って計算の意味を確認した.生徒たちは,1 ずつ数えることで除法の意味をとらえ,問題を正答した.生徒たちは除法の意味を小さい数では把握していても，筆算形式の未習熟な状態で筆算を用いようとして，かえって混乱におちいった．図 6－12 から図 6－14 に生徒の除法を示す．3 桁の除法は生徒にとって難易度が高く，答えを適当に書いているようにとれ，教師は誤答のパターンを推測することもできなかった.



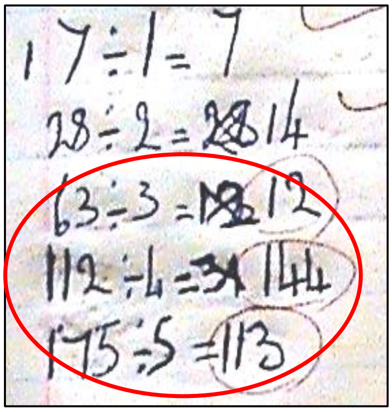
（出典）生徒のノート.

図 6－12：下位生徒アシーネ（女子）の解答（第 20 時限演習）



（出典）生徒のノート．

図 6－13：中位生徒ディアナ（女子）の解答（第 20 時限演習）



（出典）生徒のノート．

図 6－14：下位生徒ミニヴァ（女子）の解答（第 20 時限演習）

このように美しい包みでは数の石垣の授業後期での高次的能力を育成する学習はほとんど実現されなかった．その原因として乗除が未習熟であったことと，指導のアプローチがアルゴリズムに偏っていたことを指摘できる．計算の未習熟は主に 1 桁×1 桁を数える方略に依存していることに，根本的な原因があると考えられる．

Mr. ムコンカは生徒の現状に関して，アルゴリズムの反復や，問題の難易度の調整，計算の意味に立ち返る丁寧な指導などの工夫をおこなった．しかし，生徒の学習状況と教材の計算の難易度が合致せず，授業で扱った内容でさえ生徒にとって難しかった．生徒の学習状況に合わせた指導内容の大幅な変更も考慮した一方で，シラバスからあまりにもかけ離れた内容を扱うことができない，という教師と筆者のジレンマが存在した．

さらに，アルゴリズムの反復指導だけでは，生徒の学習に質的な変化をもたらすことはできなかった．たとえアルゴリズムを使用しても，機械的な暗記に依存しているために，数が変わることで対応できなくなった．ムコンカは「生徒の実際の学習能力と，理想とする学習のギャップがあまりにも大きく，授業では苦心した」（終了時インタビュー）と振り返った．

6－2－3. 生徒の学習過程

ここからは基礎的能力と高次的能力の同時的育成と学習過程について述べる．

授業における生徒の学習過程と困難性を同定するために，インタビューをおこなった．担任教師に相談したうえで学習成績が平均に位置するエリー（男子）とシュピ（女子）を選出した．シュピがインタビュー開始後に三日連続で欠席したため，さらに 1 名学習達成度が平均以下であったポーリン（女子）を含めて 3 名の生徒に

授業後にインタビューをおこなった[31]．３名の生徒の事前，事後テスト結果と学習について表６－13 に示した．

表 6－13：エリー，シュピ，ポーリンの情報

氏名	性別	能力別	事前テスト正答率(％)	事後テスト正答率(％)	事前テストで見られた学習の困難点
エリー	男	中位	67	70	1桁から3桁の減法，2桁以上の乗法，3桁以上の除法，
シュピ	女	中位	52	76	3桁の減法，2桁以上の乗法，3桁の除法，数列
ポーリン	女	中位	43	88	2桁×2桁，除法すべて，数列とパターン

（出典）筆者作成．

インタビューでは授業で扱った学習内容との類似問題と同一問題を与えて生徒の解法の様子をフィールドノーツに記録し，生徒の解答を収集した．授業後の時間的，空間的制約より通常 1，２名，可能な場合は３名全員にインタビューをおこなった．

6－2－3－1．授業後の生徒３名の基礎的能力と高次的能力の育成過程

【加減法：数の石垣】

エリーとシュピは数の石垣のルールを確認した授業のあとに，ルールを用いて石垣の数を埋めた．エリーは減法を用いる部分に補加法[32]を用いた．シュピは減法で解答した．ポーリンはどの空白を先に計算するのか判断できなかった．またポーリンは加法だけの石垣を解くことはできたものの，石垣の空白の部分が複雑になると計算に混乱がみられ，数のパターンから類推して問題を解いた（第１時限から第 11 時限）．そして第 12 時限後にはポーリンは体系的な方法で問題を解くことができるようになった．つまりポーリンは授業の進度に遅れて，漸進的に計算順序の把握と演算決定を正確におこなうようになった．

31　エリーは積極的に授業参加する生徒で発言も多く見られた．数の石垣では熱中して学習にとりくむ姿が観察された一方で，美しい包みでは計算を正確にできないことからインタビューを拒むようになった．本人は家庭環境が複雑で経済状況がよくないことを気にしていた．シュピは私立初等学校から転校してきた生徒で，英語を流暢に話した．数学は好きだが得意ではないと述べた．数年前に弟と孤児になった複雑な家庭環境を持つ生徒で，ほかの生徒数名が暮らす，学校から１時間離れた集落で叔母家族と暮らしていた．普段は発言が少なく，おとなしく授業に参加した．ポーリンは英語を流暢に話す生徒であった．数学は得意ではないが，将来は会計士になることが夢で，数学を学ばないといけないと話していた．

32　減数にあといくつ足せば被減数になるかを考え答えを求める減法の１つである．

3 名が用いた計算方略は大別して，筆算形式の計算，暗算，指と棒を用いて数える方法の三通りであった．シュピは 1 桁では指や棒を用い，2 桁の数になると筆算形式を書き，指と棒を用いた．エリーは筆算形式を書き，各位に注目して暗算した．また，エリーは暗算で数を見積もり，数を石垣に記入し，各桁をみながらいくつかの数を足したり引いたりして調整した. 2 桁の数になると暗算や調整による計算を難しいと感じた時点で，エリーは筆算を用いるようになった．エリー自身が感覚的にその切り替えをおこなっており，体系的な決まりはみられなかった.

ポーリンは 20 から 30 までの 2 桁の数に対しては指を用いてブツブツつぶやきながら数え，30 以上の数になると筆算を使用した．筆算形式の使用は 3 名に共通しており，1 の位から各位を計算するなか，必要に応じて指や棒を用いて数えあげる方法が 2 桁ずつの数では主流となった（図 6－15）.

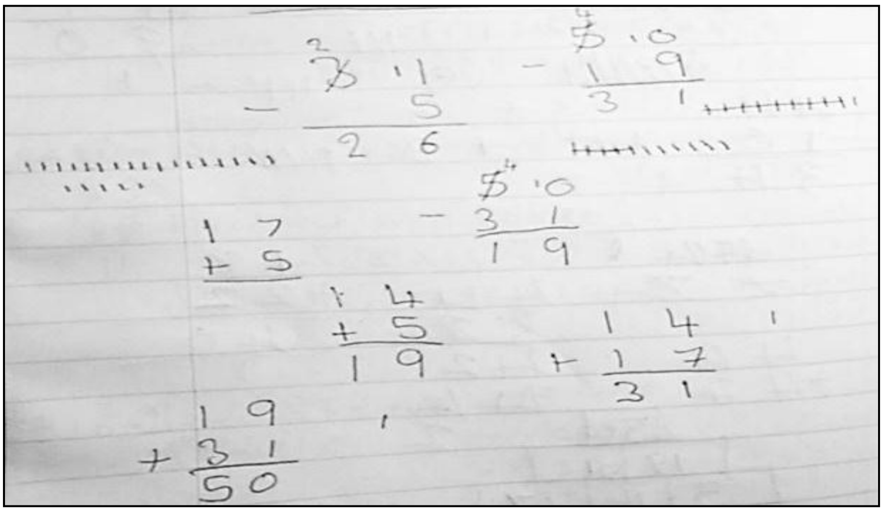


図 6－15：シュピの計算方法の例（第 6 時限後）

生徒たちは特に 5 以上の数の加法と，繰り下がりを含む 10 以上 20 未満の数の減法において指と棒を頻繁に用いて数えあげた．これらの方法はほかの生徒たちが授業でおこなっていた方法であった. しかし授業で Mr. ムコンカが主に用いたのは指，棒ではなく筆算であった．このことから授業の指導と生徒たちの計算方略は必ずしも一致しなかった.

3 桁の計算では生徒たちは解法途中に不安定になる様相が観察された. エリーは問題解法の家庭において計算箇所や計算の最終目的をみうしない，何度も手が止まり計算を再度おこなった（図 6－16）.

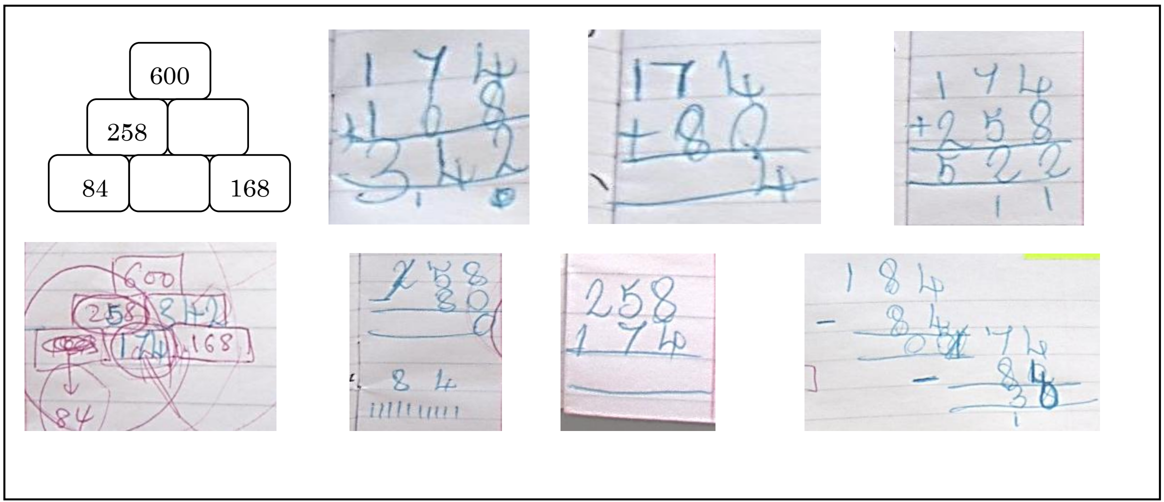


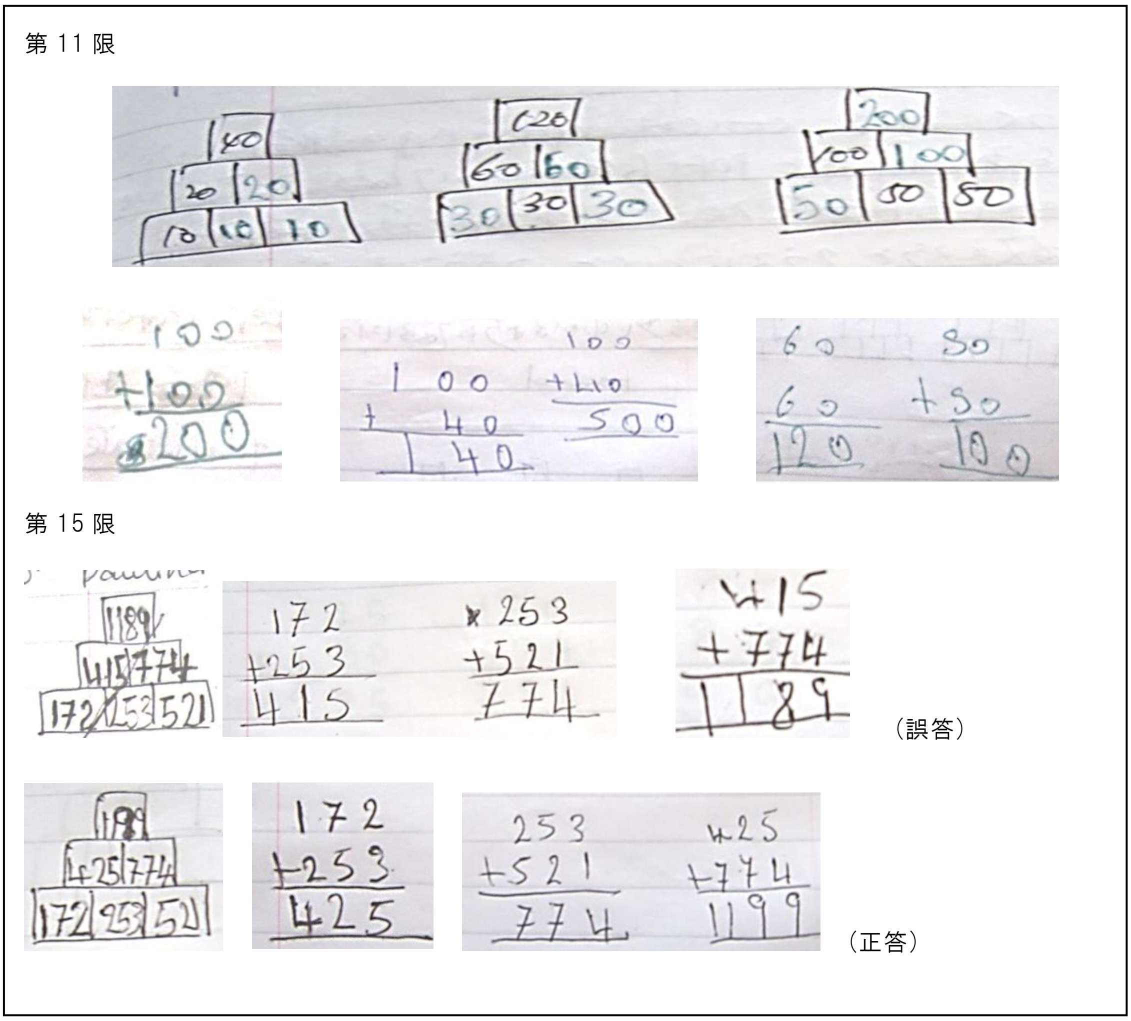
図 6－16：エリーの計算（第 10 時限後）

最終的に 3 桁の加減においてシュピ，エリー，ポーリンは位どりに注意を払って，不安定性を伴いながらも正確に計算できるようになった．たとえば，ポーリンの第 11 時限と第 15 時限後での計算を比較すると位どりを意識して計算し，その正誤を確認するようになった（図 6－17）．

生徒たちは 3 桁の数を何度か扱うにつれ，確認することで計算の精度を上げた．ここから生徒たちの注意力や解答を見直す力は育成されたと見受けられた．一方で，数える方略からアルゴリズムへの移行は形式的になされ，計算方略の質的な転換は完全にはなされなかった．

これらのことから，数の石垣における 3 名の計算や石垣のルールの把握は授業の経過にしたがって改善した．計算方略は指や暗算から，数の大きさによって筆算様式により，各桁で指や棒を用いたり，口頭で数えあげたりする方略へと移行した．

そこでは筆算と数える方略が同時に混合して，数の桁数が大きくなると不安定な状態におちいる計算過程が確認された．これは教師のアルゴリズムの指導との差異であった．



（注）第 15 限では上の二つは同じ問題で一度誤答した後に確かめて再度問題を解いた．

図 6－17：ポーリンの計算の変化

【乗除法：美しい包み】

乗法では 3 名とも加法をくりかえした．加法，減法と同様に，筆算形式のもと，各桁の乗法（累加）をおこない，数えあげは二つの方略が観察された．棒をまとまりに分けて書き，最後に棒の総数を 1 ずつ数えあげるか，数を棒の代わりに書いてまとまりを足す方略であった（図 6－18）．

除法でも被除数をまとまりに分けて，まとまりの総数を数えて解いた．乗法と同様，棒のみを用いる方略と，数を書いてまとまりを作る二つの方略がみられた．シュピは棒のみを用い，ポーリンは棒と数を用いた（図 6－19，図 6－20）．

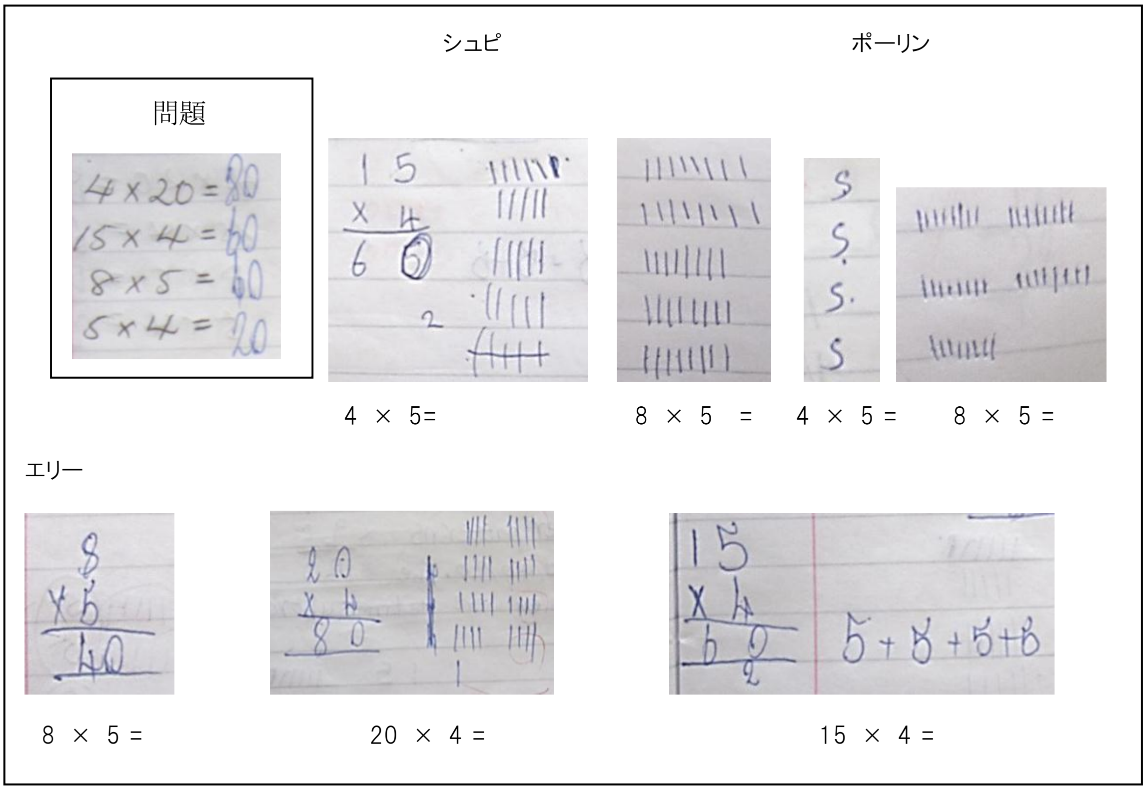


図 6－18：3 名の生徒の乗法の解法

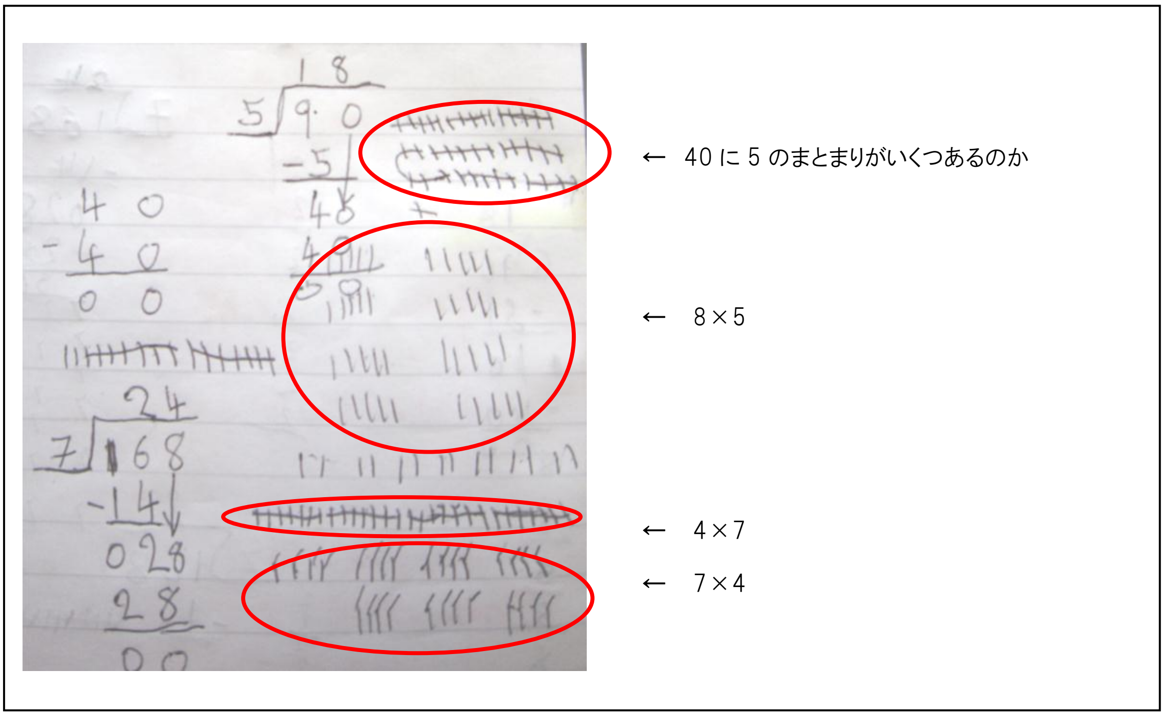


図 6－19：シュピの除法（第 21 時限後）

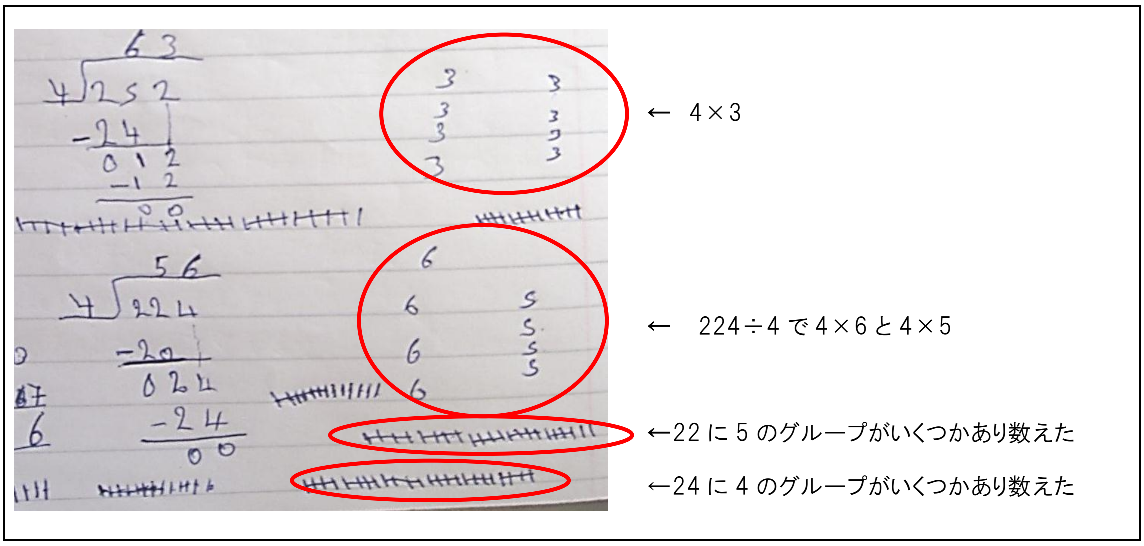


図 6−20：ポーリンの除法

3 桁以上の数を扱う乗除でも，生徒たちの不安定な様相が観察された．たとえばポーリンとシュピは 1 桁ずつの計算で数えあげたあと，次に何をすればいいのか，また解答中に計場の場所を把握できず混乱した．そして除法の筆算の過程で減法や乗法をおこなう際に，アルゴリズムの途中で生徒自身が何をしているのか把握できない状態におちいった．

加減と同様に授業（第 18 時限から第 22 時限）で教師が筆算を用いたあとには，ポーリンとシュピは筆算を用いようとした．エリーは筆算形式を模倣しようとしたが，アルゴリズムをまったく把握していなかったため，失敗した．またシュピの場合，混乱すると除法で乗法の筆算形式を書いた．ポーリンは除法の筆算で減法や乗法を用いる際に，自分の行為を把握できなくなった[33]．

これらのことから乗除では生徒たちは独自に方略を用いながら，指導による筆算を用いる影響を受けていたとわかった．そして機械的なアルゴリズムの反復は，計算の質的な改善に必ずしも良好な影響を与えていなかった．

【数パターンの気づきとその表現】

数列を授業で扱う第 9 時限後に，数の石垣の数列や構造の気づきに関してエリー

33　エリーは除法のインタビューに参加を拒否したために，データ収集ができなかった．参加拒否の背景には次の三点を挙げることができる．第一にエリーは授業で除法を正確に解答できなかった，第二に除法の問題を見るなり「わからない」といって問題を解かなかった，第三に石垣や乗法では自分からインタビューを受けに来ていたといった状況があった．これらを総合的にみれば，エリーは除法に苦手意識を感じていたものと推測される．

は何も探すことができなかった．

その後，第 10 時限ではじめて数列の見方を学んだ結果，石垣に埋め込まれた数列を探すことができた．また，数の変化を観察しながら数を類推して新しい石垣を創り出すことに 3 名は成功した．第 13 時限後には生徒たちは数列を探し，その規則を文章や口頭で表現できるようになった．

美しい包み（第 15 時限以後）でも同様に，生徒 3 名は数列を発見し，数列の規則を述べる学習活動をおこなった（図 6－21）．

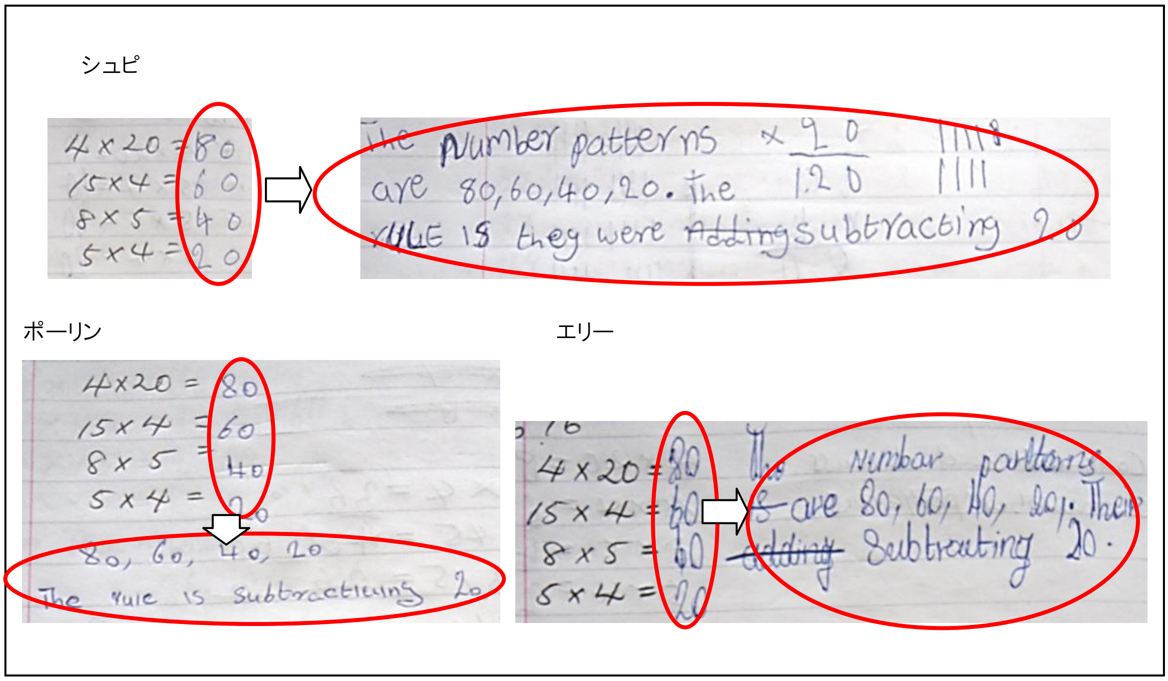
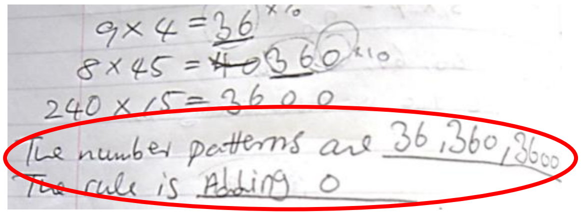


図 6－21：数列をみつけて規則を記述した解答（第 16 時限後）

クラス全体の学習と同様に，美しい包みでは乗除法の難易度が上がったため，数列の誤答が散見された．等差数列から等比数列になると，規則の記述も難しくなった．また等差数列の場合は規則を正確に述べることができたものの，等比数列になると，たとえば 1，10，100，1000 をみつけたあとに規則は「0 を 1 つつけ加える（put 0)」や「足す 0」と曖昧に説明した（図 6－22）．数列の難易度が上がった場合，観察された数学的な気づきを自分なりに説明したものの，正確な数学的表現を用いることはできなかった．Mr. ムコンカは正確な表現を教え，その理由や背景を説明しなかったため，生徒たちが正答する段階には到達しなかったと考えられる．

シュピ（第 18 時限後）



エリー（第 18 時限後）

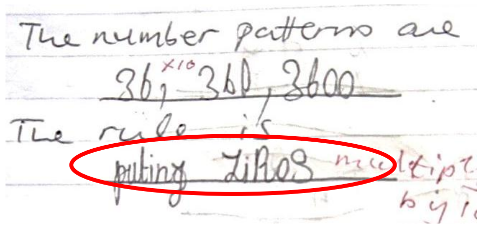


図 6－22：数列をみつけて規則を記述した誤答

【3 名の生徒へのインタビューのまとめ】

第一に計算では数える方法から，回を経るごとに筆算と数えあげの混合がみられるようになった．第二に桁が大きくなった場合やアルゴリズムを完全には習得していない場合，混乱する不安定な様相がみられた．つまり漸進的な成長に不安定性が伴うと明らかになった．第三に数列を類推，発見したあと，その規則を記述できたことから，授業における指導の成果が段階的にみられた．同時に，規則に乗除が含まれる難易度が高い数列の規則の記述では，数列を発見できても，規則の記述には誤答もあった．

6－2－3－2. 授業後の生徒 9 名へのインタビュー

筆記テストの結果と複数の生徒へのインタビュー結果から授業後の学習成果を述べる．筆記テストの結果は学習の伸びや遅滞を知る結果の一つの指標として用いられ，あくまでも本研究では学習過程に焦点づけていることを強調しておく．

まず，授業後に事前テストと同一問題を用いて，正の整数の四則計算とパターン認識の問題における生徒全員の学習達成度を確認した．パターンの記述は含んでおらず，それらの評価については後述の複数生徒へのインタビューで補完した．

事前，事後テストの平均正答率の結果を表 6－14 に示す．

表 6－14：第１次調査における事前，事後テストの平均正答率の推移[34]

	事前テスト	事後テスト
平均正答率(%)	55.35	63.97
最高正答率(%)	85	97
最低正答率(%)	5	0
分散	474.58	567.56
標準偏差	21.78	23.82

（出典）筆者作成．

事後テストの平均正答率（55.35%）は事前テストの平均正答率（63.97%）よりも高かった．平均正答率を比較するため t 検定をおこなったところ，有意な差がみられた[35]．

次に筆記テストによる把握が難しい問題の解法過程を把握するため，複数の生徒へインタビューをおこなった．その目的は 2 桁までの数による数の石垣と美しい包みの計算（加法，減法，乗法[36]）と，理由づけやパターン性の把握と表現に関する問題での解法過程と達成度合いの検証であった．

生徒の選出では成績が上，中，下位の生徒群において事前テストから事後テストの正答率が大きく前後した生徒をまず選び，数の石垣と美しい包みの学習内容をインタビュー[37]して総括的な評価をおこなった．表 6－15 に評価対象生徒の情報を示す．

表 6－15：授業後におこなった評価対象の生徒

番号	能力別	生徒の氏名	性別	事前試験（%）	事後試験（%）	事後ー事前（%）
1	上位群	グッディ	男	79	97	18
2		プルード	女	70	94	24
3		リース	男	70	70	0
4		レトリーバー	男	82	67	-15
5	中位群	シュピ	女	52	76	24
6		ポーリン	女	43	88	45
7	下位群	サイパ	女	31	76	45
8		メリーナ	女	43	64	21
9		ティカ	男	59	29	-30

（出典）筆者作成．

34　問題別の平均正答率については参考資料 6－9 参照．

35　t(33)=3.052，p=0.00445<.01

36　授業において生徒たちが除法に困難を抱えていることが自明だったため，インタビューでは扱わなかった．

37　参考資料 6－10 にインタビュー問題を掲載．学習差を考慮し下位群と中，上位群の生徒のために難易度が異なるインタビュー問題を二種類準備した．したがって，下位群のティカは乗法や除法に特に大きな困難を抱えていたため，他生徒の問題と異なる質問紙を用いた．

【石垣の計算ルール】

数の石垣の計算過程を観察して，石垣のルールを用いて正確に計算したのは 9 名中 4 名で，すべて上位群生徒であった．残り 5 名中 4 名の生徒たちは加法部分を正確に計算できた．しかし 4 名は空白が多い数の石垣において減法の計算順序が曖昧で，石垣のルールを正しく使うことができずに混乱した．残りの 1 名，下位生徒ティカは加法の石垣のみ計算できた．

【基礎的能力 1　石垣の加減】

石垣における計算方略として，次の四つを同定した．それらは(1)指や棒を用いて数えあげる，(2)答えを見積もり，見積もりの数を微調整する，(3)筆算で部分的に数えあげる，(4)補加法で減法をおこなう，であった．

数えあげでは，指や棒の使用のタイミングや種類は効率的とはいえず，個人で異なった．全員に共通したのは 1 ずつ数を数えあげる方略であった．9 名中 8 名の生徒たちがある数を境に，数えあげる方法から筆算に切り替えた．

筆算では 8 名のうち 7 名は程度の差こそあれ，1 桁同士の計算，繰り上がり，繰り下がりのある計算では数えあげた．上位生徒のリースだけが数えなかった．残りの 1 名のティカは筆算をまったく用いず，棒で数えあげた．

総じて, これらの方略は 6－2－3－1 における生徒 3 名の計算方略とほぼ同じであった．

【基礎的能力 2　美しい包みの乗法】

ティカを除く 8 名に 1 桁の乗法を与えたところ，リース，レトリーバー，グッディの上位生徒 3 名は九九を暗記していた[38]．残りの 5 名は棒，指を用いて数えあげた．ポーリンやプルードは数字を書いてまとまりをつくり，加法と数えあげの双方を用いた．

また 5 と 5 のように二つのペアを作り暗算する，効率的な計算方略と，逆に棒の代わりに数を書いた場合でも，指や棒と同じように数えあげる方略の二種類が観察された．

【高次的能力　パターン性を説明したり理由づけたりする場面】

インタビューでは理由を説明し論理的に考える高次的能力を調査する問題も準備

38　３名の生徒に対して 5×8 を口頭で尋ねると，棒や指を用いようとしたことから，これらの生徒たちも暗記していない九九に関しては数えあげの方法を用いる場合があると確認した．

した．その結果を表６−16に掲載した．

表 6−16：生徒の数学的な考え方を要求する場面における学習評価

番号	能力別	生徒の名前	石垣のパターン性と規則の表現(口頭)	美しい包みのパターン性と規則の記述	カードの問題での理由づけ
1	上位群	グッディ	○	○	—
2		プルード	規則 誤答	○	○
3		リース	○	○	○
4		レトリーバー	○	○	○
5	中位群	シュピ	○	○	×
6		ポーリン	規則 誤答	○	×
7	下位群	サイパ	規則×	○	○
8		メリーナ	○	○	—
9		ティカ	×	規則 誤答	○

（注）○…正解，×…自力解答不可．

（出典）筆者作成．

数の石垣では９名中５名の生徒たちが正確に数列を発見して規則を述べた．それ以外の生徒４名中３名は数列をみつけることができたが,規則の記述では誤答した．残りのティカは教師２名の現地語による説明[39]にも関わらず,数列をみつけることができなかった．美しい包みではティカを除く全員が数列を発見して規則を述べた．ティカは数列を発見できたものの，規則を答えることができなかった．つまりティカ以外の生徒たちは美しい包みでは規則を記述することができた．

六つの数字カードを並び替える石垣の問題では,カードを選択する場合に９名中６名の生徒が頂上の数を最初に埋めた．その６名全員が「一番大きい数だから」と英語で理由を説明できた．残り３名のうち，メリーナは中段の数に暗算でカードを並べていった．シュピとポーリンは試行錯誤で数をランダムに入れて，途中で計算を諦め，誤答のまま解答を終えた．

このように口頭と記述で数学的な説明と理由づけをおこなう学習がなされた．また，予備調査と同様にパターン性を把握することはできても，規則を述べるという一般化に上位の生徒たちは対応できるが，ほかの生徒たちは誤答しやすいことが明らかになった．

【9 名の生徒のインタビューのまとめ】

第一に，生徒の各演算における方略や考え方は多様だったが，主に筆算と数えあげを折衷的に用いた．たとえば，乗法では数えあげる方略においていくつかの段階があり，一つずつ数える場合，まとまりに分けて数える場合，ペアを作って足し算

39　現地語が必要な場合，Mr. ムコンカと教員センターの教師に通訳補助をしてもらった．

をおこなう場合など，複数の方略が観察された．そしてインタビュー結果と，先の 3 名の生徒の計算過程でみられた方略はほぼ同じであった．

これらのことを踏まえて表 6－17，表 6－18 では生徒の加減，乗法の計算方略の類型を示す．

表 6－17：計算方略の深化【加法，減法】

1	全て指･棒･口頭で数える
2	筆算を用いながら1桁ずつ数える
3	筆算

（出典）筆者作成．

表 6－18：計算方略の深化【乗法】

1	順に1つずつ指･棒･口頭で数える
2	まとまりをつくり数える （数を書く場合もまとまりに分ける場合はここに入る）
3	数を書いて2組に合わせて加法を使う
4	暗記する

（出典）筆者作成．

類型 1 が最も素朴な数え方で，筆算を用いたアルゴリズムへと発展し効率性の度合いは増す．

表中の灰色部分はほぼ全員の生徒が用いた計算方略である．つまり，これらの生徒の学習結果と，授業で扱った加減法における筆算の学習や 1 桁×1 桁を数えていたことを対応づけると，多くの生徒たちの計算方略は授業で扱った筆算より，前の段階（表の灰色部分に相当）にいることが確認できる．

インタビューでは除法を扱わなかった．授業において生徒たちは 1，2 桁の数を扱う除法に対して「共有する」という意味に立ち返り，まとまりに分けることで問題を解いた．そして授業では除法のアルゴリズムを操作できなかった．

第二に，高次的能力について，パターンの発見では下位の生徒を除いて成績に関わらず，授業で扱った数列の発見をおこなった．理由を尋ねる場面も含めて，生徒たちは英語で答えた．このことから，下位群の生徒 1 名を除いたほぼ全員の生徒たちが，数列の発見と記述，理由を答えるという学習の成果を示した．

6－2－4. 第 1 次調査の総括

授業の目標に対して生徒の学習成果と課題点を述べ，そのあとに一連の学習に関わった教師の指導と教材についてまとめる．

(1) 生徒の学習成果

・基礎的能力

第 4 章で設定した基礎的能力に関わる授業の具体的目標は「2 桁と 3 桁の四則計算が正確にできるようになる．特に数の石垣では足し算と引き算の関係を理解して，計算をおこなうことができる」であった．

学習の成果として，反復した計算練習により改善が認められた（事前テストの結果，生徒へのインタビューより）．問題を解く過程において，計算方法や方略が授業進行と共に緩やかに変化していき，筆算のアルゴリズムを正確に用いるようになった（生徒のインタビュー参照）．しかし生徒の計算方略の様相はシラバスよりも低い段階であることが確認された．

・高次的能力

高次的能力に関わる授業の具体的目標は「数の石垣と美しい包みに埋め込まれた数列や幾何的なものを含むパターン性をとりだし探究することができる」，「パターンや数列の規則を口頭と記述で述べることができる」，「それらの発見や推測についてクラスで話し合うことができる」の三点であった．

学習成果は，まず，数の石垣と美しい包みに埋め込まれたパターン性に関してクラス全体で話し合い，たとえ単純な発見でも，生徒たちはジェスチャーや片言を話しながら考え方を表現する学習をおこなった（第 11 時限の授業例参照）．ここから生徒たちは英語に対して言語的困難性を有しているものの，言語フォーマットと教師の支援より彼らなりに工夫して考え方を伝えることができた．

次に，生徒同士で話し合い，助け合う学習では，石垣や美しい包みの数の並びから数列をみつけて，数学的構造や規則を口頭，文章で表現することができた（第 11 時限の例，3 名，9 名の生徒のインタビューを参照）．これは予備調査において第 9 学年の生徒が数列の規則の記述に困難を有していたことと比べれば，大きな成果である．

(2) 学習の成果に関わる教師の指導と教材の調整

教師自身の力量や指導方法が本質的学習環境の教材の探究性を含む性質に合致するように変化したことも，生徒の学習の成果に関わった．ここでは教師の指導や教材の調整がどのように生徒の学習に影響を与えたのかを整理する．主に「三者間の相互作用の記述」における(1)から(7)（pp.139-157 を参照）と，上の「(1)生徒の学習の成果」を合わせて論じる．

グループワーク，ペアワーク，話し言葉から記述の段階的移行，記述フォーマッ

トの使用といった指導が，生徒の積極性や主体性，学習参加に影響を与えたと考えられる．これらのアプローチは，授業目標を達成するために生徒の学習状況に合わせて教師がおこなった工夫であった（「授業開発における三者間の相互作用」(1)と(2)，pp.140-144）．

教師による教授行動の変化には，授業改善サイクルの改善部分における教師自身の振り返りの変化から，次第に個別生徒の学習への関心や反省がなされ，生徒一人ひとりへの支援へと繋がり，指導が学習の成果に結実した背景があった．教師の終了時インタビューの振り返りからも，教師の意識の変化が指導の変化の原動力となり，意識の変化の背景には，継続的な話し合いによって教師の指導を反省的にとらえるようになった授業改善サイクルの貢献があった．そして生徒が次第に変わっていく様子を教師が前向きにとらえるようになり，次の指導に繋げていく良い循環があった（「授業開発における三者間の相互作用」における(1)，pp.140-143）．

また教材について，本質的学習環境の高次的能力を育成する特性は，指導とかみあって有効に作用した．本質的学習環境は生徒たちの高次的能力，具体的には話し合う力や数学的発見をおこない，それを論理立てて説明する力を育成する機会を提供した（pp.147-151 の第 11 時限の例を参照）．教師がおこなった数学的な発問や説明，理由，手順を問う発問は，本質的学習環境の構造に関わり，それらは生徒の学習状況に合致していた．

ただし，本来ならば本質的学習環境の高次的能力の育成に係る数学的構造は数列のほかにもいくつかあったが，本質的学習環境の一部の特性について授業で扱うことはなかった．つまり本来の教材が持つ有効性を，最大限授業で活かすことができなかった（「授業開発における三者間の相互作用」における(4)，pp.145-146）．

それには教師が多様な見方を一度に同時に扱うことができなかったこと，そして多様性を強調しても生徒たちが探究に慣れておらず，その実現が困難であったことが背景にあった．つまり教材の選択と利用は，生徒の学習状況や教師の力量次第で限定されたが，授業経過においてやむを得なかった（「授業開発における三者間の相互作用」における (3)から(5)，pp.144-152）．

(3) 学習の課題に関わる教師の指導と教材の調整

学習成果以外にも，授業においていくつかの課題が明らかになった．それは主に，美しい包みにおける計算である．

生徒たちはアルゴリズムを用いるようになったものの，形式的に用いるにとどまり，その意味や効率性を考慮して使用しているとは限らなかった．第 6 学年では 100,000 の数までの計算を扱うことになっていたが，生徒たちは 3 桁の加減や 2,

3 桁の乗除でさえ計算アルゴリズムを完全には習熟していない状態にいた．アルゴリズムを習得していると思われる上位生徒でさえも，扱う数の桁が 3 桁になると，以前できていた学習ができなくなり，練習が必要になった．つまり計算の漸進的な改善がみられたものの，生徒の計算能力はシラバスの記述よりもはるかに低いままとどまった（3 名，9 名の生徒のインタビュー参照）．

また，予備調査でもみられた生徒の不安定性や学習の漸進性が確認された．生徒たちはいったんできるようになったと思われる学習事項を忘れたようにふるまった．難易度が少しでも上がるとそれまで学習した事項を混乱して用いる状態におちいった（3 名の生徒のインタビュー参照）．

生徒たちの不安定な様相や学習の漸進的な様相を目の前にして指導を組み立て，用いる教材の内容を決定し，生徒ができることと苦手とすることの境目を見極めた改善のいとなみが，授業開発において最も重要であった．しかしながら，美しい包みでは生徒と教師の良好な相互作用が保てず，改善が滞った．

美しい包みでは，扱った内容や数の大きさが生徒の学習状況とかけ離れていたことや，その状況に合わせた指導ができなかったことで，アルゴリズムの指導におちいり，教科書に書かれている指導方法とまったく同じ機械的方法によって，教師主導の授業が展開された．このような指導のなか，本質的学習環境の良さを前面に出した授業が困難になり，教材と教師間，生徒と教師間の相互作用が良好な状態で保たれなかった．

(4) 第１次調査の総括

教師が指導を改善させながら，本質的学習環境の特性を活かしつつ，教材の段階的な使用や数列に的を絞った探究過程では，生徒の上記の学習成果がみられ，教師，生徒，教材の三者間の相互作用は良好な状態で保たれた．一方で計算練習においては生徒の学習の困難性が同定され，現行の指導では学習改善されにくく，生徒と教師の相互作用が固定化され，教材の良さが前面に出てこない三者間の相互作用の様相もうかびあがった．

第 3 節　第 2 次調査

本節では中央州カブウェにおける授業開発の内実を記述，分析する．分析は前節と同様の流れでおこなう．まず授業分析結果で発話の全体的傾向を示したあと（6－3－1），教師，生徒，教材の三者間の相互作用の変遷を示す（6－3－2）．次に学習過

程を記述する（6－3－3）．最後に授業目標の達成と三者の相互作用の変遷についてまとめる（6－3－4）．

6－3－1. 授業の定量的分析

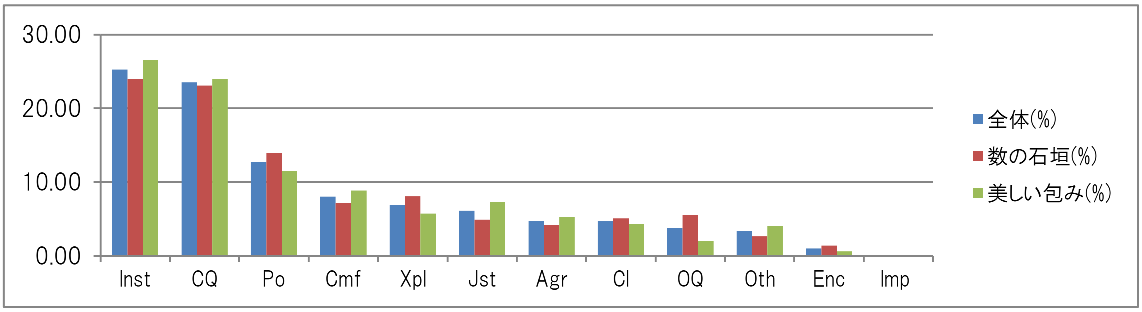
6－3－1－1. カブウェにおける授業

第 1 次調査と同様に全体，数の石垣，美しい包みの教師と生徒の各発話コードの一授業における平均割合[40]を算出した．まず表 6－19，図 6－23 に教師の発話コードの一授業における平均割合の表とグラフを示す．

表 6－19：第 2 次調査　一授業における教師の発話コードの平均割合（%）

コード		全体(%)	数の石垣(%)	美しい包み(%)
Inst	指示	25.26	23.94	26.55
CQ	閉じた質問	23.52	23.07	23.96
Po	生徒の指名	12.69	13.94	11.47
Cmf	確認	8.00	7.16	8.83
Xpl	説明	6.88	8.08	5.71
Jst	生徒の発言への批判や正当化	6.09	4.87	7.27
Agr	同意	4.72	4.19	5.23
Cl	拍手や歌	4.69	5.06	4.32
OQ	開いた質問	3.74	5.55	1.98
Oth	その他	3.35	2.65	4.02
Enc	賞賛や励まし	0.97	1.36	0.60
Imp	聞き取り不能	0.09	0.12	0.06
合計		100	100	100

（出典）筆者作成．



（出典）筆者作成．

図 6－23：第 2 次調査　一授業における教師の発話コードの平均割合（%）（グラフ）

40　カブウェの第 2 次調査の授業は二コマ分を一つの授業として行ったため各授業時間はルサカの二倍で，授業回数はルサカの半分である．行った時限数は 24 でルサカの調査とほぼ同じであった．

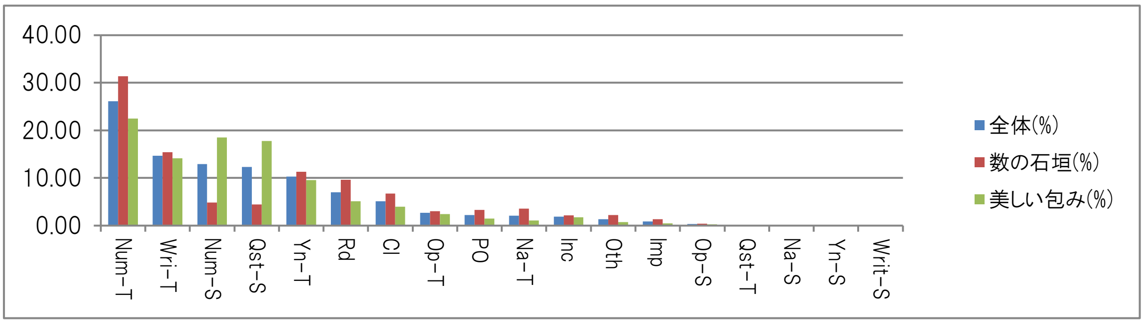
際立って高割合の教師の発話コードは「指示（Inst）」（25.26%）と「閉じた質問（CQ）」（23.52%）であった．次いで「生徒の指名（Po）」（12.69%），「確認（Cmf）」（8.00%），「説明（Xpl）」（6.88%）と続く．第 1 次調査結果と高割合のコード CQ，Inst，Cmf，Xpl が共通した．

次に生徒の発話コードの一授業における平均割合の表とグラフを示す．

表 6－20：第 1 次調査　一授業における生徒の発話コードの平均割合（%）

コード		全体(%)	数の石垣(%)	美しい包み(%)
Num-T	単純な応答2(数や単語)教師に対して	26.13	31.35	22.50
Wri-T	教師の問いや指示に対する記述やジェスチャー	14.68	15.43	14.16
Num-S	単純な応答2(数や単語)生徒に対して	12.90	4.82	18.52
Qst-S	生徒に対する質問	12.31	4.42	17.80
Yn-T	単純な応答1(はい･いいえ)教師に対して	10.29	11.33	9.57
Rd	反復や読み	6.99	9.65	5.15
Cl	拍手と歌	5.11	6.75	3.97
Op-T	教師に対する意見	2.67	3.05	2.41
PO	生徒の指名	2.24	3.30	1.51
Na-T	教師に対する沈黙	2.08	3.54	1.06
Inc	不完全な解答	1.91	2.17	1.73
Oth	その他	1.35	2.25	0.73
Imp	聞き取り不能	0.86	1.37	0.50
Op-S	生徒に対する意見	0.33	0.40	0.28
Qst-T	教師に対する質問	0.10	0.08	0.11
Na-S	生徒に対する沈黙	0.03	0.08	0.00
Yn-S	単純な応答1(はい･いいえ)生徒に対して	0.00	0.00	0.00
Writ-S	生徒の問いや指示に対する記述やジェスチャー	0.00	0.00	0.00
合計		100	100	100

（出典）筆者作成．



（出典）筆者作成．

図 6－24：第 1 次調査　一授業における教師の発話コードの平均割合（%）（グラフ）

次に生徒の発話タイプにおいて最も高い割合だったのは「教師に対する数や単語による応答（Num-T）」（26.13%）で，これも第 1 次調査と同様の結果であった．この Num-T は「教師の閉じた質問」に対応する返答である．たとえば CQ と Num-T

は次のプロトコルでのやりとり例が代表的である．

59	T	CQ	3×9．答えは何？全員で．
60	Ss	Na-T	（沈黙）
61	T	CQ	3×9．答えは何？
62	**Stephern**	**Num-T**	**27.**
63	T	CQ, Po	27．これが答え？ダニー．
64	**Daniel**	**Num-T**	**6.**
65	T	CQ, Po	6 はここにあるでしょ，チャーリー．
66	**Charie**	**Num-T**	**7.**
67	T	CQ	3×7．答えは何？
68	**S**	**Num-T**	**21**

（出典）第 9 時限のプロトコルより計算練習の場におけるやりとり．

それに次いで「教師に対してジェスチャーや記述で応答する（Wri-T）」（14.68%），「生徒に対して数や単語で応答（Num-S）」（12.90%），「生徒に対する質問（Qst-S）」（12.31%）が高割合のコードであった．Wri-T が高割合であったことから，生徒は発言で教師に対して単純応答しているだけでなく，記述やジェスチャーによっても応答しているとみなすことができる．Wri-T でみられた例は数列をみつけて規則を記述した「2，20，200，2000　かける 10」（第 6 時限）や計算を解く場合であった．

また，Num-S や Qst-S といった生徒同士のやりとりは，第 1 次調査同様，生徒が黒板で数式を全体にたずね，大多数の生徒たちが答える様式であった．特に美しい包みにおいて生徒同士のやりとりが高割合だった．たとえば典型例である次のプロトコルを挙げる．

478	Chalie	Qst-S	0 引く 6 は？
479	T	Inst	答えなさい．
480	Ss	Num-S	できない（It cannot）．
481	Charlie	Qst-S	10 引く 6 は？
482	Ss	Num-S	4.
483	Charlie	Qst-S	7 引く 6 は？
484	Ss	Num-S	1.
485	T	CQ	ここは？

486	Charlie	Qst-S	4 引く 8.
487	Ss	Num-S	できない（It cannot）.
488	Charlie	Qst-S	14 引く 8.
489	Ss	Num-S	6.

（出典）第 7 時限のプロトコル 80－66 を解く場面.

そのほか「教師に対する質問（Qst-T）」（0.10%），「生徒に対する沈黙（Na-S）」（0.03%）「生徒に対する『はい』『いいえ』の応答（Yn-S）」（0.00%），「生徒に対する記述やジェスチャー（Wri-S）」（0.00%）は低い割合であった.

6－3－1－2. 池谷(2009)との比較

カブウェの授業分析（第 2 次調査），池谷（2009），ルサカの授業分析（第 1 次調査）の結果を比較すれば，第 1 次調査と池谷の比較結果同様に，教師の閉じた質問（CQ）と生徒の単語，数字で答える（Num-T）コードの割合が高かったことを類似点として指摘できる．つまり数式の答えを片言で答えるやりとりが最も頻繁におこなわれていた.

開いた質問（OQ）は池谷（2009）においてすべて 0.0%であった．第 1 次調査では 5.93%，第 2 次調査では 3.74%で，つまり第 2 次調査でも開いた質問（OQ）が少なからずおこなわれていた．頻度に換算すれば，第 2 次調査は 40 分の一コマで約 5 回，一時限で約 10 回であった．第 2 次調査では一時限二コマ分であることを考慮すると，第 1 次調査では OQ は約 9 回であったことから，開いた質問をより多くおこなっていた．第 2 次調査における OQ も第 1 次調査と同様に「なぜですか？」，「理由を説明してください」，「ここから観察できることを話してください」といった発問をおこなっており，その傾向は第 1 次調査と同様であった.

次いで第 2 次調査の結果で特徴的な点を二点とりあげる.

まず，教師の発問「指示（Inst）」「確認（Cmf）」に次ぐ教師の発話「生徒の指名（Po）」で 12.69%あった．頻度に換算すれば一時限で 34.8 回生徒の指名をおこなった．これは一コマで 17.4 回の頻度で，第 1 次調査では一時限で 8.7 回であった．一コマ 40 分では第 2 次調査においてより頻繁に教師は生徒の指名をおこなっていた.

次に，生徒の主要な発話コードは Num-T, Wri-T であった．Num-T は教師の一問一答に対応すると考えられ，Wri-T は，生徒は話す手段ではなく書く手段とジェスチャーで教師の質問に答えていたことを示す．また，それに次いで生徒同士の質問や解答（Num-S, Qst-S）もおこなわれていた．池谷（2009）において生徒同士の会話は Ans-S として記録され，八つの授業のうち二つにおいて 1.3%，7.5%，それ以

外では 0.0%であった（pp.126-127）．つまり，第 2 次調査の授業において生徒同士の会話が確認された．この生徒同士の会話をプロトコルで確認すれば，Num-S と Qst-S は対応関係にあり，生徒が数式をたずね，数で答える一問一答のやりとりが観察され，生徒同士が文章表現を用いて話し合ってはいなかった．これも具体的な学習指導場面を質的にみていくことが必要であると判断した．

これらのことから，池谷のデータ結果と第 2 次調査の教師と生徒の相互作用のありかたが異なっていたと結論づけられる．また第 1 次調査と池谷の差異が同じように第 2 次調査でもみられた．

6－3－2. 全授業過程と教師，生徒，教材の三者間の相互作用

第 1 次調査と同様に全授業の過程を表 6－21 に示す．表 6－21 の情報の説明は第 1 次調査の表 6－12 と同じであるため省略する．

表 6－21：第 2 次調査の授業全体の推移

学習内容	時限	基礎的能力	高次的能力	局所的　授業改善サイクル 授業実施 教材の内容	教師の指導	生徒の学習	教師(T)と筆者(R)による授業反省・評価	授業計画 考慮要因 教	生	シ	次回の教材の再構成や調整
数の石垣	1	○	○	･第1次調査で生徒達がルールの把握に時間を要したことを踏まえて，2段の石垣(1桁の数)を用いて3つの数の関係に着目させて，ルールの発見をおこなった.	･石垣導入時には石垣についての様々な意見を生徒から引き出した. ･生徒に2段の石垣のルールを発見させる支援をおこなった.	･2段の石垣でまずルールを捉え，その後3段の石垣で計算した. ･2名の下位生徒を除く全員がおこなうことができた. →(1)	･2段の石垣を用いた導入は，加減の関係を把握させることに役立った(T,R). →(1) ･上位生徒や挙手する生徒ばかりを何度も指名し，下位の生徒に対して話しかけない(R). →(2) ･教師は新しい教材･指導法は難しいと感じた(T)．→(2)	○	◎	○	(1)2段の石垣で加法が成功したので，導入で2段の減法を，3段で加減をおこなう. (2)第1次調査と同様に，パターン性はルールの定着後におこなう.
	2	○	―	･3段の石垣(2桁の数)を用いた加減の練習.	･石垣のルールを2段，3段を用いて復習し，4つのグループで石垣を計算する練習をおこなった.	･新しく来た生徒がいたため，ルールを再度復習して計算練習した.	･計算の順序と用いる演算を生徒たちはある程度把握したと判断(T,R). →(1) ･教師が多様な探究を教えることが難しい(T). →(2)	○	◎	○	(1)4段の石垣(パターンの埋め込み有)を設定. (2)教師が指導可能な数列と簡単なパターン性を話し合う内容を取り入れる.（探究性を加味）
	3	○	―	･4段の石垣(2桁の数)を用いて計算練習し，その中のパターン性を発見し，その規則を口頭で述べる学習をおこなった.	･前時より，正答を先に言わずに生徒の意見を尊重して支援. →(1) ･計算の過程より問題の正誤を問う指導が多い. →(2)	･数列を作りだす過程で誤答があったが自分たちで誤答を見つけて修正した. →(1) ･新しく来た生徒とそうでない生徒，上位生徒と下位生徒達の間のルールの把握に差がある. →(2)	･数列の導入と規則の口頭による表現を教師の支援によりおこなうことができた(T,R). →(1) ･生徒が誤答を自分たちで修正したことを評価(T).	○	◎	○	(1)試行錯誤の石垣や石垣のその他の石垣の構造の探究. (2)探究のなかでも計算の順序や使う演算を話し合う場面をつくる.
	4	○	○	･2桁までの石垣を用いて，試行錯誤で石垣を完成させる.	･生徒たちに石垣を作った過程を現地語で説明させた. →(2) ･最後に体系的に解く方法を話し合う予定を教師は機械的なアルゴリズムを教えることに終始した．教師がアルゴリズムの理由を教えられるだけ把握しなかった(教材の良さを引き出せない指導). →(1)	･問題の難易度が高く，25名中10名しか問題を解くことができなかった. →(1)(2) ･試行錯誤で解いた上位生徒の中には問題解決の過程を説明できた．そうでない生徒は完成した数式を言うことで説明に変えた. →(1)(2) ･最後に生徒達は教師が導入したアルゴリズムに従い，今までの試行錯誤で問題を解かず混乱して授業が終了した. →(1)	･新しい試行錯誤の内容は生徒にとって難しかったものの，教師の支援により次第にできるようになり，現地語でも数名の生徒が説明できた(T,R). →(1) ･教師は生徒たちが探究できるとは思っていなかった．教師は少人数の生徒たちが能力を引き出されていることを感じた(T). →(1) ･途中まで授業はうまくいった．しかし最後の計算の仕組みを説明でアルゴリズムの説明に教師がおちいり，生徒を混乱させた(T,R) →(1)	◎	◎	○	(1)教師が自信を持って教えられる内容を扱う. (2)グループワーク･ペアワークでの授業を教師が推進しており，グループで話し合う学習をおこなう. (3)第1次調査ではカードを用いた学習で1桁はやさしすぎたので10の倍数を用いる.

表 6－21：第 2 次調査の授業全体の推移（続き 2）

学習内容	時限	基礎的能力	高次的能力	授業実施 教材の内容	授業実施 教師の指導	授業実施 生徒の学習	授業反省･評価	授業計画 考慮要因 教	授業計画 考慮要因 生	授業計画 考慮要因 シ	授業計画 次回の教材の再構成や調整
数の石垣	5	○	○	･3段の石垣で30，40，50のカードを入れて全部でいくつの石垣ができるのか説明，理由を考える.	･計算して，石垣をグループで作成させた. ･その後，なぜ石垣は全部で6つだけなのかを，教師が誘導して生徒に説明させた. →(1)(2)	･グループで計算練習して，できるだけ多く石垣を作った. ･グループワーク後に作成した石垣の数と，頂上の数に着目することで，3つずつ石垣のペアができることをクラス全体で話し合った. →(1)(2)･	･綿密な計画で教師が指導内容を十分に自信を持って扱ったので，6つしかできない理由についても考えることができた(T, R). →(1) ･教師は生徒達が説明する，理由を言うといった学習は難しいと思っていたもの，生徒達がそれらを自分なりにできることを感じ次の指導に活かすことを考えた(T). →(2)(3)	◎	◎	○	(1)数パターンについて着目．第3時を踏まえ，教師が自信を持って教えられる内容を扱う. (2)数パターンでは第1次調査での成果を踏まえて口語から記述へ移行. (3)(2)のために第1次調査で用いた記述フォーマットを使用.
	6	○	○	･3桁の数までの加減を扱い，数パターンと規則について述べる.	･第1次調査の結果からも3桁の数は難しいことを想定して，まず数パターンについて10の倍数を用いて練習した上で規則と記述フォーマットを導入した. →(1)(2)	･中･上位生徒たちがパターンを片言で発見し，それを記述フォーマットを用いて述べた．数列の見方について既に学んでいたので表現方法を困難なく学習した. →(1) ･計算は誤答が多く正答にたどりつかない場合もあった．時間をかけて誤答を修正した. →(2)	･記述フォーマットは生徒が考え方を述べる際に手がかりを与えるものとして，有効に作用した(T,R). →(1) ･新しく来た生徒やルールがわからない生徒にとっては難しかった(T,R). →(2) ･3桁の計算になると生徒はルールを混乱する(T,R). →(2)	○	◎	◎	(1)数列の探究の際にはフォーマットをくりかえして使用. (2)加法と減法の関係性を把握しない生徒がおり，計算順序と用いる演算を考えさせる復習をおこなう.
	7	○	○	･3桁の数までの加減を扱い，数パターンと規則について述べる.	･前時のようにグループで計算した後，数列の気づきについてクラスで話し合った. ･生徒が誤答した場合に他の生徒に支援させるようにした. ･下位生徒を指名して発言させるようにして学習参加をうながした.	･誤答をくりかえしながらも，計算後に石垣を完成，数列の規則を記述することができた. →(1)(2) ･下位生徒の学習参加が見られた. →(2)	･生徒と教師が数列を探し規則を述べる学習指導に慣れてきた(T,R). →(1) ･計算のルールが定着していない様子が観察された(T, R). →(2) ･計算の後と規則の記述語に理由を説明させることが強調されていない(R). →(1)(2) ･生徒たちの変化，と教師自身の変化を教師が感じており，教材を評価した(T, R) →(1)(2)	○	○	◎	(1)数列の発見と規則の記述の学習を継続して美しい包みでおこなう. (2)その中で，演算の関係性(加減と乗除)に言及.

表 6－21：第 2 次調査の授業全体の推移（続き 3）

	8	○	○	･美しい包みの導入と，2桁の四則演算.	･生徒の誤答後にその過程や数え方を取り上げて確認し，下位生徒も含め授業参加できるよう支援した. ･数列の規則が正しいのか説明する学習をおこなう.	･第1次調査と同様に四則計算で最も難しかったのは除法であった. →(1) ･口頭で規則の説明をおこない，誤答の場合は他の生徒が手助けする.	･除法は困難. ･等差数列の発見に生徒達が慣れてきた(T, R). →(2) ･数列を生徒たちが発見し規則の記述ができるとは思わなかった，計算の困難さは残るものの授業では話し合いをおこなった(T). →(1)(2)	○	◎	◎	(1)復習では乗除を共に扱い，第1次調査と同様に，乗法と除法を分けて指導. (2)等比数列を導入.
	9	○	○	･3桁までの乗法. 等比数列の数列を取り入れた.	･九九表を覚えていない場合，乗法では加法に戻り，除法では共有する，意味に戻った. →(1) ･2桁×1桁は生徒主体で解く. 3桁×1桁は教師主導.	･特に筆算で混乱する. →(1) ･等比数列を探すことはできるものの，規則の記述は難しかった. 教師の説明が不明確であった.	･乗除の関係性を生徒が理解していない(R). →(1) ･等比数列の規則の説明が不明確で生徒達が理解できていなかった(R). →(2)	○	○	◎	(1)除法の練習. (2)等比数列は教師も理由を説明できなかったので再度おこなう.
美しい包み	10	○	○	･3桁までの除法.	･除法の筆算では教師自身が減法，乗法のアルゴリズムに混乱してしまい，生徒にも混乱を招いた. →(1)	･教師の説明によって生徒も混乱. アルゴリズムに偏り，なぜその操作をするのか理解していない. →(1) ･計算が正確であれば，数列の発見と規則の記述をできる. →(2)	･除法は教師にとっても難しい(R). →(1) 数列の発見と記述は教師，生徒共に慣れてきた. しかし正答にたどり着くのに時間を要する. →(2)	○	○	◎	(1)除法の練習. (2)数列の発見と記述をくりかえす.
	11	○	○	･0がある数の除法	･0を消す理由を説明しない機械的な指導. ･生徒の頻出誤答を取り上げて扱った. しかし生徒からの意見は出ず，教師自身も的確に説明できなかった.	･0を消す計算でなぜ0を消す必要があるのかわからない. 必要な0を消してしまう. ･除法の筆算を機械的におこなう過程で誤答におちいる.	･計算過程を取り上げ，教師自身が誤答し，誤答に気づかずに授業進行して生徒が混乱(R). ･生徒が位取りや計算の過程でつまづき，かつ数学的説明が不明確. →(1) ･計算に時間を要し，探究性が薄まった. 最後の授業は話し合いを含み，包括的な内容を取り扱えないか(T, R). →(2)(3)	○	○	○	(1)冒頭で，0が多い除法を再度取り上げる. (2)包括的に四則演算を与える. (3)パターン性を生徒達が作り出す学習.
	12	○	○	･演算決定と美しい包みの自由作成	･前時の0のついた計算を復習して，美しい包みへ演算記号を入れる問題を解いた. ･生徒が誤答する原因と考えられる位取りの説明.	･四則計算全てを扱う. 除法より他の計算が得意なため，積極的に取り組む. 新しい学習だったがほぼ全ての生徒が問題の意味を把握. ･グループでは上位生徒が中心となって幾つかの美しい包みを自由に作り，クラス全体に発表.	･位取りの確認は生徒たちに注意をうながし，有効(T, R). ･適切な難易度だったため学習も積極的におこなわれた. 前回までの除法は難しすぎた(T,R). ･これまで美しい包みでは計算重視だった. しかし本時では子どもがパターンに注目する見方を培ったことを最確認(T,R).	○	○	○	―

（注）三者間の関わりが特にみられた部分を囲んで示した.

（出典）筆者作成.

表 6－21 を用いて第 1 次調査と同様に三者間の相互作用を記述する際に，第 1 次調査での結果をいかに第 2 次調査の授業に反映したかという点も考慮して述べる．

【授業開発における三者間の相互作用】

数の石垣の授業では，第 1 次調査と同様に生徒の学習状況と教師の力量から教材の扱い方を変えていった．そしてそれらは第 1 次調査と類似して次の七点の調整過程に分けられた．そしてこれらには第 1 次調査の結果も考慮して反映させた．

⑴教師の意識の変化，特に探究の意味のとらえ（回を通して）.
⑵基礎的能力と高次的能力の同時の導入までに数時間をかけてルールの定着を図った（第 1 時限から 3 時限）.
⑶ルールの定着をめざして用いる演算を限定した（第 1，2 時限）.
⑷扱う数の大小（第 1 時限から第 5，8，11 時限）.
⑸パターンの見方を数列に限定した（第 6 時限から第 12 時限）.
⑹口頭から記述への段階的移行（第 6 時限から第 7，8 時限）.
⑺美しい包みにおける計算（第 8 時限から第 11 時限）.

表 6－21 に示していない第 1 次調査との相違点は，石垣のルールや前提となる決まり，計算の関係性や計算順序の確認を継続的におこなった点である．これらのことは，予備調査や第 1 次調査においてうかびあがった生徒の不安定性や学習の漸進性といった特徴を考慮したもので，(1)から(7)には含んでいない．

⑴教師の意識の変化，特に探究の意味のとらえ

学習指導は Ms. ルビンダの発案からグループワークをおこなうことにした[41].「通常の数学授業でもグループワークを用いており，私も生徒たちもグループワークの学習形態に慣れている」と Ms. ルビンダは話していた．Ms. ルビンダは授業研究の研修や教員養成校での学びを活かして授業案を書き，探究的な方法，グループワークに，自信を持っていた．実際，グループワークで問題を解かせ，それらの問題をクラス全体で共有して最後に教師がまとめる（harmonisation）一連の授業進行に Ms. ルビンダは慣れていた．さらに第 1 次調査とは異なり，Ms. ルビンダは生徒の名前，学習状況を把握し，個人名を挙げて学習を振り返ることができていた．

41　ザンビアの数学授業においてグループワークは生徒間の大きな学習差を緩和する指導方法として一般的である．

しかしながら，英語が流暢な生徒や上位生徒ばかりを何度も指名する状況やグループワークでは上位生徒が問題を解き，ほかの生徒たちが上位生徒のやり方を真似していたことに，Ms.ルビンダは注意を払っていなかった（表 6－21 の第 1 時限反省を参照）．授業は表面的に円滑に進んでいるようにみえたが，実際はそうではなかった．

また Ms. ルビンダはグループワークの形態を用いれば生徒中心型，探究型の授業になるととらえ，グループワークをおこなうことで満足していた．上位の生徒と下位の生徒の溝を埋めるグループワークの意義や必要性が感じられない，むしろ上位の生徒と下位の生徒の差をさらに広げることになる指導であった．

これらの諸点を Ms. ルビンダと話し合うと「この教材で授業をおこなうのは難しい」や「生徒たちは何も表現することができない」（表 6－21 の第 1，2 時限反省を参照）という後ろ向きな反応があった．そこで，まず Ms. ルビンダが実施可能な探究的なとりくみを計画するなかで，Ms. ルビンダが正答を生徒より先に言ってしまわないことや，生徒の考えを最初に聞く，という指導の改善をおこなった．

第 2 時限以降は加減の練習，四段の石垣を用いて計算練習して，第 4 時限では石垣の数を思考錯誤して完成する学習をおこなった．第 4 時限の試行錯誤の計算後に法則をみいだす学習内容では Ms. ルビンダがアルゴリズムのみを強調したために，生徒たちは Ms. ルビンダの方法を機械的に模倣して計算するようになり，かえって混乱を招く場面もあった．しかし，この段階で生徒たちが数学的な考え方を発表するようになり，Ms. ルビンダもその変化を認めるようになった．

たとえば，第 3 時限において上位生徒ジャック（男子）が何も書かれていないところから数列を考え出しそれを黒板に書いたところ，パターン性がみられない数の並び「10，30，40，60，80」を記入した．Ms. ルビンダは誤答に気づかせるために，数列の内容を説明するようジャックにうながした．その結果ジャックは「10＋20＝30，30+…（沈黙）」と考えて誤答に気づき，それをクラスで共有することに成功した．それに続いた上位生徒チャーリー（女子）も「18，15，12，9，6」と数列を作り，それを現地語で「18 から 3 をとり去って 15，15 から 3 をとり去って…」と説明できた（表 6－21 の第 3 時限の生徒の学習を参照）．

これらの学習に対して Ms. ルビンダは「昨日に比べて今日は生徒たちが自信を持っていたし，誤答を自分たちで指摘することができた．英語を話さないけれども，誤答を探すことができた」（第 3 時限）と振り返った．

Ms. ルビンダは学校の代表として公開授業をおこなう積極的な教師であり，生徒一人ひとりの学習段階を把握しており，授業計画を細かくおこなうことに慣れていた素地もあって，学習の内実をかえりみることができるようになっていった．

第 5 時限ではこれまでに議論していた改善点を踏まえて，Ms. ルビンダは本質的学習環境の探究性を解釈し，綿密に授業を計画して，実行した．グループワークでは上位と下位の生徒をバランスよく混合し，石垣の構造にある探究についての話し合いの質を高める工夫をおこなった．たとえば三つの数字のカードを用いて六つの石垣をつくる理由を話し合う学習では，生徒たちが作成した石垣から，なぜ六つしかできないかの理由を話し合った．数名の生徒たちが前に出てきて，彼らの言葉で理由を説明し，生徒のつたない表現を Ms. ルビンダがまとめることで，クラス全体で話し合う学習を展開した．

たとえば，合計六つの石垣のなかに，三段目の石垣の数が 30，40，50 と 50，40，30 があり，これらの二つは対称の関係にあり同じ答えになる．教師は頂上の数が同じ石垣のペア三つを生徒にみつけさせたあと，「なぜこの二つの石垣は頂上の数が同じになるんだろう？」と問いかけ，下位生徒のムレンバが石垣を指しながら「この二つの石垣は真中の数が 40 だから…」と説明した．

Ms. ルビンダも「この授業は昨日よりもうまくいった，それは私たちは失敗を活かして十分に計画したからだと思う」（表の第 5 時限反省を参照）と振り返った．この段階では Ms. ルビンダは生徒たちが本質的学習環境のパターン性に敏感になり，探究や説明できたことに対して，驚くと同意に指導の手ごたえを感じ（第 5 時限），さらに次の指導計画を綿密に練るようになった[42]．

美しい包みにおいては，Ms. ルビンダが生徒の様々な解答や解法を認めるようになった．たとえば，数列 8，8，8，8 や 7，7，7，7 の規則を書く際に以前は，答えは 1 つだと言っていたのが，「『かける 1』や『足す 0』のどちらでも正しいですよ」（第 11 時限）と解答の多様性を尊重するようになった．除法でも「1600÷200 などの 0 が多い除法に関しては 0 を消して簡単にやる方法もあるし，もしキャンセルの方法がわからないなら 200 が何回 1600 に入るかを考えればいいです」（第 11 時限）という発言から，生徒たちが 0 を消した効率的な計算をできない場合に，除法の従来の方法も受け入れた．これは，Ms. ルビンダが筆算の際に自分がおこなう方法で生徒も解答するのを望んでいた段階から，問題解決過程が複数ある場合に生徒に自由な選択を委ねるようになった変化を示している．

数列の規則を述べた後に Ms. ルビンダが数列と規則の整合性に対して確認を求める第 9 時限の例を示す．

42　この頃から，授業反省と計画を二時間ほどおこなうようになり，Ms. ルビンダは不安に感じる箇所や本質的学習環境の探究で不明確な点を質問するようになった．

82	Hemingway	（7，5，3，1 を丸で囲み，数列は 7，5，3，1 と黒板に書く）
83	T	早くしなさい，何と書いたか読みなさい．
84	Hemingway	数列は 7, 5, 3, 1 で，規則は「引く 2」です．
85	T	はい，わかりました，引く 2 ですね．じゃあそれを確認してみましょう．実際に，1 つずつ引いてみなさい．
86	Hemingway	（7－2 と黒板に書いて）7－2 は？
87	Ss	5.
88	Hemingway	5－2 は？
89	Ss	3.
90	Hemingway	3－2 は？
91	Ss	1.

（出典）第 9 時限のプロトコル．

ヘミンウェイが数列の「7，5，3，1」をみつけ，規則を記述したあとに，それが正しいかどうかを Ms. ルビンダはヘミングウェイに説明させた．ヘミングウェイはほかの生徒たちに検算を答えてもらい，発見した数列とその規則が正しいことを示した．このように美しい包みでは「説明（proof）[43]」という言葉を用いて，生徒が解答に至るまでの過程を説明する学習を Ms. ルビンダは支援した．ただし，このような説明や生徒に寄り添った支援が常におこなわれるようになったわけではなく，ルビンダが数学的に説明できるものだけに偏っていた点を付記しておく．

Ms. ルビンダは全授業終了後のインタビューにおいて「自分は生徒に対して辛抱強くなった」と述べ，「誤答を含む生徒の発言や解答に対して待つことで，支援ができるようになった」と振り返った．さらに，具体的には「成績が上位と下位の生徒の学習差を埋めようとして，生徒の考え方をまず受け入れることを学んだ」と述べた．この変化は教師の意識や具体的な指導において最も大きく変化した点であった．

(2) ルールの定着

(3) 演算の限定

ルールの定着と演算の限定的な使用は互いに関連し合っていたので，同時に述べる．

第 1 次調査において三段の石垣では生徒がどの部分に着目して計算すればいいの

43　数学的証明を指すのではなく，おこなった数学的手続きが正しいことの説明を求めるために使うザンビアの独特な表現の仕方を指している．

か，何の演算を使う必要があるのかという点が課題であった．そして三段の石垣は空白の部分が多いために，何をしていいのかわからない生徒にとって複雑な構造だと思われた．

それを踏まえて第 1，2 時限では三段ではなく二段の石垣を用いることで，加法と減法の関係性がわかりやすいように提示した．二段の石垣では視覚的にみえている空白が少なく，加法や減法の関係性を決定しやすい利点があった（図 6－25）．

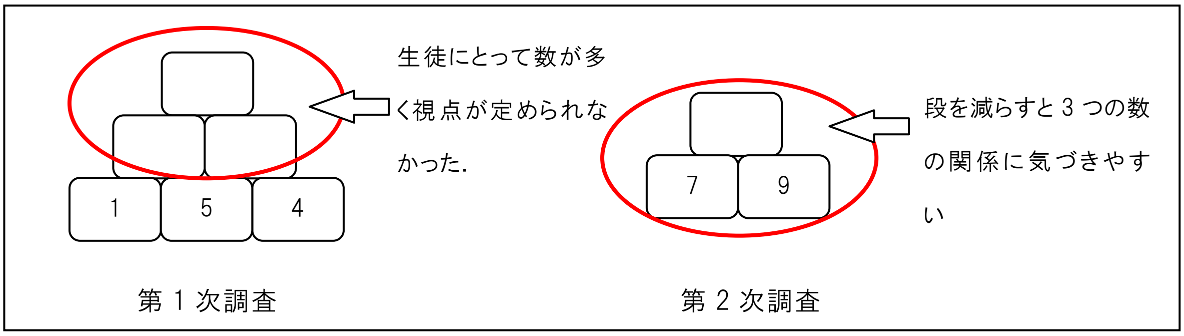


図 6－25：二つの調査における最初に導入した石垣の違い

二段の石垣を用いて石垣のルールを探す学習（第 1 時限）では第 1 次調査よりも第 2 次調査での生徒たちは素早く，正確にルールをみつけることができた．

また，用いた演算は第 1 次調査と同様に最初は加法だけで，加法に慣れてルールを習得したと判断できれば減法を用いて，次第に加法と減法の関係性を話し合う授業を構成した．ルールを習得したかの判断は，生徒の学習段階によって異なったため，演習問題結果により決定した．

(4) 扱う数の大小

第 1 次調査の第 6 学年の生徒たちは 3 桁以上の数ではルールを一貫して用いられなくなったことと，第 1 次調査と比較して第 2 次調査では第 6 学年から第 5 学年へ学年を下げたことを考慮して，シラバスで規定された数の大きさを用いるのではなく， 2 桁，3 桁を中心に扱った．数が小さくなると混乱が少なくなり，教材が持つ探究的な側面にアプローチしやすくなる利点があった．

(5) パターンの見方

いろいろな石垣を用いてパターンに関する学習をおこない（第 4 時限から第 7 時限），理由を話し合う場面ではパターンに注目させることで，生徒たちが理由を片言なりとも話すことができた．そのあとは数列へ的を絞った（第 6 時限から第 11 時限）．

【数の石垣におけるパターンの見方の例】

第 6 時限では図 6－26 の問題が出された.

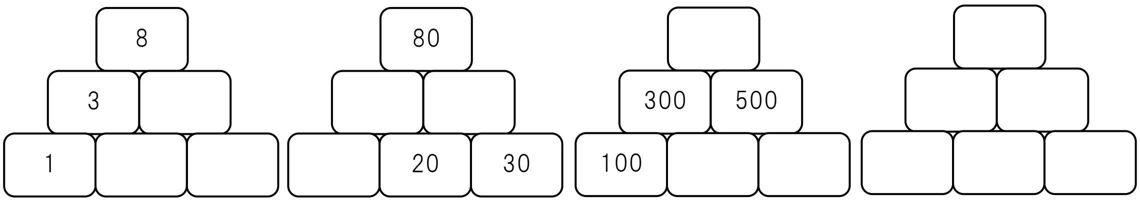


図 6－26：第 6 時限の導入問題

まず計算して石垣の空白部分を埋め，類推して四つ目の石垣をみつける学習活動がおこなわれた．生徒たちは数の並びをみて四つ目の石垣を作成した.

99	**Stephern**	**（1000 と下左の石垣に書く，2 つ目の石垣も埋めようとする．）**
100	T	一つだけ，一つだけ．ほかの子を選びなさい.
101	Stephern	ケイティ.
102	T	リラックスして，リラックスして．数をみてみなさい，次の 2 番目の数を.
103	**Keity**	**（2000 と 1000 の隣に書く．）**
104	T	次，次の人を選びなさい.
105	Keity	チーヤ.
106	**Chilya**	**（2000 の隣に 3000 と書く．3 段目の石垣がすべて埋まった）**
107	T	次．ほかの人を選びなさい，ほかの人を選びなさい.
108	Chilya	（ボソボソとつぶやく）
109	T	ダメダメ，女子を選びなさい.
110	Chilya	ペーメイ.
111	T	どこでも書きたいところに書いていいです.
112	**Permei**	**（2 段目の左に 3000 と書く）**
113	Permei	カニャンベ.
114	**Kanyambe**	**（2 段目の右に 5000 と書く）**
115	T	ほかの人を選びなさい，たとえば･･･今まで参加していない人とか．だれか選びなさい.
116	Kanyambe	（ボソボソとつぶやく）
117	T	（現地語：誰がいいの？）　ジョイ.
118	**Joy**	**（8000 と頂上の石垣に書く）**
119	T	はい．わかりました．だれか前に出てきて説明することはできますか？どうやって私

		たちはこんな石垣を完成させたのでしょうか？だれか，英語で説明できますか？だれかできる人いませんか？オクラ？
120	Okura	1000+2000=3000. 200… 2000+3000=5000. 3000+5000=8000.
121	T	はい．わかりました．彼は正しい？
122	Ss	はい．

（出典）第６時限のプロトコル．

生徒たちは三つの石垣をみながら四つ目の石垣の空白を一つずつ埋めていった（99, 103, 106, 112, 114, 118）．そして生徒たちが指名し合ったため，下位群のペイメイ（女子）やカニャンベ（男子）も学習に参加し解答した．

その後，生徒たちがみつけた数パターンを説明するために「数のパターンは（　　　　），規則は（　　　　）（足す，引く，かける，割る)」と書いた記述フォーマットを準備した.第1次調査と同様の意図でこの記述フォーマットを作成した．

この数の石垣の構造に埋め込まれていた数のパターンは他にいくつかあったものの，授業計画段階で，Ms.ルビンダが複数の数学的見方を同時に扱うことが難しく感じていたことから，第１次調査同様に数列に着目した．

以下に示す三つのプロトコルは，計算後に生徒たちが黒板に数列を書く様子を示している．

・第６時限におけるプロトコル(1)

350	**Olie**	**（80，90 と黒板に書く）**
351	T	え，もう終わり？どんなパターンがありますか？80，90 と来て，次はなんでしょうか？誰か手助けできますか？ハン？
352	**Ham**	**100.**
353	**Olie**	**（100，90 と続けて書く）**
354	T	100 が…次は…ルールは…何？
355	**S**	**足す.**
356	T	何を足すの？ルールは…ルールは…
357	Olie	（足すと黒板に書く）
358	T	別のパターンをみましたか，男子たち？別のパターンそこにある？フレッド？別のパターンをみつけられる？ルールは何？80，90,100 ってどうやってみつけた？**何がここで起こっている？**ルールは？ほら，書いて，書いて．
359	**Olie**	**（80, 90, 100 に対して）（「足す 10」と書く）**
360	T	彼女のは正しいですか？

361	Ss	はい.
362	T	彼女に拍手！
363	SS	（拍手）

（出典）第 6 時限のプロトコル.

・第 6 時限におけるプロトコル(2)

367	Ss	（4 名の生徒が挙手）
368	T	ムレンバ，前に来てパターンを書きなさい.
369	**Mulemba**	**（「148，149，150，足す 1（Add 1)と黒板に書く）**
370	T	足す 1？いいですね，このフォーマットから何が間違ってる？Add ですか，Adding ですか？
371	**Mulemba**	**（Add を Adding と書き直す）**
372	T	ムレンバ，「g」はそうじゃなくて，こう書きます．こうやって書きます．あなたが書いたようには書きません，きちんと書くんですよ．（ムレンバが書いた g が 9 だったので注意）
373	Mulemba	（黒板に再度書き直す）
374	T	メイビー，黒板をみなさい．自分で後で解くことになるんですよ.
375	Mulemba	（足す 1（Adding 1)と書き直す）
376	T	正しいですか？
377	Ss	はい.
378	T	彼に拍手！
379	Ss	（拍手）
380	T	他にいませんか？女の子は？チャーリー？彼女は，もうあたりすぎ．ケイティ，他にパターンをみなかった？ケイティ，パターン他にみなかった？違う，違う，あなたもう答えたでしょ，だれかパターンをみなかった？ポールどうですか？
381	Paul	（黒板に出てきて「数のパターンは」と途中まで書く）
382	T	ああ，違う，違う．（時間がないので）数だけ書きなさい．数だけを書けばいいんです．ヘイレン.
383	T	ただ，数だけ書いて，わかってます．もちろんルールを書こうとしてるんでしょう．でも時間がないから，文章はもういい．ただルールをそのまま書いてくれたらいい．124 から 112 に来た時に，**何をどうしたらそうなるんだろう？**
384	**Paul**	**（黒板に「124，112，100，引く 12」と書いた）**
385	T	ポールは引く 12 だと言っていますが，正しいですか？

386	Ss	はい.

（出典）第 6 時限のプロトコル.

・第 6 時限におけるプロトコル（3）

383	**Simpemba**	**（黒板に出てきて 228，239，250 と書く）**
384	T	他にいますか？もっと書きたい人？このあたりに書けますよ.
385	Charlie	（黒板に書いている）
386	T	ジョイ，次はあなたね．148...チャーリー，148，228 から 249，239 から 250 ね．その数はどんな数に並んでいるでしょう？引く，足す，かける，どれでしょう？
387	Simpemba	（「足す」と書く）
388	Ss	足します.
389	T	え？
390	Ss	足します.
391	T	何を足す？シンペンバ，**そのパターンはどこから来ましたか？（現地語：どこから来ましたか？）**
392	Simpemba	（石垣の該当部分を示している）
393	T	あ，なるほど，次は 31 ですね．**何を足しているのですか？**
394	**Simpemba**	**（11 と書く）**

（出典）第 6 時限のプロトコル.

プロトコル(1)において上位生徒オリー（女子）は石垣の頂上にある 80，90，100 を抜き出して規則を「足す 10」とした（359）．プロトコル(2)では上位生徒ポール（男子）は「124，112，100，引く 12」と記述した（384）．プロトコル(3)ではシンペンバは「228，239，250，足す 11」と書いた（394）．このように生徒たちは記述フォーマットにしたがって数列をみつけて規則を書くことができた.

三つのプロトコルに共通する特徴として生徒たちは，即座に解答できず，「足す」という断片的な答えを発し，指で数を指すというジェスチャーをおこなった．それに対し，Ms. ルビンダは「何がここで起こっている？」((1)，358)「何をどうしたらそうなるのだろう？」((2)，383)，「そのパターンはどこから来ましたか？」((3)，391)「何を足しているのですか？」((3)，394）と手がかりを与えた．以前のように教師が直接正答を言うのではなく，生徒が具体的な数や明確な答えを言う支援をおこなった.

続く第 7 時限でも半数以上の生徒が，順に指名されて数列の規則を述べた．生徒たちは数列の規則を「30」や「足す」と片言で解答した．Ms. ルビンダの支援に加

え，生徒同士で誤答を修正し，解答の不足部分を補う作業を通して，クラス全体で数列をみつけて規則を述べた．

数列を最初に導入した第 3 時限では等差数列「76，75，74，73，72，71，70」に続く数を求める問題を与えた際に，生徒たちは 60 や 51，80，71 と誤答した．この初期の段階と第 7 時限までの授業を比較すると，生徒たちは石垣から発見して規則を口頭，文章で述べることができるようになった．

【美しい包みにおけるパターンの見方の例】

美しい包みでも記述フォーマットにより，数列を発見し規則を述べる学習をおこなった.美しい包みでは数列の難易度を上げて等比数列を扱った(第 9,第 10 時限)．生徒は計算部分でつまづいていたものの，理由を説明したり，数列をみつけて話し合った．さらに数列の規則を生徒たちが正しいのかどうか説明する学習もおこなった．

次の例は第 9 時限において中位生徒ダニエル（男子）が数列を探した後に規則を試行錯誤して求めた場面である．Ms. ルビンダは正解を言わずに，生徒に正誤を確認するようにうながした．

・2，4，6，16 の数列をみつけ規則を探す場面（第 9 時限）

109	Daniel	（黒板の 2, 4, 8, 16 をみつけて〇で囲む）
110	T	いいですね．それでは，規則はなんですか？書きなさい，そこに書きなさい．
111	**Daniel**	**（「数列は 2, 4, 8, 16」と数は垂直に書く．）**
112	T	**こういう風に，水平に書きなさいと指示したでしょ．こういう風に，そうじゃなくて．(数の向きを垂直ではなく水平に書くように注意している)ほら，次は自分の頭で考えて書くんですよ．**黒板から写すのでもなく，紙をみて確認するのではなく，もう 5 年生なのだから，頭を使うんですよ．紙をそのまま写したりとか，友達のを移したりとかだめなんですよ．
113	Daniel	（単語の綴りを確認しながら書いていく）
114	T	「Subtracting」の綴りはここをみたらいいですよ．ほら，なんて書いたか言ってみなさい．
115	Daniel	（規則は「引く 2」と書いている，その後「かける 30」と書き直す）
116	T	書いたものを読みなさい．
117	Daniel	規則は…．
118	T	指さしながら，指さしながら，指さしながら．
119	Daniel	数パターンは 2，4，8，16 です．

120	T	はい，次．次，なんて書いたか読みなさい．
121	Daniel	かける…．
122	T	え？これはなに？え？
123	Daniel	（沈黙）
124	T	はい，だれか助けられますか？規則わかる人？
125	**Ss**	**規則は引く 2 です．**
126	T	もう一回言って．
127	Ss	規則は引く 2 です．
128	T	**それでは，引くだっていうのを説明（prove）しましょう．**
129	Daniel	(2－2 と書いたが，答えが 4 にならないことに気づき，2＋2 と筆算を書く）
130	T	(ほかの生徒がうるさいので)やめなさい，シャンと座りなさい！
		あれ，引くと書かなかったの？なんで足すと書いているの？
131	Daniel	(規則を引く 2 から足す 2 に変えて)2＋2.
132	Ss	4.
133	T	それなら次は 4＋2 でしょ，もう一回.
134	Daniel	(2＋2 を消して 4＋2 と書こうとしたが，次の 8 にならないため，規則足す 2 から足す 4 に変えた）
135	T	**規則は何回も変えたりはできませんよ！誰か助けられますか？この規則はなんでしょうか？引くでしょうか，足すでしょうか，それともほかの何か？ビビ，どうですか？**
136	Bibi	かけるです.
137	T	前に出てきて，書いてください.
138	Bibi	(「かける」と黒板に書く）
139	T	何と書いたか読みなさい.
140	Bibi	規則は「かける 2」です.
141	T	そこに立っていたらほかの友達はみえませんよ.
142	Bibi	2×2 は？
143	Ss	4.
144	Bibi	(4×2 と書く）4×2 は？
145	Ss	8.
146	T	この子はさっき来たばかり，チャーリーズ，リンディの横に座りなさい.
147	Bibi	8×2 は？
148	Ss	16.
149	T	いいですね，彼女は正しいですか？

150	Ss	はい.
151	T	彼女に拍手.
152	Ss	（拍手）

（出典）第９時限のプロトコル.

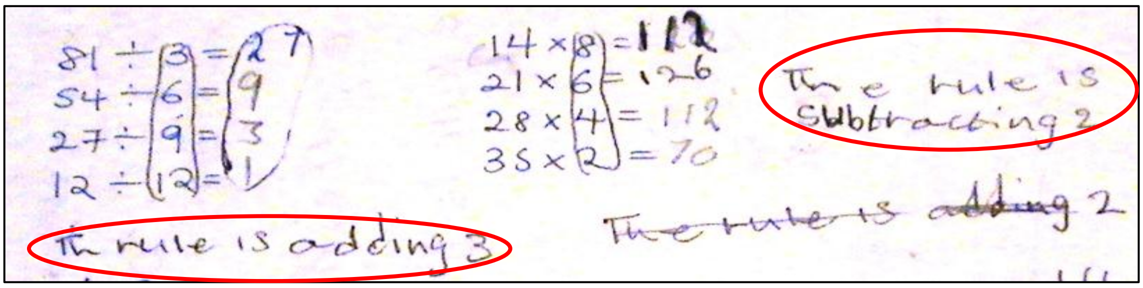
ダニエルが数列「2，4，8，16」をみつけ（111），ほかの生徒がルールを「引く 2」と述べた（125）．Ms. ルビンダはその誤答を即座に否定せず，「説明してみましょう」（128）と切り出し，ダニエルに確認させた．ダニエルが検算の途中で誤答したが，Ms. ルビンダ自身は説明せず，ほかの生徒に確認してもらおうと（112，135），上位生徒のビビ（女子）が発表した．

教師が複数の探究の方法を示すことができないという事情はあるにせよ，数列に焦点づけて答えに至るまでの過程を生徒に問う指導をおこなった．また生徒たちは片言ではあるものの，考え方を表現した．

(6) 口頭から記述への段階的移行

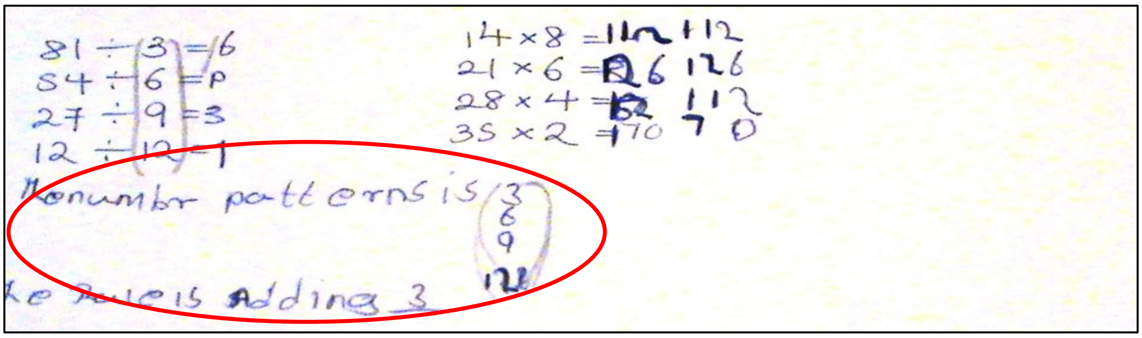
生徒たちは口頭による表現をスムーズにおこなったため，第 1 次調査よりも早い段階で記述へ移行した．第 1 次調査で口頭による数列の気づきをおこなう際に，板書計画がなされず，生徒たちが視覚的にパターンに気づくことができなかった．この反省を踏まえて，第 2 次調査では口頭による数列の気づきの際に板書計画を綿密に練った．板書ではチョークの色を変えたり，数の石垣を一列に書くことで，数列の見方をスムーズに学習できるよう Ms. ルビンダは工夫した．

図 6－27 は授業における中位生徒オクレと上位生徒ジャック（2 名とも男子）の解答と，図 6－28 は中位生徒ダニエルと下位生徒カニャンベ（男子）の解答である．



（出典）第９時限の生徒たちのプリント.

図 6－27：第９時限における中位生徒オクレと上位生徒ジャックのペアの学習シート



（出典）第 9 時限の生徒たちのプリント.

図 6－28：第 9 時限における中位生徒ダニエルと下位生徒カニャンベのペアの学習シート

これらの解答から下位の生徒たちも，中位や上位の生徒たちに助けられながら数列の規則を計算後に探し出し，記述する学習をおこなうことができた.

(7) 計算

【数の石垣】

数の石垣を用いた加法と減法のあとに，数の構造やパターンについて話し合う学習をおこなった．ここでは(5)で挙げた第 6 時限の授業（pp.187-190）の前半部分に該当する石垣を埋める 3 桁の加減の学習を参照する.

第 6 時限では，石垣最下段の真中の数を各グループで求めたあと，Ms. ルビンダと生徒で話し合った．図 6－29 とプロトコルを参照しながら石垣のルールを用いた計算場面を述べる.

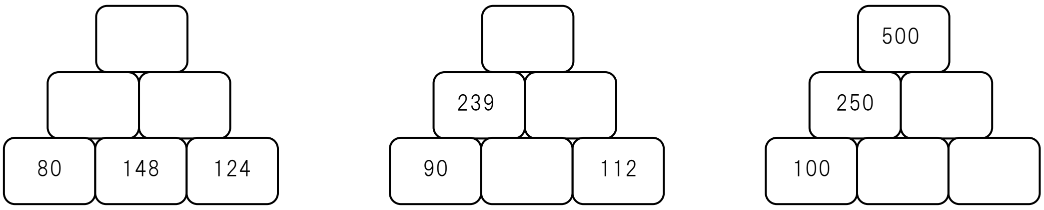


図 6－29：（第 6 時限）　グループ活動の問題

285	T	シンペンバ, 2 問目を解きなさい. 答えを見比べているの？3 問目はだれが解きますか？
286	Simpemba	**（黒板に 2 問目を解く．3 段目の間中の数を 202 とする（誤答）2 段目右を 314 とする（誤答）頂上を 553 とする（誤答））**
287	T	はい，できました．違う答えになった人，いる？どのグループが違う答えになった？どのグループが違う答えになった？なぜ間違ったの？正しい？この答えで正解ですか？

		違う答えになった人はいますか？ステファン，前に来て確認しなさい．
288	Stephern	（問題の一部 239 を消そうとした）
289	Ss	違う，違う．
290	T	（問題を書き直そうとして）ここは 20？
291	Stephern	二百三十…．
292	Ss	239.
293	T	ここにあなたたちがやったことを書きなさい．どんな答えを書いたの？何を入れたの？それ，消しなさい．ここ，答えは何？
294	**Stephern**	**281（149＋112 の答え，314 から 281 と変える（誤答））**
295	T	二百八十…．
296	Ss	1.
297	T	はい，みなさん，同じ答え書きました？これと違う答えになった人はいる？なんて書いたか，読めません．なんて書いたか読めません．もう一度きちんと書きなさい．みえない．
298	**Stephern**	**（もう一度黒板にきて，真ん中右に 281 と書き込む，誤答）**
299	T	いいですね，前にきて答えを書くときはこうやって書きます．どうやってこの答えを求めましたか？誰かほかに違う答えになった人いますか？ここです（3 段目間中 202（誤答））ここ，どうやってもとめました？違う答えになった人，ここ，どのグループが違う答えになった？200 と書いた?何を 90 に足したら 239 になる？（筆算 202＋90 が 239 にならないことを示そうとする）0＋2 は？
300	Ss	2.
301	T	9＋0.
302	Ss	9.
303	T	これは？
304	Ss	2.
305	T	この答えは間違いですね，彼は正しい答えを書いてない…誰かここを訂正できますか？ヘレーナ？
306	**Helena**	**329.（誤答）**
307	T	何？
308	**Helena**	**329.**
309	T	329，他に誰かいる？これ，試しましょう，2，何？200？300？聞こえませんでしたよ．
310	S	329.

311	T	329，（329＋90 を筆算でおこない，答えを確認する）329＋90．9＋0 は？
312	Ss	0…9…
313	T	2＋9，で何を書く？
314	Ss	1.
315	T	繰り上げ？
316	Ss	1.
317	T	誰か前に来れますか？何を書いたらいいですか？引き算使えると思うんだけどなあ.
318	Simpemba	（ボソボソとつぶやく）
319	T	そう，ここ，ここ．もしこの数が...329 と誰かがいっただから書きました．ここが 22 でしょ，339，339＋90，これは 320 にならないですね，だれかほかの答えはありますか？グラース.
320	**Grace**	**169.（誤答）**
321	T	169？試してみましょう．ね，引き算でできますよね？339－90 は？答え出ますか？いいですか？

（出典）第 6 時限プロトコル，3 桁の減法の解法の場面.

以前の学習において生徒たちは既にルールを用いて反復して練習をおこなっていた．しかし 3 桁の減法では，生徒は既知であるルールを適切に使えなくなり，解法の計算過程で混乱が生じる不安定な状態におちいった．たとえば，プロトコルでは二つの混乱場面が見られた．クラスで数学の成績が群を抜いて良い上位生徒ステファン（男子）が誤答を訂正したものの再度誤答し（286，288，291，294，298），239－90 に対して中位生徒ヘレーナ（女子）が 239＋90 と誤答し，演算を正確に把握していなかった（306，308）．このように数が大きくなった場合にルールが使えなくなり，計算できない生徒の不安定な揺れが観察された.

また，ヘレーナの他に上位生徒シンペンバ（男子），ステファン，中位生徒グラース（女子）が発言したものの，全員が誤答であった．Ms. ルビンダが解法の過程を尋ねなかったため，解答の方法や誤答の原因は不明だった．ここから数の大きさ次第で既知事項の使用に不安定な様相がみられることを確認した.

【美しい包み】

美しい包みでは第 1 次調査と同様に加減に加え，乗除を導入した．記述フォーマットを数の石垣の学習時に既に導入済みで，計算後に数列を発見して規則を述べる学習をおこなった．第 1 次調査と事前テスト結果より，乗除法は困難であると確認し，美しい包みでは加減より，乗除法に関する問題を多く出題して計算練習をおこ

なった．その過程では生徒が混乱する様子や不安定な様子がより顕著に観察された．それらを計算の未習熟と，アルゴリズムと言語による影響の二つの視点から述べる．

まず計算の未習熟について述べる．第 1 次調査と同様に筆算を必要としない計算で，筆算を用いて多くの生徒が誤答した．2 桁以上の計算でアルゴリズムを用いた場合，当初は生徒たちが計算して，その方法を発表する学習を計画した．しかしアルゴリズムを正確に用いる生徒が少なく，上位群生徒数名による解法か，Ms. ルビンダによる解法が観察された[44].

生徒が筆算する場合，Ms. ルビンダの方法と同じアルゴリズムを反復した．ごく一部の生徒を除いた生徒たちは筆算できず，暗算やほかの方法で計算した．Ms. ルビンダはそれをよしとせず，無理に筆算させようとした．二つの学習場面を例として提示する．

・下位生徒フレッド（男子）が 28÷2 を解く場面

166	**Fred**	**（28÷2 の答えに 14 と書く．）**
167	T	**答えだけを書いてはいけません．どうやって解くかを書きなさい，** ここ，ここ（筆算を示しながら）
168	Fred	2…2+…
169	T	（現地語：ベンバ語で話していいから）
170	**Fred**	**2÷28**
171	S	2÷2, 1, 14.
172	T	あ，だめ，この 10 の位の数から始めるんですよ，いいですか？
173	Ss	はい.
174	T	**答えを書いたらだめ，混乱するだけだから．答えが 14 ってことはわかってるんだけど，この筆算を解くんです．** 答えを求めなさい．過程みせなさい．ほら！2 に 2 が何回入るか？って聞きなさい！何？
175	Fred	2÷2.
176	T	え？何？
177	Fred	1.
178	T	どこに 1 と書く？書いてみせなさい．1 と書いて，そしてなんていう？
179	Fred	2÷8.（8÷2 の間違い）
180	T	あ，あ，だめです．その次のに行く前に何をすべき？ほかの友達がやっていたでしょう？
181	Fred	1÷2.

44　プロトコルは参考資料 6－11 参照.

182	T	だれか助けられる人？ヘミングウェー，その場で言いなさい．
183	Hemingway	8÷2.
184	T	2 はここにあるでしょ，オクレ！
185	Obrein	2÷2.
186	T	2÷2 は 1 でしょ，次の段階にいきたいわけですよ，ナン．
187	Nan	1×2.
188	T	は？それはそのあとの…あ，そうね，この 2 を 28 の 2 のしたに書きますよね．
189	Fred	（2 と大きく書いている）
190	T	ああ，そんなに大きく書いてはいけません！同じ大きさで！
191	Fred	（2 と書き直す）
192	T	そして？
193	Fred	2 引く 2.
194	T	その「引く」サインがないですよ．何を忘れたらダメって？
195	Ss & T	マイナス．
196	T	いいですか？
197	Ss	はい．
198	T	いいですね，次．
199	Fred	2 引く 2.
200	Ss	0.
201	Fred	2 引く 8.
202	T	あなた，引いてるの，割ってるの？
203	Ss	割っている．
204	Fred	2÷8(8÷2 の言い間違い）
205	Ss	4.
206	T	え？2 割るなんて？
207	Ss	8.
208	T	それは正しい? 2÷8 ですか，それとも 8÷2?
209	Ss	8÷2.
210	T	いいですね．
211	Fred	（14 と筆算の答え部分に 4 と書く）

（注）第 10 時限のプロトコル．

下位生徒フレッド（男子）は冒頭で 28÷2 の答えを暗算を用いていた（166）もの

の，Ms. ルビンダはフレッドに筆算による解答をおこなうように指示した（167, 174）．フレッドは筆算できず，Ms. ルビンダの誘導より問題を解いた．

次のプロトコルではシンペンバが 36÷4 の筆算形式を書き，これも暗算した．

・シンペンバが 36÷4 を解く場面

111	Simpemba	3÷4
112	S	できません．（It cannot）
113	T	ヴィヴィアン，黒板をみなさい．ヴィヴィアン，注意するのはもううんざりです．もううんざりです．
114	Simpemba	（現地語：それでは 36 をみます）36÷4
115	T	ほら，ほかの子にききなさい．ききなさい．簡単だってみんな知ってるから．ほら！尋ねなさい．
116	S	9
117	Simpemba	9×4
118	T	ほら，友達が言ってますよ，みて．
119	Simpemba	ナン．
120	T	（現地語：大きな声で話しなさい．4 は 36 に何回入りますか？）ほら，あちら側の子たちもみてみなさい．何もしてないから，ほら，シンペンバ！
121	Simpemba	（ジョージを指名する）
122	Jeorge	36
123	Simpemba	36－36　（筆算を書く）
124	Ss	0
125	T	答えを書きなさい．
126	Simpemba	（36÷4＝9 と答えを書く）
127	T	彼に拍手
128	Ss	（拍手）

（注）第 11 時限のプロトコル．

これらの例から筆算形式が不必要な場合でも，Ms. ルビンダは筆算するよう指示した．この教師の意図は生徒たちに除法の計算過程を説明してほしかった，ということであった．そしてアルゴリズムの説明は教科書で説明されている方法と同じであった．

そして筆算アルゴリズムを使うことができない生徒たちに与える弊害が観察されるようになった．図 6－30 に生徒たちの表記ミスを示す．

12	12
÷ 12	÷ 6

（出典）生徒の板書.

図 6－30：アルゴリズムの表記の混乱

チャーリー（女子）による 12÷12＝1 の検算（第 9 時限）と，中位生徒ヴィヴィアン（女子）による 12÷6（第 12 時限）である．2 名はこれらの形式で，通常通り除法をおこなった．

この例からも，除法や筆算の表現形式は，生徒が計算方法を習熟していない段階では形式にすぎず，筆算の効率性は活かされていないことがわかる．

6－3－3. 生徒の学習過程

ここでは生徒の基礎的能力と高次的能力の育成過程について述べる．まず，事後テストの結果を示し，その後生徒の学習過程について生徒 3 名への授業前後のインタビューと，生徒 18 名への授業終了時の学習評価について述べる．

6－3－3－1. 事後テストの結果による能力の推移

第 1 次調査とは異なり，第 2 次調査では事前，事後に異なる内容のテストを実施した（N=24，全 34 問記述式）．事前テストでは四則計算とパターン認識について確認するための問題を設定した．事後テストでは計算問題数を若干減らし難易度を上げ，数パターンの認識とともに数列の記述や作成問題を加えた[45]．

表 6－22 に各内容に整理した平均正答率[46]を示す．

[45] 数パターンの規則に乗除が含まれる問題や数列の記述や作成に関する問題に，初回の授業前に生徒たちは答えることができないと予備的考察，第 1 次調査結果から予想されたため，事前テストの問題から外した．

[46] 事前テストは第 1 次調査の問題と同じで，事後テストの問題と各問題の平均正答率は参考資料 6－12 参照．

表６−22：事前テストと事後テストの各内容における平均正答率（%）[47]

内容	問題数	問題番号	事前テスト平均正答率(%)	問題数	問題番号	事後テスト平均正答率(%)
加法	6	1,3-7	80.56	5	1-5	80.00
減法	6	2,8-12	61.81	4	6-9	69.17
乗法	6	13-18	43.06	6	10-15	45.83
除法	5	19-23	25.00	6	16-21	59.03
幾何的パターン認識	3	24−26	47.22	−	−	−
数パターン認識	8	27−34	70.83	8	22−29	61.98
数列規則	−	−	−	4	30−33	38.54
数列作成･規則	−	−	−	1	34	73.61

（出典）筆者作成.

まず，計算内容では事後テストの平均正答率は加法を除いて若干上昇した．加法の事前テストの平均正答率は加法の六問に対して 81.55%で，事前テストで設定した参考問題の第 1 問 3+6 を除けば加法部分の平均正答率は 76.67%であった．事後テストの加法部分と比較すると難易度が上がったにも関わらず，事後テストの平均正答率は上昇した．

参考比較のために事後テストと同一問題を同学校における第 9 学年の生徒 27 名が解答した．表 6−23 に第 5 学年と第 9 学年の結果を示す.

表６−23：第５学年と第９学年の事後テストの正答率の結果

問題内容	第5学年　平均正答率(%)	第9学年　平均正答率(%)
加法	80.00	96.30
減法	69.17	89.81
乗法	45.83	85.19
除法	59.03	92.59
数パターンの認識	61.98	92.13
数列の規則･記述	38.54	28.13
数列の作成	73.61	46.91
合計　平均正答率(%)	59.62	81.74

（出典）筆者作成.

各内容における平均正答率において第 9 学年が第 5 学年をほぼすべてにおいて上回った．しかし数列の規則記述と数列の作成に関しての平均正答率は，第 5 学年の結果（それぞれ 38.54%と 73.61%）が第 9 学年の結果（それぞれ 28.13%，46.91%）より高かった．この表から，第 5 学年の授業の成果が，数列の記述や作成の結果にあらわれたとわかる．

47　事前，事後テストでは扱った問題が異なるため，平均正答率を直接比較することはかなわない．

6－3―3－2. 授業後の生徒３名の基礎的能力と高次的能力の育成過程

(1)数の石垣

第 1 次調査において生徒の計算方略や思考様式が能力別に分けても多岐に及ぶと確認されたため，個人の学習変容の分析的な把握が必要であると考えた．そこで，第 2 次調査の生徒のインタビューでは，言語化されてないふるまい，記述を含めた解法過程を記録する継続的インタビューをおこなった．

毎時の授業後，選出した生徒 3 名に授業内容と類似した問題を与え，インタビューと観察，録画をおこなった．インタビュー問題は前述の授業内容と対応づけられた[48].

生徒の選定については，事前テストの結果を考慮し，出席率が高く，3 名の学習能力に差があることを条件に，下位生徒ヴィヴィアン，中位生徒ジョージ，上位生徒ポールの 3 名を選出した．3 名の事前テスト，事後テストの平均を表 6－24 に示した．

表6－24：ヴィヴィアン，ジョージ，ポールの情報

氏名	性別	能力別	事前テスト正答率(%)	事後テスト正答率(%)	事前テストで見られた学習の困難点
ヴィヴィアン	女	中位の下	52	57	3桁以上の加法，3桁の減法，乗除の筆算
ジョージ	男	中位	58	59	減法（2，3桁），乗除の筆算
ポール	男	上位	79	80	3桁の乗法，筆算はできるが計算の誤答あり

（出典）筆者作成．

分析方法として次の二点を採用した．

第一に，インタビュー記録をプロトコル化し，生徒の活動を類型化した．その手順として，彼らの活動を「話す」，「書く」，ジェスチャー等の「非言語的活動」の三つに分類したうえで，問題へのアプローチの仕方を帰納的に分類した[49]．第二に，プロトコルから詳細な活動の推移を読みとった．録画データと，授業や生徒の様子を

48　参考資料 6－13 参照．

49　その結果，たとえば計算に関して「暗算」「数える」「筆算」，数列に関しては「数のパターンへの気づき」「記述」という計三十八のラベルをつけるに至った．さらに，各ラベルを頻度が少ないもの，行為が類似するものにグループ化した結果，英語と現地語での解答を含む「話す」は十一，「記述」は八，ジェスチャーを含む「非言語的活動」は六つの計二十五種類のカテゴリーに纏めた．各カテゴリー内の活動数を集計してグラフ化し，3 名の生徒の活動傾向を包括的にとらえた．また，ラベルの細分化を避けるため，問題の正誤に関して分類しなかった．

書きとめたフィールドノーツを補足的に用いて，読みとりを確実なものにした．

【ヴィヴィアンの場合（成績下中位生徒）】

ヴィヴィアンは，数の石垣の基本ルールである加法，減法の定着に時間を要した．図 6－31 ではヴィヴィアンは 53－29 をすべき部分を，プロトコルに示すように 3＋9 を計算した．そして石垣のルールを再確認した後，2 問目を解いた．

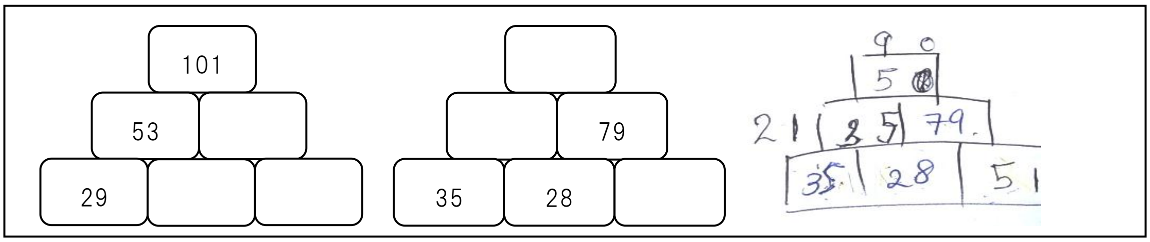


図 6－31：第 2 時限後のインタビュー問題とヴィヴィアンの解答

1	Vivian	（53 と 29 を鉛筆でなぞり，石垣の空白に 2 と書く）
2	T	どういう計算をしたのですか？
3	Vivian	9 と 3 を足しました･･･.
		：
11	Vivian	（2 問目の 79 と 28 を比べ，下段右に 51 と書く）
12	T	これ，どうやって求めましたか？
13	Vivian	（79 と 28 を指して）引き算.
14	Vivian	（35 と 28 をみて考えている）
15	T	棒を書いてもいいですよ.
16	Vivian	（棒を書く．2 問目の 2 段目の左の石垣に 7 と書きいれ，最終的に 27 と書く）
17	T	でも，27 は 28 よりも小さいのではないですか？
18	Vivian	（2 段目左の石垣で，27 を 35 と書きなおす）
19	T	どうやって 35 を出したのですか？どの計算をしましたか？
20	Vivian	（79 と 51 を指す）
21	T	（ルールの定着がなされていないと判断して，再度説明をする）
22	Vivian	（2 段目左の石垣の答えを 21 と変える）
		：
25	T	この頂上の数は？どのようにやりますか？
26	Vivian	（2 問目の頂上に 58 と書く）

27	T	1+9 をしているのですか？
28	Vivian	10 と書きなおす．21+79＝90 と書く．(不正解)

（出典）第２時限後インタビューのプロトコル．

ヴィヴィアンは，空白の石垣の場所，数の大小や繰り上がりの有無が変わると，石垣の基本ルールを用いて計算できなくなった．そのあと，授業で度々ルールの確認をおこなったため，徐々にその定着がみられた．しかし，時折，減法が必要な場合に誤って加法する場面があった．

図６－32 の 30－20＝10 といった減法を必要とする場面では，下段の数に何を足すと上段の数になるのかを，指を用いて口頭で１ずつ数えた．３桁の計算では筆算形式を用いて，１桁ずつ数えた．概して，ヴィヴィアンが指や棒で「数える」頻度は暗算や筆算よりも高いことがわかった．

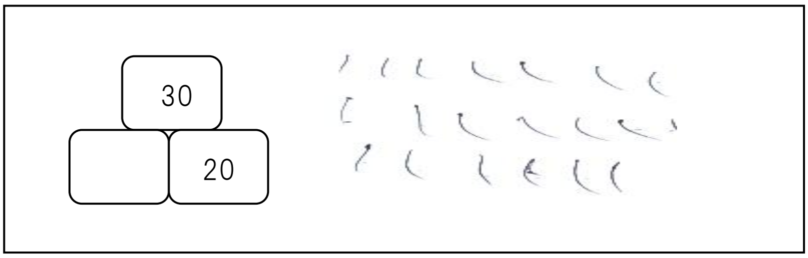


図 6－32：ヴィヴィアンの計算の仕方

次第にヴィヴィアンは数列の規則を意識するようになった．数のパターンをみて，次に来る石垣の数を考えた授業（第３時限）後において，数の並びを観察し，次の空白の石垣の数を埋めた．この時点でヴィヴィアンは数列の規則を述べることはできず，次のように「足す 2」というべきところを「2」と断片的に答えた（17，19，21）．

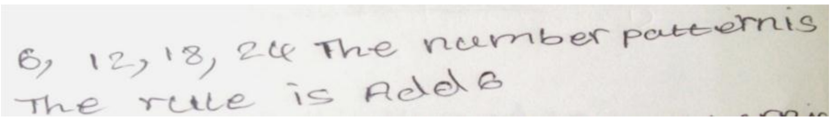
14	T	ルールはなんですか？
15	Vivian	ルールは２です．
16	T	２って何？
17	**Vivian**	**2…**
	Vivian	あ，４かも．
18	T	そうではなくて，足し算，引き算，掛け算，割り算とかあるでしょう．
19	**Vivian**	**あー足すだ．**
20	T	足す？

21	**Vivian**	**足す 2**

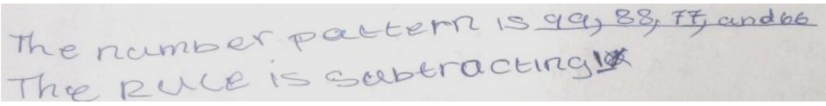
（出典）第 3 時限後インタビューのプロトコル．

ヴィヴィアンの断片的な解答は，第 1 次，第 2 次調査の授業においてほかの生徒たちの解答にもみられた．

第 4 時限から第 6 時限の授業では，口頭で数のパターンを確認して，第 7 時限で数列をみつけた際に規則を書く記述フォーマットが導入された．その授業内容に対応して，ヴィヴィアンは，口頭で正しい数列を述べた（第 6 時後）．そして数列をみつけ，それらの規則を記述できた（図 6－33）．



（6 時限後）



（7 時限後）

図 6－33：ヴィヴィアンの数列の気づき

ヴィヴィアンは数の並びの一部から規則性をみつけたが，ときには不正確なものも数列に含んだ．最初の数項の差だけをみて「49, 46, 43, <u>36</u>」という数の並びを，数列と判断する場合もあった．

そのほか，ヴィヴィアンの成長を示す例として，三つの数字カードを用いて六つの石垣を作るカードの問題例を挙げる．ヴィヴィアンは一つの石垣の数に注目し，パターンに気づいて六つしかない理由を説明できた．

22	T	なぜ 5 個でもなく 7 個でもないといえる？
23	Vivian	8,7,9 があって…そして….
24	T	もう一度言える?　もう少し，大きく話してもらえる?　（現地語：ベンバ語で話して） 質問はなんで 6 個だけしかないんだろう．5 個でもなく，7 個でもなく，8 個でもなく， なんで 6 個だけなのだろう？
25	Vivian	数がここにあります.
26	T	これらのこと？8 が？

27	Vivian	そうです．（底辺左の数に着目しながら数を指す．底辺の左に 8 があるペアを選ぶ）
28	T	そして 7？
29	Vivian	7 はこれと…これ．
30	T	それ？
31	Vivian	これら（7 のペアを 2 つ指で選ぶ）で，8 のペアはこれ，9 のペアはこれ．

（出典）第 6 時限後インタビューのプロトコル．

ヴィヴィアンは数を丸で囲み，ジェスチャーで説明した（29，31）．六つの石垣しかできない理由を，頂上の数に注目し，ペアを二つずつ作って説明した．計算能力が低く，英語を上手く操ることができないヴィヴィアンでも，説明や予想をジェスチャーや片言でおこなった．

【ジョージの場合（成績中位の生徒）】

ジョージは，ヴィヴィアンとは異なり石垣の規則に正確にしたがった．

ジョージは暗算と指を用いて，口頭で数えて計算した．筆算を使用できるものの，2 桁の加減までジョージは暗算した．2 桁の暗算では，筆算と同様 1 の位から各桁を計算した．誤答の際にジョージは暗算で答えを調節した（図 6－34）．

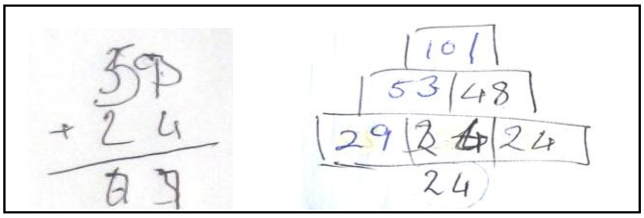


図 6－34：ジョージの答えの調節と筆算

ジョージは第 3 時限後から数の並びの変化に気づき，推論して空白を埋め，何度か問いかけられると誤答を訂正することができた．以下のプロトコルでは「2，4，6，8，<u>9</u>」を「2，4，6，8，<u>10</u>」と修正した（16，17，19）．

9	T	この次の石垣を作ってみてください．
10	George	鉛筆で？
11	T	いいえ，ペンでいいです．
12	George	（石垣を書き，下段から 9，9，9，9 と書く．続けて，36＋…と呟きながら暗算する．暗算して 72 を書き込む）

13	T	2, 4, 6, 8, 9 でいいの？
14	George	はい.
15	T	本当ですか？
16	George	あ，違いました.
17	George	(9 を指さして)10 でした.
18	T	ここに書いて下さい.
19	George	(石垣を作り 10, 10, 10, 10 と入れる)

（出典）第 3 時限後インタビューのプロトコル.

またジョージは，口頭で数列の規則を述べ，授業で導入された記述フォーマットにより規則を記述できた（図 6－35).

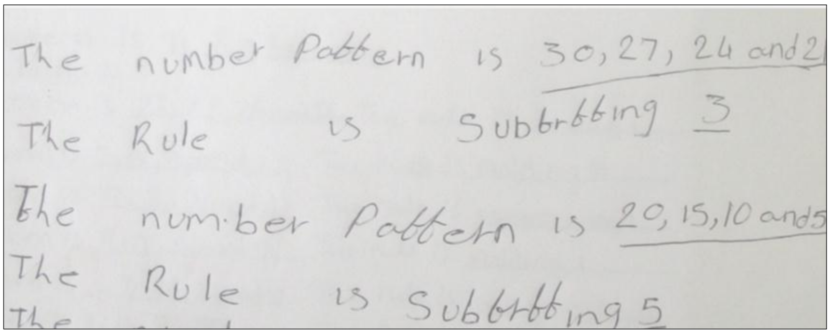


図 6－35：数の規則の気づき

ジョージは筆算を用いる頻度が低く，暗算を中心に指や棒を用いて計算した．また，授業進行に伴って，数列とその規則を述べた．授業でも積極的にパターンに関する発言をおこない，複数の答えをできるだけ沢山みつけようとして，クラスで素早く計算することをめざしていた.

【ポールの場合（成績上位生徒）】

ポールはクラスで群を抜いて能力が高かった生徒 2 名（ステファン，ポール）のうちの 1 名で，授業においても中心的な存在であった.

ポールは石垣のルールに従い，加法と減法を必要に応じて使い分け，正確に計算した（図 6－36).

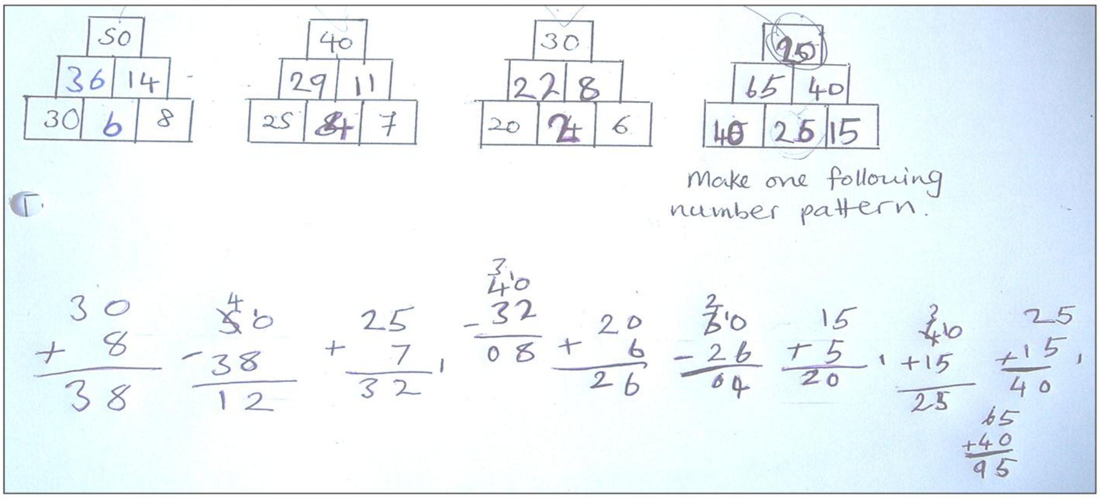


図 6－36：ポールの学習活動（第 4 時限後）

ポールは筆算を多用し,必要がない１桁の計算場面でも筆算を用いた(図6－37).

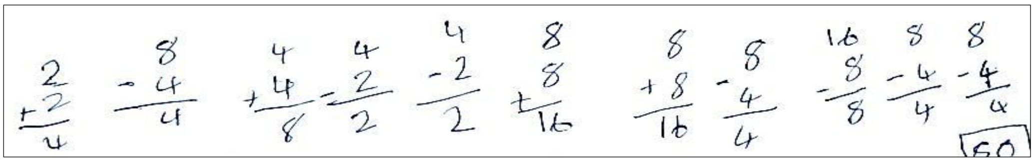


図 6－37：ポールの 1 桁の計算の仕方

ポールは,計算アルゴリズムにしたがっていたが,各位で５以上の数を足す場合,指や口頭で数えており，筆算と数える行為を使い分けた.

また，ポールは記述フォーマットを用いて石垣の並びから数列をみつけ，数列の規則を記述した．当初，ポールは数列を数個しか発見できなかったが，次第に体系立てて石垣の数を観察することで,より多くの数列をみつけて記述した(図6－38).

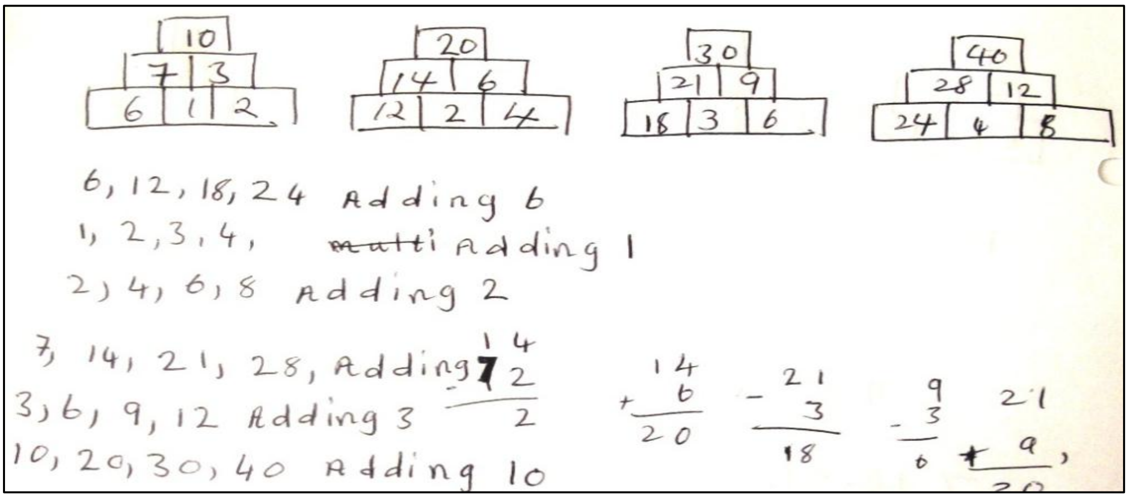


図 6－38：ポールの数列の発見（第 6 時限後）

ポールはヴィヴィアンやジョージよりも計算の精度が高く，筆算を使いこなした．またポールはほかの生徒よりも数列への気づきや規則の記述を数多く正確におこなった．

(2)美しい包み

美しい包みの最初の授業後に，生徒 3 名は数列の発見と記述に関して慣れていたため，それ以降は困難を抱えていた計算問題に着目した．授業内容に対応して表 6－25 の問題を出題した．

表 6－25：インタビューでおこなった計算問題一覧

回	8		9		10		8	9		10	11	
演算	減法	乗法	乗法	乗法	乗法	乗法	除法	除法	除法	除法	除法	除法
問題	81-78 83-77 85-76 87-75	9x9 8x9 7x9 6x9	32×6	16×16	234×3	25×13	27÷1 36÷4 21÷7 10÷10	76÷4	138÷6	132÷4	120÷4 12÷4 1200÷400 12000÷400	2500÷50 25÷5 25000÷5000 250÷50

（出典）筆者作成．

【ヴィヴィアンの場合(成績下中位生徒)】

ヴィヴィアンはほとんどの乗除に答えることができなかった．第 8 時限後における 9×9，8×9，7×9，6×9 の一連の問題では棒さえ書かず，答えを適当に記入した．その後の 2 桁，3 桁の計算でも筆算形式を思い出そうとして計算を試みたものの，すべて誤答であった．

第 11 時限後における 1200÷400，12000÷400 では，0 を消去した計算に成功し

た．しかし，「同じ数の 0 を消去する」という Ms. ルビンダの授業での注意にも関わらず，ヴィヴィアンは機械的に 0 を消して計算した．全般的にヴィヴィアンは乗除に大きな困難を抱えていた．

【ジョージの場合（成績中位の生徒）】

ジョージもヴィヴィアンと同様に，適当に答えを書き入れて誤答する場合があった．筆算形式を書いても 1 桁ずつ棒を用いて数えた．乗数が 1 桁の乗法ではその方法を用い，乗数が 2 桁になると位どりを間違え，混乱したが，漸進的に改善する様子が観察された．たとえば，図 6－39 と図 6－40 に示す第 9 時限と第 10 時限後のインタビューを比較すると，解法が若干変化した．

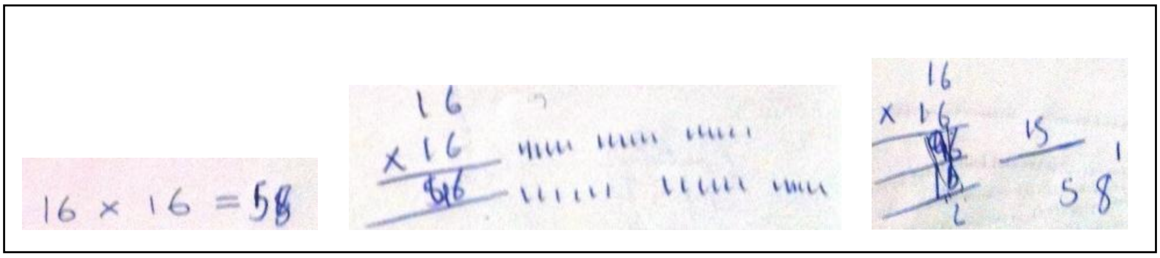


図 6－39：　第 9 時限後におけるジョージによる 16×16 の解法（やり直し含む）

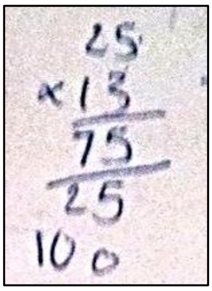


図 6－40：第 10 時限後におけるジョージによる 25×13 の解法

除法ではジョージは被除数を棒であらわし，まとまりに分けて数えあげいた．桁が大きくなり筆算に切り替えると，アルゴリズムを使いこなすことができず誤答した．また混乱とともに，除法を乗法として計算するジョージの様子が観察された．

授業後にジョージの筆算は若干改善されたようにみえた．しかし授業で反復して用いた機械的なアルゴリズムを忠実に再現しようとしただけで，計算の意味を理解した結果の変容とはとらえられなかった．ジョージは授業の学習内容を模倣しようとしたが，最後まで計算の質は変化しなかった．

【ポールの場合（成績上位生徒）】

乗法ではポールは棒を一切用いずに，棒の代わりに数を並べ，その数を 2 倍することでほかの 2 名に比べて効率的に累加して，答えを求めた．この方法は 2 桁×2 桁になると正確性に欠け，加法の途中で計算を間違えた．しかしポールは検算で答えを確認し，ほかの 2 名に比べて誤答に気づく頻度が高かった．

2 桁×2 桁ではジョージ同様，ポールの計算では位どりが不正確であった．ポールは乗数の 10 の位の答えを正確な位置に書くことができなかった．また，10 の位と 1 の位の答えを逆に書く誤答がみられた．図 6－41 は二つの状況を含んだ解答結果である．

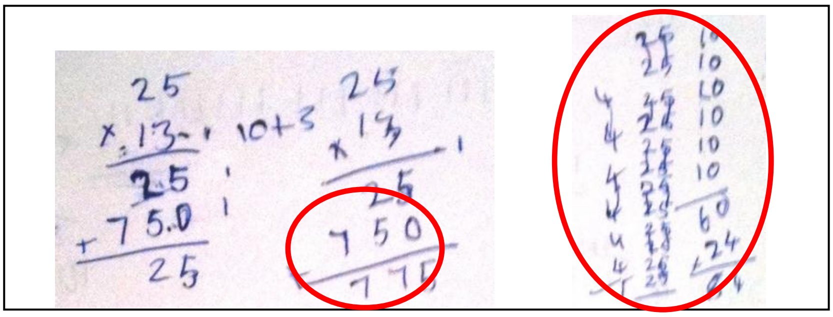


図 6－41：第 10 時限後のポールによる 25×13 の解答

乗法と同様，除法の筆算では棒を用いてまとまり分けしてポールは解答した．当初，ポールは自分なりの簡略化された筆算を用いていたものの，第 10 時限以降，Ms. ルビンダやほかの生徒が用いる筆算形式を用いた．除法の筆算では，棒でまとまり分けする二つの方法を用いて，正誤を確認するなど注意を払い，ポールは計算した．ポールも筆算アルゴリズムに影響を受けていたものの，まとめるなどのほかの方法を併用して，計算を別の角度から確認していたため，ほかの 2 名より正確に解いた．

(3) 3 名の生徒に観察された共通点

このように能力が随分異なる 3 名だったが，共通する学習特徴もみられた．美しい包みでは主に計算部分のみに着目していたため，数の石垣における学びを中心に，高次的能力と基礎的能力の育成における共通点を検討する．

【学習の特徴：不安定性と言語的側面】

まず学習の特徴について言語的な側面と不安定性について述べる．これらは基礎的能力と高次的能力の育成過程にも関わっている．

・不安定性

不安定性は，次の二つの状態をさす．第一に，ある操作や活動ができる状態と，同じ操作ができなくなる状態が，一定の時間が経過した後に交互に現れる現象を指す．第二に，計算して石垣の数を埋める際に，みずからの行為に混乱をきたす状況を指している．

最初の点に関して，石垣の空白の位置が複雑になり，扱う数の桁が大きくなると，ヴィヴィアンは石垣のルールや計算に混乱が生じ，正確に計算できない不安定な状態におちいった．つまり，問題の難易度や数の大きさによって生徒の既知であるはずの手続きや事項が不確かなものになった．ヴィヴィアンと比較して頻度は低いが，ポールとジョージにも同じ様子が特に乗除で観察された．

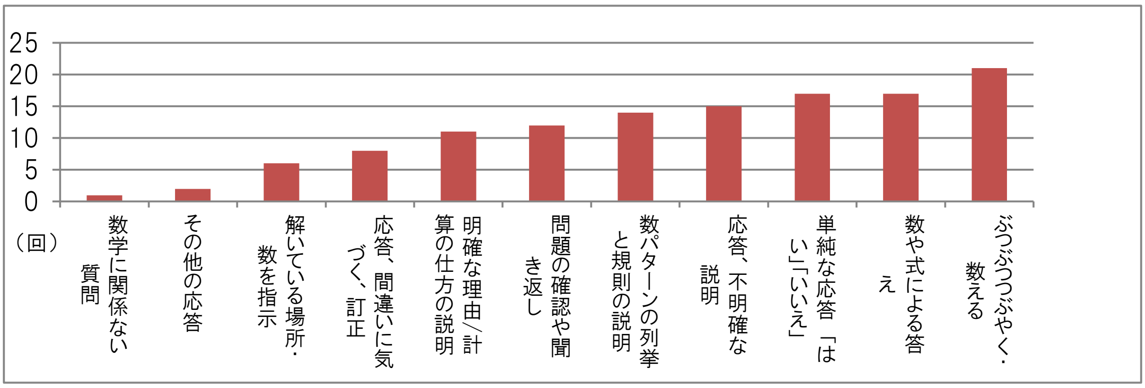
次に，操作途中に混乱する行為がみられた．3 名のうち，特にヴィヴィアンにこの様子がみられ，足していると言いながら引き算したり，ある石垣を埋めようとほかの場所の石垣を埋めたりした．これは，単に生徒の不注意とも考えられるが，原因の一つとして自分の活動を再度振り返るという反省的な行為がなされていない点を指摘する．また，乗除において数が大きくなると，生徒たちは混乱してアルゴリズムを使うことができなかった．

また，不安定性は指導による影響を受ける場合がある．授業計画通りに進行しなかった指導が，生徒の活動にも反映された．たとえば，Ms. ルビンダが石垣の構造の原理を説明せず，手続きやアルゴリズムのみを指導した際に，生徒たちは，今まで解いていたものと同じ構造の問題に答えられなくなった（第 4 時限）．

これらのことから問題の難易度や指導の内容や方法によって不安定な状態が生じる場合と，生徒がもともと有する特徴として不安定な状態が起こる場合があると整理できる．

・言語的側面

図 6－42 は，数の石垣のインタビューにおける 3 名の「話す」内容の分類と頻度を示したものである．



（出典）筆者作成．

図 6－42：数の石垣のインタビューにおける生徒 3 名のラベル「話す」回数の内訳（グラフ）

ここから三点の気づきを論じる．

まず，3 名の生徒は頻繁に「ぶつぶつつぶやく，数える」行為をおこなった．それに続いて「質問や確認に関する単純な応答」や「数や式による答え」が多く，質問に関して完全な文章表現で答えていなかった．「応答，不明確な説明」では「なぜそういう考え方をしたのか？」という問いに対し，生徒は計算手順を説明し，理由を答えることができない頻度が高かった．

第二に,「数パターンの列挙と規則の記述」は一定の頻度おこなわれており, Ms. ルビンダが授業で強調した内容と，生徒の学習成果が対応していた．説明をうながす際には記述フォーマットや話す型などの基盤を与えてやると言語的困難性が緩和されることが示された．これらのことから，第 5 学年の生徒 3 名にとって口頭による説明は困難を伴うが，それを乗り越える有効な指導がなされたといえる．これは 6－3－2 の(5)において示した点（pp.185-192）と一致する．

第三に，高頻度の「生徒がつぶやく様子」である．生徒 3 名の計算過程において，指を用いて数える，石垣の数の変化を調べる，計算の数を確認する場面では，3 名の生徒たちは声に出して数や操作を唱えて活動をおこなった．この特徴が，彼らが数学の問題を解く際に重要な意味を持っているのかどうかを突き止めることはできなかった．

【高次的能力：数列の気づきと記述】

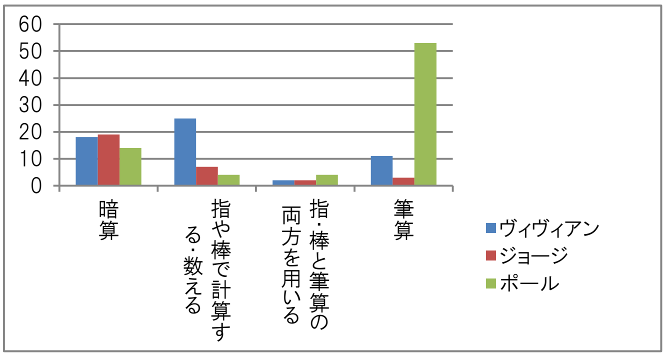
授業では生徒たちは口頭で気がついたパターンを言い，次第に数列を発見し規則を記述するとりくみをおこなった（三者間の相互作用(6)，pp.192-193）．そして最終的に授業中に提示した記述フォーマットにより，3 名全員が程度の差こそあれ，数

の規則を述べることに成功したことが示された[50].

数の石垣に埋め込まれていた数の規則は「2，4，6，8，規則は足す 2」や「20，15，10，5　規則は引く 5」といった単純な等差数列であった．しかしながら，予備調査において第 9 学年の生徒が数列の規則を記述できなかった点を考慮すれば，数パターンを意識させるための口頭から記述への移行や，記述フォーマットを用いた段階的な指導が，学習に良好な影響を与えたといえる．

【基礎的能力：加減における折衷的計算方法】

折衷的計算方法とは，筆算を用いた計算と指，棒を織り交ぜた計算方法を意味する．図 6－43 は，数の石垣における 3 名の生徒の計算方法を示している．生徒たちは計算の際に暗算，指や棒を用いる，暗算，指と筆算を組み合わせて用いた．



（出典）筆者作成．

図 6－43：数の石垣における生徒 3 名の計算方法の頻度（回）

シラバスでは第 5 学年生徒は第 1 学年から筆算を学習するため，アルゴリズムによる計算が期待されている．しかし，8＋7 や 7＋9 といった 5 以上の 1 桁の計算の習熟がなされておらず，3 名の生徒は，筆算の際には指や棒を併用したことが明らかになった．ポールだけが加減を筆算し，ほかの 2 名は暗算，指や棒を用いて数えた．

ジョージとヴィヴィアンは筆算の方法を知っているものの，指や暗算を多用した．桁が大きくなり，棒や指の計算ができなくなり，確認に限って筆算した．つまり，「指で数えることができるかどうか」という判断のもと，数えるから筆算へ移行したと考えられる．計算の精度や計算速度が上がったことは成果として認められるものの，状況に応じた柔軟に効率的な筆算を使うという観点から，計算方法の質的な改善は

50　参考資料 6－14 における生徒 3 名の書く行為の内容を見れば，数パターンを意識した行為（パターンを意識して石垣を書き込む，数パターンを探す，見つけて記入，規則を書く）がなされていることがわかる．

観察できなかった.

(4)生徒 3 名へのインタビューの総括

生徒たち 3 名の学習の特徴として数列の気づきとパターンの発見，折衷的計算方法，そして不安定性と言語的な特徴がみられた.

段階的な指導と記述フォーマットが，生徒の学習に成果を与えたことがわかった. 第 5 学年の生徒 3 名は数パターンや規則を記述でき，指導の成果が学習にもあらわれた．ジョージとポールは数列の変化に気づき，その規則を記述できた．ヴィヴィアンは，数列とそうでないものの判断を誤ることもあったが，自分の考えをジェスチャーなどの非言語的活動で伝えた点は評価できる.

また生徒 3 名は筆算を使用するが，多くの場合 1 ずつ数えており，数学的に低い段階にいることが示された．授業での筆算を用いた計算指導と，生徒の計算方法には大きな差異があった．アルゴリズムの手順を強調した指導では生徒の計算方略は改善されなかったため，このような指導は計算の質的改善には結びつきにくい.

6−3−3−3．授業後の生徒 18 名へのインタビュー

授業後に上，中，下位の生徒たちを無作為に選出して数の石垣と美しい包みの学習内容をインタビューし，総括的評価をおこなった．中，上位の生徒に対しては同一の問題を与えた．下位の生徒には，彼らの計算方法や思考方法が表出することを意図して，数が 1，2 桁の問題を与えた[51]. 表 6−26 に，評価対象生徒の情報を示す.

表 6−26：第 2 次調査授業後におこなった評価対象の生徒

番号	能力別	生徒の氏名	性別	事前試験（%）	事後試験（%）	事後—事前（%）
1	上位群	ステファン	男	88	97	9
2		シンペンバ	男	85	83	-2
3		チャーリー	女	76	81	5
4		オリー	女	70	78	8
5		オクレ	男	70	72	2
6		ナン	女	70	72	2
7		チル	男	70	71	1
8	中位群	ジョイ	女	70	62	13
9		ビビ	女	58	72	14
10		ジョージ	男	58	59	1
11		ヴィヴィアン	女	52	57	5
12		ヘミングウェイ	男	—	70	-
13		ケイティ	女	49	60	-10
14	下位群	ペシーヴ	女	5	0	-5
15		クリス	男	22	27	5
16		ムレンバ	男	34	33	-1
17		マジョリカ	女	29	9	-20
18		ペイメイ	女	25	48	23

(出典) 筆者作成.

51　参考資料 6−15 参照.

このインタビュー結果から第 1 次調査と同様，生徒 18 名の基礎的能力と高次的能力の達成について述べる．ランダムに選出した能力別の生徒たちの人数に偏りがあるため，全体的な特徴よりも能力別の傾向に注意を払う．

【石垣の計算ルール】

石垣の計算ルールを用いて正確に計算できたのは上位群 7 名中 5 名，中位群 6 名中 2 名であった．残りの上位生徒 2 名と中位生徒 4 名に関しては，計算の順序が複雑な問題でつまづいた．

上位生徒 2 名は，誤答や誤解を指摘した際に再度計算，修正できた．中位生徒たちは誤答を修正できなかった．下位群はクリスとムレンバの 2 名のみが加法部分を正しく計算でき，減法の石垣に加法をおこない，ルールを誤って用いた．残りの 3 名はすべてルールにしたがわずにランダムに数を入れ，ルールを一貫して使わなかった．つまり，問題が複雑になると，生徒たちはルールを適用できなくなる不安定性が認められた．

【基礎的能力 1　四則計算】

計算方略は(1)指や棒を用いた数えあげ，(2)暗算，(3)筆算形式で部分的に数えあげ，(4)補加法で減法を計算する，の四つであった．棒だけの使用から筆算への移行は各生徒で異なった．たとえば加法では数えあげて，減法で筆算へ移行する生徒もいれば，逆に加法では筆算，減法では数えあげに戻る生徒もいた．上位，中位生徒 13 名中 12 名が折衷的計算方法で加減をおこなった．残りの 1 名のシンペンバは棒や指，口頭では数えず，筆算で計算した．演算や問題の難易によって数える方法と筆算の往来を，生徒たちは柔軟におこなったといえる．

乗法において(1)棒でまとまりを作って数えあげ，(2)暗算，(3)問題によって暗算とまとまりの数えあげを区別して用いる，の三種類の方略により上位，中位群の生徒たちは解答した．その結果を表 6－27 に示す．

表 6－27：中，上位群 13 名の乗法の計算方法の分類

	暗算	棒でまとまりを数え上げる	2つの方法の混合	合計
上位群	1	3	3	7
中位群	2	3	1	6

（出典）筆者作成．

表 6－28：中，上位群の除法の計算方法の分類

	折衷的計算	折衷的計算での誤答	パターン性に気づき計算に生かす	棒でまとまりに分けて数える	合計(名)
上位群	3	1	2	1	7
中位群	1	2	1	2	6

（出典）筆者作成.

同様に除法の結果を表 6－28 に示した．ステファン，オリー，ヴィヴィアンはパターン性に気づいて計算を素早くおこなった．ステファンは独自の方法で問題を問いた．ステファンは 3 問目の 90÷6＝15 を筆算で求めた後，答えを眺めてパターンをみつけて 4 問目の 120÷8＝15 と記入した．その後 15 の数を 8 個書きあげ，和が 120 になるかをステファンは検算した．オリーとヴィヴィアンもパターン性から答えを推測して計算せずに答えを記入した．この 2 名はステファンのような検算をおこなわなかった．

そのほか，折衷的計算による生徒の誤答は，まとまりに分けて問題を解き，ある時点で筆算に移行して，アルゴリズムを正確に用いられなかったために生じたものであった．

下位群 5 名全員が四則計算において筆算を用いなかった．加減において一つずつ指や棒を用いて数えた．乗除の問題は 2×7，4×5，8×3，4÷2，12÷4，24÷6 の初歩的な問題を設定した．だが，ムレンバが除法をすべて正解した以外は，下位群全員が誤答であった．その背景に生徒たちは乗法の概念を完全には把握していない状況があった．たとえば，ペシーヴは乗法を加法のように解答した．クリスは棒のまとまりを作ったものの，まとまりの数（乗数）を答えとした．ムレンバ，マジョリカ，ペイメイは適当な数を入れて解答した．除法に関してはクリスやペイメイは 4÷2 を「分けること」と考え正答したものの，それ以外は適当に答えを入れて，考え方をたずねても無回答であった．

【高次的能力　パターン性を説明したり理由づけたりする場面】

ここではパターンを発見し，その規則性について述べる問題に対する結果を述べる．その学習評価を表 6－29 に整理した．

表 6－29：数列を発見して記述する問題に対する学習評価

番号	能力別	生徒の名前	石垣のパターン性と規則の表現(口頭)	美しい包みのパターン性と規則の記述
1	上位群	ステファン	○	○
2		シンペンバ	○	○
3		チャーリー	○	○
4		オリー	規則･計算誤答 非数列の記述	○
5		オクレ	非数列の記述	○
6		ナン	○	○
7		チル	○	○
8	中位群	ジョイ	規則　誤答	規則　誤答
9		ビビ		
10		ジョージ	○	○
11		ヴィヴィアン	数列･非数列の記述混合	数列･非数列の記述混合
12		ヘミングウェイ		
13		ケイティ		
14	下位群	ペシーヴ	―	―
15		クリス	非数列の記述	非数列の記述
16		ムレンバ	規則　誤答	規則　誤答
17		マジョリカ	―	非数列の記述
18		ペイメイ	―	数列･非数列の記述混合

（出典）筆者作成.

到達段階には能力別の特徴がみられた.

7 名中 5 名の上位生徒たちは数の石垣と美しい包みの両方において，数列を発見し規則を正確に記述した．残りの 2 名のうち，オリーは石垣のいろいろな場所から数列をつくり出し，非数列の数の並びを抜き出した．もう 1 名のオクレは初項，第 2 項のみで数列か否かを判断し，非数列を数列とみなした.

中位群ではオクレやオリーと同様に，ジョージを除くすべての生徒が数列と非数列を混合して選び出す場合と，数列を発見して選んでも，規則性が誤答である場合の二種類が観察された．概して，中位生徒たちは数列を発見しその数の並びを書くことができても，法則性に気づくことに何かしらの困難を抱えていた.

それに対し，下位生徒はムレンバとペイメイだけが数列を発見できた．ほかの下位生徒たちはすべての場合において無回答か非数列をランダムに抜き出して記述した．いずれにせよ，下位生徒 5 名全員は数列の規則を述べることができなかった.

【18 名の生徒のインタビューのまとめ】

計算方略は暗算，数えあげ，筆算，折衷的方法の四種類が観察され，第 1 次調査の表 6－17，表 6－18 に示す計算方略の発達段階と合致した．その一方で個別生徒の学習では，各方略を用いるタイミングや問題の種類が異なった．計算方略の内実は授業におけるアルゴリズムと必ずしも一致しなかった.

上位群の生徒たちは，中，下位群の生徒たちよりも正確性が高かった．上位の生徒たちは確認や検算，見直しをおこない，中，下位群の生徒たちにはその行為がま

ったく観察されなかった．中位生徒たちは計算や数列の部分どちらとも，完全な正答ではない場合が多かった．下位生徒たちは個人差が大きく，問題の解法に一貫性がなく，問題の根源を把握できなかった．

6−3−4. 第２次調査の総括

(1)生徒の学習成果

生徒の学習成果は主に三者間の相互作用におけるプロトコルを用いた議論と個別生徒の学習過程についての記述にもとづく．

・基礎的能力

基礎的能力に関わる授業の到達目標は「2 桁と 3 桁の四則計算が正確にできるようになる．特に数の石垣では足し算と引き算の関係を理解して，計算をおこなうことができる」であった．

授業では生徒がおこなう計算方略を筆算に変えることはできなかったものの，生徒の学習過程や結果より計算方略は改善した（6−3−3 における 3 名，18 名の生徒のインタビューを参照）．成績が上位群の生徒たちはしばらく思考して検算し，計算の正確性を高めた（3 名のインタビューにおける上位生徒ポールと 18 名のインタビューにおける上位生徒ステファンの学習を参照）．これらの行為が上位生徒と中・下位生徒の学習差にも関わっている．

計算の関係性について，生徒たちは，ある演算を用いる際に理由づけの代わりに計算の手順を答えてしまいがちだった．用いる演算を直観的に選ぶことはできても，その説明には教師の支援が必要であった．

・高次的能力

高次的能力に関わる授業の具体的目標は「数の石垣と美しい包みに埋め込まれた数列や幾何的なものを含むパターン性をとりだし探究することができる」，「パターンや数列の規則を口頭と記述で述べることができる」，「それらの発見や推測についてクラスで話し合うことができる」の三点であった．

インタビュー結果と授業の様子とともに，生徒たちは数を類推して石垣を埋め，構造に埋め込まれた数列を発見して，その規則を述べることに成功した（3 名のインタビューの記述部分，pp.204-208）．上，中位群の生徒たちも誤答したものの，クラス全体において助け合いながら一連の学習がおこなわれた．下位群の生徒たちは独力で数列の規則の記述にたどりつくことはできなかった．

本質的学習環境が本来有している豊かな数学的構造の一部は授業では扱われなか

ったものの，Ms. ルビンダが扱ったものに限って，数列を類推，発見，話し合うといった学習をおこなうことができた（「授業開発における三者間の相互作用」(5), pp.186-193）.

(2) 生徒の学習の成果に関わる教師の指導と教材の調整

ここは「授業開発における三者間の相互作用」の議論に主にもとづいている.

第 5 学年の生徒たちは第 1 次調査の第 6 学年よりも円滑に，埋め込まれたパターン性に気づき，数列を発見し規則を口語，記述で表現した（「授業開発における三者間の相互作用」(4)と(5)，pp.185-193）.

学習の成果には第 1 次調査同様に第 2 次調査において教師の力量が関わっていた. 教師は指導を円滑におこない生徒の発言を拾いあげ，全体へと問いかけることができるようになった. また生徒に対する堅忍性を培い，誤答を否定するのではなく，その理由を考えさせる指導がおこなわれた.

うまくいかなかった指導もあったものの，教師は回を通じて基礎的能力と高次的能力の双方を意識する重要性を指導過程で実感するようになり，それを具体的な指導に活かした. その背景には，教師が本質的学習環境に埋め込まれた探究性を解釈するとともに，教師が生徒にはできないと思っていた問題に対して，生徒が積極的に発言する様子に教師自身が良い影響を受け，次の指導へつなげる，良好な循環が生まれたからである（「授業開発における三者間の相互作用」(1)の最後，p.184）.

本質的学習環境は計算練習の場とともに，話し合い，数学的発見をおこない，それを理論的に説明する機会を提供した. 段階的に細かく分けた指導では，第 1 次調査の改善点を踏まえてさらに内容を細かく区切って扱い，生徒の学習を混乱させないように教師は注意を払った. まず二段の石垣，加法だけを用いたルールの確認により，視点が限定されることで生徒たちは加法と減法の関係を把握しやすくなった. 三段の石垣の場合，空白部分が二段のものに比べて多いために，ルールの把握は生徒にとって難しかった. また二段の石垣で加法と減法の関係性を理解できたことは，石垣を三段に拡張した時点で有効に作用し，第 1 次調査で起きた演算決定や計算順序に関する混乱が少なかった（「授業開発における三者間の相互作用」(1)から(3), pp.181-185）. また，毎時冒頭でおこなったルールの確認も有効であった. 数が次第に大きくなり，把握しているはずのルールを使えない状況を避けるためルールを反復して示した. ただし 3 桁の数を扱うと計算の難易度が急に高くなり，困難度は増し，不安定性が顕在化した.

教材の調整に関して，探究や発見，開いた質問に慣れていなかった生徒たちに，何でも探究できるという自由度の高い問いではなく，見方や方法を限定して与えた

方策は，生徒の現状，教師の力量，教材の有効性の三者間のバランスを考えると有効であった（「授業開発における三者間の相互作用」(5)を参照）．もちろん，本質的学習環境における究極の目的は，何かの問題を与えて生徒たちが構造を自分たちで話し合い，数学的に発展，深化させることで，その段階には到達しなかった．また，第 1 次調査と同様に，教師が指導できない内容については授業において触れなかった．これら自体はよりよい授業をおこなうための次の課題であるものの，生徒にとって多様すぎる素材はかえって混乱を招くことを考慮すれば，第 2 次調査の本質的学習環境の調整はザンビアの二つの調査における現状に対して妥当であった．

(3) 生徒の学習の課題に関わる教師の指導と教材の調整

第 1 次調査と同様に生徒の計算能力は非常に低く，1 桁や 2 桁の乗法や除法に関しても困難が伴った．生徒たちはアルゴリスムを機械的に使用する過程で混乱におちいった．特に，形式的なアルゴリズムの使用や計算の難易度によって，生徒の不安定性が生起した．教師は生徒に理解させようと支援していたものの，美しい包みの計算の難易度が高くなると，一問一答のやりとりがなされ，第 1 次調査と同様に教材の特性が反映されない状況におちいった．また現状の改善のため，計算方法に傾注する指導では，その状況を脱することは困難であった（「授業開発における三者間の相互作用」の(7)，pp.193-199）．

(3) 第 2 次調査の総括

第 2 次調査では，第 1 次調査よりも教材を段階的に細かく分けて使用したこと，また数の石垣において探究を数列に焦点づけた授業の結果，生徒の学習に成果が得られた．ここでは三者間の相互作用が良好に保たれ，教師はそのバランスをとるための指導の工夫や意識の変化を経験した．一方で特に美しい包みの乗除に関しては第 1 次調査と同様に生徒の学習改善が困難になり，それに教師の指導が関わり教材の特性が発揮されない授業におちいった．

第 4 節　授業開発研究の成果

授業開発における成果と残された問題点を整理することで授業開発研究の成果を提出する．そのための準備として，まず二つの調査における共通事項について教師，生徒，教材の三者間の相互作用に着目する．次に，調査結果の一部を各分野の先行研究の結果と対応づける．そこではアフリカの授業に関する研究の知見と二つの調

査における全体的な授業の傾向を対応づけ，数学教育の研究と，二つの調査で得られた計算方略や方法についての対応を述べる．これらの先行研究の知見と調査の結果を照合することにより，ザンビアでの事例結果がほかの地域とも共通する一般性を帯びているのか, それとも特殊性を有しているのか確認する意図がある. 最後に, 授業開発研究の成果として二種類の教師，生徒，教材の三者間の相互作用をあらわす.

6－4－1. 第 1 次, 第 2 次調査の異同

二つの調査の相違点と共通点を明らかにして授業開発研究の成果を導き出す．二つの調査において授業構成はもちろん，扱った時数や場所，学年も異なっていた．しかし三者間の相互作用ではいくつかの共通する特徴がみられた．そこで主要だった相違点をおさえたうえで，共通の特徴を論じたい．

【二つの調査の相違点】

二つの調査の大きな相違点を教師と生徒について着目する．まず授業計画における教師の対応に大きな差異があった．

Mr.ムコンカは授業計画時において綿密な計画はおこなわず, 計画内容を臨機応変に変えていった．細かく計画しなかった背景には，Mr.ムコンカは学校の秘書として学校経営にも関わっており，授業途中でほかの仕事に頻繁によばれ，ほかの教師より極度に多忙であったことが挙げられる．

Mr.ムコンカは英語と現地語における言語能力や会話能力が高く, 豊富な語彙を用いて，その場に合わせる柔軟な指導を展開した．計画した問題内容や板書のレイアウトを変えることがあった．一方でそれらの変更に深い意図があったわけではなかったため，柔軟すぎる対応が時にうまく作用せず，生徒の混乱を引き起こした．

Ms.ルビンダは授業計画を綿密におこない, 授業案を書いて授業を設計する教師であった．Ms.ルビンダは英語の能力はあまり高くなく, 会話が途切れる場面もあったものの，発問や板書計画をおこなったので授業は計画に沿って展開した．

しかし，生徒の反応や質問がある場合や自分で問題が分からなくなる場面などの想定外の出来事が起きると，生徒の発言を無視したり，話題を変えたりして計画通り強引に授業を進め，柔軟性に欠けた．

また，Ms.ルビンダは指導歴が 27 年あり経験豊富な教師であったことから，自分の信念や学んできたことと改善すべき事項が異なった場合に，それらを受け入れることが難しい場合があった．

生徒について第 1 次調査では第 6 学年が，第 2 次調査では第 5 学年が対象であっ

た．第１次調査の生徒たちの英語会話能力は第５学年の生徒たちより相対的に高かった．第１次調査では上位の生徒たちは多くの場合，英語を用いて解答した．第２次調査では上位の生徒はほとんどが現地語による解答であった．中位，下位生徒たちは第５，６学年ともに，ほとんどの会話を現地語でおこなった．この言語的な差異について二つの調査では現地語も積極的に用いたことから，授業において言語的な能力の差が学習結果の大きな差異を引き起こしたとは考えにくい．

また生徒たちの数学的能力の直接の比較は難しいものの，上位の生徒を除いて大差はみられなかった．むしろ同問題を用いた事前テストの結果は第２次調査における第５学年の平均正答率が第１次調査の第６学年のものよりも若干高かった[52]．

【二つの調査の共通点】

二つの調査において経時的な三者間の相互作用では，教材を生徒の現状と教師が扱うことのできる方法を用いて調整した経緯を述べた．そして二つの調査でうかびあがった七つの特徴をさらに集約すれば表６－30，表６－31 から，次の四点が特徴としてうかびあがった．

表６－30：第１次調査の経時的変化

教材	時限	授業の傾向	
N.B.	1から2	教師の意識の変化	最初は探究的な授業ができず，教材の良さが生かされない．生徒は沈黙，消極的．
	3から9		探究的な授業のありかたを教師が理解し教材を生徒の学習の現状に合わせて段階的に指導．探究的授業の試行と生徒の積極性．
	10から14		数列に限定した探究的学習の結実．
B.P.	15から23		乗除の未習熟，一問一答のアルゴリズムの学習指導で教材の良さが見えにくい．

表６－31：第２次調査の経時的変化

教材	時限	授業の傾向	
N.B.	1から2	教師の意識の変化	最初は探究的な授業ができず，教材の良さが生かされない．教師は誤答に対して答えを言う．生徒を待てない．
	3から5		探究的な授業のありかたを教師が理解し教材を生徒の学習の現状に合わせて段階的に指導．探究的授業の試行と生徒の積極性．
	6から8		数列に限定した探究的学習の結実．
B.P.	9から11		乗除の未習熟，一問一答のアルゴリズムの学習指導で教材の良さが見えにくい．

（注）N.B.とは数の石垣，B.P.とは美しい包みを指す．

（出典）筆者作成．両者の表は本文の表６－12，表６－21 を簡略化したもの．

(1) 教師の意識の変化

－教材の特長，生徒の理解度を理解することによる指導の変化－

(2) 数の石垣における教材と指導の細分化

－(1)の変化と並行して，学習上の困難に対応して探究的学習を可能にする指導（初期）－

(3) 数の石垣と美しい包みにおける数列の探究の指導

52　事前テストの平均正答率は第１次調査において 55.35%で，第２次調査において 57.23%であった．

ー(1)，(2)の成果が結実した探究的な学習を可能にする指導（安定期）ー

(4)美しい包みにおける計算指導

ー(1)から(3)を経たにも関わらず教材の良さが隠れ，生徒の計算の未習熟と計算アルゴリズムがかみ合わなかった指導ー

(1)から(4)までの共通点を述べ，生徒の学習成果と課題についても言及する．

(1)教師の意識の変化

ー教材の特長，生徒の理解度を理解することによる指導の変化ー

これは第1次調査の「授業開発における三者間の相互作用」で論じた(1)と第2次調査の「授業開発における三者間の相互作用」で論じた(1)に主に対応している．

二つの調査の第1，2時限において，教師は探究的な学習をめざすと言いながら，説明中心の授業を展開し，生徒の解答を待たずに答えを教えた．

数の石垣を毎回の授業で用いて，反省や改善をおこなうなか，指導が次第に修正された．たとえばMr. ムコンカは個別生徒を机間支援し，Ms. ルビンダは，ほかの生徒が間違った生徒を助ける支援をおこなうようになった．

また両者とも生徒が誤答した際に正しい答えを言わず，考えさせたりほかの生徒の発言を聞くようになった．たとえばMr. ムコンカは第8時限後に個別指導にはじめて言及し，一人ひとりの学習を継続的に観察，評価するようになった．Ms. ルビンダは「ほかの人を選びなさい」,「誰か手助けできますか？」,「誰か...できますか？」（第6時限のプロトコル，pp.187-190）という発言をおこなうように変化した．

指導の変化の背景には教師の意識があった．Mr. ムコンカは,「自分は生徒たちがどんなふうに考えているのか，ということについて気にしていなかった．...（中略）でも今は生徒との相互作用について，暗記より理解するとはどういうことなのかを考えるようになりました」（終了時インタビュー），Ms. ルビンダは「以前は自分が生徒の間違いを隠してみえなくしていた（中略）この新しい活動を生徒たちは楽しんでおり…そうそう，最初はこの活動は難しくて生徒たちはできないと思っていたのですよね…私は生徒たちのことを過少評価していた？わからないけど…」（終了時インタビュー）と述べて，自己の指導をかえりみた．これらは教材にうめこまれた数学的構造を教師自身が探究して面白さを実感するとともに，生徒の学習を評価して，効果的な指導のありかたを考えることで段階的に起こってきた教師の変化である．

(2)数の石垣における教材と指導の細分化

－⑴の変化と並行して，学習上の困難に対応して探究的学習を可能にする指導（初期）－

教材をいくつかの段階に分けた指導では，生徒の学習の状況をみながら教師と筆者が話し合い，教師が毎時の授業で教材の意図を次第に理解していった．そして，石垣の段数を変える，加減を限定的に使う，簡単な数を用いるといった教材の難易度を少しずつ上げていく工夫をおこなった．これらについて第 1 次調査と第 2 次調査の「授業開発における三者間の相互作用」の(2)から(4)において主に論じた．

それに加えて二名の教師とも，本質的学習環境の学習に必要なアプローチだと考えられたペア，グループワーク，相互作用の充実と言った点を工夫した．そして授業において生徒のやる気が出てきたり，生徒が喜んだりする姿をみて，驚くと同時に，よりよい授業をおこないたい，という自身のモチベーションを高めていった．

Ms.ルビンダは「以前は自分が生徒の間違いを隠してみえなくしていた…（中略）…この新しい活動を生徒たちは楽しんでおり…そうそう，最初はこの活動は難しくて生徒たちはできないと思っていたのですよね…私は生徒たちのことを過少評価していた？わからないけど…」（終了時インタビュー）と述べ，自分の指導が変わることで生徒たちも変わっていくことを実感するようになった．生徒のやる気が出てきたり，生徒が喜んだりする姿をみると，さらによい授業をおこないたい，というモチベーションを教師たちは高めた．教材の提示の工夫や指導方法を考える良い循環が，授業改善サイクルを往還することで生まれてきた．

特に Ms. ルビンダは授業後の反省で生徒が予想以上にできたことに対して驚き，またそれをやりがいに感じていた．それは「昨日に比べて今日は生徒たちが自信を持っていたし，誤答を自分たちで指摘することができた.」（第 3 時限後インタビュー）や「この授業は昨日よりもうまくいった，それは私たちが失敗を活かして十分に計画したからだと思う」(第5時限後インタビュー)という発言からもうかがえる．

⑶数の石垣と美しい包みにおける数列の探究の指導

－⑴，⑵の成果が結実した探究的な学習を可能にする指導（安定期）－

教師自身が本質的学習環境からパターンを探すことができても，指導できない構造や見方もあった．なかでも数列は教師が指導しやすかった．そして数列の規則の指導では，規則の記述が難しいことを予備調査の結果が示唆していたため，記述フォーマット「数のパターンは（　　），ルールは（　　）」を用いて生徒たちの言語的，数学的困難性の緩和を意図した．二つの調査における「授業開発における三者間の相互作用」の(5)，(6)」において，この点を主に論じた．

生徒たちは学習に漸進性を伴いながらも，計算練習後にパターンに着目し，数列を構造から探し，規則を述べた．記述フォーマットの使用は，二つの調査において

有効に作用した．生徒たちは記述フォーマットによって，数列の規則を述べられるようになった．表現がパターン化されることが懸念されたが，発見や記述は生徒の自由な考え方にもとづくため，フォーマットはその考え方の表現方法の足場となる可能性を重視した．生徒たちからは数列以外の探究的なアイデアは出てこなかったものの，複数ある答えを見つける学習において彼らは熱中し，クラス全体でとりくんだ．

(4) 美しい包みにおける計算指導

ー(1)から(3)を経たにも関わらず教材の良さが隠れ，生徒の計算の未習熟と計算アルゴリズムがかみ合わなかった指導ー

第１次，第２次調査の「授業開発における三者間の相互作用」の (7)においてこのことを主に論じた．

美しい包みでは計算の難易度が上がった．大部分の生徒たちの乗法や除法の概念形成は完全にはなされておらず，アルゴリズムのしくみを完全には理解していなかった．二名の教師たちは生徒が乗法や除法を苦手としていることを把握し，小さい数を扱って計算の意味を確認したり，数えたりする支援や個別支援をおこなった．しかし，数の石垣における生徒の発言を重視する授業では，生徒たちが質問に答えることはできず，結局，教師が計算アルゴリズムの手順を強調する学習指導がなされ，教師は教科書に書かれたアルゴリズムを丁寧に何度もくりかえすことでしか生徒の学習に対処できなかった．

教師は(1)から(3)の変化を経てきており，生徒ができないことを実感していた．教師は正解が出るまでほかの生徒たちにも意見を求めて支援したことは事実である．しかし，アルゴリズム以外の指導をおこなうことができず，その結果，(2)や(3)で有効であった教材の探究的側面が授業場面でみられなくなった．この段階において，いくら良質の教材を用いてもその特性が活かされず，さらに教師の指導が教科書で示されたアルゴリズムに偏っている状況と，生徒たちの計算能力の現状の改善が難しい状況から三者の関係は抜け出すことができなかった．

【二つの調査の共通点の総括】

(2)と(3)では生徒の現状に合致し，教師が数の石垣の構造を限定的に用いて，生徒の理解に合う支援をおこなった．その結果，授業改善サイクルの良好な循環が(1)と並行して生まれていった．一方，(4)の美しい包みでは，計算アルゴリズムに偏ってしまい，(2)と(3)でみられた探究や説明，理由づけの学習が難しい状況におちいり，授業改善サイクルを循環しても改善に結びつきにくかった．

以上から三者の相互作用の様相は次の三点に集約できる．

●計算練習をおこないながら，高次的能力の育成に沿った学習活動が授業で展開された（(2)と(3)の場合）．
●指導の変化と優れた教材の構造が生徒の学習へと影響を与えた．その際，教材，教師，生徒の三者が良好な相互作用を保った（(2)と(3)の場合）．
●このような変化を経たにも関わらず三者間のバランスがくずれ，とりあげた計算の難易度が三者の相互作用に影響を与え，教材の特性が活かされず，一問一答の授業におちいった．この授業の背後にはカリキュラムや教科書に影響があり，授業をくりかえしても現状の改善が難しい状態におちいった．

6－4－2. 先行研究との異同

アフリカ諸国の授業に関する研究と，数学教育の計算の方略に関する先行研究と本研究における分析結果を対応づけて，その差異を整理する．

【アフリカ諸国の授業に関する研究との異同】

定量的な授業分析（6－2－1，6－3－1 を参照）の主要コードから，教師が一問一答の質問，特に大部分で計算の答えを尋ねる質問をおこない，それに生徒が答える発話が主流であったことが先行研究との共通点であり，教師中心の授業の傾向が示された．

先行研究との相違点として，それ以外の特徴が定量的，定性的な授業分析の双方から示された．たとえば，定量的分析では，第 1 次調査において教師の開いた質問のコード OQ や，生徒が教師へ一問一答ではなく自分の意見を述べたりする発話コード Qst-S, Op-T が確認された（第 1 次調査の 6－2－1 を参照）．第 2 次調査においても教師の開いた質問コード OQ があり，生徒同士が問題を出し合い（Num－S, Qst-S），記述で教師の質問に答えた（Wti-T）ことから，教師と生徒の発話に多様性がみられた（第 2 次調査 6－3－1 を参照）．

定性的分析では，第 1 次調査ではたとえば第 11 時限の授業で教師が「何か関係性をみつけましたか？」と発見をうながす発問をおこない，生徒たちは片言で答えが一つとは限らないパターンを読みとり「5，10，15，20」や「2＋5＝7，7＋5＝12，12＋5＝17」と答えた（pp.149-153）．第 2 次調査でも第 6 時限において教師は「何かみつけられる？」や「何をどうしたらそうなるのだろう？」と発問を投げかけ，生徒に一問一答では答えられない探究や説明を求めた．それに対して生徒たちは「124，112，100，引く 12」，「80，90，100，足す 10」と答えた（pp.187-189）．

つまり二つの調査において，教師は生徒の数学の考え方を問う発問をおこない，発話の種類が多様であったことが確認された．生徒たちは口頭で話せない部分を記述によって補い，生徒が教師に対して意見を述べ，単純な生徒間の会話がおこなわれた．教師は「権威的な存在」（cf : Moloi et al., 2008）ではなく，生徒が理解できるよう，また探究的な学びができるよう支援する存在であった．

これらの多様なやりとりは，授業改善サイクルを往還することでなされた指導の改善によるところも大きい．二つの調査においてサイクルを経るごとに，教師が一方的に話すぎずに生徒の意見を聞いたり，生徒が質問に口頭で応えられないときには記述やジェスチャーによる解答も受け入れたり，生徒同士の会話を促進したりするようになった（二つの調査における「授業開発における三者間の相互作用」（1）を参照）．

さらに教師と生徒のやりとりには，本質的学習環境の特性も機能した．本質的学習環境はパターンを口語や文章で説明する学習や，生徒の観察によって答えが複数ある学習を提供した．そのような場面において教師が生徒へ手順や理由，発見といった数学的に高次な能力に関わる開かれた質問をおこなった．

【数学教育の計算の方略に関する研究との異同】

先行研究との共通点は，ザンビアの生徒たちも指導とは異なる，指や棒，筆算とそれらの組み合わせ，といったいくつかの方略を用いて計算したことである．このことは特に学習過程を追った生徒のインタビューから明らかになった（6－2－3，6－3－3 を参照）．

しかしながら，先行研究で示された多様な方略の種類と比較したときに，ザンビアの生徒たちの計算方略の種類は限定されていた．たとえば，計算方略の深化を示した表 6－17，表 6－18 からも，先行研究で言われていた方略の種類（Mulligan and Mitchelmore, 1997; Neuman, 1999; Anghileri, et al., 2002; Torbeyns, et al., 2009）より少ないことが示された．

また第 1 次，第 2 次調査の個別生徒のインタビュー結果からザンビアの生徒たちは，方略の発達段階を数の大きさや計算の難易度によって往来しており，これは先行研究ではみられなかった．

その往来には生徒の不安定性が影響を与えていた．教師の指導や教科書において計算の意味や暗算の方略を扱っていないことにも，方略の種類や不安定性は影響を受けていると推測する．なぜなら，生徒たちは筆算をできなくても，授業で学習した場合には筆算の形式を用いようと試みたからである（第 1 次，第 2 次調査の 3 名の生徒のインタビューより）．

最後に，最も大きかった先行研究との差異は生徒の低い計算能力であった．特に乗除の結果は反復による漸進的な改善以外，ほとんど進展がみられなかった．たとえば，第１次調査の 8×4 に対して生徒が何度も誤答し，第２次調査のチャーリーやヴィヴィアンの計算表記の混乱や，20÷5，24÷3 といった計算の誤答（参考資料６－11）を挙げることができる．

総じてザンビアの生徒たちの限定的な計算方略，不安定性と計算方略の関係，低い計算能力といった諸点が相違点である．

6－4－3. 授業開発研究の成果

二つの調査を通じて教師，生徒，教材間の三者の相互作用を時系列で追い，その過程を記述してきた．改善サイクルを通した授業開発と，その過程を分析的にとらえ描くことは表裏一体の行為である．それは授業改善サイクルにおいて分析的な視点が考慮されていることと，逆に分析において授業の内実が含まれていることからも，説明がつく．ここで改めて全過程を振り返ることで授業開発研究の成果を提出したい．

数の石垣における授業改善サイクルでは三者が良好に相互に影響しあった．美しい包みの計算を中心とした授業改善サイクルではうまく機能せずに不均衡なかたちでとどまり，改善できない状態におちいった．

前者では，教材に埋め込まれたパターン性を教師が利用でき，生徒の学習の様相が活性化した．その活性化には教師の指導の変化だけでなく，教材の探究的な側面が影響し，授業改善サイクルがくりかえされるたびに三者間の相互作用が深化した．この良好な相互作用において基礎的能力と高次的能力の同時的育成がおこなわれた．

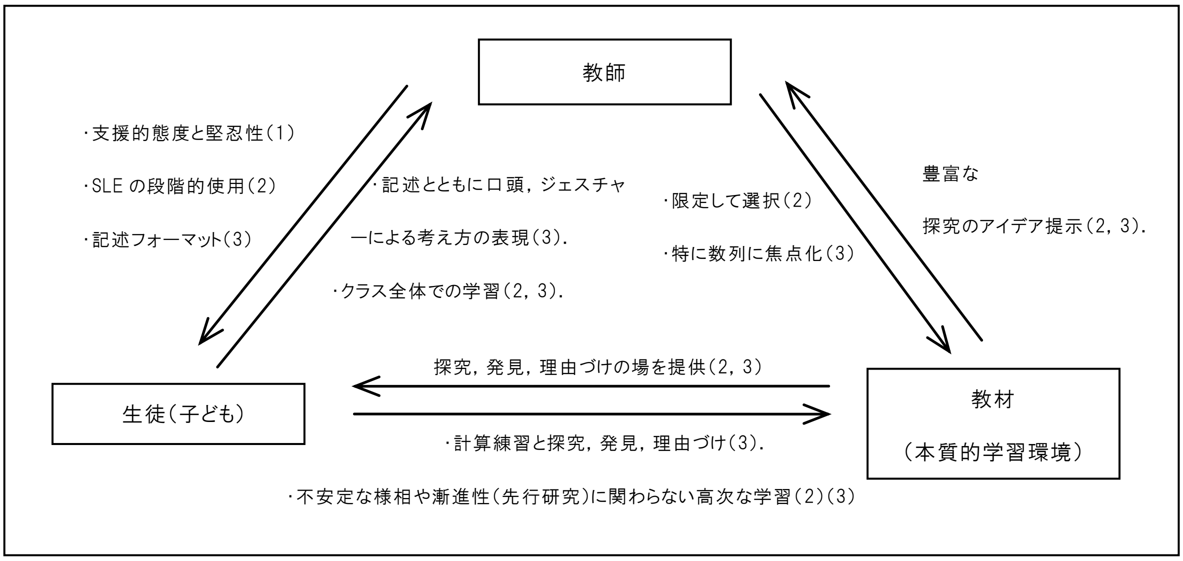
一方で後者では，教材のパターンを活かした計算練習において，多くの生徒たちは計算自体に対処できず，この状況に対して教師はアルゴリズムの反復以外に，ほかの教授法を使えなかった．そのように，授業反省して生徒ができないことを改善しようとしても，授業実施では教師と生徒が一問一答のやりとりにおちいり，高次的な能力の育成をおこなう段階に授業は到達しなかった．

二つの調査における教師，生徒，教材の三者の関連性の共通点及び時間に沿った促進と阻害要因を整理し，先行研究の結果と対照してきたことを成果としてまとめる．

【ダイナミック・バランス】

数の石垣における三者の良好な相互作用をダイナミック・バランスと名づけた．後述するように授業の基本的な要素である教師，生徒，教材が互いに影響を与え合

うことと，その相互関係が常に微調整されながら絶妙なバランスを保っていること，その場合に指導と学習の動的な深化や発展がみられるということから，このように称した．このダイナミック・バランスは二つの調査の共通する特徴の(1)から(3)（p. 222-223）と先行研究との対応から導き出された相互作用をあらわしたものである．



（注）(1)から(3)は pp.222-223 の四つの特徴(1)から(4)の内容に対応．

図 6－44：数の石垣における三者の良好な相互作用

ダイナミック・バランスにおいて，先行研究で指摘された主流なチョークアンドトークや教師中心ではない，教師と生徒のやりとりが教材を介しておこなわれた．教師は支援的態度で本質的学習環境が提供する探究に関わる発問を与え，生徒は口頭，記述，ジェスチャーなどの表現方法を用いて考え方を伝え，クラスで話し合う学習がおこなわれた．話し合う学習は，生徒同士で意見を出し合う段階には到達しなかったものの，教師の支援のもと，生徒たちは数学的に高次である理由を答え，発見し，探究した．つまり，計算練習と並行して高次的能力の育成がおこなわれた．

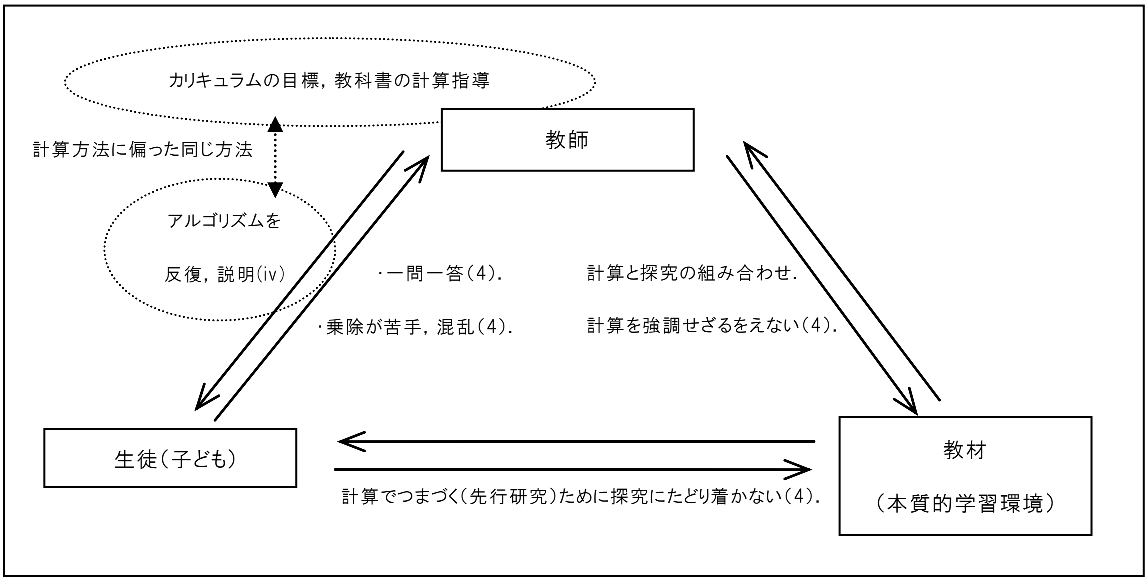
この背景には教師の努力とともに，教材の特性が機能した．高次的能力に関わる一連の発問は教材の構造を探究させ，生徒たちによる現象の理由の説明行為を誘発した．元の本質的学習環境とまったく同じ様式で教材を用いることはできなかったものの，教師が可能な範囲で教材を自在に扱うことができた．

ダイナミック・バランスにおいては，生徒たちに合った授業を考え具体化する教師の力量を踏まえた場合，その過程で，本質的学習環境の重要な部分をオリジナルとは異なる形での具体化が現状には最適であった．そのうえで，教師が自信を持って教材の内容を解釈して授業で用い，生徒の現状に合う場合にダイナミック・バラ

ンスが生起して保たれた．

【ダイナミック･バランスにはならなかった三者間の相互作用】

このようにダイナミック・バランスが生起した直後であっても，そのバランスがするに簡単に壊れてしまうとわかった. この場合, ダイナミズムが消失してしまい, 単調なアルゴリズムのくりかえしに終始した．この相互作用は，二つの調査の共通点(4)と先行研究との対応から導き出された．



（注）pp.222-223 の四つの特徴の(4)の内容に対応.

図 6－45：計算における三者の相互作用（美しい包みで特に乗除を扱った場合）

図 6－45 は主に美しい包みを扱った授業サイクルで生起し，固定化された状態にとどまった様相を示している．計算問題の難易度が生徒の能力と合致しない場合，アルゴリズムの強調をはじめとした, 教師は一方的な説明, 一問一答におちいった．本来ある教材の有効性を前面に押し出した授業が展開できなくなった．

教師がアルゴリズムの説明でしか指導できないことに一因はあるものの，それが唯一の原因ではない．教師がアルゴリズム以外の方法を知らない理由は教科書の内容に関連している．さらに生徒たちの計算能力がシラバスの内容と大幅に差があったことも，この状態にとどまり，改善に繋がらない要因であった．

調査でおこなった授業ではこの問題を解決することはできず，それらを同定するにとどまった．しかし，このような現状を分析的にうかびあがらせたこと自体が授業開発研究の成果の一つである．

【授業開発研究の成果における基礎的能力と高次的能力の関係ーさらなる改善と課題ー】

本授業開発では基礎的能力と高次的能力の同時的達成を目的としていた．確かに反復による計算の改善と，答えが複数ある構造から数の並びを指摘して数列の規則を述べたことは学習の成果といえる．これは小さい成果ともいえるが，貴重な一歩といえよう．

ただし二つの能力の同時的達成は，本来は互いの能力が連関することによる相互の能力向上が意図されているものの，成功事項を集約したダイナミック・バランスにおいてもその段階には達しなかった．両者の能力が有機的に関連しなかったのである．ごく一部の生徒を除いて，計算を行う際にパターン性を意識しながら答えを確認したり，パターン性から誤答を探したりする学習はおこなわれず，計算練習と探究は互いに分断した状態であった．つまり授業で育成された一連の能力は高次的能力の萌芽として位置づけられよう．

またダイナミック・バランスにならなかった相互作用においては生徒が乗除の計算につまづくことが主要な課題であった．したがって基礎的能力が必ずしも基礎として身についていない場合は高次的能力の育成にはたどりつかなかった．特に生徒たちは乗除に大きな問題を抱えていることから，意味や概念形成までさかのぼって考える必要がある．

これらのことを総括すれば，授業開発研究の成果は三者間の相互作用を二種類のモデルで示したことである．そして二種類の相互作用のうち，ダイナミック・バランスはザンビアの数学授業の新たな一面や学習の成果を内包した．その成果から一歩踏み込んだ課題として，基礎的能力と高次的能力の有機的関連の欠如を指摘した．また，もう一つの相互作用の様相からは四則演算，特に乗除の意味理解を深めることが示された．

第６章　引用，参考文献

Anghileri, J., Beishuizen, M., and Van Putten, K. (2002). From Informal Strategies to Structured Procedures: Mind the Gap!, *Educational Studies in Mathematics,* 49, 149-170.

馬場卓也，中村聡．(2005).「バングラデシュ国初等理数科における教授的力量の評価枠組み構築に向けた授業の立体的考察」,『国際教育協力論集』，8(2), 63-74.

馬場卓也，柾本伸悦．(2004).「バングラデシュ国小学校算数の事例を通した教育の質的側面についての考察」,『国際教育協力論集』，7(2)，55-67.

池谷拓人. (2009). 「ザンビア後期基礎教育における数学科授業分析の研究－教師，生徒の言語活動を中心にー」,『国際協力研究誌』，15(1/2)，125-140.

松原憲治．(2009).『ザンビアの理科教育に関する状況分析と授業分析法の開発』，広島大学大学院国際協力研究科博士論文．

Moloi, F., Morobe, N., and Urwick, J. (2008). Free but Inaccessible Primary Education: A Critique of the Pedagogy of English and Mathematics in Lesotho. *International Journal of Educational Development*, 28, 612-621.

Mulligan T. J., and Mitchelmore, C. M. (1997). Young Children's Intuitive Models of Multiplication and Division, *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(3), 309-330.

Neuman, D. (1999). Early Learning and Awareness of Division: A Phenomenographic Approach, *Educational Studies in Mathematics,* 40, 101-128.

柴田好章．(2002).『授業分析における量的手法と質的手法の統合に関する研究』，風間書房．

Torbeyns, J., De Smedt, B., Ghesquière P., and Verschaffel, L. (2009). Acquisition and use of shortcut strategies by traditionally schooled children. *Educational Studies in Mathematics*, 71(1), 1-17.

第 7 章　本研究の総括と今後の課題

《事を起こすなら学校からだ．明日の社会は学校によってこそ作られよう．
でなければ，明日の社会はない．》(フランスの教育学者，ロブロの言葉[1])

本章では第 1 章から第 6 章における理論的，実践的考察を振り返り，得られた知見を整理して，研究成果を述べる．最後に今後の課題について言及する．

第 1 節　本研究の総括

本研究では数学における基礎的能力と高次的能力の同時的育成を目標として，授業における教師，生徒，教材の三者間の相互作用を描くことで学習指導の可能性と課題を論じた．それは第 1 章における次の研究課題から端を発した．

研究課題 1.　数学の基礎的能力と高次的能力の同時的達成を目指す授業をザンビアにおいて開発する．
研究課題 2.　開発した授業における教師，生徒，教材の相互作用を経時的を描き出す．

これらの研究課題から「ザンビアの数学授業における生徒の基礎的能力と高次的能力の向上を主題とした授業開発をおこない，教師，生徒，教材の三者のダイナミック・プロセスを描くことである」という目標を設定した．そして第 2 章から第 6 章まで論じることでこの目的を達成した．第 2 章以降の成果を整理して，研究全体を俯瞰する．

第 2 章：ザンビアの教育
先行研究が僅少であるなか，教育政策文書，数学のシラバス，教科書，授業に関する先行研究，調査を精査した結果，ザンビアの教育の目標の一つとして，「科学的思考の育成」，「分析的，革新的，創造的思考」が設定されていた．数学教育のシラバスは数と計算が重視され，目標ではコミュニケーション能力，日常生活への数学の応用，問題解決能力が定められていた．
また，生徒の低学力，教師の低い教授的力量，教材の開発が数学教育において解

1　ルブール，1981，p.139 より引用．

決すべき問題とされていた．しかし，これらの諸問題の改善に対して授業の内実や生徒の学習過程を取り上げた研究はほとんどなかった．上の課題は授業に通じていることから，問題解決の一環として，授業を基盤にして教師，生徒，教材の三者を包括的に扱う視点を提示した．

第３章：関連先行研究のレビュー

アフリカ諸国の授業に関する研究，授業開発研究，カリキュラム研究，数学教育研究を精査して授業開発の基盤を整備した．

(1) アフリカ諸国の授業に関する研究から（第１節）

学習，指導の現状，教授言語や教師と生徒の相互作用に関する現象が記述，分析されていた．教師が一方的に話し，生徒は反復，暗記を行う教師中心型の授業が報告された．しかし授業における教科教育的視点，生徒の認知的変容や教科固有の能力に関する考察は，ほとんどなかった．

(2) 日本の授業開発研究から（第１節）

日本で実施された四つの授業開発研究のうち三つにおいて，計画－実施－評価のサイクルが実施されていた．そして学習評価や授業評価と比較して，計画と実施が相対的に強調されていた．

(3) カリキュラム研究から（第１節）

国や州が行う教育課程編成といった従来のカリキュラム開発ではない，新しいカリキュラム開発として，授業を基盤とした営みが認められた．この新しいカリキュラム開発において，教師が主体となって行う授業における計画－実施－改善・評価のサイクルが位置づけられていた．

(4) 数学教育研究から（第２節，第３節）

- 構成主義的視座による計算の意味に関連した計算方略の解明，発達段階のモデル，社会文化的背景と計算方略の関係などの知見が蓄積されていた．
- 計算練習を行いながら高次な能力を高める，基礎と高次の同時的達成をめざす本質的学習環境の独自性を確認した．

第４章：授業開発研究の枠組み構築

第４章は第２章と第３章を合わせて授業開発研究の枠組みと調査手順について明

確化した．第 2 章におけるザンビアの教育の問題（生徒の低学力や教師の力量，授業）と，第 3 章における関連先行研究での知見を踏まえて，授業の質の向上をねらって本質的学習環境を用いる授業開発を規定した．

授業開発研究の目的

・教師，生徒，教材の三者間の相互作用を描く．

(1)本質的学習環境を用いた授業における生徒の学習の内実や過程を，指導と教材の関わりから明らかにして，基礎的能力と高次的能力の育成過程や学習成果，問題点を述べる．

(2)毎時の授業改善サイクルにおける三者間の相互作用を経時的に描き，特徴をうかびあがらせる．

授業開発実施内容

・基礎的能力と高次的能力の育成．

(1)基礎的能力は正の整数の四則計算能力を育成することに焦点づける．

(2)高次的能力に関しては，数のパターンを探究すること，本質的学習環境を探究すること，見つけた考え方を口頭や文章で述べ話し合うこと．

授業開発実施方法

・授業改善サイクル「計画 - 実施 - 評価（反省，改善)」による継続的ないとなみ．

第 5 章：本質的学習環境に基づく生徒の学習に関する予備調査

第 5 章ではザンビアの授業開発の素地として，三者の相互作用に着目する前に，生徒と教材間について，第 9 学年の生徒たちが行った本質的学習環境のワークシートにおける学習の内実を明らかにした．生徒2名の学習の特徴について論じたあと，再構成した理解モデルにおいて成績別に生徒の学習の特徴をとらえた．その結果，次の全体的特徴を明らかにした．

・学習の特徴として，理解の漸進性，後退性，不安定性を同定した．
・数列を構造から探して記述できるが，数列の規則の記述は難しかった．
・英語による記述で考え方を表現する段階までいくつかの誤答の段階を同定した．

第 6 章：本質的学習環境に基づく第 1 次調査と第 2 次調査

ルサカの L 基礎学校において第 1 次調査を実施し，カブウェの M 基礎学校において第 2 次調査を実施した．第 6 章においては各調査について定量的分析，定性的分析をおこない，授業の内実を明らかにした．

そしてそれぞれの分析結果をもとに，授業開発研究の成果を導出した.

二つの調査における良好な三者の相互関係が機能，持続したのが数の石垣の探究的な授業場面であった．そして相互作用が固定化されて改善に向けて機能することが困難であったのは，美しい包みの計算を中心としておこなった授業場面であった．前者では，教材に埋め込まれたいくつかの素材を教師が最適に用いることができ，生徒の学習の様相が活性化した．それには教師の指導の変化だけでなく，教材の良さが影響していた．この均衡がとれた経時的な相互作用をダイナミック・バランスと名づけた.

一方で，三者の相互作用が機能しなかった計算の指導では，アルゴリズムを強調した計算の内容に対して生徒の学習の現状が合致していないこと，そして教材の良さがみえなかったことが明らかになった．そしてこの場合に教師と生徒が一問一答のやりとりにおちいり，高次的な能力の育成が難しい授業となった.

これらの二つの三者間の相互作用の様相を，授業開発研究の最終成果として示した.

第 2 節　本研究の成果

本研究の成果は次の二点に集約される.

(1) 数学授業の内実を描き，授業における二つの対照的な教師，生徒，教材の経時的な相互作用を示した.

数学授業の過程を明らかにし，現状把握と改善をおこなったこと自体が授業開発研究の成果の一部である．さらに最終的にはそれらの記述を結晶化したものとして二つの経時的な相互作用の様相を提出した.

三者の相互作用に注目することで，教師と生徒の相互作用に教材が影響を与えていたことをデータにもとづいて示した.「低学力」という表現で一色にされた生徒の学習を分析的にとらえなおし，学習の可能性と深刻な問題の双方を描いた．これからのザンビアの数学授業の改善に具体的な道しるべを示したことが本研究の成果であろう.

(2) 数学の基礎的能力と高次的能力の同時的達成をザンビアの授業で実現した.

途上国における学習の改善に対して，高次的能力の育成を含めてアプローチでき

る可能性をザンビアの二つの授業開発事例から示した．授業開研究発の成果における特にダイナミック・バランスで示したように，高次的能力は萌芽的なものであったものの，これまで論じられていなかった可能性を描き出した．

第 3 節　本研究の意義と今後の課題

7−3−1. 本研究の意義

本研究は国際教育協力や途上国の理数科教育開発分野において，数学という教科で重視される数や計算領域に焦点づけて論を展開した．この領域は教科において主要な位置づけがなされており，だからこそ改善の必要性がいわれる部分でもあった．それを受けて，ザンビアの授業事例を数学教育的視点によって考察をおこなった．数学授業における生徒たちの学習のありかたや問題点を数学教育の視座から示し，教育の質の改善には授業の内実を分析的にとらえる必要があることを示した．本研究は途上国の授業を基盤とした，実践的な研究として位置づけられる．

7−3−2. 今後の課題

今後の課題を三点挙げる．(1)と(2)は数と計算の指導と教材に関する事項で，(3)は生徒の学習に関する事項である．

(1)本質的学習環境の一般化に関する課題

本研究では授業の内実を丹念に描くことを最優先にして，二つの本調査のみおこなった．その結果は数少ない先行研究の結果を乗り越えるものであった．そこではある程度の普遍性が示された．しかし研究の成果を一般化するために，本質的学習環境を援用したさらなる事例が蓄積されるべきである．

(2)数学教育，特に数と計算領域における種々のアプローチに関する課題

生徒たちは特に乗除に困難を有しており，本質的学習環境を用いても，改善が難しい側面がクローズアップされた．そこでザンビアの数学教育で強調されていた日常生活との関連性や問題解決を強調した，本質的学習環境とは異なる別のアプローチやザンビアの文化に繋がりが深い教材を適用することで，課題に切り込むことができる可能性を示唆する．

(3) 生徒の学習に対する課題

生徒の学習指導の内実を描くなかで，いくつかの問題がうかびあがった．たとえば，下位生徒の深刻な学習過程の把握と，計算に関する意味，理解の実態の解明，言語的な影響と数学学習の関連などを挙げることができる．課題は山積しているが，ザンビアの数学授業の質を全体的に高めるうえで，これらの課題をとりあげ，一つひとつ丹念に論じる必要がある．

第７章　参考文献

ルブール, O.（石堂常世訳.）(1981).『教育は何のために　教育哲学入門』, 勁草書房.

引用・参考文献（洋書）

Ackers, J., and Hardman, F. (2001).Classroom Interaction in Kenyan Primary Schools, *Compare: A Journal of Comparative and International Education*, 31(2), 245-261.

Alexander, R. (2008). *Education for All, The Quality Imperative and the Problem of Pedagogy, Create Pathways to Access Research Monograph No.20*, Institute of Education, University of London.

Anderson, L. W. (1991). *Increasing Teacher Effectiveness*, Paris, UNESCO:IIEP.

Anderson, L. W. (2004). *Increasing Teacher Effectiveness, Fundamentals of Educational Planning 79*, UNESCO: IIEP.

Anghileri, J. (2000). *Teaching Number Sense*, London: Continuum.

Anghileri, J., Beishuizen, M., and van Putten, K. (2002). From Informal Strategies to Structured Procedures: Mind the Gap!, *Educational Studies in Mathematics,* 49, 149-170.

Arthur, J. (1996). Code Switching and Collusion: Classroom Interaction in Botswana Primary Schools, *Linguistics and Education*, 8, 17-33.

Barmby, P., Harries, T, Higgins, S., and Suggate, J. (2009). The Array Representation and Primary Children's Understanding and Reasoning in Multiplication, *Educational Studies in Mathematics,* 70, 217-241.

Baroody, A. (1989). Kindergartners' Mental Addition with Single-Digit Combinations, *Journal for Research in Mathematics Education*, 20, 215-235.

Bell, A., Fischbein, E., and Greer, B. (1984). Choice of Operation in Verbal Arithmetic Problems: The Effects of Number Size, Problem Structure and Context, *Educational Studies in Mathematics,* 15(2), 129-147.

Beishuizen, M. (1993). Mental Strategies and Materials or Models for Addition and Subtraction up to 100 in Dutch Second Grades, *Journal of Research in Mathematics Education,* 24(4), 294-323.

Beishuizen, M., and Anghileri, J. (1998). Which Mental Strategies in the Early Number Curriculum? A Comparison of British Ideas and Dutch Views, *British Educational Research Journal*, 24(5), 519-538.

Berry, J. W. (1985). Learning Mathematics in a Second Language: Some Cross-Cultural Issues, *For the Learning of Mathematics*, 5(2), 18-23.

Bloom, S. B., et al. (1956). Cognitive domain, New York.

Blöte, A. W., Klein, S. A., and Beishuizen, M. (2000). Mental Computation and Conceptual Understanding, *Learning and Instruction*, 10, 221-247.

Bobbitt, F. (1998). Scientific Method in Curriuclum-Making. In Flinders, J. D., and Thornton, J. S. (Eds.). *The Curriculum Studies Reader Third Edition* (pp.15-21), Routledge.

Bunyi, G. (1997). Multilingualism and Discourse in Primary School Mathematics in Kenya. *Language, Culture and Curriculum*, 10(1), 52-65.

Carraher, N. T., Carraher, W. D., and Shuliemann, D. A. (1987). Written and Oral Mathematics, *Journal for Research in Mathematics Education*, 18(2), 83-97.

Carron, G., and Chau, T. N. (1996). *The Quality of Primary Schools in Different Development Context*. UNESCO.

Cleghorn, A., Merrit, M., and Abagi, J. (1989). Language Policy and Science Instruction in Kenyan Primary Schools.*Comparative Education Review*, 33(1), 21-39.

Craig, H. J., Kraft, R. J., and du Plessels, J. (1998). *Teacher Development: Making an Impact*, World Bank.

Curriculum Development Centre. (1983). *Basic Education Mathematics Syllabus (Grade 1-9)*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Curriculum Development Centre. (2003). *Basic Education Mathematics Syllabi Grade 1-7*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Eisner, W. E. (2009). Educational Objectives-Help or Hindrance? In Flinders, J.D., and Thornton, J. S. (Eds.). *The Curriculum Studies Reader Third Edition*, (pp.107-113), Routledge.

af Ekenstam, A., and Greger, K. (1983). Some Aspects of Children's Ability to Solve Mathematical Problems, *Educational Studies in Mathematics,* 14, 369-384.

Ellerton, F. N., and Clarkson, C. P. (1996). Language Factors in Mathematics Teaching and Learning. In Bishop, J. A. (Eds.). *International Handbook of Mathematics Education* (pp.987-1033)*, Kluwer Academic Publishers*, Netherlands.

Fiori, C., and Zuccheri, L. (2005). An Experimental Research on Error Patterns in Written Subtraction. *Educational Studies in Mathematics*, 60(3), 323-331.

Fischbein, E., Nello, S. M., and Marino, S. M. (1985). The Role of Implicit Models in Solving Verbal Problems in Multiplication and Division, *Journal of Research in Mathematics Education*, 16(1), 3-17.

Foxman, D., and Beishuizen, M. (2002). Mental Calculation Methods Used by

11-Year-Olds in Different Attainment Bands: A Reanalysis of Data from the 1987 APU Survey in the UK, *Educational Studies in Mathematics*, 51(1/2), 41-69.

Fuller, B., and Snyder, W. C. (1991). Vocal Teachers, Silent Pupils? Life in Botswana Classrooms. *Comparative Education Review*, 35(2), 274-294.

Fuson, K. (1992). Research on Whole Number Addition and Subtraction. In Grouws, A. D. (Ed.). *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (pp.243-275), Macmillan, New York.

Fuson, C. K., and Briars, J. D. (1990). Using a Base Ten Blocks Learning/Teaching Approach for First and Second-Grade Place-Value and Multi-digit Addition and Subtraction, *Journal for Research in Mathematics Education*, 21(3), 180-206.

Gray, M. E., and Tall, O. D. (1994). Duality, Ambiguity, and Flexibility: A "Perceptual" View of Simple Arithmetic, *Journal for Research in Mathematics Education,* 25(2), 116-140.

Greer, B. (1992). Multiplication and Division as Models of Situations. In Grouws, A. D. (Ed.). Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (pp.276-295), New York: Macmillan.

Hardman, F., Abd-Kadir, J., and Smith, F. (2008). Pedagogical Renewal: Improving the Quality of Classroom Interaction in Nigerian Primary Schools. *International Journal of Educational Development*, 28, 55-69.

Hart, K. M. (1981). *Children's Understanding of Mathematics*, Murray, London.

Harvey, L., and Green, D. (1993). Defining Quality, *Assessment and Evaluation in Higher Education,* 18(1), 9-26.

Herr, K., and Anderson, G. (2005). *The Action Research Dissertation -A Guide for Students and Faculty-*, Sage Publications, Inc. California.

Herscovics, N., and Bergeron. J. C. (1988). An Extended Model of Understanding, *Proceeding of the 10th PME-NA*, 15-22.

Hoppers, W. (1996). *Searching for Relevance: the Development of Work Orientation in Basic Education*, UNESCO: IIEP.

Hope, A. J. (1987). A Case Study of a Highly Skilled Mental Calculator, *Journal of Research in Mathematics Education*, 18(5), 331-342.

Hope, A. J., and Sherril, M. J. (1987). Characteristics of Unskilled and Skilled Mental Calculators, *Journal of Research in Mathematics Education*, 18(2), 98-111.

Huber, F. (1972). *Allegemeine Unterrichtslehrs*, Jultus Klinkhardt.

Hungi, N., Makuwa, D., Ross, K., Saito, M., Dolata, S., van Cappelle, F., Paviot, L., and Vellien, J. (2010). *SACMEQ III Project Results: Pupil Achievement Levels in Reading and Mathematics Working Document Number 1*, SACMEQ.

Hunkins, P. F., and Hammill, A. P. (1994). Beyond Tyler and Taba: Reconceptualising the Curriculum Process, *Peabody Journal of Education*, 69(3), 4-18.

Irwin, K., and Irwin, R. (2005). Assessing Development in Numeracy of Students from Different Socio-Economic Areas: A Rasch Analysis of Three Fundamental Tasks, *Educational Studies in Mathematics*, 58(3), 283-298.

Jackson, W. P. (1992). Conceptions of Curriculum and Curriculum Specialists. In Jackson, W. P. (Ed.). *Handbook of Research on Curriculum* (pp.3-40), Macmillan.

Jackson, W. P. (2009). The Daily Grind. In Flinders, J. D., and Thornton, J. S. (Eds.). *The Curriculum Studies Reader Third Edition* (pp.107-113), Routledge,

Kaasila, R., Pehkonen, E., and Hellinen, A. (2010). Finnish Pre-Service Teachers' and Upper Secondary Understanding of Division and Reasoning Strategies Used, *Educational Studies in Mathematics,* 73, 247-261.

Kelly, M. J., and Kanyika, J. (1999). *Learning Achievement At the Middle Basic Level Final Report on Zambia's National Assessment Project 1999*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Klein, S. A., Beishuizer, M., and Treffers, A. (1998). The Empty Number Line in Dutch Second Grades: Realistic Versus Gradual Program Design, *Journal of Research in Mathematics Education*, 29(4), 443-464.

Klingberg, L. (1972). *Einführung in die Allgemeine Didaktik*, Volk und Wissen Volkseigener Verlag.

Kouba, L. V. (1989). Children's Solution Strategies for Equivalent Set Multiplication and Division Word Problems, *Journal of Research in Mathematics Education,* 20(2), 147-158.

Liyungu, R., Monde, M., and Roberts, B. (2004). *Basic Mathematics 1*, Macmillan Zambia Ltd, Lusaka, Zambia.

Liyungu, R., Monde, M., and Roberts, B. (2005). *Basic Mathematics 2 and 5*, Macmillan Zambia Ltd, Lusaka, Zambia.

Markovits, Z., and Sowder, J. (1994). Developing Number Sense: An Intervention Study in Grade 7, *Journal of Research in Mathematics Education*, 25(1), 4-29.

Ministry of Education. (1992). *Focus on Learning Strategies for the Development of School Education in Zambia*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Ministry of Education. (1996a). *Educating Our Future*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Ministry of Education. (1996b). *Zambia Basic Education Course Mathematics Syllabus Grade 1-7*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Ministry of Education. (2002). *Education in Zambia 2002 Situational Analysis Draft*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Ministry of Education. (2003a). *Basic Education Mathematics Syllabi Grade 1-7*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Ministry of Education. (2003b). *Strategic Plan 2003-2007*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Ministry of Education. (2008). *2008 Educational Statistical Bulletin*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Ministry of Education and JICA. (2002). *Strengthen Of Mathematics and Science Education in Zambian Secondary Schools Baseline Report*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Ministry of Education Teacher Education Department. (2001). *Assessment Instrument for Mathematics User Guide*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

Moloi, F., Morobe, N., and Urwick, J. (2008). Free but Inaccessible Primary Education: A Critique of the Pedagogy of English and Mathematics in Lesotho. *International Journal of Educational Development*, 28, 612-621.

Monde, M., Mutale, L., Rowlands, G., and Sakala, C. (2006). *Basic Mathematics 3, 6,* Macmillan Zambia Ltd, Lusaka, Zambia.

Monde, M., Mutale, L., Rowlands, G., and Sakala, C. (2007). *Basic Mathematics 4, 7*, Macmillan Zambia Ltd, Lusaka, Zambia.

Mulligan, J. (1992). Children's Solutions to Multiplication and Division Word Problems: A Longitudinal Study, *Mathematics Education Research Journal*, 4(1), 24-41.

Mulligan, J., and Mitchelmore, C. M. (1997). Young Children's Intuitive Models of Multiplication and Division, *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(3), 309-330.

Murphy, C. (2004). How Do Children Come to Use a Taught Mental Calculation Strategy?, *Educational Studies in Mathematics*, 56(1), 3-18.

Neuman, D. (1987). The Origin of Arithmetic Skills, *A Phenomenographic Approach*, Acta Universitatis Gothoburgensis, Göteborg.

Neuman, D. (1999). Early Learning and Awareness of Division: A Phenomenographic Approach, *Educational Studies in Mathematics,* 40, 101-128.

Nunes, T., and Bryant, P. (1996). *Children Doing Mathematics*. Oxford : Blackwell.

Nunes, T., Schliemann, D. A., and Carraher, W. D. (1993). *Street Mathematics and School Mathematics*, Cambridge University Press, Cambridge.

O-saki, K. M., and Agu, A. O. (2002). A study of Classroom Interaction in Primary Schools in the United Republic of Tanzania. *Prospects*, 32(1), 103-116.

Parlett, M., and Hamilton, D. (1977). Evaluation as Illumination; A new approach to the study of innovatory programmes. In Hamilton, D. (Eds.). *Beyond the Numbers Game* (pp.6-22)*,* McCutchan.

Pirie, S., and Kieren, T. (1992). Watching Sandy's Understanding Grow, *Journal of Mathematical Behaviour*, 11, 243-257.

Pirie, S., and Kieren, T. (1994). Growth in Mathematical Understanding: How can we characterize it and how can we represent it?, *Educational Studies in Mathematics*, 26, 165-190.

Plunkett, S. (1979). Decomposition and All That Rot, *Mathematics in School*, 8(3), 2-5.

Pontefract, C., and Hardman, F. (2005). The Discourse of Classroom Interaction in Kenyan Primary Schools, *Comparative Education*, 41(1), 87-106.

Prophet, R. (1995). Views from the Botswana Junior Secondary Classroom: Case Study of a Curriculum Intervention. *International Journal of Educational Development*, 15(2), 127-140.

Republic of Zambia. (2006a). *Fifth National Development Plan*, Republic of Zambia, Lusaka, Zambia.

Republic of Zambia. (2006b). *Vision 2030*, Republic of Zambia, Lusaka, Zambia.

Rogan, M. J. (2007). How Much Curriculum Change Is Appropriate? Defining a Zone of Feasible Innovation?, *Science Education*, 91(3), 439-460.

Rowell, M. P., and Prophet, R. (1990). Curriculum in Action: the 'Practical' Dimension in Botswana Classrooms. *International Journal of Educational Development*, 10(1), 17-26.

Rugg, H. (1947). *Foundations for American Education*, World Book Company.

Scheerens, J. (2000). *Improving School Effectiveness: Fundamentals of Educational Planning No.68*. UNESCO-IIEP.

Scribner, S. (1984). Studying Working Intelligence. In Rogoff, B., and Lave, J. (Eds.).

Everyday Cognition: Its Development in Social Context (pp.9-40), Harvard University Press, Cambridge.

Selter, C. (2001). Addition and Subtraction of Three-digit Numbers: German Elementary Children's Success, Methods and Strategies, *Educational Studies in Mathematics*, 47(2), 145-173.

Shampango, L., Nkhalamo, J., Solomon, R., and Buckwell, G. (2003). Macmillan Secondary Mathematics for Zambia Pupils Book 8,9, Macmillan Zambia Ltd, Lusaka, Zambia.

Skemp, R. R. (1976). Relational Understanding and Instrumental Understanding, *Mathematics Teaching*, 77, 22-26.

Taba, H. (1962).*Curriculum Development- Theory and Practice-,* Harcourt, Brace & World, Inc.

Ter Heege, H. (1985). The Acquisition of Basic Multiplication Skills, *Educational Studies in Mathematics*, 16, 375-388.

The Examinations Council of Zambia. (2002). *Learning Achievement at the Middle Basic School -Report on Zambia National Assessment Project 2001-*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

The Examinations Council of Zambia. (2006). *Learning Achievement at the Middle Basic Level 2003*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

The Examinations Council of Zambia. (2008). *Learning Achievement at the Middle Basic Level -Zambia's National Assessment Survey Report 2006-*, Ministry of Education, Lusaka, Zambia.

The World Bank. (1990). *Primary education: a World Bank Policy Paper,* The World Bank.

Thompson, T. (Ed.). (1997). *Teaching and Learning Early Number*, Open University Press.

Threlfall, J. (2002). Flexible Mental Calculation, *Educational Studies in Mathematics*, 50(1), 29-47.

Tompson, W. T. (1992). Notations, Conventions, and Constraints; Contributions to Effective Uses of Concrete Materials in Elementary Mathematics, *Journal of Research in Mathematics Education,* 23(2), 123-147.

Torbeyns, J., De Smedt, B., Ghesquière P., and Verschaffel, L. (2009). Acquisition and use of shortcut strategies by traditionally schooled children. *Educational Studies in Mathematics*, 71(1), 1-17.

Treffers, A. (1993). Wiskobas and Freudenthal Realistic Mathematics Education, *Educational Studies in Mathematics,* 25(1/2), 89-108.

Tyler, W. R. (1949). Basic Principles of Curriculum and Instruction. Chicago: University Chicago Press. In Flinders, J. D., and Thornton, J. S. (Eds.). *The Curriculum Studies Reader Third Edition* (pp.69-77), Routledge.

UNESCO. (2000). *The Dakar Framework for Action Education for All: Meeting our Collective Commitments*, UNESCO.

UNESCO. (2004). *EFA Global Monitoring Report 2005 Education for All The Quality Imperative*, UNESCO.

UNESCO. (2009). *EFA Global Monitoring Report 2009 Overcoming Inequality: Why Governance Matters*, UNESCO.

UNESCO. (2010). *EFA Global Monitoring Report 2010 Reaching the marginalized*, UNESCO.

Vergnaud, G. (1983). Multiplicative Structures. In Lesh, R., and Landau, M. (Eds.). *Acquisition of Mathematics Concepts and Processes* (pp.127-174), Academic Press.

Verspoor, A. M. (Ed.). (2003) *The Challenge of Learning: Improving the Quality of Basic Education in Sub-Saharan Africa*, ADEA.

Winter, H. (1984). Begriff und Bedeutung des Üben im Mathematikunterricht, *Mathematiklehren*, February, 4-16.

Wittmann, Ch. E. (1984).Teaching Units as the Integrating Core of Mathematics Education, *Educational Studies in Mathematics*, 15, 25-36.

Wittmann, Ch. E. (1995). Mathematics Education as a Design Science, *Educational Studies in Mathematics*, 29, 355-374.

Wittmann, Ch. E. (2001a). Developing Mathematics Education in a Systemic Process. *Educational Studies in Mathematics*, 48, 1-20.

Wittmann, Ch. E. (2001b). The Alpha and Omega of Teacher Education: Organizing Mathematical Activities. In Holton, D. (Ed.). *The Teaching and Learning of Mathematics at University Level : An ICMI Study* (pp.39-552).

Wittmann, Ch. E. (2004). Empirical Research Centred Around Substantial Learning Environments.『数学教育論文発表会論文集』, 37, 1-14.

Wittmann, Ch. E. (2005). Mathematics as the Science of Patterns-A guideline for Developing Mathematics Education from Early Childhood to Adulthood, Paper presented paper from plenary lecture presented at the international colloquium ‘Mathematical Learning from Early Childhood to Adulthood’, July 7-9, 2005.

Wittmann, Ch. E. (2006). Operative Proofs, Paper presented at the international conference Explanation and Proof in Mathematics: Philosophical and Educational Perspectives, Universitat Duisburg-Essen, Campus Essen, November 1-5, 2006.

Wittmann, Ch. E. (2007). Operative Proof in Elementary Mathematics, Paper presented at the international conference, The Future of Mathematics Education in Europe, Lisbon 17-19, December, 2007, organised by the Academia Europaea.

Wittmann, Ch. E. (2009). Save the phenomena!, the translated paper of Rettet die Ph änomene! In Selter, Ch., and Walther, G. (Eds.). *Mathematiklernen und gesunder Menschenverstand*, Festschrigt für Gerhard N. Müller. Leipzig, Klett Grundschulverlag, 2001, 222-242.

Wittmann, Ch. E., and Müller, G. (2000). *Das Zahlenbuch Mathematik im 1*, Schljahr Lehrerband Neubearbeitung, Ernst Klett Grundschlverlag Gmbh.

引用・参考文献（和書）

秋田喜代美．(2006)．『授業研究と談話分析』，放送大学教育振興会．

秋田喜代美，市川伸一．(2001).「教育・発達における実践研究」，『心理学研究法入門－調査・実験から実践まで』（南風原朝和，市川伸一，下山晴彦編），pp.153-183，東京：東京大学出版会．

秋田喜代美，能智正博監修．(2008).『事例から学ぶはじめての質的研究法』，東京図書．

安彦忠彦．(2003).『カリキュラム開発で進める学校改革』，明治図書．

池谷拓人．(2009).「ザンビア後期基礎教育における数学科授業分析の研究－教師・生徒の言語活動を中心に－」，『国際協力研究誌』，15(1/2)，125-140．

石田純一，神田恵子，林真理恵．(2008)．「小数の乗除の演算決定および計算の仕方の指導に関する研究ー小数倍の意味と関係図の指導に焦点をあてて－」，『日本数学教育学会誌』，90(8)，2-12．

石原純．(2008)．『生命倫理を視点とした高校公民科の授業開発』，兵庫教育大学大学院連合学校博士論文．

市川啓．(2003)．「割合の見方を育てる小数倍の意味指導」，『日本数学教育学会誌』，85(12)，31-41．

浮田七実．(2010).「学習意欲を高める算数的活動の工夫ー説明活動を通して：1 年『ひき算』－」，『新しい算数研究』，no.3，12-15．

ヴィットマン，Ch. E.（國本景亀，山本信也共訳．）(2004).『PISA を乗り越えて：生命論的観点からの改革プログラム　算数・数学授業改善から教育改革へ』，東洋館．

黄福涛．(2008).「大学カリキュラムの分析枠組み－カリキュラム研究の展開を手掛かりとして－」，『広島大学高等教育研究開発センター大学論集』，39，15-31．

大西泰博，吉本美紀．(2005).「乗法の筆算をつくりあげる過程に見られる子どもの思考と様相」，『日本数学教育学会誌』，87(12)，2-10．

岡崎誠司．(2005).『変動する社会の認識形成をめざす小学校社会科授業開発研究　仮説吟味学習による社会科教育内容の改革』，広島大学大学院博士論文．

岡崎正和．(1998).「均衡化理論に基づく数学的概念の一般化における理解過程に関する研究」，広島大学大学院博士論文．

岸本忠之．(2005)．「小数の除法の授業における児童の数学的コミュニケーションを高める指導」，『日本数学教育学会誌』，87(2)，2-10．

北村友人．(2008).「EFA 推進のためのグローバル・メカニズム－国際教育協力をめぐる公共性と政治性」，『国際教育開発の再検討　途上国の基礎教育普及に向けて』（小川啓一他編），pp.5-27，東信堂．

木根主税．(2006).『ザンビア基礎学校における数学的活動に基づく授業展開の現状と可能性』，広島大学大学院国際協力研究科修士論文.

國本景亀．(2001).「ドイツの算数・数学教育の最近の動向」，『日本数学教育学会誌』，83(9)，39-49.

國本景亀．(2003).「E.Ch.ビットマンの数学教育論について(Ⅱ)－問題解決能力の育成と技能の習得・習熟を結び付ける」，『数学教育論文発表会論文集』，36，13-18.

國本景亀．(2004a).「E.Ch.ビットマンの数学教育論について(Ⅰ)－『数の本(Das Zahlenbuch)』を中心に－」，全国数学教育学会誌『数学教育学研究』，10，1-11.

國本景亀．(2004b).「行動主義から生命論(全体論)へ」，『日本数学教育学会誌』，86(1)，1.

國本景亀．(2005).「行動主義から生命論へ立つ算数・数学教育へ」，『日本数学教育学会誌』，86(4)，25-26.

國本景亀．(2006a).「機械論から生命論へ(練習に焦点をあてて)－機械論的練習から生産的（創造的）練習へ－」，『日本数学教育学会誌』，88(2)，12-19.

國本景亀．(2006b).「教員養成事始め」，全国数学教育学会誌『数学教育学研究』，12，1-11.

國本景亀．(2006c).「機械論から生命論に立つ算数・数学教育－閉じた精神から，オープンな精神に基づく算数・数学教育へ」，『数学教育論文発表会論文集』，39，13-14.

國本景亀．(2006d).『「全体論的」数学教育の理論と実践に関する研究』，平成 15－17 年度科学研究費補助金（基盤研究 C）研究成果報告書.

國本景亀．(2007).「生命論に立つ授業設計論(Ⅰ)」，全国数学教育学会誌『数学教育学研究』，13，15-22.

國本景亀．(2009).「生命論に立つ数学教育学の方法論－自由で個性豊かな算数・数学授業を目指して－」，全国数学教育学会誌『数学教育学研究』，15(2)，1-15.

國本景亀．(2010).「E.Ch.ビットマンの数学教育論について(Ⅲ)－直観手段の開発：豊かな知識の構成のために：「5 の力」に焦点を当てて－」，全国数学教育学会誌『数学教育学研究』，16(1)，1-14.

向山宣義．(2006).「除法の意味理解の指導の課題と改善－小数，分数の除法を中心に－」，『日本数学教育学会誌』，88(6)，2-9.

国立教育研究所．(1998).『小学校の算数教育・理科教育の国際比較－第 3 回国際数学・理科教育調査最終報告書』，東洋館.

米田重和．(2005).「本質的学習環境」としての算数・数学授業の実践的な研究－『美しいパターン』の中学校 1 年生の『文字と式』における活用－」，『数学教育論文発表会論文集』，38，25-30.

米田重和．(2006a).「『本質的学習環境』としての算数・数学授業の実践的な研究－『盗賊と財宝』の中学校 1 年生の『正負の数』における活用－」，全国数学教育学会誌『数学教育学研究』，12，65-70.

米田重和．(2006b).「『計算の鎖』を活用した中学校における教材開発」,『数学教育論文発表会論文集』，39，259-264.

米田重和．(2007).「『活動的・発見的学習と社会的学習』に基づく算数・数学の教材開発―多角形の内角・外角の和の教材を中心に－」,『数学教育論文発表会論文集』，40，409-414.

米田重和．(2009).「－「指導デザイン」をもとにした三平方の定理の教材に関する実践的研究－」,『日本数学教育学会誌』，91(1)，24-31.

小山正孝．(1992).「数学教育における理解のモデルについて」,『数学教育学の新展開』（岩合一男先生退官記念出版会編），聖文社，172-184.

小山正孝．(2006).「算数教育における数学的理解の過程モデルの研究」．広島大学大学院博士論文.

齊藤みを子．(2008).「教育の質に関する課題－EFA 達成に向けての質の縦横性と質の測定法」,『国際教育開発の再検討　途上国の基礎教育普及に向けて』(小川啓一他編)，pp.161-190，東信堂.

サイモン，H．A．(1969).『システムの科学』，ダイヤモンド社.

佐藤学．(1985).「カリキュラム開発と授業研究」,『カリキュラム研究入門』（安彦忠彦編），勁草書房，pp.88-122.

佐藤学．(1990).「カリキュラム研究と教師研究」,『新版　カリキュラム研究入門』（安彦忠彦編），勁草書房，pp.157-179.

澤村信英．(2008).「第 2 章　教育開発研究における質的アプローチ―フィールドワークから現実を捉える―」,『教育開発国際協力研究の展開　EFA（万人のための教育）達成に向けた実践と課題』（澤村信英編），pp.27-47，明石書店.

志田福二，岩永健司．(2009).「中学校「身近な地域の歴史学習」の授業開発研究－単元「碓氷線の歴史と現在」の開発－」,『群馬大学教育実践研究』，26，203-213.

柴田好章．(2002).『授業分析における量的手法と質的手法の統合に関する研究』，風間書房.

下田桑太郎，宮脇真一．(2009).「本質的学習環境に関する実証的研究‐SOLO taxonomy を用いた授業分析を通して‐」,『第 42 回数学教育論文発表会論文集』，67-72.

下田桑太郎．(2010).『算数科教育における「生産的練習」に関する研究－小学校低学年の「数と計算」領域に焦点を当てて －』，熊本大学大学院修士論文.

下前弘司，小原友行，池野範男，棚橋健治，鵜木毅，大江和彦，土肥大次郎，蓮尾陽平，

森才三，山名敏弘，和田文雄．(2009).「高等学校社会系教科における導入学習に関する授業開発の研究(III)－「現代社会」導入単元の場合－」,『広島大学学部・付属学校共同研究機構研究紀要』，37，173-181.

新算数教育研究会（編集）．(2009).『新しい算数研究』，no.458-no.465.

スキルベック．(1975).「カリキュラム開発と再構成」,『カリキュラム開発の課題』（文部大臣官房調査統計課），pp.95-107.

スティーン，L．A．（三輪辰郎訳．）(2000).『世界は数理でできている』，丸善.

鈴木直子．(2009).「活用するための『思考力・判断力・表現力』－判断力を活用した授業事例－第 4 学年　わり算のきまりの学習を通して」,『新しい算数研究』, 2, 16-19.

鈴木牧子．(2002).「本質的学習場に基づいた教材の研究－活動的・創造的数学教育を目指して－」,『数学教育論文発表会論文集』，35，3-18.

鈴木牧子，重松敬一，日野圭子．(2003).「本質的学習環境に基づく教材の実践的研究,『奈良大学紀要』，52(1)（人文・社会），71-83.

關浩和．(2005).『構成主義学習論を視点とした社会科授業構成とモデル授業開発』，兵庫教育大学大学院博士論文.

高橋史朗．(1996).『感性を活かすホリスティック教育』，広池学園出版部.

田中統治．(1990).「第 3 章　カリキュラムの社会学的研究」,『新版　カリキュラム研究入門』（安彦忠彦編），勁草書房，pp.65-86.

筑波大学付属小学校算数研究部．(2007).『定着をねらう算数授業と問題集 i＊tem 活用術見える学力も育てるために』，東洋館.

デブリン，K.（山下純一訳．）(1995).『数学：パターンの科学－宇宙・生命・心の秩序の探求』，日経サイエンス社.

中野博之．(2005).「問題解決型の授業における子どもの思考の様相－1 年繰り下がりのあるひき算に焦点をあてて－」,『日本数学教育学会誌』，87(4)，12-21.

中平晃．(2004).「どのように子どもたちは学校で数学を学ぶのか？－『美しい包み』『美しい包み？』からの検討―」,『数学教育論文発表会論文集』，37，61-66.

長澤憲保．(1994).「教授・学習過程としての授業」,『教育方法学』（恒吉宏典編），pp.78-82，福村出版.

長澤憲保．(1995).「授業における『つまづき』の教授学的構造分析に関する研究－教材・指導者起因性『つまづき』の構造分析を事例として－」,『学校教育学研究』，7，7-17.

西之園晴夫．(2003).「授業開発の理論　社会的構成主義は授業設計の理論になりうるか？」,『日本教育工学会研究報告集』，2003(3)，95-98.

馬場卓也．(2007).「教育開発研究における教科教育アプローチ－理数科教育の視点より－」,『国際教育協力論集』，10(3)，55-72.

馬場卓也，中村聡．(2005).「バングラデシュ国初等理数科における教授的力量の評価枠組み構築に向けた授業の立体的考察」,『国際教育協力論集』, 8(2), 63-74.

馬場卓也，柾本伸悦．(2004).「バングラデシュ国小学校算数の事例を通した教育の質的側面についての考察」,『国際教育協力論集』, 7(2), 55-67.

馬場雅史．(2005). 「小数の乗法における意味の構成に関する研究」,『日本数学教育学会誌』, 87(4), 3-11.

日置光久. (1990). 「授業システム」,『教育工学』(武村重和編), pp.29-47, 福村出版.

平林一栄．(1978).「数学教育における「理解」の問題－理解の類型論－」, 中国四国数学教育学会資料.

町田守弘．(2008).「サブカルチャー教材による国語科授業開発論－学習者の興味・関心の方略をさぐる」, 早稲田大学大学院博士論文.

的場正美．(1990).「教科のカリキュラム開発理論」,『新版　カリキュラム研究入門』(安彦忠彦編), 勁草書房, pp.157-179.

松原憲治．(2009).『ザンビアの理科教育に関する状況分析と授業分析法の開発』, 広島大学大学院国際協力研究科博士論文.

溝上慎一．(2006). 「カリキュラム概念の整理とカリキュラムを見る視点－アクティブ・ラーニングの検討に向けて－」,『京都大学高等教育研究』, 12, 153-162.

宮脇真一. (2004).「計算習熟と数学的な考え方の育成を目指す計算指導の授業開発研究」,『数学教育論文発表会論文集』, 37, 253-258.

宮脇真一．(2009a). 「入門期の算数科教育の学習環境の研究開発－第 1 学年の 1 学期における「20 までの数」の導入－」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 15(1), 61-67.

宮脇真一．(2009b).「入門期の算数科教育の学習環境の研究開発Ⅱ」,『日本数学教育学会誌』, 91(6), 2-7.

宮脇真一. (2010).「入門期の算数科教育の学習環境の研究開発　－第 2 学年における「半筆算」の意義－」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 16(1), 65-71.

森才三, 小原友行, 池野範男, 棚橋健治, 鵜木毅, 大江和彦, 土肥大次郎, 山名敏弘, 和田文雄．(2008). 「高等学校社会系教科における導入学習に関する授業開発の研究(Ⅱ)－「世界史 A 」導入単元の場合－」,『広島大学学部・付属学校共同研究機構研究紀要』, 36, 339-348.

文部大臣官房調査統計課．(1975). 『カリキュラム開発の課題』, 文部大臣官房調査統計課.

文部科学省．(2008). 『小学校学習指導要領解説　算数編』, 教育出版.

山崎準二．(2002).『教師のライフコース研究』, 創風社.

山田一(編)．(2003)．『一年生の学力保障シリーズ４「計算力」を確実に育てる』，明治図書．

山本信也．（2008）．『算数脳ドリル　たしざん王　石がき算』，学習研究社．

山本信也．（2010）．「ドイツの革新的算数教科書『数の本』（Das Zahlenbuch）」，『新しい算数研究』，no. 469，34-44．

山本信也(編)．(2006)．『ドイツからやってきた計算学習　数の石垣』，東洋館．

吉田映子．(2009)．「低学年の活用するための思考力・判断力・表現力の指導　－1年『たしざん』－」，『新しい算数研究』，2，12-15．

ルブール, O.（石堂常世訳.）（1981）．『教育は何のために　教育哲学入門』，勁草書房．

引用・参考ホームページ

国際協力機構（JICA）　http://www.jica.go.jp/

ザンビアの地図　http://www.1clic1planet.com/zambia_sm00.jpg

世界銀行統計
http://ddp-ext.worldbank.org/ext/ddpreports/ViewSharedReport?&CF=&REPORT_ID=10804&REQUEST_TYPE=VIEWADVANCED&DIMENSIONS=206&HF=N

mathe 2000　http://www.mathematik.uni-dortmund.de/ieem/mathe2000/neu.html

山本信也　http://www.educ.kumamoto-u.ac.jp/~shinya/

UNESCO　http://www.unesco.org/en/education

UNICEF.（2000）. http://www. unicef. Or.jp/about_unicef/about_rig.html

本論文に関連する著者の主な先行研究

1. 澁谷 渚. (2008a). 「本質的学習環境（SLE）に基づく数学科授業開発研究(1)－ザンビア基礎学校における生徒の活動の分析－」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』. 14，187-197.

2. 澁谷 渚. (2008b).「ザンビア生徒の学習に関する一考察－試験で測れない生徒が持つ数学的可能性に着目して－」,『第 19 回国際開発学会全国大会報告論文集』, 20-23, 2008.11.

3. 澁谷 渚. (2009a). 「本質的学習環境（SLE）に基づく数学科授業開発研究(2)－ザンビアのある基礎学校における生徒の数のパターンの認識に関する記述の分析－」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』. 15(1)，139-146.

4. 澁谷 渚. (2009b). 「ザンビアの数学カリキュラムと教科書の関連に関する一考察」,『第 20 回 国際開発学会全国大会報告論文集』, 268-271, 2009.11.

5. 澁谷 渚. (2010a). 「ザンビアにおける本質的学習環境（SLE）に基づく数学科授業開発研究(3)－第 5 学年児童が行った『数の石垣』の学習過程への着目－」，全国数学教育学会誌『数学教育学研究』. 16(2)，71-79.

6. Nagisa Shibuya. (2010b). Relationship between Teaching and Learning in Grade 6 Lessons in the Process of the Adaptation of Substantial Learning Environment in Zambia, *The 5th East Asia Regional Conference on Mathematics Education Proceedings vol.2*, 244-251.

7. 中和 渚. (2010c). 「ザンビア共和国の数学授業における教師と生徒の相互作用に関する考察－基礎学校 2 校における第 5，6 学年の実践結果と先行研究の比較から－」,『第 21 回 国際開発学会全国大会報告論文集』, 1-4, 2010.12.

8. 中和 渚. (2011a).「ザンビアのある授業における学習の内実と課題の解明―中央州第 5 学年対象の『数の石垣』の学習指導に着目して－」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』. 17(1)，9-16.

9. 中和　渚. (2011b).「ザンビア基礎学校における数学授業の学習・指導の特徴と改善に関する考察」,『アフリカ教育研究』, 1, 87-103.

参　考　資　料

第1章　参考資料 1－1：近年の教育開発における国際的動向と課題

第 2 次世界大戦後に，教育を受けることが人間にとって基本的な権利であると国際社会が合意し，多くの教育に関連する国際的とりくみが展開されてきた（北村，2008）．例えば，1948 年の「世界人権宣言（The Universal Declaration of Human Rights）」や 1989 年の「子どもの権利条約（The Convention on the Rights of Child）」の採択では，教育の果たす役割や子どもへの教育機会について言及するものであった．それらの中で改めて教育の重要性を知らしめたのが 1990 年にタイのジョムティエンで開催された「万人のための世界教育会議」であった．本会議では教育は基本的人権のうちの一つとみなされた．

本会議では教育のなかでも特に基礎教育の重要性が強調され，開発途上国と先進国が一丸となって EFA 目標達成にむけて努力することを合意した．本会議は教育の普及というテーマのもと，UNESCO・UNDP・UNFPA・UNICEF・World Bank が一堂に会して，過去に類を見ない程の大きな規模で開催された．国際社会全体でとりくむべき課題として教育を，そして国際教育協力をとらえた．EFA 理念のもとで，公的な初等教育の普及を主要課題としながらも，そのほかのインフォーマル教育・成人教育・識字を含めて基礎教育の射程を幅広くとらえなおした点は注目に値する（北村，2008）．

同時期に開催された 1990 年の国連ミレニアム・サミットにおける「ミレニアム開発目標（Millennium Development Goals: MDGs）」の八つの目標のうち二つ「初等教育の完全普及」「教育におけるジェンダー問題」が EFA の目標とも一致していた．したがって当時の国際社会において，基礎教育は教育の中で最も重要視されていたといえる．しかし，その 10 年後の 2000 年にセネガルのダカールで開催された「世界教育フォーラム」では，開発途上国の現状が EFA 目標の達成に程遠いと報告された．その打開策として，EFA 目標を見直したうえで次の六つの目標を示したダカール行動の枠組みが改めて設定された．2015 年までに以下の目標を達成するために先進国と開発途上国が協働して課題にとりくんでいる．

ダカール行動枠組み目標

1. Expanding and improving comprehensive early childhood care and education, especially for the most vulnerable and disadvantaged children.（総合的な乳幼児，そのなかでも特に最も恵まれない子供たちのケアおよび教育の拡大および改善を図ること）
2. Ensuring that by 2015 all children, particularly girls, children in difficult

circumstances and those belonging to ethnic minorities, have access to and complete free and compulsory primary education of good quality.（女子，困難な環境にいる子どもたちや少数民族の子どもたちを含むすべての子どもたちが 2015 年までに質の高い無償で義務の初等教育へのアクセスをし，教育を修了することを保証すること）

3. Ensuring that the learning needs of all young people and adults are met through equitable access to appropriate learning and life skills programmes.（すべての青年と成人が適切な学習プログラムと生活技能プログラムに対して平等にアクセスし，学習ニーズがみたされることを保証すること）

4. Achieving a 50 per cent improvement in level of adult literacy by 2015, especially for women, and equitable access to basic and continuing education for all adults（2015 年までに成人，特に女性の識字率が 50%改善され，すべての成人に基礎的で持続的な教育への平等なアクセスを得ること）

5. Eliminating gender disparities in primary and secondary education by 2005, and achieving gender equality in education by 2015, with a focus on ensuring girls' full and equal access to and achievement in basic education of good quality.（2005 年までに初等・中等教育におけるジェンダーの不平等をなくすこと，女子が質の高い初等教育において完全で平等なアクセスと達成できることを保証することに焦点をあて，2015 年までに教育におけるジェンダーの平等を達成すること）

6. Improving every aspect of the quality of education, and ensuring their excellence so that recognized and measurable learning outcomes are achieved by all, especially in literacy, numeracy and essential life skills.（質の高い教育のすべての面を改善すること，その卓越性を保証することで，確認され測定可能な学習成果が識字，計算能力，必要不可欠な生活技能の面すべてにおいて達成される）

（注）筆者訳.

（出典）UNESCO（2000; 2009; 2010）より抜粋.

第 2 章　参考資料 2－1：*FNDP*(2006)における教育・技能部門における目標と戦略

番号	プログラム	目標	戦略
1	カリキュラム 開発と教育教材	1. あらゆる教育段階に連関性がある包括的で多様化したカリキュラムをデザインする. 2. 妥当な教育教材を供給する.	【基礎教育】 (1)基礎教育のカリキュラム，第8,9学年のシラバスを開発する. 第1学年から第7学年までのカリキュラムの枠組みを再考する. (2)生徒のための学習指導教材を開発・生産・配布する. (3)代替的な基礎教育プログラムのためのオープンな教材と，遠隔教育のための教材を開発・生産する. 【中等教育】 (1)高等学校のカリキュラムと第10学年から第12学までのシラバスを開発する. (2)実践的・科学的・テクノロジー教科の学習指導を改善する. (3)生徒のための学習指導教材を開発・生産・配布する.
2	基準と評価	1. 結果重視・要求重視のカリキュラムに対応した包括的評価を開発する. 2. 国家的な資格の枠組みを確立する.	【基礎教育】 (1)持続的な評価と試験の方法を含む評価システムを構築する. (2)教育省による学校訪問を増やし，生徒の学習達成度を視察する. 【中等教育】 (1)持続的な評価と試験の方法を包括した評価制度を構築する. (2)教育省からの学校訪問を増やし，生徒の学習達成度を視察する.
3	教師教育	1. 持続的で専門的な発達，管理や支援を強化する. 2. 教師教育・管理・支援のシステムを強化する. 3. 図書館サービスの促進と発達のための包括的な国家政策，制度的枠組みを構築する.	【基礎教育】 (1)現職教員への持続的で専門的な発達を享受する. (2)学校保健・栄養における教員志望の学生への研修や現職教員研修を行い，健康促進に重点を置いた学校を作り出す. 【中等教育】 (1)現職教員への持続的で専門的な発達を享受する.
4	インフラストラクチャーの発達	教育の質への等しいアクセスと改善するための社会支援活動と，修繕を含む適切で十分なインフラストラクチャーの施設とサービスを享受する.	【基礎教育】 (1)2部制をなくすために，低学年へ十分な教室数を確保する. (2)低学年のみの基礎学校を完全な基礎学校にするため，十分な教室数，実験室等の施設を確保する. (3)基礎学校の修繕，維持する. (4)女子と障害のある子どもたちのための平等なアクセスを与えるという考え方とともに，水道と公衆衛生を整備する. (5)特に郊外の学校に教員住宅を設置する. 【中等教育】 (1)特定の地域に寮施設を付随した安価な学費の学校設計を行う. (2)十分な教室数と他の施設(実験室・図書室・実践的活動のための教室)をつくる. (3)女子と障害のある子どもたちのための平等なアクセスを与えるという考え方とともに，水道と公衆衛生を整備する. (4)特に郊外の学校に教員住宅を設置する.
5	遠隔教育と オープン学習	1. 適切な方法論と技術を駆使して，様々な伝達形態を通した基礎教育制度におけるアクセスと参加. 2. 私セクターの参加を促進する.	【基礎教育】 (1)遠隔教育とオープン学習の規定を調整するための枠組みを構築する. (2)遠隔教育とオープン学習の質とアクセスを改善するための適切な方法論と技術を認識して，最大限に有効活用する. (3)新しい基礎教育プログラムへの遠隔教育とオープン学習の教材を開発・供給する. 【中等教育】 (1)遠隔教育とオープン学習の制度を調整するための枠組みを構築する. (2)遠隔教育とオープン学習の質とアクセスを改善するための適切な方法論と技術を認識して，最大限に有効活用する. (3)パソコンによる学習(e-learning)を促進する. (4)補習授業部門(Academic Production Unit)の規定を変更する.
6	公正性	1. 障害のある子どもたちと孤児，その他の複雑な家庭環境にある子どもたちに対して，質の高い基礎教育への公正なアクセスが可能な構造を持つ，柔軟かつ包括的教育プログラムを開発する. 2. HIV/AIDSと学校保健・栄養への関わりを持つ.	【基礎教育】 (1)基礎教育におけるアクセス・参加・保持率を上昇させる. (2)奨学金制度を増やす. (3)HIV/AIDSの影響を減らし，緩和するとともに，その他の社会・健康に関する課題への取り組みを開発・支援する. (4)教師がHIV/AIDSに関する十分で妥当性のある情報を持つようにする. 【中等教育】 (1)高等学校における特に女子のアクセス・参加・保持率を上昇させる. (2)HIV/AIDSの影響を減らし，緩和するとともに，その他の社会・健康にかかわる課題への取り組みを開発・支援する. (3)教師がHIV/AIDSに関する十分で妥当性のある情報を持つようにする.
7	運営	良質の教育計画・人間開発・教育教授の財政管理と運営のための全体的枠組みの開発，見直し，改善を行う.	省略
8	教育研究	公立・私立高等教育機関における研究と革新的能力を高める.	
9	基礎的 技能教育・ 技術教育・ 職業教育	良質の教育計画・人的資源・財政運営・技能・職業教育享受の運営の全体的枠組みを発達・見直し・改善する.	

（出典） FNDP, 2006, pp.151-156 より筆者作成.

第 3 章　参考資料 3−1:國本の論文の整理(1)

番号	論文の主題	発表年	論文名	論文の主旨
1	E.Ch.ビットマンの数学教育論に関連	國本(2001)	ドイツの算数・数学教育の最近の動向	mathe2000と『数の本』の取り組みを6つの観点から紹介した.
2		國本(2004a)	E.Ch.ビットマンの数学教育論について(Ⅰ) ー『数の本(Das Zahlenbuch)』を中心にー	『数の本』の概観・構成原理・内容の特徴・方法論的特徴を示した.
3		國本(2003)	E.Ch.ビットマンの数学教育論について(Ⅱ) ー問題解決能力の育成と技能の習得・習熟を結び付ける	練習のあり方についての考察を行った.
4		國本(2010)	E.Ch.ビットマンの数学教育論について(Ⅲ) ー直観手段の開発:豊かな知識の構成のために:「5の力」に焦点を当ててー	『数の本』にある「5の力」に注目した. 子どもが数える方法から脱却することを論じた.
5	生命論に関連	國本(2004b)	行動主義から生命論(全体論)へ	巻頭言:技能の習得・習熟と問題解決能力の育成を調和的に達成することを述べた.
6		國本(2005)	行動主義から生命論へ立つ算数・数学教育へ	数学的・心理学的・教授的・実践的側面に着目し. 具体的問題を示しながら説明した.
7		國本(2006a)	機械論から生命論へ(練習に焦点をあてて) ー機械論的練習から生産的(創造的)練習へー	練習に焦点を当てて, I授業実践・講義を紹介しながら, I練習の6つの教授原理について論を展開した.
8		國本(2006c)	機械論から生命論に立つ算数・数学教育 ー閉じた精神から, オープンな精神に基づく算数・数学教育へ	機械論的・生命論的数学教育を対比し算数・数学教育の目標論を述べた.
9		國本(2007)	生命論に立つ授業設計論(Ⅰ)	機械論的・生命論的パラダイム, 結果としての, 過程としての数学の両者を対比させ, 生命論に立つ数学授業を求める必要性について論じた.
10		國本(2009)	生命論に立つ数学教育学の方法論 ー自由で個性豊かな算数・数学授業を目指してー	これまでの数学教育に対する批判を展開し, 教科と子どもの関係, 教授原理に基づいた授業構成, 授業改善について考察を行った.
11	教員養成に関連	國本(2006b)	教員養成事始め	数学教師の養成に関して数学的・心理学的・教授的・実践的側面の4つの観点から述べた後, 筆者の実践する教員養成の実践例・教材例と学生の授業実践の報告を行った.

（出典）筆者作成.

参考資料 3－2:『新しい算数研究』(2009)における國本の実践的研究の整理

	雑誌番号	頁	『新しい算数研究』(2009)における國本の論文タイトル	内容主旨
1	no. 465	pp.40-43	小・中・高で一貫して扱える学習材 －シルベスターの定理－	シルベスターの定理の紹介.
2	no. 464	pp.42-45	豊かな図形学習のために！－対称の学習を中心に－	Wittmannの『数の本』, SLEの紹介. 対称に関しての教材開発.
3	no. 463	pp.40-43	知識の習得は広く豊かな文脈で！！	活動に埋め込まれた数学・算数について. 3, 9の倍数の見分け方.
4	no. 462	pp.42-45	算数学習における方略ゲーム －一般的思考能力育成のために－	10取りのゲームと勝つための方略, 1年生25名への実践.
5	no. 461	pp.40-43	小学校2年生が平方数・ピラミッド数・7ロの計算を学習する！！	数のパターンに関する授業構想と2年生に対する指導の実際.
6	no. 460	pp.36-39	数感覚を育む学習材！－思考力を身につけよう－	数感覚を育てる8つの学習教材を紹介する. 教授原理(操作的原理・発生的認識論)・オープン性・動的関連づけの原理.
7	no. 459	pp.44-48	子どもの美的感性を育む！	本質的学習場の紹介(操作的証明・掛け算九九とネット化・美的感性・美しい包み).
8	no. 458	pp.32-35	生命論に立つ算数・数学学習 －教授原理に基づく算数・数学学習－	5年生30人に対する授業実践報告.

（出典） 筆者作成.

参考資料 3－3:山本を中心とする論文の整理

番号	発表年	論文名	論文の主旨
1	山本(2010)	ドイツの革新的算数教科書 『数の本』(Das Zahlenbuch)	『数の本』に関する紹介.
2	山本(2009a)	「本質的学習環境」としての算数科の授業	本質的学習環境の背景にある数学観, その内容や授業で用いる際の方法, 素材について述べた.
3	山本(2009b)	数学教育の研究と開発をどう進めるか？ 生命論的デザイン科学としての数学教育学の課題と展望 －E.Ch.Wittmannの数学教育学の基本的視点－	数学教育学を学として位置づける理念的基盤や数学教育学の基本的性格について論じており, Wittmannの論を包括的に整理した. 同時に, Wittmannの論を踏まえて生命論的ネットワークを提案している.
4	佐々, 山本(2009)	数学教育における操作的証明に関する研究 －おはじきと位取り表による操作的証明の事例から－	Wittmannの「操作的証明」の概念について考察し, 特徴を明らかにした. また, 実験授業を用いて「操作的証明」を学習活動に位置付ける本質的学習環境のデザインの在り方を考察した.
5	岡本・山本(2008)	『数の本』における「半筆算」の意義	「半筆算」の意義について考察を行った.
6	宮本・山本(2008)	基礎的な計算技能の習熟のための「稲妻計算」による学習活動	「稲妻計算」が基礎的な計算技能を習熟することができるのかを明らかにし試行的調査を行った. その結果, 特定の児童の反応から,「稲妻計算」は妥当な学習活動であると結論づけられた.

（出典） 筆者作成.

参考資料 3－4：本質的学習環境に関連した熊本大学大学院修士論文

	著者名	タイトル	用いたSLEや Wittmannの原理	内容
1	下田(2010)	算数科教育における「生産的練習」に関する研究 －小学校低学年の「数と計算」領域に焦点を当ててー	生産的練習 美しい包み たけのこ数	練習の在り方を考察して，生産的練習に基づく練習形式を提案し，授業実践において子どもの学習成果と困難性を同定した.
2	宮脇(2010)	入門期の算数科教育の学習環境の研究開発	盗賊と財宝を 基にした 計算つなひき	小学校第1学年を対象として学習環境を研究開発して，授業実施し，それらの成果をマスタープランとワークシートに表現した.
3	宮本(2009)	小学校低学年における「稲妻計算」の学習活動の研究開発 －Das Zahlenbuchを中心にー	稲妻計算	「稲妻計算」の内容と方法について明らかにして，授業実施を行った.
4	尾形(2009)	小学校低学年における数と計算の学習のための 学習環境の研究開発	盗賊と財宝 とりのぞく	2つの本質的学習環境「盗賊と財宝」「とりのぞく」を踏まえて教材開発し，授業実践を行った.
5	岡本(2009)	小学校算数科における「半筆算」の意義 －Das Zahlenbuchを中心にー	半筆算	「半筆算」の意義を考察して学習活動をワークシートを開発し，授業実践を行った. 実践における課題について考察した.
6	大林(2006)	小学校におけるかけ算の学習活動の開発研究 －Das Zahlenbuchを中心にー	かけ算九九	かけ算九九の内容と方法を明らかにして，授業実施を行った.
7	山口(2007)	算数科における「数字カード」を活用した学習活動の 研究開発	数字カード	小学校2学年用にワークシートを開発し，実施した. その後，l再開発を行った.
8	田中(2007)	乗法の習熟を目的とした本質的学習環境の 研究開発 －ドイツの算数教科書『Das Zahlenbuch』 を中心としてー	九九カード かけ算十字	様々な学年(小学校2－3学年･3－4学年･中学校3年)向けのワークシートを開発して実施した.
9	相藤(2005)	小学校低学年における「生産的練習」の計算学習に 関する実践的研究	盗賊と財宝	「盗賊と財宝」に関して教材開発を行い，実施した.
10	池本(2005)	Das Zahlenbuchにおける「計算三角形」による 計算指導の分析と活用	計算三角形	「計算三角形」の内容と方法について明らかにし，授業実践を行った.
11	米田(2005)	「本質的学習環境」としての算数･数学の授業開発研究	―	本質的学習環境について考察を行い，それに基づいて4つの教材の例を挙げ，うち2つの授業実践について考察を行った.
12	三浦(2004)	Das Zahlenbuchの計算指導に関する実践的研究	数の石垣	『数の本』における「数の石垣」の取り扱いについて考察を行った後，数の石垣の教材を開発し，授業実施した.

（注）これらの論文要旨はすべて山本のホームページ

http://www.educ.kumamoto-u.ac.jp/~shinya/で入手可能.

（出典）筆者作成.

第 5 章　参考資料 5―1:予備調査までの流れ

最初のフィールドワークでは 2006 年 1 月から 3 月にかけて A 基礎学校の数学クラブにおいて本質的学習環境を行い，教材の選定を目的として第 8―9 学年生徒の状況を定性的に観察，分析した．そこから，生徒の態度，情意面の前向きな変化や，学習活動中に見られる改善すべき点や行動的特徴，また教授言語である英語理解の困難性が観察された．そのような中で本質的学習環境を授業で実施する可能性を確認した．

次のフィールドワークでは 2006 年 6 月から 7 月に本質的学習環境の授業を実施した．計算練習の側面を重視し，同時に，生徒がパターンへの気づきにも注意していることを観察し，生徒による問題作りなどの主体的な活動の可能性を確認した．これらのフィールドワークに合わせ，通常の数学の授業における個々の生徒の学習の様子や成績といった様子を観察した．

フィールドワーク(1)

調査時期:2006 年 2 月から 2006 年 4 月

調査対象:理科·数学クラブの第 8，9 学年の生徒約 20 名

調査の狙い:ドイツの本質的学習環境を試行する.

本質的学習環境の選定と再構成への視点を探る.

再構成への示唆:生徒の現状把握，問題作りの可能性，計算習熟への焦点化

↓

フィールドワーク(2)

調査時期:2006 年 5 月から 2006 年 6 月

調査対象:第 8 学年 A 組の生徒 63 名 (男子 25 名，女子 38 名)

調査の狙い:授業実践を行い，能力差のある生徒を観察し，本質的学習環境の有効性を探る. 計算練習の側面を重視する.

再構成への示唆:本質的学習環境の有効性，高次的能力を育成できる可能性

↓

予備調査

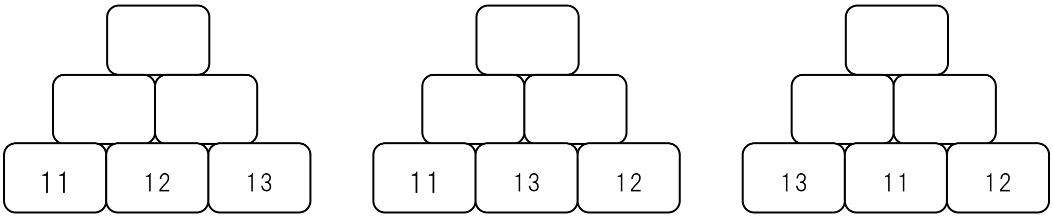
調査時期:2007 年 2 月から 2007 年 3 月

調査対象:第 9 学年 A，C 組の生徒 78 名中，22 名抽出

(A 組 37 名，男子 15 名，女子 22 名，C 組 41 名，男子 19 名，女子 22 名)

参考資料 5－2：予備的調査におけるプリント学習の問題

プリント(3)　1. 数の石垣の 3 段目に 11, 12, 13 の数字カードを入れたら次のようになりました. 数の石垣を完成させなさい.



2. 1 で作った数の石垣を見頂上の数が一番大きい石垣はどれでしょうか？

3. ここに 20, 21, 22 の数字カードがあるとします. 1 と同じように 3 つの数を並び替えて計算し,どの数の石垣が一番大きな頂上の数を持っているのか調べよう.

プリント(3)　1. 頂上の数が 100 となるような数の石垣を沢山作ってみよう.

プリント(15)タブラ・ラサ

1. 空白を埋めなさい. どのように計算したのか空欄に示しなさい.

・	3		
	9		
4		16	20
5		20	25

・			
2		8	12
4	8	16	
6	12		36

・		5	
1			
	5	25	50
10			

2. 問題 1 を見て,何か気づくパターンはありますか？文章で書きましょう.

プリント(20)美しい包み

計算しなさい.

(1)

7 x 12 =
14 x 6 =
3 x 28 =
6 x 13 =

(2)

48 ÷ 4 =
63 ÷ 9 =
36 ÷ 6 =
63 ÷ 13 =

(3)

31 － 13 =
42 － 24 =
62 － 26 =
53 － 35 =

上の数を見て,何かパターンに気づいたらその部分を○で囲ってみましょう.

プリント(21)美しい包み

1. 美しい包みを計算しなさい.

700	690	680	670
−501	−502	−503	−504

何かパターンを見つけることはできますか？気づいたことを書きましょう.

参考資料 5−3：予備調査における事前・事後テストの問題

＊(1)から(5)は各 2 点,(6)から(35)は各 3 点配点.

1. 計算しなさい. 計算過程を示しなさい.

(1)23＋124

(2)58＋85

(3)86−33

(4)141−57

(5)9×8

(6)123×1

(7)56÷8

(8)91÷13

(9)−5＋(−4)

(10)81.5−19.4

(11)1.3×0.7

(12)−81÷(＋9)

(13)4/7＋1/7

(14)3/5−2/6

2. 数列を完成させなさい. (19)は x と y の関係から数を埋めなさい.

(15)1, 2, 4, 8, (　　)…

(16)13, 11, 9, 7, (　　)…

(17)0.9, 1.8, 2.7, 3.6, (　　　), 5.4, 6.3 …

(18)5, 3, 1, −1, −3, (　　)…

(19)

x	4	5	6	7
y	9	11	(　　)	15

3. 数列の規則を説明しなさい.

(20)1, 3, 5, 7, 9, 11, …　(21)2, 5, 8, 11, 14, 17, …　(22)0.7, 1.4, 2.1, 2.8, 3.5, …

4. 以下の問題に答えなさい.

(23)208 より 19 小さい数を求めなさい.　(24)2.3 と 7.9 の和を求めなさい.

(25) 20_{ten}と等しい底が 5 の数を求めなさい.

5. かっこに適した数を書き入れなさい.

(26)(　　)－109＝127　　　(27)64×(　　　)＝1280

6. 文章問題に答えなさい. 計算過程を示しなさい.

(28)クワレさんはK16500のTシャツを買いました,その後, K3900のネクタイを買いました. 合計の金額を求めなさい.

(29)1つのコンクリートブロックは12kgあります. このコンクリートブロックが50個あります. すべての重さを求めなさい.

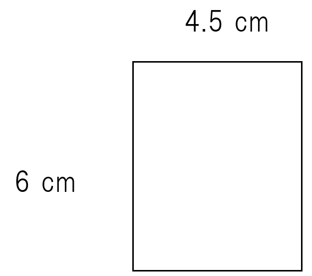
(30)K15 200を8人で等しく分けます. 1人はいくらもらえるでしょうか？

(31)2と1/2時間を分であらわしなさい.

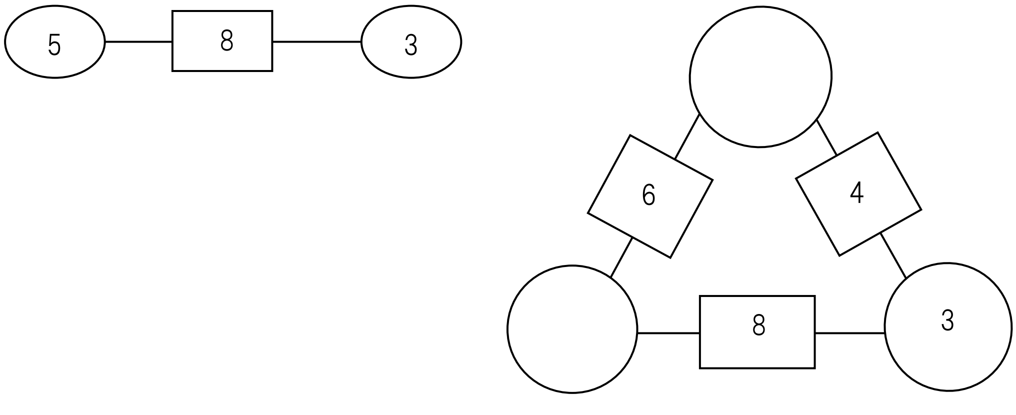
(32) 1/4より大きい分数を挙げなさい.

7. (33)5と100を用いて文章問題を作成し,解きなさい.

8. (34)縦6㎝,横4.5㎝の長方形の週の長さを求めなさい. 計算過程を示しなさい.



9. (35)下図で,□の数は両側のまるの中に書かれた数の合計です. 以下の例をみて,質問に答えなさい. 問題のまるの中に数を書きなさい.



参考資料 5－4：A 組と C 組の事前，事後テストの結果

表 5－4－1：A 組の事前，事後テストの平均正答率とそのほかの情報

A組	事前テスト	事後テスト
人数	30	30
平均点	41.30	45.27
最高点	76	73
最低点	11	9
分散	244.94	294.00
標準偏差	15.65	17.15

（出典）筆者作成.

表 5－4－2：C 組の事前，事後テストの平均正答率とそのほかの情報

C組	事前テスト	事後テスト
人数	31	31
平均点	31.61	32.81
最高点	64	70
最低点	4	8
分散	235.46	205.25
標準偏差	15.34	14.33

（出典）筆者作成.

参考資料 5－5：ルーシーの事前，事後テストの結果(%)

小問番号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	合計
事前	25	12	0	6	3	6	0	0	0	55
事後	22	12	4	3	3	9	3	0	1	57

（出典）筆者作成.

参考資料 5－6：上位群生徒のカテゴリー分類

生徒番号	出席率(%)	性別	プリントの回						
			6	7	9	15	16	19	21
1	100	男	D	A	K	J	D	L	J
2	100	女	C	D	I	B	C	A	C
3	100	男	C	A	C	E	E	E	D
4	100	女	M	J	D	K	B	M	L
5	100	女	I	D	M	M	M	M	M

（出典）筆者作成.

参考資料 6－1：調査枠組みを作るためのインタビューについて

インタビューの目的は生徒が本質的学習環境を用いるうえで適している学年を包括的に把握することであった．授業実施の目的は初めて本質的学習環境を行った場合における生徒の反応を確認して授業開発における学習内容の示唆を得ることであった．

インタビューはルサカ州ルサカ郡において実施した．インタビュー対象者はランダムに選んだ異なる学校，学年の生徒 8 名であった．インタビューでは，家族構成や通っている学校，将来の夢，趣味などについて尋ねて日常会話を行い，異なる学年の生徒たちの英語能力を把握した．

次に，数の石垣のルールについて説明した後，2 桁までの加法だけと加減が混在した問題を全 5 問解いてもらい，何らかの数パターンに気づくかどうか口頭で尋ね，可能であればそれを書き出してもらった．その結果，第 4 学年の女子 1 名には英語がまったく通じない，第 6, 7 学年以上には十分に対応可能な学習内容である，第 8, 9 学年には扱う数や内容がやさしすぎる，といった諸点を把握した．

表 6－1－1：調査対象の生徒たちの情報

生徒番号	学年	年齢	性別	部族	家で話す言語	好きな教科	苦手な教科	学校の位置
1	4	12	女	ンゴニ	ニャンジャ	英語	社会	東部州
2	6	12	男	ベンバ･トンガ	英語･トンガ	理科	数学	ルサカ州
3	6	11	男	ロジ	英語	社会	数学	ルサカ州
4	7	12	男	ルバレ	英語･トンガベンバ	社会	数学	ルサカ州
5	7	12	女	ララ	英語･ニャンジャ･ベンバ	数学	ニャンジャ語	ルサカ州
6	9	15	女	ナンガ	ニャンジャ	家庭科	農業	ルサカ州
7	9	17	男	ベンバ	英語･ニャンジャ	公民	家庭科	ルサカ州
8	9	17	男	ベンバ	ニャンジャ･ベンバ	数学	家庭科	ルサカ州

（出典）筆者作成．

参考資料 6－2：教師の情報

表 6－2－1：第 1 次調査ルサカにおける教師ムコンカの情報

名前	Mr. Mukonka（仮名）		
生誕年	1973年	部族	ロジ
年齢	35	出身	ルサカ
家族構成（昔）	父（交通事故で死去），母（父の死去3ヶ月後に亡くなる）兄妹は他に5人．兄弟のうち2人は死去．		
家族構成	妻・子供2人（8歳・3歳）		
担当学年	第1から7学年（2008年度第5学年担当）		
教員免許	Primary Teacher Certificate （第1から7学年対象） Diploma（第1から7学年対象 障害児教育）		
勤務地	ルサカ州ルサカ郡L基礎学校		
ゾーン	ルサカ州ルサカ郡Mumuniゾーン（全16校）		
校務分掌	秘書+ガイダンス・学校カウンセラー係，ディベートクラブ顧問		
趣味	ジャーナリズム，教会楽団コンダクター		
現在の職に至るまでの経緯	1973年　誕生 1979年　交通事故で父親死亡，母親も3ヶ月後死亡（5歳）． 孤児となる． 叔父に育てられる． ザンビア各地を転々とする． 中央州で高校修了． 1997年から2002年 ルサカの基礎学校教師． ルサカ郡，教員センター代理・アシスタント． 教員研修ワークショップ主催． 教員組合の州・郡の秘書． 2003年から ルサカ州ルサカ郡赴任． 2006年から2007年 障害児教育ディプロマ獲得 2008年から　L基礎学校現職．		
その他	教員養成センター長・アシスタントの推薦で筆者と出会う．夏季休暇中に学校に来ている．夏季休暇中の仕事は主にパソコンによる文書作成．秘書としての仕事が多忙．		

表 6－2－2：第 2 次調査カブウェにおける

教師ルビンダの情報

名前	Ms. Lubinda（仮名）		
生誕年	1960年	部族	ロジ
年齢	49歳	出身地	モング
家族構成（昔）	7人家族（父は死去，母，双子の兄弟，弟，妹）		
家族構成（現在）	夫（死去），4人兄弟（Ｉ人死亡，次男は大学進学，末が9学年在学）		
指導学年	5学年D組（3年時から担任）		
教員免許	・Primary Teachers Certificate （第1から第7学年対象） ・Diploma（第1から第9学年対象） ・27年の指導歴		
これまでの勤務歴	1982-1983 M基礎学校(Mazabuka) 1983-1986 C基礎学校(Chibombo) 1986-1990 L基礎学校 (Kapiri) 1990-1995 C基礎学校(Chibombo) 1995- M基礎学校(Kabwe)		
校務分掌	カルチャー，ドラマ，アートクラブ担当		
趣味	歌，踊り		
現在の職に至るまでの経緯	1960 西部州モングで生まれる 1968 N基礎学校修了 1968 西部州Kalaboへ引っ越す 1973-74 高校進学，転校 1975-79 モングへ転校，修了 1980- 軍へ入隊 1980-82 教員養成校入学，修了 1982- 教師になる 1983 結婚		

（出典）インタビューより筆者作成．

参考資料 6－3：第 1 次調査　事前・事後テスト問題

1.　計算しなさい．計算過程を示しなさい．

(1) 3 + 6 =	(2) 9 － 4 =	(3) 24 + 15 =
(4) 16 + 29 =	(5) 360 + 124 =	(6) 174 + 128 =
(7) 5246 + 4321 =	(8) 11－3 =	(9) 68－35 =
(10)83－27 =	(11)480－273 =	(12)521－342 =
(13)2×4 =	(14)7×8 =	(15)12×4 =
(16)24×10 =	(17)13×12 =	(18)130×120 =
(19)9÷3 =	(20)54÷9 =	(21)63÷21 =
(22)891÷3 =	(23)640÷32 =	

2. □にパターンに合う適した形や数を入れなさい．

(24)(25)　○●●○●●○●□○●●○●●□●●○

(26)　◇→　◇　→　◇　→　□
　　　　◇ ◇　　◇ ◇
　　　　　　　◇ ◇ ◇

(27)(28)5, 10, 15, □, 25, □, 35, 40…

(29)(30)　7, 14, □, 28, □, 42, 49…

(31)(32)　1100, 1000, 900, □, 700, 600, □, 400…

(33)(34)　101, 202, 303, □, 505, 606, 707, 808, □, 1010, 1111…

参考資料 6ー4:毎時の授業内容

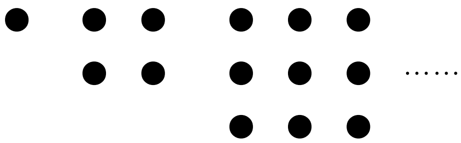
第 1 時限　パターンの練習

次に来るパターンは何でしょう？

…

① ○△□○△□○△□○△□○･･･

②



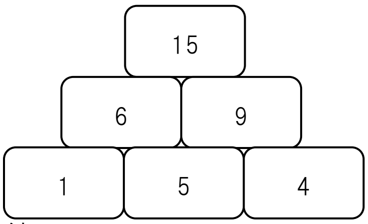
③　10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90…

④　100, 105, 110, 115, 120, 125, 130, 135…

⑤　76, 75, 74, 73, 72, 71, 70…

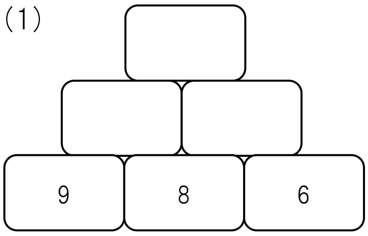
第 2 時限　数の石垣　導入

数の石垣のルール　　2 つの隣り合う石垣の数の和が上の石垣の数になる.

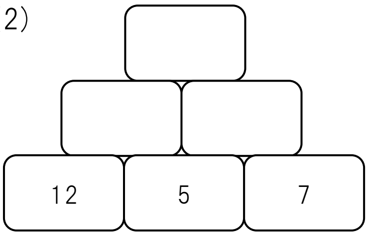


練習

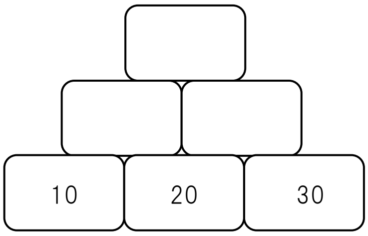
(1)



(2)



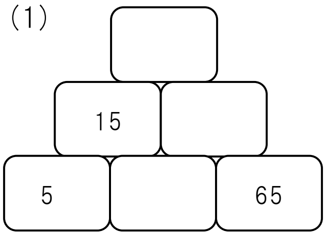
(3)



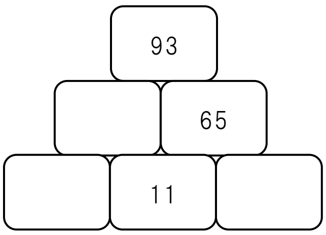
第 3 時限　数の石垣

数の石垣を完成しなさい.

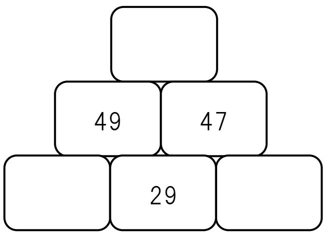
(1)



(2)



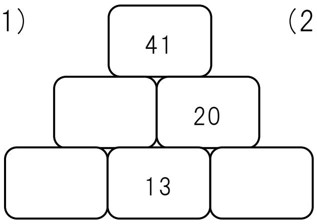
(3)



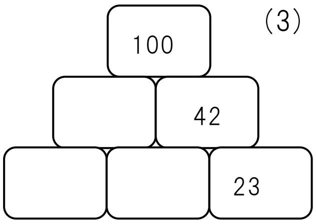
第 4 時限　数の石垣

数の石垣を完成しなさい.

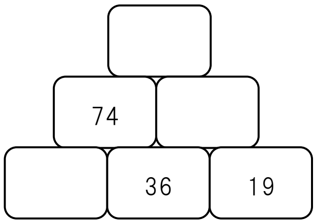
(1)



(2)



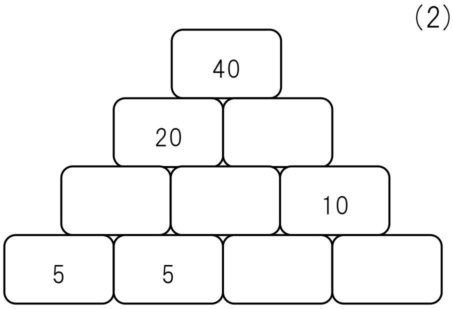
(3)



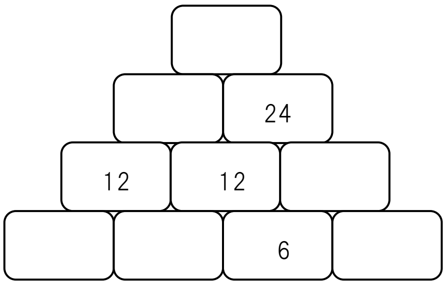
第 5 時限　数の石垣

数の石垣を完成しなさい.

(1)

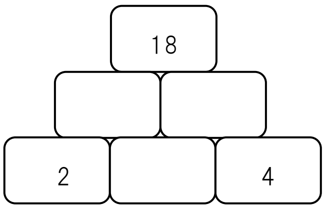


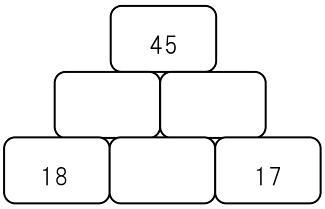
(2)



第 6 時限　数の石垣

数の石垣を完成しなさい.





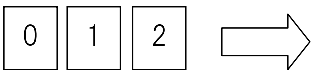
どうやって解決したかを話し合いなさい.

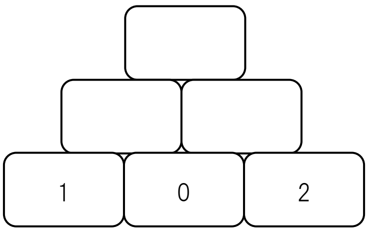
もう一度違う方法で問題を解いてみなさい.

第 7 時限　数の石垣

準備：数のカード

0，1，2と書かれた数のカードを石垣の3段目だけに置いて計算しなさい. 3段目でカードを並び替えて色々な石垣をつくりなさい. いくつ違う石垣をつくることができるでしょうか？





これらの石垣同士を比べてみなさい．何か気づいたことはありますか？

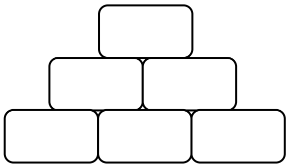
第 8 時限　数の石垣

準備：数のカード

次の与えられた数のカードを用いて数の石垣をつくりなさい．カードが実際にある場合とない場合があります．

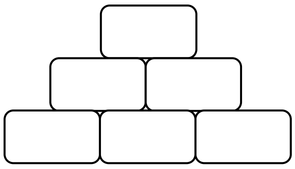
(1)(カード配布)

6	4	2	7	17	11



(2)（カード配布）

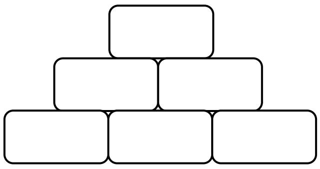
20	13	7	8	2	5



（宿題）

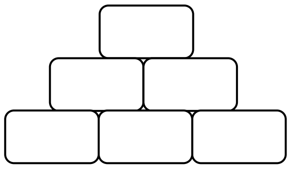
(3)(カードなし)

13	2	3	18	15	1



(4)(カードなし)

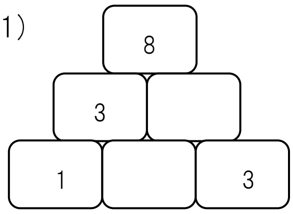
19	10	9	6	3	4



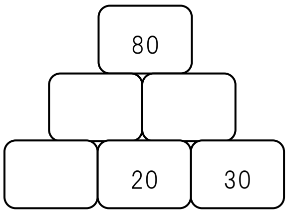
第 9 時限　数の石垣

数の石垣を完成しなさい．

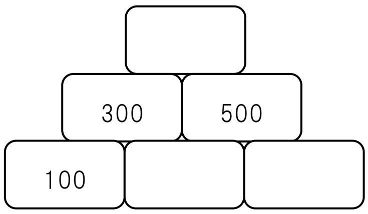
(1)



(2)

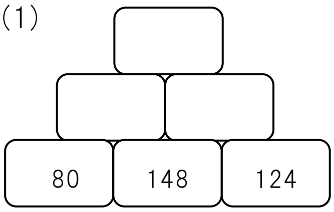


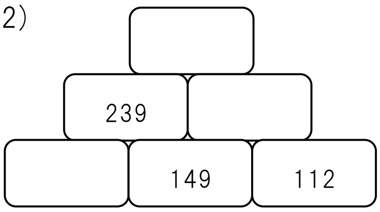
(3)

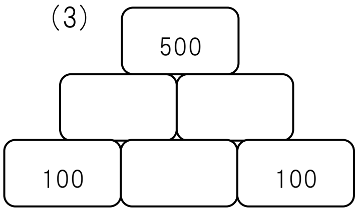


第 10 時限　数の石垣

数の石垣を完成しなさい，そして気づくことやパターンについて話し合いなさい．

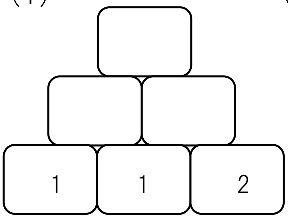
(1)


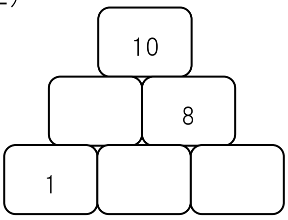
(2)


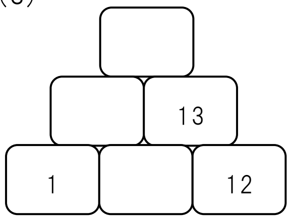
(3)


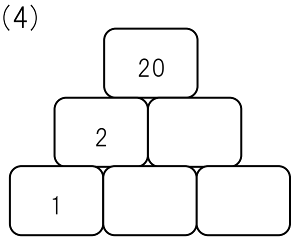
第 11 時限　数の石垣

数の石垣を完成しなさい．

(1)


(2)


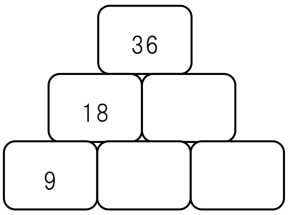
(3)


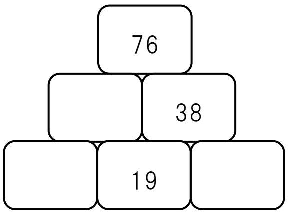
(4)


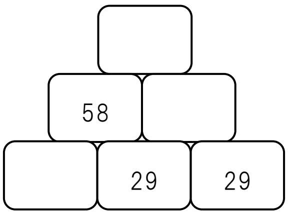
パターンを探究して話し合いなさい．

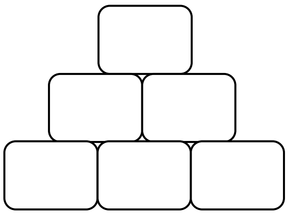
第 12 時限　数の石垣

数の石垣を完成しなさい．







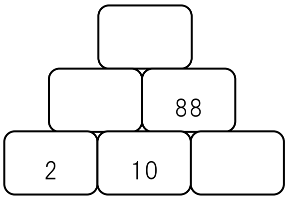


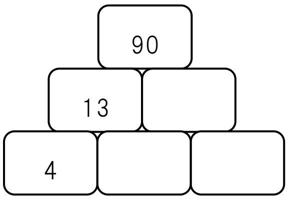
パターンを探究して話し合いなさい．

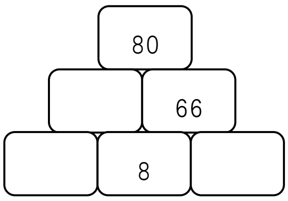
パターンに従えば，次の数の石垣はどうなりますか？

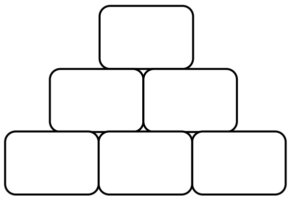
第 13 時限　数の石垣 3　Number Bricks

数の石垣を完成しなさい．









パターンを探究して話し合いなさい．

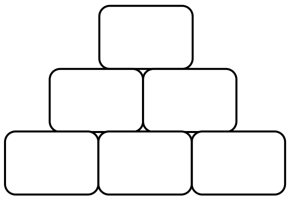
パターンに従えば，次の数の石垣はどうなりますか？

第 14 時限　Number Bricks

250 より大きい数を使って石垣をつくろう.

（問題が終わった生徒に対して）

1005 よりも大きい数を使って石垣をつくってみましょう.



第 15 時限　美しい包み

1. パターンを見ながら次に来るものを書きなさい.

（1）

（　）

（2）

●

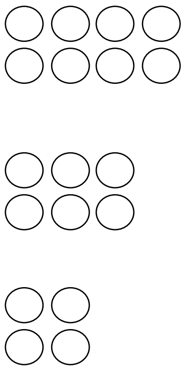
○

●

○

（　）

（3）



（　　）

（4）

100

150

200

250

（　　）

2. 計算しなさい. その後に何かパターンに気づきますか, それについて話し合いなさい.

（1）

0 + 1 =

1 + 1 =

2 + 1 =

3 + 1 =

（2）

10－ 8＝

20－16＝

30－24＝

40－32＝

（3）

2 × 20 =

3 × 10 =

4 × 5 =

5 × 2 =

第 16 時限　美しい包み

計算しなさい. その後に何かパターンに気づきますか, それについて話し合いなさい.

（1） 1 × 2 =

4 × 1 =

2 × 3=

4 × 2 =

（2） 2 × 40 =

17 × 5 =

3 × 30 =

5 × 19 =

第 17 時限　美しい包み

計算しなさい．その後に何かパターンに気づきますか．それについて話し合いなさい．

1001	1001	1001	1001
− 656	− 545	− 434	− 323

もしパターンを続けていったら，次はどんな式と答えが書けますか？

第 18 時限　美しい包み

計算しなさい．その後に何かパターンに気づきますか，それについて話し合いなさい．

320 × 75 =

150 × 16 =

5 × 48 =

8 × 3 =

第 19 時限　美しい包み（生徒の現状を見て乗法の復習に充てた）

第 18 時限と同じ問題

第 20 時限　美しい包み（生徒の現状を見て除法の確認に充てた）

計算しなさい．（生徒に解説付き）

18÷6 =

14÷2=

計算しなさい．その後に何かパターンに気づきますか，それについて話し合いなさい．

7÷ 1＝

28÷ 2＝

63÷ 3＝

112÷ 4＝

175÷ 5＝

:　　　　　パターンに気づいたら計算式を書いて続けなさい．

第 21 時限　美しい包み

計算しなさい．その後に何かパターンに気づきますか，それについて話し合いなさい．

162 ÷ 2 =

216 ÷ 3 =

256 ÷ 4 =

270 ÷ 5 =

270 ÷ 6 =

第 22 時限　美しい包み

計算しなさい．その後に何かパターンに気づきますか，それについて話し合いなさい．

384 × 3 = 1152

288 × 4 = 1162

192 × 6 = 1152

128 × 9 = 1152

第 23 時限　美しい包み

答えが全部同じ数になる美しい包みを選びなさい．

360 ÷ 40 =	6300 ÷ 900 ＝	5400 ÷ 600 ＝
180 ÷ 20=	63 ÷ 9 ＝	540 ÷ 90 ＝
18 ÷ 2＝	210 ÷ 70 ＝	540 ÷ 60 ＝
720 ÷ 80＝	2100 ÷ 300 ＝	
	270 ÷ 30 ＝	

参考資料 6－5：第 2 次調査指導案と指導メモ

第 1 時限　指導案

教師の氏名：Lubinda M.　　実施日：2009 年 5 月 15 日

学校名：　M 基礎学校　　授業時間：80 分

学年・組：5D　　実施時間：14：40 から 16：00

教科：数学　　生徒数：男子 6 名，女子 6 名，計 12 名

学習内容：足し算と引き算

タイトル：数の石垣

参考にしたもの：ブックレット

教材：演示のための石垣，ルールを書いた図，カード，チョーク

望ましい学習結果：生徒は次のことができるようになる.

・彼ら自身で数の石垣のルールを見つけることができる.

・ルールにもとづいて加法ができる.

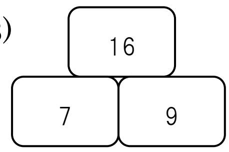
導入（10 分）

教師が数名の生徒に口頭で発問をする.

(1)（石垣の模型を準備して見せる）これは何ですか？

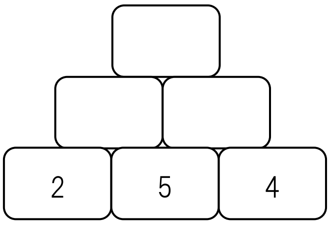
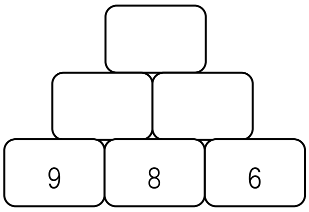
(2)（石垣の模型を指して）何のためにこれを使いますか？

(3)



の問題から生徒がルールを述べる.

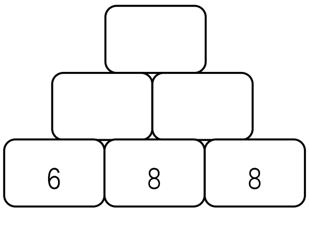
展開（40 分）

内容	方法	
学習内容	教師の活動	生徒の活動
ステップ 1	数の石垣を用いて例を提示する.  	ルールを発見し，数の石垣を完成する.
ステップ 2	生徒を学習差がある生徒たちを混ぜたグループに分け，問題を与える. （例）  	ルールを見つけ，数の石垣を完成する.
ステップ 3	グループリーダーを黒板に招き，活動を報告してもらう. 本時の授業をまとめる.	グループリーダーからの報告間違いを修正する.

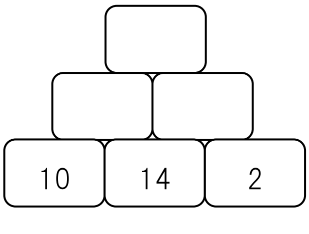
まとめ（30 分）

演習問題を行う．数の石垣を完成させる．

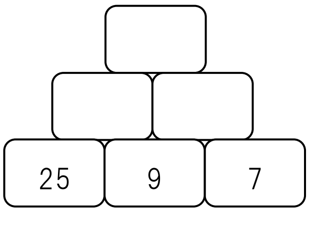
1.



2.



3.



第 2 時限　指導案

教師の氏名：Lubinda M.　　実施日：2009 年 5 月 18 日

学校名：　M 基礎学校　　授業時間：80 分

学年・組：5D　　実施時間：13：00 から 14：20

教科：数学　　生徒数：男子 12 名，女子 16 名，計 28 名

タイトル：数の石垣

参考にしたもの：ブックレット

教材：演示のための石垣，ルールを書いた図，黒板，活動のためのカード

望ましい学習結果：生徒が次のことができるようになる.

・彼ら自身で数の石垣のルールを見つけることができる.

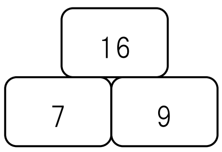
・数の石垣で計算することができる.

導入（10 分）

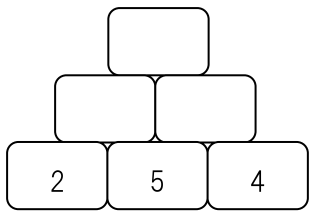
・前回行った内容に対して質問する.

（例）黒板にある数の石垣を完成しなさい.

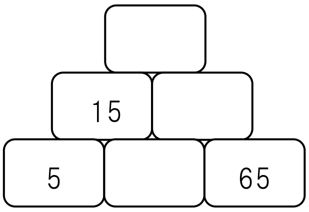
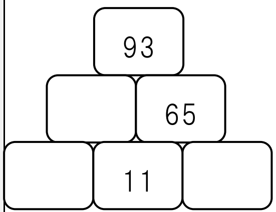
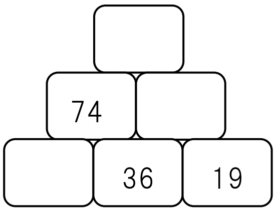
(1)



(2)

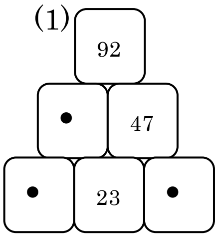


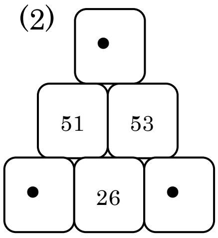
展開（40 分）

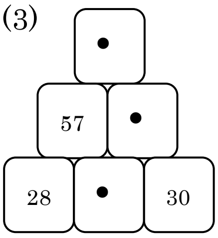
内容	方法	
学習内容	教師の活動	生徒の活動
ステップ 1 （10 分）	数の石垣を用いて例を提示する. 	ルールを発見し，数の石垣を完成する.
ステップ 2 （10 分）	能力混合グループに分け，カードに書いた問題を与える. 例(1)  (2) 	各グループで石垣を完成する.
ステップ 3 （20 分）	グループリーダーを黒板に招き，活動を報告してもらう.	グループリーダーからの報告
ステップ 4 （10 分）		質問して，誤答の場合は修正する.

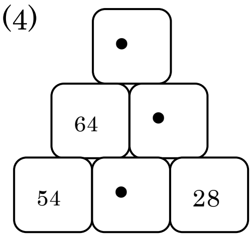
まとめ（30 分）

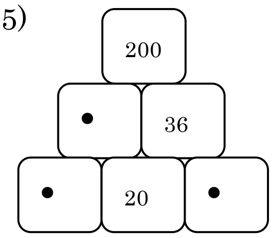
演習問題を行う.

(1)


(2)


(3)


(4)


(5)


第 3 時限　指導案

教師の氏名：Lubinda M.　　実施日：2009 年 5 月 9 日
学校名：　M 基礎学校　　授業時間：80 分
学年・組：5D　　実施時間：13：00 から 14：20
教科：数学　　生徒数：男子 13 名，女子 14 名，計 27 名

学習内容：数の石垣
参考にしたもの：ブックレット
教材：演示のための石垣，ルールを書いた図，カード，チョーク

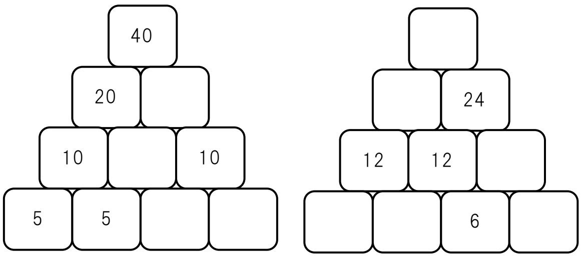
望ましい学習結果：次のことができるようになる.
・数の石垣に潜むルールを生徒たちが見つける.
・数の石垣を計算して完成させることができる.

導入（15 分）

教師が生徒に「次に来るパターンの数は何ですか？」という質問を与えて次のトピックに繋げる.

(1)10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, __
(2)76, 75, 74, 73, 72, 71, 70, __
(3)自分自身が作った数のパターンを述べなさい.

展開（40 分）

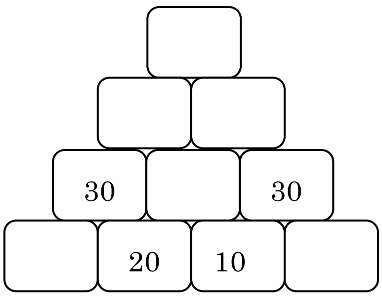
内容	方法	
学習内容	教師の活動	生徒の活動
ステップ 1 （10 分）	2 問黒板に板書し，石垣を完成させる． 	ペアになって石垣を埋める活動を行い，発見を共有する．
ステップ 2 （40 分）	生徒を 4 つの能力混合グループに分ける．	引き続きこの後も数の石垣にとりくむ．
ステップ 3 （20 分）	グループリーダーを黒板の前に招き活動報告をしてもらう．	グループリーダーからの報告．
ステップ 4 （10 分）	授業をまとめる．	質問する．

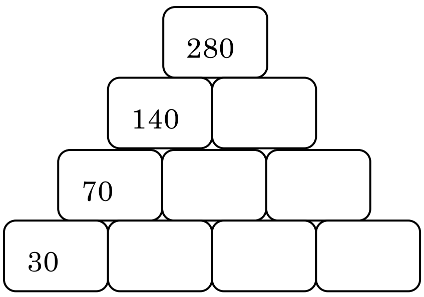
まとめ（30 分）

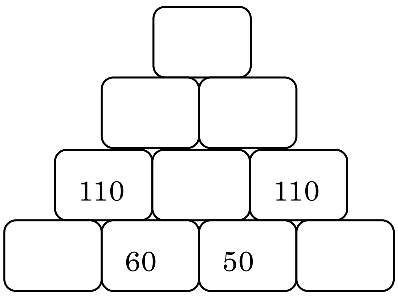
演習問題を行う．

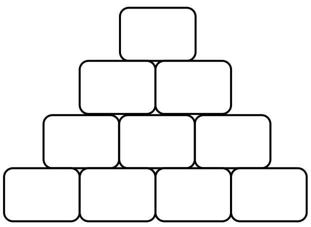
数の石垣を計算して完成させる．

できる生徒はより多くの次に続く石垣を作る．









第 4 時限　指導案

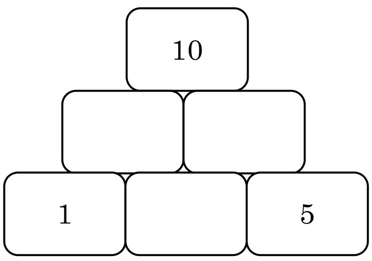
教師の氏名：Lubinda M.	実施日：2009 年 5 月 20 日
学校名：　M 基礎学校	授業時間：80 分
学年・組：5D	実施時間：13：00 から 14：00
教科 : 数学	生徒数 : 男子 13 名, 女子 12 名, 計 25 名

学習内容：数の石垣
参考にしたもの：ブックレット
教材：石垣，問題カード，黒板

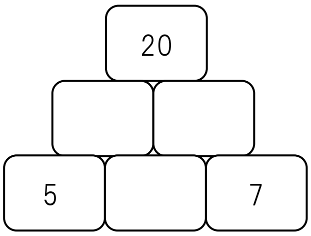
望ましい学習結果：生徒が次のことができるようになる.
・すばやく計算できる決まりを見つける.
・どのように解法を見つけるか話し合う.
・数の石垣を計算する.

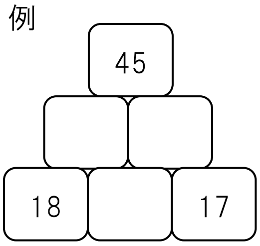
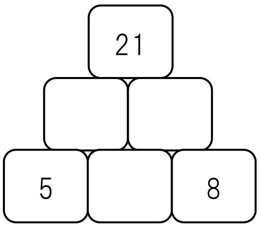
導入（10 分）

教師は生徒に幾つかの質問を行う.
以下の問題を使う.
(1)どのようにルールを見つけるか.
(2)数の石垣を完成させる.



展開（40 分）

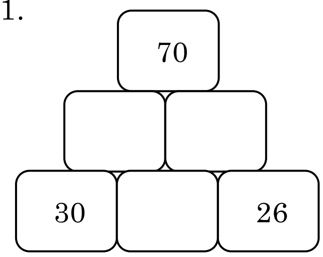
<table>
<tr><td>内容</td><td colspan="2">方法</td></tr>
<tr><td>学習内容</td><td>教師の活動</td><td>生徒の活動</td></tr>
<tr><td>ステップ 1
（10 分）</td><td>黒板に問題を書く.
数の石垣を完成させなさい.
</td><td>ペアで数の石垣を計算し，見つけたことについて話し合う.</td></tr>
<tr><td>ステップ 2
（10 分）</td><td>生徒を能力混合の 4 つのグループに分け，問題のカードを与える.

例
</td><td>数の石垣を計算する.</td></tr>
<tr><td>ステップ 3
（20 分）</td><td>グループリーダーを黒板によび，わかったことについて発表してもらう</td><td>各グループが発表する.</td></tr>
<tr><td>ステップ 4
（10 分）</td><td>生徒からの質問があれば，それに答えて授業をまとめる.</td><td>質問があれば尋ねる.</td></tr>
</table>

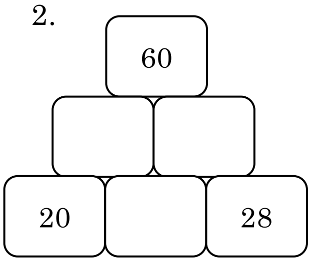
まとめ（30 分）

演習問題を行う．数の石垣を計算して，計算した後に観察できる数のパターンを見つける．

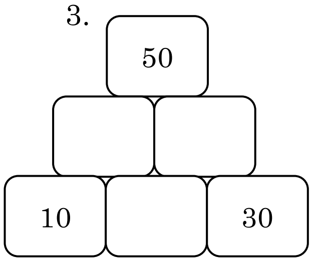
1.



2.



3.



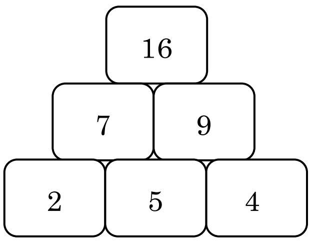
第 5 時限　指導案

教師の氏名：Lubinda M.　　実施日：2009 年 5 月 21 日
学校名：　M 基礎学校　　授業時間：80 分
学年・組：5D　　実施時間：13：00 から 14：20
教科：数学　　生徒数：男子 11 名，女子 13 名，計 24 名

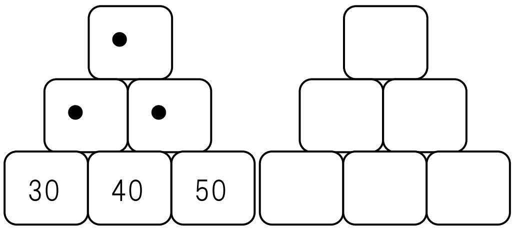
学習内容：数の石垣
参考にしたもの：ブックレット
教材：数の石垣，数のカード，ワークシート

望ましい学習結果：生徒は次のことができるようになる.
・30, 40, 50 を底辺に置くことでいくつの石垣ができるかを見つける.
・数の石垣を完成させる.

導入（10 分）
教師が生徒に前時に行った問題を尋ねる.

（例）


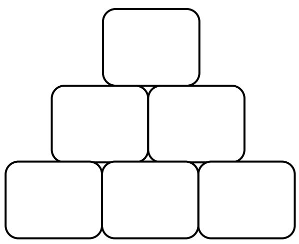
展開（40 分）

内容	方法	
学習内容	教師の活動	生徒の活動
ステップ 1 （10 分）	生徒に数のカード 30，40，50 を与え，石垣の底辺に置くことを伝える．  	ペアになって，カードを底辺に入れた後計算を行う．
ステップ 2 （10 分）	生徒を 4 つのグループに分け問題シートを渡す．	できるだけ多くの石垣を作り計算を行う．
ステップ 3 （20 分） ステップ 4 （10 分）	グルーープリーダーを黒板に招き，生徒はわかったことを発表する． 授業をまとめる．	グループからの報告 質問を行う．

まとめ（30 分）

演習問題を行う． 10, 20, 30 を用いてできるだけ多くの石垣を作る．

10, 20, 30



第 6 時限　指導案

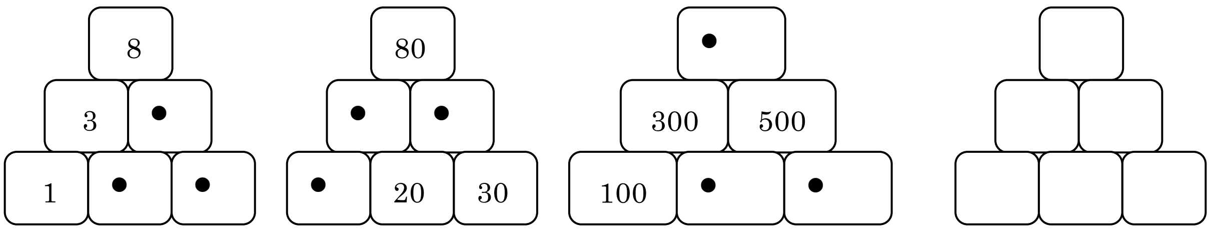
教師の氏名：Lubinda M.　　実施日：2009 年 5 月 22 日
学校名：　M 基礎学校　　授業時間：80 分
学年・組：5D　　実施時間：13：00 から 14：20
教科：数学　　生徒数：男子 11 名，女子 12 名，計 23 名

タイトル：数の石垣
内容：数のパターン
参考にしたもの：ブックレット
教材：数の石垣，ルールを書いた図，チョーク

望ましい学習結果：生徒が次のことができるようになる.
・数の石垣を計算する.
・観察できる数のパターンについて話し合う.

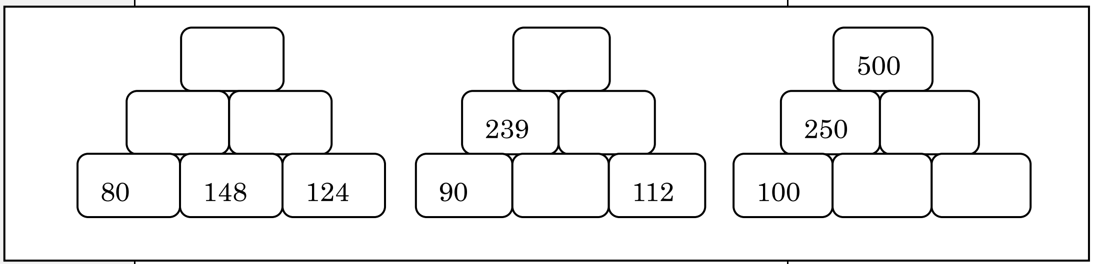
導入（10 分）
　生徒に数の石垣を計算するように指示し，数のパターンについて話し合う.

1.　2.　3.　4.



3 番目の石垣の次に来る石垣は何？
数のパターンは______________.
ルールは____________________.

展開（40 分）

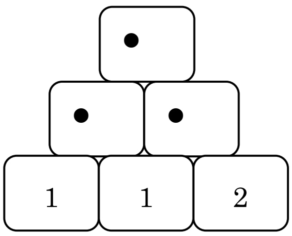
内容	方法	
学習内容	教師の活動	生徒の活動
ステップ 1 10 分	次の問題を黒板に書き，生徒はペアで活動を行う. 	筆算を用いて計算して空白を埋めて行く.
ステップ 2 10 分	生徒を 4 つのグループに分ける. 計算を比較する.	グループ内で計算したものを比べて数のパターンについて話し合う.
ステップ 3 20 分	グループリーダーに彼らの気づきを報告してもらう.	筆算を用いたそれぞれのグループからの報告.
ステップ 4 10 分	生徒の質問を確認して，授業をまとめる.	質問して，間違いを訂正する.

まとめ（30 分）

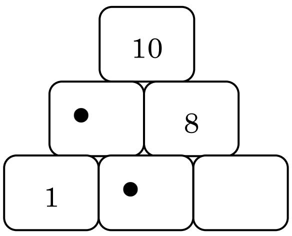
演習問題を行う.

数の石垣を計算しなさい.

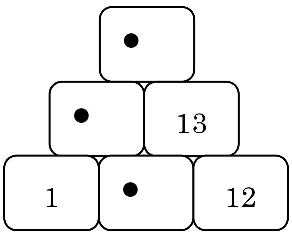
1.



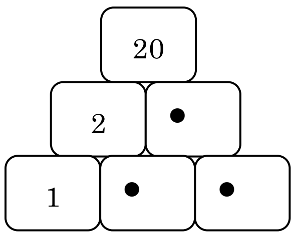
2.



3.



4.



第7時限　指導案

教師の氏名：Lubinda M.　実施日：2009年5月26日
学校名：　M基礎学校　授業時間：80分
学年・組：5D　実施時間：13：00から14：00
教科：数学　生徒数：男子11名，女子12名，計23名

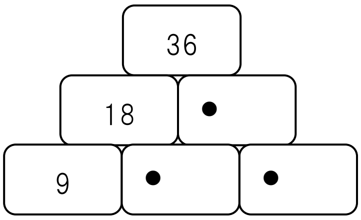
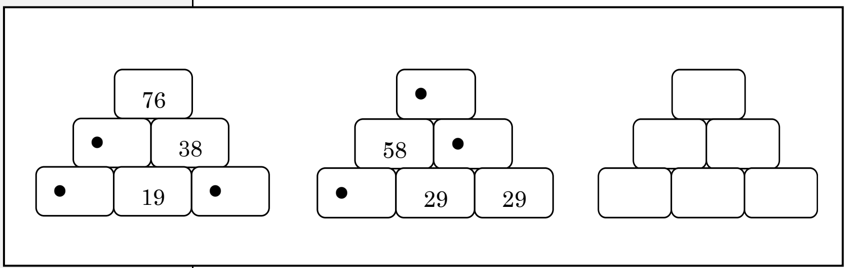
タイトル：数の石垣
学習内容：数のパターン
参考にしたもの：ブックレット
教材：数の石垣，数パターンの図，黒板

望ましい学習結果：生徒は次のことができるようになる．
・数の石垣を完成させる．
・数のパターンについて話し合う．
・次に考えられる数のパターンを書く．

導入（10分）

生徒に前時の内容を尋ねる．例えば
(1)数のパターンを記述するための基本ルールは何か？
(2)パターンをどうやって確認するか？

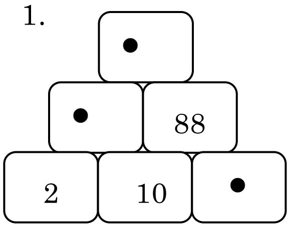
展開（40 分）

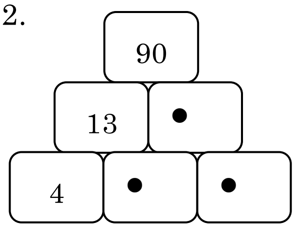
内容	方法	
学習内容	教師の活動	生徒の活動
ステップ 1 （10 分）	問題を黒板に書きどの石垣が最初に計算できるのかについて話し合う. 	筆算を用いて数の石垣を完成させる.
ステップ 2 （10 分）	生徒を 4 つのグループに分けて残りの石垣の数を埋めてもらう. 	引き続き 2,3 問目の石垣を完成させる. 早く終わった生徒は次の石垣にとりくんでよい.
ステップ 3 （20 分）	グループリーダーを黒板によんで活動内容を報告してもらう.	其々のグループから報告する.

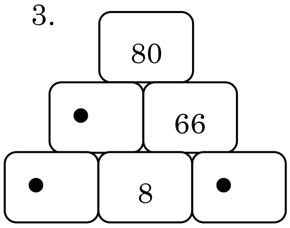
まとめ（30 分）

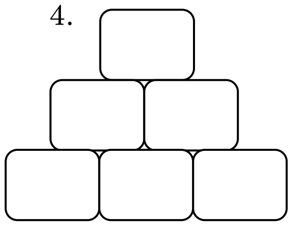
演習問題を行う.

数の石垣を完成させる.

1.


2.


3.


4.


気づいた数のパターンについて話し合いなさい. 数のパターンにしたがって，次の数の石垣が何になるか？

第 8 時限　指導案

教師の氏名：Lubinda M.　　実施日：2009 年 5 月 27 日
学校名：　M 基礎学校　　授業時間：80 分
学年・組：5D　　実施時間：13：00 から 14：20
教科：数学　　生徒数：男子 15 名，女子 14 名，計 29 名

学習内容：美しい包み
参考にしたもの：ブックレット
教材：問題カード，図，黒板

望ましい学習結果：生徒は次のことができるようになる.
・数列の穴埋めを行う.
・正確で効率的な計算式を書く.
・数のパターンを見つける.

導入(10 分)
・生徒に空白を埋めてパターンについて話し合うように指示する.
例えば，次のような問題を出す.

1.	2.	3.	4.
8	1	64	202
6	3	32	404
4	9	16	606
2	27	8	808

ルールは何でしょう?

展開（40 分）

内容	方法	
学習内容	教師の活動	生徒の活動
ステップ 1 （10 分）	幾つかの例を黒板に書き，生徒が発見する数のパターンを計算する. 数のパターンは 40, 30, 20, 10. ルールは引く 10.（例） 1. 40 + 10 = 30 + 70= 20 +130= 10 +190= 2. 45−1 = 43−3= 45−9= 59−27= 3. 16 ÷ 4 = 12 ÷ 3 = 8 ÷ 2 = 4 ÷ 1 =	数のパターンを計算して観察できる数のパターンを話し合う.
ステップ 2 （10 分）	生徒を 4 つのグループに分け，問題カードを渡す. 1. 9 × 9 = 8 × 8= 7 × 7= 6 × 6= 2. 1 × 11= 2 × 11= 3 × 11= 4 × 11= 3. 8÷1= 18÷3= 36÷9= 54÷27=	計算して，数のパターンについて話し合う.
ステップ 3 （20 分）	グループリーダーを黒板の前によび彼らの活動について報告してもらう.	各グループからの報告.
ステップ 4 （10 分）	生徒に質問をするようにうながしてから授業をまとめる.	質問がある場合は質問する.

まとめ（30 分）

演習問題を行う.

1.	2	3.
$3 \times 8 =$	$42 \div 7 =$	$9 \times 1 =$
$6 \times 4 =$	$60 \div 5 =$	$9 \times 2 =$
$9 \times 2 =$	$54 \div 3 =$	$9 \times 3 =$
$12 \times 1 =$	$24 \div 1 =$	$9 \times 4 =$

第 9 時限　指導案

教師の氏名：Lubinda M.	実施日：2009 年 5 月 28 日
学校名：　M 基礎学校	授業時間：80 分
学年・組：5D	実施時間：13：00 から 14：20
教科：数学	生徒数：男子 19 名，女子 12 名，計 31 名

タイトル：美しい包み
参考にしたもの：ブックレット
教材：演示のための石垣，ルールを書いた図，カード，チョーク

望ましい学習結果：生徒が次のことができるようになる.
・空白を埋める.
・数のパターンを計算して書く.
・計算して数のパターンを作るために数を並びかえる.

導入（10 分）

教師は生徒に前時に行った復習を兼ねていくつかの質問をする.

$14 \div 7 = 2$
$20 \div 5 = 4$
$24 \div 3 = 8$
$16 \div 1 = 16$　かける 2

$2 \times 7 = 14$
$4 \times 5 = 20$
$8 \times 3 = 24$　引く 2

展開（40 分）

内容	方法	
学習内容	教師の活動	生徒の活動
ステップ 1 （10 分）	黒板に問題を書く. 81 ÷ 3 ＝　　14 × 8 ＝ 54 ÷ 6 =　　21 × 6 = 27 ÷ 9 ＝　　28 × 4 = 12 ÷ 12 =　　35 × 3 =	ペアで話し合い数のパターンを計算する.
ステップ 2 （10 分）	4 つの能力混合グループに生徒を分けて問題カードを与える. たとえば グループ1　　グループ 2 320 × 75 =　　32 × 15 = 8 × 3 =　　3 × 16 = 150 × 16 =　　100 × 480 = 5 × 48 =　　96 × 50 =	計算して彼らが考える数パターンにしたがって数を並びかえる.
ステップ 3 （20 分）	グループリーダーを黒板の前に来てもらい, 彼らの活動を報告してもらう.	グループリーダーからの報告.
ステップ 4 （10 分）	生徒からの質問を受け付け, 授業をまとめる.	質問がある場合はたずねる.

まとめ（30 分）

2 × 40 =	40 × 2 =	219 + 185 =
17 × 5 =	20 × 3 =	127 + 176 =
3 × 30 =	40 × 1 =	20 + 182 =
5 × 19 =	10 × 2 =	49 + 52 =

第 10 時限　指導案

教師の氏名:Lubinda M.　　実施日:2009 年 5 月 29 日
学校名：M 基礎学校　　授業時間：80 分
学年・組：5 D　　実施時間：13：00 から 14：20
教科：数学　　生徒数：男子 17 名，女子 12 名，計 29 名
タイトル：美しい包み

学習内容：数のパターン
参考にしたもの：ブックレット
教材：演示のための石垣，ルールを書いた図，カード，チョーク

望ましい学習結果：生徒が次のことができるようになる.
・筆算を用いて除法を正確に計算する.
・数パターンを見た後にそれを述べる文章をつくる.
・数パターンにしたがって計算をして数を並びかえる.

導入（10 分）

生徒に前時の内容（宿題）から幾つか質問する.

$$\begin{aligned} 1 \times 1 &= 11 \\ 11 \times 11 &= 121 \\ 121 \times 11 &= 1331 \\ 1331 \times 11 &= 14641 \end{aligned}$$

展開（40 分）

内容	方法	
学習内容	教師の活動	生徒の活動
ステップ 1 10 分	黒板に問題を書く. 7÷ 1＝ 28÷ 2＝ 63÷ 3＝ 112÷ 4＝ 175÷ 5＝ 252÷ 6＝ 343÷ 7=	正確に計算し，除数や商の数のパターンに気づく.
ステップ 2	生徒を 4 つのグループに分けて活動内容を与える. 240÷6= 256÷4= 162÷2＝	計算して数を並び替える.
ステップ 3	グループリーダーを黒板の前によび，活動内容を報告してもらう.	グループからの報告
ステップ 4	生徒が質問をした場合にはそれに答えて授業をまとめる.	何かある場合は尋ねる.

まとめ（30 分）

演習問題を行う．計算の過程も書く．

1.　90 ÷　5＝

2.　150 ÷ 10＝

3.　180 ÷ 15 =

4.　180 ÷ 20＝

第 11 時限　指導案

教師の氏名：Lubinda M.　　実施日：2009 年 6 月 1 日
学校名：　M 基礎学校　　授業時間：80 分
学年・組：5D　　実施時間：13：00 から 14：20
教科：数学　　生徒数：男子 18 名，女子 14 名，計 32 名
タイトル：美しい包み

学習内容：数のパターン
参考にしたもの：ブックレット
教材：演示のための石垣，ルールを書いた図，カード，チョーク

望ましい学習結果：次のことができるようになる.
・筆算を用いた除法を正確に計算する.
・答えが同じである美しい包みを選ぶ.
・空白を埋める.

導入（10 分）
生徒に前時と関わりがある質問をする.
計算しなさい．計算の過程も書きなさい．数のパターンも書きなさい.
（例）

$216 \div 9 = 24$

$$\begin{array}{l} \quad\ 24 \\ 9\sqrt{216} \\ \underline{-18\ \ } \\ \quad 36 \\ \underline{-\ 36} \\ \quad\ 0 \end{array}$$

$210 \div 7 =$

$$\begin{array}{l} \quad\ 3 \\ 7\sqrt{210} \\ \underline{-21\downarrow} \\ \quad 0 \end{array}$$

商の 3 は 10 の位の上にあることを覚えておくこと.

展開（40 分）

内容	方法	
学習内容	教師の活動	生徒の活動
ステップ 1 （10 分）	黒板に問題を書き，クラス全体でとりくむ. 36÷ 4 ＝ 270÷ 30 ＝ 5400÷ 600 ＝ 540÷ 60 ＝	生徒は筆算を用いるか 0 を消すことで正確に計算する.
ステップ 2 （10 分）	生徒を 4 つのグループに分けワークカードを与える. たとえば グループ1 グループ 2 320÷40 ＝ 6300÷ 900 ＝ 72÷ 9 ＝ 63 ÷ 9 ＝ 16÷ 2 ＝ 210 ÷ 30 ＝ 720÷90 ＝ 2100 ÷300 ＝	ペアになって計算を行い，数のパターンを見つける. そして発見したことを他人と共有する.
ステップ 3 （20 分） ステップ 4	グループリーダーを黒板に招き活動の報告をしてもらう. 生徒から質問を受け，授業をまとめる.	グループによる報告. 何かある場合は質問する.

まとめ（30 分）

演習問題を行う.

計算して，数のパターンについて述べなさい.

4 ÷ 4 ＝

80 ÷ 8 ＝

1600 ÷16 ＝

32000 ÷32 ＝

197 ÷ 3 ＝

3942 ÷ 6 ＝

5913 ÷ 9 ＝

第 12 時限　指導内容メモ

教師の氏名：Lubinda M.　　実施日：2009 年 6 月 1 日
学校名：　M 基礎学校　　授業時間：80 分
学年・組：5D　　実施時間：13：00 から 14：20
教科：数学　　生徒数：男子 18 名，女子 14 名，計 32 名

内容	方法	
学習内容	教師の活動	生徒の活動
ステップ 1	黒板に問題を書き，クラス全体でとりくむ． 12 □ 6 ＝18 12 □ 6 ＝ 2 12 □ 6 ＝72 12 □ 6 ＝ 6	本日の学習について知る．
ステップ2	ペアワーク 80 □ 8 ＝ 10 80 □ 8 ＝640 80 □ 8 ＝ 88 80 □ 8 ＝ 72 120 □ 4 ＝124 120 □ 4 ＝ 30 120 □ 4 ＝480 120 □ 4 ＝116	ペアになって計算を行い，パターンを見つけて記入する．
ステップ3 ステップ4	上のような問題を作って友達にあげよう． 例 40÷1 ＝ 30÷2 ＝ 20÷5 ＝ 10÷10 ＝	グループで美しい包みを作りパターンを見つけて記入する． グループによる報告・質問

練習

演算記号 +, −, ×, ÷のどれかを入れて式を完成しなさい.

49	□	7	=	343	90	□	5	=	18	121	□	11	=	110
49	□	7	=	42	90	□	5	=	85	121	□	11	=	1331
49	□	7	=	56	90	□	5	=	95	121	□	11	=	132
49	□	7	=	7	90	□	5	=	450	121	□	11	=	11

参考資料:6−6:教師の反省評価シート

以下の内容について毎時の授業後に反省してもらった.

1.授業で強調した点.

2.指導困難だった点.

3.うまくいった点.

4.授業における生徒の理解度.

5.その他観察したこと.

6.次回の指導改善の気づき.

7.教材の改良点.

授業観察シート

<table>
<tr><td>授業番号</td><td></td><td>日時</td><td colspan="2"></td></tr>
<tr><td rowspan="2">開始・終了
時間</td><td rowspan="2">開始時刻:
終了時刻:
合計時間:</td><td colspan="2">生徒の人数</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">使用した教材</td><td></td></tr>
<tr><td colspan="2">授業のテーマと内容</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">正規授業の内容</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">本質的学習環境の内容を生徒が
どれだけ理解していたか?</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">研究者からみた
生徒の困難性と指導の観察</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">授業でうまくいった点</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">改善すべき指導</td><td colspan="3"></td></tr>
<tr><td colspan="2">そのほかの質問, 観察事項</td><td colspan="3"></td></tr>
</table>

参考資料 6－7：第 1 次調査　第 18 限における一問一答のやりとり

83	T	ふつうはね，解くとね，　（現地語. 0 がここにあってね，多分難しくなるんだよね，いいですか？） 一緒に解きましょうね，これは非常に大切な問題だから.（黒板に 320×75 と書く）320 かける 75 は？
84	Ss	0.
85	T	何？
86	Ss	0.
87	T	そして，5×2？
88	Ss	10.
89	T	こういう数があれば，5 ね，これをかけないといけないんです．これね．5 とこれ，そしてこれをかけるんです．いいですか？
90	Ss	はい.
91	T	その後，7 とその数をかけるんです．そして上のその数と 7 ね.（現地語．いいですか？）
92	Ss	はい.
93	T	だからね，ぱぱぱぱぱぱーとね．いいですか？
94	Ss	はい.
95	T	だからね．（現地語　ここ，ここ，ここ）
96	Ss	0.
97	T	何？
98	Ss	0.
99	T	5 かける，2 かける 5？
100	Ss	10.
101	T	（1 段目の 1 の位を指して）ここになんて書く？
102	Ss	0.
103	T	覚えておくのは？
104	Ss	1.
105	T	5 かける 3？
106	Ss	15.
107	T	足す 1 ？
108	Ss	16.
109	T	16. だから，これは 16 ね．こういう風に書きます．間違いをしないように，これはここにあるべきで，これはそこにあるべき．（現地語.いいですか？）
110	Ss	はい.

111	T	かけないといけない次の数は…？
112	Ss	7.
113	T	数は…何？
114	Ss	7.
115	T	そしたら，7 かける 0 をしないといけないなら，どこに答えを書かないといけない？5 の下それとも 7 の下？
116	Ss	5 の下―　7 の下―　（意見が分かれる）
117	T	下どっち？
118	Ss	5 の下―　7 の下―　（意見が分かれる）
119	T	5 の下には置けないです，なんでかというと今この数(7)を使って計算しているからね，そうでしょ？
120	Ss	はい.
121	T	だから，この数(7)で掛け算するからね，ここには何を書かないといけない?（2 段目の 5 の下）
122	Ss	0.
123	T	いいですね.
124	T	7 かける 0?
	Ss	0.
125	T	もう一回，0 だね.
126	T	7 かける 2?
127	Ss	14.
128	T	何？
129	Ss	14.
130	T	7 かける 2?
131	Ss	14.
132	T	ここになんて書く？
133	Ss	4.
134	T	覚えておくのは？
135	Ss	1.
136	T	いいですね，7 かける 3?
137	Ss	21.
138	T	足す 1?
139	Ss	22.

140	T	22．何の演算をここに書く？
141	Ss	足す.
142	T	0+0？
143	Ss	0.
144	T	0+0？
145	Ss	0.
146	T	6+4？
147	Ss	10.
148	T	何をここに書く？
149	Ss	0.
150	T	覚えておくのは？
151	Ss	1.
152	T	2+1？
153	Ss	3.
154	T	足す 1？
155	Ss	4.
156	T	おろしてくるのは？
157	Ss	2.
158	T	だからね…こんな風にしたら…（前の答えと）同じ，違う？ （320×75＝24000 と答えを黒板に書く）
159	Ss	違う.
160	T	何？
161	Ss	違う.
162	T	だから，どこで彼は間違えたんだろう？一緒にやりましょう．こっちは正しいよね，でも，（現地語.ここ）リース,それ，確認した？

参考資料 6－8：第 1 次調査 第 22 限における 384×3 の一問一答

87	T	（省略）4 かける 3 は？
88	S	12.
89	T	12，いいですね，何をここに書きます？ （デモンストレーションをしながら）
90	Ss	2.
91	T	どこに 1 と書く?
92	Ss	（騒々しい） 1 を繰り上げて覚えておく.

93	T	そう，繰り上げて覚えておくんだよね？
94	Ss	はい.
95	T	そして，この数（384）とこの数（3）をかけるって知ってると，これとこれもかけないといけないってわかるよね？（384×3 の 3 を各桁にかけていくという意味）4 年生ではこの数を乗数（multiplier）というの，習ったよね？（黒板に書く）そして，こっちが被乗数だよね．（黒板に書く）（現地語　いいですか？）
96	Ss	はい.
97	T	そして答えはこのかけ算をすることで得られるんだよね？（聞きとり不能）そうでしょ？
98	Ss	はい（2，3 名，声が小さい）
99	T	何か，おかしいことある？
100	Ss	ないです．（2，3 名）
101	T	これは 4 年生か 5 年生の内容だよ．何かわからない？（現地語 かける数は同じ数かけて，同じ数かけて，同じ数かけてってくり返すんだよ）（現地語 いいですか?)
102	T	そして何するんだっけ？
103	S	かけ算.
104	T	1 を覚えておかないといけないですよね，3 かける 8 は？わからないのなら九九表を見てもかまいません.
105	S	24.
106	T	24. 素晴らしい，そしたら，24 をここに書いていい？
107	Ss	いいえ.
108	T	何を覚えてたっけ？
109	Ss	1.
110	T	24＋1 は？
111	Ss	25.
112	T	24 + 1 は何ですか ?手を挙げて？
113	Ss	（ほとんどが挙手）
114	T	はい，あなた.
115	S	24.
116	T	あなた，いいねえ，とってもいいね．何をここに書く？
117	Ss	5.　（１０の位）
118	T	誰かここにきてそして答えを書いて．アビーは今日いる？そう，1，2．あなたなんて名前？何？5？5?そして 1，2 と書いて.

119	Ss	違います.
120	T	何？
121	S	繰り上がった分.
122	T	繰り上がった分，１？
123	Ss	はい.
124	T	わかりました．忘れてましたね，ここに書いておきます.
125	Ss	はい.
126	T	いいですね，そしたら 3 かける 3 は？
127	Ss	9.
128	T	何？
129	Ss	9.
130	T	9 + 2？
131	Ss	10.
132	Ss	11.
133	T	（笑い）
134	Ss	（笑い）
135	T	手を挙げてって言ってるでしょ，コーラスじゃなくて．え？え？急いでー.
136	Ss	（挙手）
137	T	はい.
138	S	11.
139	T	11 だね，いいね!
140	T	何か繰り上がってたっけ？
141	Ss	いいえ.
142	T	もう足したよね？
143	Ss	はい.
144	T	そしたら，１１と書きます．なんで１１と書くの？（現地語.全部ね）っていうのはね（現地語．この数は終わったからだよね？）
145	Ss	（現地語：終わった）

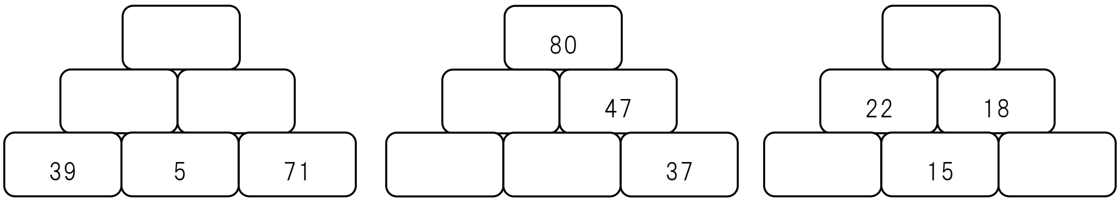
参考資料 6−9：第 1 次調査における事前・事後テスト問題別平均正答率(%)

番号	内容	事前　平均正答率(%)	事後　平均正答率(%)	事前(%)	事後(%)	事後-事前(%)
1	加法	82.01	87.20	97.06	97.06	0.00
3				97.06	82.35	-14.71
4				94.12	88.24	-5.88
5				79.41	88.24	8.82
6				52.94	82.35	29.41
7				76.47	88.24	11.76
2	減法	63.49	63.84	94.12	88.24	-5.88
8				91.18	88.24	-2.94
9				79.41	85.29	5.88
10				61.76	61.76	0.00
11				23.53	23.53	0.00
12				41.18	44.12	2.94
13	乗法	41.18	47.55	91.18	88.24	-2.94
14				61.76	61.76	0.00
15				67.65	82.35	14.71
16				20.59	26.47	5.88
17				5.88	20.59	14.71
18				0.00	5.88	5.88
19	除法	38.24	42.94	64.71	79.41	14.71
20				55.88	64.71	8.82
21				41.18	44.12	2.94
22				8.82	14.71	5.88
23				20.59	11.76	-8.82
24	幾何的パターン	38.24	52.94	58.82	67.65	8.82
25				50.00	61.76	11.76
26				5.88	29.41	23.53
27	数パターン	58.46	77.21	64.71	82.35	17.65
28				55.88	79.41	23.53
29				55.88	79.41	23.53
30				52.94	73.53	20.59
31				61.76	79.41	17.65
32				61.76	76.47	14.71
33				55.88	73.53	17.65
34				58.82	73.53	14.71
合計における平均正答率(%)				56.14	64.53	8.39

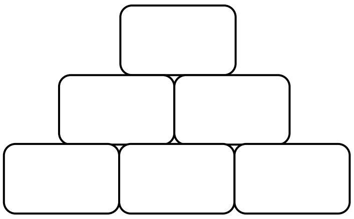
（出典）筆者作成.

参考資料 6－10：第 1 次本調査　授業後のインタビュー：生徒の学習評価用紙(1)

1.　数の石垣を完成させ,何か気づくパターンについて書きなさい.



2. 数の石垣をこれらの数字カードを用いて完成させなさい.



19	31	17	5	50	14

3. 美しい包みを完成させ,何か気づくパターンについて書きなさい.

8 × 1 ＝

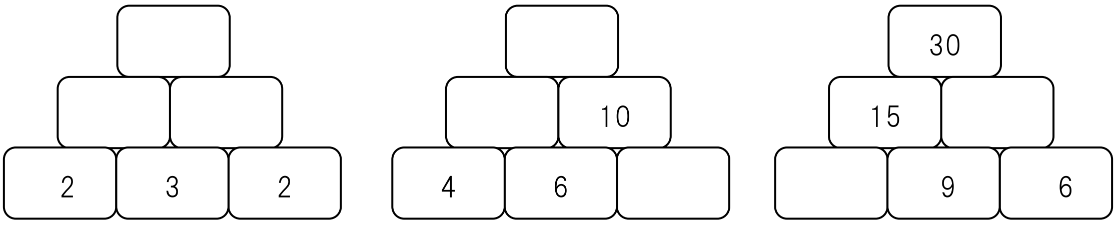
6 × 3 ＝

4 × 5 ＝

2 × 7 ＝

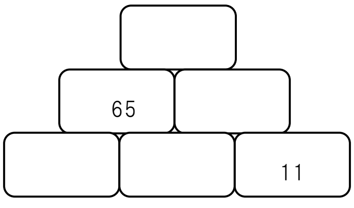
第 1 次本調査　授業後の生徒の学習評価用紙(2)ティカへのインタビュー

1. 数の石垣を完成させ,何か気づくパターンについて書きなさい.



2. 数の石垣をこれらの数字カードを用いて完成させなさい.

10	1	5	7	3	2



3. 美しい包みを完成させ,何か気づくパターンについて書きなさい.

８ ＋ １＝

６ ＋ ３＝

４ ＋ ５＝

２ ＋ ７＝

数のパターンは＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

規則は＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿.

参考資料 6ー11:20÷5 や 24÷3 を求める場面のプロトコル(第 9 時限)

20	Ss	20 ÷ 5 =
21	T	ジョーゼ，ほかの誰かをあてなさい.
22	Jose	メルビー.
23	Ss	（現地語．女の子を！）
24	Jose	マジョリカ.
25	Majorica	4.
26	T	はい，他には？
27	S	15.
28	T	はい，あの子は 4 と答えて，こちらの子は 15 といいましたね，ヘミングウェーは？
29	Hemingwey	3.
30	T	そう？リンディは？
31	Linda	4.
38	T	この問題を読みなさい.
39	Jacky	24÷3=
40	T	ジャッキーだけしか言ってないですよ，皆で一緒に読みましょう.
41	Ss	24÷3=
42	T	ムレンバ・カペンピ，どうでしょう？
43	Mulenga	6.
44	T	正しいですか？
45	Ss	はい.
46	T	そう.
47	S	（ぼそぼそと何か言っている）
48	T	答えは 6 でしょ？

49	Ss	はい.
50	T	6×3 の答えは？
51	S	18.
52	T	何？
53	S	18.
54	T	この答えは正しい？もし，これが答えにならないとしたら，どの数が 3 とかけると 24 になりますか？どの数が 3 とかけると答えが…（九九表を）確認してはだめです，見ないで解くからどけておいたでしょう…頭使ってほしいんです．ステファン.
55	Stephern	えーと…4.
56	T	ここに 4 と書きましょう，3×4=12 ですね，答えは 12 ですか？オリー.
57	Olie	9.
58	T	3×9 ね．この答えはなんだっけ？皆で！
59	Ss	（沈黙）
60	T	3×9 です．答えは何？
61	Stephern	27.
62	T	答えは 27 ですよね，ダニエル，どうですか？.
63	Daniel	6.
64	T	6？6 はもうここに出てますね，チャーリー？
65	Charie	7.
66	T	3×7 ね，答えは何になる？
67	S	21
68	T	21，その答えは 21 になるね，ジャッキー，どう？
69	Jacky	8.
70	T	あ，早く入って，入って．（遅れた生徒達が教室に入る）
71	T	3×8 は 24 ですね，じゃあ，次の問題を読みましょうか.

・24÷3 の場面（第11時限）

27	Stephern	4×9
28	T	ほら，ほら，ほら，ほら．誰でもいいからあてなさい．もし正しく答えることができないなら立っておきなさい！
29	Stephern	カニャンベ.
30	T	ほら，カニャンベ.
31	Kanyambe	2.

32	Stephern	ペシーヴ.
33	Persieve	（沈黙）
34	Ss	（挙手）
35	Stephern	ムレンバ.
36	Mulemba	36.
37	Stephern	6 ひく 6？
38	Ss	0.
39	T	彼に拍手！
40	Ss	（拍手）

参考資料 6－12：第 2 次調査における事後テスト問題と各問題別平均正答率(%)

1. 計算しなさい. 計算の方法を示しなさい.

(1)25 + 14 =　(2)18 + 26 =　(3)432+ 231 =

(4)275+ 128=　(5)6543 + 1234 =　(6)48－35＝

(7)93－36＝　(8)598－173 =　(9)624－198 =

(10) 6×4=　(11) 9×9 =　(12) 5×12 ＝

(13) 45×3 =　(14) 12×11 =　(15) 120×110 =

(16) 20÷1＝　(17) 15÷3=　(18) 48÷6=

(19) 175÷5=　(20) 1500÷300=　(21) 741÷3＝

2. 数列を完成させなさい.

(22) (23) 5, 10, 15, 20, 25, 30, □, 40, 45, 50, 55, □…

(24) (25) 130, 120, □, 100, 90, 80, 70, □, 50, 40…

(26)(27) 191, 181, 171, 161, □, 141, 131, 121, □…

(28) 1, 2, 4, 8, 16, □…　(29) 27, 9, 3, □

3. 次の数列の規則を書きなさい.

(30)8, 16, 24, 32, 40, 48…　規則は…＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

(31)95, 94, 93, 92, 91, 90, 89…　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

2(32)80, 800, 8000, 80000…　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

2(33) 128, 64, 32, 16, 8, 4, 2, 1　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

4. (34) 数列を作って,規則を書きなさい.　＿＿＿＿＿＿＿＿＿＿

表 6－12－1：事前テストと事後テストにおける問題別平均正答率（%）

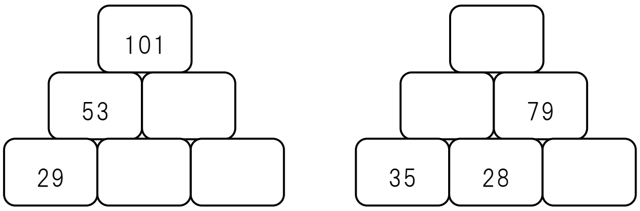
<table>
<tr><th>問題数</th><th>内容</th><th>平均正答率(%)</th><th>事前正答率(%)</th><th>内容</th><th>平均正答率(%)</th><th>事後正答率(%)</th></tr>
<tr><td>1</td><td rowspan="6">加法</td><td rowspan="6">80.56</td><td>100</td><td rowspan="5">加法</td><td rowspan="5">80.00</td><td>91.67</td></tr>
<tr><td>3</td><td>79.17</td><td>75.00</td></tr>
<tr><td>4</td><td>79.17</td><td>66.67</td></tr>
<tr><td>5</td><td>79.17</td><td>79.17</td></tr>
<tr><td>6</td><td>66.67</td><td>87.50</td></tr>
<tr><td>7</td><td>79.17</td><td rowspan="4">減法</td><td rowspan="4">69.17</td><td>87.50</td></tr>
<tr><td>2</td><td rowspan="6">減法</td><td rowspan="6">61.81</td><td>87.50</td><td>62.50</td></tr>
<tr><td>8</td><td>79.17</td><td>75.00</td></tr>
<tr><td>9</td><td>75.00</td><td>45.83</td></tr>
<tr><td>10</td><td>58.33</td><td rowspan="6">乗法</td><td rowspan="6">45.83</td><td>75.00</td></tr>
<tr><td>11</td><td>29.17</td><td>50.00</td></tr>
<tr><td>12</td><td>41.67</td><td>58.33</td></tr>
<tr><td>13</td><td rowspan="6">乗法</td><td rowspan="6">40.97</td><td>70.83</td><td>62.50</td></tr>
<tr><td>14</td><td>66.67</td><td>29.17</td></tr>
<tr><td>15</td><td>62.50</td><td>0.00</td></tr>
<tr><td>16</td><td>25.00</td><td rowspan="6">除法</td><td rowspan="6">59.03</td><td>66.67</td></tr>
<tr><td>17</td><td>12.50</td><td>95.83</td></tr>
<tr><td>18</td><td>8.33</td><td>70.83</td></tr>
<tr><td>19</td><td rowspan="5">除法</td><td rowspan="5">27.50</td><td>70.83</td><td>37.50</td></tr>
<tr><td>20</td><td>50.00</td><td>75.00</td></tr>
<tr><td>21</td><td>8.33</td><td>8.33</td></tr>
<tr><td>22</td><td>4.17</td><td rowspan="8">数パターン認識</td><td rowspan="8">61.98</td><td>75.00</td></tr>
<tr><td>23</td><td>4.17</td><td>79.17</td></tr>
<tr><td>24</td><td rowspan="3">幾何的パターン</td><td rowspan="3">47.22</td><td>54.17</td><td>66.67</td></tr>
<tr><td>25</td><td>75.00</td><td>83.33</td></tr>
<tr><td>26</td><td>12.50</td><td>79.17</td></tr>
<tr><td>27</td><td rowspan="8">数パターン認識</td><td rowspan="8">70.83</td><td>79.17</td><td>45.83</td></tr>
<tr><td>28</td><td>79.17</td><td>33.33</td></tr>
<tr><td>29</td><td>70.83</td><td>33.33</td></tr>
<tr><td>30</td><td>66.67</td><td rowspan="4">数列の規則記述</td><td rowspan="4">38.54</td><td>66.67</td></tr>
<tr><td>31</td><td>62.50</td><td>58.33</td></tr>
<tr><td>32</td><td>58.33</td><td>20.83</td></tr>
<tr><td>33</td><td>75.00</td><td>8.33</td></tr>
<tr><td>34</td><td>75.00</td><td>数列の作成</td><td>73.61</td><td>73.61</td></tr>
<tr><td colspan="3">全体　平均正答率(%)</td><td>57.23</td><td colspan="2">全体　平均正答率(%)</td><td>59.52</td></tr>
</table>

（出典）筆者作成.

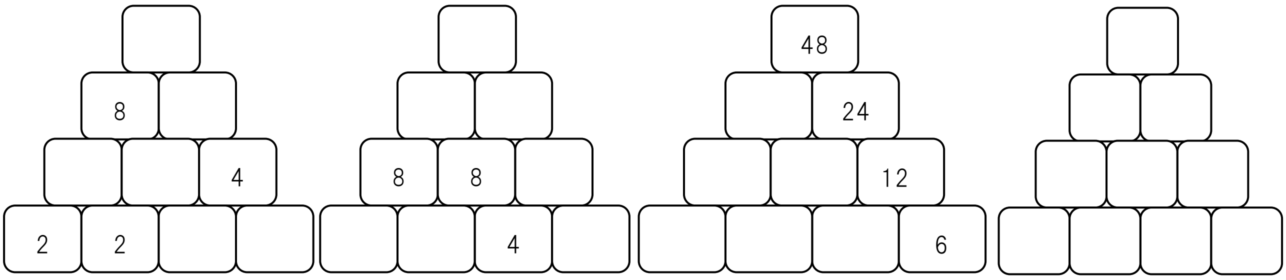
参考資料 6－13:第 2 次調査における数の石垣のインタビュー内容

（第 1 限後） 調査者と生徒の自己紹介．四則計算を口頭で尋ねる，英語能力の確認．

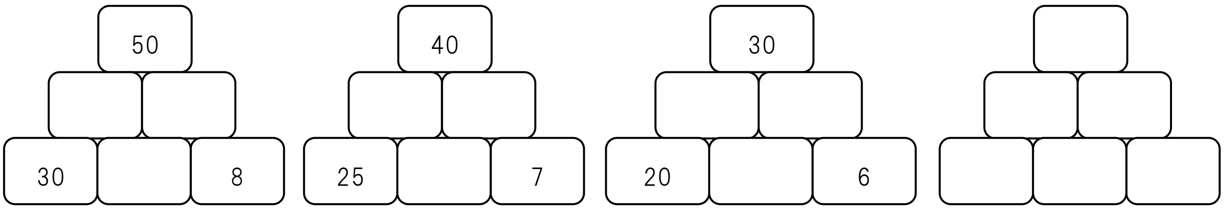
（第 2 限後） 石垣を完成させなさい．計算の過程も示しなさい．



（第 3 限後）石垣を完成させなさい．計算の過程も示しなさい．

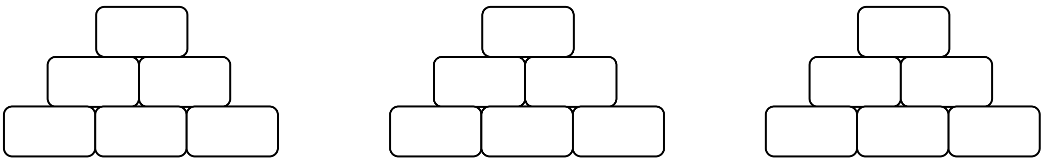


（第 4 限後）石垣を完成させなさい．計算の過程も示しなさい．

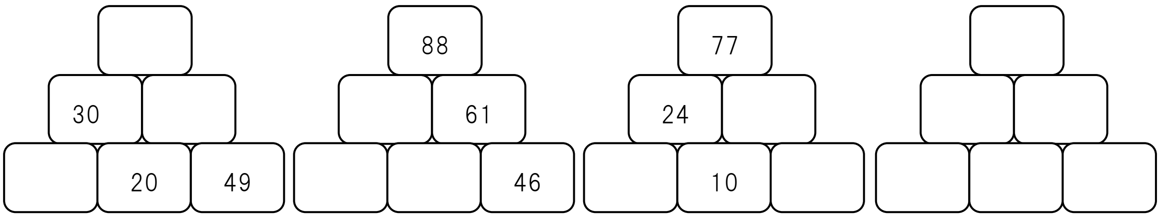


（第 5 限後）8,7,9 のカードを石垣の 3 段目に入れてできるだけ多くの数の石垣を作りなさい．

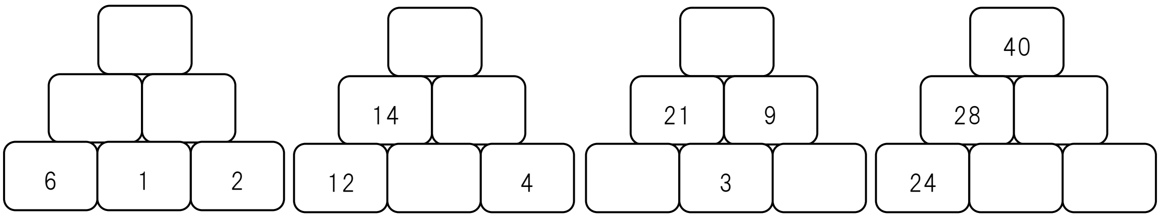
（作成後に)なぜその個数しかできないのか説明しなさい．



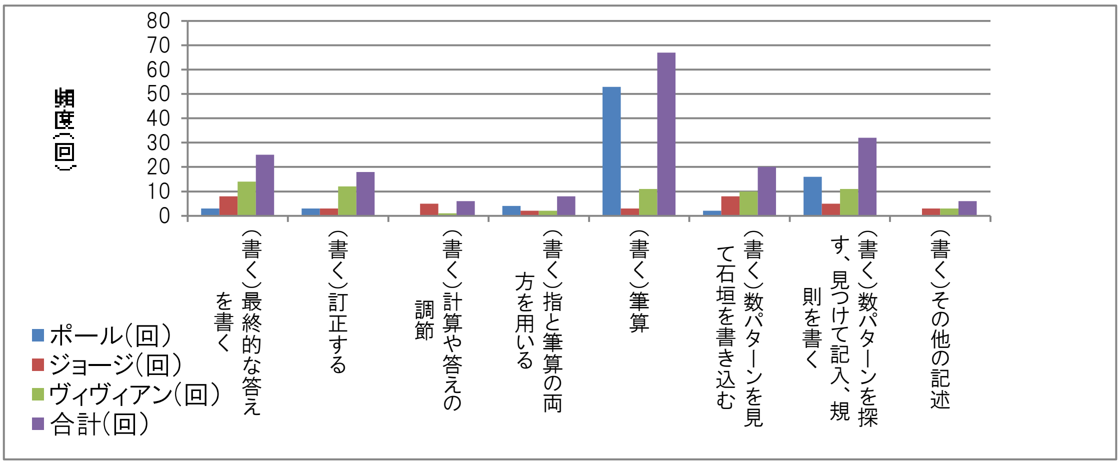
（第 6 限後)数の石垣を完成させて数パターンを見つけなさい．



（第 7 限後）数の石垣を完成させて数パターンを見つけなさい.

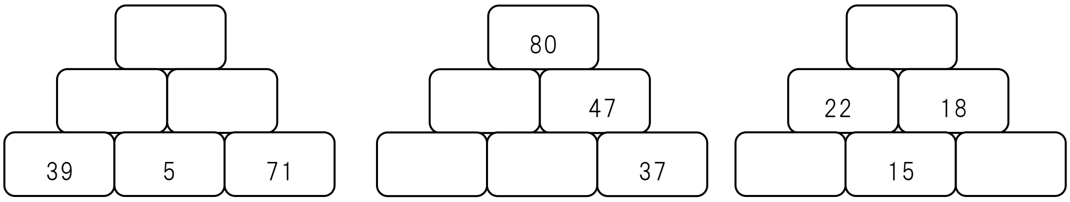


参考資料 6－14:3 名の生徒のラベル「書く」の内訳



参考資料 6－15: 第 2 次調査　授業後の生徒の中・上位群生徒への学習評価用紙(1)

1. 数の石垣を完成させ,何か気づくパターンについて書きなさい.



2. 美しい包みを完成させ,何か気づくパターンについて書きなさい.

2 × 7 =　　　30÷ 2 ＝

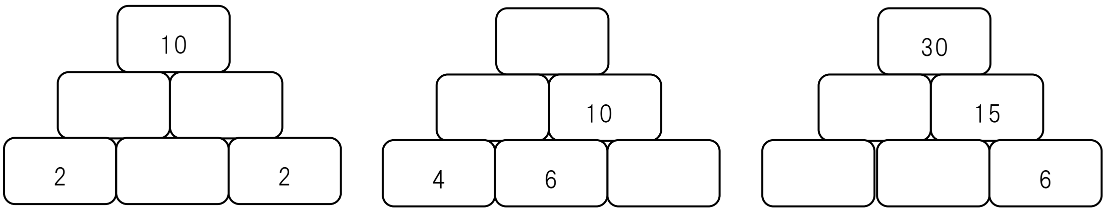
4 × 5 =　　　60÷ 4 ＝

8 × 3 =　　　90÷ 6 ＝

16 × 1 =　　　120÷ 8＝

第 2 次本調査　授業後の下位群生徒 3 名の学習評価(2)

1.　数の石垣を完成させ,何か気づくパターンについて書きなさい.



気づく数のパターンは ________________ です.

2. 美しい包みを完成させ,何か気づくパターンについて書きなさい.

2 × 7 =	4 ÷ 2 =
4 × 5 =	12 ÷ 4＝
8 × 3 =	24 ÷ 6＝
16 × 1 =	40 ÷ 8＝

気づく数のパターンは ________________ です.

参考資料における参考文献

相藤秀子. (2005).『小学校低学年「生産的練習」の計算学習に関する実践的研究』, 熊本大学大学院教育学研究科修士論文.

池本有美. (2005). 『Das Zahlenbuch における「計算三角形」による計算指導の分析と活用』, 熊本大学大学院教育学研究科修士論文.

礒田正美. (2007). 「途上国と日本の理数科教育」,『JICA 理数科教育脅威力にかかる事業経験体系化－その理念とアプローチ－』(JICA 編), 65-102.

米田重和. (2005). 『「本質的学習環境」としての算数・数学の授業開発研究』, 熊本大学大学院教育学研究科修士論文.

國本景亀. (2001). 「ドイツの算数・数学教育の最近の動向」,『日本数学教育学会誌』, 83(9), 39-49.

國本景亀. (2003).「E.Ch.ビットマンの数学教育論について(Ⅱ)－問題解決能力の育成と技能の習得・習熟を結び付ける」,『数学教育論文発表会論文集』, 36, 3-18.

國本景亀. (2004a).「E.Ch.ビットマンの数学教育論について(Ⅰ)－『数の本(Das Zahlenbuch)』を中心にー」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 10, 1-11.

國本景亀. (2004b).「行動主義から生命論(全体論)へ」,『日本数学教育学会誌』, 86(1), 1.

國本景亀. (2005).「行動主義から生命論へ立つ算数・数学教育へ」,『日本数学教育学会誌』, 86(4), 25-26.

國本景亀. (2006a).「機械論から生命論へ(練習に焦点をあてて)－機械論的練習から生産的(創造的)練習へー」, 『日本数学教育学会誌』, 88(2), 12-19.

國本景亀. (2006b). 「教員養成事始め」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 12, 1-11.

國本景亀.(2006c).「機械論から生命論に立つ算数・数学教育－閉じた精神から, オープンな精神に基づく算数・数学教育へ」,『数学教育論文発表会論文集』, 39, 13-14.

國本景亀. (2006d).『「全体論的」数学教育の理論と実践に関する研究』, 平成 15－17 年度科学研究費補助金（基盤研究 C）研究成果報告書.

國本景亀. (2007).「生命論に立つ授業設計論（Ⅰ)」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 13, 15-22.

國本景亀. (2009a).「生命論に立つ数学教育学の方法論－自由で個性豊かな算数・数学授業を目指して－」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 15(2), 1-15.

國本景亀. (2009b). 「生命論に立つ算数・数学学習－教授原理に基づく算数・数学学習」,『新 しい算数研究』, no.458, 32-35.

國本景亀. (2009c).「子どもの美的感性を育む！」,『新しい算数研究』, no.459, 44-48.

國本景亀．(2009d).「数感覚を育む学習材！－思考力を身に着けよう－」,『新しい算数研究』, no.460, 36-39.

國本景亀. (2009e).「小学校 2 年生が平方数・ピラミッド数・7 ロの計算を学習する！！」,『新しい算数研究』, no.461, 40-43.

國本景亀.(2009f).「算数学習における方略ゲーム－一般的思考能力育成のために－」,『新しい算数研究』, no. 462, 42-45.

國本景亀. (2009g).「知識の習得は広く豊かな文脈で！！」,『新しい算数研究』, no. 463, 40-43.

國本景亀．(2009h).「豊かな図形学習のために！－対称の学習を中心に－」,『新しい算数研究』, no. 464, 42-45.

國本景亀．(2009i).「小・中・高で一貫して扱える学習材－シルベスターの定理－」,『新しい算数研究』, no.465, 40-43.

國本景亀．(2010).「E.Ch.ビットマンの数学教育論について(Ⅲ)－直観手段の開発：豊かな知識の構成のために：『5 の力』に焦点を当てて－」, 全国数学教育学会誌『数学教育学研究』, 16(1), 1-14.

三浦由子. (2004).『Das Zahlenbuch の計算指導に関する実践的研究』, 熊本大学大学院教育学研究科修士論文.

宮本浩彰．(2009).『小学校低学年における「稲妻計算」の学習活動の研究開発－Das Zahlenbuch を中心に－』, 熊本大学大学院教育学研究科修士論文.

宮本浩彰, 山本信也.(2008).「基礎的な計算技能の習熟のための『稲妻計算』による学習活動」,『第 41 回数学教育論文発表会論文集』, 315-320.

宮脇真一．(2010).『入門期の算数科教育の学習環境の研究開発』, 熊本大学大学院教育学研究科修士論文.

文部大臣官房調査統計課. (1975).『カリキュラム開発の課題』, 文部大臣官房調査統計課.

岡本悟．(2009).『小学校算数科における「半筆算」の意義－Das Zahlenbuch を中心に－』, 熊本大学大学院教育学研究科修士論文.

岡本悟, 山本信也．(2008).「『数の本』における『半筆算』の意義」,『第 41 回数学教育論文発表会論文集』, 267-272.

尾形瑠依. (2009).『小学校低学年における数と計算の学習のための学習環境の研究開発』, 熊本大学大学院教育学研究科修士論文.

大林将呉. (2006).『小学校におけるかけ算の学習活動の開発研究－Das Zahlenbuch を中心に－』, 熊本大学大学院教育学研究科修士論文.

下田桑太郎．(2010).『算数科教育における「生産的練習」に関する研究－小学校低学年

に「数と計算」領域に焦点を当ててー』，熊本大学大学院教育学研究科修士論文．

UNESCO. (2000). *The Dakar Framework for Action Education for All: Meeting our Collective Commitments*, UNESCO.

UNESCO. (2004). *EFA Global Monitoring Report 2005 Education for All The Quality Imperative*, UNESCO.

UNESCO. (2009). *Overcoming Inequality: Why Governance Matters*, UNESCO.

UNESCO. (2010). *EFA Global Monitoring Report 2010 Reaching the marginalized*, UNESCO.

Republic of Zambia. (2006a). *Fifth National Development Plan*, Republic of Zambia, Lusaka, Zambia.

佐々祐之，山本信也．(2009).「数学教育における操作的証明に関する研究－おはじきと位取り表による操作的証明の事例から－」,『第 42 回数学教育論文発表会論文集』, 553-558.

田中のぞみ．(2007).『乗法の習熟を目的とした本質的学習環境の研究開発－ドイツの算数教科書「Das Zahlenbuch」を中心として－』，熊本大学大学院教育学研究科修士論文．

山口理恵. (2007).『算数科における「数字カード」を活用した学習活動の研究開発』，熊本大学大学院教育学研究科修士論文．

山本信也. (2009a).「『本質的学習環境』としての算数科の授業」,『改訂　算数科教育の研究と実践』（宇田広文監修，九州数学教育研究会編），pp.146-151，日本教育研究センター．

山本信也．(2009b).『数学教育の研究と開発をどう進めるか？生命論的デザイン科学としての数学教育学の課題と展望－E.Ch. Wittmann の数学教育学の基本的視点－』，米田印刷．

山本信也. (2010).「ドイツの革新的算数教科書『数の本』」,『新しい算数研究』, no.469, 34-44.