

博士論文

二層流域における船の定常造波に関する研究
(Ship Steady Wave-Making in Two Layer Fluids)

佐野将昭

広島大学大学院工学研究科

2010年3月

目次

1	緒論	1
1.1	研究背景	1
1.2	既往の研究	3
1.3	本論文の目的	5
1.4	本論文の構成	6
2	ソースによるグリーン関数	8
2.1	問題の仮定	8
2.2	ソースによるグリーン関数の導出	9
2.2.1	Yeung 等のグリーン関数と研究概要	9
2.2.2	本章のグリーン関数	9
2.2.3	フーリエ変換と逆変換	10
2.2.4	経路積分	12
2.2.5	臨界速度/臨界フルード数の定義	17
2.3	グリーン関数の数値計算法	20
2.3.1	造波関数の数値積分法	20
2.3.2	Hess and Smith 法	24
2.4	本章のまとめ	25
3	二層流域における瘦せ型船の定常造波問題	26
3.1	定式化	26
3.1.1	速度ポテンシャルの定義	26
3.1.2	境界値問題	27
3.1.3	造波抵抗の定義	29
3.1.4	波高の定義	29
3.1.5	本定式化の利点	30

3.2	没水体による定常造波問題 -解法の妥当性検証-	31
3.2.1	単一ソースによる造波特性	31
3.2.2	没水回転楕円体による造波抵抗	34
3.3	Wigley 船型による定常造波問題	37
3.3.1	Wigley 船型について	37
3.3.2	計算条件	37
3.3.3	計算結果	40
3.4	本章のまとめ	45
4	二層流域における肥型船の定常造波問題	46
4.1	定式化	46
4.1.1	速度ポテンシャルの定義	46
4.1.2	境界値問題	47
4.1.3	造波抵抗/沈下量/トリム角の定義	48
4.1.4	波高の定義	49
4.1.5	一層浅水域の定常造波問題の定式化	50
4.1.6	低速域での肥型船の造波抵抗の取り扱いについて	50
4.2	肥型船による定常造波問題	51
4.2.1	対象船型について	51
4.2.2	一層浅水域における定常造波問題	52
4.2.3	二層流域における定常造波問題	55
4.3	本章のまとめ	63
5	渦系によるグリーン関数	64
5.1	問題の仮定	64
5.2	二層流域の速度場の定義	64
5.2.1	上層速度場の定義	65
5.2.2	下層速度場の定義	68
5.3	渦点によるグリーン関数の導出	68
5.3.1	フーリエ変換と逆変換	68
5.3.2	経路積分	70
5.4	渦輪によるグリーン関数の表現	73
5.5	馬蹄渦によるグリーン関数の表現	74

5.6	誘導速度の計算方法	75
5.7	本章のまとめ	76
6	二層流域における舵の定常造波問題	77
6.1	定式化	78
6.1.1	速度ポテンシャルの定義	78
6.1.2	境界値問題	80
6.1.3	揚力/抗力の定義	82
6.1.4	波高の定義	82
6.2	舵の基本特性	83
6.2.1	無限流体中の舵の特性	83
6.2.2	水底近くで作動する時の舵の特性	85
6.3	舵による定常造波問題	87
6.3.1	計算条件	87
6.3.2	計算結果：舵角がゼロの場合	88
6.3.3	計算結果：舵角を有する場合	90
6.4	本章のまとめ	102
7	結論	103
7.1	まとめ	103
7.2	今後の課題	107
	謝辞	108
	参考文献	109
	補遺 A (2.13) 式の導出	113
	補遺 B (5.24) 式の導出	115

主要記号一覧表

$o - xyz$: 等速移動座標系 (1)
$o_w - x_w y_w z_w$: 等速移動座標系 (2)
i, j, k	: $o - xyz$ 系の軸の単位ベクトル
∇	: $o - xyz$ 系のハミルトンの演算子
∇^2	: $o - xyz$ 系のラプラスの演算子
δ	: $o - xyz$ 系のデルタ関数
(x, y, z)	: $o - xyz$ 系の流場点
(ξ, η, ζ)	: $o - xyz$ 系の特異点
r	: $= \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}$
$\bar{o} - r\psi$: $z = \zeta$ 平面の極座標系
π	: 円周率
ϵ	: 微小変数
μ	: Rayleigh の仮想摩擦係数
$m(=1, 2)$: 層を指定する上付き添字 (1:上層 / 2:下層)
$n(=1, 2)$: 波を指定する下付き添字 (1:自由表面波 / 2:内部波)
U	: 船速 (前進速度)
g	: 重力加速度
k_0	: $= g/U^2$
h_1	: 上層水深
h_2	: 下層水深
h	: 全水深 (二層の場合: h_1+h_2)
ρ_1	: 上層の流体密度

ρ_2	: 下層の流体密度
γ	: $= \rho_1/\rho_2$
θ	: 波の伝播角度
k	: 波の波数を表す変数
k_1	: 進行する自由表面波の波数
k_2	: 進行する内部波の波数
U_{cn}	: 進行波の臨界速度
F_h	: 水深ベースの船速のフルード数
F_{hcn}	: 水深ベースの進行波の臨界フルード数
F_N	: 代表長さベースの船速のフルード数
F_{Ncn}	: 代表長さベースの進行波の臨界フルード数
$\Phi^{(m)}$: 流場の速度ポテンシャル
$\phi_0^{(m)}$: 二重模型ポテンシャル
$\phi_1^{(m)}$: 定常攪乱ポテンシャル
σ_0	: 二重模型ポテンシャルのソース強さ
σ_1	: 定常攪乱ポテンシャルのソース強さ
l	: 二重模型ポテンシャルによる流れの流線に沿う座標
$G_s^{(m)}$: ソースによるグリーン関数
$G_{s0}^{(m)}$: $G_s^{(m)}$ の造波関数
S_F	: 自由表面
S_H	: 船体表面
n_H	: 船体表面の外向き法線方向
(n_{Hx}, n_{Hy}, n_{Hz})	: 船体表面の外向き法線ベクトルの $o - xyz$ 系座標成分
N_x	: 自由表面の主流方向分割数
$2e_a$: 回転楕円体の長径
$2e_b$: 回転楕円体の短径
e_c	: $= \sqrt{e_a^2 - e_b^2}$ (回転楕円体の焦点距離)
f_1	: 回転楕円体の重心位置から自由表面までの垂直距離

f_2	: 回転楕円体の重心位置から内部境界面までの垂直距離
L	: 船の全長
B	: 船の全幅
d	: 船の喫水
A_s	: 船の浸水面積
A_w	: 船の水線面積
$(x_G, 0, z_G)$: 船の重心位置の $o - xyz$ 系座標成分
C_b	: 船の方形係数
∇_d	: 船の排水量
p	: 流れの圧力
p_0	: 無限遠方の流れの圧力
F_x, F_z	: x, z 方向の流体力
M_y	: y 軸周りの流体モーメント
R_w	: 造波抵抗
C_w	: 造波抵抗係数
ζ_S	: 船体沈下量
θ_T	: トリム角
ζ_F	: 自由表面上の波の波高
ζ_I	: 内部境界面上の波の波高
α	: 舵角 (迎角)
S_C	: キャンバー面 (翼面)
S_W	: 随伴渦面
n_C	: キャンバー面の外向き法線方向
c	: 渦輪
\mathbf{t}_Γ	: 渦輪を構成する渦糸の単位方向ベクトル
$(t_\xi, 0, t_\zeta)$: \mathbf{t}_Γ の $o - xyz$ 系座標成分
\mathbf{v}_Γ	: ベクトル・ポテンシャルの回転による速度場
$(u_\Gamma, v_\Gamma, w_\Gamma)$: \mathbf{v}_Γ の $o - xyz$ 系座標成分

$\mathbf{v}^{(m)}$: $= \nabla \Phi^{(m)}$
$\phi_v^{(m)}$: 循環流れを表す速度ポテンシャル
Γ	: ダブレットの面密度
$G_v^{(m)}$: 渦点によるグリーン関数
$G_{v0}^{(m)}$: $G_v^{(m)}$ の造波関数
$G_{vr}^{(m)}$: 渦輪によるグリーン関数
$G_{vr0}^{(m)}$: $G_{vr}^{(m)}$ の造波関数
$G_{vh}^{(m)}$: 馬蹄渦によるグリーン関数
$G_{vh0}^{(m)}$: $G_{vh}^{(m)}$ の造波関数
w_c	: 舵のコード長さ
w_s	: 舵のスパン長さ
A_c	: 舵の平面形状面積
Λ	: アスペクト比
R_n	: レイノルズ数
h_{1a}	: 舵上端から自由表面までの垂直距離
h_{1b}	: 舵下端から水底（一層）/内部境界面（二層）までの垂直距離
L_{ift}	: 揚力
D_{rag}	: 抗力
C_L	: 揚力係数
C_D	: 抗力係数
C_p	: 圧力係数
a_w	: $= 2\pi / (w_c k_2 _{\theta=0})$

表 目 次

3.1	Main particulars of a prolate spheroid	34
3.2	Critical Froude numbers, F_{Nc1} and F_{Nc2} , in two layer fluids	38
4.1	Main particulars of ESSO OSAKA	51
4.2	Critical Froude number, F_{Nc1} , in shallow water	52
4.3	Critical Froude numbers, F_{Nc1} and F_{Nc2} , in two layer fluids	56
6.1	Maximum lift coefficient and angle of stall [44]	84
6.2	Conditions of two layer fluids and position of the rudder	87
6.3	Critical Froude number, F_{Nc2} , in two layer fluids	87

目 次

1.1	Rheology profile of the mud layer in the harbour of Zeebrugge [5][6]	2
2.1	Coordinate system and the sketch of a source	10
2.2	Integration contour	13
2.3	Graphical solution for k_2	18
2.4	Critical Froude numbers in two layer fluids of finite depth	19
2.5	A plane quadrilateral	25
3.1	Coordinate system and the sketch of a ship	27
3.2	Wave patterns generated by a source in two layer fluids, $F_h = 0.186$	32
3.3	Wave contours on the free surface in comparison between the present method (left half) and Yeung Green (right half), $F_h = 0.186$	33
3.4	Wave contours on the interface in comparison between the present method (left half) and Yeung Green (right half), $F_h = 0.186$	33
3.5	Wave profiles on the free surface at $y = 0$, $F_h = 0.186$	34
3.6	Wave profiles on the interface at $y = 0$, $F_h = 0.186$	34
3.7	Element division of the prolate spheroid	35
3.8	Wave making resistance of the prolate spheroid in deep water	36
3.9	Wave making resistance of the prolate spheroid in two layer fluids	36
3.10	Element division of Wigley Hull	37
3.11	Illustrations of two layer fluids	38
3.12	Convergence of the solution versus division numbers	39
3.13	Wave making resistance of Wigley Hull in two layer fluids ($\gamma = 0.83$)	41
3.14	Wave making resistance of Wigley Hull in two layer fluids ($\gamma = 0.67$)	41
3.15	Wave patterns generated by Wigley Hull in two layer fluids (1)	43
3.16	Wave patterns generated by Wigley Hull in two layer fluids (2)	44

3.17	Pressure distributions of Wigley Hull in two layer fluids and shallow water	44
4.1	Element division of ESSO OSAKA	51
4.2	Wave making resistance(above), sinkage(middle), trim(below) of ESSO OSAKA in shallow water	54
4.3	Illustrations of two layer fluids	55
4.4	Wave making resistance(above), sinkage(middle), trim(below) of ESSO OSAKA in two layer fluids, $h_2/d = 0.1$	57
4.5	Wave making resistance(above), sinkage(middle), trim(below) of ESSO OSAKA in two layer fluids, $h_2/d = 0.3$	58
4.6	Wave patterns generated by ESSO OSAKA in two layer fluids (1)	60
4.7	Wave patterns generated by ESSO OSAKA in two layer fluids (2)	61
4.8	Pressure distributions of ESSO OSAKA in two layer fluids and shallow water	62
5.1	Coordinate system and the sketch of vortex system	65
5.2	Mirror image of a vortex ring	67
5.3	Vortex ring	73
5.4	Horse-shoe vortex	74
5.5	Vortex segment	75
6.1	Example of a rudder installed at the stern [40]	78
6.2	Coordinate system and the sketch of a rudder	79
6.3	Element division of the rudder (NACA0015 : $\Lambda = 1.5$)	83
6.4	Lift and drag coefficients of the rudder in a single layer fluid	84
6.5	Pressure distributions of the rudder in a single layer fluid	86
6.6	Drag coefficient of the rudder in two layer fluids, $h_{1b}/w_s = 0.1, \alpha = 0^\circ$	88
6.7	Drag coefficient of the rudder in two layer fluids, $h_{1b}/w_s = 0.01, \alpha = 0^\circ$	88
6.8	a_w versus F_N/F_{Nc2}	89
6.9	Drag coefficient of the rudder in two layer fluids, $h_{1b}/w_s = 0.1$	92
6.10	Drag coefficient of the rudder in two layer fluids, $h_{1b}/w_s = 0.01$	93
6.11	Lift coefficient of the rudder in two layer fluids, $h_{1b}/w_s = 0.1$	94
6.12	Lift coefficient of the rudder in two layer fluids, $h_{1b}/w_s = 0.01$	95
6.13	Pressure distributions of the rudder in two layer fluids, $z_w/w_s = 0.43$	97
6.14	Pressure distributions of the rudder in two layer fluids, $z_w/w_s = 0$	97

6.15	Pressure distributions of the rudder in two layer fluids, $z_w/w_s = -0.43$. . .	98
6.16	Wave pattern on the interface generated by the rudder, $F_N = 0.126$	100
6.17	Wave pattern on the interface generated by the rudder, $F_N = 0.142$	100
6.18	Wave pattern on the interface generated by the rudder, $F_N = 0.174$	101
6.19	Wave pattern on the interface generated by the rudder, $F_N = 0.237$	101

1 . 緒論

1.1 研究背景

船の諸性能は航海の大半を占める深水域の特性が基本となる一方で、港湾や運河、そして大型河川などに代表される制限水域の性能評価は海上交通の安全性から不可避なテーマといえる。実際、昨今に至る海上輸送の効率化の結果として、専用化/大型化した船舶が多種多様な運動性能を有して輻輳する状況を鑑みる時、操船者に強いられる緊張は想像に難くない。制限水域の操船を難しくする理由としては、低速故に大きな横運動を伴う事、舵効きが低下する事、プロペラ操作が繁雑な事、そして船体沈下等の浅水影響から船底座礁の危険が高い事などが挙げられる。国際海事機関では、低速時の操縦性能、浅水域における旋回性能及び船体沈下量など多岐に渡る情報をまとめた操船ブックレット [1] の作成を要求しており、操船者の判断材料として大いに役立っているものと思われる。

一方、このような浚渫作業により航路を切り開いた場所では、しばしば泥が水底に堆積する事が知られている。実際 1994 年の調査報告 [2] では、ユーロポート/ロッテルダム (オランダ)、ゼーブルージュ (ベルギー)、エムデン (ドイツ) 等のヨーロッパ主要港湾域、バンコク湾やメキシコ湾、ミシシッピ河の三角州等に 1~4m の泥層の存在が確認された。泥成分としては、土砂、カオリナイト/ベントナイト等の粘度鉱物、そしてその他有機物が挙げられ、季節、場所に応じた組成、粒径によって、泥層特性は大きく異なる事になる。一例を挙げると、ユーロポート (ロッテルダム港湾域) の平均泥層密度は、夏場が $1240\text{kg}/\text{m}^3$ 、冬場は $1140\text{kg}/\text{m}^3$ とされ、動粘性係数については、それぞれ 1200cSt 、 120cSt [3] とされる。またミシシッピ河三角州の泥層密度は $2000\text{kg}/\text{m}^3$ とのデータ [4] もあり、泥の性質が幅広く変化する様子がうかがえる。

こうした状況において特筆すべきは、水の層と泥の層から成るいわゆる”二層流”の形成である。航行の安全性を保障するには十分な水深の確保が欠かせない訳だが、二層流域の場合、水底を従来通り剛壁位置と考えるのか、泥層上面とみなすかは議論の余地があり、泥のレオロジーに着目した航行上の限界水底 (nautical bottom) という概念的な指

標が用いられてきた。ここでは例としてゼーブブルージュのケースを取り上げるものとし、水深に対する泥の降伏応力、密度の調査結果を Fig.1.1 [5] [6] に示す。図内の周波数値は音響測深時のものである。一般に泥はビンガム塑性流体の性質、すなわちせん断応力がある臨界点に達した時にニュートン流体のように流動を起こす性質を有しており、その臨界点を表す降伏応力は泥のレオロジー特性と関係がある。まず流体密度は水深約 13.7m に位置する水層と泥層の境界面直下で急増し、その後は水深に比例して徐々に増加していく様子が見て取れる。一方、泥の降伏応力は水深 15m 付近まではほぼゼロであるが、その水深を境に急激な増加を確認できる。一般に航行上の限界水底は、このような泥のレオロジー特性が変化する水深位置の密度で定義する事が通例であり、長い間ゼーブブルージュでは、「流体密度が 1150kg/m^3 に達する位置」を限界水底として採用してきた。同様に、ロッテルダムでは 1200kg/m^3 、フランス領ギアナのカイエンヌでは 1270kg/m^3 の水深位置を航行上の限界水底に設定してきた [7]。しかしながら例に挙げたゼーブブルージュでは、1987-1997 年の 10 年間で泥のレオロジー特性が大きく変化した事が確かめられるなど、航行上の限界水底を設定する事の難しさ、そしてその曖昧さがうかがえる。実際、限界水底とみなす泥層の密度及びその水深位置によっては、船底が水層と泥層の境界面に接近して、あるいは貫通しての航行を強いられると思われ、その時の船の諸性能が、通常の水域での性能と比較して大きく異なるであろう事は容易に想像されるところである。

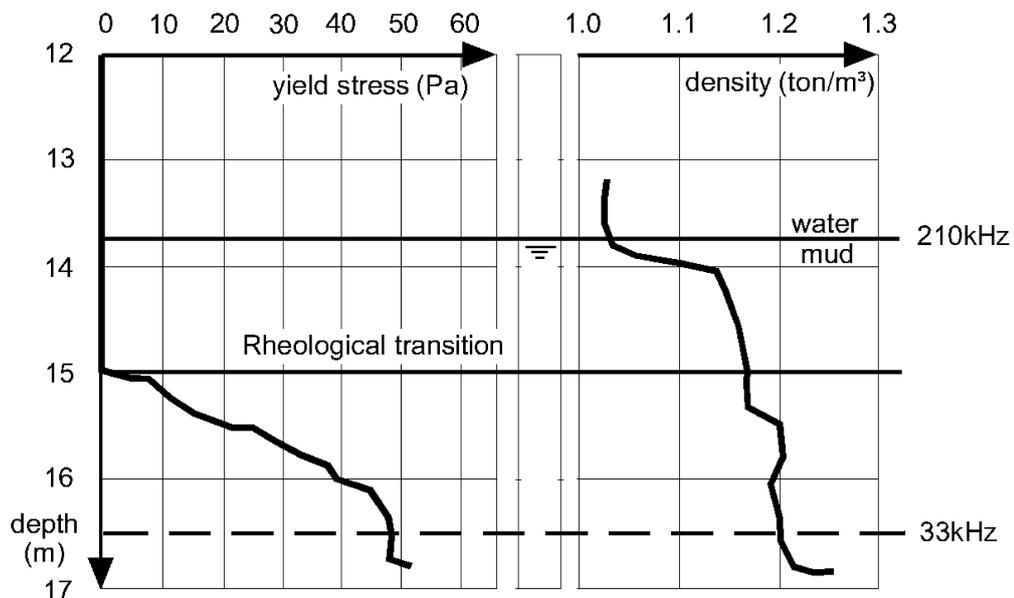


Fig. 1.1: Rheology profile of the mud layer in the harbour of Zeebrugge [5][6]

以上のような事情を背景として、特に多数の運河を持ち港湾間流通が密なヨーロッパでは、二層流域での船の運動特性に早くから関心が集まり、精力的な研究が続けられてきた。翻って我が国では、これまで本分野の問題が広く認知されてきたとは言い難く、そこで起こる船の諸性能の特徴的な変化に対して十分な知見の獲得には至っていない。泥の堆積による二層流の形成が制限水域の航行安全性を脅かす重要な問題の一つであるとの認識に立てば、操船ブックレット同様に操船者への十分な情報提供が望ましいと考えられる。同時に一連の情報が船の航行限界を知る上で役立ち、適切な浚渫規模の目安となれば、二層流域の安全航行に寄与できるものと期待される。

1.2 既往の研究

二層流域で船舶が経験する現象に、“死水現象 (Dead water phenomenon)”が挙げられる。これは1893年にノルウェーの北極探検家 Fridtjof Nansen により初めて報告されたと言われており、当初、北極海航行時に船速低下を招く奇妙な現象として恐れられてきた。この原因が、氷河から溶け出した純水とその下にある海水間の内部境界面（両層の間にある密度が跳躍する境界面）に誘起された内部波の造波抵抗に因る事は、今では広く知られるところである。一方近年では、前項で述べたように水底に泥が堆積して形成された二層流域が注目を集めており、本状況を模擬した種々の水槽試験が行われてきた。Vantorre [8] は、浚渫船を対象として船速に対する姿勢変化、プロペラ特性、舵による船体横力とモーメントなど多岐に渡る項目を明らかにした。同時に内部波の計測を行った。また Delefortrie 等 [9] は、主にコンテナ船を用いて伴流係数、スラスト減少係数など船体、プロペラ、舵の各種干渉係数を評価した。引き続いて Delefortrie 等 [10] は、二層流域における操縦運動数学モデルの新規的な提案を行っている。この他にも Sellmeijer 等 [3] は、模型試験（タンカー）から同定した流体力微係数を用いて、旋回試験や Zigzag 試験等の運動シミュレーション計算（数学モデルは perturbation 法）を実施する事で、二層流域の操縦特性について貴重な知見を得ている。しかしながら、そもそも二層の実験は実施可能な施設に限られ、経費の負担も大きい。このため船舶推進抵抗、操縦性分野における実験的アプローチは、現在、ベルギーのアントワープ（Ghent）大学を中心とした研究チームが主導している状況にあり、他には見当たらないように思われる。当機関からは上に挙げた研究 [8][9][10] 以外にも幾つかの研究結果 [11][12] が発表されている。

これに対して理論的解法に基づく数値計算によるアプローチは、過去にも多くの研究者が取り組んできた。ここでは二層流域を直進航行する船体による定常造波問題を中心に、

その幾つかをまとめておく。Sabuncu [13] は、水底の有無、自由表面の有無を変更して種々の二層の状況を考え、ポテンシャル流場を仮定して薄い船や没水体の造波抵抗式を導いた（計算例は無し）。Miloh 等 [14] は変温躍層を対象に両層をポテンシャル流れで取り扱い、自由表面を剛壁、上層は浅い（下層水深は無限）とする事で長波近似を適用した。そして薄い船の仮定の下で船体が両層に跨る場合も含めて造波抵抗式を導いている（試計算は bi-convex hull）。Zilman 等 [15] は下層に粘度のある泥層のケースを取り扱い、上層をポテンシャル流れ、下層流れは線形化したナビエストークス方程式を浅水域の仮定により簡略化したものを支配方程式とした。そして船体（完全没水楕円体/回転放物体）が上層にある状況を想定して、下層の動粘性係数の違いによる抵抗増加の差を論じている。また内部波を3次元的に示した例としては Tulin 等 [16] の研究がある。そこでは上層にある半没水楕円体が内部波の臨界速度以上で航行するケースに焦点を当て、長波近似の下で二階の双曲型偏微分方程式を解く事により流場を求めている。以上に挙げたこれらの研究ではいずれも自由表面は剛壁として取り扱われ、議論の対象にはなっていない。その理由の一つに内部波の臨界速度は一般に小さい事から、その船速域の自由表面波は小さく無視できるという考え方があるようである [14]。しかしながら単一ソースによる定常造波問題を扱った Yeung 等 [17] に依れば、密度比によっては低速であっても自由表面上に内部波との干渉結果として大きな干渉波が現れる事が示されており、二層流域における造波抵抗を幅広い密度比で厳密に論じるには、この波面間の干渉影響は考慮に値すると思われる。自由表面条件を剛壁以外で扱った研究としては Doctors 等 [18] の例があるが、Wigley 船型を対象に薄い船の仮定の下で議論されている。また両波面の波形に対する記述は無い。

以上より、二層流域を直進する船体の定常造波問題を扱った過去の研究をまとめると、次の事がいえると思われる。

- (i) 船体形状ならびに自由表面波と内部波の干渉影響の双方を厳密に考慮した上で、船体の定常造波問題を解いた例は無い。
- (ii) 船体が造る自由表面波と内部波の波形を併せて示した例は無い。
- (iii) 実用船型を対象に計算した例は無い。

一方、操縦運動時の船体をはじめ、揚力を発生する物体（揚力体）を対象に二層流域の定常造波問題を解いた例は、知見する限り、未だ見当たらないように思われる。理由に、そもそも問題の認知度が低い事、流場のモデル化が複雑な点などが考えられる。対して一層の深水域であれば、これまでも揚力（横力）に対する自由表面の造波影響を論じた研究成果が多数発表されてきた。ここでは参考までにその幾つかを挙げると、まず水中翼を

対象として、揚力線理論に類似した立場から全没揚力面の定常理論を構成した西山 [19], 渦システムの造波グリーン関数による定常揚力面問題の解法を示した堀 [20] の研究などがある。また船を想定した研究に、薄翼理論に造波の影響を考慮した野中 [21] や、揚力体理論に基づき斜航時の循環流れを表し、これに造波影響を考慮する為にランキンソース法を用いて流場を解いた中武等 [22] の研究などを挙げる事ができる。この他にも剥離渦による横力（いわゆる通常の揚力）と造波による横力（造波横力）は分離して取り扱えるとの立場を採用し、造波横力に焦点を絞って議論した堀等 [23] や宋 [24] といった研究も挙げられる。

1.3 本論文の目的

本論文では、二層流域を直進航行する船体や、舵角を有して前進する舵の定常造波問題に対して、新しい解法による理論計算を試みるものである。

まず目的の第一は、前節の研究レビューを踏まえて、精度良く解が求まり、かつ汎用性が高い新たな定常造波問題の解法を構築する事である。つまり過去になされて来なかった前節の (i), (ii), (iii) に対処した計算が行えて、かつ揚力体への適用が可能な解法を提案する。ここで揚力体を扱う場合には、線形の渦モデル（随伴渦の流出角が0度）を仮定する。本解法の概略を述べると、同問題を線形ポテンシャル理論に基づく境界値問題として取り扱い、各境界面に特異点を分布させる事で速度ポテンシャルを定義する。この時、速度ポテンシャルの核関数に内部境界条件（内部境界面の力学的・運動学的境界条件）と水底条件を満たすグリーン関数を採用する事で、自由表面、船体表面、そして揚力面（揚力体の場合のみ）に分布させた特異点の強さを求める事になる。ここで自由表面条件をも満たすグリーン関数を敢えて用いない理由は、船体表面の要素が自由表面に接近した時に現れる特異性を回避する為である。本解法の主なメリットを挙げると、まず内部境界面の造波と水底の影響をグリーン関数を通じて厳密に解に反映できる。また薄い船の仮定、自由表面剛壁の仮定を必要としない為、肥型船を含む任意の形状に対して高速域まで求解する事も可能である。その際に自由表面波と内部波の相互干渉を考慮できる点は今回の大きな特徴といえる。加えて二層流域の定常造波問題が深水域の同問題における速度ポテンシャルの核関数の変更として定式化される為、プログラム開発時に有利な面を有している。

目的の第二は、本解法を用いて、二層流域を直進航行する船体の定常造波問題を解く事である。今回提案する解法は、従来の解法には無かったメリットを有しており、前節で挙げた (i), (ii), (iii) のような、過去の研究で取り組まれて来なかった計算に対処可能である。そこで痩せ型船/肥型船の造波抵抗や姿勢変化を造波現象と関連付けて詳細に論

じる事で、死水現象（本論文では“二層流域で船の造波抵抗が急増する現象”と定義）をはじめ事象理解の新たな一助とする。

目的の第三は、本解法を用いて、舵角を有して前進する舵の定常造波問題を解く事である。今回、解析対象に舵を取り上げる理由として、本解法では線形の渦モデルを仮定する事から、同渦モデルが有効な揚力体形状が望ましかった点が挙げられる。また舵特性の把握は、二層流域の船の操縦性を理解する上で不可欠であり、十分な検証が望まれる実状を鑑みての事である。本論文では基礎検証として舵の単独性能に着目し、内部波の造波影響を明らかにする事で、新たな知見の獲得を目指す。

1.4 本論文の構成

本論文は全7章から成り、各章の構成は以下の通りである。

まず第1章は緒論である。研究背景と既往の研究をまとめ、本論文の目的、そして構成を記してある。

第2章では、まず二層流域における船体の定常造波問題の仮定を述べる。そして自由表面が存在しない上層無限/下層有限水深の状況を考え、上層を一定速度で進行するソースのグリーン関数を導出する。本グリーン関数は内部境界条件と水底条件を満足するように求められ、内部波を誘起する造波グリーン関数である。併せて本章では、波の臨界速度、臨界フルード数について説明する。またグリーン関数の数値計算法をまとめる。

第3章では、瘦せ型船への適用を念頭に、一様流れの速度ポテンシャルに、自由表面と内部境界面の造波（波面間の干渉影響を含む）と水底の影響を表す速度ポテンシャルを足し合わせる事で流場を定義する。そしてまずは単一ソース及び没水回転楕円体の定常造波問題を解き、Yeung等 [17] のグリーン関数を用いた計算結果との比較を通じて、今回提案する解法の妥当性を検証する。続いて Wigley 船型を対象に計算を実施し、瘦せ型船の二層流域における造波抵抗と造波特性の関係を論じる。

第4章では、肥型船への適用を念頭に、まず船体周りの流れを、“二層流域の自由表面を鏡面に見立てた深さ方向に対称な流場を、船体の二重模型が航行する時の流れ”で近似する。その流れには、内部境界面の造波と水底の影響が考慮される。そしてそれに自由表面の造波の影響と波面間の干渉影響を表す速度ポテンシャルを足し合わせる事で流場を定義する。本章では大型タンカーの ESSO OSAKA を対象に、一層浅水域及び二層流域での造波抵抗や姿勢変化（船体沈下量/トリム角）を計算し、肥型船に及ぼされる浅水影響や内部波の造波影響を明確化する。

第5章では、まず二層流域における揚力体の定常造波問題の仮定を述べる。そして第2

章同様に，自由表面が存在しない上層無限/下層有限水深の状況を考え，舵を想定した矩形翼（翼厚は無視）が，上層を迎角を有して航走する場合の流れの速度場を定義する．続いて内部境界面の造波と水底の影響を速度場に反映させるに当たり，内部境界条件と水底条件を満足する渦点のグリーン関数を導出する．また渦輪/馬蹄渦によるグリーン関数を構築する．いずれも内部波を誘起する造波グリーン関数である．併せて本章では，渦輪によるグリーン関数を取り上げて，その誘導速度の計算方法を述べる．

第6章では，第2章で導出したソースによるグリーン関数と第5章で導いた渦系によるグリーン関数を併用して，二層流域での舵の定常造波問題を定式化する．計算は，まず造波を伴わない一層の状況で実施する．具体的には，無限流体中と水底の近くで作動する状況を考え，舵の基本的な特性を明らかにする．続いて自由表面下に十分没水した舵が内部境界面に接近する状況を想定して，内部波の影響による舵特性の変化を調査する．

最後の第7章ではまとめと今後の課題を述べる．

2. ソースによるグリーン関数

本論文では、二層流域を直進航行する船体の定常造波問題を境界値問題として解く。定式化の詳細は次章以降に譲るが、その際、速度ポテンシャルの核関数に内部境界条件と水底条件を満たすソースのグリーン関数を採用する。本グリーン関数は自由表面が存在しない上層無限/下層有限水深の二層流域で内部波を誘起する造波グリーン関数である。まず本章では、その導出を示し、続いて波系変化の重要な起点となる波の臨界速度/臨界フルード数に言及する。そして最後にグリーン関数の数値計算法をまとめる。

2.1 問題の仮定

本論文で扱う船体の定常造波問題は、次の仮定に従うものとする。

- (a) 船体が造る波の波高は小さい。
- (b) 造波に対する下層の粘性影響は小さく無視できる。
- (c) 両層共に非粘性、非圧縮のポテンシャル流れとする。
- (d) 両層は混合しない。内部境界面は常に明瞭である。
- (e) 船体は上層側にのみ存在する。

まず仮定 (a) は、本論文では低い船速を取り扱う事に因る。一方、下層側の粘度を考慮しないと仮定した (b) と (c) は、現実状況と照らし合わせた時に議論の余地がある点是否めない。実際、Zilman 等 [15] の計算結果によると、下層の動粘性係数は特に造波抵抗のピーク値に影響を及ぼすとされる。しかし今回は問題の取り扱い易さ及び両波面の造波には重力影響が主要因である点を重視し、本仮定を設ける事とした。同様に仮定 (e) についても、問題を簡略化する観点から、今回は船体が内部境界面を貫通する事は無いと考えた。また仮定 (d) に関して、Fig.1.1 より、実状況において密度躍層は比較的明瞭

に現れていると思われるが、船体通過時には泥の巻き上がりが起こり、両層の境界が曖昧になる事が懸念される。しかし Vantorre [8] によるドラグサクシオン浚渫船の模型を用いた内部波の一点計測結果を参照すると、 $[F_N = 0.013 - 0.081, h_1/d = 1.2, h_2/d = 0.175, \rho_2/\rho_1 = 1.11]$ の状況下で内部波の波動を明瞭に補足できている事から、低速域では、同仮定の妥当性があるものと思われる（記号の意味は、主要記号一覧表を参照の事）。

2.2 ソースによるグリーン関数の導出

船体表面をソース分布で表現する事を念頭に、本節ではソースによるグリーン関数の導出を示す。以下、仮定 (a), (b), (c) に基づき、線形ポテンシャル理論に立脚して考える。

2.2.1 Yeung 等のグリーン関数と研究概要

同様の仮定の下で二層流のグリーン関数を導いた例として、Yeung 等の研究 [17] を挙げる事ができる。Yeung 等は両層有限水深の上層を定常進行するソースを考え、自由表面条件、内部境界条件、そして水底条件を満足するグリーン関数を導いた。これは自由表面波（波数 k_1 ）と内部波（波数 k_2 ）を誘起する造波グリーン関数であった。続いて Yeung 等は、無限遠方での波の性質を知る為に、停留位相法（the method of stationary phase）を用いてグリーン関数を漸近展開し、停留点における各波数の波の等高線を示すと共に、振幅関数の挙動を明らかにした。またグリーン関数を漸近展開せずに直接計算する事で、ソース近傍の局所波を考慮した三次元の波紋図を描き、二層流域における造波特性の理解を深めている。しかし当論文では単一ソースを用いた検証に留まり、物体形状を考慮に入れた計算はなされていない。

2.2.2 本章のグリーン関数

本章では上層無限/下層有限水深の上層を定常進行するソースを考え、内部境界条件と水底条件を満足するグリーン関数を導出する。Yeung 等のグリーン関数との違いは、自由表面を考慮していない点にある。その理由を次に記す。

既に述べたように、本論文の目的の一つは二層流域における船体の定常造波問題を解く事にある。通常、一定速度で前進する船体周りの流場を表す速度ポテンシャルの核関数に Yeung 等のグリーン関数を用いる場合、船体が自由表面を貫通する事に由来して水線上に線積分項（Line Integral）[25] が現れる。ここで線積分項と自由表面付近の船体表面の要素間では、接近する極限において特異性を有する事が知られており、数値積分が困難となる事が懸念された。この問題の最も簡単な解決策として、線積分項が幅方向についての積

分である事を考慮し、船体は概ね細長いという仮定の下で線積分項自体を無視する方法が考えられる。しかし Wigley 船型 ($L/B=10$, $B/d=1.6$) を解析した日下等 [26] によると、この程度の船幅であっても線積分項の考慮が有意な造波抵抗値を得る上で不可欠な事が指摘されており、実用船型を適用対象とする本論文には適さない。そこで本問題の根本的な解決策として、線積分項が現れない速度ポテンシャルの積分表示を考える事とした。これは内部境界条件と水底条件のみを満足するグリーン関数を速度ポテンシャルの核関数に適用する事で得られる。本表示では特異点を自由表面上にも分布させる必要があるが、グリーン関数が自由表面条件を満たさない事から特異性は現れず、安定した計算を期待できる。

同状況（上層無限/下層有限水深）でのグリーン関数は、Sabuncu [13] が過去に導出を試みた例があるが、上層を航行する細長い没水体（slender body）の造波抵抗を Lagally 理論により定式化する事が目的であり、下層のグリーン関数の表示は与えられていない。また上層のグリーン関数に関してもコーシーの主値積分などは実施しておらず、特異性が除去された形では与えられていない。これからの事から、今対象とする両層のグリーン関数の全形を直接に数値積分できる形式で示した例は無いと思われ、一連の導出過程を示す事には意義があると思われる。その際、内部波の放射条件について、Sabuncu が上流波を打ち消すような付加項を意図的に足し合わせる方法で満足させたのに対し、ここでは Rayleigh の仮想摩擦係数を考慮する事にする。

2.2.3 フーリエ変換と逆変換

xy 平面を内部境界面に一致させ、 x 軸は向かって左方向を、 z 軸は鉛直上方を正とするような右手座標系 $o - xyz$ を考える (Fig.2.1)。本座標系はソースと共に移動する等速移動座標系である。また下層水深を h_2 、上下層の各密度を ρ_1 , ρ_2 と定義する。なお自由表面は考えていない。いま仮定 (e) より上層 (ξ, η, ζ) に位置するソースが x 軸正方向に等

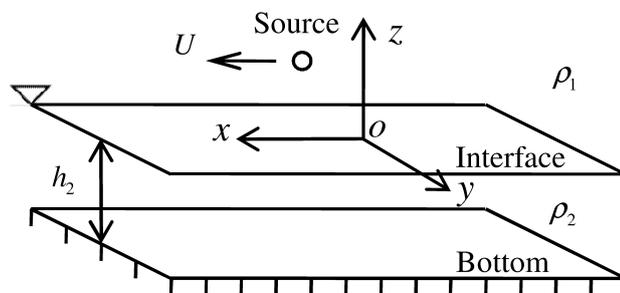


Fig. 2.1: Coordinate system and the sketch of a source

速度 U で移動する時、両層のグリーン関数が満たすべき支配方程式は各々 (2.1), (2.2) 式となる. δ はデルタ関数である. ここで上付き添字 "1" は上層側, "2" は下層側を意味する. 以後, 統一的に表す場合は " $m(= 1, 2)$ " を用いる事とする.

$$\nabla^2 G_s^{(1)} = \delta(x - \xi, y - \eta, z - \zeta) \quad (2.1)$$

$$\nabla^2 G_s^{(2)} = 0 \quad (2.2)$$

次に両層のグリーン関数が満たすべき境界条件について説明する. 仮定 (d) より, 内部境界面は一枚の波面のように振る舞う事から, そこでの動力学的条件と運動学的条件を基に (2.3), (2.4) 式の内部境界条件が得られる. いずれも仮定 (a) より, 内部波高は小さいとみなして $z = 0$ を中心に線形化を施したものである. (2.3) 式において Rayleigh の仮想摩擦係数 μ を考慮する事により, 内部波の放射条件を自動的に満足させる事ができる. また (2.5) 式は水底条件を表している.

$$\gamma \left(k_0 \frac{\partial G_s^{(1)}}{\partial z} + \frac{\partial^2 G_s^{(1)}}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial G_s^{(1)}}{\partial x} \right) = k_0 \frac{\partial G_s^{(2)}}{\partial z} + \frac{\partial^2 G_s^{(2)}}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial G_s^{(2)}}{\partial x} \quad z = 0 \quad (2.3)$$

$$\frac{\partial G_s^{(1)}}{\partial z} = \frac{\partial G_s^{(2)}}{\partial z} \quad z = 0 \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial G_s^{(2)}}{\partial z} = 0 \quad z = -h_2 \quad (2.5)$$

ここで

$$k_0 = g/U^2 \quad \gamma = \rho_1/\rho_2 \quad (2.6)$$

g は重力加速度を表す. また支配方程式と一連の境界条件を満たす各層のグリーン関数を次のように定義する.

$$G_s^{(1)} = \frac{1}{r} + G_{s0}^{(1)} \quad (2.7)$$

$$G_s^{(2)} = G_{s0}^{(2)} \quad (2.8)$$

ここで

$$r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2} \quad (2.9)$$

造波関数 $G_{s0}^{(m)}$ は, グリーン関数が各種境界条件を満たすように求められる関数であり, ラプラス方程式を満足する.

$$\nabla^2 G_{s0}^{(m)} = 0 \quad (2.10)$$

造波関数を求めるに当たり，フーリエ変換の手法を適用する．いま任意の関数 $G(x, y, z)$ のフーリエ変換後の関数を $g(k_x, k_y, z)$ とする時，両者の間には次の関係がある．

$$g(k_x, k_y, z) = F[G(x, y, z)] \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} G(x, y, z) e^{-i\{k_x(x-\xi)+k_y(y-\eta)\}} dx dy \quad (2.11)$$

$$G(x, y, z) = F^{-1}[g(k_x, k_y, z)] \equiv \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} g(k_x, k_y, z) e^{i\{k_x(x-\xi)+k_y(y-\eta)\}} dk_x dk_y \quad (2.12)$$

ここで $F[]$ がフーリエ変換， $F^{-1}[]$ がフーリエ逆変換を表す．(2.3) - (2.5) ，(2.10) 式をフーリエ変換/逆変換する事で，造波関数として最終的に次式が得られる（導出の詳細は補遺 A を参照の事）．本式は，物理的には θ 方向に伝播する波数 k の波の重ね合わせを表している．なお $\theta = 0$ の方向がソースの進行方向を意味する．

$$G_{s0}^{(m)} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^{\infty} \frac{H_s^{(m)}[k, \theta]}{\Delta[k, \theta]} e^{ik\omega} dk d\theta \quad (2.13)$$

ここで

$$\begin{aligned} H_s^{(1)}[k, \theta] &= 2\gamma a e^{-k(z+\zeta)} \sinh kh_2 \\ &\quad - \{\gamma a - (1 - \gamma)b\} e^{k(h_2-z-\zeta)} \\ &\quad + \{(1 + \gamma)a + \gamma b\} e^{-k(h_2+z+\zeta)} \end{aligned} \quad (2.14)$$

$$H_s^{(2)}[k, \theta] = \gamma(a + b) \{e^{k(h_2+z-\zeta)} + e^{-k(h_2+z+\zeta)}\} \quad (2.15)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta[k, \theta] &= 2\gamma a \sinh kh_2 + b e^{kh_2} + a e^{-kh_2} \\ a &= k + k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta \\ b &= k - k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta \\ \omega &= (x - \xi) \cos \theta + (y - \eta) \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (2.16)$$

2.2.4 経路積分

以後 (2.13) 式の実部 (R_e) をとるものとする．また Rayleigh の仮想摩擦係数 μ は経路積分実施後に 0 とする． θ の積分範囲 $(-\pi, -\pi/2)$, $(\pi/2, \pi)$ に対し，それぞれ $\theta = \bar{\theta} - \pi$, $\theta = \bar{\theta} + \pi$ という変数変換を行い，変換後に再度 $\bar{\theta} \rightarrow \theta$ と置き換える事で次式が得られる．

$$G_{s0}^{(m)} = \frac{1}{\pi} \lim_{\mu \rightarrow 0} R_e \left\{ \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\infty} \frac{H_s^{(m)}[k, \theta]}{\Delta[k, \theta]} e^{ik\omega} dk d\theta \right\} \quad (2.17)$$

ここで $e^{-ik\omega(\bar{\theta})}$ から $e^{ik\omega(\theta)}$ への置き換えは、いま造波関数の実部を採用する事から可能である。 $\Delta[k_2, \theta] = 0$ とすれば、任意の θ の根として次式を得る。ここで k_2 は進行する内部波の波数であり、次式で定義される。

$$k_2 = \frac{k_0 \sec^2 \theta (1 - \gamma) \tanh(k_2 h_2)}{1 + \gamma \tanh(k_2 h_2)} - i\mu \sec \theta \quad (2.18)$$

続いて $z = \zeta$ 平面を考え、ソース位置を原点とする極座標系 $\bar{o} - r\psi$ を導入する。

$$\left. \begin{aligned} (x - \xi) &= -r \cos \psi \\ (y - \eta) &= r \sin \psi \\ \omega &= -r \cos(\theta + \psi) \end{aligned} \right\} \quad (2.19)$$

流場の対称性より、以後 $0 \leq (y - \eta)$ の領域のみを対象とする。つまり $0 \leq \psi \leq \pi$ である。(2.17) 式における θ の範囲を考慮すると、 ω の正負と θ 範囲の間には次の関係が成立する。

$$\left. \begin{aligned} \omega < 0 &\leftrightarrow -\pi/2 < \theta < \pi/2 - \psi \\ \omega > 0 &\leftrightarrow \pi/2 - \psi < \theta < \pi/2 \end{aligned} \right\} \quad (2.20)$$

(2.18) 式より本問題では複素平面 σ (虚数単位: i) の第4象限に1つの根が存在する。そこでジョルダンの補助定理を考慮し無限遠円弧上の積分値が0となるように、 $\omega > 0$ の時には $\sigma = u(1 + i)$ の複素経路を、 $\omega < 0$ の時には $\sigma = u(1 - i)$ の複素経路を有する扇形経路を設定する (Fig.2.2 を参照)。そして留数定理を適用すると次式が得られる。ここで I_m は虚部を意味する。

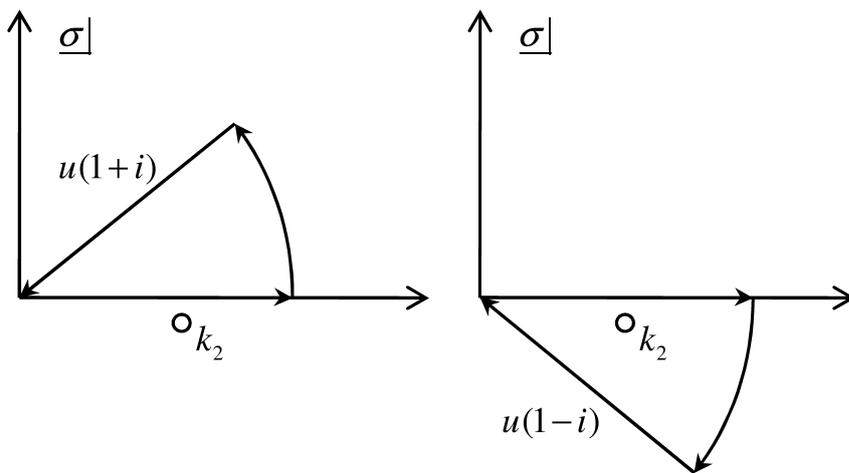


Fig. 2.2: Integration contour
(Left: $\omega > 0$ / Right: $\omega < 0$)

$$\begin{aligned}
G_{s0}^{(m)} = & -\frac{1}{\pi} \text{Re} \left\{ \int_{-\pi/2}^{\pi/2-\psi} \int_{\infty}^0 (1-i) \frac{H_s^{(m)}[u(1-i), \theta]}{\Delta[u(1-i), \theta]} e^{+iu(1-i)\omega} du d\theta \right. \\
& \left. + \int_{\pi/2-\psi}^{\pi/2} \int_{\infty}^0 (1+i) \frac{H_s^{(m)}[u(1+i), \theta]}{\Delta[u(1+i), \theta]} e^{+iu(1+i)\omega} du d\theta \right\} \\
& + 2I_m \left\{ \int_{-\pi/2}^{\pi/2-\psi} \frac{H_s^{(m)}[k_2, \theta]}{\Delta'[k_2, \theta]} e^{ik_2\omega} d\theta \right\} \tag{2.21}
\end{aligned}$$

ここで Δ' は Δ の k による偏微分である。上式 2 つの重積分項は複素共役の関係にあり、両項の実部のみ採用する事を考えればまとめる事ができる。整理すると最終的に次式が得られる。

$$\begin{aligned}
G_{s0}^{(m)} = & \frac{1}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^{\infty} \frac{F_s^{(m)}[u, \theta]}{F_L[u, \theta]} e^{-u|\omega|} du d\theta \\
& + 2 \int_{-\pi/2}^{\pi/2-\psi} \frac{H_s^{(m)}[k_2, \theta]}{\Delta'[k_2, \theta]} \sin(k_2\omega) d\theta \tag{2.22}
\end{aligned}$$

ここで第 1 項はソース近傍の局所波を、第 2 項が進行波を表している。 $H_s^{(m)}[k_2, \theta]$ は、(2.14) , (2.15) 式において μ を消去し、(2.18) 式を解いて得られる k_2 を代入したものである。また $F_s^{(m)}[u, \theta]$, $F_L[u, \theta]$, $\Delta'[k_2, \theta]$ はそれぞれ次のように表す事ができる。

$$F_s^{(1)}[u, \theta] = e^{u(2h_2-z-\zeta)} E_{s1} + e^{-u(z+\zeta)} E_{s2} + e^{-u(2h_2+z+\zeta)} E_{s3} \quad (2.23)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{s1} = \{2(1-\gamma^2)u^2 + (1-\gamma)^2 k_0^2 \sec^4 \theta\} \\ \quad \{\cos u(z+\zeta-|\omega|) + \sin u(z+\zeta-|\omega|)\} \\ - 2(1-\gamma^2)uk_0 \sec^2 \theta \cos u(z+\zeta-|\omega|) \\ - 2(1-\gamma)^2 uk_0 \sec^2 \theta \sin u(z+\zeta-|\omega|) \\ \\ E_{s2} = \{2(1+\gamma)^2 u^2 - (1-\gamma)^2 k_0^2 \sec^4 \theta\} \\ \quad \{\cos u(2h_2+z+\zeta-|\omega|) + \sin u(2h_2+z+\zeta-|\omega|)\} \\ + 2(1-\gamma^2)uk_0 \sec^2 \theta \\ \quad \{\cos u(2h_2+z+\zeta-|\omega|) - \sin u(2h_2+z+\zeta-|\omega|)\} \\ + \{2(1-\gamma)^2 u^2 - (1-\gamma)^2 k_0^2 \sec^4 \theta\} \\ \quad \{\cos u(2h_2-z-\zeta+|\omega|) - \sin u(2h_2-z-\zeta+|\omega|)\} \\ - 2(1-\gamma)^2 uk_0 \sec^2 \theta \\ \quad \{\cos u(2h_2-z-\zeta+|\omega|) + \sin u(2h_2-z-\zeta+|\omega|)\} \\ \\ E_{s3} = \{2(1-\gamma^2)u^2 + (1-\gamma)^2 k_0^2 \sec^4 \theta\} \\ \quad \{\cos u(z+\zeta-|\omega|) + \sin u(z+\zeta-|\omega|)\} \\ + 2(1-\gamma)^2 uk_0 \sec^2 \theta \cos u(z+\zeta-|\omega|) \\ + 2(1-\gamma^2)uk_0 \sec^2 \theta \sin u(z+\zeta-|\omega|) \end{array} \right.$$

$$F_s^{(2)}[u, \theta] = 2\gamma u \{ e^{u(2h_2+z-\zeta)} E_{s4} + e^{u(z-\zeta)} E_{s5} + e^{-u(z+\zeta)} E_{s6} + e^{-u(2h_2+z+\zeta)} E_{s7} \} \quad (2.24)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{s4} = 2(1+\gamma)u \{ \cos u(z-\zeta+|\omega|) - \sin u(z-\zeta+|\omega|) \} \\ \quad + 2(1-\gamma)k_0 \sec^2 \theta \sin u(z-\zeta+|\omega|) \\ E_{s5} = 2(1-\gamma)u \{ \cos u(2h_2+z-\zeta+|\omega|) \\ \quad - \sin u(2h_2+z-\zeta+|\omega|) \} \\ \quad - 2(1-\gamma)k_0 \sec^2 \theta \sin u(2h_2+z-\zeta+|\omega|) \\ E_{s6} = 2(1+\gamma)u \{ \cos u(2h_2+z+\zeta-|\omega|) \\ \quad + \sin u(2h_2+z+\zeta-|\omega|) \} \\ \quad - 2(1-\gamma)k_0 \sec^2 \theta \sin u(2h_2+z+\zeta-|\omega|) \\ E_{s7} = 2(1-\gamma)u \{ \cos u(z+\zeta-|\omega|) + \sin u(z+\zeta-|\omega|) \} \\ \quad + 2(1-\gamma)k_0 \sec^2 \theta \sin u(z+\zeta-|\omega|) \end{array} \right.$$

$$F_L(u, \theta) = e^{2uh_2} E_{L1} + 2E_{L2} + e^{-2uh_2} (1-\gamma)^2 E_{L3} \quad (2.25)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{L1} = 2(1+\gamma)^2 u^2 - 2(1-\gamma^2) u k_0 \sec^2 \theta \\ \quad + (1-\gamma)^2 k_0^2 \sec^4 \theta \\ E_{L2} = 2(1-\gamma^2) u^2 \cos 2uh_2 \\ \quad - 2uk_0(1-\gamma)(\sin 2uh_2 - \gamma \cos 2uh_2) \sec^2 \theta \\ \quad - (1-\gamma)^2 k_0^2 \cos 2uh_2 \sec^4 \theta \\ E_{L3} = 2u^2 + 2uk_0 \sec^2 \theta + k_0^2 \sec^4 \theta \end{array} \right.$$

$$\begin{aligned} \Delta'[k_2, \theta] &= 2\{1 + \gamma h_2 k_2 - (1-\gamma)h_2 k_0 \sec^2 \theta\} \cosh h_2 k_2 \\ &\quad + 2(\gamma + h_2 k_2) \sinh h_2 k_2 \end{aligned} \quad (2.26)$$

2.2.5 臨界速度/臨界フルード数の定義

波面がある場合，ソース等の波源が進行する事で波が発生する．この波の紋様はケルビン波と呼ばれ，波頂線がほぼ進行方向と直角になる横波と波源から後方に八の字型に広がる発散波から成る．ケルビン波の波長や波高は波源の進行速度に応じて変化するが，深水域の場合，波の存在領域は速度に依らず波源後方の半頂角 19.28° の内部に限られる．一方，水深が浅い場合には，波源の進行速度が増すにつれて波の存在領域が広がり，ある速度に達した時点で横波が消失する現象が起こる．この速度は臨界速度と呼ばれ，前後で波系の様相が劇的に変化する事になる．以下，各状況に応じた波の臨界速度及び臨界フルード数を定義しておく．

一層浅水域

水深を h ，波源の進行速度を U とする時，水深ベースのフルード数 F_h を次のように定義する．

$$F_h = U/\sqrt{gh} \quad (2.27)$$

ここで F_h が 1 に達すると横波が消失する事が知られている．つまり進行する自由表面波 (波数 k_1) の臨界フルード数 F_{hc1} は 1 である．この時，臨界速度は次式となる．

$$U_{c1} = F_{hc1}\sqrt{gh} = \sqrt{gh} \quad (2.28)$$

二層流域 (上層無限/下層有限水深)

Fig.2.1 のような自由表面がない上層無限/下層有限水深の二層流域を考える．この場合，内部境界面には (2.22) 式に基づき波が誘起される．ここでは前項までの結果を引用して内部波の臨界速度の導出について考えたい．まず進行する内部波の波数 k_2 は， μ を 0 とした後の (2.18) 式から求まる．いま k_2 を任意の値を取る変数 k に置き換えて (2.18) 式を表すと，次のように書く事ができる．

$$k = f(k) = \frac{1}{2}k_0 \sec^2 \theta \Omega(k) \quad (2.29)$$

ここで

$$\Omega(k) = \frac{2(1-\gamma) \tanh kh_2}{1 + \gamma \tanh kh_2} \quad (2.30)$$

横軸に波数 k ，縦軸に $f(k)$ 及び $g(k) = k$ をとって描いたグラフを Fig.2.3 に示す． $f(k)$ の性質より， $k = 0$ における傾きが $g(k)$ の傾き (= 1) より小さくなった時に $f(k)$ と $g(k)$ の

交点が無くなる事が分かる. すなわち (2.29) 式の解である内部波の波数 k_2 が存在する為には, 次の条件を満たす必要がある.

$$\frac{\partial f(0)}{\partial k} = k_0 h_2 \sec^2 \theta F_{hc2}^2 > 1 \quad (2.31)$$

ここで

$$F_{hc2}^2 = \frac{1}{2h_2} \frac{\partial \Omega(0)}{\partial k} = 1 - \gamma \quad (2.32)$$

波源の進行速度を表す水深ベースのフルード数 $F_h|_{h \rightarrow h_2}$ を用いる事で, (2.31) 式は次のように書き換えられる.

$$\sec^2 \theta > \frac{F_h^2}{F_{hc2}^2} \quad (2.33)$$

$F_h < F_{hc2}$ の状況であれば (2.33) 式は常に満たされる. しかし $F_h > F_{hc2}$ の状況では, 内部波の伝播角度 θ に次の制約が生じる.

$$|\theta| > \theta_c = \cos^{-1} \left(\frac{F_{hc2}}{F_h} \right) \quad (2.34)$$

すなわち (2.32) 式で定義される F_{hc2} を内部波の臨界フルード数として, 波源の進行速度を表すフルード数 F_h がそれを超過した時, (2.34) 式より, 伝播角度によっては内部波の波数を定義できない事が分かる. その結果, 横波は消失する事になる. この時の臨界速度は次式で定義できる.

$$U_{c2} = F_{hc2} \sqrt{gh_2} \quad (2.35)$$

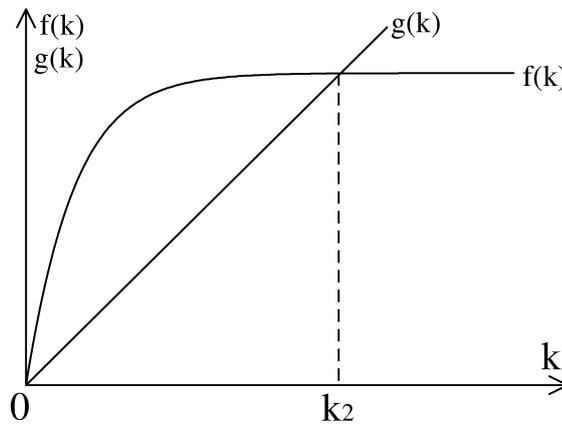


Fig. 2.3: Graphical solution for k_2

二層流域（両層有限水深）

次章の Fig.3.1 に示すような両層有限水深の二層流域の場合，進行波として，自由表面上には波数 k_1 の自由表面波が，内部境界面上には波数 k_2 の内部波が誘起される．加えて両波面が干渉し合う為に，自由表面上には内部波による干渉波（波数 k_2 ）が，内部境界面上には自由表面波による干渉波（波数 k_1 ）が現れる．なお波数 k_1, k_2 は，各層水深，密度比，波源の進行速度に応じて変化する．

この状況における水深ベースの波の臨界フルード数は，Yeung 等 [17] により次のように求められている．

$$F_{hcn}^2 = \frac{1}{2} + (-1)^{n+1} \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{(1-\gamma)h_1h_2}{(h_1+h_2)^2}} \quad (n = 1, 2) \quad (2.36)$$

ここで $n = 1, 2$ が，それぞれ自由表面波と内部波に対応している．また臨界速度は次式で定義される．

$$U_{cn} = F_{hcn} \sqrt{g(h_1 + h_2)} \quad (n = 1, 2) \quad (2.37)$$

いま $\gamma = 1$ とする時，密度差が無くなる事から状況は一層浅水域となる．この場合，自由表面波の臨界速度 U_{c1} は (2.28) 式に一致する．一方， h_1 が無限に大きいと仮定する時，内部境界面近くの流場は，Fig.2.1 で示した自由表面が無い二層流域の流場と同じとみなせる．この場合，内部波の臨界速度 U_{c2} は (2.35) 式に一致する．

次章以降，船体の定常造波問題を解く際には，この両層有限水深の二層流域が対象となる．そこで密度比と水深比に対する波の臨界フルード数を Fig.2.4 に示しておく．

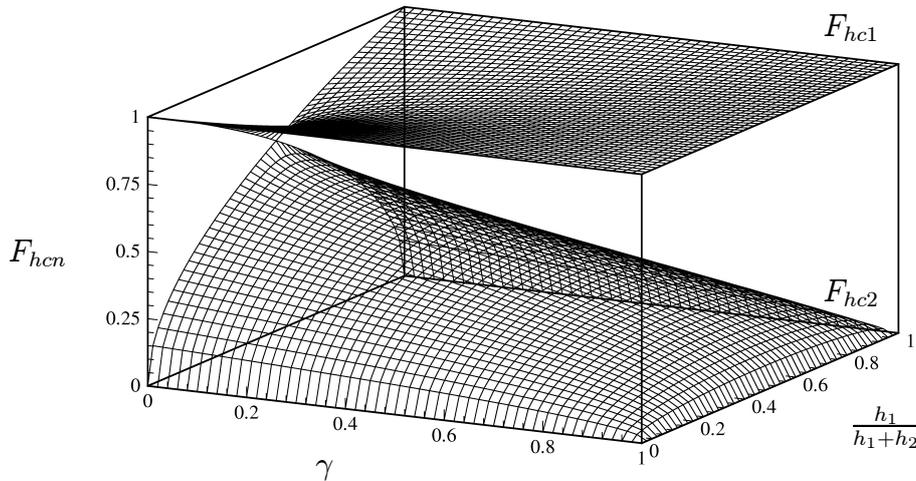


Fig. 2.4: Critical Froude numbers in two layer fluids of finite depth

2.3 グリーン関数の数値計算法

まず本節では、造波関数を構成する単積分項（進行波）と重積分項（局所波）の数値積分法に言及する．詳細は次章以降に譲るが、今回提案する解法では特異点（グリーン関数）を自由表面上にも分布させる必要があり、計算時間の長期化が懸念された．この為、計算効率の高い数値積分法の活用は必須であり、ここではその概略を説明する．

続いて面要素内に均一強さで分布したソースによる誘導速度の計算法として Hess and Smith 法を説明する．一方、造波関数による誘導速度の計算法については、要素内部で代表点を決めて造波関数の微分値を求め、要素の面積を掛ける事で面積分する方法（monopole 法）を採用するものとし、ここではそれ以上の説明は行わない．

2.3.1 造波関数の数値積分法

複雑な造波関数の定積分を解析的に解く事は困難を窮める．よって積分値を得る為には数値積分法が必要となる．数値積分法には、分点の取り方、その分点での関数値に乗ずる重みの決め方に応じて様々な公式が提案されているが、本論文では造波関数の単積分項を計算するに当たり二重指数関数積分公式（Double Exponential formula : DE 公式）を適用した．これは変数変換型公式の 1 種であり、被積分関数の変数変換に工夫を施す事で解の収束効率を高めたものである．一方、重積分項にはガウス型積分公式を適用した．こちらは補完型公式の 1 種であり、分点と重みの双方を任意変数とする事で、近似多項式の次数を上げて少ない分点数で高い精度を得る事ができる．

計算時の注意点として、DE 公式適用の単積分は一定精度で収束計算させたが、ガウス型積分公式適用の重積分については、両積分区間共に標準 60 の分点数を設定した上で、計算時間の観点から収束計算はさせていない．

二重指数関数積分公式（DE 公式）

DE 公式の原理は森の著 [27] に詳述されており、ここではその一部を抜粋してまとめる．まず次の関数 $f(x)$ の定積分を考える．

$$I = \int_{-1}^1 f(x) dx \quad (2.38)$$

積分区間内に分点 x_i をとりそこでの関数値 $f(x_i)$ を計算する．各々の $f(x_i)$ に適当な重み ω_i を乗じて和をとる事で、基本的な積分公式が得られる．

$$I = \sum_i \omega_i f(x_i) \quad (2.39)$$

ここで (2.38) 式に次の変数変換を考える.

$$x = \varphi(t) \quad (2.40)$$

関数 φ は次の関係を満足する解析的な増加関数である.

$$\varphi(-\infty) = -1, \quad \varphi(\infty) = 1 \quad (2.41)$$

変数変換後の (2.38) 式は次式のように書ける.

$$I = \int_{-\infty}^{\infty} f(\varphi(t))\varphi'(t)dt \quad (2.42)$$

一般に無限区間の積分に等間隔な刻み幅 Δb で分点を設けて台形則で積分する時, 高精度な積分値が得られる事が知られている. そこで上式に対しても台形則を適用する事で, 次のように近似できる.

$$I \simeq \Delta b \sum_{i=-\infty}^{\infty} f(\varphi(i\Delta b))\varphi'(i\Delta b) \quad (2.43)$$

ここで最も少ない分点数で最も高い精度の積分値を得るべく, 次に示す変換変数の適用を考える.

$$x = \varphi(t) = \tanh\left(\frac{\pi}{2} \sinh t\right) \quad (2.44)$$

この時に (2.42) 式の被積分関数は, 積分変数 $|t|$ の増大と共に二重指数関数的に速やかに減衰する事が分かる.

$$f(\varphi(t))\varphi'(t) \sim A \cdot \exp(-B \cdot \exp|t|) \quad (2.45)$$

ここで A, B は任意変数である. この急減衰の性質を利用すれば, (2.43) 式の無限和を有限項 N で打ち切っても問題はなく, DE 公式として次式が得られる.

$$I \simeq \Delta b \sum_{i=-N}^N f\left(\tanh\left(\frac{\pi}{2} \sinh(i\Delta b)\right)\right) \frac{\pi \cosh(i\Delta b)/2}{\cosh^2(\pi \sinh(i\Delta b)/2)} \quad (2.46)$$

つまり DE 公式の分点と重みは次のように定義される.

$$x_i = \tanh\left(\frac{\pi}{2} \sinh(i\Delta b)\right), \quad \omega_i = \Delta b \frac{\pi \cosh(i\Delta b)/2}{\cosh^2(\pi \sinh(i\Delta b)/2)} \quad (2.47)$$

次に任意区間 (a, b) の積分を考える.

$$I = \int_a^b f(x)dx \quad (2.48)$$

この場合には, まず次の変数変換式 ($x \rightarrow x_{new}$) により積分区間を $(-1, 1)$ に変更した上で, (2.44) 式を適用すればよい.

$$x = \frac{b-a}{2} x_{new} + \frac{b+a}{2} \quad (2.49)$$

ガウス・ルジャンドルの積分公式

ガウス型積分公式の内，本論文では直交関数系のルジャンドル多項式を利用したガウス・ルジャンドルの積分公式を適用する．川上の著 [28] が積分原理の解説に詳しい為，ここではその一部を引用して説明する．

(2.38) 式に示した $f(x)$ の定積分を再度考える．この積分は分点 x_i と重み ω_i を用いて，(2.39) 式に近似できる．任意の $f(x)$ を多項式で表す場合， n 個の分点 x_i と n 個の重み ω_i で計 $2n$ 個の変数を有する為，最高次の近似多項式の次数は $2n-1$ 次となる．ここで一般的な $2n-1$ 次多項式の表現を検討したい．まず次に示す n 次の関数を定義する．

$$\varphi_n(x) = \prod_{j=1}^n (x - x_j) \quad (2.50)$$

この関数は分点 x_i で 0 になる性質を有する．

$$\varphi_n(x_i) = 0 \quad (i = 1, 2, \dots, n) \quad (2.51)$$

$\varphi_n(x)$ を x で微分し，分点 x_i を代入するとすると次式が得られる．

$$\varphi_n'(x_i) = \prod_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n (x_i - x_j) \quad (2.52)$$

n 個の分点 x_i で $f(x_i)$ となるような $n-1$ 次のラグランジュの補間式 $p_{n-1}(x)$ は，(2.50) ，(2.52) 式を用いる事で次のように表せる．

$$\begin{aligned} p_{n-1}(x) &= \sum_{i=1}^n \frac{(x - x_1) \cdots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \cdots (x - x_n)}{(x_i - x_1) \cdots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \cdots (x_i - x_n)} f(x_i) \\ &= \varphi_n(x) \sum_{i=1}^n \frac{f(x_i)}{(x - x_i) \varphi_n'(x_i)} \end{aligned} \quad (2.53)$$

続いて n 個の分点 x_i で $f(x_i)$ と等しくなるような任意の $2n-1$ 次多項式 $f(x)$ は，次のように表せる．

$$f(x) = p_{n-1}(x) + \varphi_n(x)(b_0 + b_1x + b_2x^2 + \cdots + b_{n-1}x^{n-1}) \quad (2.54)$$

ここで b_0, b_1, \dots, b_{n-1} は任意変数である．実際，分点位置において第 1 項は $f(x_i)$ となり，第 2 項は 0 となる事が分かる．この $f(x)$ の表現式を (2.38) 式に代入する．

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = \int_{-1}^1 p_{n-1}(x) dx + \int_{-1}^1 \varphi_n(x)(b_0 + b_1x + b_2x^2 + \cdots + b_{n-1}x^{n-1}) dx \quad (2.55)$$

ここで上式第2項がゼロと仮定する. つまり次の仮定を設ける.

$$\int_{-1}^1 \varphi_n(x) x^k = 0 \quad (k = 0, 1, 2, \dots, n-1) \quad (2.56)$$

この時の (2.55) 式を (2.39) 式で近似すれば, 次の関係が成り立つ.

$$\int_{-1}^1 p_{n-1}(x) dx = \sum_{i=1}^n \omega_i f(x_i) \quad (2.57)$$

ここで (2.53) 式を考慮する時, 重み ω_i として次式を得る.

$$\omega_i = \int_{-1}^1 \frac{\varphi_n(x)}{(x - x_i) \varphi'_n(x_i)} dx \quad (2.58)$$

以上の議論においては, n 次多項式の関数 $\varphi_n(x)$ に対して (2.51), (2.56) 式という2つの仮定を設けた. これら2つの仮定を満たす関数として, ルジャンドルの多項式を考える事ができる. ルジャンドルの多項式は次のように定義される.

$$P_n(x) = \frac{1}{2^n n!} \frac{d^n}{dx^n} (x^2 - 1)^n \quad (2.59)$$

改めて (2.50) 式で定義された $\varphi_n(x)$ として (2.59) 式を考えるに当たり, 係数の調整を経て, 最終的に次の近似多項式が得られる.

$$\varphi_n(x) = \frac{2^n (n!)^2}{(2n)!} P_n(x) \quad (2.60)$$

よって (2.58) 式より重み ω_i が求まる. また上式は (2.51) 式を満たす事からして, 次の関係が成り立つ.

$$P_n(x_i) = 0 \quad (2.61)$$

すなわちこの積分公式における分点は, ルジャンドルの多項式のゼロ点である. なお任意積分区間への適用は, (2.49) 式の変数変換により積分区間を $(-1, 1)$ とした上で積分公式を適用すればよい.

2.3.2 Hess and Smith 法

Hess and Smith の方法 [29] とは、一定速度で進行する無限流体中の物体周りの流れを、ポテンシャル流場を仮定して求めるものである。この際に物体表面を分割し、各面要素に配置したソースによる誘導速度を考慮する事になる。Hess 等は面積分を解析的に処理する事で、ソースによる誘導速度を対数項や三角関数項の線形和で表した。これにより数値計算の容易化及び精度の向上を見込める。

いま Fig.2.5 に示すように、 $(\xi_k, \eta_k, 0)$ を四隅点 ($k = 1, 2, 3, 4$) にもつ1枚の面要素 S を考える。面要素に均一分布したソース（吹き出し）の面密度を1とする時、速度ポテンシャルは次のように定義できる。

$$\Phi = \iint_S - \frac{d\xi d\eta}{\sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + z^2}} \quad (2.62)$$

この時、任意の流場点 P への誘導速度は次式より求まる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial x} &= \frac{\eta_2 - \eta_1}{d_{12}} \log \left(\frac{r_1 + r_2 - d_{12}}{r_1 + r_2 + d_{12}} \right) + \frac{\eta_3 - \eta_2}{d_{23}} \log \left(\frac{r_2 + r_3 - d_{23}}{r_2 + r_3 + d_{23}} \right) \\ &+ \frac{\eta_4 - \eta_3}{d_{34}} \log \left(\frac{r_3 + r_4 - d_{34}}{r_3 + r_4 + d_{34}} \right) + \frac{\eta_1 - \eta_4}{d_{41}} \log \left(\frac{r_4 + r_1 - d_{41}}{r_4 + r_1 + d_{41}} \right) \end{aligned} \quad (2.63)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial y} &= \frac{\xi_1 - \xi_2}{d_{12}} \log \left(\frac{r_1 + r_2 - d_{12}}{r_1 + r_2 + d_{12}} \right) + \frac{\xi_2 - \xi_3}{d_{23}} \log \left(\frac{r_2 + r_3 - d_{23}}{r_2 + r_3 + d_{23}} \right) \\ &+ \frac{\xi_3 - \xi_4}{d_{34}} \log \left(\frac{r_3 + r_4 - d_{34}}{r_3 + r_4 + d_{34}} \right) + \frac{\xi_4 - \xi_1}{d_{41}} \log \left(\frac{r_4 + r_1 - d_{41}}{r_4 + r_1 + d_{41}} \right) \end{aligned} \quad (2.64)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Phi}{\partial z} &= \tan^{-1} \left(\frac{m_{12}e_1 - s_1}{zr_1} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{m_{12}e_2 - s_2}{zr_2} \right) \\ &+ \tan^{-1} \left(\frac{m_{23}e_2 - s_2}{zr_2} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{m_{23}e_3 - s_3}{zr_3} \right) \\ &+ \tan^{-1} \left(\frac{m_{34}e_3 - s_3}{zr_3} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{m_{34}e_4 - s_4}{zr_4} \right) \\ &+ \tan^{-1} \left(\frac{m_{41}e_4 - s_4}{zr_4} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{m_{41}e_1 - s_1}{zr_1} \right) \end{aligned} \quad (2.65)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} r_k &= [(x - \xi_k)^2 + (y - \eta_k)^2 + z^2]^{\frac{1}{2}} \\ e_k &= z^2 + (x - \xi_k)^2 \\ s_k &= (y - \eta_k)(x - \xi_k) \end{aligned} \right\} \quad (2.66)$$

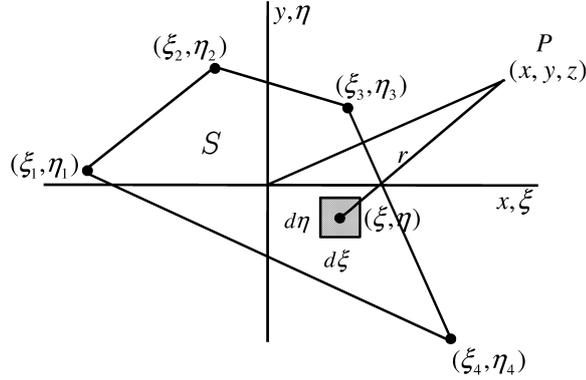


Fig. 2.5: A plane quadrilateral

$$\left. \begin{aligned}
 d_{12} &= [(\xi_2 - \xi_1)^2 + (\eta_2 - \eta_1)^2]^{\frac{1}{2}} & m_{12} &= \frac{\eta_2 - \eta_1}{\xi_2 - \xi_1} \\
 d_{23} &= [(\xi_3 - \xi_2)^2 + (\eta_3 - \eta_2)^2]^{\frac{1}{2}} & m_{23} &= \frac{\eta_3 - \eta_2}{\xi_3 - \xi_2} \\
 d_{34} &= [(\xi_4 - \xi_3)^2 + (\eta_4 - \eta_3)^2]^{\frac{1}{2}} & m_{34} &= \frac{\eta_4 - \eta_3}{\xi_4 - \xi_3} \\
 d_{41} &= [(\xi_1 - \xi_4)^2 + (\eta_1 - \eta_4)^2]^{\frac{1}{2}} & m_{41} &= \frac{\eta_1 - \eta_4}{\xi_1 - \xi_4}
 \end{aligned} \right\} \quad (2.67)$$

2.4 本章のまとめ

まず本章では、二層流域における船体の定常造波問題の仮定を述べた。そして自由表面が存在しない上層無限/下層有限水深の状況を考え、その上層を一定速度で進行するソースによるグリーン関数を導出した。本グリーン関数は内部境界条件と水底条件を満足するものであり、その特徴と意義については、Yeung等のグリーン関数 [17] との比較を通じて述べてある。両層のグリーン関数は (2.7), (2.8) 式で定義され、内部境界面の造波と水底の影響を表す造波関数は (2.22) 式の形にまとめる事ができる。

続いて本章では、一層浅水域における自由表面波、上層無限/下層有限水深の二層流域における内部波、そして両層有限水深の二層流域における自由表面波ならびに内部波の臨界速度/臨界フルード数を定義した。

最後にグリーン関数の数値計算法について言及した。本論文では造波関数の単積分項に二重指数関数積分公式を、重積分項にガウス・ルジャンドルの積分公式を適用する。そこで本章では各積分公式の概略を述べた。また面要素に均一分布するソースによる誘導速度の計算方法として、Hess and Smithの方法をまとめた。

3. 二層流域における瘦せ型船の定常造波問題

本章では、一様流れの速度ポテンシャルに、船体による両波面の造波（波面間の干渉影響を含む）と水底の影響を表す速度ポテンシャル（定常攪乱ポテンシャル）を足し合わせる事で流場を定義する。ここで定常攪乱ポテンシャルの核関数には、前章で導出した内部境界条件と水底条件を満たすソースのグリーン関数を用いる。

本章の構成として、まず直進する船体の定常造波問題を定式化する。そして単一ソースと没水回転楕円体を対象に問題を解き、この定式化に基づく解法の妥当性を検証する。最後に Wigley 船型を取り上げ、造波抵抗と造波模様の特徴について明らかにする。

3.1 定式化

コンスタントパネル法に基づく境界値問題として定式化する。

3.1.1 速度ポテンシャルの定義

船体と共に移動する等速移動座標系 $o - xyz$ (Fig.3.1) を定義する。ここで xy 平面は内部境界面に一致させ、船体ミッドシップの直下に原点がくるものとする。そして x 軸方向と船体長さ方向をそろえ、 z 軸を鉛直上方に、 y 軸は右手系を採用する。また h_1 は上層水深を表す。いま一定船速 U で x 軸正方向へ進む船体を考える時、この船体周りの流場を表す速度ポテンシャルは次のように定義できる。

$$\Phi^{(m)} = -Ux + \phi_1^{(m)} \quad (3.1)$$

ここで第1項は x 軸負方向への一様流れを表し、 $O(1)$ のオーダーである。一方第2項の $\phi_1^{(m)}$ は船体による両波面の造波（波面間の干渉影響を含む）と水底の影響を表す速度ポテンシャルを意味し、仮定 (a) より微小オーダー $O(\epsilon)$ と考える。これを本章では、「定常攪乱ポテンシャル」と呼ぶ事にする。今回示す定式化では、前章で求めたグリーン関数を定常攪乱ポテンシャルの核関数に用いる訳だが、このグリーン関数は自由表面条件を満たしていない為、特異点（ソース）を船体表面のみならず自由表面上にも分布させる必要がある。

そこで $\phi_1^{(m)}$ を次のように定義する.

$$\phi_1^{(m)} = - \iint_{S_F + S_H} \sigma_1 G_s^{(m)} dS \quad (3.2)$$

ここで S_F , S_H はそれぞれ自由表面, 船体表面を意味する. また σ_1 はソース強さを表す. $G_s^{(m)}$ は (2.7) 及び (2.8) 式で定義された各層のグリーン関数である. 以下, コンスタントパネル法にならい各面要素上でソース強さは一定とする.

3.1.2 境界値問題

支配方程式

両層共にポテンシャル流れを仮定している為, 各層の速度ポテンシャルはラプラス方程式を満たす.

$$\nabla^2 \Phi^{(m)} = 0 \quad (3.3)$$

境界条件

下層速度ポテンシャルが満たすべき全境界条件は, 下層グリーン関数 (2.8) 式を核関数に用いる事で既に満足された. 一方, 上層速度ポテンシャルが満たすべき内部境界条件もまた, 上層グリーン関数 (2.7) 式により満足されている. よってここではその他の境界条件をまとめる.

$$k_0 \frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial z} + \frac{\partial^2 \phi_1^{(1)}}{\partial x^2} = 0 \quad z = h_1 \quad (3.4)$$

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial n_H} = 0 \quad \text{on } S_H \quad (3.5)$$

ここで (3.4) 式は, 2.1 節の仮定 (a) より, 自由表面に誘起される波は十分小さいとみなして, 静水面 ($z = h_1$) を中心に線形化した自由表面条件である. k_0 は (2.6) 式で定義される. また (3.5) 式は船体表面条件を表す. n_H は船体表面の外向き法線方向を表す.

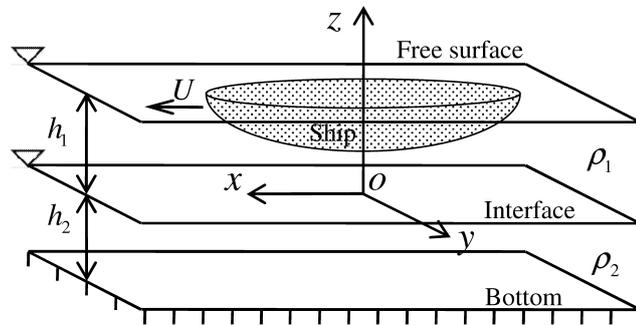


Fig. 3.1: Coordinate system and the sketch of a ship

放射条件

解を唯一に定める為には上記の境界条件に加えて、波が下流方向にのみ伝播する事を規定する放射条件を考慮しなければならない。グリーン関数導出時に、内部境界条件は Rayleigh の仮想摩擦係数を処理した事で、内部波の放射条件は数学的に厳密に満足されたと考えてよい。よってここでは、自由表面波の放射条件の満たし方について述べる。

ソースを自由表面上に分布させて定常造波問題を解くランキンソース法の場合、Dawson が提案した有限差分近似型・放射条件考慮法 (Dawson 法) [30]、そして安東等の選点をシフトする方法 (選点シフト法) [31] が知られている。Dawson 法とは、自由表面条件の主流方向二階微分の項を上流差分近似する事で、Rayleigh の仮想摩擦係数に類似する微小な高次項を自由表面条件に付加する事と同等の働きを得て、下流方向にのみ波流れを生じる方法である。一方、選点シフト法は、自由表面条件を課す選点を特異点分布位置の一要素分上流側にずらして取る事で上流波消しを実現する方法であり、波減衰が少ない優れた方法として知られている。両手法の数値的操作と放射条件の関連性は、瀬戸 [32] が二次元線形定常造波問題を例にとり、その理論的根拠を明らかにしている。

これら二つの方法の内、今回は Dawson 法の適用を考えた。本論文では、二層流域という特殊な状況に加えて、核関数に (ランキン) ソースではなく、内部境界条件と水底条件を満たすソースのグリーン関数 (等方性は無い) を用いている。この為、要素をずらした場合に、瀬戸が示したような巧妙かつ洗練された上流波消しとの対応関係が曖昧になる恐れがあった。また船体近傍の流場に関しては、Dawson 法でも精度良く波流れを解く事は可能と思われ、その適用を決めた次第である。

次に具体的な手順を述べる。(3.2) 式で定義される上層定常攪乱ポテンシャル $\phi_1^{(1)}$ は、(2.7) 式よりソースと造波関数 $G_{s0}^{(1)}$ の項に分離できる事が分かる。そこで自由表面条件 (3.4) 式の x 方向二階微分値に関して、ソース項は Hess and Smith 法で計算した一階微分値に 4 点上流差分近似を適用する事で求め、一方、造波関数項は、monopole 法に従い面要素内の代表点で解析的に二階微分を実行してから、要素の面積を掛ける事で計算した。

以下、4 点上流差分について説明する。自由表面を x 方向に分割し、自由表面条件を満足する各面要素に上流側から番号 i を割り振る事にする。あるソース j から面要素 i への x 方向誘導速度を $CX_{i,j}$ と表す時、4 点上流差分による $CX_{i,j}$ の x 方向微分の近似値は次式で計算できる。

$$\frac{\partial CX_{i,j}}{\partial x} \simeq CA_i \cdot CX_{i,j} + CB_i \cdot CX_{i-1,j} + CC_i \cdot CX_{i-2,j} + CD_i \cdot CX_{i-3,j} \quad (3.6)$$

ここで

$$\begin{aligned}
CD_i &= (x_{i-1} - x_i)^2(x_{i-2} - x_i)^2(x_{i-2} - x_{i-1})(x_{i-2} + x_{i-1} - 2x_i)/D_i \\
CC_i &= -(x_{i-1} - x_i)^2(x_{i-3} - x_i)^2(x_{i-3} - x_{i-1})(x_{i-3} + x_{i-1} - 2x_i)/D_i \\
CB_i &= (x_{i-2} - x_i)^2(x_{i-3} - x_i)^2(x_{i-3} - x_{i-2})(x_{i-3} + x_{i-2} - 2x_i)/D_i \\
CA_i &= -(CB_i + CC_i + CD_i) \\
D_i &= (x_{i-1} - x_i)(x_{i-2} - x_i)(x_{i-3} - x_i)(x_{i-3} - x_{i-1})(x_{i-2} - x_{i-1}) \\
&\quad \times (x_{i-3} - x_{i-2})(x_{i-3} + x_{i-2} + x_{i-1} - 3x_i)
\end{aligned} \tag{3.7}$$

3.1.3 造波抵抗の定義

$\phi_1^{(1)}$ を微小オーダー $O(\epsilon)$ の大きさと仮定した事で，上層流場の流れの圧力 p は線形化したベルヌーイの定理より求める．

$$\begin{aligned}
p - p_0 &= \frac{1}{2}\rho_1\{U^2 - \nabla\Phi^{(1)} \cdot \nabla\Phi^{(1)}\} \\
&\simeq \rho_1 U \frac{\partial\phi_1^{(1)}}{\partial x}
\end{aligned} \tag{3.8}$$

ここで p_0 は無限遠方の流れの圧力を表す．また ρ_1 は上層の流体密度である．造波抵抗 R_w は船体表面の圧力積分値として次式で算出できる．

$$R_w = \iint_{S_H} (p - p_0) \cdot n_{Hx} dS \tag{3.9}$$

ここで n_{Hx} は船体表面の外向き法線ベクトルの x 方向成分である．造波抵抗係数 C_w は物体の浸水面積 A_s を用いて次のように定義される．

$$C_w = \frac{R_w}{1/2\rho_1 A_s U^2} \tag{3.10}$$

3.1.4 波高の定義

各波面の線形化された動学的条件より，自由表面上の波の波高 ζ_F ，内部境界面上の波の波高 ζ_I は，それぞれ次のように定義できる．

$$\zeta_F = \frac{U}{g} \frac{\partial\phi_1^{(1)}}{\partial x} \Big|_{z=h_1} \tag{3.11}$$

$$\zeta_I = \frac{U}{g(1-\gamma)} \left\{ \frac{\partial\phi_1^{(2)}}{\partial x} - \gamma \frac{\partial\phi_1^{(1)}}{\partial x} \right\} \Big|_{z=0} \tag{3.12}$$

ここで g は重力加速度である．また γ は (2.6) 式で定義される密度比である．

3.1.5 本定式化の利点

今回示した定式化の特徴として、(3.2) 式で定義したように、定常攪乱ポテンシャルの核関数に内部境界条件と水底条件を満足するグリーン関数を用いた点が挙げられる。これにより、次の利点が見込まれる。

- 核関数に用いるグリーン関数は自由表面条件を満足していない。よって船体表面の要素が自由表面に接近した場合であってもグリーン関数の特異性は現れず、安定して計算できる。またその速度ポテンシャルの表示に、水線上の線積分項が現れない点も特徴といえる。以上の事は、任意船型の取り扱いを容易とする。
- (3.2) 式に示される通り、特異点（ソース）を自由表面と船体表面にのみ分布させればよく、解くべき未知数（ソース強さ）の総数を減らせる。
- 内部境界面の造波と水底の影響はグリーン関数を通じて厳密に考慮する事が可能。特に内部波の放射条件は数学的に厳密に処理されている。
- 自由表面と内部境界面の造波を両波面の干渉影響を含めて計算できる。
- 本問題は、深水域の定常造波問題における速度ポテンシャル（定常攪乱ポテンシャル）の核関数の変更として定式化される。よってアルゴリズム的には、深水域プログラムを容易に二層流域対応プログラムに拡張可能である。

3.2 没水体による定常造波問題 -解法の妥当性検証-

前節では、速度ポテンシャル（定常攪乱ポテンシャル）の核関数に内部境界条件と水底条件を満たすソースのグリーン関数を用いる事で流場を定義し、船体による定常造波問題を定式化した。本節ではこの定式化に基づく解法の妥当性を検証するべく、単一ソース及び没水回転楕円体を対象に計算を実施する。比較対象に、Yeung等のグリーン関数 [17] を用いた場合の計算結果を示す。このグリーン関数は、2.2.1項で述べたように、両層有限水深の二層流域上層を進行するソースによる造波グリーン関数であり、自由表面条件も数学的に厳密に満たす事から、没水体に関してはより精度の高い計算結果を期待できる。

3.2.1 単一ソースによる造波特性

単一ソースによる定常造波問題について考える。Fig.3.1において船体の代わりにソースを $(0, 0, h_1/2)$ に置き、 $h_1/h_2=2$ ($h_1=2m, h_2=1m$)、 $\gamma = 0.83$ の状況を想定する。この時、自由表面波（波数 k_1 ）及び内部波（波数 k_2 ）の水深ベースの臨界フルード数は、(2.36) 式より $F_{hc1} = 0.981$ 、 $F_{hc2} = 0.196$ である。ここでは緒論で述べた死水現象（二層流域で船の造波抵抗が急増する現象）が起こるとされる内部波の臨界フルード数 F_{hc2} 直前に着目し、 $F_h = 0.186 (= 0.95F_{hc2})$ でソースが進行しているものとする。自由表面と内部境界面を半面当たり主流方向に 80 分割 ($N_x = 80$)、横方向に 30 分割した時の本解法による計算結果と Yeung 等のグリーン関数を用いた計算結果を Fig.3.2（波紋）、Fig.3.3、Fig.3.4（波高の等高線分布）、そして Fig.3.5、Fig.3.6（ $y = 0$ の波形）に示す。ここで Fig.3.2 において各図形右上の数字は波高倍率を示す。また Fig.3.3、Fig.3.4 では、両計算結果の波高の等高線分布を半面ごと隣り合わせに示してある。

いまソースのフルード数 F_h が F_{hc1} に対して十分低速である事から、波数 k_1 は大きく、その波振幅は小さい。よって図の上では認識できず、各図に現れている波は波数 k_2 に基づくものといえる。まず内部境界面に着目するとフルード数が F_{hc2} 直前である為、波数 k_2 は小さく、長い波長の内部波が誘起されている。また波源後方の半頂角は大きく、発散波の伝播方向は横波のそれに近い。一方で自由表面上には、内部波による干涉結果として、内部波から半波長位相がずれた波の誘起を確認できる。両波面の波高には顕著な差が見られ、Fig.3.2 の波高倍率及び Fig.3.5、Fig.3.6 の縦軸スケールより、自由表面上に現れる干涉波は内部波に比して約 1/20 倍の波高である事が分かる。

本解法の計算結果と Yeung 等のグリーン関数を用いた計算結果を比較すると、まず Fig.3.3、Fig.3.4 より本解法において肩波がわずかに弱まる傾向が見て取れ、また Fig.3.5、Fig.3.6 からは両者の波高に若干の差がある事が分かる。しかし両者の一致度は概ね良好と

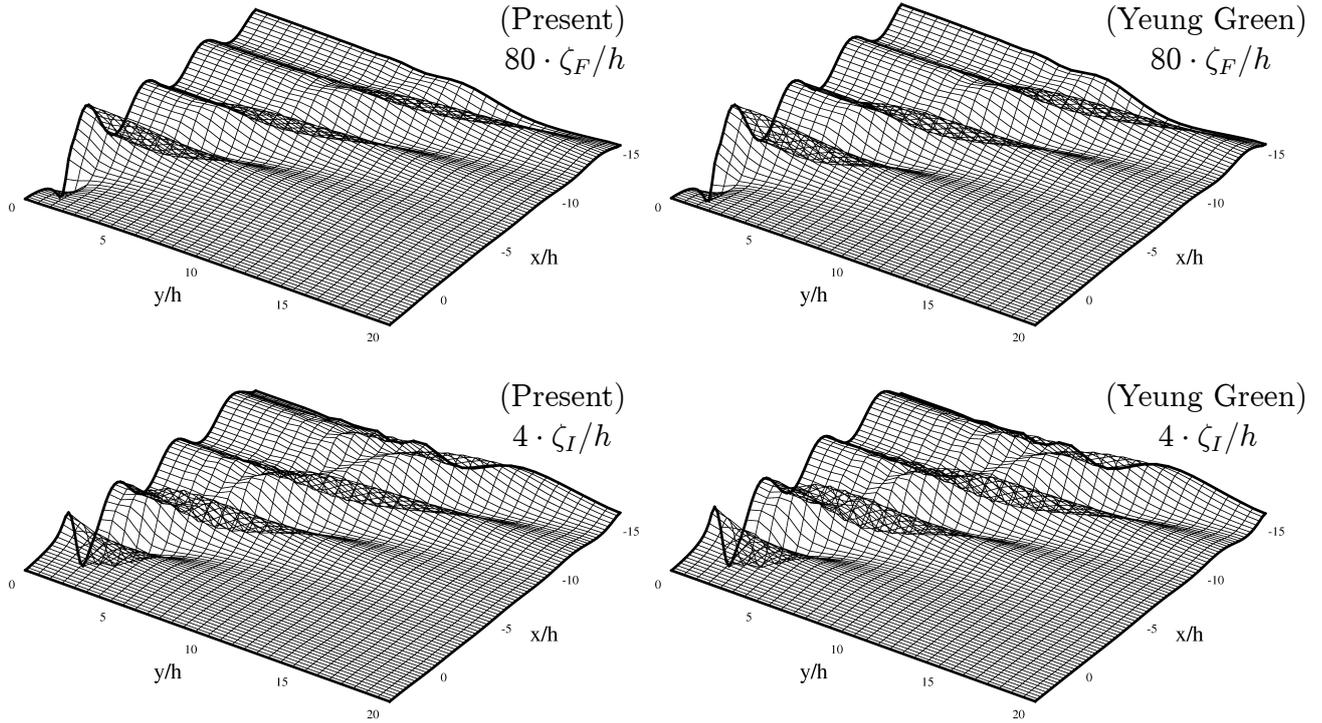


Fig. 3.2: Wave patterns generated by a source in two layer fluids, $F_h = 0.186$
 [Upper] on the free surface (Left: Present method / Right: Yeung Green)
 [Lower] on the interface (Left: Present method / Right: Yeung Green)

いえる. 特に今回導出したグリーン関数は自由表面を考慮せず求めたものであり, (2.18) 式より計算される内部波の波数は 0.584rad/m である. これは $0 \geq x/h \geq -15$ の範囲内におよそ 4 波長の波が現れる事を意味する. しかし特異点を自由表面上に分布させ, その強さを自由表面条件を満足させるように解いた事で, Yeung 等のグリーン関数が示す内部波の波数 ($=0.436\text{rad/m}$: 文献 [17] 内の式より算出) に修正されている事が分かる.

また本解法では, 3.1.2 項で説明した通り, 自由表面条件に有限差分近似型の放射条件を課す為, 主流方向分割数が解の収束性に影響する事が懸念された. そこで主流方向分割数を 60 分割 ($N_x = 60$) として計算を行い, 両波面の $y = 0$ における波形を Fig.3.5, Fig.3.6 に示したところ, 主流方向 60 分割, 80 分割間でほとんど差が見られないという結果が得られた. これは内部波による自由表面上の干渉波の形成には, 上層定常攪乱ポテンシャルの核関数の内, 有限差分近似型の放射条件を課したソース項よりも, 造波関数 $G_{s0}^{(1)}$ の項に基づく誘導速度が大きく寄与するからと思われる. この事から, 波源の進行速度が死水現象が起こる内部波の臨界速度に近い場合であっても, 本解法において主流方向分割数をある程度確保すれば, 実用上は問題ない精度が得られる事が分かる.

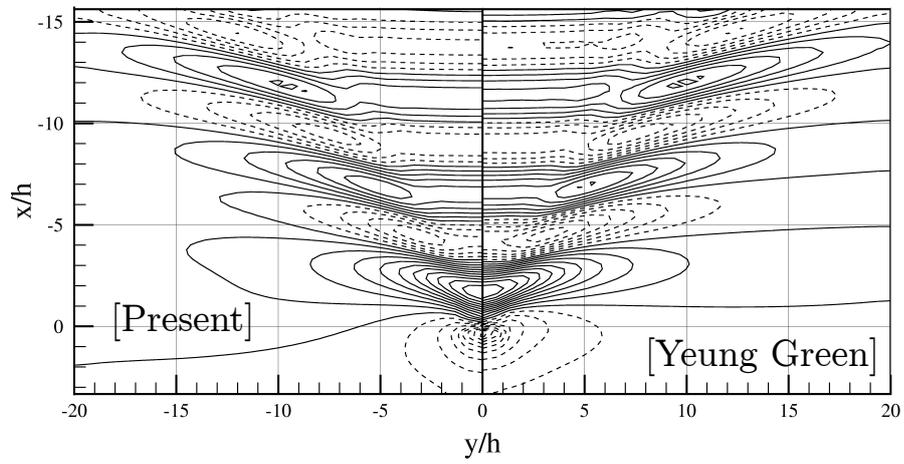


Fig. 3.3: Wave contours on the free surface in comparison between the present method (left half) and Yeung Green (right half), $F_h = 0.186$

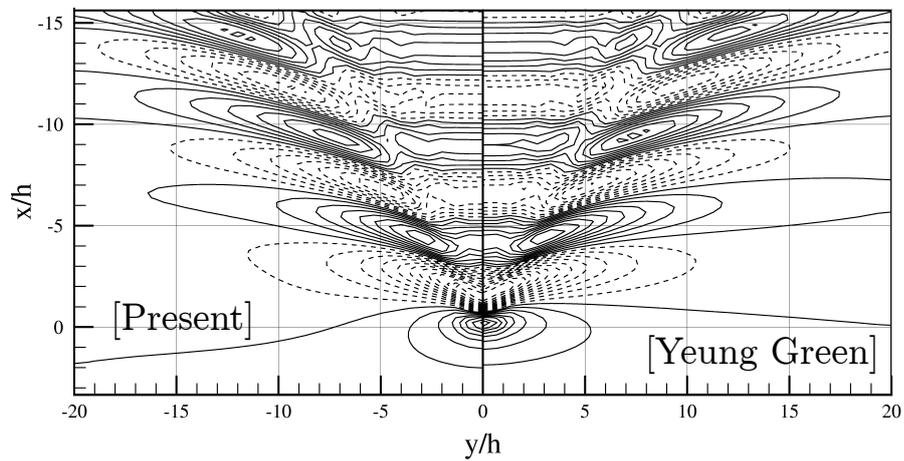


Fig. 3.4: Wave contours on the interface in comparison between the present method (left half) and Yeung Green (right half), $F_h = 0.186$

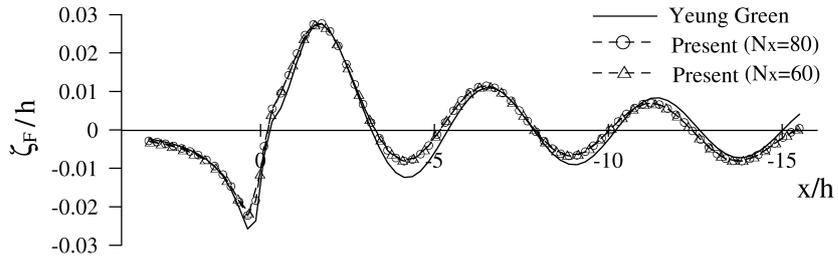


Fig. 3.5: Wave profiles on the free surface at $y = 0$, $F_h = 0.186$

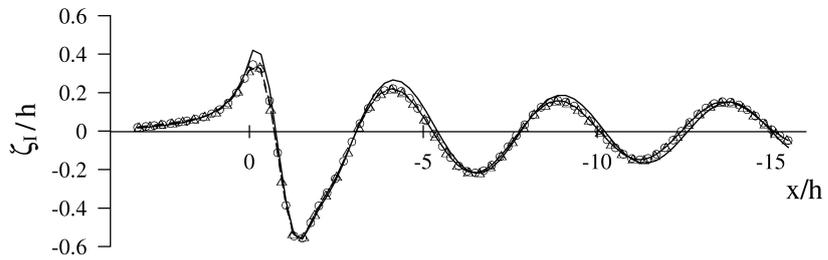


Fig. 3.6: Wave profiles on the interface at $y = 0$, $F_h = 0.186$

3.2.2 没水回転楕円体による造波抵抗

続いて没水回転楕円体の造波抵抗に焦点を当て、本解法の妥当性を検証する。Table 3.1 に回転楕円体の諸元を、Fig.3.7 には表面分割の様子を示す。回転楕円体の表面は半面当たり 500（長さ方向:25, 深さ方向:20）分割とし、自由表面は $4.0 \geq |x/e_a|$, $2.7 \geq |y/e_a|$ の領域を半面当たり 2400（主流方向:80, 横方向:30）分割とした。

Table 3.1: Main particulars of a prolate spheroid

Long Dia. $2e_a$	1.5(m)	Short Dia. $2e_b$	0.3638(m)
------------------	--------	-------------------	-----------

深水域

まず深水域の造波抵抗を計算する。自由表面から回転楕円体重心までの垂直距離（没水深度）を f_1 ，焦点距離を e_c と定義する時，没水深度を $f_1/2e_c = 0.3, 0.375, 0.5$ の 3 ケースに変化させて計算を行った。Fig.3.8 に本解法による計算結果，Yeung 等のグリーン関数を用いて計算した時の結果，そして別所の実験結果 [33] を併せて示す。この実験結果は，測定値から別途測定した模型支持スオード（sword）の固有抵抗を差し引き，更に Hughes

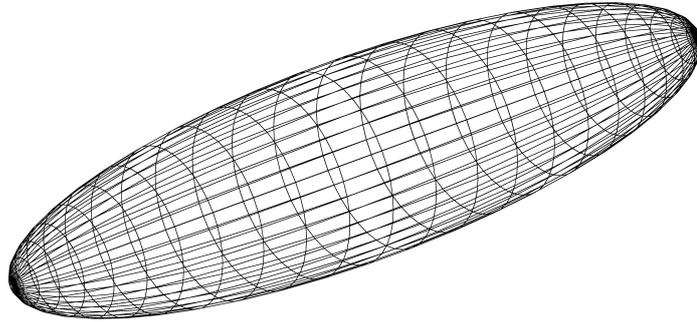


Fig. 3.7: Element division of the prolate spheroid

式をもとに摩擦抵抗を差し引いて得られた値との事である。縦軸は造波抵抗係数 C_w ，横軸は焦点間距離ベースのフルード数 F_N である。ここで深水域とは内部境界面/水底が無
限下に存在する状態とみなせる為，自由表面/回転楕円体表面への内部境界面/水底影響を
表す造波関数 $G_{s0}^{(1)}$ は 0 となり，本解法は自由表面及び回転楕円体表面にソースのみを分
布させた状態となる。つまり，深水域で，一様流れに重ねる波流れを解くランキンソース
法に一致する。また Yeung 等のグリーン関数は，自由表面条件のみを満たすいわゆる定
常の自由表面グリーン関数に一致する。

Fig.3.8 より Yeung 等のグリーン関数を用いた計算結果と実験結果との整合性は良い。一
方，本解法が有限差分近似型の放射条件を課して自由表面波を解いている事に一因して
か，没水深度によっては本解法による計算結果と実験結果との間に多少の差が見受けられ
る。しかしながら，本解法は実験結果の傾向を概ね捉える事ができていると思われる。

二層流域

没水深度 $f_1/2e_c = 0.3$ ，船速 $F_N = 0.3$ のケースに着目する。Fig.3.8 より深水域ではこ
の時の造波抵抗係数はほぼ 0 である。いま二層流域の状況として下層水深 h_2 を無限，密
度比を $\gamma = 0.83$ とし，回転楕円体の重心位置と内部境界面までの垂直距離 f_2 を徐々に小
さくしていく状況を考える。この時の内部境界面位置 $2e_c/f_2$ に対する造波抵抗係数 C_w の
変化を Fig.3.9 に示す。ここで深水域は $2e_c/f_2 = 0$ ($f_2 \rightarrow \infty$) に相当する。

これより内部境界面位置の上昇 (f_2 の減少) に伴い，造波抵抗係数が増大していく様
子が分かる。これは内部波の造波影響が顕著になる事が原因と考えられる。本解法で用い
るグリーン関数もまた内部境界条件 (及び水底条件) を数学的に厳密に満たす事から，内
部波に関しては Yeung 等のグリーン関数を用いた計算結果とほぼ同精度で計算できると
思われ，両者の良好な一致を確認できる。

なお内部波の焦点間距離ベースの臨界フルード数 F_{Nc2} を求めると， $2e_c/f_2 = 4$ の内部

境界面位置で船速 ($F_N = 0.3$) に等しくなる。つまりその位置を起点に内部波の波系は変化するものと思われる。しかし本結果では、 $2e_c/f_2 = 4$ に近い位置でも造波抵抗係数に連続的な増加が見受けられた。これは波系変化に伴う造波抵抗の変化よりも、内部境界面位置の上昇（内部境界面と回転楕円体のクリアランスの減少）による造波抵抗の増大が強く反映されたからと考えられる。

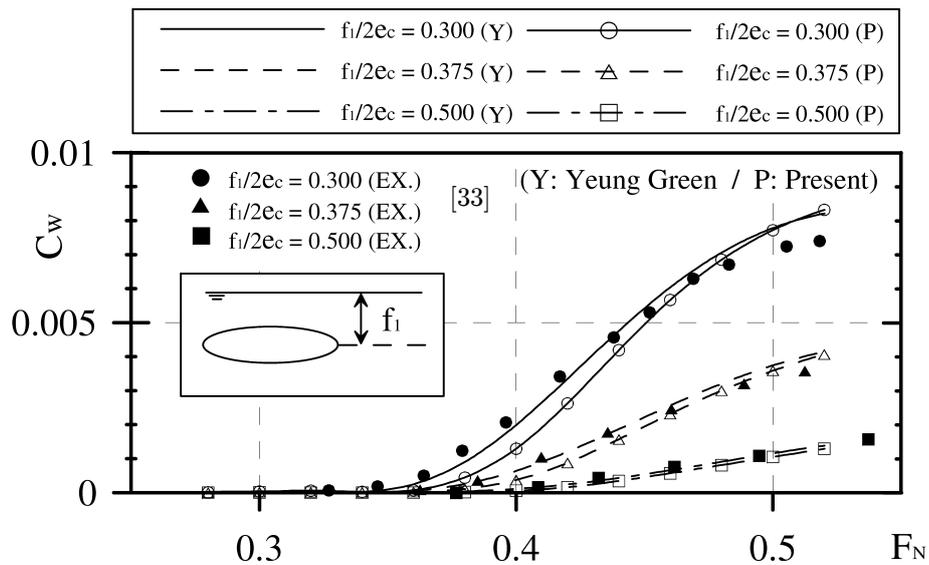


Fig. 3.8: Wave making resistance of the prolate spheroid in deep water

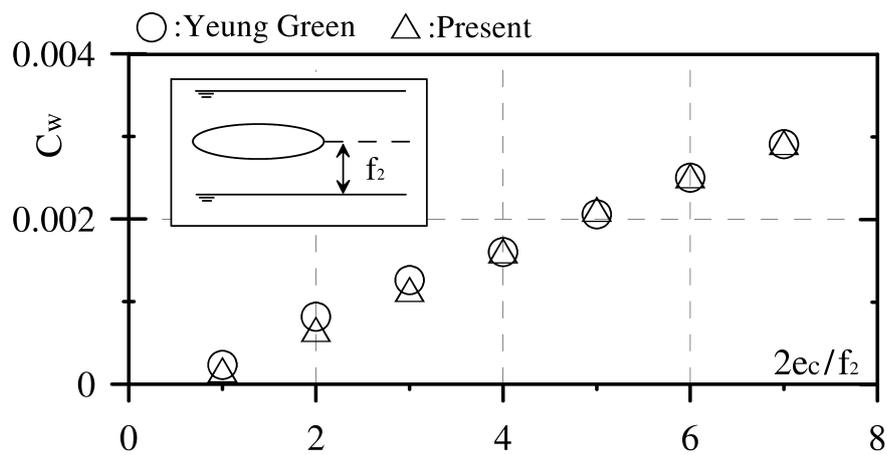


Fig. 3.9: Wave making resistance of the prolate spheroid in two layer fluids

3.3 Wigley 船型による定常造波問題

前節では単一ソースと没水回転楕円体による定常造波問題の検証を通じて、提案した解法の妥当性を確認できたと考える。今回、核関数に自由表面条件を満たさないグリーン関数を用いた事で、船体のように自由表面を貫通する場合にも安定した計算を期待できる(2.2.2項参照)。そこで本節では二層流域を航行する Wigley 船型を対象に、その定常造波問題について考える。

3.3.1 Wigley 船型について

Wigley 船型は数式船型であり、次式で定義される。

$$y = \frac{B}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{2x}{L} \right)^2 \right\} \left\{ 1 - \left(\frac{z - h_1}{d} \right)^2 \right\} \quad (3.13)$$

ここで L , B , d はそれぞれ船長, 船幅, 喫水を表すものとする。寸法比率は $L/B = 10$, $B/d = 1.6$ に設定した。船体表面の分割の様子を Fig.3.10 に示す。船体半面当たり長さ方向に 25 分割, 深さ方向に 10 分割の計 250 分割とした。

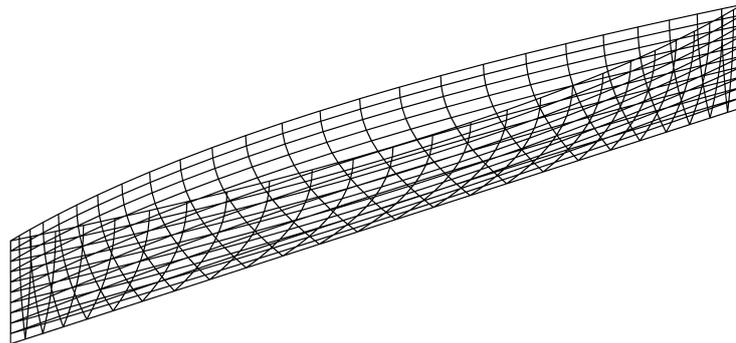


Fig. 3.10: Element division of Wigley Hull

3.3.2 計算条件

二層流域の状況と、自由表面の分割方法について説明する。

状況設定

ここでは死水現象に焦点を当てるべく、船長ベースのフルード数 F_N で 0.2 以下を計算対象とした。まず上層の流体密度は $1000\text{kg}/\text{m}^3$, 下層の流体密度は $1200\text{kg}/\text{m}^3$ を想定した。これはユーロポート (ロッテルダム港湾域) の夏場及び冬場の平均泥層密度 $1240\text{kg}/\text{m}^3$, $1140\text{kg}/\text{m}^3$ [3] を参考に決めたものである。また緒論で述べたように下層密度は場所に応じて幅広い事から、 $1500\text{kg}/\text{m}^3$ のケースも計算対象に加える。

下層水深は泥の堆積深さが1~4mという調査報告 [2] を参考に，喫水比 h_2/d で0.1と0.3とし，上層水深については通常最も厳しいとされる浅水状態が喫水比1.2の水深である点を考慮し， h_1/d で1.2と2.0に設定した．

これら水深比が異なる4通りの状況を Fig.3.11 に示す．そして計8通りの二層状況について，自由表面波（波数 k_1 ）と内部波（波数 k_2 ）の船長ベースの臨界フルード数 F_{Nc1} ， F_{Nc2} を Table 3.2 にまとめる．

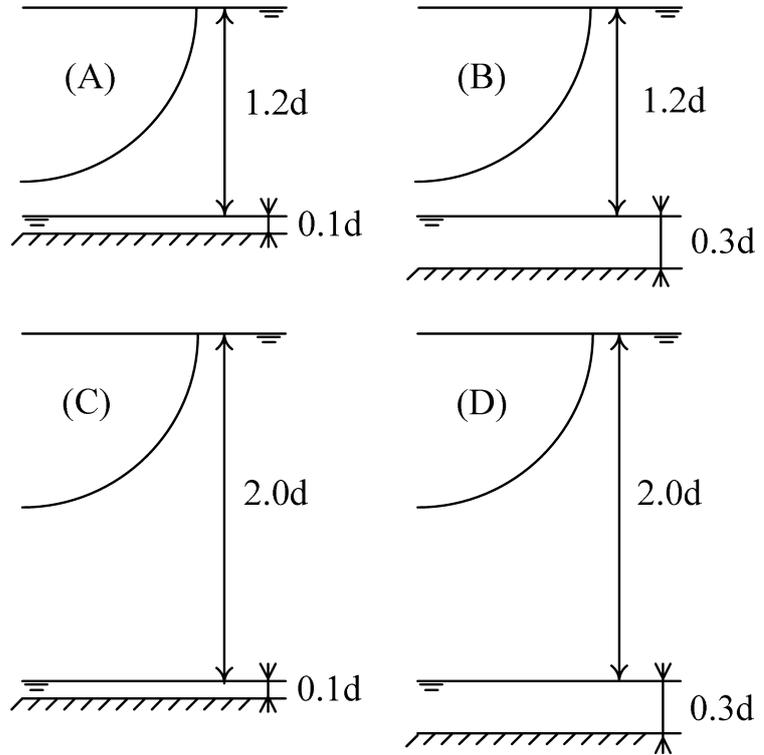


Fig. 3.11: Illustrations of two layer fluids

Table 3.2: Critical Froude numbers, F_{Nc1} and F_{Nc2} , in two layer fluids

γ	h_1/d	h_2/d	F_{Nc1}	F_{Nc2}
0.83	1.2	0.1	0.283	0.0312
0.83	1.2	0.3	0.302	0.0507
0.83	2.0	0.1	0.361	0.0316
0.83	2.0	0.3	0.375	0.0526
0.67	1.2	0.1	0.282	0.0444
0.67	1.2	0.3	0.297	0.0728
0.67	2.0	0.1	0.359	0.0449
0.67	2.0	0.3	0.372	0.0752

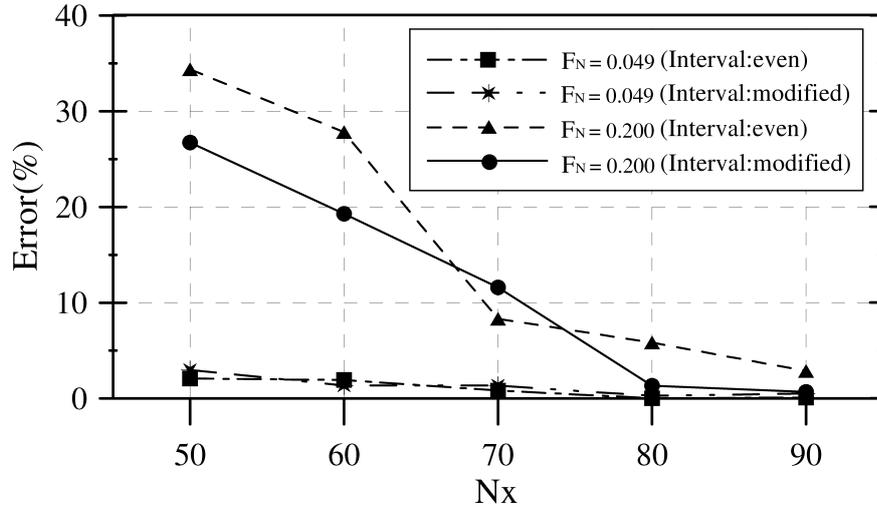


Fig. 3.12: Convergence of the solution versus division numbers

自由表面の分割方法の検討

前述したように、本解法では自由表面条件に有限差分近似型の放射条件を課して解く。3.2.1 項の議論より自由表面の主流方向分割密度は、内部波の臨界速度前後の低速域ではほとんど計算精度に影響無いが、船速が増加するにつれてその重要度は増すと思われる。そこで二層状況 [$\gamma = 0.83$, $h_1/d = 1.2$, $h_2/d = 0.3$] を対象に、船速 $F_N = 0.049$, 0.2 に対して自由表面主流方向分割数 (N_x) と造波抵抗の収束性を調査した。まず主流方向 ($1.0 \geq x/L \geq -2.0$) を等間隔に 50 から 100 分割した。この時の分割間隔は $\Delta x_0 = 3L/N_x$ である。横方向は半面領域 ($2.0 \geq y/L \geq 0.0$) 当たり 30 分割、船体表面は 3.3.1 項で述べた通り半面 250 分割としてある。収束結果を Fig.3.12 に示す。ここで横軸は N_x 、縦軸は主流方向を等 100 分割した時の造波抵抗係数 C_{W0} に対する誤差値 (%) である。

F_{Nc2} 直前の $F_N = 0.049$ ($C_{W0} = 6.0E-4$) の場合、少ない分割数でも 2% 程度の誤差である。一方 $F_N = 0.2$ ($C_{W0} = 6.9E-4$) の場合、80 分割時であっても約 6% の誤差がある。そこで特に圧力変化が大きな船首尾前後 1/4 船長の範囲 ($0.75 \geq |x/L| \geq 0.25$) において分割密度を向上させる事とし、次式より分割間隔 Δx を算出した。

$$\Delta x = 0.9\Delta x_0 \quad (3.14)$$

またそれ以外の範囲の分割間隔を次式で定義した。ここで Int は切り捨てて整数にする事を意味している。

$$\Delta x = \frac{3L - 0.9\Delta x_0 N_s}{N_x - N_s}, \quad N_s = Int\left(\frac{L}{0.9\Delta x_0}\right) \quad (3.15)$$

Fig.3.12 より船首尾近傍の分割密度を向上させた場合、解の収束性に改善が見られる。80 分割であれば、 $F_N = 0.049$ の時に 0.3%、 $F_N = 0.2$ の時に 1.3% に収束しており、本論文ではこの程度の分割数/分割密度で十分と判断する。よって以後の計算においては、自由表面を半面 2400 (主流方向 : 80, 横方向 : 30) 分割とし、船首尾近傍のみ主流方向分割密度を向上させた分割方法を採用する。尚、内部波を計算する際には、内部境界面に自由表面と同じ分割方法を適用する。

3.3.3 計算結果

本項では、造波抵抗と両波面の造波の関連性を明らかにする事を目的とする。

[造波抵抗]

Fig.3.13, Fig.3.14 は、それぞれ $\gamma = 0.83, 0.67$ の時の造波抵抗係数の計算結果である。ここで本計算結果において、船速フルード数 F_N と内部波 (波数 k_2) の臨界フルード数 F_{Nc2} が非常に接近したケースでは物理的に有意な波形が得られなかった。理由として、 $F_N = F_{Nc2}$ の時に内部波の波長が無限大となる事が挙げられる。いま自由表面条件は有限差分近似型の放射条件を課して解く為、後述するように、自由表面上に内部波の干渉波が強く現れるこの船速域において、数値計算が不安定になったと考えられる。この点は将来的な改善課題としたい。

まず全般的な傾向を述べる。船速が F_{Nc2} より十分小さければ、二層状況問わず造波抵抗係数は深水域と同じくほとんど 0 である。しかし船速が F_{Nc2} に接近すると造波抵抗係数は急増し、超過後はなだらかに減少を始める。参考までに乾等の文献 [34] を参照して、一層浅水域における S-201 船型のラストハンプ付近の造波抵抗係数の傾向と比較すると、本結果の方が、ピーク直前の推移が極めて急変化する特徴を有している。そして船速が F_{Nc2} を上回り、より大きくなるに連れて、造波抵抗係数は緩やかな増加に転じている。この増加傾向が深水域の造波抵抗係数曲線に沿っている事からして、速度増加に伴い自由表面波 (波数 k_1) の形成が船体周囲流場に影響を及ぼし始めたと考えられる。

続いて二層状況の違いに着目する。密度比が同じであれば、内部境界面までのキールクリアランスが小さい (上層水深が浅い) ほど、あるいは下層水深が深いほど、造波抵抗係数は大きな変化を示している。一方、密度比の差異は F_{Nc2} のシフトとして現れる。密度比が小さい (下層密度が大きい) ほど F_{Nc2} は大きくなる傾向にあり、より大きな船速から造波抵抗係数の急増が生じている。

また今回計算対象とはしなかったが、更に高速域になると自由表面波の臨界フルード数 F_{Nc1} に近づく事から、造波抵抗係数は再び急激な増加を示すと思われる。

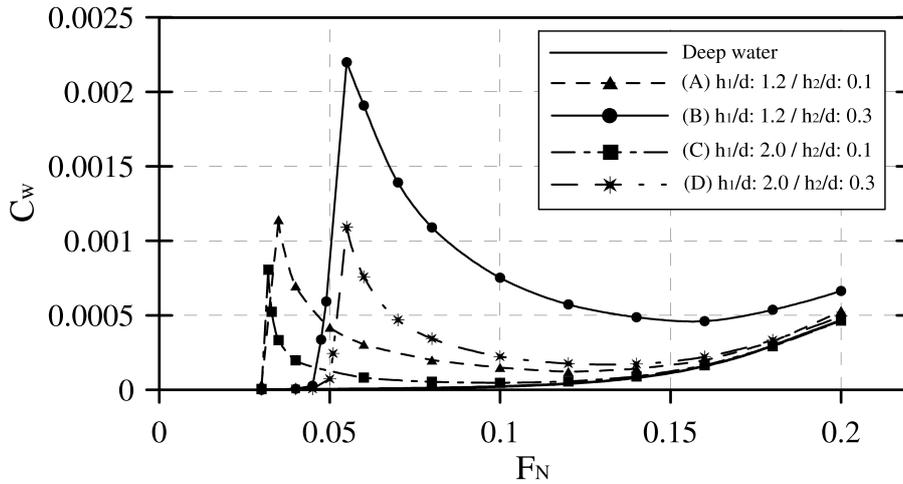


Fig. 3.13: Wave making resistance of Wigley Hull in two layer fluids ($\gamma = 0.83$)

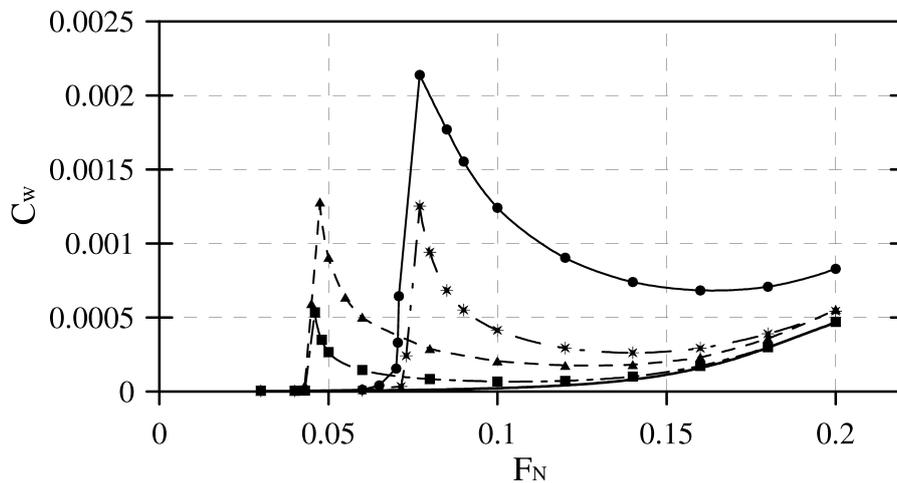


Fig. 3.14: Wave making resistance of Wigley Hull in two layer fluids ($\gamma = 0.67$)

[波紋]

二層状況 [$\gamma = 0.83$, $h_1/d = 1.2$, $h_2/d = 0.3$] の場合について, 船速が $F_N = 0.04$, 0.049 , 0.06 , 0.16 , 0.20 の時の波紋を Fig.3.15, Fig.3.16 に示す. これは $F_N/F_{Nc2} = 0.79$, 0.97 , 1.18 , 3.16 , 3.94 に対応する. 各図右上に波高倍率を示す.

まず船速が $F_N = 0.04$ 時点の造波は, 両波面共に十分小さい. 船速が F_{Nc2} 直前の $F_N = 0.049$ のケースでは, 内部境界面上の 90 度近い半頂角の内側領域に, 波数 k_2 に基づく内部波が誘起されており, 自由表面上においても, この内部波の干渉結果として半波長位相がずれた同様の波形が見て取れる. この時の波高倍率に着目すると, 内部波高はその自由表面上への干渉波の波高に対して約 50 倍と非常に大きい. また船速が F_{Nc2} を超過したケー

ス ($F_N = 0.06$) では、両波面から波数 k_2 の横波が消失し、発散波のみが残る事を確認できる。さらに船速を上げた場合 ($F_N = 0.16, 0.2$) , 内部境界面上の発散波は V 字型に隆起し、自由表面上では波数 k_1 の自由表面波が顕著に現れ始めている。この為自由表面上における内部波の干渉影響は相対的に小さくなり、 $F_N = 0.2$ のケースではその干渉波もはや図上で視認できない。一方、波数 k_1 の自由表面波による内部境界面上への干渉波もまた、本結果を見る限りはほとんど現れていない。

[船体表面圧力分布]

波紋を示した各船速時において、それぞれ等高線を 20 本引いた時の船体表面圧力分布を Fig.3.17 に示す。合わせて同速度での一層浅水域 ($h/d = 1.2$) における結果を示す。実線が正圧、点線が負圧である。まず一層浅水域の結果は、船速が $F_N = 0.06$ 程度までなら船体前後半部で圧力分布がほぼ等しく、造波抵抗はほとんど 0 だと推測できる。一方、二層流域の $F_N = 0.049, 0.06$ の両ケースでは、Fig.3.15 の波紋図より、船体周囲流場に内部波の造波影響を大きく受けると思われ、低速であるにもかかわらず船体前後の表面で圧力分布の非対称性が顕著に現れている。結果として同船速域での造波抵抗の増大を確認できる。また船速が $F_N = 0.16, 0.2$ のケースでは、二層流域と一層浅水域の船体表面の圧力分布が似ている事から、自由表面波による圧力変化が船体表面で顕著になる様子がうかがえる。

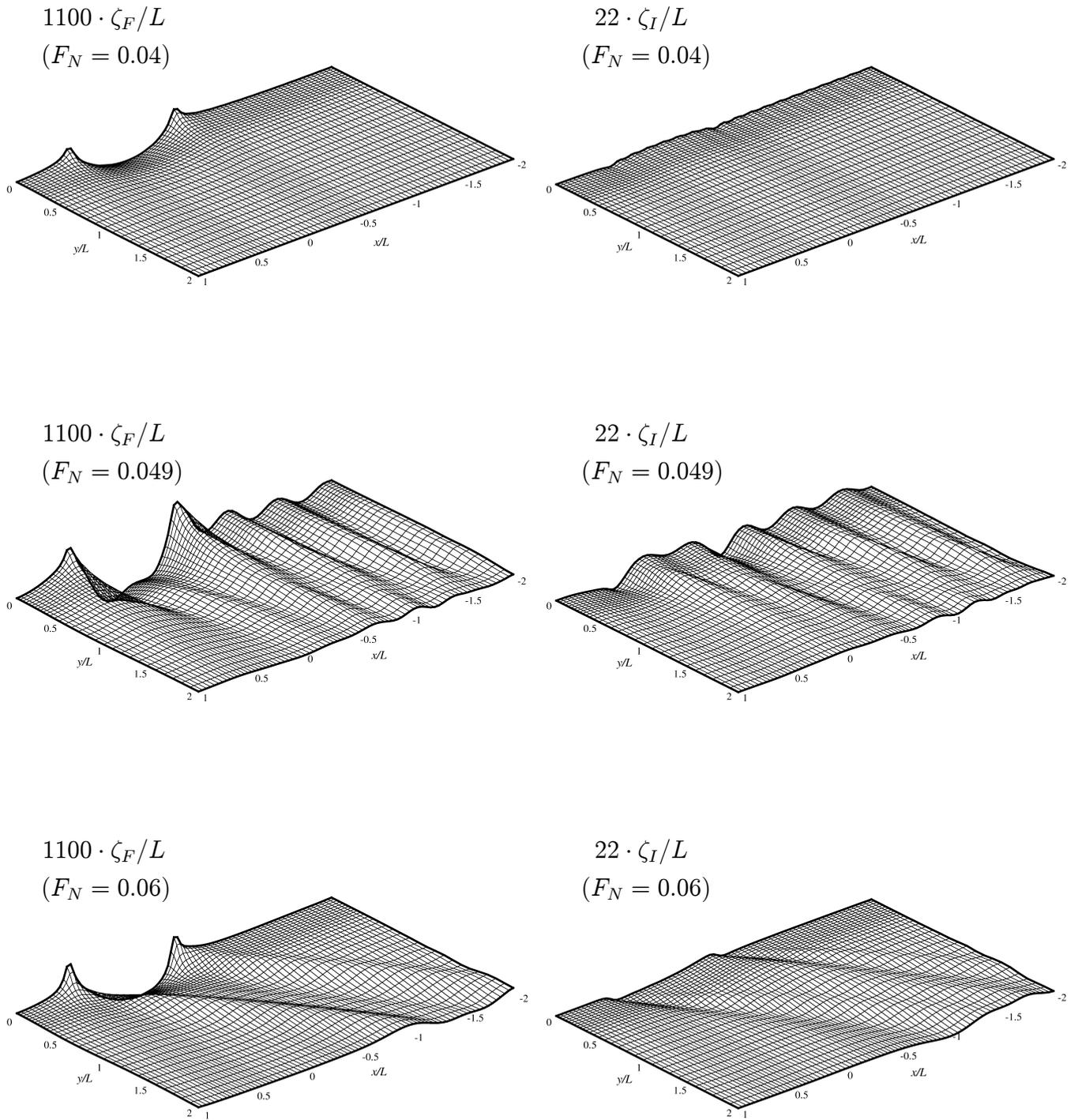


Fig. 3.15: Wave patterns generated by Wigley Hull in two layer fluids (1)
 (Left : on the free surface / Right : on the interface)

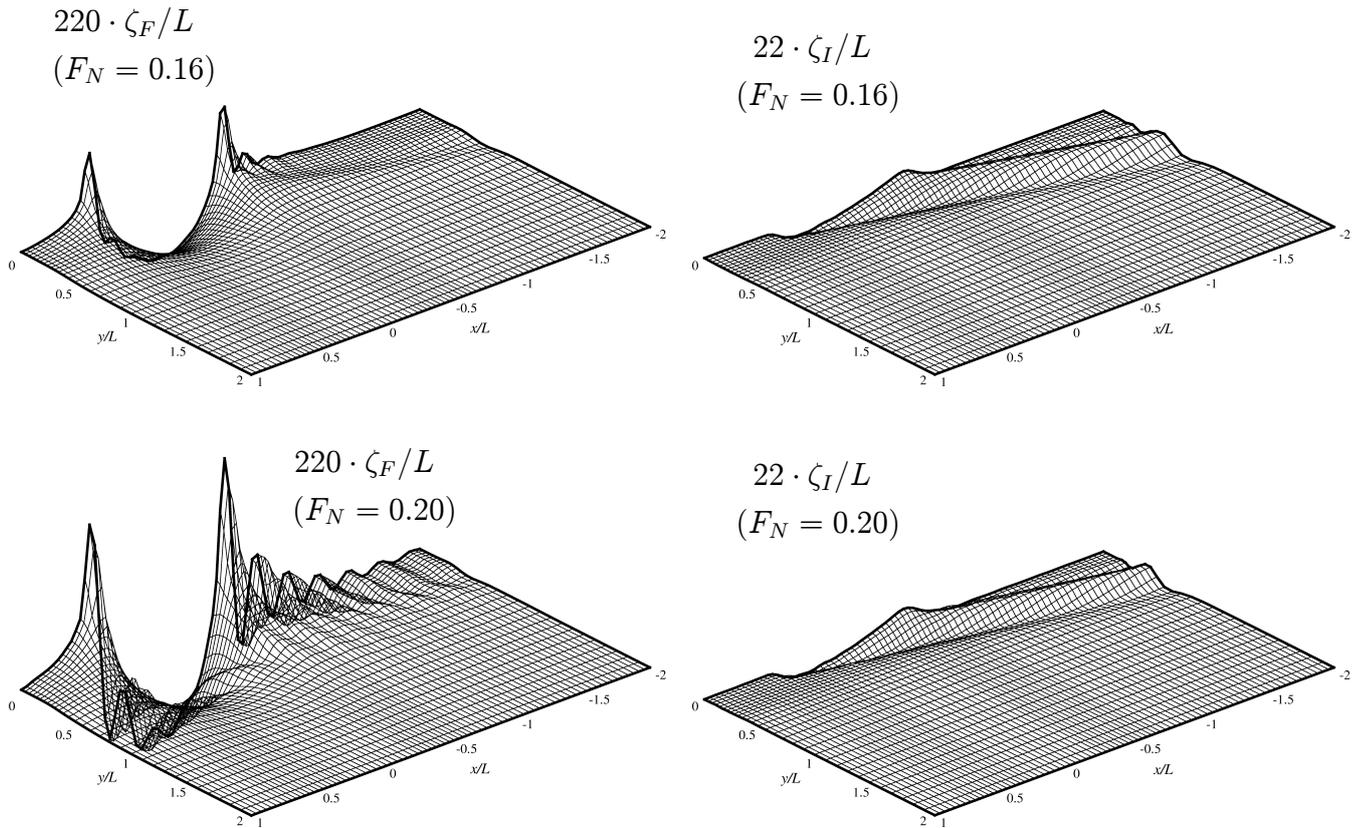


Fig. 3.16: Wave patterns generated by Wigley Hull in two layer fluids (2)
 (Left : on the free surface / Right : on the interface)

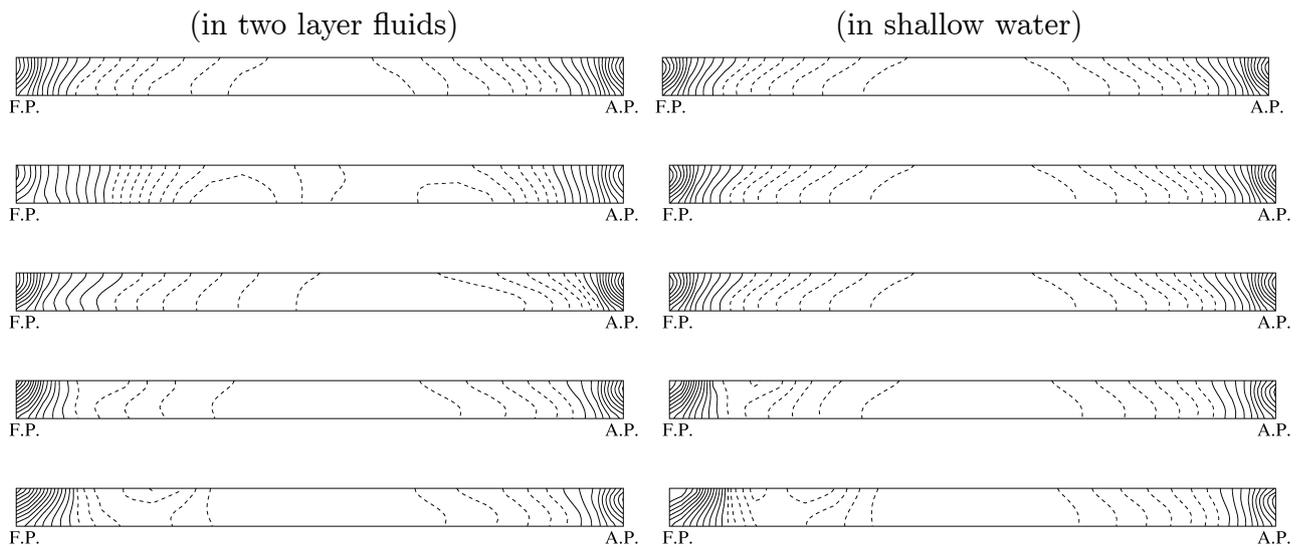


Fig. 3.17: Pressure distributions of Wigley Hull in two layer fluids and shallow water
 (From above, $F_N = 0.04, 0.049, 0.06, 0.16, 0.20$)

3.4 本章のまとめ

まず本章では、直進する瘦せ型船を対象に、二層流域の定常造波問題を境界値問題として解く新たな方法（定式化）を示した。ここで流場は、一様流れの速度ポテンシャルに船体による両波面の造波（波面間の干渉影響を含む）と水底の影響を表す速度ポテンシャル（定常攪乱ポテンシャル）を足し合わせる事で定義した。本解法の特徴として、定常攪乱ポテンシャルの核関数に内部境界条件と水底条件を満足するグリーン関数を用いた点が挙げられる。これにより期待される利点は、3.1.5項にまとめた通りである。

続いて本章では、単一ソースと没水回転楕円体の定常造波問題を解いた。そしてYeung等のグリーン関数を用いた計算結果との比較を通じて、今回示した解法が十分妥当なものである事を確認した。

最後に、瘦せ型船としてWigley船型を取り上げて、定常造波問題を解いた。その結果、内部波（波数 k_2 ）の臨界速度付近の船速域で、造波抵抗係数が急増する事を確かめた（死水現象の発生）。密度比が同じであれば、内部境界面までのキールクリアランスが小さい（上層水深が浅い）ほど、あるいは下層水深が深いほど、造波抵抗係数は大きな変化を示した。そして密度比が小さい（下層密度が大きい）ほど、内部波の臨界速度は大きくなる傾向にあり、より大きな船速から造波抵抗係数が急増する事が分かった。また二層状況 $[\gamma = 0.83, h_1/d = 1.2, h_2/d = 0.3]$ に着目して、造波の特性と船体表面の圧力分布の関連性を調査した。波紋図より、内部波の臨界速度直前で、内部波の波長が長くなり、波高が急増する事、そして超過後はその横波が消失し、波系の様相が大きく異なる事を確認した。この時の船体表面には強く特徴的な波圧が現れる様子を示し、同船速域で造波抵抗が増大する背景を明らかにした。一方、船速が増すと、自由表面波（波数 k_1 ）が次第に大きく誘起され始め、その波圧が船体表面上で顕著になる様子が観察された。

4. 二層流域における肥型船の定常造波問題

本章では、肥型船への適用を念頭に、まず船体周りの流れを、“二層流域の自由表面を鏡面に見立てた深さ方向に対称な流場を、船体の二重模型が航行する時の流れ”で近似する。その流れには、内部境界面の造波と水底の影響が考慮される。そしてそれに自由表面の造波の影響と波面間の干渉影響を表す速度ポテンシャルを足し合わせる事で、流場を定義するものとする。

本章の構成として、始めに今述べた流場で船体の定常造波問題を定式化する。そして大型タンカー ESSO OSAKA を対象に、一層浅水域、二層流域での造波抵抗、姿勢変化（船体沈下量/トリム角）を計算し、肥型船が受ける浅水影響や造波影響を明らかにする。

4.1 定式化

コンスタントパネル法に基づく境界値問題として定式化する。座標系は Fig.3.1 に従う。

4.1.1 速度ポテンシャルの定義

いま船体周りの流場を表す速度ポテンシャルを次式で定義する。

$$\Phi^{(m)} = \phi_0^{(m)} + \phi_1^{(m)} \quad (4.1)$$

ここで第1項が“二層流域の自由表面を鏡面に見立てた深さ方向に対称な流場を、船体の二重模型が航行する時の流れ”を表す速度ポテンシャルである。これを本章では、「二重模型ポテンシャル」と呼ぶ事にする（無限流体中を航行する二重模型周りの流れを表すものではない事に注意）。二重模型ポテンシャルには船速 U 相当の一様流れの項が含まれる事から、 $O(1)$ のオーダーで取り扱い、次のように定義する。

$$\phi_0^{(m)} = -Ux - \iint_{S_F+S_H} \sigma_0 G_s^{(m)} dS \quad (4.2)$$

ここで $S_{F,H}$ はそれぞれ自由表面と船体表面を表す。 σ_0 は二重模型ポテンシャルのソース強さである。(4.2) 式では、核関数に内部境界条件と水底条件を満たすグリーン関数 (2.7),

(2.8) 式が用いられており、内部境界面の造波と水底の影響が考慮されている事が分かる。またこの二重模型ポテンシャルは、自由表面を剛壁と考えた場合の二層流域において、船体周りの流れを表す速度ポテンシャルと言い換える事ができる。

一方、(4.1) 式の第2項は、船体による自由表面の造波の影響と波面間の干渉影響を表す速度ポテンシャルである。これを本章では、「定常攪乱ポテンシャル」と呼ぶ事にする。定常攪乱ポテンシャルは、仮定 (a) より微小オーダー $O(\epsilon)$ と考えて、次のように定義する。

$$\phi_1^{(m)} = - \iint_{S_F+S_H} \sigma_1 G_s^{(m)} dS \quad (4.3)$$

ここで σ_1 は定常攪乱ポテンシャルのソース強さを表す。核関数には、二重模型ポテンシャルと同様に、内部境界条件と水底条件を満たすグリーン関数 (2.7), (2.8) 式を用いている。

以下、コンスタントパネル法にならい、各面要素上でソース強さ σ_0 と σ_1 は一定とする。

4.1.2 境界値問題

支配方程式

両層共にポテンシャル流れを仮定している為、各層の速度ポテンシャル、つまりは各層の二重模型ポテンシャルと定常攪乱ポテンシャルはそれぞれラプラスの方程式を満たす。

$$\nabla^2 \Phi^{(m)} = 0 \quad \rightarrow \quad \nabla^2 \phi_{0,1}^{(m)} = 0 \quad (4.4)$$

境界条件 (二重模型ポテンシャル)

二層流域の自由表面を鏡面に見立てた深さ方向に対称な流場を考える。ここでは二重模型ポテンシャルが満たすべき境界条件の内、その核関数であるグリーン関数 (2.7), (2.8) 式が満足していない境界条件のみをまとめる。

$$\frac{\partial \phi_0^{(1)}}{\partial z} = 0 \quad z = h_1 \quad (4.5)$$

$$\frac{\partial \phi_0^{(1)}}{\partial n_H} = 0 \quad \text{on } S_H \quad (4.6)$$

ここで (4.5) 式が剛壁の自由表面条件、(4.6) 式が船体表面条件である。 n_H は船体表面の外向き法線方向を表す。

境界条件/放射条件 (定常攪乱ポテンシャル)

ここでは定常攪乱ポテンシャルが満たすべき境界条件の内、その核関数であるグリーン関数 (2.7), (2.8) 式が満足していない境界条件のみをまとめる。まず自由表面条件は、Dawson [30] が提案した二重模型周りの流れを考慮した形式を用いる。

$$\frac{\partial \phi_0^{(1)2}}{\partial l} \frac{\partial^2 \phi_1^{(1)}}{\partial l^2} + 2 \frac{\partial \phi_0^{(1)}}{\partial l} \frac{\partial^2 \phi_0^{(1)}}{\partial l^2} \frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial l} + g \frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial z} = - \frac{\partial \phi_0^{(1)2}}{\partial l} \frac{\partial^2 \phi_0^{(1)}}{\partial l^2} \quad z = h_1 \quad (4.7)$$

これは $\phi_{0,1}^{(1)}$ のオーダを考慮して、静水面 ($z = h_1$) の位置で線形化した自由表面条件である。ここで l は、二重模型ポテンシャルによる自由表面上の流れの流線に沿う座標を表す。 g は重力加速度である。この流線座標を $o - xyz$ 系の座標系で書き換えると次式を得る。

$$\begin{aligned} & \left\{ 2 \frac{\partial \phi_0^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial^2 \phi_0^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{\partial \phi_0^{(1)}}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 \phi_0^{(1)}}{\partial xy} + \frac{\partial^2 \phi_0^{(1)}}{\partial yx} \right) \right\} \frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial x} \\ & \left\{ 2 \frac{\partial \phi_0^{(1)}}{\partial y} \frac{\partial^2 \phi_0^{(1)}}{\partial y^2} + \frac{\partial \phi_0^{(1)}}{\partial x} \left(\frac{\partial^2 \phi_0^{(1)}}{\partial xy} + \frac{\partial^2 \phi_0^{(1)}}{\partial yx} \right) \right\} \frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial y} \\ & + \frac{\partial \phi_0^{(1)2}}{\partial x} \frac{\partial^2 \phi_1^{(1)}}{\partial x^2} + \frac{\partial \phi_0^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial \phi_0^{(1)}}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 \phi_1^{(1)}}{\partial xy} + \frac{\partial^2 \phi_1^{(1)}}{\partial yx} \right) + \frac{\partial \phi_0^{(1)2}}{\partial y} \frac{\partial^2 \phi_1^{(1)}}{\partial y^2} + g \frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial z} \\ & = - \frac{\partial \phi_0^{(1)2}}{\partial x} \frac{\partial^2 \phi_0^{(1)}}{\partial x^2} - \frac{\partial \phi_0^{(1)}}{\partial x} \frac{\partial \phi_0^{(1)}}{\partial y} \left(\frac{\partial^2 \phi_0^{(1)}}{\partial xy} + \frac{\partial^2 \phi_0^{(1)}}{\partial yx} \right) - \frac{\partial \phi_0^{(1)2}}{\partial y} \frac{\partial^2 \phi_0^{(1)}}{\partial y^2} \quad z = h_1 \quad (4.8) \end{aligned}$$

一方、船体表面条件として船体表面を貫かない条件を考える。

$$\frac{\partial \phi_1^{(1)}}{\partial n_H} = - \frac{\partial \phi_0^{(1)}}{\partial n_H} \quad \text{on } S_H \quad (4.9)$$

また自由表面条件には波の放射条件を課さなければならない。ここでは3.1.2項と同様に Dawson 法の適用を考え、具体的には次の通りとした。(4.3) 式で定義される上層定常攪乱ポテンシャル $\phi_1^{(1)}$ は、(2.7) 式よりソースと造波関数の項に分離できる事が分かる。そこで (4.8) 式の $\partial^2 \phi_1^{(1)} / \partial x^2$ に関して、ソース項は Hess and Smith 法で計算した一階微分値に4点上流差分近似を適用する事で求め、一方、造波関数項は、monopole 法に従い、面要素内の代表点で解析的に二階微分を実行してから、要素の面積を掛ける事で計算した。なおその他の二階微分値については、両項共に、一階微分値を周囲の要素と二次補間して、その勾配から求める事にした。

4.1.3 造波抵抗/沈下量/トリム角の定義

$\phi_{0,1}^{(1)}$ のオーダを考慮して線形化したベルヌーイの定理より、上層流場の流れの圧力 p は次式で定義できる。

$$p - p_0 = \frac{1}{2} \rho_1 (U^2 - \nabla \phi_0^{(1)} \cdot \nabla \phi_0^{(1)} - 2 \nabla \phi_0^{(1)} \cdot \nabla \phi_1^{(1)}) \quad (4.10)$$

ここで p_0 は無限遠方の流れの圧力を, ρ_1 が上層の流体密度を表す. この時, 船体に作用する x, z 方向の流体力 $F_{x,z}$ 及び y 軸周りの流体モーメント M_y は, 船体表面の圧力積分値として次式で算出できる.

$$F_x = - \iint_{S_H} (p - p_0) \cdot n_{Hx} dS \quad (4.11)$$

$$F_z = - \iint_{S_H} (p - p_0) \cdot n_{Hz} dS \quad (4.12)$$

$$M_y = \iint_{S_H} (p - p_0) \cdot (n_{Hz}x' - n_{Hx}z') dS \quad (4.13)$$

ここで $n_{Hx,z}$ は, それぞれ船体表面の外向き法線ベクトルの x, z 成分を意味する. また x', z' は船体重心 $(x_G, 0, z_G)$ を基準とした座標値である.

$$x' = x - x_G, \quad z' = z - z_G \quad (4.14)$$

造波抵抗 R_w は次式より算出する.

$$R_w = -F_x \quad (4.15)$$

なお造波抵抗係数 C_w は (3.10) 式で定義される. 船体沈下量 ζ_S (≥ 0) とトリム角 θ_T (船尾トリム:正) は, z 方向の流体力ならびに y 軸周りの流体モーメントの釣合い式を連立させる事で算出できる.

$$\rho_1 g \iint_{A_w} (\zeta_S - x' \theta_T) dS + F_z = 0 \quad (4.16)$$

$$\rho_1 g \iint_{A_w} x' (\zeta_S - x' \theta_T) dS - M_y = 0 \quad (4.17)$$

ここで A_w は船の水線面積を表す.

4.1.4 波高の定義

$\phi_{0,1}^{(m)}$ のオーダーを考慮して線形化された各波面の動学的条件より, 自由表面上の波の波高 ζ_F , 内部境界面上の波の波高 ζ_I はそれぞれ次のように定義できる.

$$\zeta_F = \frac{1}{2g} (U^2 - \nabla \phi_0^{(1)} \cdot \nabla \phi_0^{(1)} - 2 \nabla \phi_0^{(1)} \cdot \nabla \phi_1^{(1)})|_{z=h_1} \quad (4.18)$$

$$\zeta_I = \frac{1}{2g(1-\gamma)} \{ (U^2 - \nabla \phi_0^{(2)} \cdot \nabla \phi_0^{(2)} - 2 \nabla \phi_0^{(2)} \cdot \nabla \phi_1^{(2)}) - \gamma (U^2 - \nabla \phi_0^{(1)} \cdot \nabla \phi_0^{(1)} - 2 \nabla \phi_0^{(1)} \cdot \nabla \phi_1^{(1)}) \}|_{z=0} \quad (4.19)$$

ここで γ は (2.6) 式で定義される密度比である.

4.1.5 一層浅水域の定常造波問題の定式化

次節では、一層浅水域の状況も計算対象に加えており、ここではその定式化を示しておく。今回示した二層流域の定常造波問題の定式化は、速度ポテンシャル（二重模型ポテンシャル+定常攪乱ポテンシャル）の核関数の変更のみで、一層浅水域の定常造波問題に拡張でき、プログラムの融通が容易に行える。いま $z = 0$ に水底がある一層浅水域を考える時、(4.2) , (4.3) 式の核関数にソースとその水底鏡像を採用すればよい。

$$G_s^{(m)} \rightarrow \frac{1}{r} + \frac{1}{r_b} \quad (4.20)$$

ここで r は (2.9) 式で定義されている。また r_b を次式で定義する。

$$r_b = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z + \zeta)^2} \quad (4.21)$$

4.1.6 低速域での肥型船の造波抵抗の取り扱いについて

一般にランキンソース法などで、低速域の造波抵抗を圧力積分で求める場合、計算精度が低下する事が知られている。理由の一つに、積分する際、船首と船尾で相互に打ち消し合う圧力のため「桁落ち」が生じて、元々小さい造波抵抗に誤差を生じる可能性が指摘されている [35]。

本章では、船尾の曲率変化が大きな肥型船を扱い、その造波抵抗を圧力積分で求める事から、この問題に直面する事になった。船体表面と自由表面の分割方法をトライ・アンド・エラーで検証したが、完全には本問題の解決に至らなかった為、ここでは次のように造波抵抗を決定した。なお船体沈下量とトリム角に関しては、特別な取り扱いをしていない。

[一層浅水域での造波抵抗 (Fig.4.2)]

二重模型ポテンシャルに基づく流れのみを考えた時、僅かに正の造波抵抗を示した。理想流体であれば本来ゼロである為、その値は計算誤差とみなして、強制的にゼロと考えた。また定常攪乱ポテンシャルの波流れに因る造波抵抗が、 $F_N \leq 0.15$ の船速域で僅かながら負の値を示した為、やはり計算誤差とみなして、ゼロと考えた。

[二層流域での造波抵抗 (Fig.4.4, Fig.4.5)]

本章の定式化では、二重模型ポテンシャルに内部波の影響を含むため、その流れに基づく造波抵抗はゼロとはならない。また二層流域の場合、 $F_N \leq 0.15$ の船速域でも内部波が生じて造波抵抗は適当な値を示す為、そもそも計算誤差の有無の判定が難しい。今回は $F_N = 0.02$ の極めて低速時であれば波は無いと仮定して、いずれの二層状況でも造波抵抗はゼロになるべきと考えた。そしてその時の造波抵抗係数 ($\neq 0$) を計算誤差とみなして、全船速の結果から一律控除する事にした。

4.2 肥型船による定常造波問題

本節では、一層浅水域と二層流域における肥型船の定常造波問題を解く。喫水が深く、広い船底面積を有する肥型船が浅水域を航行する場合、大きな浅水影響を受けて、造波抵抗の増大や、船体沈下/トリムによる船底座礁の危険が深刻化する。また二層流域では、内部波が顕著に誘起される事が予想され、浅水影響と併せて船体運動への影響が懸念される。以上の事から、浅水影響ならびに内部波の造波影響を正確に見積もる事は、肥型船の安全運航に寄与する重要な情報となり得る。そこで本節では、肥型船の造波抵抗、船体沈下量そしてトリム角の推定を試みる。

4.2.1 対象船型について

計算対象として、代表的な大型タンカー ESSO OSAKA を考える。船体主要目を Table 4.1 に示す。ここで重心位置の z 座標は静水面位置 ($z_G=h_1$) と考えた。また船体表面分割の様子を Fig. 4.1 に示す。船体半面当たり長さ方向に 44 分割、深さ方向に 12 分割の計 528 分割とした。

Table 4.1: Main particulars of ESSO OSAKA

Length	$L(\text{m})$	325.0
Breadth	$B(\text{m})$	53.0
Draft	$d(\text{m})$	22.1
Brock Coef.	C_b	0.831
Gravity point	x_G/L	0.031

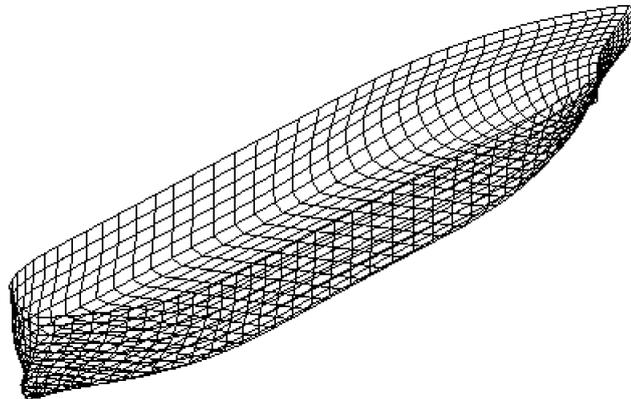


Fig. 4.1: Element division of ESSO OSAKA

一方、本解法では自由表面条件に有限差分近似型の放射条件を課して解く為に、自由表面の主流方向分割数と解の収束性に関連がある事は既述した通りである。本節では詳細な調査を省いたが、3.3.2項の議論を踏まえると、主流方向に80分割程度した上で船首尾近傍の主流方向分割密度を向上させれば、十分な精度が得られると期待される。よって自由表面は、半面2700（長さ方向:90 / 深さ方向:30）分割とした。面要素の配置についてはFig.4.6, Fig.4.7を参照されたい。また内部波の計算時には、内部境界面に自由表面と同じ分割方法を適用した。

4.2.2 一層浅水域における定常造波問題

一般に浅水影響は次の3つの現象に分けて考える事ができる [36].

- (i) 船体と水底との距離が狭くなった為に水流が制限されて、船体との平均相対流速が無限水深の場合より大きくなる。
- (ii) 船底下方の流速が大きくなる為に圧力の低下を生じる。
- (iii) 造波現象が深水域の場合とは異なり、いわゆる浅水波ができる。

これらは浅水域で抵抗増加、船体沈下及びトリムを引き起こす原因となる。そこでまずは通常の浅水影響を明確にする事を目的に、一層浅水域を対象に計算を実施した。

状況設定

水深として $h/d = 1.2, 1.5$ を想定する。水深比と自由表面波（波数 k_1 ）の船長ベースの臨界フルード数 F_{Ncl} の関係を Table 4.2 にまとめる。

Table 4.2: Critical Froude number, F_{Ncl} , in shallow water

h/d	F_{Ncl}
1.2	0.286
1.5	0.319

計算結果：[造波抵抗と姿勢変化]

浅水域の造波抵抗係数（4.1.6項の説明を参照）、無次元化した船体沈下量及びトリム角（船尾トリム:正）の計算結果を Fig.4.2 に示す。横軸は船長ベースの船速のフルード数 F_N である。また比較の観点から深水域の結果も併せて載せる。

まず造波抵抗係数の結果に着目する。船速が $F_N \leq 0.2$ の範囲であれば、浅水域と深水域での値に大差はない。しかし船速が自由表面波の臨界フルード数に接近するに連れて、造波抵抗係数に急激な増加が見られる。そして特に $h/d = 1.2$ の場合、造波抵抗係数曲線に大きなハンプ (hump) とホロー (hollow) が現れている。

次に船体沈下量とトリム角を議論する。まず船速に比例して、船体沈下量と船首トリム角が共に増加する事が分かる。より浅水域ほどその増加量は大きく、船速が $F_N \leq 0.2$ の低速域であっても浅水影響が明確に現れている様子が見て取れる。浅水域における船体沈下量の理論推定式としては Tuck and Taylor [37] の式がよく知られており、これは船速が臨界フルード数に対して十分小さい ($F_N \ll F_{Nc1}$) という仮定の下で次のように表される。

$$\zeta_s = 0.13(U^2 \nabla_d / hL^2) \quad (4.22)$$

ここで ∇_d は船の排水量を表す。上式では、単位として長さに "feet"、船速に "knots" が用いられている。一方、芳村 [38] は単位に "m" と "m/s" を用いて上式を次のように書き換えた。

$$\frac{\zeta_s}{L} = 1.5 \left(\frac{d}{h} \right) \left(\frac{C_b}{L/B} \right) F_N^2 \quad (4.23)$$

(4.23) 式による船体沈下量の推定値をグラフにプロットした時、 $F_N \ll F_{Nc1}$ の範囲であれば、今回の計算値と概ね良く一致している。これは本計算値の妥当性を示す根拠の一つとみなせる。また船速が臨界フルード数に接近するに連れて、船体沈下量が急増し、トリム角にも激しい変化が見受けられる。これは同船速域にて造波による船体周囲流場の変化が著しいからと思われ、船体表面の圧力分布が急激に変化する事を示唆している。

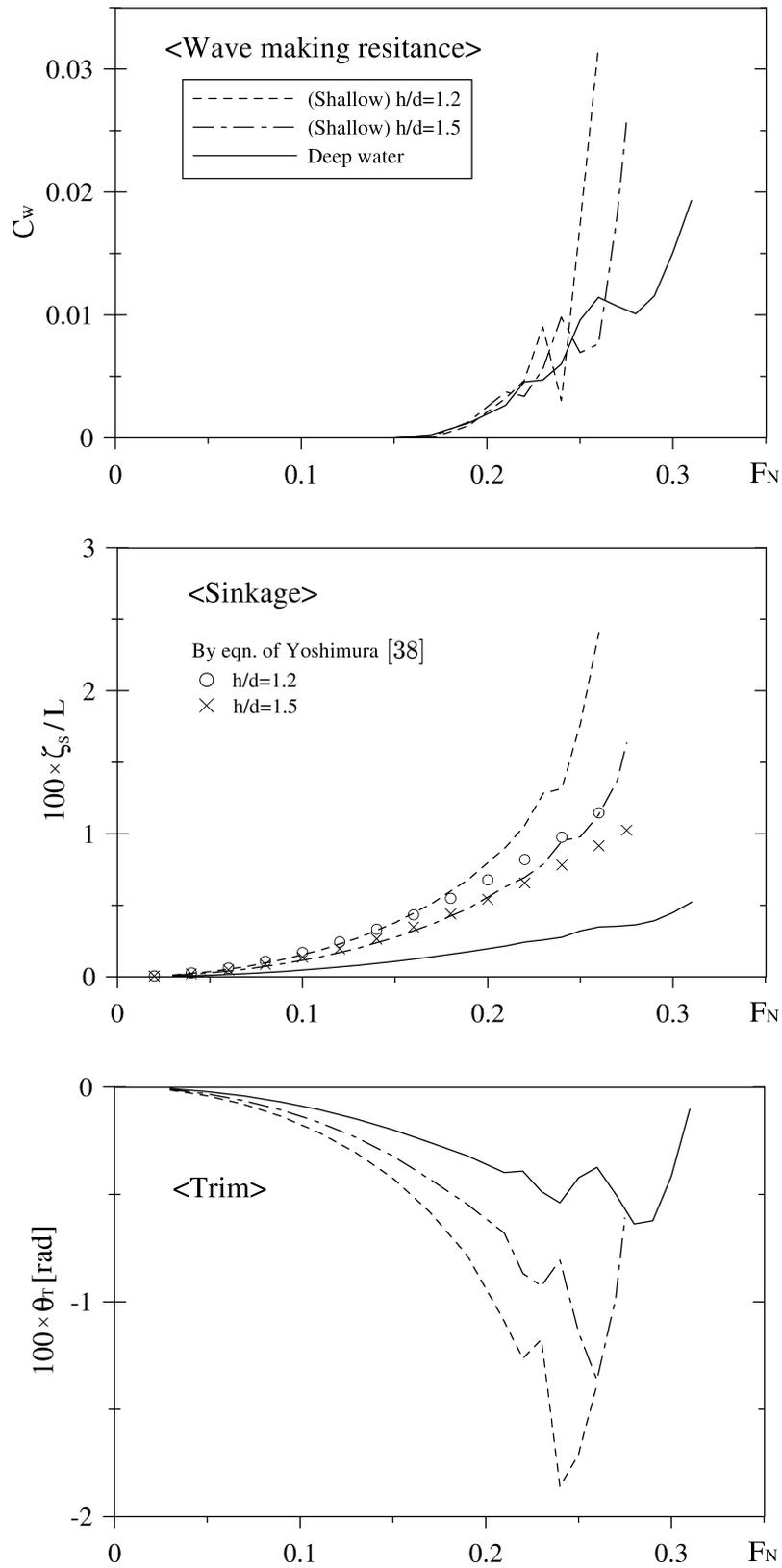


Fig. 4.2: Wave making resistance(above), sinkage(middle), trim(below) of ESSO OSAKA in shallow water

4.2.3 二層流域における定常造波問題

二層流域を想定して，大型タンカー ESSO OSAKA の定常造波問題を解く．そして浅水影響と併せて論じる事で，内部波の造波影響を明確化する．

状況設定

ここでは前章の Wigley 船型と同じく死水現象に焦点を当てる為に，船速は $F_N \leq 0.21$ を計算対象とした．また二層流域の状況は次に述べる通りである．

上層の流体密度は 1000kg/m^3 ，下層の流体密度は夏場のユーロポート（ロッテルダム港湾域）の平均泥層密度 1240kg/m^3 [3] を設定した．そして上層水深は $h_1/d = 1.2, 1.5, 2.0$ とし，下層水深は $h_2/d = 0.1$ と 0.3 を想定した．計 6 つの状況を Fig.4.3 に図示する．

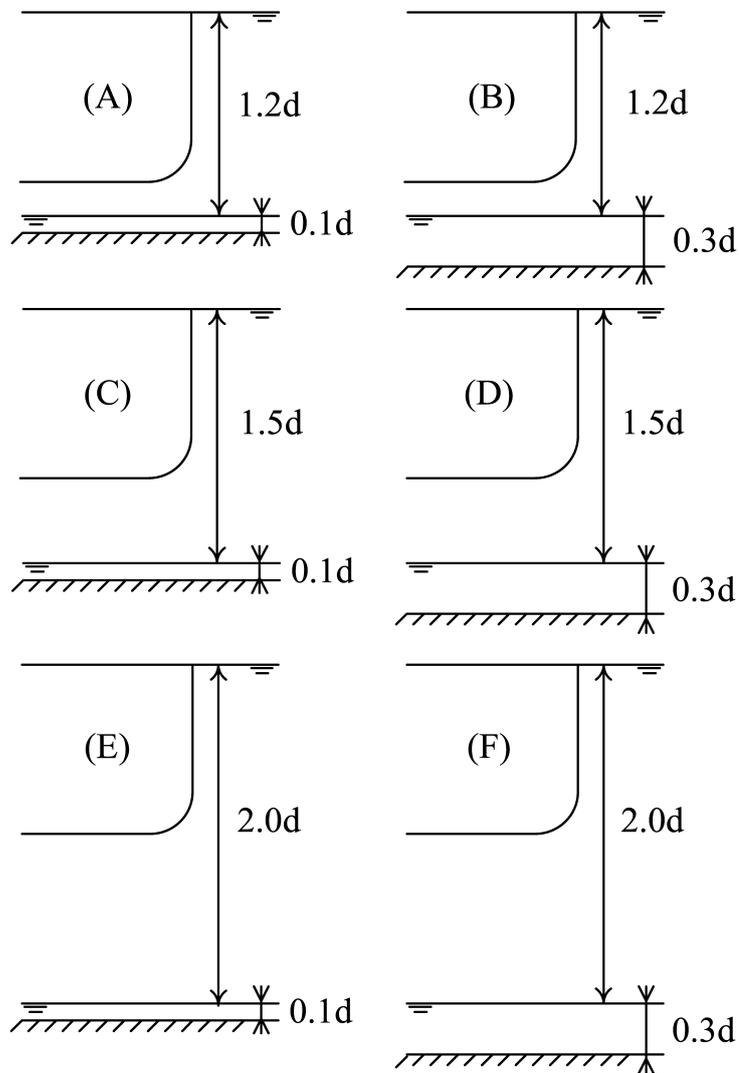


Fig. 4.3: Illustrations of two layer fluids

Table 4.3 には、自由表面波（波数 k_1 ）と内部波（波数 k_2 ）の船長ベースの臨界フルード数 F_{Nc1} 、 F_{Nc2} をまとめる。この表より $F_{Nc2} \ll F_{Nc1}$ である事が分かる。なお今回計算対象とする船速域では、全状況において船速が F_{Nc1} 以下であった事を付記しておく。

Table 4.3: Critical Froude numbers, F_{Nc1} and F_{Nc2} , in two layer fluids

	γ	h_1/d	h_2/d	F_{Nc1}	F_{Nc2}
(A)	0.81	1.2	0.1	0.295	0.0351
(B)	0.81	1.2	0.3	0.314	0.0571
(C)	0.81	1.5	0.1	0.328	0.0353
(D)	0.81	1.5	0.3	0.345	0.0582
(E)	0.81	2.0	0.1	0.376	0.0356
(F)	0.81	2.0	0.3	0.391	0.0593

計算結果：[造波抵抗と姿勢変化]

二層流域における造波抵抗係数（4.1.6 項の説明を参照）、無次元化した船体沈下量及びトリム角（船尾トリム:正）の計算結果を Fig.4.4 ($h_2/d = 0.1$)、Fig.4.5 ($h_2/d = 0.3$) に示す。横軸は船長ベースの船速のフルード数 F_N である。また比較の為、二層流域の全水深と等しい一層浅水域の計算結果を併せて示す。

まず造波抵抗係数の結果に着目する。船速が内部波の臨界フルード数 F_{Nc2} に接近すると造波抵抗係数は急増し、超過後はなだらかに減少を始める。そして $F_N = 0.17$ 付近から造波抵抗係数は再度増加に転じている。上層水深が浅い（内部境界面までのキールクリアランスが小さい）ほど、あるいは下層水深が深い程、顕著な変化を示している。一連の変化は、3.3.3 項で論じた Wigley 船型の結果と同じ傾向にある。

続いて船体沈下量とトリム角に着目する。まず下層水深が浅い状況（Fig.4.4）では、両者共に一層浅水域の結果と大差は無い。厳密には、船速が F_{Nc2} に接近した場合に若干の変化が見られ、船速が増すに連れて一層浅水域の値を僅かに下回るようである。いずれにしても内部波の造波影響は限定的と思われる。

一方、下層水深が深い状況（Fig.4.5）では、特徴的な変化が現れている。特に内部境界面までのキールクリアランスが小さいほど、その変化は大きい。ここでは二層状況（B）に着目する。まず船速が F_{Nc2} に接近すると大きな船体沈下が起こる。しかし船速が増すと一層浅水域の結果と目立った差はない。トリムに関しては、 F_{Nc2} に近い船速を境に船首トリムから船尾トリムへと急変化している。そして船速が増すと再度船首トリムに転じるが、その時のトリム角は一層浅水域の場合と比較して小さいようである。

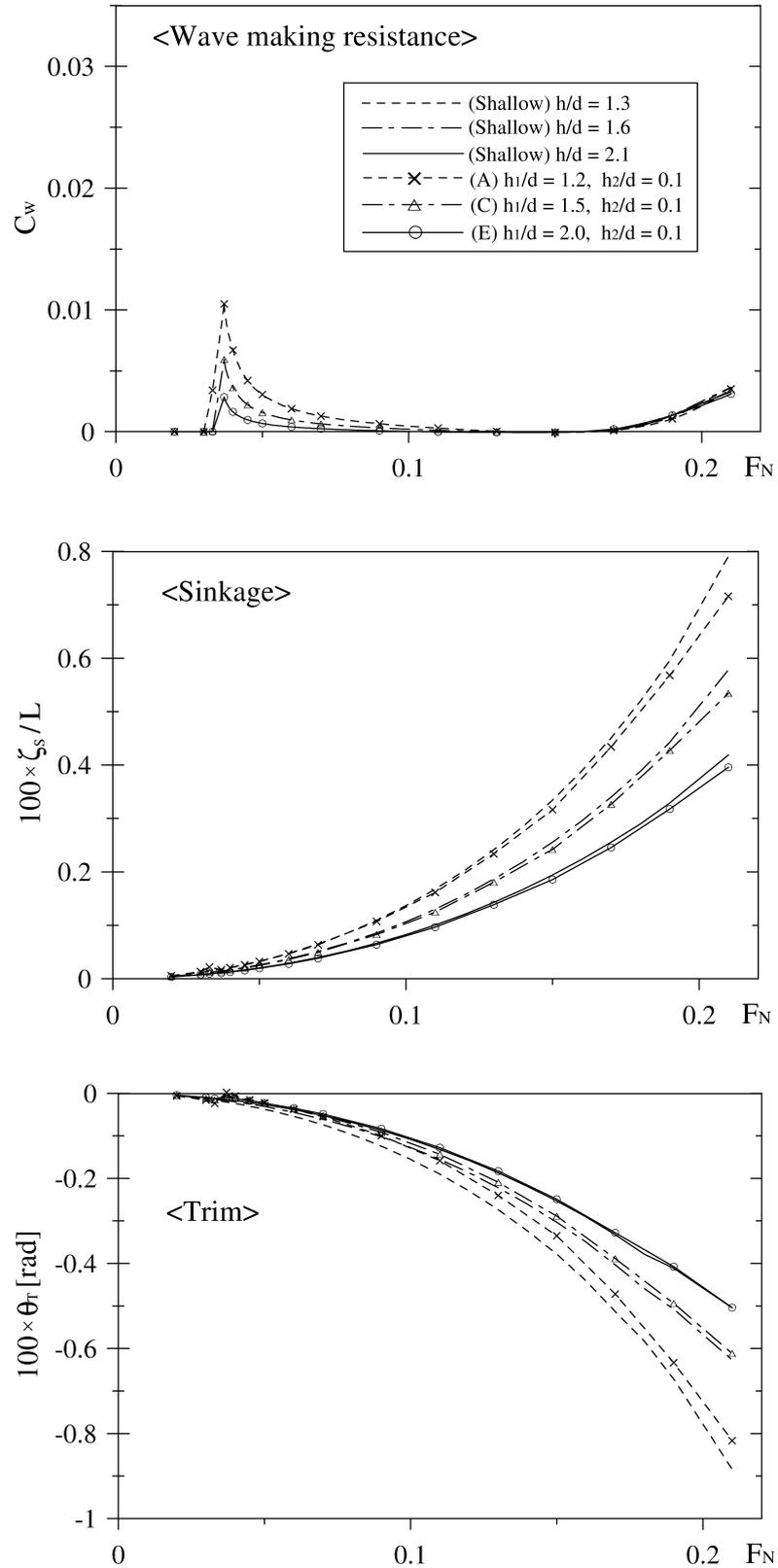


Fig. 4.4: Wave making resistance(above), sinkage(middle), trim(below) of ESO OSAKA in two layer fluids, $h_2/d = 0.1$

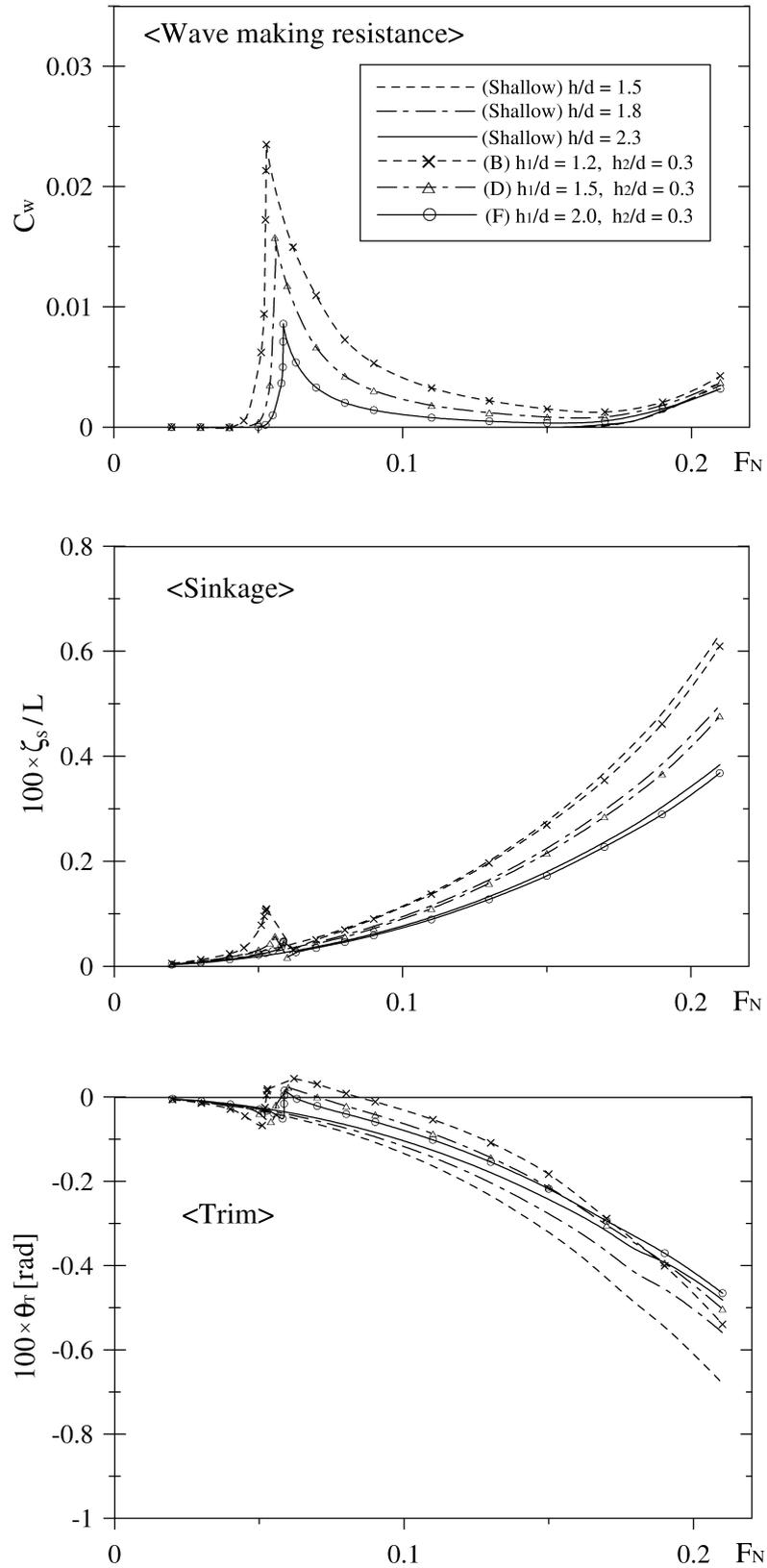


Fig. 4.5: Wave making resistance(above), sinkage(middle), trim(below) of ESSO OSAKA in two layer fluids, $h_2/d = 0.3$

計算結果：[波紋]

二層状況（B）について，船速 $F_N = 0.04, 0.05, 0.07, 0.13, 0.17, 0.21$ の波紋を Fig.4.6, Fig.4.7 に示す．図上の数字は波高倍率である。

船速に応じた波系変化の経緯は，3.3.3 項で論じた Wigley 船型のものと同じである．つまり船速が内部波の臨界フルード数 F_{Nc2} に接近した時に顕著な内部波（波数 k_2 ）が誘起され，その干渉影響と思われる波が自由表面上にも観察される．そして船速が増すと，内部波からは横波が消失して波系の様相が変化し，自由表面上には波数 k_1 の自由表面波が次第に大きく現れ始める．また船速が $F_N = 0.21$ の時，V字型に隆起した内部波の表面がわずかながら波打つ様子を確認でき，顕著な自由表面波に因る干渉影響が，内部境界面上に現れている様子がうかがえる．

計算結果：[船体表面圧力分布]

二層状況（B）について，波紋を示した各船速時の船体表面圧力分布を Fig.4.8 に示す．また同船速での一層浅水域（ $h/d = 1.5$ ）の結果も併せて示す．それぞれに等高線を 20 本引き，実線が正圧，点線は負圧を意味する．

船速に応じた船体表面圧力分布の一連の変化は，3.3.3 項で論じた Wigley 船型のものと同じといえる．まず船速が $F_N = 0.04$ の場合，二層流域と一層浅水域での結果に大きな差はない．しかし船速が微増し，内部波の臨界フルード数 F_{Nc2} に接近した時（ $F_N = 0.05$ ），内部波に起因する顕著な波圧が現れており，「造波抵抗と姿勢変化」の欄で論じたような二層流域での特徴的な造波抵抗と姿勢変化の背景を確認できる．さらに船速が増すと，自由表面波による波圧が船体表面に強く現れ始めると思われ，両者の圧力分布は似た傾向を示している．

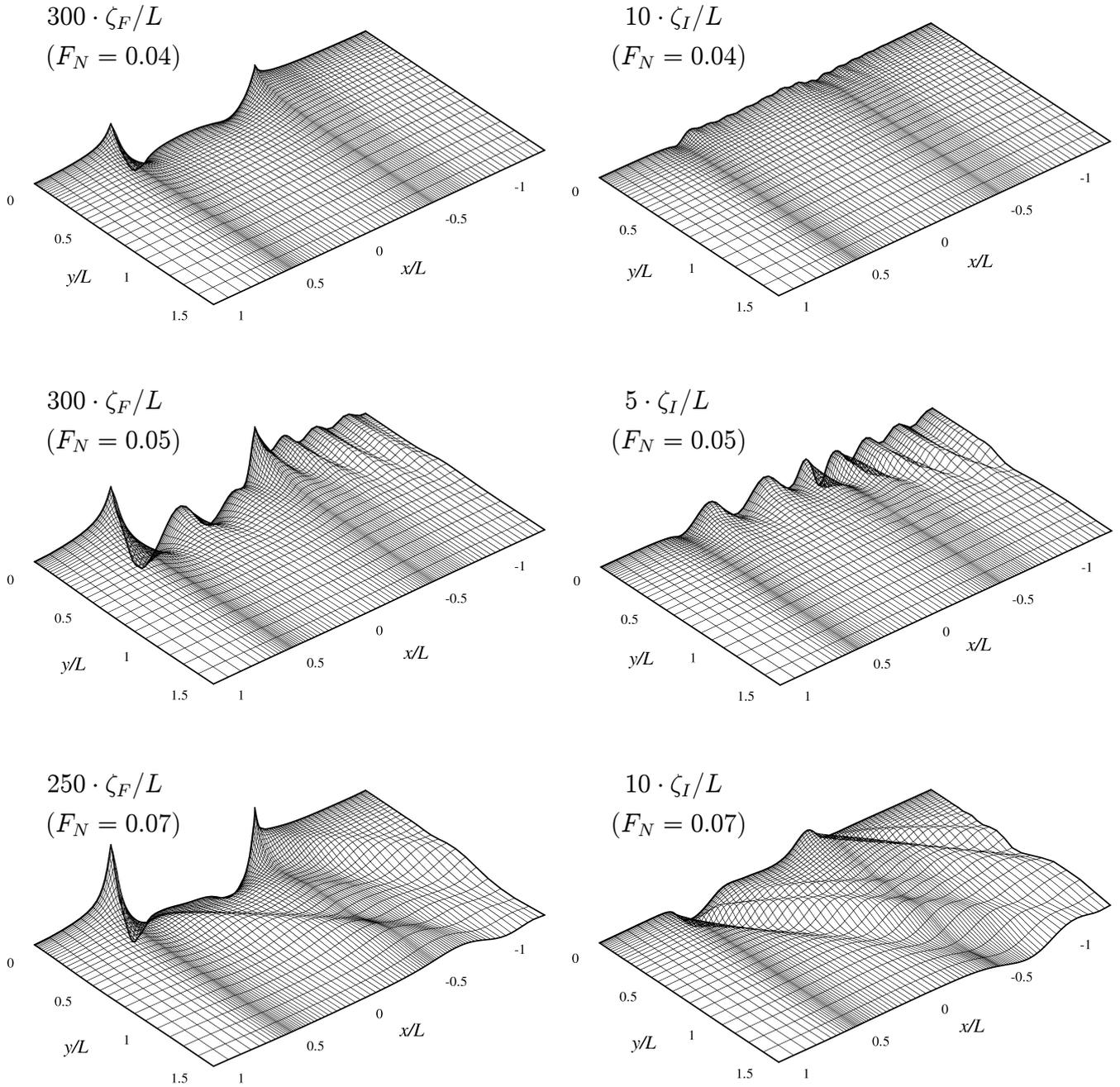


Fig. 4.6: Wave patterns generated by ESO OSAKA in two layer fluids (1)
(Left : on the free surface / Right : on the interface)

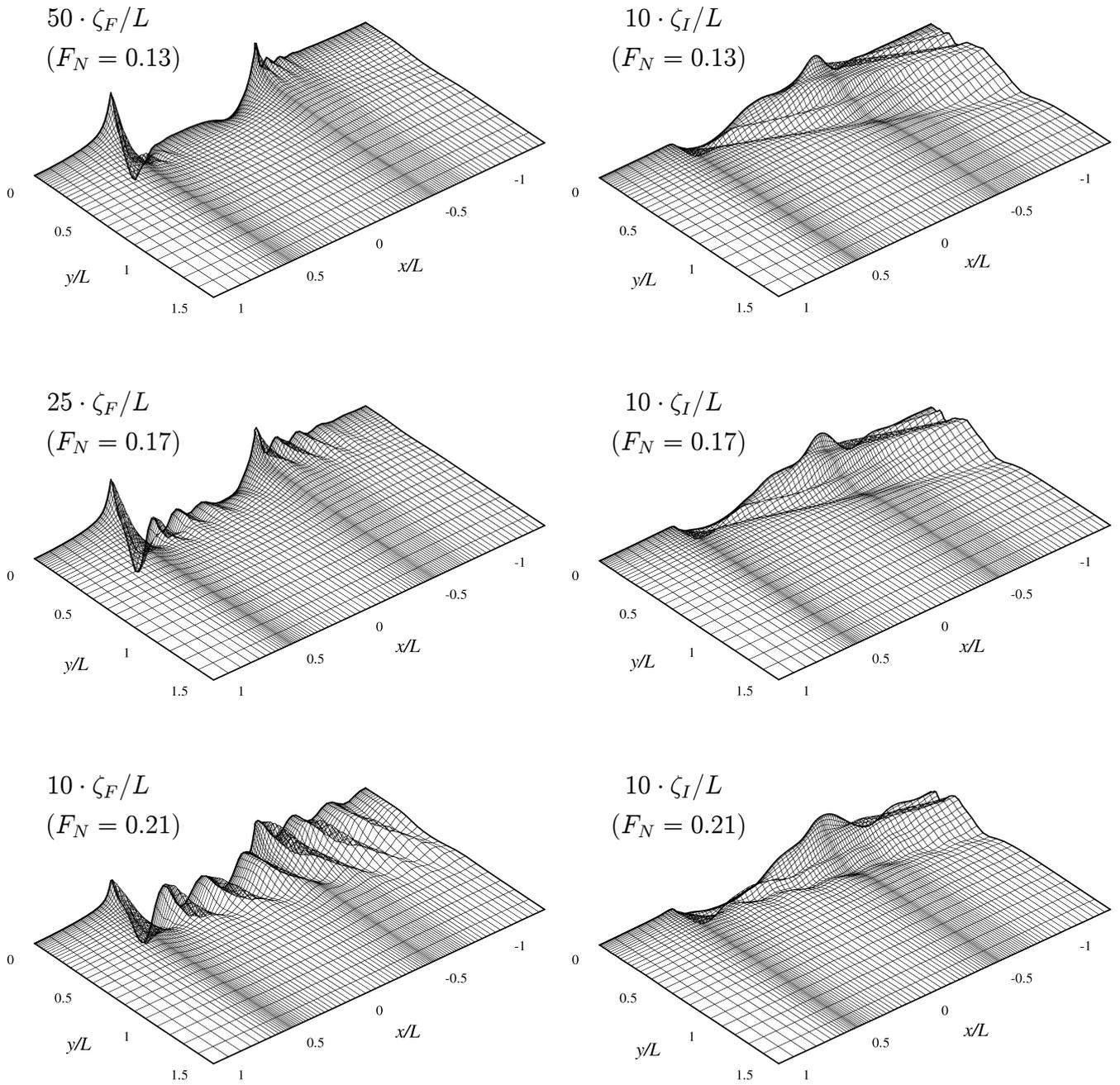


Fig. 4.7: Wave patterns generated by ESO OSAKA in two layer fluids (2)
 (Left : on the free surface / Right : on the interface)

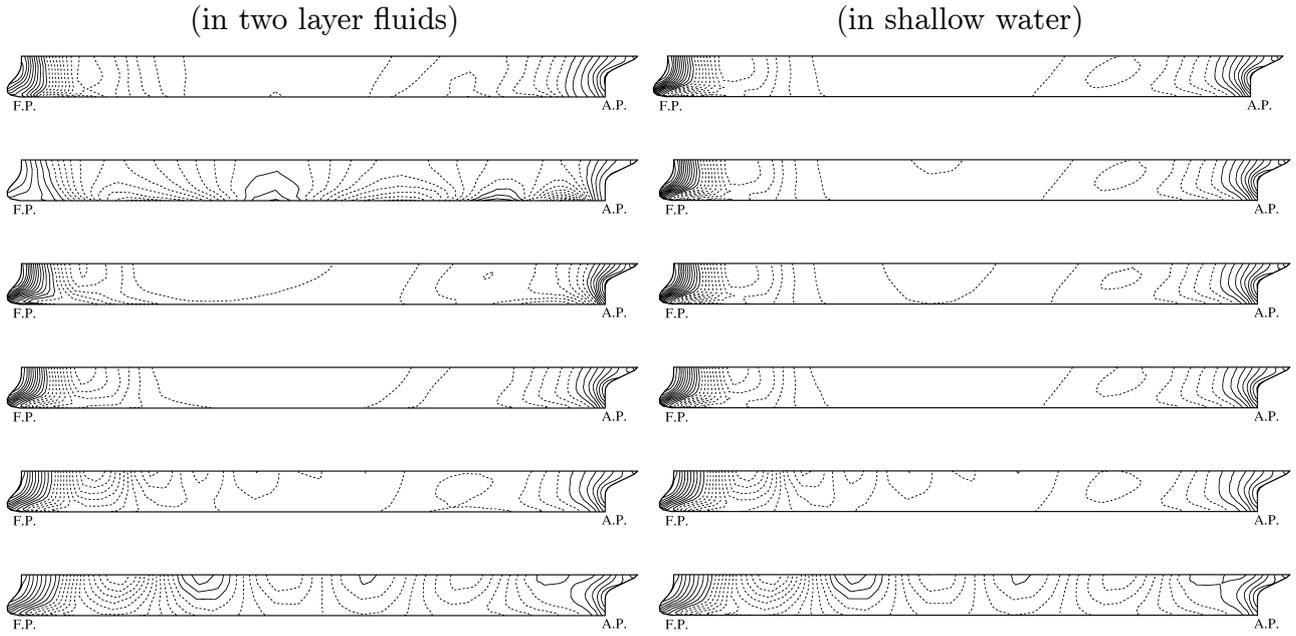


Fig. 4.8: Pressure distributions of ESSO OSAKA in two layer fluids and shallow water (From above, $F_N = 0.04, 0.05, 0.07, 0.13, 0.17, 0.21$)

4.3 本章のまとめ

本章では、肥型船への適用を念頭に、(4.2) 式で表される二重模型ポテンシャルに、(4.3) 式の定常攪乱ポテンシャルを足し合わせる事で流場の速度ポテンシャルを定義し、船体の定常造波問題を定式化した。特徴として、内部境界条件と水底条件を満たすグリーン関数を両ポテンシャルの核関数に用いた点が挙げられる。ここで二重模型ポテンシャルが表す流れには、内部境界面の造波と水底の影響が考慮される。一方、定常攪乱ポテンシャルは、自由表面の造波の影響と波面間の干渉影響を表す役割を担っている。

続いて通常の浅水影響を明確化する事を目的として、大型タンカー ESO OSAKA を対象に、一層浅水域における定常造波問題を解いた。その結果、船速が増して自由表面波の臨界速度へ接近すると、造波抵抗と船体沈下量は急増し、トリム角にも激しい変化が確認された。一連の変化は水深が浅いほど著しい。

最後に二層流域を航行する同船を対象に、定常造波問題を解いた ($F_N \leq 0.21$)。まず船速に応じた造波抵抗係数の変化は、3.3.3 項の Wigley 船型の結果と同じ傾向にあった。また船体沈下量と姿勢変化について、下層水深が浅い状況では、両者共に一層浅水域と目立った差はないが、下層水深が深い状況では、特徴的な変化が示された。具体的には次の通りである。二層状況 (B) [$\gamma = 0.81$, $h_1/d = 1.2$, $h_2/d = 0.3$] の結果を取り上げると、船速が内部波の臨界フルード数 F_{Nc2} に接近した時に、大きな船体沈下が起こる。トリムに関しては、 F_{Nc2} に近い船速を境に船首トリムから船尾トリムへと急変化している。そして船速が増すと再度船首トリムに転じるが、その時のトリム角は一層浅水域の場合と比較して小さいようである。同状況の波紋図より、 F_{Nc2} に接近した船速で内部波の顕著な造波が観察された。また船体表面には、強く特徴的な波圧分布が現れる事を確認した。

5. 渦系によるグリーン関数

本章では、二層流域を直進する船体（非揚力体）の定常造波問題の解法を、揚力体へと拡張する事を考える。揚力体周りの流れを考える時、線形理論であれば、翼厚による排除流れ、循環流れ、そして両波面の造波と水底の影響の重ね合わせで取り扱える。排除流れに内部境界面の造波と水底の影響を取り込むには、第2章で導出したソースによるグリーン関数を応用すればよい。一方、有限翼周りの定常な循環流れは、渦理論において、平面形内の束縛渦面と翼幅範囲の後流にある随伴渦面から成る渦系によって置換される。よって循環流れに同じ影響を考慮するには、渦を扱ったグリーン関数が新たに必要となる。

以下、本章の構成について述べる。ここでは第2章同様に、自由表面が存在しない上層無限/下層有限水深の二層流域を考える。まず舵を想定した矩形翼（翼厚は無視）が、上層を迎角を有して航走する場合の流れの速度場を定義する。続いて内部境界面の造波と水底の影響を速度場に反映させるに当たり、内部境界条件と水底条件を満足する渦点のグリーン関数を導出する。また渦輪/馬蹄渦によるグリーン関数を構築する。いずれも内部波を誘起する造波グリーン関数である。最後に、渦輪によるグリーン関数を取り上げて、その誘導速度の計算方法を述べる。

5.1 問題の仮定

揚力体の定常造波問題は、2.1節 (a) - (e) の仮定を踏襲するものとする。加えて次の2つの仮定を設ける。

(f) 迎角は小さい（横流れは小さい）。

(g) 随伴渦は翼後縁から流出角0度で放出される（線形渦モデル）。

5.2 二層流域の速度場の定義

堀 [20] は、自由表面下の浅深度域を水中翼が高速航走する事を想定し、まず静水面に平行な投影翼面と、主流方向に強さを変える事なく後流に流出する随伴渦面を対象に、流

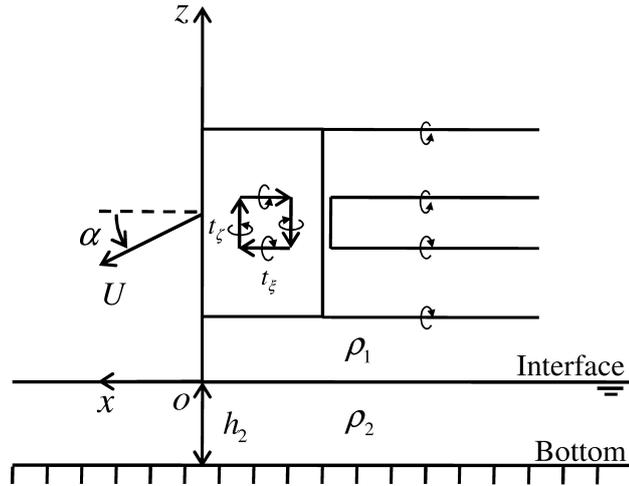


Fig. 5.1: Coordinate system and the sketch of vortex system

力モデルを示した. そして渦システム (渦系) による自由表面の造波関数を重畳する事で速度場を定義し, 自由表面影響を取り入れて定常揚力面の数値解析を行った.

本節では, 堀が示した一連の式展開にならぬ, 二層流域での速度場を定義する. ここで自由表面が存在しない上層無限/下層有限水深の二層流域を考え, 舵を想定した矩形翼が, その上層を迎角を有して定常航走している状況を扱う. なお翼厚は無視して考える.

5.2.1 上層速度場の定義

揚力面 (翼面+随伴渦面) の渦輪表現

座標系 $o - xyz$ を Fig.5.1 に示す. 本座標系は xy 平面を内部境界面にとり, x 軸は向かって左方向を, z 軸は鉛直上向き方向を正にとる右手系とする. また翼面と共に移動する等速移動座標系である. いま xz 平面上に置かれた翼面 S_C が, 迎角 (x 軸を基準) に相当する角度 α 方向に一定速度 U で航走しているものとする. この時, 翼面と, 仮定 (g) よりその延長線上に流出した随伴渦面 S_W を対象に, y の負軸向きダブルットを面分布させる事で, 流場内の揚力面をモデル化する. 以下, 揚力面による上層速度場の表現について, 順を追って考えていく.

まずダブルットの面密度 Γ を区分的な面要素内で一定とする時, 上層流場の速度ポテンシャルは次式で定義できる.

$$\begin{aligned} \Phi^{(1)} &= \frac{1}{4\pi} \iint_{S_C+S_W} \Gamma(\xi, \zeta) \left\{ -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{r} \right) \right\} d\xi d\zeta \\ &\simeq \frac{1}{4\pi} \sum_j \Gamma_j \left[\iint_{(S_C+S_W)_j} \left\{ -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{r} \right) \right\} d\xi d\zeta \right] \end{aligned} \quad (5.1)$$

ここで r は (2.9) 式で与えられる。また速度場はこの勾配で定義される。

$$\begin{aligned}\mathbf{v}^{(1)} &= \nabla\Phi^{(1)} \\ &\simeq \frac{1}{4\pi} \sum_j \Gamma_j \left[\iint_{(S_C+S_W)_j} \nabla \left\{ -\frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{r} \right) \right\} d\xi d\zeta \right]\end{aligned}\quad (5.2)$$

ここで”平面におけるグリーンの定理”の適用について考える。 xz 平面上の面要素 D を右側に見るような時計周りの周回経路を c とした時、 C^1 級の任意関数 $f(x, z)$, $g(x, z)$ に対して次の関係が成り立つ。

$$\iint_D \left(\frac{\partial g}{\partial x} - \frac{\partial f}{\partial z} \right) dx dz = - \int_c (f dx + g dz) \quad (5.3)$$

この (5.3) 式を (5.2) 式に適用する事で、面積分を線積分に変換する事ができる。

$$\mathbf{v}^{(1)} = \frac{1}{4\pi} \sum_j \Gamma_j \int_{c_j} - \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{r} \right) d\zeta \right\} \mathbf{i} + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r} \right) d\zeta - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \right) d\xi \right\} \mathbf{j} + \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{r} \right) d\xi \right\} \mathbf{k} \quad (5.4)$$

ここで $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ は、 x, y, z 軸の単位ベクトルである。また c_j は、 xz 平面上にある翼面と随伴渦面の矩形要素の周回経路を表す。 c_j の単位接ベクトルは、次のように定義できる。

$$\mathbf{t}_\Gamma(t_\xi, t_\zeta) = t_\xi \mathbf{i} + t_\zeta \mathbf{k} \quad (5.5)$$

(t_ξ, t_ζ) は周回経路の線素を ds とした時の x, z 軸の方向余弦であり、副変数 ξ, ζ を介して次の関係にある。

$$\frac{d\xi}{ds} = t_\xi, \quad \frac{d\zeta}{ds} = t_\zeta \quad (5.6)$$

(5.6) 式の関係を用いて、(5.4) 式を次のように書き換える。

$$\mathbf{v}^{(1)} = \frac{1}{4\pi} \sum_j \Gamma_j \int_{c_j} \left[- \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{r} \right) t_\zeta \right\} \mathbf{i} + \left\{ \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{r} \right) t_\zeta - \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{r} \right) t_\xi \right\} \mathbf{j} + \left\{ \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{1}{r} \right) t_\xi \right\} \mathbf{k} \right] ds \quad (5.7)$$

(5.5) 式を用いて整理する事で、線積分項で表されるベクトル・ポテンシャルの回転によって速度場を表現できる。最終的に次式を得る。

$$\mathbf{v}^{(1)} = -\frac{1}{4\pi} \sum_j \Gamma_j \nabla \times \int_{c_j} \frac{\mathbf{t}_\Gamma}{r} ds \quad (5.8)$$

これはビオ・サバルの法則に従った時計回りの渦輪 c_j による速度場と等価であり、ダブレットの面密度 Γ_j に相当する強さの渦糸によって構成されている事が分かる。この時、(5.5) 式は渦輪を構成する渦糸の単位方向ベクトルとみなせる。

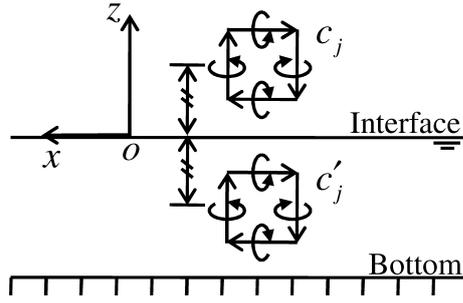


Fig. 5.2: Mirror image of a vortex ring

鏡像の考慮/造波関数の勾配の重畳

本節の冒頭に引用した堀の文献では、速度場を、ベクトル・ポテンシャル項の自由表面に対する正鏡像を考慮したものに、自由表面波を表す造波関数の勾配を重畳する事で定義した。この場合、縦渦成分（渦の軸が流れに平行）による誘導速度は自由表面上で x, z 方向成分共に 0 となり、縦渦成分からの造波作用は生じない。つまり造波関数は横渦成分（渦の軸が流れに直交）のみに支配される事から、その表現を簡略化でき、数値計算上有利になる。そこで本問題においても内部境界面上で縦渦成分 t_ξ の造波作用を打ち消すべく、Fig.5.2 に示す通り、ベクトル・ポテンシャル項（渦輪 c_j ）の正鏡像 c'_j を内部境界面下に考えた。ここで \mathbf{t}'_Γ を c'_j を構成する渦糸の方向ベクトルとする時、(5.8) 式に相当する速度場は次のように定義できる。

$$\mathbf{v}^{(1)} = -\frac{1}{4\pi} \sum_j \Gamma_j \nabla \times \left\{ \int_{c_j} \frac{\mathbf{t}_\Gamma}{r} ds + \int_{c'_j} \frac{\mathbf{t}'_\Gamma}{r} ds \right\} \quad (5.9)$$

渦輪 c_j と正鏡像 c'_j の関係を考慮して整理すると、次式が得られる。

$$\mathbf{v}^{(1)} = -\frac{1}{4\pi} \sum_j \Gamma_j \nabla \times \int_{c_j} \left\{ \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) t_\xi \mathbf{i} + \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right) t_\zeta \mathbf{k} \right\} ds \quad (5.10)$$

ここで

$$r' = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z + \zeta)^2} \quad (5.11)$$

(5.10) 式に内部境界面の造波と水底の影響を反映させるべく、造波関数 $G_{v0}^{(1)}$ の勾配を重畳する。

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^{(1)} &= \frac{1}{4\pi} \sum_j \Gamma_j \int_{c_j} \left[-\nabla \times \left\{ \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right) t_\xi \mathbf{i} + \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right) t_\zeta \mathbf{k} \right\} + \nabla G_{v0}^{(1)} \right] ds \\ &\equiv \frac{1}{4\pi} \sum_j \Gamma_j \int_{c_j} (\mathbf{v}_\Gamma + \nabla G_{v0}^{(1)}) ds \\ &\equiv \frac{1}{4\pi} \sum_j \Gamma_j \int_{c_j} \nabla G_v^{(1)} ds \end{aligned} \quad (5.12)$$

以上により，上層速度場を定義できた．ここで上層グリーン関数の勾配 $\nabla G_v^{(1)}$ は，強さ 4π の渦点による速度場に対応し，ベクトル・ポテンシャルの回転によって生じる速度場 \mathbf{v}_Γ と造波関数 $G_{v0}^{(1)}$ の勾配の和で定義される．なお \mathbf{v}_Γ は具体的に次のように書き表せる．

$$\begin{aligned}\mathbf{v}_\Gamma &= u_\Gamma \mathbf{i} + v_\Gamma \mathbf{j} + \omega_\Gamma \mathbf{k} \\ &= -\frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right\} t_\zeta \mathbf{i} + \left[\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \frac{1}{r} + \frac{1}{r'} \right\} t_\zeta - \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right\} t_\xi \right] \mathbf{j} + \frac{\partial}{\partial y} \left\{ \frac{1}{r} - \frac{1}{r'} \right\} t_\xi \mathbf{k} \quad (5.13)\end{aligned}$$

5.2.2 下層速度場の定義

2.1節の仮定 (e) より，下層側には揚力面は存在しない．よって上層速度場 (5.12) 式の第1,2式において，ベクトル・ポテンシャルの回転によって生じる速度場の項を排除した形式で下層速度場を定義すればよい．

$$\begin{aligned}\mathbf{v}^{(2)} &= \frac{1}{4\pi} \sum_j \Gamma_j \int_{c_j} \nabla G_{v0}^{(2)} ds \\ &\equiv \frac{1}{4\pi} \sum_j \Gamma_j \int_{c_j} \nabla G_v^{(2)} ds \quad (5.14)\end{aligned}$$

ここで下層グリーン関数の勾配 $\nabla G_v^{(2)}$ は，強さ 4π の渦点がある時の速度場に対応する．これは造波関数 $G_{v0}^{(2)}$ の勾配に等しい．

5.3 渦点によるグリーン関数の導出

前節では，揚力面（翼面＋随伴渦面）の渦輪表現を検討し，内部境界面の造波と水底の影響を表す造波関数の勾配を重畳する事で，両層の速度場を表した．その核関数（グリーン関数の勾配）は，強さ 4π の渦点がある時の速度場に対応している事から，本状況で造波関数を求め，両層のグリーン関数を具体化する事を考える．以下，Fig.5.1の揚力面を渦点に置き換えて考えるものとする．

5.3.1 フーリエ変換と逆変換

(5.12)，(5.14) 式を基に，渦点によるグリーン関数の勾配と速度場の関係を改めてまとめておく．この関係を持って両層のグリーン関数の定義とする．

$$\nabla G_v^{(1)} = \mathbf{v}_\Gamma + \nabla G_{v0}^{(1)} \quad (5.15)$$

$$\nabla G_v^{(2)} = \nabla G_{v0}^{(2)} \quad (5.16)$$

いま上層 (ξ, η, ζ) に位置する渦点を考える時、両層のグリーン関数が満たすべき支配方程式は次の通りである。ここで δ はデルタ関数を意味している。

$$\nabla^2 G_v^{(1)} = \delta(x - \xi, y - \eta, z - \zeta) \quad (5.17)$$

$$\nabla^2 G_v^{(2)} = 0 \quad (5.18)$$

一方、各層の造波関数は共に特異性を含まず、全流場点においてラプラス方程式を満足する。

$$\nabla^2 G_{v0}^{(m)} = 0 \quad (5.19)$$

次に両層のグリーン関数が満たすべき境界条件について説明する。まず (5.20), (5.21) 式は内部境界面での動力学的条件と運動学的条件を基に得られる内部境界条件である。いずれも仮定 (a) より、内部波高は小さいとみなして $z = 0$ を中心に線形化を施したものである。ここで (5.20) 式では、仮定 (f) より y 方向の流れ（横流れ）を微小オーダー $O(\epsilon)$ として処理した事で、直進時の線形内部境界条件 (2.3) 式と同じ形式となっている。また内部波の放射条件を満たすべく、(5.20) 式には Rayleigh の仮想摩擦係数 μ を考慮した。水底条件は (5.22) 式で表される。

$$\begin{aligned} \gamma \left\{ k_0 \left(\omega_\Gamma + \frac{\partial G_{v0}^{(1)}}{\partial z} \right) + \frac{\partial}{\partial x} \left(u_\Gamma + \frac{\partial G_{v0}^{(1)}}{\partial x} \right) - \mu \frac{\partial G_{v0}^{(1)}}{\partial x} \right\} \\ = k_0 \frac{\partial G_{v0}^{(2)}}{\partial z} + \frac{\partial^2 G_{v0}^{(2)}}{\partial x^2} - \mu \frac{\partial G_{v0}^{(2)}}{\partial x} \quad z = 0 \end{aligned} \quad (5.20)$$

$$\omega_\Gamma + \frac{\partial G_{v0}^{(1)}}{\partial z} = \frac{\partial G_{v0}^{(2)}}{\partial z} \quad z = 0 \quad (5.21)$$

$$\frac{\partial G_{v0}^{(2)}}{\partial z} = 0 \quad z = -h_2 \quad (5.22)$$

ここで k_0 と γ は (2.6) 式で定義される。いまベクトル・ポテンシャル項の正鏡像を考慮した事から、(5.13) 式より内部境界面上では次式が成り立つ事が分かる。

$$\omega_\Gamma|_{z=0} = 0 \quad (5.23)$$

(5.19) - (5.22) 式に対してフーリエ変換の手法を適用する事で、造波関数 $G_{v0}^{(m)}$ が得られる（詳細は補遺 B を参照の事）。その際に (5.23) 式を考慮する事で、内部境界面上の造波に縦渦成分 t_ζ は寄与せず、造波関数には横渦成分 t_ζ のみが含まれる事になる。

$$G_{v0}^{(m)} = -\frac{\gamma t_\zeta}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \int_0^\infty \frac{H_v^{(m)}[k, \theta]}{\Delta[k, \theta]} e^{ikw} dk d\theta \quad (5.24)$$

ここで

$$H_v^{(1)}[k, \theta] = -k \tan \theta \{e^{k(h_2-z-\zeta)} - e^{-k(h_2+z+\zeta)}\} \quad (5.25)$$

$$H_v^{(2)}[k, \theta] = k \tan \theta \{e^{k(h_2+z-\zeta)} + e^{-k(h_2+z+\zeta)}\} \quad (5.26)$$

$$\left. \begin{aligned} \Delta &= 2\gamma a \sinh kh_2 + be^{kh_2} + ae^{-kh_2} \\ a &= k + k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta \\ b &= k - k_0 \sec^2 \theta + i\mu \sec \theta \\ \omega &= (x - \xi) \cos \theta + (y - \eta) \sin \theta \end{aligned} \right\} \quad (5.27)$$

5.3.2 経路積分

以後 (5.24) 式の実部 (R_e) をとるものとする. また Rayleigh の仮想摩擦係数 μ は経路積分実施後に 0 とする. θ の積分範囲 $(-\pi, -\pi/2)$, $(\pi/2, \pi)$ に対し, それぞれ $\theta = \bar{\theta} - \pi$, $\theta = \bar{\theta} + \pi$ という変数変換を行い, 変換後に再度 $\bar{\theta} \rightarrow \theta$ と置き換える事で次式が得られる.

$$G_{v0}^{(m)} = -\frac{2\gamma t \zeta}{\pi} \lim_{\mu \rightarrow 0} R_e \left[\int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^\infty \frac{H_v^{(m)}[k, \theta]}{\Delta[k, \theta]} e^{ik\omega} dk d\theta \right] \quad (5.28)$$

ここで $e^{-ik\omega(\bar{\theta})}$ から $e^{ik\omega(\theta)}$ への置き換えは, いま造波関数の実部を採用する事から可能である. $\Delta[k_2, \theta] = 0$ とすれば, 任意の θ の根として次式を得る. これは (2.18) 式で示したソースの造波関数 $G_{s0}^{(m)}$ のものと一致している.

$$k_2 = \frac{k_0 \sec^2 \theta (1 - \gamma) \tanh(k_2 h_2)}{1 + \gamma \tanh(k_2 h_2)} - i\mu \sec \theta \quad (5.29)$$

続いて $z = \zeta$ 平面を考え, 渦点位置を原点とする極座標系 $\bar{o} - r\psi$ を導入する.

$$\left. \begin{aligned} (x - \xi) &= -r \cos \psi \\ (y - \eta) &= r \sin \psi \\ \omega &= -r \cos(\theta + \psi) \end{aligned} \right\} \quad (5.30)$$

ソースの時とは異なり, 渦点周りの流場には y 軸対称の関係性はない. よって極座標系の回転角は $-\pi < \psi \leq \pi$ の範囲が対象となる. ここで (5.28) 式における θ の範囲を考慮すると, ω の正負と θ 範囲の間には次の関係が成立する.

$$1) \left. \begin{aligned} 0 < \psi \leq \pi & \quad \omega < 0 \quad \leftrightarrow \quad -\pi/2 < \theta < \pi/2 - \psi \\ & \quad \omega > 0 \quad \leftrightarrow \quad \pi/2 - \psi < \theta < \pi/2 \end{aligned} \right\} \quad (5.31)$$

$$2) \left. \begin{aligned} -\pi < \psi \leq 0 & \quad \omega < 0 \quad \leftrightarrow \quad -\pi/2 - \psi < \theta < \pi/2 \\ & \quad \omega > 0 \quad \leftrightarrow \quad -\pi/2 < \theta < -\pi/2 - \psi \end{aligned} \right\} \quad (5.32)$$

(5.29) 式より本問題では複素平面 σ (虚数単位: i) の第 4 象限に 1 つの根が存在する. そこでジョルダンの補助定理を考慮し無限遠円弧上の積分値が 0 となるように, $\omega > 0$ の時には $\sigma = u(1+i)$ の複素経路を, $\omega < 0$ の時には $\sigma = u(1-i)$ の複素経路を有する扇形経路を設定する (Fig.2.2 を参照). そして留数定理を適用すると次式が得られる. ここで I_m は虚部を意味する.

$$G_{v0}^{(m)} = +\frac{2\gamma t_\zeta}{\pi} R_e \left\{ \int_{T_{1B}}^{T_{1A}} \int_{-\infty}^0 (1-i) \frac{H_v^{(m)}[u(1-i), \theta]}{\Delta[u(1-i), \theta]} e^{+iu(1-i)\omega} dud\theta \right. \\ \left. + \int_{T_{2B}}^{T_{2A}} \int_{-\infty}^0 (1+i) \frac{H_v^{(m)}[u(1+i), \theta]}{\Delta[u(1+i), \theta]} e^{+iu(1+i)\omega} dud\theta \right\} \\ -4\gamma t_\zeta I_m \left\{ \int_{T_{1B}}^{T_{1A}} \frac{H_v^{(m)}[k_2, \theta]}{\Delta'[k_2, \theta]} e^{ik_2\omega} d\theta \right\} \quad (5.33)$$

ここで Δ' は Δ の k による偏微分である. また各積分範囲の上下限値は, ψ の範囲に応じてそれぞれ次のように定義される.

$$1) \quad 0 < \psi \leq \pi \quad \left. \begin{array}{ll} T_{1A} = \pi/2 - \psi, & T_{1B} = -\pi/2 \\ T_{2A} = \pi/2, & T_{2B} = \pi/2 - \psi \end{array} \right\} \quad (5.34)$$

$$2) \quad -\pi < \psi \leq 0 \quad \left. \begin{array}{ll} T_{1A} = \pi/2, & T_{1B} = -\pi/2 - \psi \\ T_{2A} = -\pi/2 - \psi, & T_{2B} = -\pi/2 \end{array} \right\} \quad (5.35)$$

(5.33) 式の 2 つの重積分項は複素共役の関係にあり, 両項の実部のみ採用する事を考えればまとめる事ができる. 整理すると最終的に次式が得られる.

$$G_{v0}^{(m)} = -\frac{4\gamma t_\zeta}{\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} \int_0^\infty \frac{F_v^{(m)}[u, \theta]}{F_L[u, \theta]} u \tan \theta e^{-u|\omega|} dud\theta \\ -4\gamma t_\zeta \int_{T_{1B}}^{T_{1A}} \frac{H_v^{(m)}[k_2, \theta]}{\Delta'[k_2, \theta]} \sin(k_2\omega) d\theta \quad (5.36)$$

ここで第 1 項は渦点近傍の局所波を, 第 2 項が進行波を表す. $H_v^{(m)}[k_2, \theta]$ は, (5.25), (5.26) 式に, (5.29) 式を解いて得られる k_2 を代入したものである. また $F_L[u, \theta]$, $\Delta'[k_2, \theta]$ はそれぞれ (2.25), (2.26) 式と同じに表される. 以下, $F_v^{(m)}[u, \theta]$ についてまとめる.

$$F_v^{(1)}[u, \theta] = e^{-u(z+\zeta)} E_{v1} - e^{-u(z+\zeta-2h_2)} E_{v2} + e^{-u(z+\zeta+2h_2)} E_{v3} - e^{-u(z+\zeta)} E_{v4} \quad (5.37)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{v1} = (1 + \gamma)u\{\cos u(z + \zeta - |\omega| + 2h_2) + \sin u(z + \zeta - |\omega| + 2h_2)\} \\ \quad - (1 - \gamma)k_0 \sec^2 \theta \sin u(z + \zeta - |\omega| + 2h_2) \\ E_{v2} = (1 + \gamma)u\{\cos u(z + \zeta - |\omega|) + \sin u(z + \zeta - |\omega|)\} \\ \quad - (1 - \gamma)k_0 \sec^2 \theta \sin u(z + \zeta - |\omega|) \\ E_{v3} = (1 - \gamma)u\{\cos u(z + \zeta - |\omega|) + \sin u(z + \zeta - |\omega|)\} \\ \quad + (1 - \gamma)k_0 \sec^2 \theta \sin u(z + \zeta - |\omega|) \\ E_{v4} = (1 - \gamma)u\{\cos u(z + \zeta - |\omega| - 2h_2) + \sin u(z + \zeta - |\omega| - 2h_2)\} \\ \quad + (1 - \gamma)k_0 \sec^2 \theta \sin u(z + \zeta - |\omega| - 2h_2) \end{array} \right.$$

$$F_v^{(2)}[u, \theta] = e^{u(z-\zeta+2h_2)} E_{v5} + e^{-u(z+\zeta)} E_{v6} + e^{u(z-\zeta)} E_{v7} + e^{-u(z+\zeta+2h_2)} E_{v8} \quad (5.38)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} E_{v5} = (1 + \gamma)u\{\cos u(z - \zeta + |\omega|) - \sin u(z - \zeta + |\omega|)\} \\ \quad + (1 - \gamma)k_0 \sec^2 \theta \sin u(z - \zeta + |\omega|) \\ E_{v6} = (1 + \gamma)u\{\cos u(z + \zeta - |\omega| + 2h_2) + \sin u(z + \zeta - |\omega| + 2h_2)\} \\ \quad - (1 - \gamma)k_0 \sec^2 \theta \sin u(z + \zeta - |\omega| + 2h_2) \\ E_{v7} = (1 - \gamma)u\{\cos u(z - \zeta + |\omega| + 2h_2) - \sin u(z - \zeta + |\omega| + 2h_2)\} \\ \quad - (1 - \gamma)k_0 \sec^2 \theta \sin u(z - \zeta + |\omega| + 2h_2)] \\ E_{v8} = (1 - \gamma)u\{\cos u(z + \zeta - |\omega|) + \sin u(z + \zeta - |\omega|)\} \\ \quad + (1 - \gamma)k_0 \sec^2 \theta \sin u(z + \zeta - |\omega|)] \end{array} \right.$$

5.4 渦輪によるグリーン関数の表現

実際の速度場は, (5.12), (5.14) 式で定義されたように, 離散的な渦輪による誘導速度で構成される. そこで本節では, 導出した渦点の造波関数 $G_{v0}^{(m)}$ を用いて, 閉じた渦輪の造波関数 $G_{vr0}^{(m)}$ を構築する. Fig.5.3 に示すように, 時計回りの矩形状の渦輪 c を xz 平面上に考える時, その渦輪による造波関数は次式で表される.

$$\begin{aligned} G_{vr0}^{(m)} &= \int_c G_{v0}^{(m)}(\xi, \zeta, t_\xi, t_\zeta) ds \\ &= \int_{\zeta_b}^{\zeta_a} G_{v0}^{(m)}(\xi_a, \zeta, 0, 1) + G_{v0}^{(m)}(\xi_b, \zeta, 0, -1) d\zeta \\ &\quad + \int_{\xi_b}^{\xi_a} G_{v0}^{(m)}(\xi, \zeta_b, 1, 0) + G_{v0}^{(m)}(\xi, \zeta_a, -1, 0) d\xi \end{aligned} \quad (5.39)$$

但し, いま内部境界面に対してベクトル・ポテンシャル項の正鏡像をとっている事から, 縦渦成分 t_ξ に起因する波は生じない. この為, 横渦成分 t_ζ が 0 の時には, (5.36) 式より $G_{v0}^{(m)}$ は 0 となる. よって渦輪による造波関数として次式が得られる.

$$G_{vr0}^{(m)} = \int_{\zeta_b}^{\zeta_a} G_{v0}^{(m)}(\xi_a, \zeta, 0, 1) + G_{v0}^{(m)}(\xi_b, \zeta, 0, -1) d\zeta \quad (5.40)$$

また両層の速度場は次のように表現できる.

$$\nabla G_{vr}^{(1)} = \int_c \mathbf{v}_\Gamma ds + \nabla G_{vr0}^{(1)} \quad (5.41)$$

$$\nabla G_{vr}^{(2)} = \nabla G_{vr0}^{(2)} \quad (5.42)$$

この関係を持って, 渦輪によるグリーン関数 $G_{vr}^{(m)}$ の定義とする.

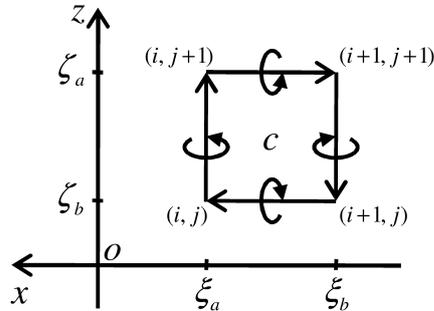


Fig. 5.3: Vortex ring

5.5 馬蹄渦によるグリーン関数の表現

翼面と随伴渦面に渦輪を配置する事は、翼面に馬蹄渦を配置する事と等価といえる。そこで本節では、導出した渦点の造波関数 $G_{v0}^{(m)}$ を用いて、馬蹄渦の造波関数 $G_{vh0}^{(m)}$ を示しておく。Fig.5.4 に示すように、ある渦線 l_b (束縛渦) とその両端から x 軸負方向へ延びる半無限長の2本の渦線 $l_{f1,2}$ (随伴渦) から成る1つの馬蹄渦を xz 平面上に考える時、それによる造波関数は次式で表される。

$$\begin{aligned} G_{vh0}^{(m)} &= \int_{l_b+l_{f1}+l_{f2}} G_{v0}^{(m)}(\xi, \zeta, t_\xi, t_\zeta) ds \\ &= \int_{\zeta_b}^{\zeta_a} G_{v0}^{(m)}(\xi_a, \zeta, 0, 1) d\zeta \\ &\quad + \int_{-\infty}^{\xi_a} G_{v0}^{(m)}(\xi, \zeta_b, 1, 0) + G_{v0}^{(m)}(\xi, \zeta_a, -1, 0) d\xi \end{aligned} \quad (5.43)$$

但し、いま内部境界面に対してベクトル・ポテンシャル項の正鏡像をとっている事から、縦渦成分 t_ξ に起因する波は生じない。この為、横渦成分 t_ζ が0の時には、(5.36) 式より $G_{v0}^{(m)}$ は0となる。よって馬蹄渦による造波関数として次式が得られる。

$$G_{vh0}^{(m)} = \int_{\zeta_b}^{\zeta_a} G_{v0}^{(m)}(\xi_a, \zeta, 0, 1) d\zeta \quad (5.44)$$

また両層の速度場は次のように表現できる。

$$\nabla G_{vh}^{(1)} = \int_{l_b+l_{f1}+l_{f2}} \mathbf{v}_\Gamma ds + \nabla G_{vh0}^{(1)} \quad (5.45)$$

$$\nabla G_{vh}^{(2)} = \nabla G_{vh0}^{(2)} \quad (5.46)$$

この関係を持って、馬蹄渦によるグリーン関数 $G_{vh}^{(m)}$ の定義とする。

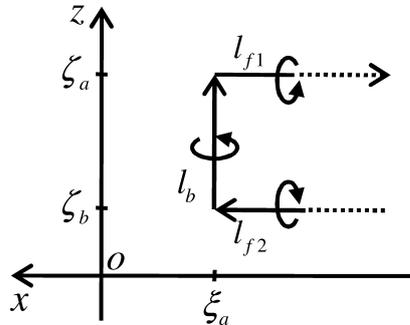


Fig. 5.4: Horse-shoe vortex

5.6 誘導速度の計算方法

本節では渦輪によるグリーン関数を対象に，誘導速度の計算方法を示す。

[ベクトル・ポテンシャルの回転項]

強さ 4π の渦糸 Q_1Q_2 による流場点 P への誘導速度 \mathbf{v} は，ビオ・サバールの法則 [39] より，次式で計算できる (Fig.5.5 参照)。

$$\mathbf{v}(P; Q_1, Q_2) = \frac{\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_{12}}{|\mathbf{r}_1 \times \mathbf{r}_{12}|^2} \left\{ \frac{\mathbf{r}_2}{|\mathbf{r}_2|} - \frac{\mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_1|} \right\} \cdot \mathbf{r}_{12} \quad (5.47)$$

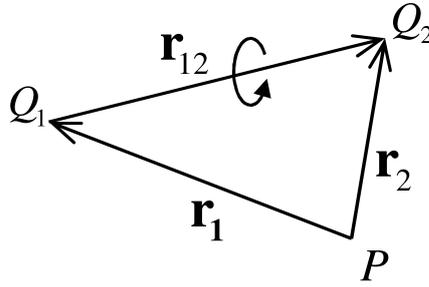


Fig. 5.5: Vortex segment

(5.41) 式のベクトル・ポテンシャルの回転項は，内部境界面に対して鏡像関係にある一対の渦輪による誘導速度を表す．よって次のように書き下せる．

$$\begin{aligned} \int_c \mathbf{v}_\Gamma ds &= \mathbf{v}(P; Q_{i,j}, Q_{i,j+1}) + \mathbf{v}(P; Q_{i,j+1}, Q_{i+1,j+1}) \\ &\quad + \mathbf{v}(P; Q_{i+1,j+1}, Q_{i+1,j}) + \mathbf{v}(P; Q_{i+1,j}, Q_{i,j}) \\ &\quad - \mathbf{v}(P; Q'_{i,j}, Q'_{i,j+1}) - \mathbf{v}(P; Q'_{i,j+1}, Q'_{i+1,j+1}) \\ &\quad - \mathbf{v}(P; Q'_{i+1,j+1}, Q'_{i+1,j}) - \mathbf{v}(P; Q'_{i+1,j}, Q'_{i,j}) \end{aligned} \quad (5.48)$$

ここで Q が正像， Q' が鏡像を意味し，下付添字 (i,j) は，Fig.5.3 に図示した渦輪（正像）の四隅点に対応している． $Q_{i,j}$ と $Q'_{i,j}$ が鏡像関係にあるものとする．

[造波関数の勾配項]

(5.41)，(5.42) 式の造波関数の勾配項については，まず渦糸の midpoint で造波関数の勾配を計算し，それに渦糸の線分長さを掛ける事で近似的に求めた．

$$\nabla G_{vr0}^{(m)} = [\nabla G_{v0}^{(m)}(\xi_a, \zeta_m, 0, 1) + \nabla G_{v0}^{(m)}(\xi_b, \zeta_m, 0, -1)] \Delta \zeta \quad (5.49)$$

ここで

$$\zeta_m = \frac{\zeta_a + \zeta_b}{2}, \quad \Delta \zeta = |\zeta_a - \zeta_b| \quad (5.50)$$

5.7 本章のまとめ

まず本章では，二層流域における揚力体の定常造波問題の仮定を述べた．そして自由表面が存在しない上層無限/下層有限水深の状況を考え，その上層を舵を想定した矩形翼（翼厚は無視）が航走する場合を扱った．

始めに堀 [20] にならい，揚力面（翼面＋随伴渦面）の渦輪表現を検討した．それに内部境界面の造波と水底の影響を表す造波関数の勾配を重畳する事で，上層速度場を (5.12) 式，下層速度場は (5.14) 式のように定義した．それらの核関数（グリーン関数の勾配）は，強さ 4π の渦点がある時の速度場に対応している．

続いてグリーン関数を具体化する為に，強さ 4π の渦点を上層に考えて造波関数を求めた．それはグリーン関数が内部境界条件と水底条件を満足するように求められ，最終的に (5.36) 式で表される．そしてベクトル・ポテンシャルの回転項に造波関数の勾配を重畳して，グリーン関数の勾配を (5.15) , (5.16) 式で定義した．

また導出した渦点の造波関数を用いて，渦輪の造波関数を (5.40) 式で表し，渦輪によるグリーン関数の勾配を (5.41) , (5.42) 式で定義した．

同じく馬蹄渦の造波関数を (5.44) 式で表し，馬蹄渦によるグリーン関数の勾配を (5.45) , (5.46) 式で定義した．

最後に渦輪によるグリーン関数について，その誘導速度の計算方法をまとめた．

6. 二層流域における舵の定常造波問題

操縦運動時の船体周りには循環流れが発生する事から、一連の造波現象との関連は興味深いところである。加えて船体には舵やプロペラ、フィンスタビライザーといった揚力発生装置が付属されており、今日では重量支持に揚力を利用した水中翼船も就航している。当然、翼型、揚力発生装置としての挙動、波面までの距離に応じて造波の程度は異なるが、二層流域における船の諸性能を推定する上で、揚力/抗力特性と造波影響の関連性の解明は優先度が高い事項と考えられる。

これら揚力体の内、本章では解析対象に舵を取り上げ、舵の定常造波問題の計算結果をまとめるものとする。一般に慎重な操船が求められる制限水域において、舵を多用する事は想像に難くない。しかしこの場合、低速航行による舵効きの低下が操縦性の劣化を招く事から、潜在的な危険性の高さが危惧される。よって舵特性の正確な把握は、安全航行に欠かせない重要な要素と思われる。

舵は薄い形状である事、載荷状態に応じて完没する事、また舵周りの循環流れが静水面に平行である事などから、一般にその造波作用は小さいといわれてきた。これは上述したように船が低速航行する状況では尚更である。しかしながらこれまで論じてきたように、水底に泥が堆積した二層流域では、低速航行時であっても内部境界面上には大きな波が発生する事がある。舵位置や舵タイプにも依るが、特に満載状態の船の場合、舵が内部境界面の近くで作動するような状況は現実に十分起こり得ると思われ、その場合の舵特性の変化は知っておくに値する (Fig.6.1 はイメージ)。

そこで本章では、まず第2章で導いたソースのグリーン関数及び前章で導出した渦系のグリーン関数を併用する事で、二層流域での舵による定常造波問題の解法 (定式化) を説明する。注意として本解法は線形の渦モデル (随伴渦の流出角が0度) を仮定した事から、小さなアスペクト比となる船体や螺旋状の翼端渦を放出するプロペラを扱う事には適していない。この点は今後の改良課題としたい。また単独の舵が自由表面から十分に没水し、内部境界面に接近した場合を想定して、舵の揚力/抗力特性に対する内部波の造波影響を明らかにする事を目的とする。以後、前章でいうところの翼面をキャンバー面、迎角を舵角と読み替える事にする。



Fig. 6.1: Example of a rudder installed at the stern [40]

6.1 定式化

コンスタントパネル法に基づく境界値問題として定式化する.

6.1.1 速度ポテンシャルの定義

Fig.6.2 に没水舵（対象翼）と共に移動する等速移動座標系 $o - xyz$ を示す. 座標原点は内部境界面上に設置し, x 軸は向かって左方向を, z 軸は鉛直上向き方向を正にとる右手系とする. 舵はコード長 w_c , スパン長 w_s の寸法を持ち, キャンバー面は xz 平面に在るものとする. そして舵端から自由表面及び内部境界面までそれぞれ h_{1a} , h_{1b} の位置に没水しており, 舵前縁は $x = 0$ に一致させておく. また同図には, $(0, 0, h_{1b} + w_s/2)$ に原点をもつ $o - xyz$ 系の平行移動座標系 $o_w - x_w y_w z_w$ を定義している. $z_w = 0$ は舵中央断面に当たる事から, この座標系は舵面上の位置を指定するのに都合が良い. いま本舵が x 軸に対して舵角に相当する角度 α 方向に速度 U で進行しているものとする, 舵周りの流場を表す両層の速度ポテンシャルは, $o - xyz$ 系に基づき次のように定義できる.

$$\Phi^{(m)} = -Ux \cos \alpha - Uy \sin \alpha + \phi_{1F}^{(m)} + \phi_{1H}^{(m)} + \phi_v^{(m)} \quad (6.1)$$

まず第 1, 2 項は一様流れの x, y 軸方向成分であり, 仮定 (f) よりそれぞれ $O(1), O(\epsilon)$ のオーダーとみなせる. なお本章の計算では, 舵角 α に関してこのまま線形化せずに用いている. また第 4 項は内部境界面の造波と水底の影響を含む排除流れ, 第 5 項が同影響を含む循環流れを意味する. そして第 3 項を考慮する事で, 両流れによる自由表面の造波と波面間の干渉影響を流場に反映させている. ここで仮定 (a) より, 造波現象に関して, 第 3 - 5 項はいずれも微小オーダーとみなせる. 以下, それらの定義を示す.

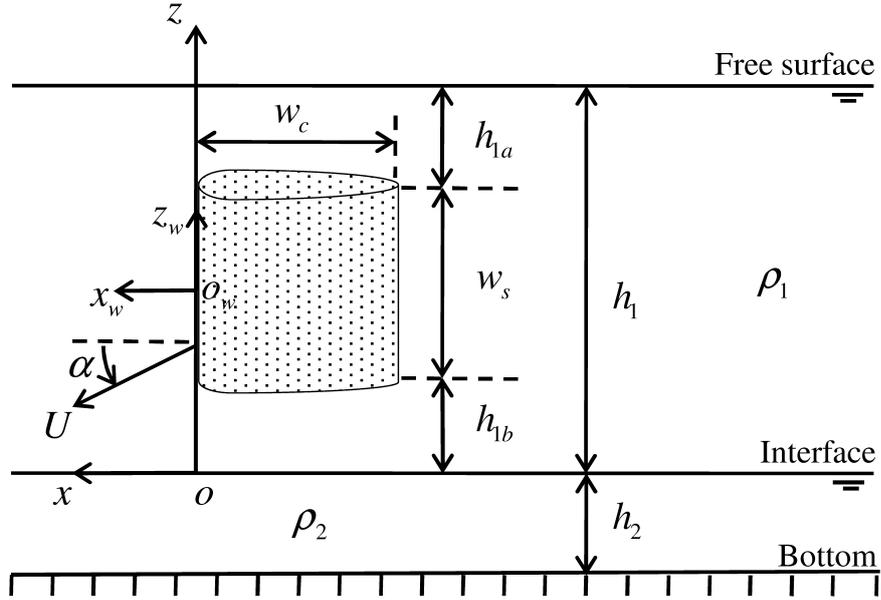


Fig. 6.2: Coordinate system and the sketch of a rudder

まず舵角がゼロの時に循環流れは無くなる事から, (6.1) 式は直進時の速度ポテンシャル (3.1) 式に一致する. この事から $\phi_{1F}^{(m)}$ と $\phi_{1H}^{(m)}$ の和は, (3.2) 式の定常攪乱ポテンシャルと同じ形式をとる. つまり特異点 (ソース) を自由表面 S_F , 舵表面 S_H に分布させる事で, 次のように定義できる.

$$\phi_{1F}^{(m)} + \phi_{1H}^{(m)} = - \iint_{S_F + S_H} \sigma_1 G_s^{(m)} dS \quad (6.2)$$

$G_s^{(m)}$ は (2.7) 及び (2.8) 式で定義されたソースによるグリーン関数である. また σ_1 はソース強さを表している.

続いて $\phi_v^{(m)}$ の定義をその勾配の形で与える事を考える. 上述したように, これは内部境界面の造波と水底の影響を含む循環流れを表す事から, 第5章で導いた渦系によるグリーン関数を適用する事ができる. 例えば (5.15), (5.16) 式を定義にもつ渦点によるグリーン関数 $G_v^{(m)}$ を用いる場合, $\phi_v^{(m)}$ の勾配は次のように表される.

$$\nabla \phi_v^{(m)} = \frac{1}{4\pi} \sum_j \Gamma_j \int_{c_j} \nabla G_v^{(m)} ds \quad (6.3)$$

(S_C, S_W)

ここで S_C がキャンバー面, S_W が随伴渦面を表す. また Γ_j はキャンバー面と随伴渦面に分布させた j 番目のダブルット (y の負軸向き) の面密度を表し, c_j はその面密度に相当する強さの渦系によって構成された j 番目の渦輪 (時計回り) を意味している.

また (5.41), (5.42) 式を定義にもつ渦輪によるグリーン関数 $G_{vr}^{(m)}$ を用いる場合, $\phi_v^{(m)}$ の勾配は次のように表される.

$$\nabla\phi_v^{(m)} = \frac{1}{4\pi} \sum_j \Gamma_j \nabla G_{vrj}^{(m)} \quad (6.4)$$

(S_C, S_W)

同様に (5.45), (5.46) 式を定義にもつ馬蹄渦によるグリーン関数 $G_{vh}^{(m)}$ を用いる場合, $\phi_v^{(m)}$ の勾配は次のように表される.

$$\nabla\phi_v^{(m)} = \frac{1}{4\pi} \sum_j \Gamma_j \nabla G_{vhj}^{(m)} \quad (6.5)$$

(S_C)

5.5 節で述べたように馬蹄渦はキャンバー面のみに配置すればよい為, 数値計算に有利である. よって実際の計算時には, この馬蹄渦による表現式を用いた. 以下, コンスタントパネル法にならい, 各面要素上でソース強さ σ_1 とダブレットの面密度 Γ_j は一定と考える.

6.1.2 境界値問題

支配方程式

両層共にポテンシャル流れを仮定している為, 各層の速度ポテンシャルはラプラス方程式を満たす.

$$\nabla^2\Phi^{(m)} = 0 \quad (6.6)$$

境界条件

下層速度ポテンシャルが満たすべき全境界条件は, ソースと渦系による下層グリーン関数を核関数に用いる事で既に満足された. 一方, 上層速度ポテンシャルが満たすべき内部境界条件もまた, 上層グリーン関数により満足されている. よってここではその他の境界条件をまとめる.

まず自由表面条件を考える. 仮定 (a) と (f) より, 自由表面上の波の波高は小さく, また横流れは小さい. よって本章では, 静水面 ($z = h_1$) を中心とする線形自由表面条件を適用する.

$$k_0 \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial z} + \frac{\partial^2 \Psi^{(1)}}{\partial x^2} = 0 \quad z = h_1 \quad (6.7)$$

ここで

$$\Psi^{(m)} = -Uy \sin \alpha + \phi_{1F}^{(m)} + \phi_{1H}^{(m)} + \phi_v^{(m)} \quad (6.8)$$

k_0 は (2.6) 式で定義される. 厳密には仮定 (f) に基づき, (6.8) 式の $\sin \alpha$ を線形化して扱うべきだが, ここでは速度ポテンシャル (6.1) 式に倣いそのままの表示とした.

次に舵の表面条件を示す．ここで n_H は舵表面の外向き法線方向を表す．

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial n_H} = 0 \quad \text{on } S_H \quad (6.9)$$

Kutta の条件

続いて Kutta の条件について考える．一般に翼型形状の後縁では流れが角をまわらず、流れに対して正面と背面の圧力差は無くなる．よって後縁より有限速度で滑らかに流れ去る．翼理論では翼周りに循環流れを考える事でこの状況を作り出しており、循環の強さを決める為の条件が Kutta の条件といわれるものである．一般に翼後縁で正面と背面の圧力が等しいという Kutta の条件を考えた場合、非線形故に繰り返し計算が必要となり、多大な計算時間を要するという欠点があった．

一方、中武等 [41] は短時間で高精度の計算が可能な SQCM (Source and Quasi-Continuous vortex lattice Method) と呼ばれる簡便な厚翼計算法を開発した．この方法では、Lan [42] の QCM (準連続渦分布格子法) に従いキャンバー面上に渦格子と標点を分布させ、さらに Hess and Smith 法 [29] にならって翼表面にソースを分布させる．そしてキャンバー面と翼表面上での法線方向速度がゼロという条件から、渦強さとソース強さを同時に求めるものである．SQCM では、QCM の特徴である後縁で渦強さがゼロ、すなわち Kutta の条件を満たすという特徴を保持している上に [41]、その際、翼厚の影響を考慮する作用が自然に備わっており [43]、圧力分布の計算精度の向上が期待できる．そこで本論文では、舵の流体力特性の推定に SQCM の適用を試みた．以下、QCM の理論に基づいて馬蹄渦と標点の配置について述べる．

キャンバー面をコード方向に N_v 分割、スパン方向に M_v 分割し、キャンバー面全体で計 $N_v \times M_v$ 個の馬蹄渦を配置する事を考える．スパン方向の分割は、舵両端付近が細くなるようなコサイン分割を採用した．Fig.6.2 の座標系に従う時、QCM の理論に基づく、キャンバー面上の束縛渦の x 座標 x_i^v は次式で与えられる．

$$x_i^v = -\frac{w_c}{2} \left\{ 1 - \cos \left(\frac{2i-1}{2N_v} \pi \right) \right\} \quad i = 1, 2, \dots, N_v \quad (6.10)$$

なお随伴渦はキャンバー面に沿ってそのまま無限後方へ流れさるものとする．またキャンバー面上で境界条件を満足させる標点の x 座標 x_i^c は次式で与えられる．

$$x_i^c = -\frac{w_c}{2} \left\{ 1 - \cos \left(\frac{i\pi}{N_v} \right) \right\} \quad i = 1, 2, \dots, N_v \quad (6.11)$$

ここで標点のスパン方向位置は、束縛渦の端点を置いた断面の中心とした．以上のような馬蹄渦と標点の配置関係の下で、キャンバー面を貫く流れが無いという条件を考える．

$$\frac{\partial \Phi^{(1)}}{\partial n_C} = 0 \quad \text{on } S_C \quad (6.12)$$

ここで n_C はキャンバー面の外向き法線方向を表す。(6.11) 式により後縁に標点が配置される事から、(6.12) 式を満たした時点で後縁を回り込む流れが無くなる。つまり Kutta の条件を自動的に満足できる。更に SQCM の場合には、翼表面に分布させたソースからの誘導速度により、翼厚の影響を Kutta の条件に反映させる事が可能とされている [43]。

放射条件

内部波の放射条件は、ソース及び渦系のグリーン関数導出時に、内部境界条件の Rayleigh の仮想摩擦係数を処理した事で、数学的に厳密に満足されたと考えてよい。一方、自由表面波の放射条件については、3.1.2 項同様に、Dawson 法で近似的に満足させる事にする。

6.1.3 揚力/抗力の定義

ベルヌーイの定理より上層流場の流れの圧力 p を次式で定義する。

$$p - p_0 = \frac{1}{2} \rho_1 \{U^2 - \nabla \Phi^{(1)} \cdot \nabla \Phi^{(1)}\} \quad (6.13)$$

ここで p_0 は無限遠方の流れの圧力、 ρ_1 は上層の流体密度を表す。次に舵に作用する揚力 L_{ift} と抗力 D_{rag} を次式で定義する。揚力は、Fig.6.2 に示された舵角の時を正とした。

$$L_{ift} = \iint_{S_H} (p - p_0)(n_{H_y} \cos \alpha - n_{H_x} \sin \alpha) dS \quad (6.14)$$

$$D_{rag} = \iint_{S_H} (p - p_0)(n_{H_y} \sin \alpha + n_{H_x} \cos \alpha) dS \quad (6.15)$$

ここで n_{H_x}, n_{H_y} は船体表面の外向き法線ベクトルの x, y 方向成分である。また圧力係数 C_p 、揚力係数 C_L 及び抗力係数 C_D を次のように定義する。

$$C_p = \frac{p - p_0}{1/2 \rho_1 U^2}, \quad C_L = \frac{L_{ift}}{1/2 \rho_1 A_c U^2}, \quad C_D = \frac{D_{rag}}{1/2 \rho_1 A_c U^2} \quad (6.16)$$

ここで A_c は舵の平面形状面積である。

6.1.4 波高の定義

各波面の線形化された動学的条件より、自由表面上の波の波高 ζ_F 、内部境界面上の波の波高 ζ_I は、それぞれ次のように定義できる。

$$\zeta_F = \frac{U}{g} \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial x} \Big|_{z=h_1} \quad (6.17)$$

$$\zeta_I = \frac{U}{g(1-\gamma)} \left\{ \frac{\partial \Psi^{(2)}}{\partial x} - \gamma \frac{\partial \Psi^{(1)}}{\partial x} \right\} \Big|_{z=0} \quad (6.18)$$

ここで $\Psi^{(m)}$ は (6.8) 式で定義される。また g は重力加速度、 γ は (2.6) 式で定義される密度比である。

6.2 舵の基本特性

本節では造波を伴わない一層の状況を対象として、まずは舵の基本的な特性を明らかにしておく。舵として、NACA0015翼型の有限翼（アスペクト比： $\Lambda = 1.5$ ）を考える。ここで舵側面は840（コード方向一周：40，スパン方向：21）分割とし、コード方向，スパン方向に，それぞれ前後縁，両端付近が細くなるようなコサイン分割を採用した。また舵の上下端面はそれぞれ120（コード方向：20，翼厚方向：6）分割とした。一方，キャンバー面は420（コード方向：20，スパン方向：21）分割とし，6.1.2項で述べた通りに馬蹄渦を配置した。例としてFig.6.3に，舵表面の分割の様子を示す。

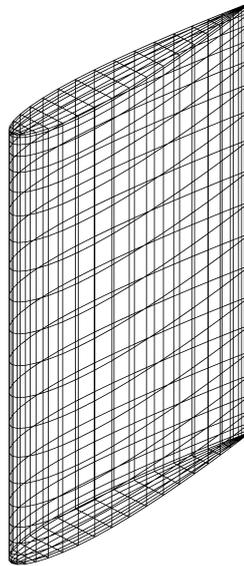


Fig. 6.3: Element division of the rudder (NACA0015 : $\Lambda = 1.5$)

6.2.1 無限流体中の舵の特性

揚力係数 C_L と抗力係数 C_D の計算結果を Fig.6.4 の “Infinity（実線）” に示す。共に舵角が増すと大きな値をとる事が分かる。また Söding [44] による幾つかの翼の最大揚力係数 C_{Lmax} と失速角 α_{stall} の計算/実験結果を纏めた表を Table 6.1 に示す。テーパー付きながら NACA0015 翼に関しては，アスペクト比 $\Lambda = 1, 2, 3$ ，レイノルズ数 $R_n = 0.78 \cdot 10^6 - 50 \cdot 10^6$ の情報が記載されている。この内，Whicker&Fehlner (1958) の $\Lambda = 1, 2$ の風洞試験結果（Taper : 0.45 / $R_n = 1.82 \cdot 10^6$ ）を参照する時，揚力傾斜 $C_{Lmax}/\alpha_{stall}(rad)$ は 1.85 ($\Lambda = 1$)，2.55 ($\Lambda = 2$) が得られる。本舵 ($\Lambda = 1.5$) の揚力傾斜を 20 度の揚力係数から算出すると 1.99 である事から，今回の計算結果は概ね信頼がおけると思われる。

ここで本舵の失速角について考える．Table 6.1 の情報を基に考えると， $\Lambda = 1.5$ の本舵の場合，失速角は通常 20 度以上になると考えられる．よって以後の計算では，この無限流体中の失速角を目安として，全状況の計算対象舵角を最大 20 度に設定した．

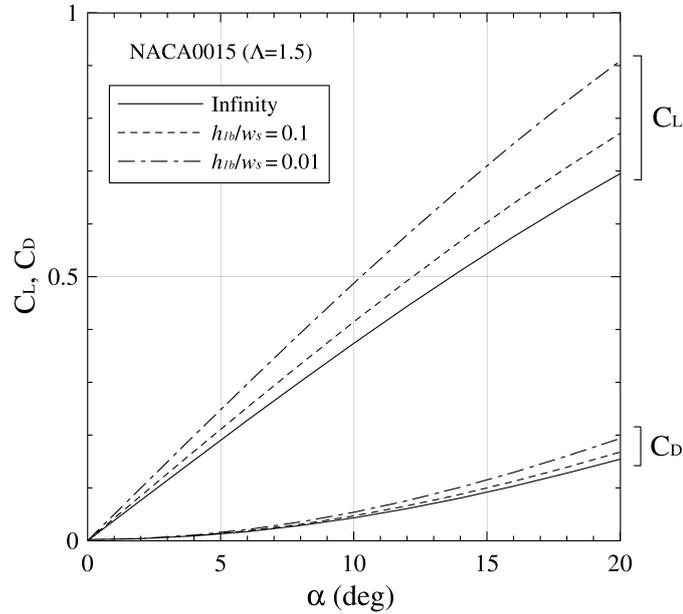


Fig. 6.4: Lift and drag coefficients of the rudder in a single layer fluid

Table 6.1: Maximum lift coefficient and angle of stall [44]

Source	Method	Profile	Λ	Taper	$R_n/10^6$	C_{Lmax}	α_{stall}
Chau 1997	Rans 2d	NACA0012	∞	-	6	1.62	18
"	"	"	"	-	60	1.63	18
Abbott&D. 1959	Wind tunnel	"	"	-	6	1.60	16
Chau 1997	Rans 2d	NACA4412	∞	-	6	1.91	18
Abbott&D. 1959	Wind tunnel	"	"	-	6	1.64	14
Chau 1997	Rans 2d	NACA65 ₂ -415	"	-	6	1.70	16
Abbott&D. 1959	Wind tunnel	"	"	-	6	1.55	18
Chau 1997	Rans 2d	NACA0025	∞	-	6	1.42	19
"	"	HSVA MP73-25	"	-	6	1.52	16
"	"	IfS 62 TR 25	"	-	6	1.34	13
Chau 1997	Rans 3d	NACA0015	1	0.45	1.82	1.44	44
Whicker& Fehlner 1958	Wind tunnel	"	"	"	1.82	1.26	39
Chau 1997	Rans 3d	NACA0015	2	"	1.82	1.29	30
Whicker& Fehlner 1958	Wind tunnel	"	"	"	1.82	1.20	27
Chau 1997	Rans 3d	NACA0015	3	"	1.82	1.26	25
Whicker& Fehlner 1958	Wind tunnel	"	"	"	1.82	1.15	23
Chau 1997	Rans 3d	NACA0015	3	"	18.2	1.37	27
Whicker& Fehlner 1958	Wind tunnel	"	"	"	18.2	1.25	23
Chau 1997	Rans 3d	NACA0025	1	1.0	0.78	1.30	42
Thieme 1962	Wind tunnel	"	"	"	"	1.34	46
Thieme 1962	Wind tunnel	NACA0015	"	"	"	1.06	34
Chau 1997	Rans 3d	HSVA MP73-25	"	"	"	1.42	44
"	"	IfS 62 TR 25	"	"	"	1.19	37
Thieme 1962	Wind tunnel	"	"	"	"	1.47	46
Chau 1997	Rans 3d	NACA0015	3	0.45	1.82	1.26	25
"	"	"	"	1.0	1.82	1.26	25
El Moctar	Rans 2d	IfS 62 TR 25	∞	-	50	2.11	18
"	"	HSVA MP73-25	"	-	"	2.06	21
"	"	NACA0025	"	-	"	1.88	23
El Moctar 1998	Rans 3d	IfS 62 TR 25	4	1.0	50	2.05	31
"	"	HSVA MP73-25	"	"	"	1.96	35
"	"	NACA0025	"	"	"	1.74	33
El Moctar 1998	Rans 3d	NACA0015	1	0.45	2.7	1.29	45
"	"	NACA0015	3	"	"	1.29	27
Whicker& Fehlner 1958	Wind tunnel	"	"	"	"	1.24	23
El Moctar 1998	Rans 3d	"	"	"	50	1.48	27

6.2.2 水底近くで作動する時の舵の特性

一層の水域で十分に没水した単独の舵が、水底に近い位置で作動する状況を想定する。ここで h_{1b} を舵下端から水底までのクリアランスと定義すると、作動位置としては $h_{1b}/w_s = 0.1, 0.01$ の2通りを考えるものとする。舵が船体に取り付けられた状況を想像する時、本状況は船底座礁の危険が高く現実に起こる可能性は少ないと思われるが、水底付近で作動した時の舵特性の変化は学術的には興味深い。計算は舵表面のソース及びキャンバー面の馬蹄渦について水底鏡像を採用して実施した。なお舵は十分に没水していると仮定した事から、自由表面影響は考慮していない ($h_{1a} \rightarrow \infty$)。Fig.6.4 に、揚力係数 C_L と抗力係数 C_D の計算結果を示す。

水底までのクリアランスが小さくなるに連れて、揚力係数が顕著に増大する事が分かる。これは水底が接近する事により、鏡像効果（見掛け上の舵アスペクト比の増大）が現れた結果と思われる。一方、抗力係数もまたクリアランスの減少に伴い若干の増加を確認できる。

続いて舵表面の圧力分布に着目する。舵角 10 度のケースについて、舵上端付近 ($z_w/w_s = 0.43$)、舵中央 ($z_w/w_s = 0$) そして舵下端付近 ($z_w/w_s = -0.43$) における舵表面一周の圧力係数 C_p を Fig.6.5 に示す。まず舵上端付近の圧力分布は、無限流体中と水底近くで作動する 2 ケースの間に目立った差はない。これは舵上端から水底まで距離があるからと思われ、この位置における水底影響は限定的といえる。一方、舵中央の圧力分布は特に背面側の前縁付近の圧力に違いが見られ、クリアランスが小さいほど大きな負圧を示すようである。そして舵下端付近の圧力分布には、クリアランスに応じて大きな差が現れている。中でも水底に一番近い $h_{1b}/w_s = 0.01$ のケースでは、背面に顕著な負圧を有し、深水域の圧力分布とは大きく異なる。以上より、水底に接近して舵が作動する時、主に舵下端付近の背面負圧の増大が、揚力/抗力の増加背景にあると推測される。

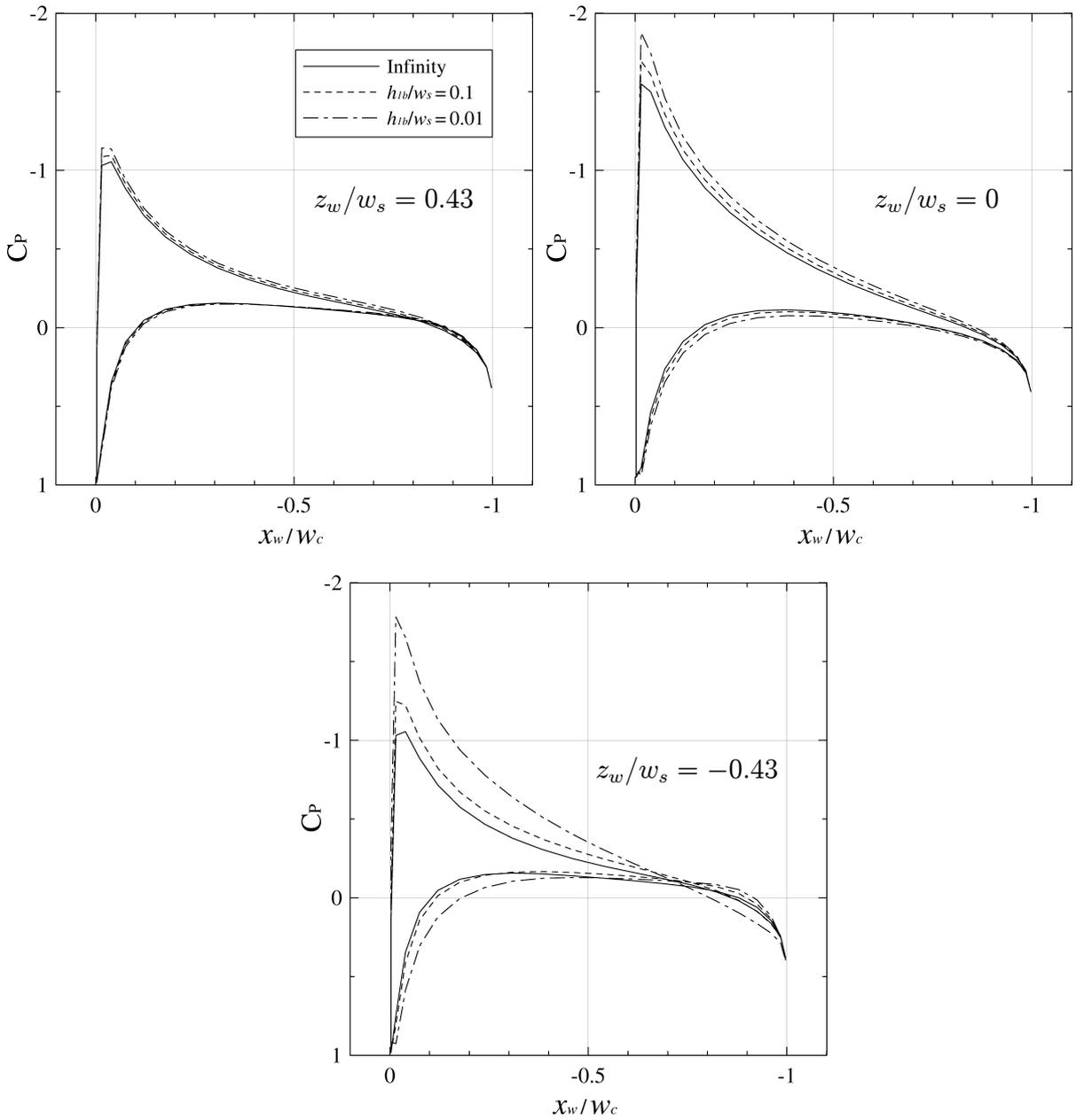


Fig. 6.5: Pressure distributions of the rudder in a single layer fluid

6.3 舵による定常造波問題

本節では，二層流域の上層において舵が単独で作動する状況を想定し，内部波の影響による舵特性の変化を調査する．ここで舵は自由表面下に十分没水し ($h_{1a} \rightarrow \infty$)，内部境界面に近い位置にあると仮定する．この為，自由表面影響は考慮していない．緒論 1.1 節の研究背景で述べたように，船底が内部境界面に接近して，あるいは貫通して航行するケースが現実にある事を鑑みれば，舵が内部境界面の近くで作動する状況も多分に起こり得ると思われる．

6.3.1 計算条件

舵の進行速度（以下，「船速」と呼ぶ）は，舵のコード長ベースのフルード数 F_N で 0.6 以下とした．これは例えば，船長 L に対して $w_c/L = 1/24$ の舵を考える時（Wigley 船型に本舵を装備する場合を想定），船長ベースのフルード数で 0.12 以下の低速に相当する．計算条件を Table 6.2 にまとめる．まず密度比 γ は 0.83（下層密度: 1200 kg/m^3 ）の 1 通りとした．そして舵下端から内部境界面までのクリアランス h_{1b} （2 通り）と下層水深 h_2 （3 通り）の組み合わせを変更し，計 6 通りのケースを対象とした．また Table 6.3 には，内部波（波数 k_2 ）のコード長ベースの臨界フルード数 F_{Nc2} をまとめる．いま密度比は一定，上層水深は無限な為， F_{Nc2} は下層水深のみに応じて変化する．

Table 6.2: Conditions of two layer fluids and position of the rudder

γ	h_{1b}/w_s	h_2/w_s
0.83	0.01	0.1
		0.3
		1.0

Table 6.3: Critical Froude number, F_{Nc2} , in two layer fluids

γ	h_2/w_s	F_{Nc2}
0.83	0.1	0.158
0.83	0.3	0.274
0.83	1.0	0.500

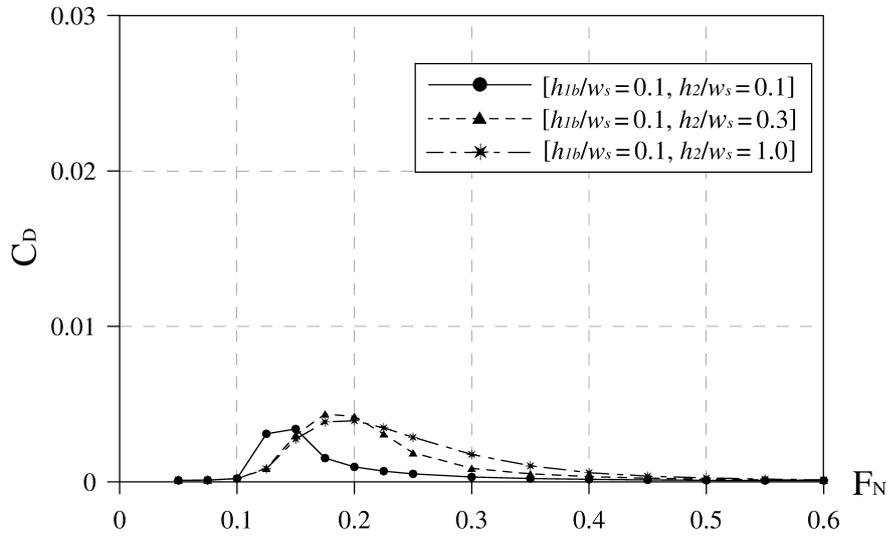


Fig. 6.6: Drag coefficient of the rudder in two layer fluids, $h_{1b}/w_s = 0.1$, $\alpha = 0^\circ$

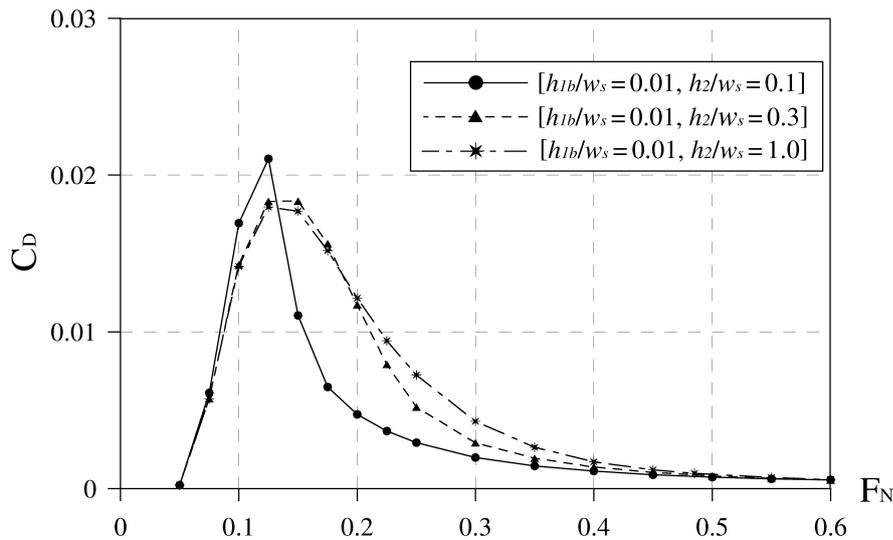


Fig. 6.7: Drag coefficient of the rudder in two layer fluids, $h_{1b}/w_s = 0.01$, $\alpha = 0^\circ$

6.3.2 計算結果：舵角がゼロの場合

まず舵角 α をゼロとした時の抗力係数 C_D を, Fig.6.6 ($h_{1b}/w_s = 0.1$), Fig.6.7 ($h_{1b}/w_s = 0.01$) に示す. この時の抗力とは内部波の造波抵抗に他ならない. 抗力係数が一部の船速域で急増しており, その増加幅はクリアランスが小さいほど大きい事が分かる. しかしながら, 第3, 4章で示した直進する船体の造波抵抗係数が内部波の臨界フルード数 F_{Nc2} の直前で急増する傾向にあったのに対して, 今回の結果は, $h_2/w_s = 0.1$ の場合には F_{Nc2} ($= 0.158$) より若干遅い船速で, 一方 $h_2/w_s = 0.3$ ($F_{Nc2} = 0.274$), 1.0 ($F_{Nc2} = 0.5$) の

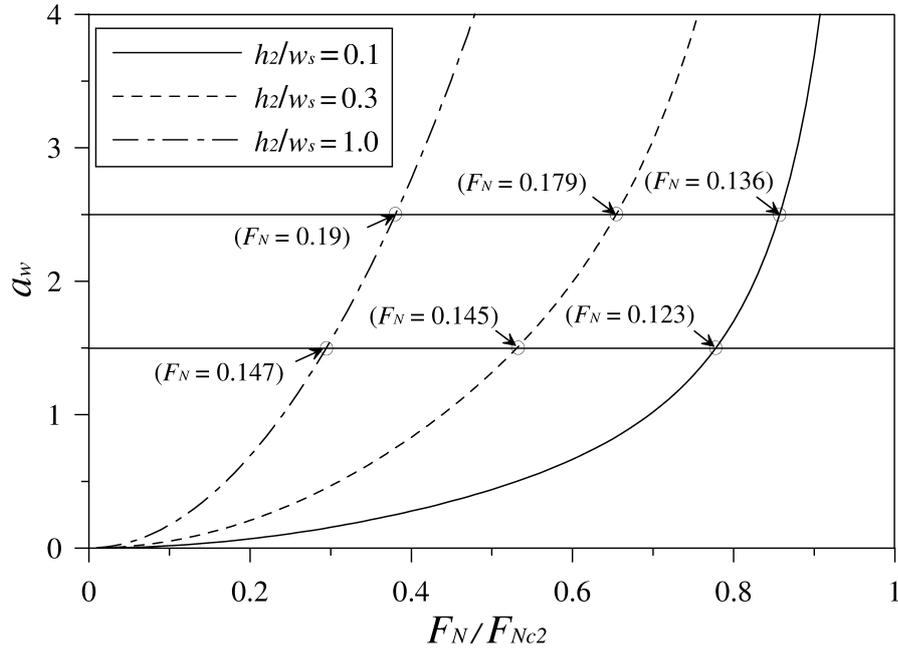


Fig. 6.8: a_w versus F_N/F_{Nc2}

場合には、 F_{Nc2} より十分に遅い船速で抗力係数の急増が見られる。またクリアランスが小さいほど、ピーク位置が低速側にシフトしていることが分かる。

抗力係数が急増する船速について考察する為に、横軸に内部波の臨界フルード数に対する船速比率を、縦軸に内部波の波長が舵コード長の何倍かを表す指標 a_w (波長倍率) をとったグラフを Fig.6.8 に示す。ここで a_w は次のように定義される。

$$a_w = \frac{2\pi}{w_c k_2|_{\theta=0}} \quad (6.19)$$

$k_2|_{\theta=0}$ は、進行する内部波の組成波の内、舵コード方向に進む内部波の波数を意味する。これは (2.18) あるいは (5.29) 式で、 $\theta = 0$ を代入して解く事で得られる。

いま $a_w = 1.5$ の時の船速比率に着目すると、 $h_2/w_s = 0.1, 0.3, 1.0$ の各状況で、それぞれ $0.78 (F_N = 0.123)$, $0.53 (F_N = 0.145)$, $0.29 (F_N = 0.147)$ である。Fig.6.7 ($h_{1b}/w_s = 0.01$) を観察する時、これらの船速に近い時に抗力係数がピークとなる事が分かる。理由として $a_w = 1.5$ となる船速では、コード長の 1.5 倍の長さの波長を持つ内部波が発生しており、それ以上の船速ではもはやコード長に対して波長が十分長い為に、舵面に働く横波の波圧影響が小さくなるからと推測される。結果的に、当船速域が舵面上の圧力分布、強いては抗力係数が変化する起点になったものと考えられる。また Fig.6.6 ($h_{1b}/w_s = 0.1$) に着目すると、抗力係数がピークとなる船速は概ね $a_w = 2.5$ の時の船速に相当している。理由は上と同じであるが、クリアランスに応じて舵面上で横波の波圧が弱まる起点とな

る船速（内部波の波長）が異なる様子がうかがえる．なお“1.5 ($h_{1b}/w_s = 0.01$)”，“2.5 ($h_{1b}/w_s = 0.1$)”という a_w の値に理論的根拠は乏しく，主観的に決められた感は否めない．抗力係数が急増する船速について，より詳細かつ系統的な調査が望まれる．

ここでアスペクト比が小さい場合を考える．例えばコード長を2倍とすれば a_w は1/2倍となる為，Fig.6.8の各ラインが x 軸に寝る方向に傾く事は自明である．この事からも分かる通り，船体のようにアスペクト比が小さい場合（第3章のWigley船型の場合： $\Lambda = 0.063$ ）， $a_w = 1.5, 2.5$ となる船速比率はほぼ1に等しくなる．よって内部波の臨界フルード数を指標に，その前後で抗力係数（造波抵抗係数）が急変化すると考えて差し支えない．第3，4章で論じた船体による造波抵抗係数の結果は，このケースに該当すると思われる．

6.3.3 計算結果：舵角を有する場合

続いて舵角を5，10，20度に設定した時の抗力係数 C_D と揚力係数 C_L の計算結果をまとめる．最大舵角を20度とした理由は，6.2.1項で述べた通りである．また各図には，舵角ごとに2つの一層の状況での結果を併載してある．1つ目は内部境界面位置に水底を置いた場合，そして2つ目が下層を取り除いた場合である．いずれも二層流域の結果と同線種（但しシンボルなし）で描いてある．ここで h_{1b} の定義が一層/二層流域で異なる点に注意されたい．それぞれ舵下端から水底/内部境界面までのクリアランスと定義してある．

[抗力係数について]

抗力係数 C_D の結果を Fig.6.9, Fig.6.10 に示す．クリアランスが $h_{1b}/w_s = 0.1, 0.01$ の各場合において，おおよそ $F_N|_{a_w=2.5}$, $F_N|_{a_w=1.5}$ の船速域で抗力係数が増大しており，更に船速が増すと減少する様子が見られる．これは舵角がゼロの結果（Fig.6.6, Fig.6.7）と同じ傾向にあるが，高速域の抗力係数が，ピーク前の抗力係数を下回る点は異なるといえる．また舵角が大きいほど，船速に対する抗力係数の変化の幅が大きい．

ここで状況の違いに着目する．まず下層水深 h_2 を固定し，舵下端から内部境界面までのクリアランス h_{1b} を変化させた場合を考える．両Figureで下層水深が同じ図を見比べると，クリアランスが小さい $h_{1b}/w_s = 0.01$ の状況で大きな抗力係数となり，船速に対する変化の幅も大きい事が分かる．続いてクリアランスを固定し，下層水深を $h_2/w_s = 0.1 \rightarrow 0.3$ に変化させた場合を考える．この時，抗力係数がピークとなる船速域で抗力係数曲線の傾向に違いがある．特にクリアランスが小さな $h_{1b}/w_s = 0.01$ の状況では明確な差が現れており，下層水深が浅い場合 ($h_2/w_s = 0.1$) に見られた鋭いピークが，深い場合 ($h_2/w_s = 0.3$) には緩い弧となっている．更に下層水深を深く変化させると ($h_2/w_s = 0.3 \rightarrow 1.0$)，目立った差こそないが，僅かにピーク直後の抗力係数が船速に対してより緩やかに減少する

様子を観察できる。また詳細には、 $h_2/w_s = 0.1 \rightarrow 0.3 \rightarrow 1.0$ と下層水深が深くなるに連れて、 $F_N = 0.6$ での抗力係数が若干小さくなるようであるが、無視できる差である。

次に一層の状況と比較する。まず $F_N = 0.05$ では、二層流域の抗力係数が、内部境界面位置に水底を置いた一層の状況での抗力係数に近い値をとる事が分かる。理由として、流れを貫通しない内部境界面が鏡像面の役割を果たしたものと思われ、加えて当船速域では内部波の造波影響が小さかったからと推測される。一方、船速の増加に連れて抗力係数は増加→減少の過程を辿り、上述の一層の状況での抗力係数を下回り、次第に下層が無いとした時の一層の状況での抗力係数に漸近していくような推移が見られる。

[揚力係数について]

揚力係数 C_L の結果を Fig.6.11, Fig.6.12 に示す。クリアランスが $h_{1b}/w_s = 0.1, 0.01$ の各場合において、おおよそ $F_N|_{a_w=2.5}$, $F_N|_{a_w=1.5}$ の船速域でハンブ・ホローの傾向が見られるが、抗力係数のような目立った増加は見られない。但し、船速の増加に連れて緩やかに減少する傾向は同じである。また舵角が大きいほど、船速に対する揚力係数の変化の幅が大きい。

ここで状況の違いに着目する。まず下層水深 h_2 を固定し、舵下端から内部境界面までのクリアランス h_{1b} を変化させた場合を考える。両 Figure で下層水深が同じ図を見比べると、クリアランスが小さい $h_{1b}/w_s = 0.01$ の状況で大きな揚力係数を示し、船速に対する揚力係数の変化の幅も大きい事が分かる。続いてクリアランスを固定し、下層水深を $h_2/w_s = 0.1 \rightarrow 0.3$ に変化させた場合を比較する時、ハンブ・ホローの傾向に差が認められる。特にクリアランスが小さな $h_{1b}/w_s = 0.01$ の状況で明確な差があり、ホローは共通して $F_N = 0.1$ で起こるが、ハンブとなる船速は抗力係数がピークとなる船速とほぼ重なる事がうかがえる。更に下層水深を深く変化させた場合には ($h_2/w_s = 0.3 \rightarrow 1.0$)、抗力係数同様に目立った差は認め難い。また $h_2/w_s = 0.1 \rightarrow 0.3 \rightarrow 1.0$ と下層水深が深くなるに連れて、 $F_N = 0.6$ での揚力係数が若干小さくなるようであるが、その差は小さい。

次に一層の状況と比較する。大まかな共通傾向として、低速域（おおよそ $F_N \leq 0.2$ ）では、二層流域の揚力係数は内部境界面位置に水底を置いた一層の状況での揚力係数に近い値を示すといえる。一方、船速が増して揚力係数が減少するに連れて、下層が無いとした時の一層の状況での揚力係数に漸近していくような推移が見られる。

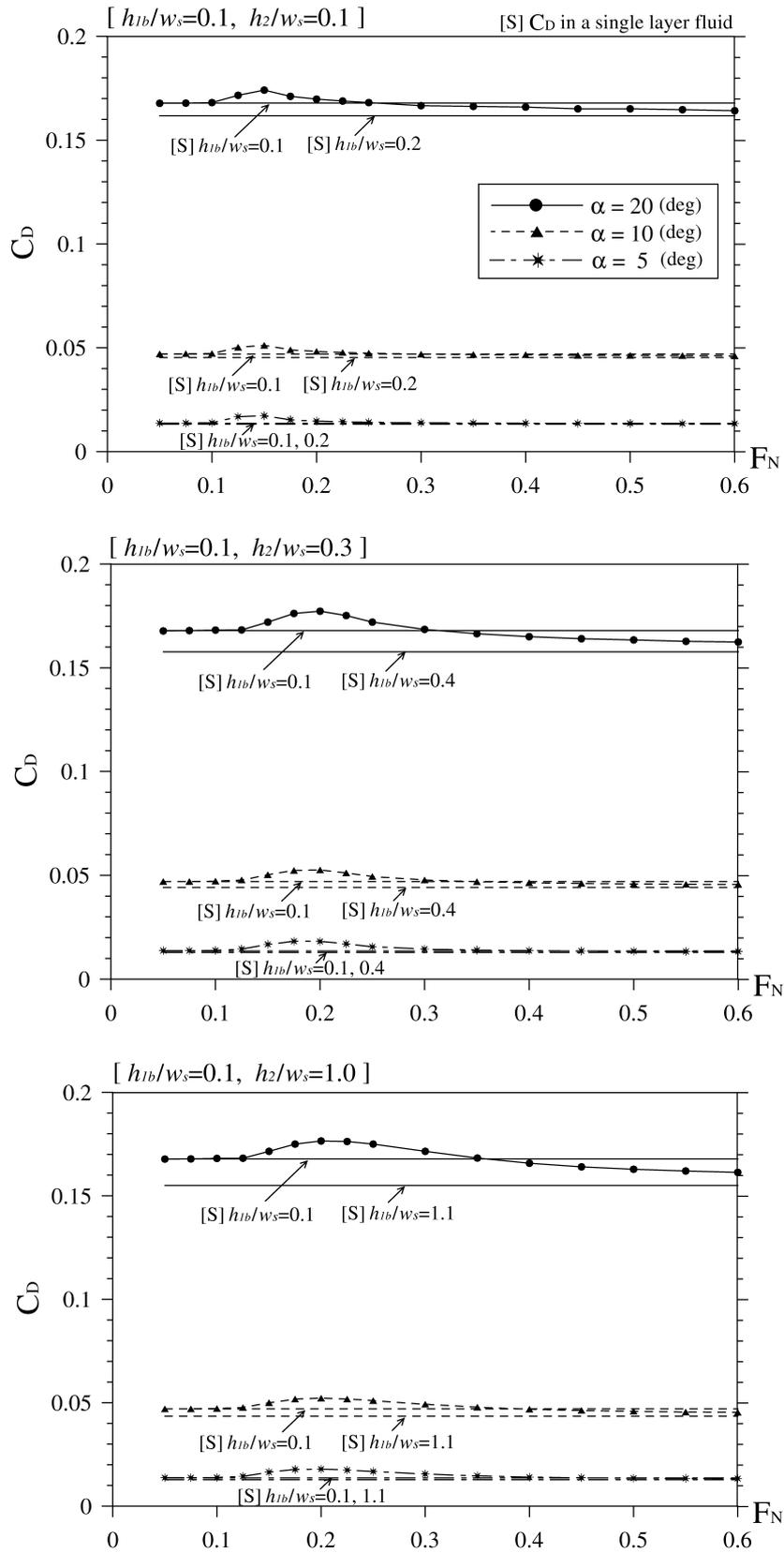


Fig. 6.9: Drag coefficient of the rudder in two layer fluids, $h_{1b}/w_s = 0.1$

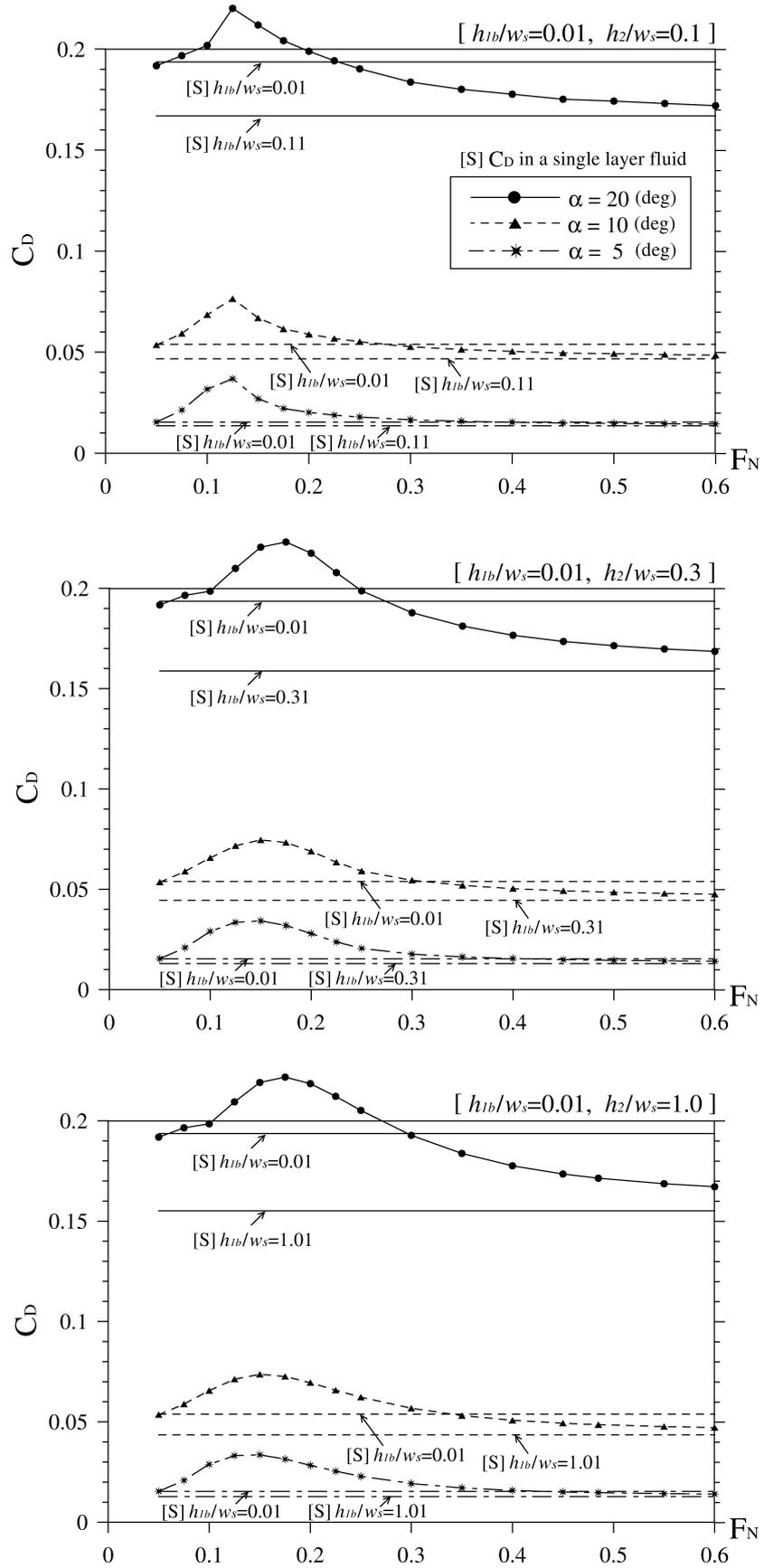


Fig. 6.10: Drag coefficient of the rudder in two layer fluids, $h_{1b}/w_s = 0.01$

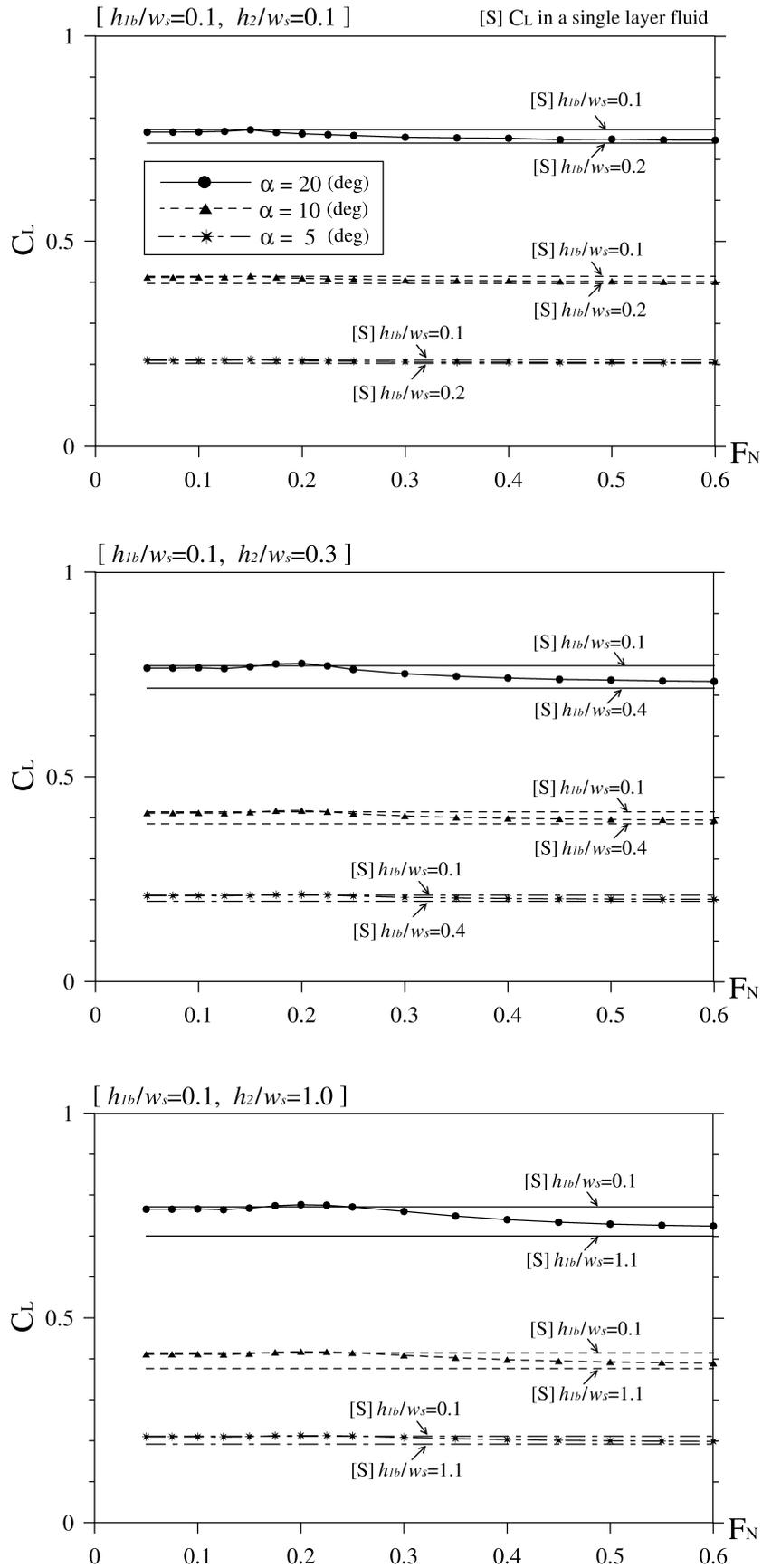


Fig. 6.11: Lift coefficient of the rudder in two layer fluids, $h_{1b}/w_s = 0.1$

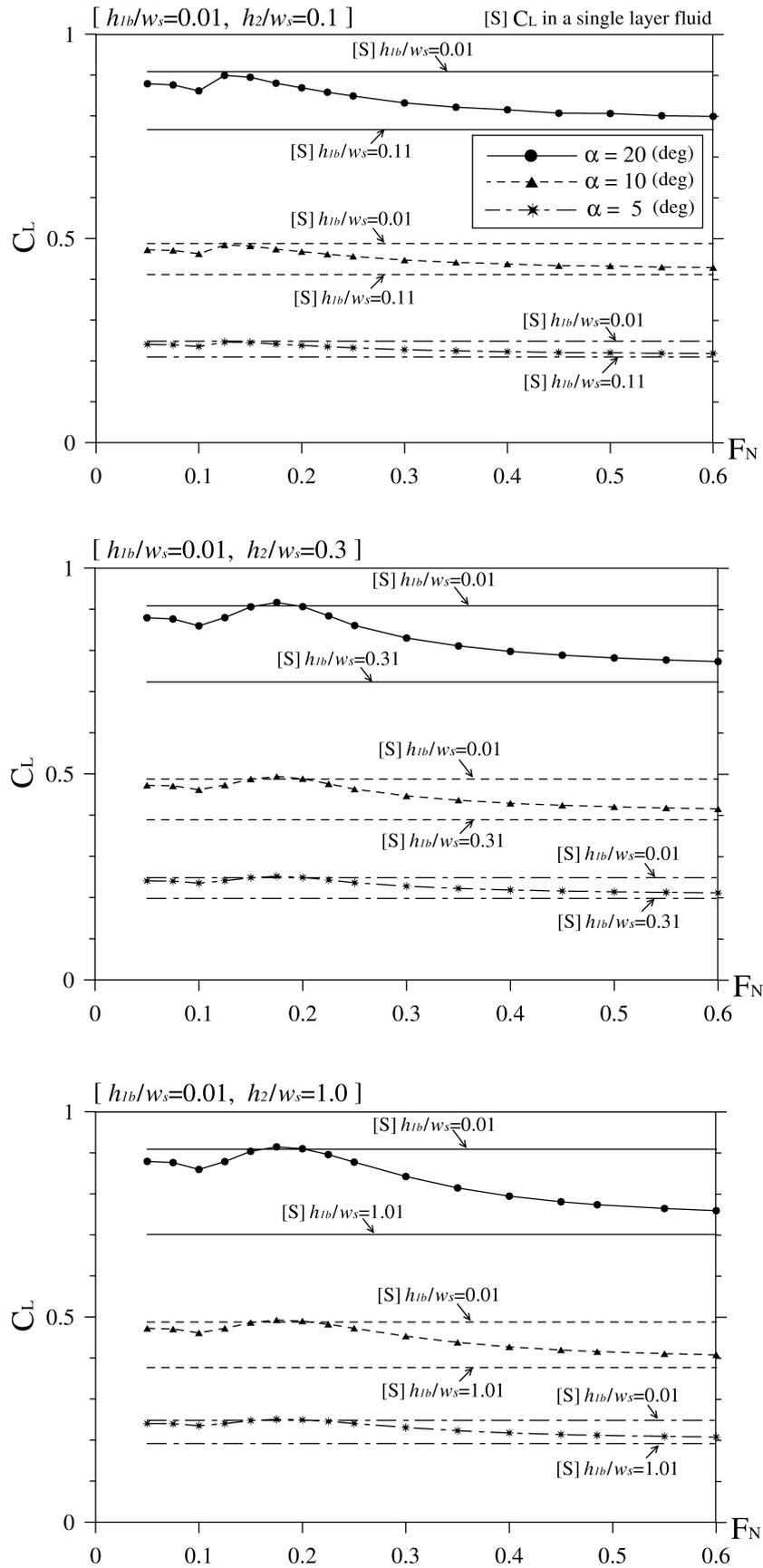


Fig. 6.12: Lift coefficient of the rudder in two layer fluids, $h_{1b}/w_s = 0.01$

[舵表面の圧力分布]

「 $h_{1b}/w_s = 0.01$, $h_2/w_s = 0.1$, $\alpha = 10^\circ$ 」のケースに着目し、幾つかの船速について舵表面の圧力係数 C_p の計算結果を示す。Fig.6.13 - Fig.6.15 は、それぞれ Fig.6.2 で定義された $o_w-x_wy_wz_w$ 系において、 $z_w/w_s = 0.43$, 0 , -0.43 のスパン位置での舵表面一周の圧力係数である。ここで凡例括弧内の2つの%数値は、 $(F_N/F_N|_{a_w=1.5}, F_N/F_{Nc2})$ の100分率値を表す。なお $F_N|_{a_w=1.5} = 0.123$, $F_{Nc2} = 0.158$ である。

まず舵上端付近 ($z_w/w_s = 0.43$) と舵中央 ($z_w/w_s = 0$) では、圧力係数曲線の船速に応じた差は小さく、Fig.6.5 に示した水底近くで作動する時【 $h_{1b}/w_s = 0.01$ 】の結果とほぼ同じである事が分かる。これは内部境界面から距離があるからと思われ、内部波の影響は限定的であったと考えられる。

次に舵下端付近 ($z_w/w_s = -0.43$) の圧力係数に着目する。Fig.6.15 には、 $F_N = 0.05$ から 0.6 まで計 12 の船速における結果を4つの図に分けてまとめている。 $F_N = 0.05$ の時の圧力係数曲線は、Fig.6.5 の水底近くで作動する時【 $h_{1b}/w_s = 0.01$ 】と比較して、舵前縁付近の負圧のピーク値に差はあるが、全体の傾向はおおよそ似ている。一方、船速が増加すると、舵面上の圧力が著しく変化の様子が分かる。 $F_N = 0.06$, 0.07 の船速では、圧力係数曲線が振れる様子を観察できる。そして $F_N = 0.11$ ($F_N/F_N|_{a_w=1.5} = 0.89$) へと船速が増すに連れて、背面側の舵中央付近から $x_w/w_c = -0.75$ 付近の間に大きな負圧が現れるようになり、舵後縁にかけては急激な負圧の減少が見られる。正面側では舵前縁付近の正圧が負圧に転じて増大し、舵後縁にかけて急減している。ここで正面と背面の圧力が舵後縁でほぼ等しくなっており、舵面上の圧力が激しく変化しても Kutta の条件は満たされている事が分かる。しかし $F_N = 0.126$ ($F_N/F_N|_{a_w=1.5} = 1.02$) 以上の船速になると、一変して舵面上の顕著な圧力変化が収束に向かう様子を確認できる。6.3.2 項の議論を踏まえる時、 $F_N/F_N|_{a_w=1.5} = 1.0$ となる船速 ($F_N = 0.123$) は、内部波の横波に因る波圧が舵面上に強く現れなくなる船速の目安となる事から、舵面上の圧力分布が大きく変化する起点になったと推測される。

また高速時 ($F_N = 0.6$) の圧力係数曲線は、Fig.6.5 の水底近くで作動する時【 $h_{1b}/w_s = 0.1$ 】の結果に似ている。この事実は、Fig.6.9 - 6.12 で示された“船速が速くなると下層が無いとした時の一層の状況での抗力/揚力係数に漸近していくように推移する”という傾向と整合性がある。

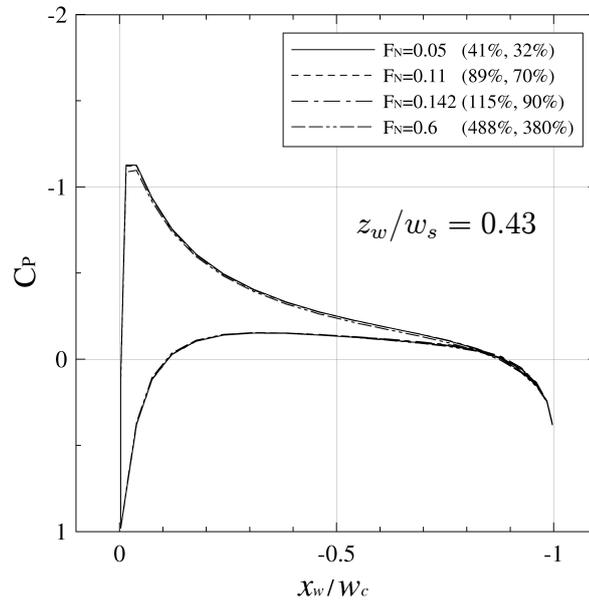


Fig. 6.13: Pressure distributions of the rudder in two layer fluids, $z_w/w_s = 0.43$

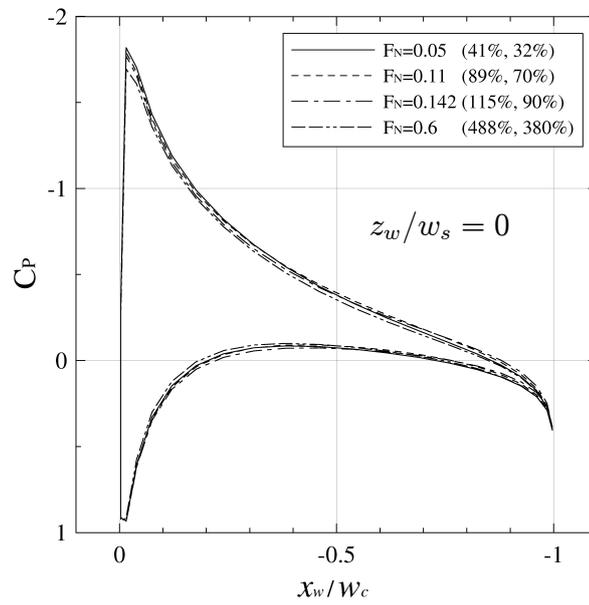


Fig. 6.14: Pressure distributions of the rudder in two layer fluids, $z_w/w_s = 0$

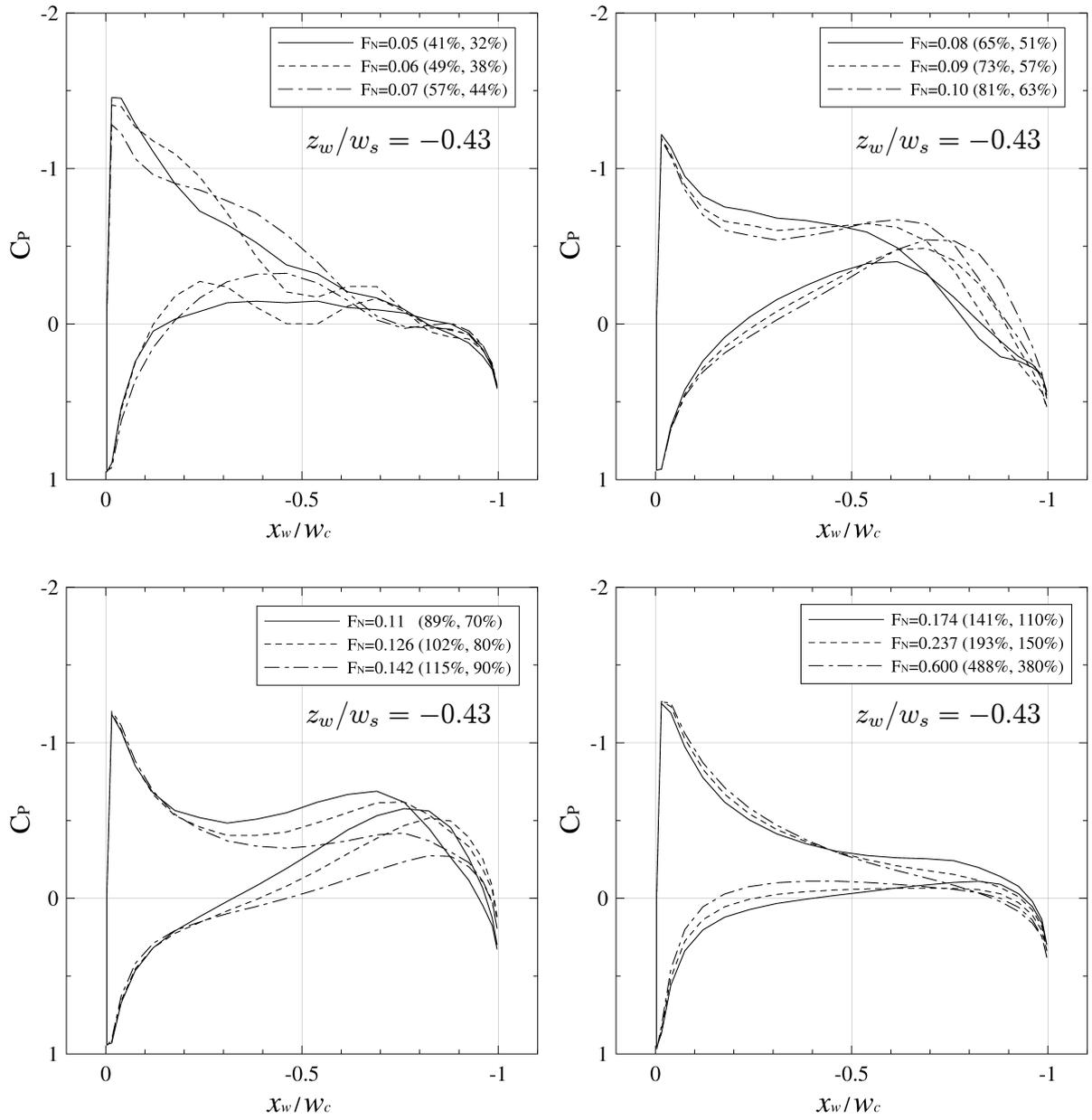


Fig. 6.15: Pressure distributions of the rudder in two layer fluids, $z_w/w_s = -0.43$

[内部波の波紋]

引き続き「 $h_{1b}/w_s = 0.01$, $h_2/w_s = 0.1$, $\alpha = 10^\circ$ 」のケースに着目する．ここでは内部波の臨界フルード数 F_{Nc2} 前後の船速域に焦点を当て、舵による造波特性を調査する．計算対象に $F_N = 0.126, 0.142, 0.174, 0.237$ の計4通りの船速を考えた．これは $F_N/F_{Nc2} = 0.8, 0.9, 1.1, 1.5$ に対応している．内部境界面の計算領域は $-10 \leq x/w_c \leq 2$, $|y/w_c| \leq 5$ に設定し、計4200分割（主流方向:70, 横方向:60）とした．波紋の計算結果を Fig.6.16 から Fig.6.19 に示す．ここで波紋図の右上には波高倍率を記してある．なお $F_N = 0.237$ の波紋図において $y = 0$ 軸付近の領域で一部波が崩れた様子が見られる．これは分割密度に基づく解像度の問題と思われるが、波系変化の観察に支障はない為、ここではそのまま示す．

まず $F_N = 0.126$ のケースでは、短波長の横波及び発散波が観察される．一方、船速が内部波の臨界フルード数直前（ $F_N = 0.142$ ）になると、長い波長の横波と末広がりな発散波が現れ、超過後（ $F_N = 0.174$ ）は発散波のみの波系へと変化している．そして船速が更に増すと、舵後方のより狭い半頂角の内部にのみ発散波が存在する事が分かる（ $F_N = 0.237$ ）．

以上のように、内部波の臨界フルード数前後の一連の波系変化は直進時の議論と同じといえるが、流れに対して舵正面側の流場（ $y \geq 0$ ）を伝播する発散波の波高は高く、逆に背面側（ $y < 0$ ）に現れる発散波の波高は低いといった特徴が見られる．特に船速が臨界フルード数を超過したケースにおいて、正面側の発散波の隆起が著しい様子が分かる．

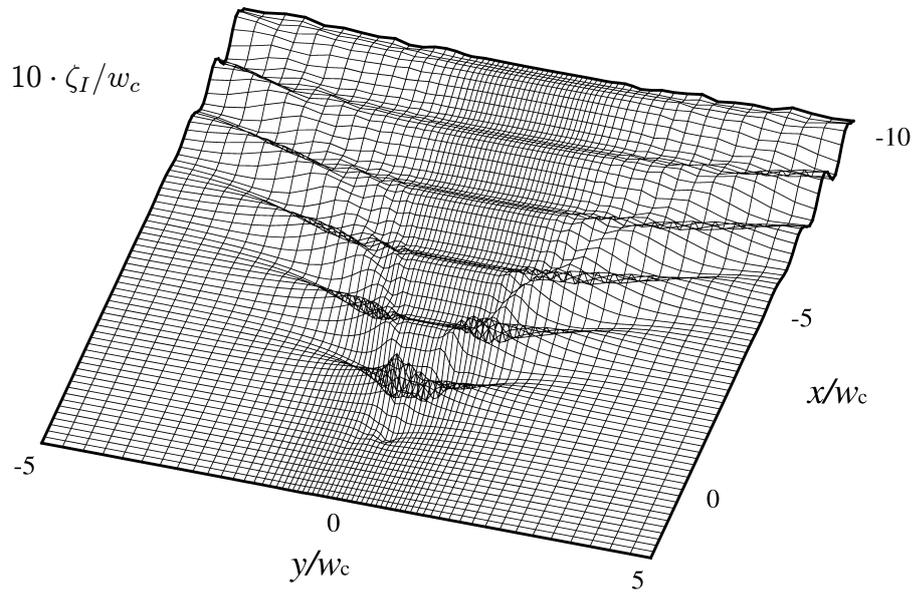


Fig. 6.16: Wave pattern on the interface generated by the rudder, $F_N = 0.126$

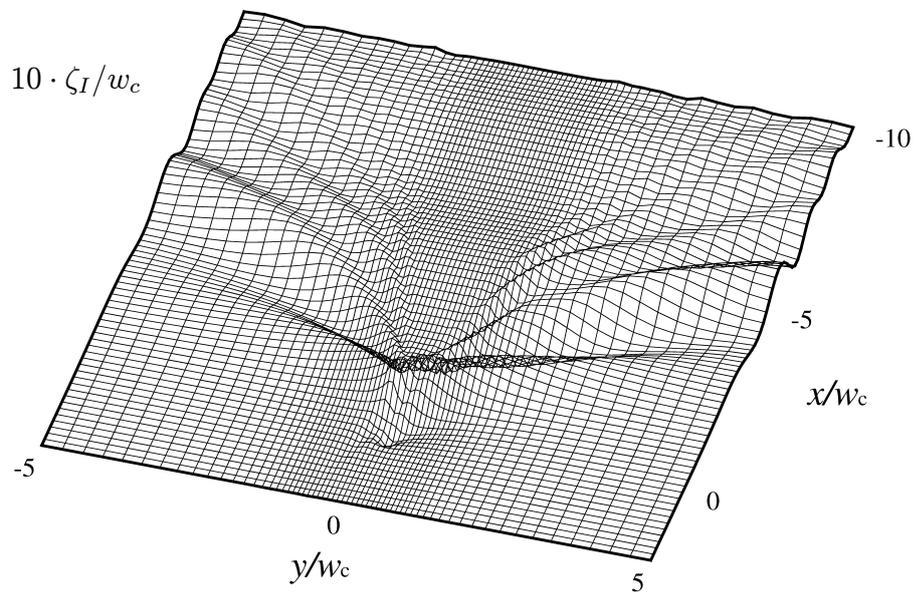


Fig. 6.17: Wave pattern on the interface generated by the rudder, $F_N = 0.142$

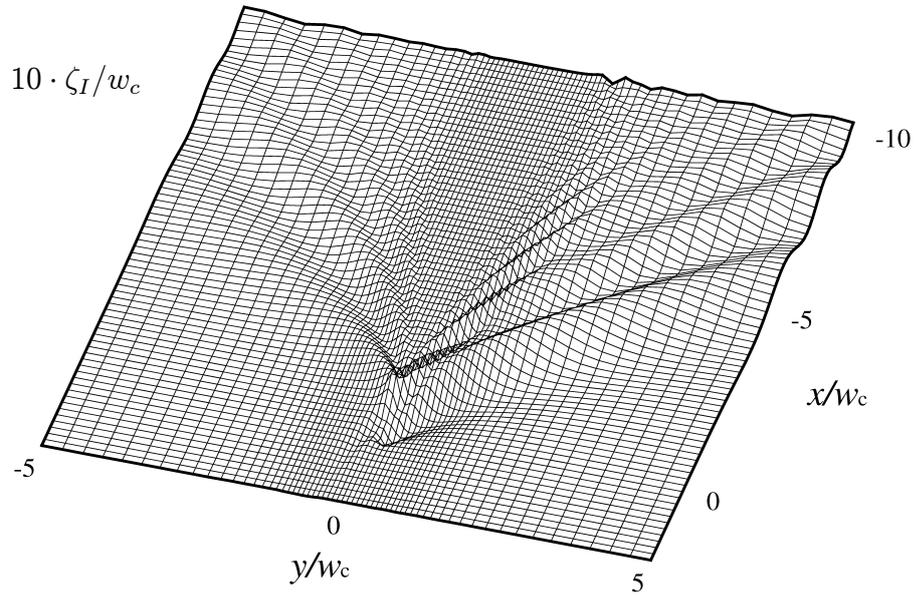


Fig. 6.18: Wave pattern on the interface generated by the rudder, $F_N = 0.174$

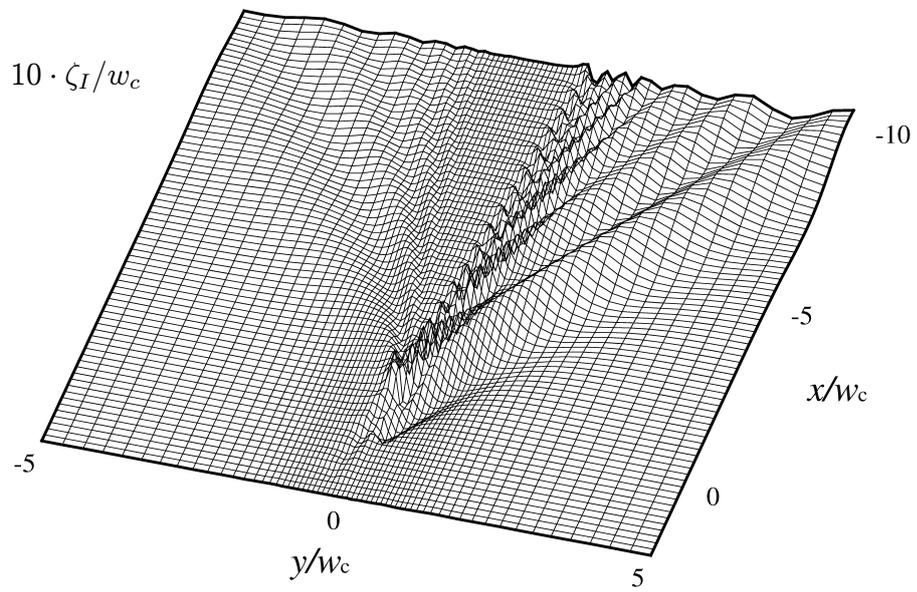


Fig. 6.19: Wave pattern on the interface generated by the rudder, $F_N = 0.237$

6.4 本章のまとめ

本章では、揚力体として線形の渦モデル（随伴渦の流出角が0度）が有効な舵を取り上げ、二層流域における舵の定常造波問題を境界値問題として解く新たな方法（定式化）を示した。

舵周りの流れは、(1) 舵に対して斜めに流入する一様流れに、(2) 内部境界面の造波と水底の影響を含む排除流れ、(3) 同影響を含む循環流れ、そして(4) 両流れによる自由表面の造波と波面間の干渉影響を重ね合わせる事で定義した。具体的に(2)と(4)の流れは、舵表面と自由表面上の特異点にソースのグリーン関数（第2章で導出）を用いる事で、(3)の流れは、キャンバー面上に馬蹄渦のグリーン関数（第5章で導出）を考える事で表現した。ここで両グリーン関数は内部境界条件と水底条件を満足している。速度ポテンシャルは(6.1) - (6.5) 式にまとめられた。

次にNACA0015翼型の舵（ $\Lambda = 1.5$ ）を対象に舵特性の推定を試みた。まず一層の状況を想定し、無限流体中、及び水底近くで作動するような状況を対象とした。その結果、水底に接近するに連れて、揚力と抗力が増加する事を確認した。

続いて二層流域を同舵が航走する状況を想定して、本解法により計算を実施した。その際、舵は自由表面下に十分没水しているものとし、自由表面影響は考慮せずに計算した。ここで内部波の波長が舵コード長の何倍かを表す指標 a_w を(6.19)式で定義すると、抗力係数は、舵下端から内部境界面までのクリアランス h_{1b} と舵スパン長 w_s の比 h_{1b}/w_s が0.01, 0.1の時に、それぞれ $F_N|_{a_w=1.5}$, $F_N|_{a_w=2.5}$ となる船速を目安に増加し、さらに船速が増すと緩やかに減少する事が示された。一方、揚力係数については、 h_{1b}/w_s が0.01, 0.1の時に $F_N|_{a_w=1.5}$, $F_N|_{a_w=2.5}$ となる船速でハンプ・ホローの傾向が見られるが、抗力係数のような目立った増加は見られなかった。但し船速の増加に伴い次第に減少していく傾向は同じであった。抗力/揚力係数に共通して、クリアランスが小さいほど船速に対する変化の幅が顕著であり、また本結果を見る限り、下層水深 h_2 と舵スパン長との比 h_2/w_s が0.3以上になると、下層水深が深くなる事による変化は大きくないように思われた。

加えて本章では「 $h_{1b}/w_s = 0.01$, $h_2/w_s = 0.1$, $\alpha = 10^\circ$ 」のケースに着目して、船速ごとに舵表面の圧力分布を示した。そして舵下端付近に作用する波圧が船速と共に大きく変化する様子を明らかにした。また同ケースの内部波の波紋を示し、舵による造波特性について理解を深めた。

7. 結論

本章では、本論文のまとめと今後の課題について述べる。

7.1 まとめ

本論文では、二層流域の上層を直進航行する船体や、迎角を有して前進する揚力体の定常造波問題を解く新たな方法を示した。ここで両層にはポテンシャル流れを仮定し、線形ポテンシャル理論に基づく境界値問題として定式化した。その際、両層は混合しないと仮定して常に明瞭な内部境界面を考え、力学的・運動学的境界条件（内部境界条件）を立てた。また揚力体を扱う場合には、小さい迎角、線形の渦モデル（随伴渦の流出角が0度）を仮定した。今回提案した解法（定式化）の特徴として、内部境界条件と水底条件を満足する特異点（ソース及び渦系）によるグリーン関数を応用した点が挙げられる。つまり速度ポテンシャルを定義する積分方程式の核関数に本グリーン関数を用いる事で、内部境界面の造波と水底の影響を流場に反映させる事を図った。これにより、特異点を分布させる境界面を自由表面、船体表面、加えて揚力体の場合はその揚力面に限る事ができる。この他に見込まれる本解法の優位性として次を挙げる事ができる。

- 核関数に用いるグリーン関数は自由表面条件を満足していない。よって船体表面の要素が自由表面に接近した場合であってもグリーン関数に特異性は現れず、安定して計算できる。またその速度ポテンシャルの表示に、水線上の線積分項が現れない点も特徴といえる。以上の事は、任意船型の取り扱いを容易とする。
- 内部境界面の造波と水底の影響はグリーン関数を通じて厳密に考慮する事が可能。特に内部波の放射条件は数学的に厳密に処理されている。
- 自由表面と内部境界面の造波を両波面の干渉影響を含めて計算できる。
- 自由表面条件を任意に選択可能。肥型船の場合には、二重模型ポテンシャルを考慮した Dawson 型線形自由表面条件を適用できる。

- 本問題は、深水域の定常造波問題における速度ポテンシャルの核関数の変更として定式化される。よってアルゴリズム的には、深水域プログラムを容易に二層流域対応プログラムに拡張可能である。

また本論文では、提案した解法に用いられるグリーン関数を新たに導出した。第2章ではソースによるグリーン関数を、そして第5章では渦系によるグリーン関数を導いた。いずれも上層無限/下層有限水深の二層流域で内部波を誘起する造波グリーン関数である。これらの提示も本研究における成果の一つと考えられる。

解法としての妥当性の検証は、本解法による計算結果を Yeung 等 [17] のグリーン関数を用いた計算結果と比較する事で行われた。まず単一ソースの造波特性を検証し、本解法が内部波ならびに自由表面上に現れるその干渉造波を適切に計算できる事を確認した。続いて自由表面直下を航行する没水回転楕円体を対象に、内部境界面位置を楕円体の無限下から徐々に近づけた時の造波抵抗係数を比較した。その結果、本解法が Yeung 等のグリーン関数を用いた場合と遜色なく計算できる事を確認した。

次に本論文では、今回提案した解法により、二層流域で直進航行する船体の造波抵抗、ならびに姿勢変化（船体沈下量/トリム角）の推定を試みた。

第3章では瘦せ型船の Wigley 船型を取り上げ、造波抵抗係数を推定した。ここで流場は、一様流れの速度ポテンシャルに船体による両波面の造波（波面間の干渉影響を含む）と水底の影響を表す速度ポテンシャルを足し合わせる事で定義した。

内部波（波数 k_2 ）の臨界速度付近の船速域で、造波抵抗係数が急増するという結果が得られた（死水現象の発生）。密度比が同じであれば、内部境界面までのキールクリアランスが小さい（上層水深が浅い）ほど、あるいは下層水深が深いほど、造波抵抗係数は大きな変化を示した。また密度比が小さい（下層密度が大きい）ほど、内部波の臨界速度は大きくなる傾向にあり、より大きな船速から造波抵抗係数が急増する事が分かった。こうした顕著な変化を示す背景に内部波の造波影響がある。波紋図より、この臨界速度直前で内部波の波長が長くなり、波高が急増する事、そして超過後はその横波が消失し、波系の様相が大きく異なる事を確認した。またこの時の自由表面上には、内部波による干渉結果として、半波長位相のずれた同様の波形が現れる事を確認した。一方、船速が増すと、自由表面波（波数 k_1 ）が次第に大きく誘起され始め、その波圧が船体表面上で顕著になる様子が観察された。

第4章では肥型船として実船型の ESSO OSAKA を取り上げ、造波抵抗と姿勢変化を推定した。始めに船体周りの流れを、“二層流域の自由表面を鏡面に見立てた深さ方向に対称な流場を、船体の二重模型が航行する時の流れ”で近似した。その流れには、内部境界面の造波と水底の影響が考慮される。そしてそれに自由表面の造波の影響と波面間の干渉影響を表す速度ポテンシャルを足し合わせる事で、流場を定義した。

二層流域での船速に対する造波抵抗係数の変化は、Wigley 船型の時と同じであった。よってここでは姿勢変化の結果をまとめる。内部境界面までのキールクリアランスが小さく ($h_1/d = 1.2$)、かつ下層水深が深い ($h_2/d = 0.3$) 状況では、船速に応じて大きな姿勢変化が観察された ($h_{1,2}$: 上下層水深, d : 喫水)。まず内部波の臨界速度に近い船速域で大きな船体沈下が起こった。トリムに関しては、船速が内部波の臨界速度に接近すると船首トリムから船尾トリムへと急変した。そして船速が増すと再度船首トリムに転じるが、その時のトリム角は一層浅水域の場合と比較して小さくなる事を確かめた。一連の姿勢変化の背景に、当船速域における内部波の顕著な造波影響が挙げられ、船体表面には強く特徴的な波圧が現れる事を確認した。一方、キールクリアランスが大きく、また下層水深が浅くなるに連れて、内部波の影響は小さくなると思われ、一層浅水域の姿勢変化に近づく事が分かった。

続いて本論文では、揚力体として線形の渦モデル (随伴渦の流出角が0度) が有効な舵を考え、今回提案した解法により、二層流域での舵特性 (揚力/抗力) の推定を試みた。

第6章では、アスペクト比 $\Lambda = 1.5$ の NACA0015 翼型の舵を取り扱った。舵周りの流れは、(1) 舵に対して斜めに流入する一様流れ、(2) 内部境界面の造波と水底の影響を含む排除流れ、(3) 同影響を含む循環流れ、そして (4) 両流れによる自由表面の造波と波面間の干渉影響を重ね合わせる事で定義した。具体的に (2) と (4) の流れは、舵表面と自由表面上の特異点にソースのグリーン関数 (第2章で導出) を用いる事で、(3) の流れは、キャンバー面上に馬蹄渦のグリーン関数 (第5章で導出) を考える事で表現した。

自由表面下に十分没水した本舵が内部境界面の直上で作動する時の舵特性は、次のようにまとめられる。内部波の波長が舵コード長の何倍かを表す指標 a_w を定義すると、抗力係数は、舵下端から内部境界面までのクリアランス h_{1b} と舵スパン長 w_s の比 h_{1b}/w_s が 0.01, 0.1 の時に、それぞれ $F_N|_{a_w=1.5}$, $F_N|_{a_w=2.5}$ となる船速を目安に急変化する事が示された。理由として当船速以上では、もはや舵コード長に対して波長が十分長い為に舵面に

働く横波の波圧影響が小さくなるからと思われ、舵面上の圧力分布、強いては抗力係数が変化する起点になったものと推測される。なおクリアランスと抗力係数が急増する船速（舵面上で横波の波圧が弱まり始める時の内部波の波長）との関係については、より詳細かつ系統的な調査が望まれる。一方、揚力係数については、 h_{1b}/w_s が 0.01, 0.1 の時に $F_N|_{a_w=1.5}$, $F_N|_{a_w=2.5}$ となる船速でハンプ・ホローの傾向が見られるが、抗力係数のような目立った増加は見られなかった。抗力/揚力係数に共通して、船速の増加と共に緩やかに減少していく様子が観察され、下層が無いとした時の一層の状況での値に漸近していくような推移が見られた。またクリアランスが小さいほど船速に応じて変化する幅が顕著であり、下層水深 h_2 と舵スパン長との比 h_2/w_s が 0.3 以上になると、下層水深が深くなる事による変化は大きくないとの結果が得られた。

舵表面の圧力分布を観察した時、 $h_{1b}/w_s=0.01$ の場合、 $a_w = 1.5$ 付近の船速域で舵下端付近の圧力分布に内部波の波圧影響が強く現れる事を確認した。また舵角を有する舵周りの造波現象を調査したところ、内部波の臨界速度前後で波系の様相が大きく異なる点は、直進する船体の場合と同じであった。但し、流れに対して舵正面側の流場を伝播する発散波の波高は高く、逆に背面側に現れる発散波の波高は低いといった特徴が見られた。特に船速が内部波の臨界速度を超過したケースにおいて、正面側の発散波の隆起が顕著であった。

7.2 今後の課題

今後の課題をまとめる.

(1) 実験の実施/計算精度の検証

今回は二層流域で実験をする事が叶わず, 計算ベースの議論に終始した. 計算結果に依れば, 二層流域における船体の造波抵抗や姿勢変化, 及び舵特性は特徴的な傾向を示すとされ, 一連の計算精度の検証が必要である.

(2) 船速と内部波の臨界速度が近接する場合の計算精度向上

今回提案した解法により船の定常造波問題を解く時, 表記の船速状況において計算が不安定(自由表面波が発散)となった. 理由としてこの船速域では波の波長に対して計算領域が十分ではない可能性がある. そこで自由表面遠方領域では Rayleigh の仮想摩擦係数を残した自由表面条件を課す事も一案と考えられる.

(3) 新規計算課題への取り組み

二層流域における船舶挙性能の推定に関しては, まだ多分に研究の余地があると思われる. ここでは今後の新規計算課題として幾つかを挙げる.

- 船体の操縦運動時における流体力の推定
- プロペラ単独特性の推定
- 船体, プロペラ, 舵が直列した時の相互干渉の推定
- 船底が内部境界面を貫通する状況への対応
- 下層流体の粘性を考慮

謝辞

本研究を遂行するにあたり、多くの方々から懇切なる御指導と御激励を賜りました事に心より感謝を申し上げます。

3年間の研究生生活において、終始一貫して御懇篤なる御指導を賜りました広島大学大学院工学研究科教授 安川宏紀先生には、心からの謝意を表します。詳細かつ的確な御教示、有益な御討論、そして何より親身な御助言と力強い励ましを事ある度に頂戴しました。ここに深く感謝すると共に、重ねて御礼を申し上げます。

広島大学大学院工学研究科教授 土井康明先生、岩下英嗣先生ならびに同准教授 田中進先生には、本論文の御校閲に貴重な御時間を割いて頂き、細部にわたる御指導と御討論を賜りました。謹んで心からの御礼を申し上げます。

広島大学大学院工学研究科助教 平田法隆先生には、多くの御助言と共に、日頃から暖かな御激励を頂戴しました。謹んで心より謝意を表します。

大阪大学大学院工学研究科教授 柏木正先生には、本研究テーマに関して貴重な御助言、有益な御議論を賜り、研究の指針を与えて頂きました。謹んで心より感謝の意を申し上げます。

さらに広島大学大学院工学研究科社会環境システム専攻環境グループ担当の事務員の方々ならびに土橋誠技官には、研究生生活全般にわたり御便宜を図って頂いた事に、厚く御礼を申し上げます。

また環境流体工学研究室の博士課程後期学生 新井洋氏には、日頃より有意義な御討論、多くの貴重な情報を賜りました。ここに深く謝意を表します。そして物流システム研究室におきましては、既に御卒業された方々も含めて大変お世話になりました。後輩諸氏と過ごす楽しい時間は、研究生生活を遂行する上で大きな励みとなるものでした。いずれの方々に対しても、厚く感謝を申し上げる次第です。

最後に、今日に至るまで変わらぬ支えと励ましを頂いた両親に心より感謝を申し上げ、本論文の謝辞と致します。

参考文献

- 1) "Manoeuvrability of ships-review of resolution A-290 VII.", (1986), IMO Subcommittee on ship design and equipment, 29th session
- 2) "Nautical depth approach", (Discussion paper by Angremond,K., Deelen,C. and Vantorre,M.), (1994), Permanent International Association of Navigation Congress and International Association of Ports and Harbours, Report of Working Group No.30
- 3) Sellmeijer,R. and Oortmerssen,G.(1984): "The Effect of mud on tanker manoeuvres", Transactions of the Royal Institution of Naval Architects, Vol.126, pp.105-120
- 4) Gade,H.G.(1958): "Effects of a nonrigid, impermeable bottom on plane surface waves in shallow water", Journal of Marine Research, Vol.16, No.2, pp.61-81
- 5) De Meyer C.P. and Malherbe B.(1987): "Optimisation of maintenance dredging operations in maritime and estuarine areas", Terra et Aqua, Vol.35, pp.25-39.
- 6) Delefortrie,G., Vantorre,M. and Laforce E.(2005): "Revision of the nautical bottom concept in Zeebrugge based on the manoeuvrability of deep-drafted container ships", Proceedings of the CEDA dredging days 2005, Rotterdam (<http://www.vliz.be/imisdocs/publications/139256.pdf>)
- 7) Vantorre,M., Laforce,E. and Delefortrie,G.(2006): "A novel methodology for revision of the nautical bottom", Seminar: Flanders, a maritime region of knowledge (MAREDFlow), Ostend, Flanders Marine Institute(VLIZ) Special Publication, Vol.29, pp.15-34
- 8) Vantorre,M.(1991): "Ship behaviour and control at low speed in layered fluids", Proceedings of the International Symposium on Hydro- and Aerodynamics in Marine Engineering (HADMAR'91), Varna, Vol.1, No.5, pp.1-9

- 9) Delefortrie,G., Vantorre,M. and Eloot,K.(2005): "Modeling navigation in muddy areas through captive model tests", Journal of Marine Science and Technology, Vol.10, No.4, pp.188-202
- 10) Delefortrie,G. and Vantorre,M.(2009): "Prediction of the forces acting on container carriers in muddy navigation areas using a fluidization parameter", Journal of Marine Science and Technology, Vol.14, No.1, pp.51-68
- 11) Vantorre,M., Delefortrie,G., Laforce,E., De Vlieger,H. and Claeys,S.(2003): "Ship manoeuvring at very small and negative under keel clearance", Proceedings of 6th IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft, Girona, pp.55-60
- 12) Delefortrie,G. and Vantorre,M.(2006): "Effects of a muddy bottom on the straight-line stability", Proceedings of 7TH IFAC Conference on Manoeuvring and Control of Marine Craft, Lisbon ([http:// www.vliz.be/imisdocs/publications/139255.pdf](http://www.vliz.be/imisdocs/publications/139255.pdf))
- 13) Sabuncu,T.(1961): "The theoretical wave resistance of a ship traveling under interfacial wave conditions", Pub.No.63, Norwegian Ship Model Experiment Tank, pp.1-124
- 14) Miloh,T. and Tulin,M.P.(1988): "A theory of dead water phenomena", Proceedings of the 17th Symposium on Naval Hydrodynamics, Hague, pp.127-142
- 15) Zilman,G. and Miloh,T.(1995): "Hydrodynamics of a body moving over a mud layer-Part1:wave resistance", Journal of Ship Research, Vol.39, pp.194-201
- 16) Tulin,M.P. and Miloh,T.(1991): "Ship internal waves in a shallow thermocline: The supersonic case", Proceedings of the 18th Symposium on Naval Hydrodynamics, Ann Arbor, pp.567-581
- 17) Yeung,R.W. and Nguyen,T.C.(1999): "Waves generated by a moving source in a two-layer ocean of finite depth", Journal of Engineering Mathematics, Vol.35, pp.85-107
- 18) Doctors,L., Zilman,G. and Miloh,T.(1996): "The influence of a bottom mud layer on the steady-state hydrodynamics of marine vehicles", Proceedings of the 21st Symposium on Naval Hydrodynamics, Trondheim, pp.727-742
- 19) 西山哲男 (1964) : "全没揚力面の定常理論", 造船協会論文集, 第 115 号, pp.10-20

- 20) 堀勉 (1994): "渦システムによる造波グリーン関数を導入した定常揚力面の数値解析", 日本造船学会論文集, 第 175 号, pp.31-45
- 21) 野中晃二 (1975): "斜航する船体に働く横力への自由表面影響", 日本造船学会論文集, 第 138 号, pp.178-187
- 22) 中武一明, 小村淳, 安東潤, 片岡克己 (1990): "斜航船体まわりの流場と流体力について", 西部造船会々報, 第 80 号, pp.1-12
- 23) 堀勉, 松村清重, 田中一郎 (1986): "斜航する船に働く造波横力について", 日本造船学会論文集, 第 159 号, pp.9-22
- 24) 宋五生 (1989): "斜航船体に働く造波流体力とその近傍の波紋", 関西造船協会誌, 第 211 号, pp.25-32
- 25) Brard R.(1972): "The representation of a given ship form by singularity distributions when the boundary condition on the free surface is linearized", Journal of Ship Research, Vol.16, pp.79-92
- 26) 日下祐三, 乾崇夫, 梶谷尚 (1975): "自由表面条件を考慮した船型の等価特異点分布とくに線積分効果について", 日本造船学会論文集, 第 138 号, pp.12-22
- 27) 森正武 (1987): "FORTRAN 77 数値計算プログラミング", 岩波書店, pp.168-186
- 28) 川上一郎 (1989): "理工系の数学入門コース 8 数値計算", 岩波書店, pp.125-134
- 29) Hess,J.L. and Smith,A.M.O.(1964): "Calculation of nonlifting potential flow about arbitrary three dimensional bodies", Journal of Ship Research, Vol.8, No.2, pp.22-44
- 30) Dawson C.W.(1977): "A practical computer method for solving ship-wave problems", Proceedings of the 2nd International Conference on Numerical Ship Hydrodynamics, Berkeley, pp.30-38
- 31) 安東潤, 中武一明 (1988): "Rankine Source 法による波流れの一計算法", 西部造船会々報, 第 75 号, pp.1-12
- 32) 瀬戸秀幸 (1991): "定常造波問題における Rankine Source 法の基礎と開境界処理に関する一考察", 西部造船会々報, 第 81 号, pp.11-28

- 33) 別所正利 (1961): "没水回転楕円体の造波抵抗について", 造船協会論文集, 第 109 号, pp.59-72
- 34) 乾崇夫, 菊池義男, 岩田達三 (1957): "浅水における造波抵抗 - 理論・実験の比較", 造船協会論文集, 第 100 号, pp.35-45
- 35) 江口辰哉 (1995): "Rankine source 法による定常造波問題の数値解法-特に collocation method の適用について-", 日本造船学会論文集, 第 177 号, pp.101-112
- 36) 鈴木和夫 (2006): "流体力学と流体抵抗の理論", 成山堂書店, pp.185
- 37) Tuck,E.O. and Taylor,P.J.(1970): "Shallow water problems in ship hydrodynamics", The 8th Symposium on Naval Hydrodynamics, Pasadena, pp.627-659
- 38) 芳村康男 (1986): "浅水域の操縦運動数学モデルの検討: MMG モデルの浅水域への適用について", 関西造船協会誌, 第 200 号, pp.41-51
- 39) Nakamura N.(1985): "Estimation of propeller open-water characteristics based on Quasi-Continuous Method", Journal of the Society of Naval Architects of Japan, Vol.157, pp.95-107
- 40) (<http://www.kyoizumi.ecnet.jp/4.html>)
- 41) 中武一明, 安東潤, 片岡克己, 吉武朗 (1994): "簡便な一厚翼計算法", 西部造船会々報, 第 88 号, pp.13-21
- 42) Lan,C.E.(1974):"A Quasi-Vortex-Lattice Method in Thin Wing Theory, Journal of Aircraft, Vol.11, No.9, pp.518-527
- 43) 安川宏紀 (2003): "「簡便な厚翼計算法」の基礎式に関する考察", 西部造船会々報, 第 106 号, pp.157-166
- 44) Söding,H.(1999): "Limits of potential theory in rudder flow predictions", Proceedings of the 22nd Symposium on Naval Hydrodynamics, Washington,D.C., pp.622-637

補遺 A . (2.13) 式の導出

ここでは本文 (2.13) 式をフーリエ変換の手法により導出する. 2変数フーリエ変換と逆変換は, (2.11), (2.12) 式で定義される. いまソースによるグリーン関数 (2.7), (2.8) 式のフーリエ変換 $F[]$ を次のように定義する.

$$g^{(1)} = F[G_s^{(1)}] = F[1/r] + g_0^{(1)} \quad (\text{A.1})$$

$$g^{(2)} = F[G_s^{(2)}] = g_0^{(2)} \quad (\text{A.2})$$

$F[1/r]$ は次式で与えられる.

$$F\left[\frac{1}{r}\right] = \frac{e^{-k|z-\zeta|}}{k} \quad (\text{A.3})$$

ここで k は次のように定義される.

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad (\text{A.4})$$

まず各境界条件 (2.3)~(2.5) 式にフーリエ変換を適用する事で次式を得る.

$$\gamma \left(k_0 \frac{\partial g^{(1)}}{\partial z} - k_x^2 g^{(1)} - i\mu k_x g^{(1)} \right) = k_0 \frac{\partial g^{(2)}}{\partial z} - k_x^2 g^{(2)} - i\mu k_x g^{(2)} \quad z = 0 \quad (\text{A.5})$$

$$\frac{\partial g^{(1)}}{\partial z} = \frac{\partial g^{(2)}}{\partial z} \quad z = 0 \quad (\text{A.6})$$

$$\frac{\partial g^{(2)}}{\partial z} = 0 \quad z = -h_2 \quad (\text{A.7})$$

続いて (2.10) 式のラプラス方程式にフーリエ変換を適用する事で次式を得る.

$$\frac{\partial^2 g_0^{(m)}}{\partial z^2} - k^2 g_0^{(m)} = 0 \quad (\text{A.8})$$

(A.8) 式の一般解としては次式が考えられる.

$$g_0^{(m)}(k_x, k_y, z) = A^{(m)}(k_x, k_y) e^{kz} + B^{(m)}(k_x, k_y) e^{-kz} \quad (\text{A.9})$$

以下, $A^{(m)}$, $B^{(m)}$ を具体的に求めていく. まず内部境界条件 (A.5) 式より次式を得る.

$$\begin{aligned} & (A^{(1)}\gamma - A^{(2)})(k_0k - k_x^2 - i\mu k_x) \\ & - (B^{(1)}\gamma - B^{(2)})(k_0k + k_x^2 + i\mu k_x) \\ & = -\frac{\gamma}{k}e^{-k\zeta}(k_0k - k_x^2 - i\mu k_x) \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

次に内部境界条件 (A.6) 式より次式を得る.

$$A^{(1)} = B^{(1)} + B^{(2)}(e^{2kh_2} - 1) - \frac{1}{k}e^{-k\zeta} \quad (\text{A.11})$$

水底条件 (A.7) 式からは次式が得られる.

$$A^{(2)} = B^{(2)}e^{2kh_2} \quad (\text{A.12})$$

また無限上方では攪乱が無いとみなして, (A.9) 式より $A^{(1)}$ を 0 とする.

$$A^{(1)} = 0 \quad (\text{A.13})$$

ここで (A.4) 式より次の関係式を考える.

$$k_x = k \cos \theta \quad k_y = k \sin \theta \quad (\text{A.14})$$

(A.10) - (A.13) 式を (A.14) 式を用いて整理すると, $B^{(2)}$ として次式が得られる.

$$B^{(2)} = \frac{\gamma(a+b)e^{-k(h_2+\zeta)}}{k\Delta} \quad (\text{A.15})$$

ここで変数 a, b, Δ は本文 (2.16) 式で定義されている通りである. また (A.12), (A.15) 式より $A^{(2)}$ として次式が得られる.

$$A^{(2)} = \frac{\gamma(a+b)e^{k(h_2-\zeta)}}{k\Delta} \quad (\text{A.16})$$

また (A.10), (A.13), (A.15), (A.16) 式より $B^{(1)}$ として次式を得る.

$$\begin{aligned} B^{(1)} &= [2\gamma a e^{-k\zeta} \sinh kh_2 - \{\gamma a - (1-\gamma)b\}e^{k(h_2-\zeta)} \\ &+ \{(1+\gamma)a + \gamma b\}e^{-k(h_2+\zeta)}]/(k\Delta) \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

(A.13), (A.15) - (A.17) 式を (A.9) 式に代入してフーリエ逆変換を適用後, (A.14) 式を用いて変数変換を施す事で, 最終的に (2.13) 式が得られる.

補遺 B . (5.24) 式の導出

ここでは本文 (5.24) 式の導出を示す. まず渦点による造波関数 $G_{v_0}^{(m)}$ のフーリエ変換 $F[]$ を次のように定義する.

$$g_0^{(m)} = F[G_{v_0}^{(m)}] \quad (\text{B.1})$$

続いて各境界条件 (5.20)~(5.22) 式にフーリエ変換を適用する事で次式を得る.

$$\begin{aligned} \gamma \left\{ k_0 \left(F[\omega_\Gamma] + \frac{\partial g_0^{(1)}}{\partial z} \right) + \left(F \left[\frac{\partial u_\Gamma}{\partial x} \right] - k_x^2 g_0^{(1)} \right) - i\mu k_x g_0^{(1)} \right\} \\ = k_0 \frac{\partial g_0^{(2)}}{\partial z} - k_x^2 g_0^{(2)} - i\mu k_x g_0^{(2)} \quad z = 0 \end{aligned} \quad (\text{B.2})$$

$$F[\omega_\Gamma] + \frac{\partial g_0^{(1)}}{\partial z} = \frac{\partial g_0^{(2)}}{\partial z} \quad z = 0 \quad (\text{B.3})$$

$$\frac{\partial g_0^{(2)}}{\partial z} = 0 \quad z = -h_2 \quad (\text{B.4})$$

いま内部境界面を鏡像面としてベクトル・ポテンシャル項の正鏡像を考慮した事から, 次式が成り立つ.

$$\omega_\Gamma|_{z=0} = 0 \quad \rightarrow \quad F[\omega_\Gamma]_{z=0} = 0 \quad (\text{B.5})$$

よって (B.2), (B.3) 式の $F[\omega_\Gamma]$ 項は無視してよい. また (5.19) 式のラプラス方程式にフーリエ変換を適用する事で次式を得る.

$$\frac{\partial^2 g_0^{(m)}}{\partial z^2} - k^2 g_0^{(m)} = 0 \quad (\text{B.6})$$

ここで k を次のように定義した.

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 \quad (\text{B.7})$$

(B.6) 式の一般解としては次式が考えられる.

$$g_0^{(m)}(k_x, k_y, z) = A^{(m)}(k_x, k_y)e^{kz} + B^{(m)}(k_x, k_y)e^{-kz} \quad (\text{B.8})$$

以下, $A^{(m)}, B^{(m)}$ を具体的に求めていく. まず内部境界条件 (B.2) 式より次式を得る.

$$\begin{aligned} & (A^{(1)}\gamma - A^{(2)})(k_0k - k_x^2 - i\mu k_x) \\ & - (B^{(1)}\gamma - B^{(2)})(k_0k + k_x^2 + i\mu k_x) = -\gamma F \left[\frac{\partial u_\Gamma}{\partial x} \right]_{z=0} \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

次に内部境界条件 (B.3) 式より次式を得る.

$$A^{(1)} - B^{(1)} - A^{(2)} + B^{(2)} = 0 \quad (\text{B.10})$$

水底条件 (B.4) 式からは次式が得られる.

$$A^{(2)} = B^{(2)} e^{2kh_2} \quad (\text{B.11})$$

また無限上方では攪乱が無いとみなして, (B.8) 式より $A^{(1)}$ を 0 とする.

$$A^{(1)} = 0 \quad (\text{B.12})$$

ここで (B.7) 式より次の関係式を考える.

$$k_x = k \cos \theta \quad k_y = k \sin \theta \quad (\text{B.13})$$

(B.9) - (B.12) 式を (B.13) 式を用いて整理すると, $B^{(2)}$ として次式が得られる.

$$B^{(2)} = \frac{-\gamma \sec^2 \theta e^{-kh_2} F \left[\frac{\partial u_\Gamma}{\partial x} \right]_{z=0}}{k\Delta} \quad (\text{B.14})$$

ここで Δ は本文 (5.27) 式で定義されている通りである. また $F[\partial u_\Gamma/\partial x]_{z=0}$ は次式で与えられる.

$$F \left[\frac{\partial u_\Gamma}{\partial x} \right]_{z=0} = kt_\zeta e^{-k\zeta} \sin 2\theta \quad (\text{B.15})$$

よって $B^{(2)}$ として次式を得る.

$$B^{(2)} = \frac{-2\gamma \tan \theta t_\zeta e^{-k(h_2+\zeta)}}{\Delta} \quad (\text{B.16})$$

(B.11) 及び (B.16) 式より $A^{(2)}$ として次式が得られる.

$$A^{(2)} = \frac{-2\gamma \tan \theta t_\zeta e^{k(h_2-\zeta)}}{\Delta} \quad (\text{B.17})$$

(B.10), (B.12), (B.16), (B.17) 式より $B^{(1)}$ として次式が得られる.

$$B^{(1)} = \frac{-2\gamma \tan \theta t_\zeta (e^{-k(h_2+\zeta)} - e^{k(h_2-\zeta)})}{\Delta} \quad (\text{B.18})$$

(B.12), (B.16) - (B.18) 式を (B.8) 式に代入してフーリエ逆変換を適用後, (B.13) 式を用いて変数変換を施す事で, 最終的に (5.24) 式が得られる.