

## 中学生の数学的能力の発達・変容に関する調査研究（4）

－「数」得点の変容に関する特徴の分析－

福岡教育大学	飯田 慎 司	福岡教育大学	山口 武 志
広島大学教育学部	中原 忠 男	奈良教育大学	重松 敬 一
広島大学国際協力研究科	岩崎 秀 樹	広島大学学校教育学部	植田 敦 三
広島大学教育学部	小山 正 孝		

Kassel-Exeter Project によって開発された共通問題を用いて、日本の中学生の数学的能力の発達・変容を調査し、その検討を通して、よりよい数学教育に向けての示唆を得ることが本研究の目的である。「数」調査問題をもとに1019名の公立中学校2、3年生を対象とする調査を行ったところ、日本の中学生の「数」得点は1年次からすでに高いレベルにあり、そのレベルを維持したままで、イギリス・ドイツなどと比して遜色のない程度の伸びを示していることがわかった。さらに、問題ごとの正答率の変容に着目すると同時に、被験者を3つの群に層化することによって、正答率の変容の要因を分析した。その結果、数学学習に対する「潜在力」の高い生徒および「潜在力」の低い生徒の「数」得点の変容に関する特徴が洗い出され、個に応じた数学指導を考慮していく際の示唆が得られた。

### 0. はじめに

Kassel-Exeter Project (略称: KassEx Project) は、中学生の数学の学力を潜在力と達成学力の両面から捉え、その発達・変容を多くの国において縦断的に調査し、その検討を通して、よりよい数学教育に向けての提言を行うことを目的とするものである。現在までに、イギリス・ドイツなどの17か国が参加して、潜在力調査問題 (Potential Test) と、領域調査問題 (Topic Tests: 本論文で取扱う「数」の他に、「図形・関数」「代数」「データ処理」「数学の応用」の問題が各国共通に用意されている) および質問紙を用いた調査研究が展開されてきている。

日本においては中原が代表者となって研究を進め、1995年度から2ヶ年に渡って、東京・奈良・広島・福岡・長崎の5地区の公立中学校2、3年生を対象とする調査を行った。

1995年度実施分の「潜在力」調査と「数」調査の報告およびその検討は、すでになされている。(植田他, 1997) そこでは、日本の中学2年生の「数」得点の平均点は同一問題によるイギリス、ドイツの平均点よりもかなり高く、日本の中学生

の「数」領域の達成学力はかなりよいことがわかっていて、一方、「潜在力」の得点をイギリス、ドイツと比較すると若干高いが、平均点の差は「数」得点の場合ほど顕著でないこともわかった。

1996年度は1年次と同一の生徒 (中学3年生) を対象に「数」調査が各地区で行われた。これによって2年間にわたる「数」調査のデータを用いて「数」得点の変容の分析が可能となった。この論文は本調査研究の第4報にあたるものであり、各地区の被験者 (1・2年次ともに調査対象となった中学生、合計1019名) のデータをもとにして、「数」得点の変容の特徴を検討したものである。

### 1. 調査問題

「潜在力」調査問題 (空間認識, 問題解決, 数概念の理解及び活用, 論理的思考, パターン認識の5因子から構成される26題) の詳細については、すでに公表されている (植田他, 1997)。

「数」調査問題については、本論文の末尾に資料として掲載している。設問は全部で50題あり、これらは以下に示す5領域に分類された。

## 「数」調査問題の分類

- A. 数と計算 N 1, N11, N13, N14, N18, N20, N21, N22, N29, N30, N31, N33, N35, N38, N40, N41, N42, N43, N46
- B. 式の値 N24, N37, N47
- C. 概数 N28A, N28B, N32, N34, N39, N44A, N44B
- D. 割合・百分率 N 6, N 9, N10, N12, N15, N16, N25
- E. 問題解決 N 2, N 3, N 4, N 5, N 7, N 8, N17A, N17B, N19, N23, N26, N27, N36, N45

## 2. 調査結果とその考察

## (1) 「数」得点の伸び

50題の設問に対して正答であれば1点を割り当て、「数」得点の変容を示したのが表1である。

( ) 内の数字は正答率を示している。

表1 「数」得点の伸び

	1年次(中2)	2年次(中3)	伸び
日 本	29.8(59.6)	32.6(65.2)	2.8
イ ギ リ ス	17.6(35.2)	20.2(40.4)	2.6
スコットランド	18.2(36.4)	21.6(43.2)	3.4
ド イ ツ	23.5(47.0)	26.9(53.8)	3.4

「数」得点の伸びについては大きな差はなく、中2から中3までの1か年の間に中学生が示す発達・変容の程度にはあまり差がないといえる。しかしながら、日本の中学生の「数」得点は1年次からすでに高いレベルにあり、その高いレベルを維持したままでイギリス、ドイツなどと比して遜色のない程度の伸びを示しているということは評価されてよい。この点に関して、2か年にわたるこの種の調査で、単純に平均得点の差によって伸びを比較しようとする、1年次の正答率の違いによる影響が大きくなっていく。そこで、 $P_1$ を1年次の正答率(小数)、 $P_2$ を2年次の正答率(小数)としたときの $(P_2 - P_1) / (1 - P_1)$ の数値で比較する方法も考えられる。これによると、

日 本 イギリス スコットランド ドイツ  
0.139 0.080 0.107 0.128

となり、日本の中学生の「数」得点が、高いレベルを維持したままで推移していることがわかる。「潜在力」得点に関してはイギリス、ドイツとあまり変わらないことがわかっており、「数」得点に現れるこうした結果は、日本の算数・数学教育が効果をあげていることを示しているといえよう。

## (2) 「数」の問題別正答率とその考察

次の表2に「数」の問題別正答率(1年次および2年次)を示している

表2 「数」の問題別正答率 単位(%)

	1年次	2年次		1年次	2年次		1年次	2年次		1年次	2年次		1年次	2年次
N 1	98.7	98.5	N11	90.0	90.5	N20	81.3	86.5	N29	90.5	92.7	N39	24.0	29.1
N 2	99.3	99.7	N12	95.6	96.6	N21	91.6	91.6	N30	52.4	67.0	N40	0.9	3.3
N 3	90.7	90.4	N13	95.4	96.9	N22	89.1	89.2	N31	56.7	60.0	N41	38.0	52.2
N 4	98.7	99.1	N14	83.9	87.2	N23	66.1	69.1	N32	44.5	51.0	N42	1.2	50.2
N 5	85.1	90.7	N15	70.0	77.8	N24	70.5	80.5	N33	90.4	89.7	N43	56.0	63.5
N 6	90.1	93.2	N16	76.5	76.8	N25	20.2	26.2	N34	39.0	36.3	N44A	7.0	12.4
N 7	95.9	96.2	N17A	82.9	87.0	N26	69.6	72.1	N35	50.0	65.8	N44B	19.7	30.4
N 8	85.3	86.0	N17B	76.7	81.6	N27	33.1	43.4	N36	28.4	33.6	N45	27.9	33.5
N 9	82.7	84.9	N18	50.6	58.3	N28A	23.0	27.8	N37	28.6	46.9	N46	0.2	0.3
N10	58.2	64.4	N19	66.6	69.8	N28B	52.0	64.0	N38	34.9	41.1	N47	23.2	30.0

表3 正答率が顕著に上がっている問題

問題	領域	問題内容	正答率の変動	CR値
N42	A	$\sqrt{147}/\sqrt{3} =$	49.0	22.316
N37	B	$s = ut + 1/2at^2$ , $u = 10$ , $t = 0.3$ , $a = 20$ のときの $s$ ?	18.3	10.373
N30	A	1/8を小数で表しなさい。	14.6	8.857
N35	A	$(2.2 \times 10^2) + (0.4 \times 10^3) =$	15.8	8.381
N41	A	$(2.1 \times 10^2) + (3 \times 10^4) =$	14.2	7.488
N44B	C	部屋の縦横を測り四捨五入したら12mと6m。最小の広さは?	10.7	7.110
N28B	C	長さを測って四捨五入したら27cm。最小の長さはいくら?	12.0	6.929
N24	B	$v = u + ft$ , $u = 5$ , $f = -2$ , $t = 4$ のとき $v$ の値は?	10.0	6.785
N27	E	1年に8%の利子。50円を預けると1年後の利子は?	10.3	6.113
N15	D	20%を分数で表しなさい	7.8	5.186

(領域) A:数と計算 B:式の値 C:概数 D:割合・百分率 E:問題解決

表4 正答率が下がっている問題

問題	領域	問題内容	正答率の変動
N34	C	$(367 \times 27)/33$ はおよそいくら?	-2.7
N33	A	$1/3 \div 1/9 =$	-0.7
N 3	E	8時35分に家を出る。学校まで35分。何時に着くか。	-0.3
N 1	A	$6 \times 40 =$	-0.2

(領域) A:数と計算 B:式の値 C:概数 D:割合・百分率 E:問題解決

比率の差の検定を行った結果、1年次と2年次の正答率の差が有意(1%水準)であったものは28題であったが、これらの問題群から正答率が顕著に伸びた問題の特徴を分析するのは数が多すぎて難しい。そこで臨界比(CR; critical ratio)の大きい10題を掲げたのが上の表3である。

これらの問題には、大きく分けて2つの特徴があることを指摘することができる。まず第1に、「平方根の計算」(N42)や文字式に関する「式の値」(N24, N37)あるいは「10の累乗を含む数計算」(N35, N41)など、中学校数学の指導内容およびそれに深く関連した問題の正答率がやはり顕著に伸びていることである。「真の値の範囲に関する問題」(44B, 28B)もこれに含められよう。第2に、「小数と分数との相互関係に関する問題」(N30, N15)や「利息計算に関する問題解決」(N27)など、小学校高学年の数計算に関するもので1年次の正答率がそれほど高くなかったもの

の克服が見られることである。

一方、1年次に対して2年次の正答率が下がっている問題は、表4に示される4個である。

このような正答率の低下は統計的に有意なものではなかった。とりわけ、N33, N3, N1の3題は1年次の正答率が90%台と高く、正答率の低下もわずかなものである。しかしながら、N34に対して、被験者の18.5%が1年次から2年次にかけて正答から誤答に転じており、誤答から正答に転じた被験者数を大きく上回って、全体としての正答率が低下していることには注意を要すると思われる。同一問題を用いる調査を2か年に渡って行ったということを考慮すると、あまり定着していなかった問題が同定されたといえよう。一端定着したかに見えても、中学校数学の中であまり活用されなければ次第にできなくなってしまうのである。

ここまで指摘した問題は、被験者全体の正答率の変動が顕著であったものである。とくに、正

答率の増加が顕著であったものとして表3に含まれる問題の中には、どの生徒もまんべんなく伸びているものも多いことが予想される。しかしながら、ある特定の特徴をもつ生徒たちの正答率の変動に影響されて、全体の正答率の変動が顕著に現われたものもあると考えられる。一方、全体としての正答率の変動がそれほど大きくない問題でも、この1年の間に正答と誤答の分布が大きく変化している問題の存在も予想される。そのような特徴的な問題を同定し、その要因や背景を考察して数学教育への示唆を得ることは、本研究にとって意義深いことである。そこで次節以降では、「潜在力」調査をもとに3つの群に層化して、「数」得点の変容の特徴を分析していこう。

### 3. 「数」得点の変容に関する分析結果

#### (1) 層化の方法

「数」調査は5つの領域調査の1つに過ぎず層化の指標とするには適切ではない。被験者を層化するにあたって、最も妥当な指標と考えられるのが「潜在力」である。そこで本論文における分析でも「潜在力」を基礎的な下位学力として位置づけ、「数」や「図形・関数」などの領域達成に関わる上位学力（達成学力）が、「潜在力」の上に構築されるという観点を支持することにする。

このような視座に立ちつつ、「潜在力」得点をもとに「潜在上位群（PH）」・「潜在中位群（PM）」・「潜在下位群（PL）」の「潜在3群」に層化した結果は以下の通りである。その際、イギリス、ドイツの調査研究に準じて、できるだけ3群の人数が同規模となるように層化を行っている（Burghes, 1996, p. 4）。

PH：「潜在力」得点17点以上の生徒353名

PM：「潜在力」得点13点以上16点以下の生徒364名

PL：「潜在力」得点12点以下の生徒302名

#### (2) 「数」得点の変容の要因について

問題によっては、全体としての正答率の変動はそれほどではなくても、「潜在3群」（PH・PM

・PL）の「数」得点の変容に顕著な特徴が見出せることが予想される。加えて、本研究における「数」調査の得点化では、正答には1点を割り当て、誤答には0点を割り当てている。1年次調査、2年次調査の双方において正答であった生徒と、その双方において誤答であった生徒は、正答率の変動には影響を与えない。そのため、正答率の変動は、誤答から正答へ転じた生徒、あるいは正答から誤答に転じた生徒に起因するものといえる。

そこで、「潜在力」得点によって層化を行った上で、各々の問題ごとに、1年次から2年次にかけて、誤答から正答に転じた生徒及び正答から誤答に転じた生徒に注目することとした。以下では、「潜在3群」と上記2タイプの生徒との関連を分析しよう。

##### ア. 誤答から正答に転じた生徒について

ここでの分析の目的は、「潜在3群」に基づきながら、誤答から正答に転じた生徒の割合が顕著に大きかった問題を10題前後選び出し、その特徴を調べることにある。そのために、誤答から正答に転じた生徒の割合が、「潜在上位群：PH」と「潜在下位群：PL」の少なくとも一方で20%以上であり、この2群間で10%以上の差が生じている問題を選び出すことにした。その結果選び出された問題が表5に示される11題である。

##### イ. 正答から誤答に転じた生徒について

次に、正答から誤答に転じた生徒についての考察をア.と同様に行うことにしよう。ア.と同様に、「潜在3群」に基づきながら、正答から誤答に転じた生徒の割合が顕著に大きかった10題前後の問題の特徴を調べるために、正答から誤答に転じた生徒の割合が、「潜在上位群：PH」と「潜在下位群：PL」の少なくとも一方で13%以上であり、この2群間で6.5%以上の差が生じている問題を選び出すことにした。その結果選び出された問題は、表6に示す11題である。

表5および表6に示される問題群は、「潜在力」が「数」得点の変動に大きな影響を与えた問題であると解釈できる。次節4.では、潜在群を考察の基軸にして、これらの問題群を改めて整理し、「数」得点の変容の特徴を考察することとしたい。

表5 誤答から正答に転じた生徒の割合に PH と PL で顕著な差がある問題

(表5-1) PHの方が顕著に多いもの

番号	領域	問題	PH 353名	PM 364名	PL 302名	計 1019名	正答率	
							1年次	2年次
27	E	1年に8%の利子。50円を預けると1年後の利子は？	88 (24.9)	76 (20.9)	36 (11.9)	200 (19.6)	33.1	43.4
28A	C	長さを測って四捨五入したら27cm。最大の長さはいくら未満か。	76 (21.5)	48 (13.2)	20 (6.6)	144 (14.0)	23.0	27.8
37	B	$s = ut + 1/2at^2$ , $u = 10$ , $t = 0.3$ , $a = 20$ のときのsを求めよ。	101 (28.6)	106 (29.1)	49 (16.2)	256 (25.1)	28.6	46.9
38	A	$(64 \times 0.3) / 0.32 =$	79 (22.4)	87 (23.9)	36 (11.9)	202 (19.8)	34.9	41.1
39	C	$(0.35 \times 73.2) / 21$ はおよそいくら？	76 (21.5)	60 (16.5)	32 (10.6)	168 (16.5)	24.0	29.1
42	A	$\sqrt{147} / \sqrt{3} =$	240 (68.0)	182 (50.0)	79 (26.2)	501 (49.2)	1.2	50.2
44B	C	(44A)のとき、最大の広さは？	100 (28.3)	57 (15.7)	15 (5.0)	172 (16.9)	19.7	30.4
47	B	$a = 2$ , $b = -1$ , $1/H = 1/a + 1/b$ のときHの値は？	81 (22.9)	66 (18.1)	13 (4.3)	160 (15.7)	23.2	30.0

(表5-2) PLの方が顕著に多いもの

番号	領域	問題	PH 353名	PM 364名	PL 302名	計 1019名	正答率	
							1年次	2年次
15	D	20%を分数で表しなさい。	24 (6.8)	63 (17.3)	72 (23.8)	159 (15.6)	70.0	77.8
17B	E	(17A)のリボンのあまりは？	25 (7.1)	52 (14.3)	68 (22.5)	145 (14.2)	76.7	81.6
24	B	$v = u + ft$ , $u = 5$ , $f = -2$ , $t = 4$ のときvの値は？	27 (7.6)	67 (18.4)	70 (23.2)	164 (16.1)	70.5	80.5

(領域) A:数と計算 B:式の値 C:概数 D:割合・百分率 E:問題解決

## 4. 「数」得点の変容の特徴とその考察

## (1) 「潜在上位群：PH」の特徴

まず、PHにおいて誤答から正答への変容が顕著であった8題は、表5-1に示されるように、伸びのみられた2年次でも、正答率がいずれも20%台後半から40%台を中心とする比較的低下正答率の問題であった。これらの問題は、いずれも比較的難しい問題であり、1年間の教授・学習によって、PHの生徒を中心に克服が図られた問題と特徴づけることができる。

PHの生徒を中心に誤答から正答に顕著に転じ

たこれらの問題には、まず、N37, N47のような文字式に関する問題や、N42のような無理数の計算に関する問題が含まれる。これらは、中学校における典型的な学習内容であり、1年間の教授・学習の成果が得点の顕著な伸びとして現れている。しかしながら、これらの問題の全体の正答率が、2年次でも依然30%から50%にとどまっていることを考えると、これらの問題の理解の困難さが指摘されるとともに、より一層の継続的指導が望まれる。次に、N27, N38のような小数の乗除に関する問題を指摘することができる。特に、N27は利子に関わる問題でもある。小数の乗除は小学校

表6 正答から誤答に転じた生徒の割合に PH と PL で顕著な差がある問題

(表6-1) PHの方が顕著に多いもの

番号	領域	問題	PH 353名	PM 364名	PL 302名	計 1019名	正答率	
							1年次	2年次
28A	C	長さを測って四捨五入したら27cm。最大の長さはいくら未満か。	49 (13.9)	38 (1.4)	8 (2.6)	95 (9.3)	23.0	27.8
34	C	$(367 \times 27) / 33$ はおよそいくら？	82 (23.2)	69 (19.0)	38 (12.6)	189 (18.5)	39.0	36.3
38	A	$(64 \times 0.3) / 0.32$	60 (17.0)	50 (13.7)	29 (9.6)	139 (13.6)	34.9	41.1
39	C	$(0.35 \times 73.2) / 21$ はおよそいくら？	68 (19.3)	36 (9.9)	12 (4.0)	116 (11.4)	24.0	29.1
41	A	$(2.1 \times 10^2) + (3 \times 10^4) =$	50 (14.2)	50 (13.7)	15 (5.0)	115 (11.3)	38.0	52.2
47	B	$a = 2, b = -1, 1/H = 1/a + 1/b$ のとき H の値は？	46 (13.0)	29 (8.0)	15 (5.0)	90 (8.8)	23.2	30.0

(表6-2) PLの方が顕著に多いもの

番号	領域	問題	PH 353名	PM 364名	PL 302名	計 1019名	正答率	
							1年次	2年次
8	E	1本1.05mのテープ5本分の長さは？	18 (5.1)	26 (7.1)	52 (17.2)	96 (9.4)	85.3	86.0
16	D	4メートルの1/10は何cmか。	25 (7.1)	38 (10.4)	41 (13.6)	104 (10.2)	76.5	76.8
17B	E	(17A)のリボンのあまりは？	13 (3.7)	38 (10.4)	45 (14.9)	96 (9.4)	76.7	81.6
22	A	$70 \times 0.3$	12 (3.4)	20 (5.5)	40 (13.2)	72 (7.1)	89.1	89.2
43	A	$2.4 \times 11/4$ (小数×帯分数)	24 (6.8)	43 (11.8)	41 (13.6)	108 (10.6)	56.0	63.5

(領域) A: 数と計算 B: 式の値 C: 概数 D: 割合・百分率 E: 問題解決

での既習内容であるが、それに関するやや複雑な計算の習熟が、PHを中心に一層図られたものといえる。さらに、N28A, N39, N44Bといった四捨五入を含めた概数領域の問題も指摘される。

これら8題は正答率が有意に上がっている28題の中にすべて含まれており、特に、N42, N37, N44B, N27の4題は、表3(正答率が顕著に上がっている問題)にも示されているように、CR値の大きい上位10題の中にも含まれている。したがって、これらの問題では、主にPHの生徒の顕著な伸びが貢献して、全体の正答率の上昇が他の問題に比して有意な差となって現れたと解釈するこ

とができる。

一方、PHの生徒を中心に正答から誤答へ顕著に転じた6題も、表6-1に示されているように、2年次でも20%台後半から50%程度の低正答率にとどまっている。N34以外の問題は、1年次から2年次にかけての正答率がいずれも上昇しているけれども、これら6題は、PHの生徒を中心に誤答に転じる割合が大きかった問題として特徴づけられる。

まず、N28A, N34, N39は、いずれも概数に関わる問題であり、特にN28Aは四捨五入に関する問題である。また、N47のように文字式に関する問題も指摘できる。さらに、N38は小数の乗除

計算であり、N41は10の累乗に関する計算問題となっている。これらの問題では、1年次調査で正答であったにもかかわらず、何らかの要因で誤答に転じたわけであり、とりわけPHの生徒において定着の悪い内容として注目に値するものである。特に、N34に関しては、上で述べたように、全体の正答率も下がっており、それがPHの生徒を中心にとりわけ顕著であったことになる。PHの生徒に対する指導という観点から、特に注意を要する問題といえよう。

ところで、表5-1と表6-1を一瞥してみると、両方の表において選び出されている問題の存在に気づく。そのような問題は、具体的にはN28A、N38、N39、N47の4題である。小数の乗除や文字式に関する問題が含まれている点が興味深い。これら4題は、他の潜在群に比して、誤答から正答への変容と正答から誤答への変容が共にPHにおいて顕著であった問題として位置づけられる。これらの問題では、PHの生徒を中心に、できたりできなかつたりの揺れが大きいことから、特にPHに対して、こうした問題の解決を重点的に取り入れたりして定着を図るとともに、正答への変容を促進できることが示唆されているといえよう。加えて、PHにおいて変動の大きかった問題は、いずれにしても正答率が低いのが大きな特徴である。つまり、PM、PLにおける習熟も基本的には悪いわけであり、これらの問題に対しては、引き続き全体的・継続的な指導が望まれているといえる。

## (2) 「潜在下位群：PL」の特徴

まず、PLにおいて誤答から正答への変容が顕著であった3題では、表5-2からもわかるように、1年次調査の時点で、全体の正答率が既に70%以上となっている。したがって、これらは全体的に易しい問題であり、達成度の高い問題であったことがわかる。PHの生徒の多くが、もともと1、2年次において正答であった点には留意する必要があるけれども、PLの生徒を中心に、比較的易しい問題のさらなる克服が図られたと解釈することができる。

N15は百分率を分数で表す問題である。また、N17Bは余りのあるわり算の問題であり、「1人

分のリボンの長さは15cmです。2mのリボンから何人分がとれるでしょうか。」(N17A)という問いの後で、リボンの余りを求める問題となっている。小学校での既習内容の理解がPLの生徒を中心に一層達成されたといえる。また、N24は文字式に関連し、特に式の値を求める問題となっている。

(1)における「潜在上位群：PH」に関する考察と同様に、これら3題も正答率が有意に上がっている28題にすべて含まれている。特に、N24、N15の2題は、表3にも示されているように、CR値の大きい上位10題の中にも含まれている。したがって、これらの問題では、主にPLの生徒の顕著な伸びが貢献して、全体の正答率の上昇が他の問題に比して有意な差となって現れたと解釈することができる。

一方、PLにおいて正答から誤答への変容が顕著であった5題も、2年次の全体の正答率が60%台から90%近くの比較的高正答率の問題であるのが特徴である。(表6-2参照) N8、N22は、いずれも小数のかけ算に関する問題であり、N16、N43は整数や小数に分数をかける問題である。特に、N16は単位の換算を含んでいる。また、N17Bは余りのあるわり算の問題であり、同じく単位の換算を含んでいる。これらの問題はすべて、小学校での既習内容であり、小数や分数に関わる問題が多かったことが特徴的である。それ故、PLの生徒を中心に、こういった問題の定着の悪さが指摘されるとともに、小学校での指導の充実や中学校での指導上の配慮が要求される。

加えて、(1)での考察と同様に表5-2と表6-2を照らし合わせると、両方の表において共通に選び出されている問題の存在に気づく。そのような問題は、具体的にはN17Bである。既に述べたように、この問題は余りのあるわり算において実際に余りを求める文脈となっている。PLの生徒を中心に、誤答から正答へ、あるいは正答から誤答へと揺れが大きい問題であるといえる。このような特徴をもった問題をさらに同定し、PLの生徒を中心に重点的に取り組ませることによって、その定着を図りながら、正答への変容を促進していくための一層の指導が望まれる。

## 5. 総合的考察

本論文では、東京、奈良、広島、福岡、長崎の5地区で実施した2か年にわたる調査データをもとに、「数」得点の変容に関する分析及びその考察を行った。以下では、「数」得点の変容の特徴に関する総合的考察を行い、数学教育に関する示唆を考究してまとめよう。

(1)日本の中学生の「数」得点は、1年次からすでに高いレベルにあり、その高いレベルを維持したままでイギリス、ドイツなどと比して遜色のない程度の伸びを示している。「潜在力」得点に関しては、イギリス、ドイツとあまり変わらないことから、「数」得点におけるこうした結果は、日本の算数・数学教育が効果をあげていることを示すものといえる。

(2)生徒全体の正答率において、統計的に有意な伸びを示している問題は28題検出された。その中でも特に顕著な伸びを示している問題には、次の2つの特徴があることがわかった。まず第1に、「平方根の計算」や文字式に関する「式の値」、あるいは「10の累乗を含む数計算」など、中学校数学の指導内容及びそれに深く関連した問題である。「真の値の範囲」に関するものも、これに含まれる。第2に、「小数と分数との相互関係に関する問題」や「小数のかけ算に関する問題解決」など、小学校高学年の数計算に関するもので1年次の正答率がそれほど高くなかった問題である。

(3)一方で、全体の正答率が下がっている問題も4題同定された。そのほとんどがわずかな正答率の低下であったが、概数に関する問題N34においては、生徒全体の18.5%が、正答から誤答に転じる結果となり、概数に関する学習の不安定さが浮かび上がった。一端定着したかにみえても、中学校数学の中であまり活用されなければ、その不安定さが露呈してくることが浮き彫りとなった。

(4)生徒を「潜在力」得点によって「潜在上位群：PH」「潜在中位群：PM」「潜在下位群：PL」に層化し、「数」得点の変容との関連を考察した。その結果、PHの生徒において、誤答から正答へ

の変容あるいは正答から誤答への変容が顕著にみられた問題群は、いずれも2年次の全体正答率が20%台から40%台を中心とする比較的低正答率のものであった。一方、PLの生徒において、誤答から正答あるいは正答から誤答への変容が顕著にみられた問題群は、いずれも全体の正答率が70%以上の比較的高正答率のものであった。このことから、数学学習に対する「潜在力」に着目しながら、これまで以上に個に応じた数学指導を展開することにより、定着を図りながら正答への変容を促進していくべきことが示唆される。さらに、そのような指導方法に関する示唆にとどまらず、上述のような問題群の存在が明らかになったことは、指導内容及びカリキュラム論に関わる示唆をも含んでいると考えられる。すなわち、同一のカリキュラムのもとで、一定の内容の理解や習熟を目指した数学学習の問題点が浮き彫りになっていることである。「潜在力」の高い生徒と低い生徒とでは、数学学習に対する適時性も異なってきて当然であり、指導内容及びカリキュラム論を視野に収めながら、個に応じた数学指導を展開していくことの必要性が示唆されているといえよう。

### [引用・参考文献]

- 岩原信九郎(1965),『新訂版・教育と心理のための推計学』,日本文化科学社.
- 植田敦三他(1997),「中学生の数学的能力の発達・変容に関する調査研究(1)」,全国数学教育学会,『数学教育学研究』,第3号.
- Burghes, D. & Blum, W. (1995), The Exeter-Kassel Comparative Project: A Review of Year 1 and Year 2 Results, Proceedings of a Seminar on Mathematics Education, The Gatsby Charitable Foundation, pp.13-24.
- Burghes, D. (1996), Kassel Project Year 3 Progress Report, Paper Presented at International Coordinators' Meeting on Mathematics Education, 6-8 September 1996, University of Exeter.



Research on Pupils' Progress  
of Mathematical Ability at Lower Secondary School Level (4)  
Considering the "Number" of Test Points

by

Shinji IIDA and Takeshi YAMAGUCHI  
Fukuoka University of Education

Tadao NAKAHARA  
Hiroshima University

Keiichi SHIGEMATSU  
Nara University of Education

Hideki IWASAKI, Atsumi UEDA and Masataka KOYAMA  
Hiroshima University

The authors administered the "number" of test composed of 50 problems developed by Kassel-Exeter Project to students in Tokyo, Nara, Hiroshima, Fukuoka and Nagasaki prefectures a year earlier to identify the students' progress in mathematical ability at lower secondary school level. Analysis of the test shows that Japanese students' progress is almost comparable with the students from other countries like England and Germany, which can be attributed to the effective teaching of Mathematics.

Aside from the overall analysis of the test scores, a longitudinal analysis of each problem was made. The analysis showed that Japanese pupils made remarkable progress in many problems but they showed corresponding regression on estimation of problems. Based on their points in a "potential" test, students were grouped as potentially high (PH), potentially medium (PM) or potentially low (PL). PH students exhibited high points in comparatively difficult problem items while PL students' showed progress in comparatively easy problem items. The observed regression could be attributed to the same kind of problem items. Important implications for the improvement of the teaching of Mathematics were identified.

## 資料「数」調査問題

時間は40分です。電卓は使用できません。

- 1)  $6 \times 40 = ?$
- 2) 12個のキャンディーを、3人の子どもに同じ数になるように分けます。1人分のキャンディーは、いくつでしょうか。
- 3) 私は、8時35分に家を出て学校へ出かけます。学校へ着くまでに、35分かかります。私は、何時に学校へ着くでしょうか。
- 4) 10円の色紙1枚と7円の色紙1枚とを買います。20円出すと、おつりはいくらでしょうか。
- 5) 下のようなおもちゃのお金で、31円のお菓子の代金をちょうど払うには、どのようなお金を使えばよいでしょうか。



- 6) 60gの4分の1は、いくらでしょうか。
- 7) 1枚3円の用紙があります。10円では何枚買えるでしょうか。
- 8) 1本が1.05mのテープの5本分の長さを求めなさい。
- 9) 200kgの10%を求めなさい。
- 10) 40kmの25%はいくらでしょうか。
- 11)  $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = ?$
- 12) 12ヶ月の $\frac{1}{4}$ は何ヶ月でしょうか。
- 13)  $900 \div 30 = ?$
- 14) 気温が $-5^{\circ}\text{C}$ から $+8^{\circ}\text{C}$ まで変わりました。気温はどれだけ上がりましたか。
- 15) 20%を分数で表しなさい。
- 16) 4メートルの $\frac{1}{10}$ は何cmですか。
- 17) 一人分のリボンの長さは15cmです。
  - (a) 2mのリボンから何人分がとれるでしょうか。
  - (b) そのとき、リボンはどれだけ余るでしょうか。
- 18) 15.755と15.762の間にある数で、小数第3位以下が0の数を言いなさい。
- 19) 長さ10mの木材から、長さ1m、2m40cm、3m75cmの木材を、それぞれ1本ずつ切り取ります。木材はいくら余るでしょうか。
- 20)  $60 \times 450 = ?$
- 21)  $\frac{1}{2} - \frac{1}{3} = ?$
- 22)  $70 \times 0.3 = ?$
- 23) ある石の重さの $\frac{2}{5}$ は20gです。その石の重さはおよそいくらでしょうか。

24)  $v = u + ft$  とします  $u=5$ 、 $f=-2$ 、 $t=4$  のとき、 $v$  の値を求めなさい。

25)  $\frac{1}{8}$  を百分率で表しなさい。

26) 箱を7つ積むと、高さが3.15mになります。11こ積むと、高さはいくらになるでしょうか。

27) 1年につき8%の利子がつく口座に、50円を預け入れます。1年後の利子はいくらでしょうか。

28) あるものの長さを測って、四捨五入したら27cmでした。

(a) 考えられる最大の長さはいくら未満でしょうか。

(b) 考えられる最小の長さはいくらでしょうか。

29)  $\frac{1}{2} \times \frac{4}{5} = ?$

30)  $\frac{1}{8}$  を小数で表しなさい。

31)  $490 \div 0.7 = ?$

32) 8kmはおおよそ5マイルです。3000メートルはおおよそ何マイルですか。

33)  $\frac{1}{3} + \frac{1}{9} = ?$

34)  $\frac{367 \times 27}{33}$  は、およそいくらですか。

35)  $(2.2 \times 10^2) + (0.4 \times 10^3)$  を計算しなさい。

36) ノートを定価の20%引きで買うと120円になります。定価はいくらですか。

37)  $s$  についての等式  $s = ut + \frac{1}{2}at^2$  が与えられています。  $u=10$ 、 $t=0.3$ 、 $a=20$  のとき、 $s$  の値を求めなさい。

38)  $\frac{64 \times 0.3}{0.32} = ?$

39)  $\frac{0.35 \times 73.2}{21} =$  の値はおおよそいくらですか。

40)  $(125)^{\frac{1}{3}}$  を計算しなさい。

41)  $(2.1 \times 10^2) \times (3 \times 10^4)$  を計算しなさい。

42)  $\frac{\sqrt{147}}{\sqrt{3}}$  をできるだけ簡単にしなさい。

43)  $2.4 \times 1\frac{1}{4}$  を計算しなさい。

44) 部屋の縦と横の長さを測って、四捨五入したら、縦が12m、横が6mになりました。

(a) 考えられる最大の広さはいくら未満でしょうか。

(b) 考えられる最小の広さはいくらでしょうか。

45) トラックの燃料タンクの全容量の8%は、9.60リットルです。燃料タンクの全容量はいくらでしょうか。

46)  $(4.2 \times 10^{-3}) + (0.7 \times 10^2)$  を計算しなさい。

47)  $a = 2$ 、 $b = -1$  とします。  $\frac{1}{H} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  のとき、 $H$  の値を求めなさい。