論　説

中学生の数学的能力に関する調査研究*

－「図形・関数」調査結果の分析－

山口武志**・飯田慎司**・中原忠男***・重松敬一****
岩崎秀樹***・植田敦三***・小山正孝***

要　約

本稿の目的は，カッセル・エグゼタープロジェクトによって開発された「図形・関数」調査問題を用いて，日本の中学生の達成度を調査し，今後の数学教育への示唆を得ることにある．471名の公立中学校3年生を対象に調査を実施した結果，日本の中学校3年生の「図形・関数」得点の平均は，「数」領域調査の場合と同様に，イギリス・ドイツなどに比べて高いことがわかった．また，問題ごとの正答率順位の比較によって，イギリス・ドイツなどに比べて相対的に達成度の高かった問題と低かった問題も同定された．

さらに，「潜在力」得点によって被験者を層化して比較した結果，数学学習に対する潜在力上位群および下位群の特徴がそれぞれ明らかになった．具体的には，潜在上位群と下位群の双方において，達成度の高かった問題と低かった問題が明らかになると同時に，両群の達成度に顕著な差がみられた問題群も同定され，個に応じた数学学習への示唆が得られた．

キーワード：カッセル・エグゼタープロジェクト，数学的能力の発達・変容，潜在力，達成学力，図形，関数

1．本研究の概要と本稿の目的

本稿は，カッセル・エグゼタープロジェクト（Kassel-Exeter Project，略称はKassExプロジェクト）の日本における研究結果の第5報である．このプロジェクトは中学生の数学的能力を潜在力と達成学力の両面から捉え，その発達・変容を多くの国において継続的に調査・分析し，その検討を通してよりよい数学教育に向けての提言を行うことを目的としている．

KassExプロジェクトでは，イギリス，ドイツをはじめ17か国が参加して，潜在力調査問題（Potential Test）と，領域調査問題（Topic Tests:「数」「図形・関数」「代数」「データ処理」「数学の応用」の5領域の問題が各国共通に用意された）および質問紙を用いた調査研究が実施された．

日本においては中原が代表者となって，この研究を進めている．そして，1995年から2か年に渡って，東京・奈良・広島・福岡・長崎の5地区の公立中学校2,3年生を対象として次のような調査を実施した．

A．「潜在力」の調査を同一の生徒に対して2か年に渡って行う．

B．「数」の調査を同一の生徒に対して2か年に渡って行う．

C．「図形・関数」の調査を行う．

D．質問紙調査を行う．

本研究の(1)（植田他,1997）では，1995年に実施した「潜在力」調査と「数」調査の結果を報告している．その結果，日本の中学校2年生の「数」得点の平均はイギリス・ドイツなどに比べてかなり高く，「数」領域において優れた達成度を示していることがわかった．その一方で，「潜在力」得点の平均はイギリス・ドイツなどに比べてやや高いものの，ほぼ同程度であったことも明らかになっている．

また，本研究の(2)（飯田他,1997）および(4)（飯田他,1999）では，1年次から2年次に渡る「数」得点の変容を分析している．そこでは，1年次の

* 平成12年10月12日受付，平成13年1月23日決定
** 福岡教育大学
*** 広島大学
**** 奈良教育大学

「潜在力」得点によって被験者を層化した上で，「潜在力」の高い生徒および低い生徒の「数」得点の変容の特徴を明らかにし，個に応じた数学指導への示唆を得ている．さらに，本研究の(3)（岩崎他, 1998）では，潜在力は学年進行とともに有意に上昇し，学習に依存することが明らかになっている．

本稿はこれらに続くものであり，主として上記C「図形・関数」に関する調査報告およびその分析を目的とするものである．

2．「図形・関数」調査の概要

「図形・関数」調査は，２年次調査の一環として，1996年６，７月に奈良・広島・福岡の３地区で実施された．分析の対象となった被験者は１年次調査と同一生徒であり，その総数は上記３地区の公立中学校３年生471名である．問題の回答時間は40分であり，分度器と電卓の使用は認められていない．また，問題が易から難へと配列されており，難しい問題をとばしてもよいことが伝えられている．加えて，関連のある公式集（末尾の資料１参照）がプリントとして配布された．

「図形・関数」調査問題は50の問題群から構成されており，それらの詳細は末尾の資料２に示すとおりである．これら50の問題群は「(A)角度」「(B)図形の対称」「(C)長さ」「(D)面積・体積」「(E)座標とグラフ」「(F)関数と式」の６つの問題領域に大別され，表１のように分類できると考えられる．ただし，これらの分類はわが国の被験者の実態を把握するために便宜上設けられたものであることを予め断っておきたい．

表１「図形・関数」調査問題の分類（50題）

問題の種類	問　題　番　号
角　度（７題）	S 3, S 7, S 8(a), S 8(b), S 8(c), S 15(b), S 15(c)
図形の対称（８題）	S 5(a 1), S 5(a 2), S 5(a 3), S 5(b), S 10(a 1), S 10(a 2), S 10(b 1), S 10(b 2)
長さ（４題）	S 2(a), S 9(a), S 9(b), S 15(a)
面積・体積（７題）	S 2(b), S 4, S 6(a), S 6(b), S 13(a), S 13(b), S 20
座標とグラフ（12題）	S 1(a 1), S 1(a 2), S 1(b), S 11(a), S 11(b), S 12(a), S 12(b), S 12(c), S 17(b), S 17(c), S 19(b), S 19(c)
関数と式（12題）	S 14(a 1), S 14(a 2), S 14(a 3), S 14(b), S 16(1), S 16(2), S 16(3), S 16(4), S 17(a), S 17(d), S 18, S 19(a)

（注：他の領域調査問題と区別するために，問題番号の前に「S」をつけている．）

これら「図形・関数」調査問題は，KassEx プロジェクトにおいて開発されたものである．そのため，日本の実状に合わない問題や，調査の段階では未習であった内容も若干含まれている．例えば，与えられた角の正弦を求める問題[S 15(b)]，与えられた不等式の領域を図示する問題[S 17(d)]，相似比と体積比に関する問題[S 20]などがそれらである．しかし，調査に参加した国々の調査条件を均一にするという立場から，これらの問題は，そのまま調査問題として採録されている．

3．調査結果の概要

（１）全体的な傾向

「図形・関数」調査問題の採点にあたっては，KassEx プロジェクトの採点基準に準じて，50問の調査問題の各々に対して，正答であれば１点を与え，誤答や無答であれば０点としている．以下では，その得点を「図形・関数」得点とよぶことにする．採点の結果，「図形・関数」得点は０点から46点にわたって分布しており，被験者全体の平均は27.3点，標準偏差は10.1であった．

日本では「図形・関数」調査を２年次（中学校３年生を対象）に実施したが，イギリス・ドイツを中心とする主な参加国の２年次データ（Burghes, 1996, p. 3）と比較したものが表２である．

表２　各国の「図形・関数」得点の平均(点)

	ドイツ	スコットランド	イギリス	日　本
平均	17.3	18.6	19.9	27.3

他方，既報（植田他, 1997；飯田他, 1997；1999）において論じられているように，「図形・関数」調査は５つの「領域調査」の１つであり，こうした領域調査の達成度の基盤になる能力として位置づけられているのが「潜在力」である．潜在力は，末尾の資料３に示す「潜在力」調査問題（26点満

点）によって測定されるが，各国の 1 年次の潜在力得点の平均を比較したものが表 3 である．

表 3　各国の 1 年次の「潜在力」得点の平均(点)

	ドイツ	スコットランド	イギリス	日　本
平均	13.7	12.7	12.5	15.1

（注：なお，日本の平均は，「図形・関数」調査を受験した 471 名の得点の平均である.）

表 3 からわかるように，「図形・関数」調査を受験した日本の被験者 471 名の潜在力得点の平均は，イギリス・ドイツなどに比べてやや高いものの，4 カ国の間に大きな差はみられず，潜在力はほぼ同程度であったと考えられる．それに対し，表 2 に示すように，日本の「図形・関数」得点の平均は，イギリス・ドイツなどに比べてかなり高く，日本の被験者の「図形・関数」領域における達成度は優れているといえる．このような傾向は，「数」領域調査においても同様であったことが既に報じられている（植田他,1997,p.168)．したがって，「図形・関数」調査や「数」調査のような「領域調査」において高い達成度を示している日本の現状は，日本の算数・数学教育が一定の効果をあげていることを示すデータとして，注目に値するものであろう．

（2）「図形・関数」領域の問題別正答率とその考察

「図形・関数」調査の問題別正答率を示したものが表 4 である．イギリス・ドイツなどで実施した予備調査結果に基づいて，調査問題は易しい問題から難しい問題へと配列されている．したがって，問題の配列順位と正答率順位との差を比較することで，日本の被験者の特徴が相対的に明らかになると考えられる．そこで，問題の配列順位と正答率順位との差（配列順位－正答率順位）が 15 以上であった問題を抽出した結果が表 5 である（差が同じであった場合には正答率順に示している)．表 5 からわかるように，問題の配列順位に比べて正答率順位がよくなっている問題は，「(E)座標とグラフ」と「(F)関数と式」に集中していることがわかる．これらの問題は，イギリス・ドイツなどに比べて比較的達成度のよかった問題として特徴づけられる．

表 4　「図形・関数」調査の問題別正答率（%）

問　題	正答率	問　題	正答率	問　題	正答率
S 1(a 1)	98.3	S 9(a)	62.8	S 15(a)	11.7
S 1(a 2)	97.5	S 9(b)	46.3	S 15(b)	0.2
S 1(b)	93.0	S 10(a 1)	76.0	S 15(c)	0.0
S 2(a)	63.3	S 10(a 2)	82.8	S 16(1)	53.5
S 2(b)	72.8	S 10(b 1)	85.4	S 16(2)	62.8
S 3	88.5	S 10(b 2)	76.6	S 16(3)	57.3
S 4	61.4	S 11(a)	49.3	S 16(4)	48.6
S 5(a 1)	43.9	S 11(b)	53.3	S 17(a)	56.5
S 5(a 2)	42.5	S 12(a)	85.6	S 17(b)	76.0
S 5(a 3)	56.9	S 12(b)	75.8	S 17(c)	35.5
S 5(b)	61.1	S 12(c)	57.7	S 17(d)	5.1
S 6(a)	76.2	S 13(a)	60.7	S 18	31.8
S 6(b)	51.0	S 13(b)	11.5	S 19(a)	38.2
S 7	53.7	S 14(a 1)	49.0	S 19(b)	18.0
S 8(a)	90.2	S 14(a 2)	54.8	S 19(c)	11.0
S 8(b)	90.2	S 14(a 3)	44.6	S 20	0.6
S 8(c)	83.2	S 14(b)	31.6		

表5　問題の配列順位と正答率順位の差が大きかった問題

問　題	配列順位	正答率順位	差	領域	問　　題
S 17(b)	43	14	+29	E	y＝3x－1のグラフとy軸との交点のy座標
S 16(2)	39	19	+20	F	y＝x＋1のグラフを選ぶ
S 12(a)	26	7	+19	E	グラフから0400時の水位を求める
S 16(3)	40	24	+16	F	y＝1－xのグラフを選ぶ
S 17(a)	42	26	+16	F	y＝3x－1のグラフの傾きを求める
S 13(b)	30	45	－15	D	半径10 cm，高さ8 cmの円柱の表面積を整数値で
S 5(a 3)	10	25	－15	B	対称軸が1本のアルファベット(T)
S 9(b)	19	35	－16	C	円の面積が314 m²のときの半径
S 6(b)	13	31	－18	D	L字型の金属棒の体積
S 5(a 2)	9	38	－29	B	対称軸が1本のアルファベット(A)
S 5(a 1)	8	37	－29	B	対称軸が1本のアルファベット(M)

(領域)　A：角度　B：図形の対称　C：長さ　D：面積・体積　E：座標とグラフ　F：関数と式

一方，問題の配列順位に比べて正答率順位が悪かった問題は，「(B)図形の対称」や「(D)面積・体積」の問題に多い．いずれの問題も小学校での既習内容であるが，イギリス・ドイツなどに比べて，相対的に習熟や定着の悪い問題として特徴づけられよう．

4．「潜在力」得点による層化に基づく考察

(1) 分析の視点

分析にあたって，被験者全体の動向を把握することは勿論重要であるが，全体の正答率には現れにくい，ある特定の被験者層に顕著な特徴を同定することも本研究にとっては意義深いことである．そのためには，被験者を層化する基準や方法が必要になるが，既に論じられているように，基礎学力としての潜在力得点による層化が最も妥当と考えられる(植田他，1997，p.169；飯田他，1997，p.181)．実際，KassEx プロジェクトの代表メンバーであるバージェス (Burghes, D.) 教授らも，「潜在力テストの目的は，生徒の数学における潜在力の測定である．このテストは12才から15才の生徒を対象に，基礎的な数学技能を測定する」(Burghes & Blum, 1995, p. 15) と述べている．

そこで，同プロジェクトの層化方法に準じて，被験者全体を1年次の潜在力得点によって，潜在3群［潜在上位群(PH)・潜在中位群(PM)・潜在下位群(PL)］にほぼ均等に層化したところ，表6のようになった．以下では，この層化に基づきながら，正答率などにみられる顕著な特徴を潜在群ごとに考察してみたい．

表6　潜在力得点による層化

潜在群	潜在力得点(点)	人数(人)
上位群 PH	$18 \leqq p \leqq 26$	138
中位群 PM	$14 \leqq p \leqq 17$	156
下位群 PL	$0 \leqq p \leqq 13$	177

(2) 分析結果とその考察

潜在3群ごとに各問題の正答率を算出して比較したところ，次のような傾向が同定された．まず，PHとPLの双方において75％以上の高い正答率を示した問題は，表7(A)に示すように計6題抽出された．表7(A)からもわかるように，これら6題には，二等辺三角形の底角から頂角を求める問題［S 3］や，平行線の錯角の性質・三角形の内角の和が180°になることを用いて角度を求める問題［S 8(a)，(b)］，点の座標を求めたり，与えられた座標を満たす点を図示する問題［S 1(a 1)，(a 2)，(b)］が含まれる．いずれも，基本的な内容の習熟がPH，PLの双方で十分達成された問題と解釈できる．

また，未習問題以外で，PHとPLの双方において正答率が30％以下の低正答率であった問題も1題ながら抽出された．それは，「半径が10 cmで高さが8 cmの円柱の表面積を最も近い整数値で答える問題」［S 13(b)］である．小学校での学習内容であるが，PHでも23.9％の正答率にとどまり，無答も36.7％に及ぶ．加えて，この問題は表5において抽出された問題でもある．したがって，S 13(b)は，PHとPLの双方において達成度が特に低く，さらに，イギリス・ドイツなどに比べても相対的に

表 7　PH と PL の正答率(%)に顕著な特徴のあった問題

(A) PH と PL の双方において正答率が 75 %以上であった問題

問題	領域	問　題　内　容	全体	PL	PH
S 1(a 1)	E	座標平面上の点の x 座標を求める	98.3	96.0	100.0
S 1(a 2)	E	座標平面上の点の y 座標を求める	97.5	93.8	100.0
S 1(b)	E	点 B(6,5) を座標平面上に表す	93.0	85.3	96.4
S 8(a)	A	平行線の錯角の性質を用いて角度を求める	90.2	83.1	95.7
S 8(b)	A	三角形の内角の和が 180° であることを用いて角度を求める	90.2	80.2	96.4
S 3	A	二等辺三角形の性質を用いて頂角を求める	88.5	78.5	95.7

(B) PH と PL の双方において正答率が 30 %以下であった問題（未習問題を除く）

問題	領域	問　題　内　容	全体	PL	PH
S 13(b)	D	半径 10 cm, 高さ 8 cmの円柱の表面積を整数値で求める	11.5	4.0	23.9

(C) PH と PL の正答率の差が 50 %以上であった問題(PH と PL の正答率の差が大きい問題順)

問題	領域	問　題　内　容	全体	PL	PH
S 11(a)	E	ジョギングの場面において，時間と距離の関係をグラフに表す	49.3	17.5	85.5
S 11(b)	E	ジョギングの場面において，1時間後に進んだ距離を求める	53.3	24.3	88.4
S 17(c)	E	$y=3x-1$ のグラフと x 軸との交点の x 座標	35.5	9.6	71.0
S 14(a 3)	F	$y=x$ のグラフをかく	44.6	17.5	78.3
S 6(b)	D	L 字型の金属棒の体積を求める	51.0	19.8	79.7
S 9(b)	C	サーカスの輪の面積が 314 m²のときの半径	46.3	16.9	75.4
S 14(b)	F	$y=x$ に平行な直線の方程式を 1 つあげる	31.6	7.9	64.5
S 19(a)	F	$y=2x^2-2$ の表を完成させる	38.2	14.7	68.8
S 17(a)	F	$y=3x-1$ の傾きを求める	56.5	31.1	82.6

（領域）　A:角度　B:図形の対称　C:長さ　D:面積・体積　E:座標とグラフ　F:関数と式

習熟の悪かった問題として特徴づけられる．その原因として，計算の複雑さとともに，表面積を「最も近い整数値」で求めることがあげられる．飯田他(1997, p.185)でも，日本の被験者の「概数」に関する達成度の低さが指摘されており，概数指導の充実が一層望まれる．

さらに，PHとPLの正答率の差が 50%以上であった問題も，表 7(C) に示すように 9 題抽出されている．例えば，「よし子さんは毎時 12 kmの速さでジョギングをする．10 分走るごとに 10 分間休まなければならない．」という場面で，時間と距離の関係を表すグラフをかく問題[S 11(a)]や，$y=3x-1$ のグラフと x 軸の交点の x 座標を求める問題［S 17(c)］，$y=x$ のグラフをかく問題［S 14(a 3)］などがそれらに含まれる．

これらの問題は，いわばPHの達成度に比べてPLの達成度が低い問題群であり，「(E)座標とグラフ」，「(F)関数と式」の問題が比較的多い．この 2 領域におけるやや難しい問題においてこうした傾向が同定された．さらに，細かくみてみると，S 6(b)「L 字型の金属棒の体積を求める」とS 9(b)「サーカスの輪の面積が 314 m²のときの半径を求める」の 2 題は，表 5 の下段に抽出された問題でもある．このことから，イギリス・ドイツなどに比べて相対的に達成度の低かった要因が，PLを中心とする層にあったといえよう．2 題とも小学校の既習内容であるにもかかわらず，PLでは定着していない内容として注目したい．

一方，S 17(a)「$y=3x-1$ の傾きを求める」問題は，表 5 の上段に抽出されている．つまり，イ

ギリス・ドイツなどに比べて日本の被験者の達成度が相対的に高かった問題として特徴づけられてはいるものの，そうした傾向はPHにおける高い達成度によるものであり，PLではそれほど定着が図られていない問題として注意を要する．また，S 19(a)「$y=2x^2-2$ の表を完成させる」問題は，調査実施時には未習であったが，PHでは約70%の生徒が既に正答に至っている．PHの生徒は，未習内容であっても，関数の意味に照らし合わせながら，１次関数からの類推によって十分対応できることが示唆される．

いずれにせよ，S 17(a)の問題が中学校における基本的な内容であることや，PHとPLの間で正答率の差が大きかった問題が「(E)座標とグラフ」「(F)関数と式」に比較的多かったことを考えると，PLを中心に「関数」領域の内容の定着の困難さが推察される．

（３）誤答に着目した分析

他方，こうしたPH，PLの正答率の分析に加え，誤答に着目した質的分析も生徒の思考傾向を把握する上で興味深い．全体の３%以上の生徒が回答した誤答を抽出して分析したところ，２つの誤答の傾向を見い出すことができる．

１つは，「問題を単純化することによって得られる誤答」である．例えば，Ｌ字型の金属棒の底面積や体積を求める問題［S 6］において，与えられた数値を単純に計算して誤答を得る場合や，前述のジョギング問題の「１時間後に進んだ距離」を求める問題［S 11(b)］に対して，単に「12 km」と回答する誤答が指摘される．また，「$x=-2$」や「$y=1$」のグラフをかく問題［S 14(a 1)，(a 2)］に，点$(-2,0)$や点$(0,1)$と回答する者が，それぞれ13.4%，12.7%存在していたことも，こうした生徒の思考を伺わせる結果といえる．

もう１つの誤答のタイプは，「関連する知識の不適切な適用によって得られる誤答」である．例えば「サーカスの輪の面積が314 m²のとき，半径は何mか」という問題［S 9(b)］において，「$314\div3.14=100, 100\div2=50$」と回答した者が6.8%であった．これは円周の公式を誤って適用することによって得られる誤答である．また，正五角形の一内角を求める問題［S 7］で，中心角あるいは外角を５等分し，72°(360÷5)とする誤答が8.9%となっている．

こうした２つのタイプの誤答は，PHとPLの正答率の差が30%以上であった問題に比較的多いことも注目される．PLを中心に指導の充実が望まれる問題群といえよう．

５．本稿のまとめ

本稿では，２年次に実施した「図形・関数」調査の分析およびその考察を行った．主な結果をまとめると次の４点になる．

(1)　日本の被験者の「図形・関数」得点の平均は，イギリス・ドイツなどに比べてかなり高いものであった．「潜在力」得点においては大差がないことから，日本の算数・数学教育の効果が基本的には現れているといえよう．

(2)　各問題の全体正答率に着目してみた場合，与えられた１次関数の式からそのグラフを同定する問題や，与えられたグラフをよむ問題などの正答率順位は，イギリス・ドイツなどのそれに比べて相対的に良かったといえる．こうした結果は，日本の関数指導の充実を示唆するものである．逆に，アルファベットの対称軸に関する問題や，円柱の表面積を最も近い整数値で求める問題，円の面積から半径を求める問題，Ｌ字型の金属棒の体積を求める問題の正答率順位は，相対的に悪い．小学校での既習内容であっても，活用されなければその定着が難しいといえる．

(3)　被験者を「潜在力」得点によって「潜在上位群(PH)」「潜在中位群(PM)」「潜在下位群(PL)」に層化し，問題ごとの正答率の検討を行った．その結果，二等辺三角形の底角から頂角を求める問題や，平行線の錯角の性質や三角形の内角の和が180°になることを用いて角度を求める問題，点の座標を求めたり，与えられた座標を満たす点を図示する問題では，PHとPLの双方において高い正答率を示している．一方，円柱の表面積を整数値で近似する問題の達成度は双方において低い．さらに，PHとPLの間で大きな正答率の差がみられた問題も９題同定された．これら９題は「(E)座標とグラフ」「(F)関数と式」の問題が多く，「関数」領域におけるやや難しい内容において，

PLの定着が悪い．PLの生徒たちに対しては，こうした内容について，丁寧な指導を行う必要があろう．

(4) 誤答分析によって，２つの誤答のパターンが同定された．１つは「問題を単純化することによって得られる誤答」であり，もう１つは「関連する知識の不適切な適用によって得られる誤答」である．また，そのような誤答の特徴は，PHとPLの正答率の差が30％以上であった問題に顕著に現れており，そうした誤答に対する指導がPLを中心に求められる．

本稿までの一連の研究では，領域調査と潜在力調査の関連を領域調査ごとに考察してきた．領域調査の関連を総合的に分析することは今後の課題である．

［注］

1）本論文における分析では，統計パッケージ「HAL-BAU」(現代数学社）を使用している．

2）本研究は，平成７～９年度科学研究費補助金・基盤研究(B)(1)(研究代表者：中原忠男，課題番号 07308020)の助成を受けて行われたものである．

［謝辞］

調査にご協力いただきました各地区の中学校の先生方ならびに生徒の皆様に厚く御礼申し上げます．

［引用・参考文献］

植田敦三・中原忠男他．「中学生の数学的能力の発達・変容に関する調査研究(1)－１年次「潜在力」及び「数」調査結果の分析－」．全国数学教育学会誌・数学教育学研究．第３巻．1997．pp.165-177．

飯田慎司・山口武志他．「中学生の数学的能力の発達・変容に関する調査研究(2)－「数」得点の変容について－」．全国数学教育学会誌・数学教育学研究．第３巻．1997．pp．179-187．

岩崎秀樹・植田敦三他．「中学生の数学的能力の発達・変容に関する調査研究(3)－「潜在力」の変容に関する誤答の分析－」．全国数学教育学会誌・数学教育学研究．第４巻．1998．pp.209-217．

飯田慎司・山口武志他．「中学生の数学的能力の発達・変容に関する調査研究(4)－「数」得点の変容に関する特徴の分析－」．日本教科教育学会誌．第21巻第４号．1999．pp.35-44．

Burghes, D & Blum, W., The Exeter-Kassel Comparative Project: A Review of Year 1 and Year 2 Results, *Proceedings of a Seminar on Mathematics Education*, The Gatsby Charitable Foundation, 1995, pp. 13-24.

Burghes, D., Kassel Project Year 3 Progress Report, *Paper Presented at International Coordinators' Meeting on Mathematics Education*, 6-8 September 1996, University of Exeter.

［資料１］公式集

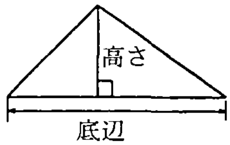
以下の公式を使ってもいいです．πは 3.14 とします．

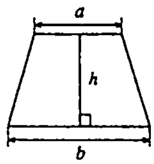
三角形の面積

$=\dfrac{\text{底辺}\times\text{高さ}}{2}$

台形の面積

$=\dfrac{1}{2}(a+b)h$





円周の長さ

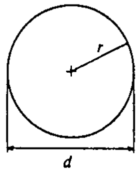
$=\pi d=2\pi r$

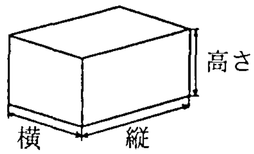
円の面積

$=\pi r^2$

直方体の体積

＝縦×横×高さ





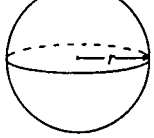
球の表面積＝$4\pi r^2$

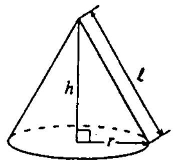
球の体積　$=\dfrac{4}{3}\pi r^3$

円すいの側面積＝πrl

円すいの体積

$=\dfrac{1}{3}\pi r^2 h$





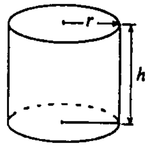
円柱の体積＝$\pi r^2 h$

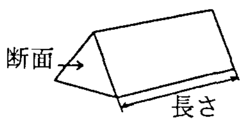
円柱の表面積

$=2\pi rh+2\pi r^2$

三角柱の体積

＝断面の三角形の面積
×長さ





角すいの体積

$=\dfrac{\text{底面積}\times\text{高さ}}{3}$

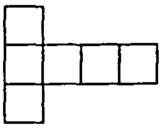
［資料２］「図形・関数」調査問題

時間は40分です．できるかぎり多くの問題に答えて下さい．計算は余白のところにして下さい．難しい問題は，とばしてもいいです．問題はだんだんと難しくなります．公式集を見てもいいです．

1.(a) Aの座標を書きなさい．（注：図に示された点A (3,2) のx座標とy座標を求める問題．図は省略．なお，x座標をS1(a1), y座標をS1(a2)とする．）

(b) Bは点 (6,5) です．上の方眼に，点Bを記入しなさい．（図は省略．）

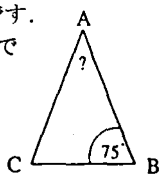
2. 下の図のように，１辺の長さが１㎝の正方形を６つ並べます．



(a) この形の周囲の長さはいくらですか．

(b) この形の総面積はいくらですか．

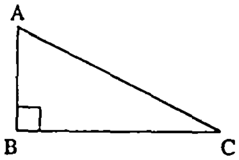
3.AB=AC, ∠ABC=75°です．∠CABの大きさは何度ですか．



4. 下の図で，∠ABCは直角です．

AB= 4 m

BC= 5 m



この三角形の面積はいくらですか．

5.

MATHS

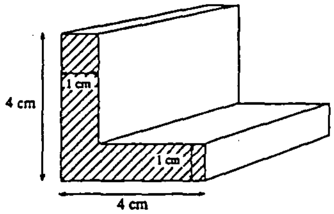
(a) 上の文字のうちで，対称の軸が１本だけのものはどれですか．（注：MをS5(a1), AをS5(a2), TをS5(a3)）

(b) 上の文字のうちで，対称の軸が２本のものはどれですか．

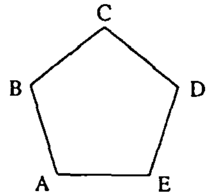
6. 下の図は金属の棒を示しています．

(a) 斜線の部分の面積は何㎝^{2}ですか．

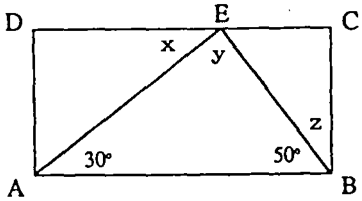
(b) その棒の長さは12㎝です．その棒の体積は何㎝^{3}ですか．



7.ABCDEは正五角形です．内角∠ABCの大きさは何度ですか．



8.ABCDは長方形です．EはDC上の点です．



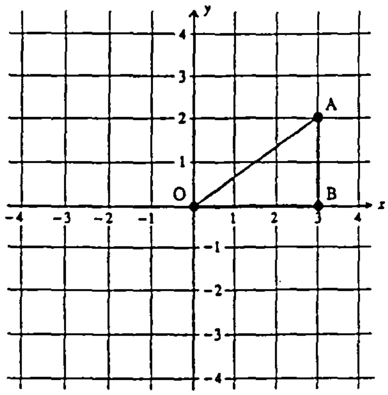
次の角の大きさを求めなさい．

(a) x　(b) y　(c) z

9.(a) あるサーカスの輪は，直径15メートルの円になるように設計されています．その輪の円周は何メートルですか．

(b) 別のサーカスの輪の面積は314 m^{2}です．この輪の半径は何メートルですか．

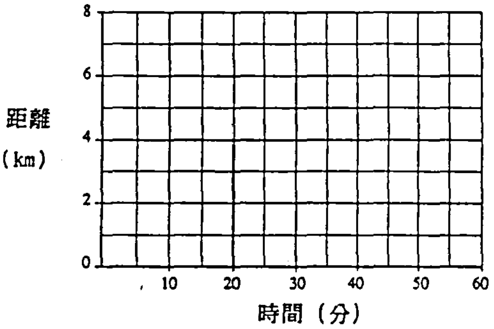
10.



(a) 三角形OABをy軸について対称移動します．点Aに対応する点A'の座標はいくらですか．（注:x座標をS10(a1), y座標をS10(a2)とする．）

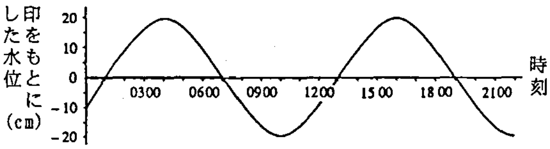
(b) 三角形OABを点Oを中心として180°回転します．点Aに対応する点A"の座標はいくらですか．（注：x座標をS10(b1), y座標をS10(b2)とする．）

11.(a) よし子さんはジョギング大会に参加しています．彼女は毎時 12 ㎞の速さで走りますが，10 分走るごとに 10 分間休まなければなりません．彼女の進みぐあいを示すように，時間と距離の関係を表すグラフをかきなさい．



(b) 彼女は，1時間後にどれだけ進みましたか．

12. ある港では，水位の上下が岸壁につけられた印をもとに，毎日規則正しい間隔で記録されます．下のグラフは，1日の水位の変化を示しています．



(a)04 00 時の水位は，およそいくらですか．

(b)15 00 時の水位は，およそいくらですか．

(c) 水位がはじめて印の下 20 ㎝になるのは，およそ何時ですか．

13. 半径が 10 ㎝，高さが 8 ㎝の円柱があります．

(a) その円柱の体積は何cm^3ですか．

(b) その円柱の表面積は何cm^2ですか．最も近い整数値で答えなさい．

14.(a) 上の方眼に，次の方程式が示す直線をかきなさい．（方眼は省略．）

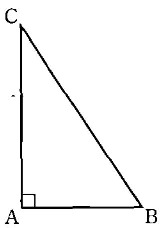
(i) $x=-2$　(ii) $y=1$　(iii) $y=x$

各直線にはっきりと記号をつけなさい．

（注 :(i) から順に S14(a1), S14(a2), S14(a3) とする．）

(b) $y=x$ に平行な直線の方程式を１つ書きなさい．

15. 三角形 ABC は直角三角形です．BC ＝ 13 ㎝，AC ＝ 12 ㎝です．

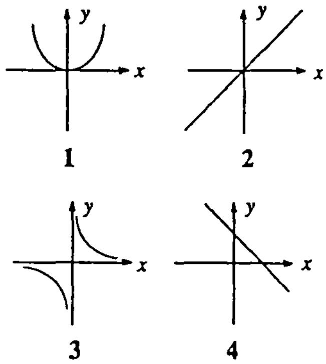


(a)AB の長さはいくらですか．

(b) ∠ ABC の正弦はいくらですか．

(c) ∠ ABC の大きさは，およそ何度ですか．

16.



上の各グラフは，下のどの関数を表していますか．表の中に記号で答えなさい．（表は省略．）

A：$y=x$，B：$y=x+1$，C：$y=1-x$，D：$y=x^2$，E＝$\frac{1}{x}$

17. 下の図は，$y=3x-1$ のグラフを表しています．（図は省略．）

(a) この直線の傾きはいくらですか．

(b) この直線が y 軸と交わる点の y 座標はいくらですか．

(c) この直線が x 軸と交わる点の x 座標を求めなさい．

(d) 次のすべての不等式を同時に満たす領域を，上の図に斜線をつけて示しなさい．

(i) $x \geqq 0$　(ii) $x \leqq 1$

(iii) $y \geqq -2$　(iv) $y \leqq 3x-1$

18. 座標が $x=1$，$y=2$ である点を通り，傾きが -1 である直線の方程式を求めなさい．

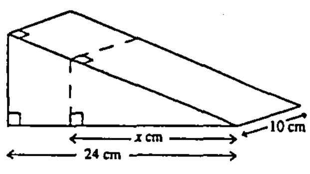
19.(a) $y=2x^2-2$ について，下の表を完成させなさい．

x	−3	−2	−1	0	1	2	3
y							

(b) 上の表を用いて，$-3 \leqq x \leqq 3$ の範囲で，$y=2x^2-2$ のグラフをかきなさい．（図は省略．）

(c) グラフを用いて，$y=10$ のときの x のおよその値を求めなさい．

20. 下の図は，角柱のチーズを半分に切ったものを示しています．図の点線のように１回切ることによって，体積が等しくなるように２等分します．x の値を求めなさい．根号√を使ってもいいです．



［資料３］「潜在力」調査問題

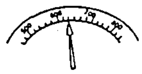
電卓を使ってはいけません。時間は 40 分です。

１）下の数の列の次にくる数は、何だと思いますか。

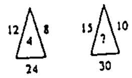
25　20　15　10

２）ある女の子が 100 円持っていました。彼女は、その後、50 円もらい、そして 70 円使いました。今、彼女は何円持っていますか。

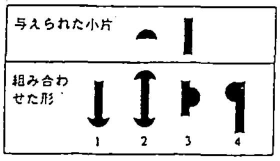
３）矢印は、どの数を指していますか。



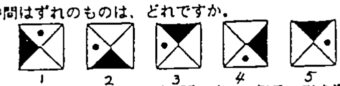
４）欠けているところ（？のところ）の数は、何だと思いますか。



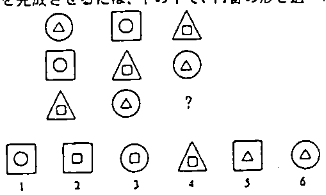
５）与えられた２つの小片から、作ることのできるものは、下に示された形の中の何番ですか。すべてあげなさい。（各小片は、それぞれの形で一度しか使えないとします。）



６）仲間はずれのものは、どれですか。



７）パターンを完成させるには、下の中で、何番の形を選べばよいですか。



８）私は、ある数を思い浮かべています。その数を２倍し、そして１７を引きます。すると、その答は４５になります。そのある数は何ですか。

９）右の立体図形には、面はいくつありますか。

10）５つの文字 A, B, C, D, E を横に５列、縦に５列並べようと思います。それぞれの横と縦の列は各文字をちょうど一度だけ含まなければなりません。はじめの３つの横の列が与えられています。あと２つの横の列をつけ加えて、この並べ方を完成しなさい。

A	B	C	D	E
C	A	D	E	B
B	C	E	A	D

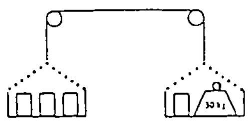
11）黒と白の碁石の入った袋があります。

袋Ａ：黒石 12 個と白石 4 個　　袋Ｂ：黒石 20 個と白石 20 個

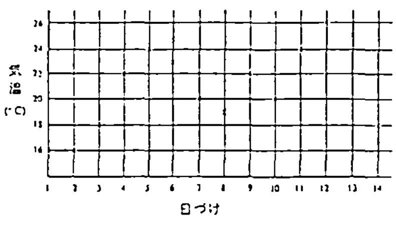
袋Ｃ：黒石 20 個と白石 10 個　袋Ｄ：黒石 12 個と白石 6 個

あなたは、（目を閉じて）袋から１個の碁石を取り出します。黒の碁石が一番でやすいのはどの袋ですか。

12）下の箱は、どれも同じ重さです。はかりは、つり合っています。１箱の重さはいくらですか。



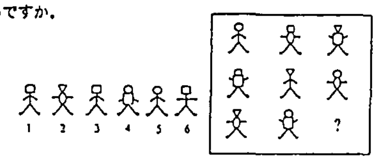
13）下の図は、行楽地の７月初めの２週間のそれぞれの日の最高気温を示しています。最高気温が少なくとも 20°C あった日は、何日ありますか。



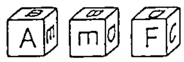
14）下の数の列の次にくる２つの数は、何だと思いますか。

6　9　18　21　42　45

15）右の枠内に示すパターンを完成させるには、下の中で、何番の形を選べばよいですか。



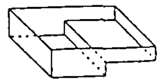
16）下の図は同じ立方体を３方向から見たものです。立方体の表面には、文字 A, B, C, D, E, F があります。文字 E がある面の反対の面には、何の文字がありますか。

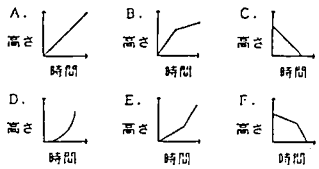


17）庭師が箱状の種床に、種を植えています。彼女は 20 箱の種床を持っており、それぞれの種床を植え終わるのに、少なくとも 10 分間かかります。彼女は、朝７時 30 分に仕事を始めます。彼女がすべての種床の４分の３を植え終わるのは、早ければ何時ですか。

18）立方体の各辺の長さが３倍になったとき、その表面積はどのように変わりますか。

19）下のような水泳プールに、一定の割合で水が入ります。時間の変化に伴う水の高さのふえ方をもっともよく表しているグラフは、下のうちのどれですか。



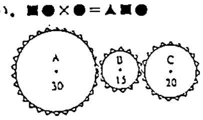


20）潜水艦には、乗組員 25 人が６ヶ月間生活できるだけの食料があります。それらの食料で 60 人の乗組員は、どのくらいの期間生活できますか。

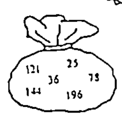
21）アン, ベッキー, ジェーンはアパートの隣り合った部屋に住んでいます。ベッキーは真ん中の部屋です。彼女らの職業は、薬剤師、ニュース・キャスターそして水道屋です。ただし、順番は必ずしもこのとおりではありません。ニュース・キャスターは週末、ジェーンが外出しているとき、彼女の猫にえさをやります。薬剤師はジョギングに行きたいとき、自分の部屋からアンの部屋の壁を軽くたたきます。それぞれの人の職業は何ですか。

22）下のかけ算において、それぞれの記号は異なる数字を表しています。それぞれの記号が表す数字を見つけなさい。■●×●＝▲■●

23）下の図は、同時に動く３つの歯車を示しています。歯の数は、それぞれの歯車の中央に示されています。歯車 A が６回転したら、歯車 C は何回転しますか。



24）この袋の中の数で、仲間はずれの数はどれですか。



25）太郎、正男、健太は、合計 575 円持っており、それを彼らの間で分け合います。彼らは、太郎が正男より 19 円多く受け取り、正男が健太より 17 円多く受け取ることに同意しています。太郎は、いくら受け取りますか。

26）袋の中に、５種類の異なるお菓子が入っています。（目を閉じて）その袋から、同じ種類のお菓子を少なくとも３個確実に取り出すには、最低、何個のお菓子を取り出せばよいですか。