

機電連成効果による回転軸系の  
振動安定性に関する研究

2009年2月

広島大学大学院工学研究科機械システム工学専攻  
(指導教授 中川紀壽)

長 井 直 之

# 目 次

第1章 序 論	1
1.1 研究の背景	1
1.1.1 重機械工業の動向	1
1.1.2 回転機械における電磁気，制御技術の適用	1
1.1.3 機電連成現象と問題点	3
1.2 既往の研究	4
1.2.1 磁界中の回転軸の動特性	4
1.2.2 回転軸の機電連成解析技術	6
1.2.3 ねじり駆動システムの機電連成振動	7
1.2.4 既往研究の問題点	9
1.3 本研究の構成	10
記 号	13
第2章 磁界中で運転される回転軸の動特性評価	17
2.1 緒 言	17
2.2 回転導体中に作用するローレンツ力の動特性解析	20
2.2.1 基礎方程式	20
2.2.2 動特性の算出	26
2.2.3 安定性への影響	27
2.3 試 験	30
2.3.1 試験装置	30
2.3.2 試験方法	36
2.3.3 試験結果と解析結果の比較評価	37
2.4 うず電流解析を用いたローレンツ力の特性解析	42
2.4.1 市販の磁界解析コードを用いたローレンツ力評価方法	42
2.4.2 ローレンツ力の解析結果	45
2.4.3 試験結果との対比	51
2.5 結 言	52

第3章 回転軸における機械制御系の連成ねじり振動解析	55
3.1 緒言	55
3.2 機械系と制御系を含む全体系の振動解析システム	56
3.2.1 機電連成振動の定式化	56
3.2.2 解析手法	59
3.2.3 非線形項のあつかい	61
3.2.4 制御要素	63
3.2.5 本システムの特徴	65
3.3 実機への適用事例	69
3.3.1 天井クレーンの異音	69
3.3.2 走行体におけるハンテイング	71
3.3.3 ブライドル搬送系	74
3.3.4 送り系の高周波ハンテイング	77
3.4 制御系による機械系への作用	80
3.5 結言	82
第4章 ツインドライブ圧延機における駆動軸系のねじり振動	85
4.1 緒言	85
4.2 機械仕様と発生した振動	86
4.2.1 ツインドライブ圧延機	86
4.2.2 観測された振動現象	88
4.3 実機試験	90
4.3.1 駆動軸系ねじり加振試験	90
4.3.2 圧延試験	93
4.4 駆動軸系のねじり振動解析	102
4.4.1 解析モデル	102
4.4.2 被圧延材料の取り扱い	104
4.4.3 不安定モードの特定	107
4.5 ねじり固有振動の安定性	110
4.5.1 不安定化因子	110

4.5.2 安定性解析	112
4.5.3 時刻歴応答解析	115
4.6 対策および確認試験	118
4.7 結 言	121
第5章 結 論	123
5.1 本研究で得られた結果	123
5.2 今後に残された課題	124
謝 辞	127
参考文献	129
付 録	135

# 第1章 序 論

## 1.1 研究の背景

### 1.1.1 重機械工業の動向

戦後の高度経済成長が一段落した1980年代を境として、造船、製鉄機械をはじめとした国内を代表する重厚長大産業は大きな変革期を迎えることになった。すなわち技術提携などによる規格大量生産により支えられた右肩上がりの経済成長から、一転二度のオイルショック、軽薄短小産業への産業構造変化、グローバル化などの急激な変化に直面して、次世代への展開を模索する低迷期となった。これを契機として技術提携から脱却し、国内独自技術による製品開発が進展することになった。またエネルギー価格、資材価格の高騰に対応するため、購入、調達、工作、輸送といった各方面からコストダウンが進められるとともに、機械自体もコンパクト化、軽量化が志向され、その結果として機械剛性、減衰能ともに低下し、それに伴って動的な性能も低化した。

一方、エネルギーをあまり消費しない付加価値の高い産業に力が入れたことから、半導体分野の技術が進展しパワーエレクトロニクス関連技術が急成長をとげ、機械の付加価値向上を目的として重厚長大産業へもその適用が進められた。このエレクトロニクス技術の進展による技術メリットとしては、モータのインバータ化などアクチュエータの高容量化・高性能化、周波数応答特性の大幅向上による高品質化、また非接触、クリーン、メンテナンスフリーといった省エネ化が挙げられるが、これらの特徴を利用した機電一体化製品の開発が推進されることになった。勿論、機電一体化製品開発の第一の目的は機械の高機能化であるが、機械自体の動的性能低下を補う役割としての適用も少なからず行われている。

上記のように、機械のコンパクト化・高機能要求の高まりとコンピュータ・パワーエレクトロニクス技術の進歩という時代的背景の中、機電一体化が推進されてきたが、近年ではさらに省エネルギー、対環境ということがキーワードとなっており、製品開発の迅速化、長期連続運転化が要求されている。そのためには信頼性の高い機械を早期の設計段階で作り込む必要があるが、この必要性は今後も継続加速するものと考えられる。

### 1.1.2 回転機械における電磁気、制御技術の適用

以上のような時代的背景の中、機電一体化製品の開発が各方面で行われてきているが、その中でも回転軸を持つ製品開発における機電連成振動技術に関する主なものと

しては以下のようなものがある。

#### (1)磁気軸受支持方式のターボ型高速真空ポンプの開発<sup>(1)</sup>

従来接触支持方式であったものを、非接触（低ロス化）、クリーン（オイルレス）、メンテナンスフリーといった特徴を売りとして開発されたもので、回転軸支持には磁気軸受を用いている。この磁気軸受にもアクチュエータとして電磁石を用い、回転軸5軸すべてをフィードバック制御して完全非接触を実現する能動型と、重力方向には接触支持軸受を用いその他の方向を永久磁石の反発力により非接触支持する、いわゆるハイブリッド方式である受動型の2方式がある。この機械では回転軸の保持自体が電磁気力でなされており、機械システムとしての動的評価には機電連成評価が必須であることに加え、ローレンツ力の回転場での作用を明らかにする必要がある。前者の能動型磁気軸受については、他に遠心圧縮機、工作機械スピンドル、ターボエキスパンダなど適用機械は多い。

#### (2)インバータモータのトルクリップルによる駆動軸系のねじり共振問題（付録1）

発端は製鉄機械の送風ファンのドライバとして従来商用電源駆動のモータであったものを、PAM（Pulse Amplitude Modulation：正弦波電流を作るために駆動電圧の大きさを段階的に変える）方式のインバータモータを採用したことにより、インバータから発生するトルク変動と軸系のねじり固有振動数が共振して、駆動軸が疲労折損するという問題である。当時インバータモータのトルクリップルにはあまり着目されていなかったことによるものである。

近年半導体素子の大型化が進んできたことから、石油化学分野、ガスフィールド分野の圧縮機のドライバとしてインバータモータの適用が進んできている<sup>(2),(3),(4)</sup>。一方、インバータ技術も日々進歩しており過去に比べて波形ひずみも少なくなりトルクリップルも格段に減少しているが、製鉄機械に比べ減衰も少ないため設計段階でのより綿密な評価が必要である。

#### (3)駆動軸ねじり系の動的安定設計

製鉄機械、運搬機械などの駆動系アクチュエータとしてはモータが使用されることが多いが、大型化、高応答化と共に機械自体の柔化により駆動系が不安定となり安定した運転ができないという問題が多発している。本現象は機械系と制御系の相互干渉により機械系の固有値が不安定となり、機械の振動として表面化するため機械側に不備があるととられがちであるが、この振動現象の評価のためには機械システム全体と

しての総合解析が必須である。近年特に速度応答向上による高機能化が求められており、制御系設計も限界のチューニングを要する場合が多く、詳細な機電連成解析による安定性評価が必要である。

以上紹介したものも含めて、機電一体化製品では機械品質が不十分であればその結果として振動という形で表面化し、安定な運転ができず生産不能という大きな損失を被る可能性が高く、機電連成効果を考慮した機械の振動評価技術は製品開発におけるキー技術であるといえる。

### 1.1.3 機電連成現象と問題点

以上述べたように、重機械工業分野においても従来のメカ主体から電磁気技術を融合した新しい機能の追加により差別化志向に移行する傾向が強まってきたと同時に、機械自体もコスト低減、製作時間短縮などにより全体としては剛性が低下しており、機械系と電気系の相互作用が大きくなり機電連成効果による振動問題が顕在化しやすい状況になってきたといえる。従来は相互作用がそれほど大きくなかったために、機械系と電気系は通常個別に設計が行われており、たとえ双方が考慮されたとしても他方のモデル化は自由度を少なくして簡素化されることが一般的であった。しかしながら、相互作用が大きくなってきたにもかかわらずこの延長線上で設計を行ったために、現地で突如予期しなかった問題が発生するといったことが多発した。具体的には通常振動評価対象としている低次の固有振動数のほかに、高次の固有振動の発散現象である。しかしたとえ稼働後に振動問題が発生しても、従来はユーザ側にも協力して製品を完成させてゆくという風土があったが、最近では省エネ、省コストの面から製品信頼性要求が厳しくなっており、設計段階で十分品質を評価しておく必要性が高くなってきている。特に生産に直結した装置ではこの要求が厳しく、異分野技術を融合した製品への置き換えの最大ポイントは製品信頼性を如何に達成するかであり、設計段階で機電連成効果を考慮した振動安定性についての評価技術を有することが、製品開発において必要不可欠となってきている。

機械と電磁気の相互作用が大きくなってきている要因として、ひとつは回転場におけるローレンツ力の影響が挙げられる。磁場エネルギーの高密度化と運転速度の高速化によりローレンツ力の大きさは飛躍的に増加しており、動的挙動への影響把握およびその定量評価技術の開発は急務である。もうひとつの課題としてねじり駆動系のフィードバックによる安定性への問題が挙げられる。具体的には製品歩留まり向上のため

の高応答化により固有振動が不安定化する現象が、従来振動問題の発生が認められなかったツインドライブ圧延機において確認されており、製品品質向上の点からこの現象の早期解明が急務となっている。

それと共通の問題点として、機械系と電気系双方の詳細連成振動解析を行うための標準的なコードがないということである。従来機電連成効果が顕著ではなかったためにその必要性自体が低かったことに加え、コンピュータの能力も十分ではなく大規模な解析に対応できなかったことがこの原因として挙げられる。近年においては有限要素法を用いた構造解析技術の進歩により、機械系の詳細振動解析は可能である一方、システム設計汎用コードも高度化しており、それぞれ個別には詳細解析が可能な環境が整ってはきているが、未だ双方の詳細モデルについて設計段階で検討できる段階には至っていないのが現状である。

## 1.2 既往の研究

本研究のテーマである、磁界中での回転軸の動特性評価と、ねじり駆動システムの機電連成評価技術に関し既往の研究状況を以下に示す。

### 1.2.1 磁界中の回転軸動特性

磁界中で運動する導体には減衰力が作用することは古くから知られており、非接触、クリーン、メンテナンスフリーを実現できることから、真空ポンプ、遠心分離機などの高速回転体、また線形性も良いことから特に精密機械における振動防止ダンパとして適用が図られている<sup>(5),(6),(7)</sup>。この減衰力は、磁界と導体がある速度で運動した時に内部に流れるうず電流で発生するローレンツ力による作用である。

磁気ダンパについての研究としては、一様磁界の中で導体が調和振動する時、1周期間に導体内で消費されるジュール損が磁気減衰仕事に等しいとして減衰係数を近似的に算出したもの<sup>(8)</sup>、また導体内部に分布する電磁スカラーポテンシャルに関するポアソン方程式およびローレンツ力による外部起電力の式に導体周囲の境界条件を適用してスカラーポテンシャルについて解き、運動物体に対するオームの法則からうず電流を求め、磁気減衰力を算出したもの<sup>(9),(10)</sup>がある。しかしこれらの研究によって得られた式は非常に煩雑であり実用性という点では不十分であったため、実用性を改善する研究も行われている<sup>(11)</sup>。また著者らも走行鋼板の振動抑制デバイスの開発を目的として、実験的にその特性を把握した研究を行っている<sup>(12)</sup>。

一方、このダンパを回転体に適用した場合には、危険速度以上のある回転数で不安定振動が発生するとの報告が多々なされている。大輪は磁石をステータとして空間に固定し、導体円板を回転させる導体円板型磁気ダンパを回転体を使用すると、回転体に偏心がある場合には、危険速度以上のある回転数で不安定振動が発生することを報告している<sup>(13)</sup>。川本らは、受動型磁気軸受にうず電流式ダンパを組み合わせた機構に発生する自励振動の原因を内部減衰作用と仮定してモデル化し、実験との比較を行っている<sup>(14)</sup>。また土屋らは、磁気軸受ロータで発生する不安定振動の要因をやはりうず電流による内部減衰効果とし、軸受剛性に異方性を持たせて改善する方法を提案している<sup>(15)</sup>。Frederickらは水平軸にうず電流式ダンパを設置した装置において、危険速度を超えたある回転数以上で不安定振動の発生を報告<sup>(16)</sup>し、Klingermanらはこの不安定振動の発生原因について解析を行っているがあまり実現象とは一致していない<sup>(17),(18)</sup>。高山らは、磁気ダンピング力は減衰行列の対角成分および回転数に比例した剛性行列の非対角成分を持つ外部減衰であり、回転体に偏心がなくとも不安定振動が発生することを理論的に示している<sup>(19)</sup>。またこれらの研究以前にすでに当社製品であった永久磁石を用いた受動型の磁気軸受方式のターボ分子ポンプにおいても同様な

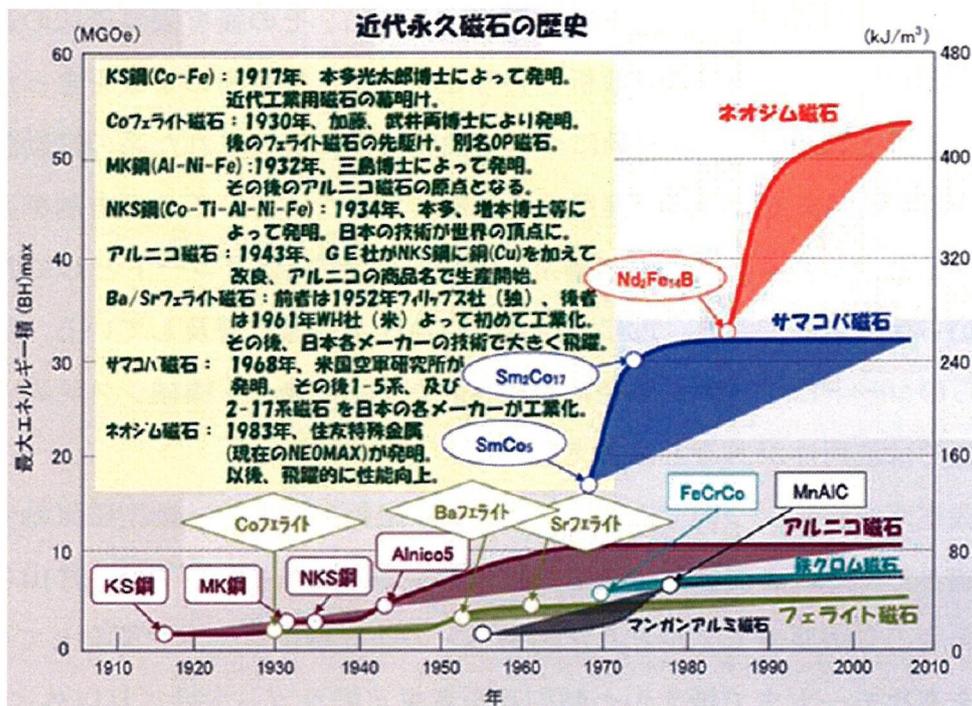


図 1.2.1 永久磁石の開発マップ  
(出展：NEOMAG 通信 2006 年 9 月)

振動問題を経験しており、また核融合炉の近くに設置された鋼鉄製の回転機械は、理由は不明なるも磁界環境が原因で破損すると言われており、オールセラミックス製の回転軸を空気軸受支持した超高真空用のターボ分子ポンプ開発事例もある<sup>(20)</sup>。

以上のように磁界中のロータの安定性評価については、解析的な展開が可能な磁界を対象とするか、実験的なものかのどちらかであり、その理由は当時磁界解析技術がソフト、ハード双方とも十分に発達していなかったことによるものと考えられる。近年になり振動と電磁場との連成解析も行われるようになってきているが<sup>(21)</sup>、ロータダイナミクスの観点からの研究はまだないようである。

図 1.2.1 に永久磁石の開発の歴史を示す。永久磁石の適用先はもともと多岐に渡っているが、近年の永久磁石の急激な性能向上とエレクトロニクス技術の進展を背景に、大型回転機械への適用や内燃機関へのリプレイスなども検討されるなど、ますます高性能化に加え用途拡大が進みつつある。磁界のエネルギー密度も飛躍的に大きくなっていることから作用するローレンツ力もそれに比例して大きくなるため、その影響には十分注意する必要がある。この分野の研究は更に活発になると予想される。

### 1.2.2 回転軸の機電連成解析技術

軸の振動解析は一般にビームモデルが適用され、解析の簡便性のため主として伝達マトリクス法による手法を中心に開発が行われ、その後有限要素法の適用など高度化が行われている。回転軸の解析ということでは、発電所の事故をきっかけとして重要性が認識され、ラテラル振動について油膜軸受に支持された系の振動評価を対象として 1970 年代までにはほぼ実用化されるまでになっている。一方制御系の解析についてみると、リアルタイムの制御系、信号処理系の CAE コードとして MATRIXx が従来から活用されており、近年では MATLAB が急激に普及している。しかしながらこれらのコードはシステム開発に特化されたものであり、機械システムとしての評価に対しては汎用性があるとは言えない。

機電連成解析についてみると、ラテラル振動については動型磁気軸受の研究開発を契機としてその必要性が認識され技術開発が行われてきている。片山らは回転軸を多自由度の有限要素モデルとした制御系との連成解析コードを開発している<sup>(22)</sup>が、機械系を高次モードまで扱えかつ制御系を考慮可能なコードはこれ以外には見られない。近年有限要素解析の汎用コードを用いて固有値解析を行い、その固有値の状態空間モデルを作成して制御系設計コードと連成させるといった手法が開発されているが、汎

用性という点では問題がある。一方ねじり系については特に速度制御の面から制御系と連成した解析の必要性があった。しかし、速度制御は制御対象が一次遅れ特性では安定であり、またアクチュエータの応答性も高くなかったために、機械系は剛体若しくは低自由度のモデル化で十分と考えられており、制御系の特性に限定した評価が主流であった。評価対象とされたのは主として過渡的な追従性であり、その評価にはもっぱら時刻歴応答解析が行われ、振動安定性面からの定量的な評価は行われておらず信頼性という点では不十分であった。従って機械系の高次モードまでを対象としたような機電連成評価の必要性も十分認識されていなかったようである。その後アクチュエータの高応答化が進展するが、それについては次節に記載する。

### 1.2.3 ねじり駆動システムの機電連成振動

駆動系の高度化は、表 1.2.1<sup>(23)</sup>に示すように、安定操業といった市場ニーズに加えて、モータのインバータとパワーエレクトロニクス技術の双方の進歩に依存するところが大きい。特にエネルギーを大量消費する鉄鋼分野ではそのニーズも高く、オイルショック後の 1,980 年以降から急速に進展しており、今後も鉄鋼分野が関連技術をリードしていくことは間違いないと考えられる<sup>(24)</sup>。

表 1.2.1 可変速駆動技術の変遷

	1980	1985	1990	1995
市場ニーズ	サイリスタ駆動	インバータ駆動 高エネルギー効率	安定操業、省電力、省保守、工種区別	
インバータ化実績		ローコスト、フレキシブル	プロセスラインヘルパ	橋脚・橋柱用高エネルギーインバータ
変換素子	サイリスタ	IGBT (高エネルギーコンダクタンス)	IGBT	IGBT (高エネルギー)
パワーエレクトロニクス技術	アナログ制御	デジタル制御	デジタル制御	デジタル制御 オフガード制御 IGBT制御 IGBT (中間制御) IGBT (高エネルギー)

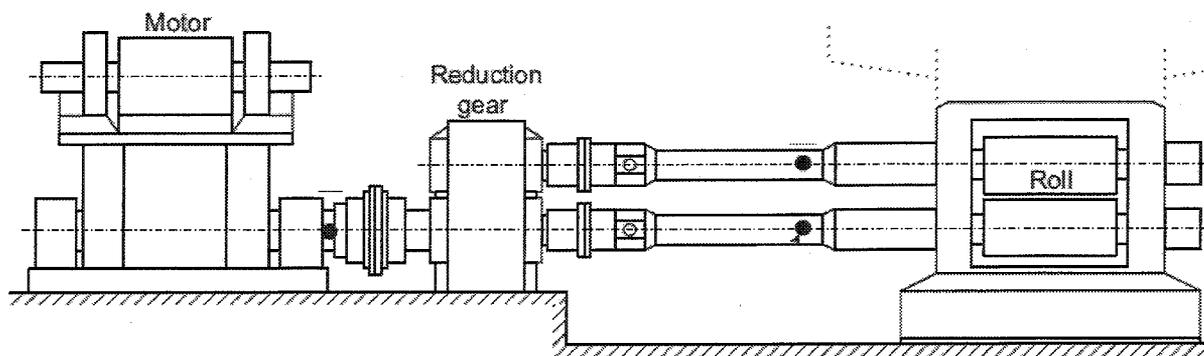


図 1.2.2 メカタイ結合系の圧延機構造

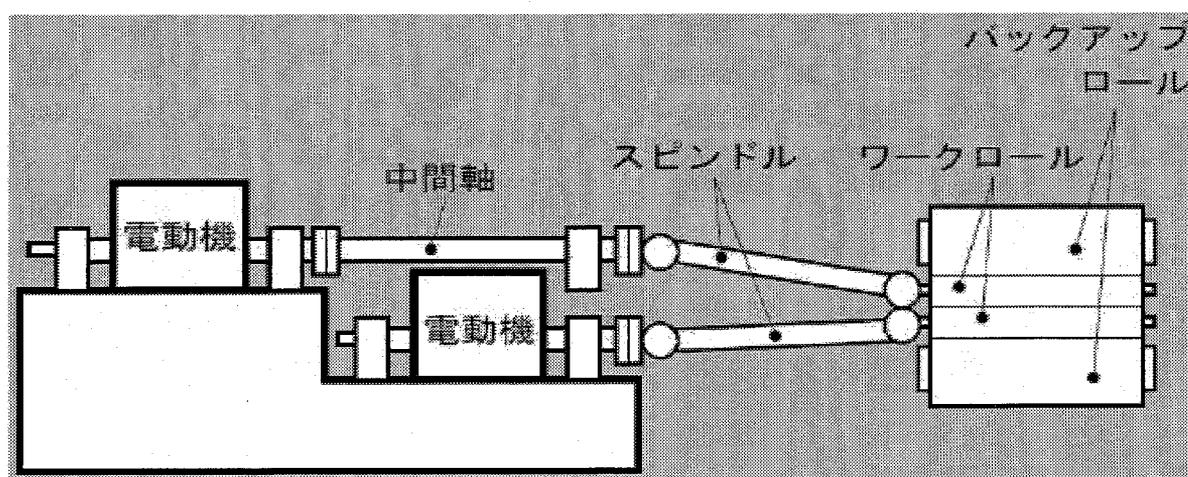


図 1.2.3 ツインドライブ系の圧延機構造

その中でもとりわけ図 1.2.2 に示すように、ひとつのモータでピニオンスタンドを介して上下ロールを駆動する、いわゆるメカタイ構造は熱間ラインの仕上げ圧延機、冷間圧延機などに採用されているが、これらは製品に近い後流側にあることから品質の要求が厳しく、機械の振動は直接品質に影響することからこの機械を対象とした研究は多数行われている<sup>(25),(26)</sup>。古いものでは、例えば Petersen は駆動軸各部に発生するトルクを解析によって求め<sup>(27)</sup>、本城らはロールへの衝撃トルクを仮定した応答解析を実施し<sup>(28)</sup>、竹下らは軸トルクの実測値と計算値から逆に圧延材かみ込み時の衝撃トルクを推定している<sup>(29)</sup>。近年のものではチャタリングに関する研究を石野、御園生ら<sup>(30)</sup>が、機電連成振動の安定性については猪谷ら<sup>(31)</sup>が、また速度制御の高度化に関するものは Hosoda ら<sup>(32)</sup>、BEEIP ら<sup>(33)</sup>が行っているが、前述のようにエレクトロニクス技術が発展してからはまだ日が浅く、機電連成振動に関する研究例としてはそれほど

多くはない。解析のモデル化においても、ピニオンスタンド以降は振動数が高くなるため極端な場合には1質点系とみなす簡素化が行われている場合もある。

一方、図 1.2.3 に示すような上下ロールを個別に制御するツインドライブ方式は、製鉄ラインにおいて上流設備である分塊圧延機、粗圧延機において採用されている。このような構造を持つ分塊圧延機において1,965年くらいに主機電動機の事故が相次いだことから、製鉄メーカーが共同でその原因調査を行った報告書<sup>(34)</sup>によると、本圧延機で発生する主たる振動はかみ込みに励起される上下同相振動（板との接触部において上下ロール周速が同方向となる振動）であり、上下逆相振動は非対称性のみによって生ずるもので軽微であると結論付けているが、その因果関係は明らかにされていない。それ以降このツインドライブの機械もモータの大容量化に伴ってそれを適用した機械が開発されているが、この機械に限定された研究報告は見られず内容的には先述のメカタイ構造を対象としたものと同様と考えられる。

以上述べたように、電磁気技術はまだまだ発展途上にあり、その技術を適用した機械の製品開発の歴史はまだそれほど長くはなく、電磁気系と機械間の相互作用を考慮した動的な設計技術というのは確立されたとはいえない状況にあるのが現実であり、それと同調して解析コードの必要性も高まってきており、今後さらなる進歩をするものと考えられる。

#### 1.2.4 既往の研究の問題点

既往の研究の問題点を以下に概括する。

直流磁界を形成する永久磁石のエネルギー密度も急激に高くなってきており、磁場環境の中で運転される回転軸の導体部に発生するローレンツ力の動特性への影響を明らかにすることは、製品品質を向上する上で重要なことである。既往の研究によるとローレンツ力の作用は減衰効果とクロスばね効果双方を有し、クロスばねの非対称項により不安定振動が発生するとされているが、その不安定となる限界回転数については内部減衰との仮定をおくものが趨勢ではあるが、その根拠は実験ベースであり明確にされているとは言えない。またローレンツ力の定量評価についても、減衰力については解析的に求めたものはあるが、その計算方法が煩雑であり実用的とは言えずクロスばね力についてはその研究例は見られない。以上より既往の研究の問題点は以下のようにまとめられる。

- ・安定限界回転数が明確ではない。

- ・任意形状の導体に対するローレンツ力の定量評価が簡易的に行えない。

解析技術についてみれば、ラテラル振動に対しては磁気軸受支持ロータを対象とし手有限要素法による連成解析コードを開発し、高次モードまでの安定性の評価が可能となっているが、ねじり振動に対しては速度制御を対象に、機械系は簡略化したモデルについての時刻歴応答解析が主体であり、定量的な安定性評価には適用できていない。これは回転方向に対する応答性がそれほど要求されなかったこと、回転方向にはもともとフリーであり動的不安定性の問題がないこと、また不釣り合い力のような明確な外力が存在しないことなどによると推定される。近年になり構造解析などによる機械系の高次モード解析と制御系解析コードを組み合わせた連成解析が行われつつあるが、機械品質向上のためには設計段階での検討が不可欠であり、そのための問題点としては以下のようなことになる。

- ・機械系の高次モードまで考慮した機電連成解析が容易ではない。
- ・機械系の仕様変更による動特性評価がタイムリーに行えない。

製鉄機械のねじり駆動系において、上下ワークロールを独立駆動する、いわゆるツインドライブ圧延機の発散振動が問題になっている。この方式の機械は従来振動問題の発生を認めなかったが、近年の高応答化と大型化により振動が顕在化したものであり過去に研究事例がない。今後の機械設計において駆動系の安定性を確保して機械信頼性を向上させるためには、以下の問題点について明らかにさせる必要がある。

- ・ツインドライブ系については研究事例がなく、不安定化要因、振動モードなどが明らかにされていない。

### 1.3 本研究の構成

本研究は5章より構成され、第1章は序論であり、本文は第2章より始まる。

第2章では、直流磁界下で導体部に生ずるローレンツ力の回転場における作用について、振動安定性の観点からその影響について検討を行っている。まず、永久磁石を用いたモデル試験装置を製作し、回転軸の危険速度以上での自励振動を再現するとともに、軸の加振試験による回転数ごとの減衰比を計測することで振動系へのローレンツ力の作用特性の把握を試み、回転により励振作用が発生して系の減衰が低下することを明らかにした。次いで、静磁界解析結果と回転軸の回路網方程式によりローレンツ力分布を解析し、それを積分することで剛性行列と減衰行列として求め、回転軸の

安定性を評価可能な反力特性を得る方法を構築して試験結果と比較している。さらに、回転軸に自転を与えると同時に静止側磁石に公転を与えたスライド境界により、回転軸のふれ回りを模擬したうず電流解析にてローレンツ力を直接解析し、その結果力の大きさは回転座標系からみたふれ回り速度に比例すること、静止側の運動にも依存することが明らかとなり、作用力の特性としては内部減衰作用と同じであるが、発生メカニズムは従来言われている内部減衰効果とは異なることを明らかにしている。また、反力特性解析結果とうず電流解析結果を試験結果と比較し、定性的には両解析結果ともに試験結果と一致し、回転座標系上のふれ回り速度に比例した力ということを考慮することで、静磁界解析を用いた反力特性による回転軸の安定性評価が、実用に供するレベルであることを確認している。

第3章では、回転軸のねじり振動系を対象とした制御系を含む振動解析システムの開発について述べている。信頼性の高い製品開発には、多自由度を考慮できる汎用性の高いシステムとする必要がある。まず有限要素による多自由度機械系モデル、伝達関数で表現された制御系モデルそれぞれについて状態方程式を作成し、それら個々の結合条件を考慮することで厳密な機電連成系の状態方程式を得るための定式化を行い、この式を解析することで機械システムとしての振動解析が可能となる。解析機能としては標準的な固有値解析、周波数応答解析、強制応答解析を有し、制御要素としてはPID、各種フィルタ、非線形要素としてむだ時間、サンプルホールド、がたなどを考慮できるよう、実用性を考慮してシステム開発を行った。次いで実際の機械で発生した振動問題にこのシステムを適用し、その有用性を確認するとともに、制御系の演算時間、入出力位置の違い、振動モードなどが振動安定性に寄与することを確認した。最後にこれらの事象を踏まえて、機械系から見た制御系の作用による動特性への影響についての考察を行っている。

第4章では、それぞれ個々のモータで駆動される、上下ワークロールを有するツインドライブ圧延機で、初めて認められた駆動軸系の不安定振動についてその原因特定を行っている。まず実機ねじり加振試験、圧延試験時の振動計測を行い、発生振動数はおよそ6.5Hzと11Hzの2つのケースがあり駆動軸系のねじり固有振動による可能性が高いこと、振動数は被圧延材により変化しており振動系に影響を与えること、フィードバック系に何らかの遅れ要素により不安定化されていることを明らかにしている。次いで剛塑性有限要素法による被圧延材の異周速圧延解析より等価ねじり剛性

を求める方法を提示し、前章で開発したシステムにより被圧延材の剛性を考慮して固有値解析を行ったところ、駆動系 1, 2 次のねじり固有振動数が発生振動数に一致し、これにより不安定モードが特定されると共に等価ねじり剛性の算出方法の妥当性が検証された。また被圧延材は機械のスピンドルと同等の剛性を有し、振動安定性上好ましくない固有振動数の低下をもたらすことから、振動モデルにはその考慮が必須であることを明らかにしている。さらに、試験で確認された遅れ要素をむだ時間として考慮して時刻歴振動解析, 安定性解析を行い, 数 ms 相当のむだ時間の存在を確認し, このむだ時間とフィードバックの高速度応答性が振動不安定化要因として可能性が高いことを明らかにしている。最後に速度応答を下げた試験を行ったところ安定な圧延が実現され, 推定原因の妥当性を検証するとともに対策の方向性についても明らかにしている。

第 5 章は結論である。得られた結果をまとめ、さらに残された今後の研究課題について述べている。

## 記 号

[A], [Ac]	: 機械系, 制御系のシステム行列
A	: 要素の断面積
[B], [Bc]	: 機械系, 制御系の制御行列
<b>B</b>	: 磁束密度
[C], [Cc]	: 機械系, 制御系の出力行列
$c_e$	: モード減衰係数
$C_m$	: 機械系の減衰行列
$C_c$	: 制御系による等価減衰定数
$c_{ij}$	: 等価減衰行列の成分
[D], [Dc]	: 機械系, 制御系の直達行列
$d_i$	: ロール直径
[E]	: 導体内部の誘起起電力
E	: ヤング率
{ <i>F</i> }	: 外力ベクトル
$F_x, F_y$	: 回転軸に作用する反力
G	: 伝達関数のゲイン
$h$	: 板厚
[I]	: 単位行列
$J$	: うず電流密度
$J_m$	: 極慣性モーメント
$j$	: 虚数単位 = $\sqrt{-1}$
$K_B$	: 要素間の結合係数
$K_E$	: 外部入力と要素間の結合係数
$K_p$	: 比例ゲイン
$K_m$	: 機械系剛性行列
$K_C$	: 制御系による等価ばね定数
$k_{ij}$	: 等価剛性行列の成分
$k_e$	: モード剛性

$\ell$	:	要素長さ
$m_e$	:	ロータ等価質量
$R$	:	電気抵抗
$r$	:	回転半径
$S$	:	張力
$S_i$	:	有限要素の要素長さ
$s$	:	ラプラス演算子
$T$	:	時定数
$T_{sah}$	:	サンプリング時間
$t$	:	時間
$\mathbf{u}$	:	制御ベクトル
$V$	:	導体有限要素で発生する電圧
$v$	:	移動速度
$\Delta v$	:	すべり速度
$x$	:	変位の $x$ 方向成分
$y$	:	変位の $y$ 方向成分
$\dot{x}$	:	速度の $x$ 方向成分
$\dot{y}$	:	速度の $y$ 方向成分
$\ddot{x}$	:	加速度の $x$ 方向成分
$\ddot{y}$	:	加速度の $y$ 方向成分
$z$	:	回転角および回転角速度からなる状態変数ベクトル
$z_c$	:	制御系によるねじり系の状態変数ベクトル
$\delta$	:	電流の浸透厚み
$\theta_m$	:	機械のねじり角変位
$\dot{\theta}_m$	:	機械のねじり角速度
$\rho$	:	導体要素の電気抵抗率
$\tau$	:	むだ時間
$\Omega$	:	回転軸ふれ回り速度, ステータ側公転速度
$\omega$	:	軸回転速度
$\omega_c$	:	回転軸危険速度

$\mu$  : 比透磁率  
 $\zeta$  : 減衰比  
 ${}^t[\ ]$  : 轉置行列  
 $[\ ]^{-1}$  : 逆行列



## 第2章 磁界中で運転される回転軸の動特性評価

### 2.1 緒言

近年、回転機械分野では高性能・高速化を実現するため、非接触保持による低損失、クリーン、メンテナンスフリーなどの特徴を有する磁気力の適用範囲が拡大しつつある。しかしながら、磁界中の回転軸ではある回転数以上で不安定振動が発生することが知られており、筆者の会社製品においても永久磁石を用いた受動型磁気軸受を適用したターボ分子ポンプの開発時に、またそれよりも以前に同方式の磁気軸受にて支持された回転軸の振動抑制装置として、うず電流型のダンパを装着した際にも同様の振動が観測されたと聞いている。この不安定振動は、回転軸内の導体部に作用するローレンツ力に起因する自励振動だと考えられていたが、このローレンツ力の作用についての減衰効果に関する研究例は数多く見られるものの、振動安定性については内部減衰的な現象であることを実験的にまとめたものはあるが、そのメカニズム、定量的評価について総合的に研究された例は見られない。

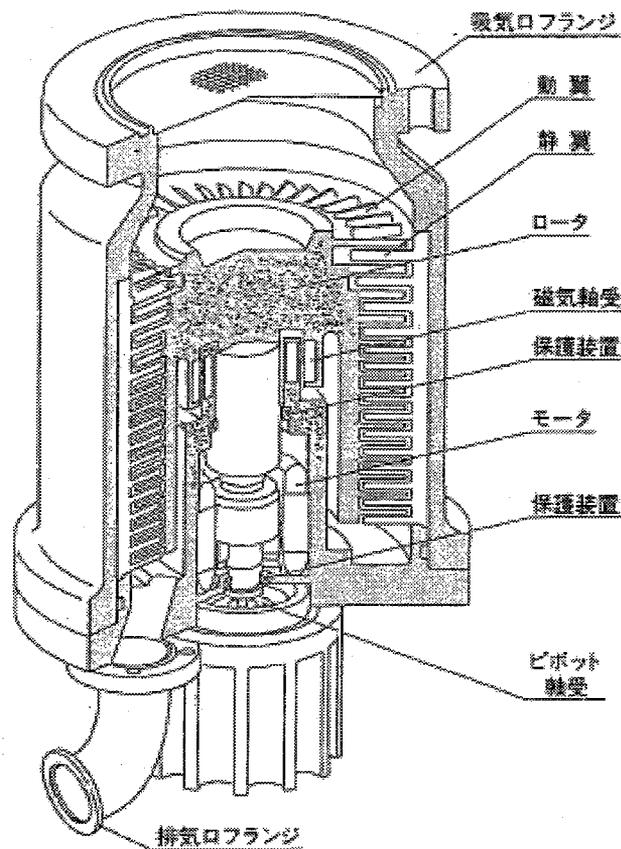


図 2.1.1 受動型ターボ分子ポンプの構造

筆者も当初この不安定振動の発生はうず電流が寄与しているのではないかとの推測より、ローレンツ力の作用について、図 2.1.2 に示すようなメカニズムを考えていた<sup>(35)</sup>。回転軸が微小変位すると、変位方向の導体内の同方向磁束密度成分は減少し、周速により発生する紙面内側に向けた起電力が発生する。この起電力によって同方向にうず電流が流れ、この電流と磁束密度の相互作用により回転と逆向きのローレンツ力が作用する。同様に回転軸変位方向の反対側にもローレンツ力が作用するが、磁束密度成分は増加するためその大きさは大きくなる。すなわち、回転軸変位方向に対し  $90^\circ$  位相が進んだ方向に軸力として作用するために、回転軸前まわりの固有振動に対し不安定化力として作用するというものである。しかしながら実際には磁場分布

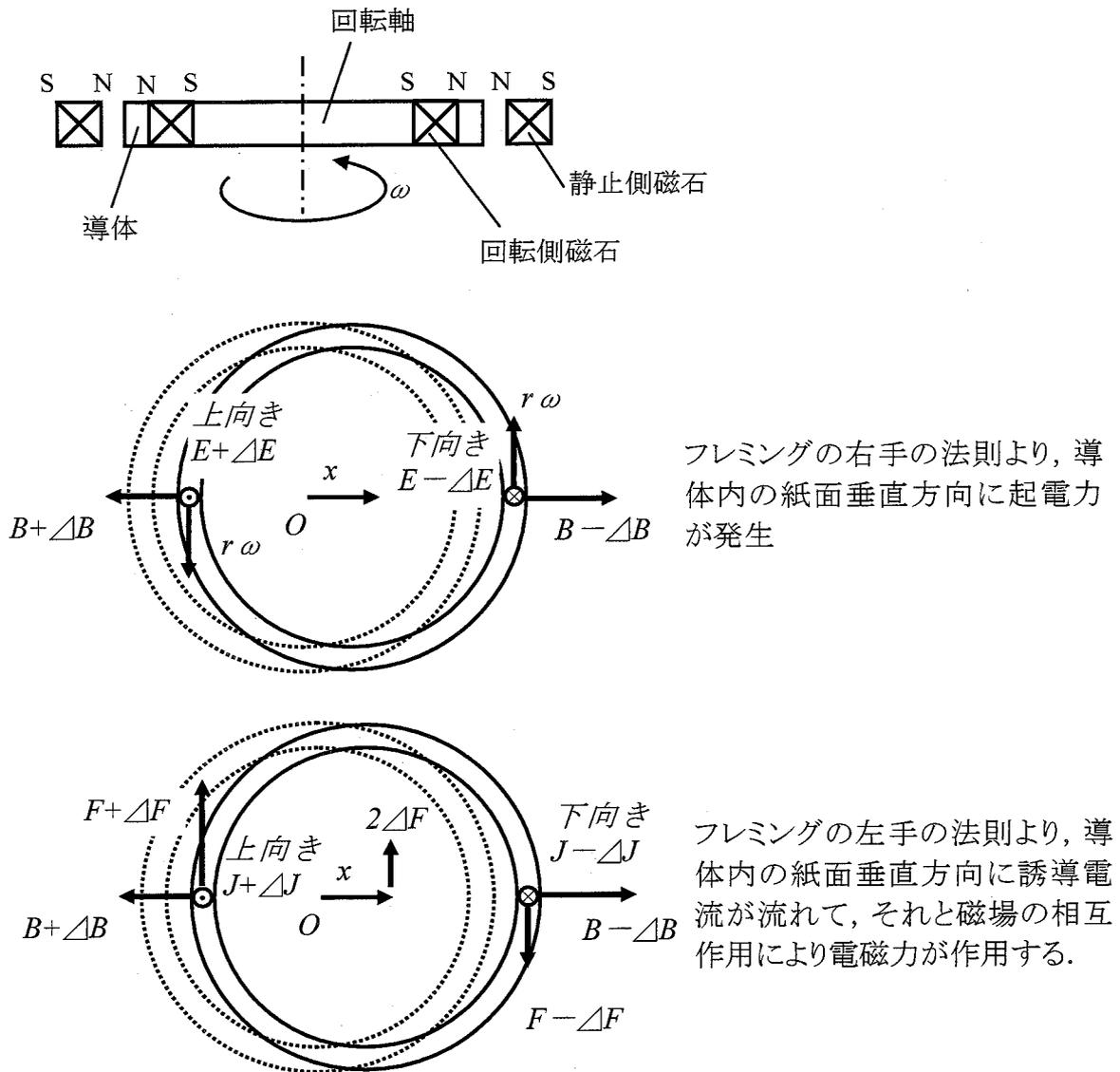


図 2.1.2 回転導体に作用する電磁力の発生メカニズム

も複雑でローレンツ力分布も想定したような単純なものではない可能性もあり、またこのメカニズムを検証する手段がなく、試行錯誤的な対応にならざるをえなかった。近年になり磁場エネルギーの高密度化、永久磁石の高性能化、またモータのビルドイン化、高速化など電磁気力を利用した機械のコンパクト化・高性能化が進展する一方、核融合炉のように高電磁場環境で運転されるターボ分子ポンプのような機器もあり、ローレンツ力の影響力も大きくなってきていることから、軸系の安定性評価技術はますます重要になりつつあると考えられる。

一方、磁界解析技術について見てみると、パワーエレクトロニクス技術の発達に伴うモータの高機能・高効率化、永久磁石の高性能化などを背景に、その詳細設計技術の高度化に対するニーズとして磁界解析技術も急速に進歩しつつあったが、この研究に着手した1,990年当時はまだコンピュータの性能により三次元モデルでは十分なメッシュが切れず、ましてや物体の運動を考慮するような解析は不可能であった。その後コンピュータ性能も格段に向上しており、扱うことのできる解析モデルの規模も飛躍的に大きくなってだけでなく、物体の回転、移動も考慮した高度な解析も可能となってきていることから、磁場解析を利用したローレンツ力による軸系への影響評価もある程度行うことが可能となってきた。

本章では、直流磁界下で導体部に生ずるローレンツ力の回転場における作用について、振動安定性の観点から検討を行った。まず、永久磁石を用いたモデル試験装置を製作し、回転軸の危険速度以上での自励振動を再現するとともに、軸の加振試験により回転数ごとの減衰比を計測することで振動系へのローレンツ力の作用特性の把握を試み、回転効果により励振作用が発生して系の減衰が低下することを明らかにした。次いで、静磁界解析結果と回転軸の回路網方程式により微小振動時のローレンツ力分布を解析し、それを積分することで剛性行列と減衰行列として求め、回転軸の安定性を評価可能な反力特性を得る方法を構築して試験結果と比較している。さらに、回転軸に自転を与えると同時に静止側磁石に公転を与えたスライド境界により、回転軸のふれまわりを模擬したうず電流解析にてローレンツ力を直接解析し、その結果力の大きさは回転座標系からみたふれまわり速度に比例すること、静止側の運動にも依存することが明らかとなり、作用力の特徴としては内部減衰作用と同じであるが、発生メカニズムは従来言われている内部減衰効果とは異なることを明らかにした。また、反力特性解析結果とうず電流解析結果を試験結果と比較し、定性的には両解析結果とも

に試験結果と一致し、回転座標系上のふれまわり速度に比例した力ということを考慮することで、静磁界解析を用いた反力特性による回転軸の安定性評価が、実用に供するレベルであることを確認した。

## 2.2 回転導体中に作用するローレンツ力の動特性解析<sup>(37),(38)</sup>

振動安定性は、回転軸が微小振動をした場合にローレンツ力がどのような反力特性を持つかを明らかにできれば評価可能である。この反力特性はシール、軸受などで用いられている一般的な記述により次式のように表現される<sup>(39)</sup>。

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = -\begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xy} \\ k_{yx} & k_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & c_{xy} \\ c_{yx} & c_{yy} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad (2.2.1)$$

なお、ここでは等方性の系を扱うので  $k_{yy}=k_{xx}$ ,  $k_{yx}=-k_{xy}$ ,  $c_{yy}=c_{xx}$ ,  $c_{yx}=-c_{xy}$  であり、この係数が求まれば安定性評価は既存の技術で実施可能である。

一方、この安定性評価は設計段階で行うことが望ましく、比較的解析が簡単でしかも短時間で終了できる必要がある。本節では、磁界中で運転される回転軸に作用するローレンツ力の反力特性を求める手法として、市販のコードによって比較的短時間で行える静磁界解析の結果を用いた簡便な手法の開発を前提として定式化を行う。

### 2.2.1 基礎方程式

図 2.2.1 に示すような、直流磁界中に置かれた導体回転軸を考える。この時回転軸内の導体部には起電力が発生し、その大きさは次式にて表される。

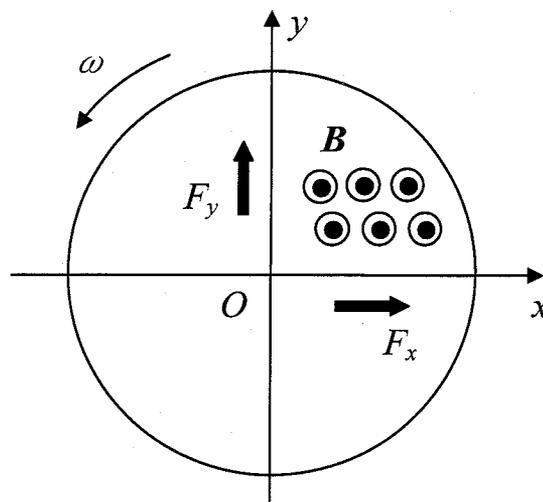


図 2.2.1 座標系

$$V = \oint (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) d\ell - \int_A \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} dA \quad (2.2.2)$$

直流磁界については式 (2.2.2) において右辺第 2 項を 0 とおき, 単位長さあたりの起電力で表すと,

$$\mathbf{E} = \mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (2.2.3)$$

となり, 直交座標系に成分展開すると次式を得る.

$$\begin{aligned} E_x &= v_y B_z - v_z B_y \\ E_y &= v_z B_x - v_x B_z \\ E_z &= v_x B_y - v_y B_x \end{aligned} \quad (2.2.4)$$

ここで x 方向の微小変位を考えると,

$$\begin{aligned} \delta E_x &= \left( v_y \frac{\partial B_z}{\partial x} + B_z \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \delta x \\ \delta E_y &= - \left( v_x \frac{\partial B_z}{\partial x} + B_z \frac{\partial v_x}{\partial x} \right) \delta x \\ \delta E_z &= \left( v_x \frac{\partial B_y}{\partial x} + B_y \frac{\partial v_x}{\partial x} - v_y \frac{\partial B_x}{\partial x} - B_x \frac{\partial v_y}{\partial x} \right) \delta x \end{aligned} \quad (2.2.5)$$

微小変位に対する速度変化は無視すると,

$$\begin{aligned} v_x &= -r\omega \sin \omega t = -\omega y \\ v_y &= r\omega \cos \omega t = \omega x \end{aligned} \quad (2.2.6)$$

を得る.

同様に微小速度に対しても上記と同じように式展開を行い, 微小項を無視すると起電力に関する式 (2.2.7), (2.2.8) を得る.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta E_x}{\Delta x} &= \omega x \frac{\Delta B_z}{\Delta x} \\ \frac{\Delta E_y}{\Delta x} &= \omega y \frac{\Delta B_z}{\Delta x} \\ \frac{\Delta E_z}{\Delta x} &= -\omega \left( y \frac{\Delta B_y}{\Delta x} + x \frac{\Delta B_x}{\Delta x} \right) \end{aligned} \right\} \quad (2.2.7)$$

$$\left. \begin{aligned} \frac{\Delta E_x}{\Delta v_x} &= 0 \\ \frac{\Delta E_y}{\Delta v_x} &= -B_z \\ \frac{\Delta E_z}{\Delta v_x} &= B_y \end{aligned} \right\} \quad (2.2.8)$$

式(2.2.7), (2.2.8)の右辺は磁束密度およびその変化率を表すものであり, 磁場解析コードを用いるなどして計算可能である. 磁場解析は通常有限要素モデルで行なわれるため, 以降の式における変数はすべて有限要素についての値を表すものとする. また, 式(2.2.7), (2.2.8)に対してそれぞれ同様の手順となるため, 詳細については式(2.2.7)についてのみ記載することとする.

式(2.2.7)を要素長について積分することで, 要素ごとの起電力は

$$\frac{\Delta V}{\Delta x} = \frac{\Delta E}{\Delta x} \ell \quad (2.2.9)$$

として求めることができ, 各要素の電気抵抗は次式にて求めることができる.

$$R = \rho \frac{\ell}{A} \quad (2.2.10)$$

以上より各要素の起電力, 電気抵抗が求まったことから磁場解析の有限要素モデルに対応した回路網を考え, 各要素のうず電流を  $J$  とすると次式にて求めることができる.

$$\sum j_i = 0 \quad (2.2.11)$$

$$\sum R_j J_j = \sum V_j \quad (2.2.12)$$

これらの式はそれぞれ, 各接点でのうず電流の収支を, 各接点間で構成される面内での起電力収支を表すキルヒホッフの法則である. 以下具体的にその方法について記載する.

回転軸内の導体部分を図 2.2.2 に示すように, 起電力要素, 電気抵抗要素から構成された回路網と考える. これらの値は有限要素モデルにおける各要素間の値を表しており, 起電力要素は式(2.2.9)より, 電気抵抗要素は式(2.2.10)を使って求めることができる. (有限要素コードによる磁界解析結果からは要素の値が得られる. 図 2.2.2 において黒丸は要素を表している.) 要素  $(i, j, k)$  における起電力, 電気抵抗の値を座標の正方向の隣接要素間 3 成分から構成されるとし, その表示を次のように決める.

$$V(i, j, k) = [V(i+1/2, j, k) \quad V(i, j+1/2, k) \quad V(i, j, k+1/2)] \quad (2.2.13)$$

$$R(i, j, k) = [R(i+1/2, j, k) \quad R(i, j+1/2, k) \quad R(i, j, k+1/2)] \quad (2.2.14)$$

ここで  $t$  は転置を表す.

同様に要素  $(i, j, k)$  から隣接する要素へのうず電流を次のように決める.

$$J(i, j, k) = [J(i+1/2, j, k) \quad J(i, j+1/2, k) \quad J(i, j, k+1/2)] \quad (2.2.15)$$

以上を式(2.2.11), (2.2.12)に代入すると

$$[1 \ 0 \ 0]J(i-1, j, k) + [0 \ 1 \ 0]J(i, j-1, k) + [0 \ 0 \ 1]J(i, j, k-1) - [0 \ 1 \ 0]J(i, j-1, k) = 0 \quad (2.2.16)$$

$$\begin{aligned} & A \cdot J(i, j, k) + B \cdot J(i+1, j, k) + C \cdot J(i, j+1, k) + D \cdot J(i, j, k+1) \\ & = E \cdot V(i, j, k) + F \cdot V(i+1, j, k) + G \cdot V(i, j+1, k) + H \cdot V(i, j, k+1) \end{aligned} \quad (2.2.17)$$

ここで,  $A \sim D$  は電気抵抗,  $E \sim H$  は起電力の関与を示す行列であり,

$$\left. \begin{aligned} A &= \begin{bmatrix} -R(i+1/2, j, k) & R(i, j+1/2, k) & 0 \\ 0 & -R(i, j+1/2, k) & R(i, j, k+1/2) \\ R(i+1/2, j, k) & 0 & -R(i, j, k+1/2) \end{bmatrix} \\ B &= \begin{bmatrix} 0 & -R(i+1, j+1/2, k) & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R(i+1, j, k+1/2) \end{bmatrix} \\ C &= \begin{bmatrix} R(i+1/2, j+1, k) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -R(i, j+1, k+1/2) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \\ D &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & R(i, j+1/2, k+1) & 0 \\ -R(i+1/2, j, k+1) & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (2.2.18)$$

$$\left. \begin{aligned} E &= \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, & F &= \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \\ G &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, & H &= \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \right\} \quad (2.2.19)$$

式(2.2.16), (2.2.17)において, 各要素のうず電流の値以外はすべて求めることが可能であり, 連立させて解くことでうず電流の値が決定される. ただし未知数の数よりも方程式の数の方が多くなるため, 最小二乗法により決定した.

以上より各要素に作用するローレンツ力は,

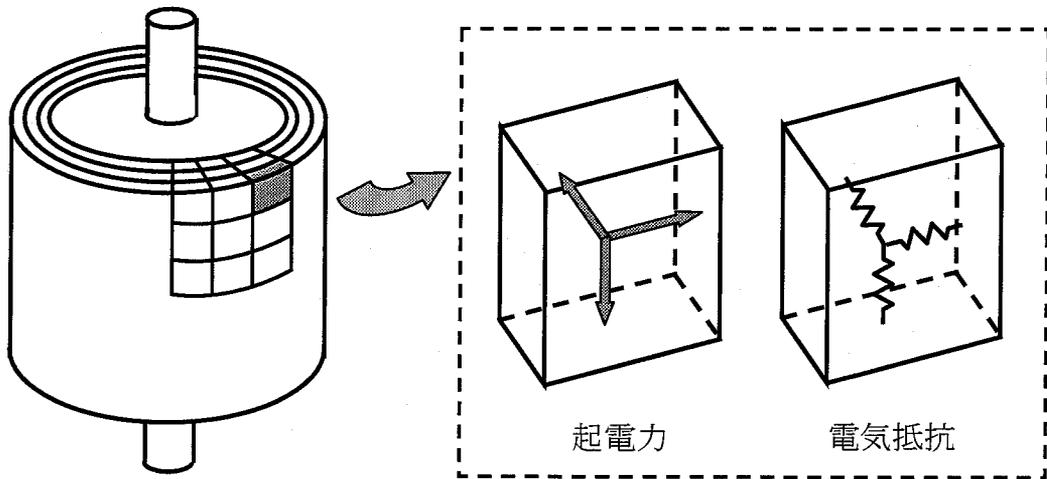
$$\frac{\Delta F}{\Delta x} = \mathbf{J} \times \mathbf{B} \cdot \ell \quad (2.2.20)$$

で得られるため、それを回転軸の変位方向および変位直交方向それぞれについて回転軸全周にわたって加える。

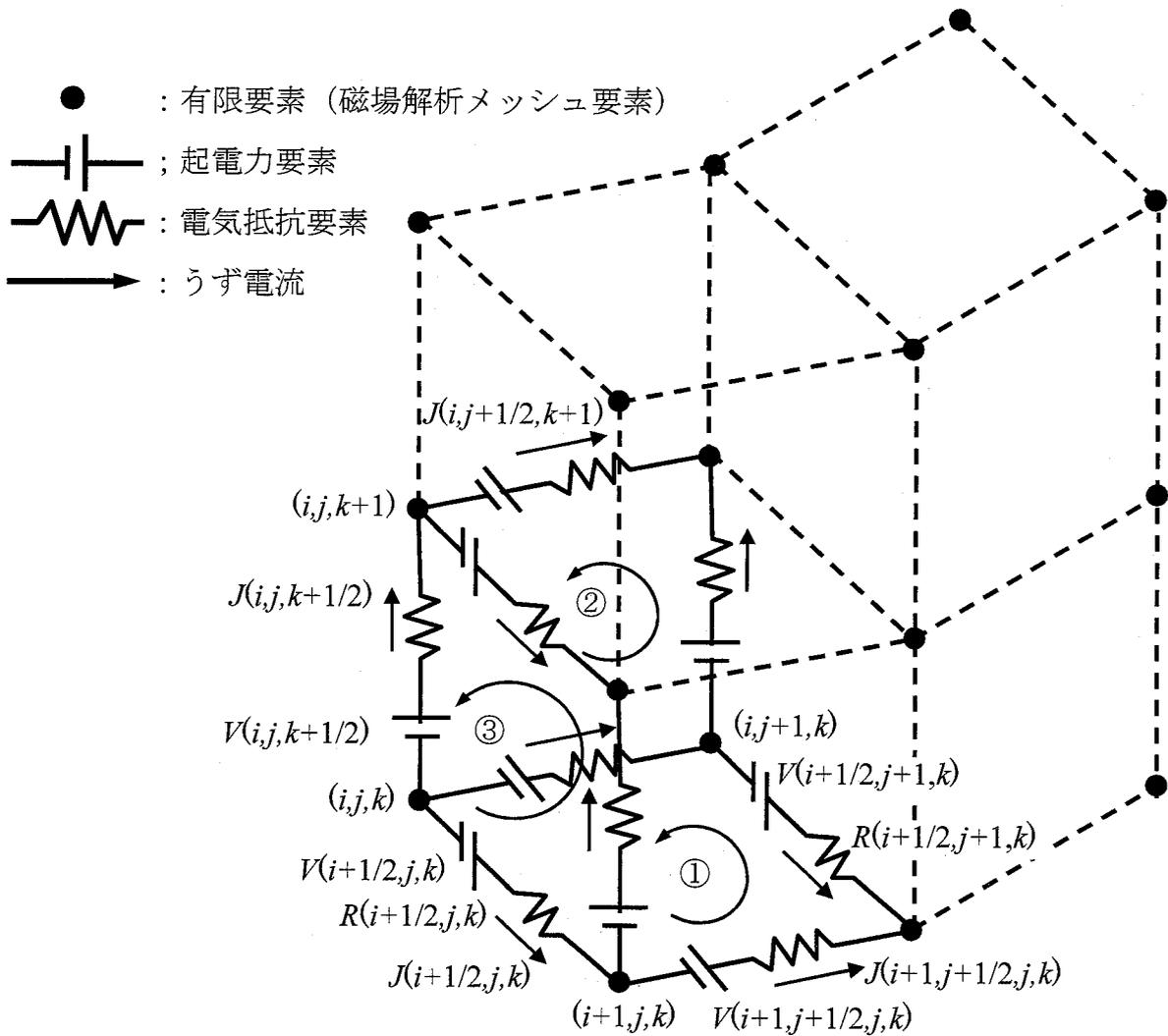
$$k_{xx} = \sum \frac{\Delta F_x}{\Delta x}, \quad k_{yx} = \sum \frac{\Delta F_y}{\Delta x} \quad (2.2.21)$$

これは回転軸の微小変位についての反力特性、すなわち剛性係数を表している。式(2.2.8)を用いて式(2.2.9)以降の手順を繰り返すことで式(2.2.22)により減衰係数を求めることができる。

$$c_{xx} = \sum \frac{\Delta F_x}{\Delta \dot{x}}, \quad c_{yx} = \sum \frac{\Delta F_y}{\Delta \dot{x}} \quad (2.2.22)$$



(a) 回転軸導体部の等価電気要素



(b) 電気回路網

図 2.2.2 回転軸導体部分の回路網モデル

### 2.2.2 動特性の算出

ここでは前述した手法についての具体的内容について述べる．式 (2.2.8) における右辺は回転軸が変位した場合の磁束密度の変化率を表しており，磁場解析により下記の方法によって求める．

$$\frac{\Delta B_i}{\Delta x} = \frac{B'_i - B_i}{\Delta x}, \quad i = x, y, z \quad (2.2.23)$$

ここで' は回転軸が変位した場合の磁束密度である．

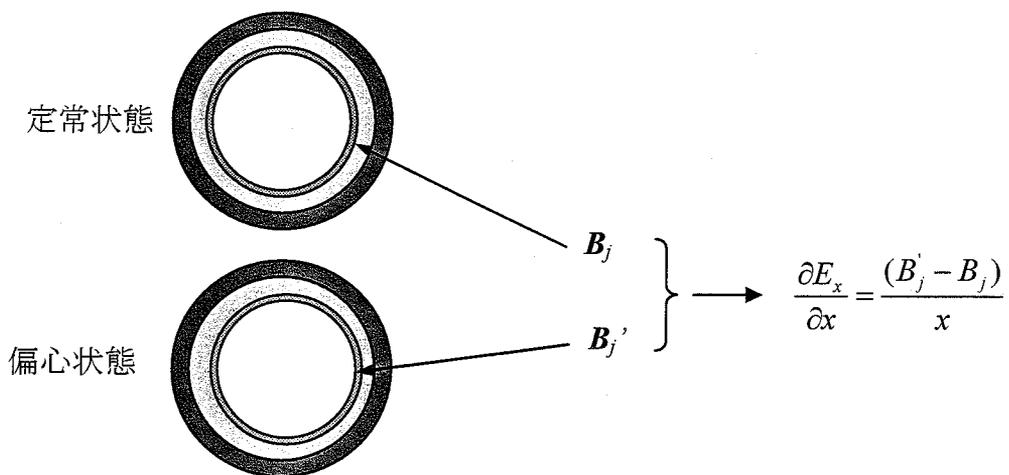


図 2.2.3 有限要素法による磁束密度変化率の算出方法

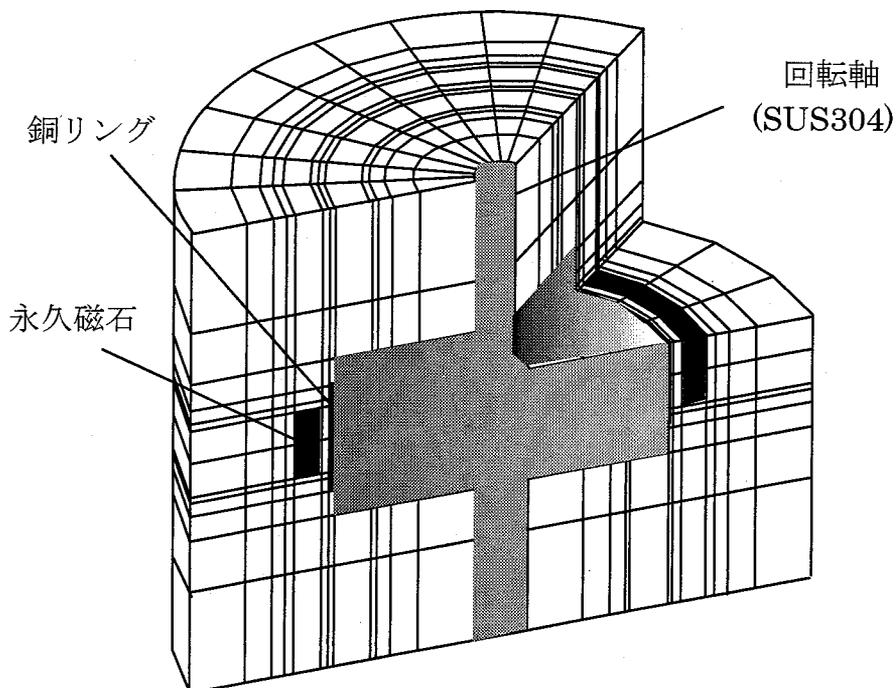


図 2.2.4 MAGNAFIN での有限要素メッシュ

磁束密度は回転軸変位方向垂直面について対称であるため、半周モデルに対し対称条件で解析すればよい。解析対象とする回転軸緒元については次章に述べるが、実際に作成した有限要素メッシュの例を図 2.2.4 に示す。使用したコードは市販コードである MAGNA FIM であり、メッシュ数はおよそ 2,500 である<sup>(36)</sup>。このコードはパソコン専用のものであり当時としては解析可能である最大のメッシュとしたが、このメッシュで十分であるかどうかについては確認できていない。

### 2.2.3 安定性への影響

式(2.2.21), (2.2.22)よりローレンツ力は減衰効果だけではなく、回転することによって剛性効果も発生することが理解されるが、そのローレンツ力の方向について考えてみる。

まず回転軸がある単位速度で動いた場合のローレンツ力は、図 2.2.5(a)に示すように作用するものと考えられる。すなわち、ローレンツ力は式(2.2.8)に従えば磁束密度分布に関係することから、単位速度方向軸に対して対称に発生するため、速度方向の成分は全て積算されるがそれと直交する成分は全周積分すると総和は 0 となる。言い換えると、単位速度によって直接減衰項のみ値を持ち、クロス減衰項は値を持たないことになる。

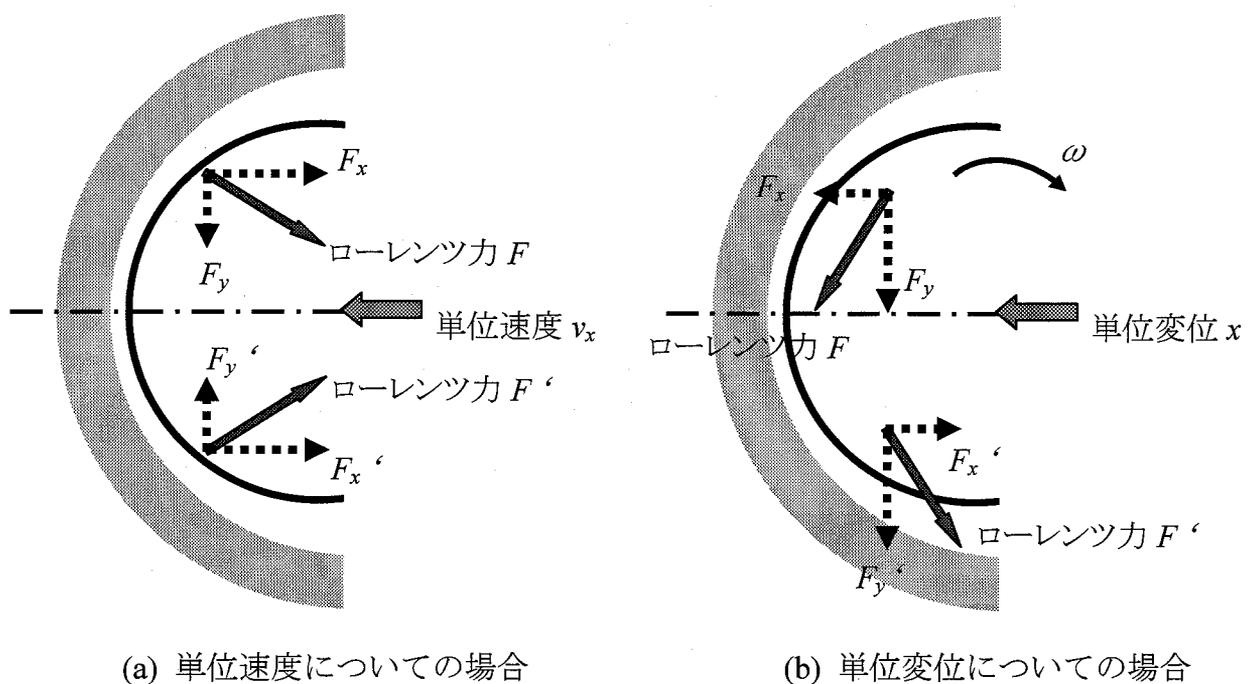


図 2.2.5 ローレンツ力の作用概念図

一方、回転軸がある単位変位した場合のローレンツ力は、図 2.2.5(b)に示すように作用すると考えられる。すなわち、ローレンツ力は式(2.2.7)に示す磁束密度勾配と回転速度に関係することから、単位変位方向軸に対して対称でかつ方向は逆向きに発生するため、単位変位方向の成分はキャンセルされて0となり、その直交方向成分のみが積算されて残る。言い換えると、単位変位によって直接ばね項は発生せず、クロスばね項のみ値を持つことになる。(磁石どうしを対抗させると、反発力もしくは吸引力が直接ばね力として作用するが、これはローレンツ力の作用ではないのでここでは扱わない。)

以上により回転軸へのローレンツ力の反力特性として、下式のように表すことが可能である。

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 & k_{xy} \\ -k_{xy} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} c_{xx} & 0 \\ 0 & c_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} \quad (2.2.24)$$

ここでクロスばね項については、回転軸速度に関係することから可逆性はないため x 方向と y 方向で異符号となることは明らかであるが、反力としての符号はまだ不明であり便宜上符号を決めている。

次に、式(2.2.19)で表される反力特性による回転軸の安定性への影響について考えてみる。回転軸の固有振動を等価な 1 自由度と見なした場合の運動方程式は以下のようになる。

$$\begin{bmatrix} m_e & 0 \\ 0 & m_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_e & 0 \\ 0 & c_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_e & 0 \\ 0 & k_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F_x \\ F_y \end{bmatrix} \quad (2.2.25)$$

上式に式(2.2.24)を代入すると、

$$\begin{bmatrix} m_e & 0 \\ 0 & m_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_e + c_{xx} & 0 \\ 0 & c_e + c_{xx} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_e & k_{xy} \\ -k_{xy} & k_e \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 0 \quad (2.2.26)$$

回転軸特性および反力特性は x, y 方向で等しいことから、回転軸のふれまわり振動は円軌跡になると仮定しても一般性は失われない。そこで、ふれまわり方向が回転方向と同じ前まわりの場合を考え、解を  $x = x_0 e^{j\Omega t}$ ,  $y = y_0 e^{j\Omega t + \pi/2} = jx$  とおいて式(2.2.26)に代入すると次式を得る。

$$m_e \ddot{x} + \left( c_e + c_{xx} - \frac{k_{xy}}{\Omega} \right) \dot{x} + k_e x = 0 \quad (2.2.27)$$

この式の意味は、もともと機械系の持つ減衰にローレンツ力による減衰およびクロ

スばね効果が付加されるということである。

一方、ふれまわり方向が軸回転方向と逆方向である後ろまわり振動に対しては、式(2.2.27)に対応する式は次式となる。

$$m_e \ddot{x} + \left( c_e + c_{xx} + \frac{k_{xy}}{\Omega} \right) \dot{x} + k_e x = 0 \quad (2.2.28)$$

これを図示すると図 2.2.6 のようになる。機械系の持つ減衰とローレンツ力による減衰は回転軸固有振動数によらず一定であるが、それにクロスばね効果が重ね合わされてその符号により系としての全体減衰が増減する。特にクロスばねの符号が正の場合には、固有振動数が低いほど系の全体減衰は低下することになり、固有振動数がある値よりも低い場合には動的に不安定となる。

クロスばねの符号が負の場合には、前まわりと後ろまわりの特性が逆になることは容易に理解できる。

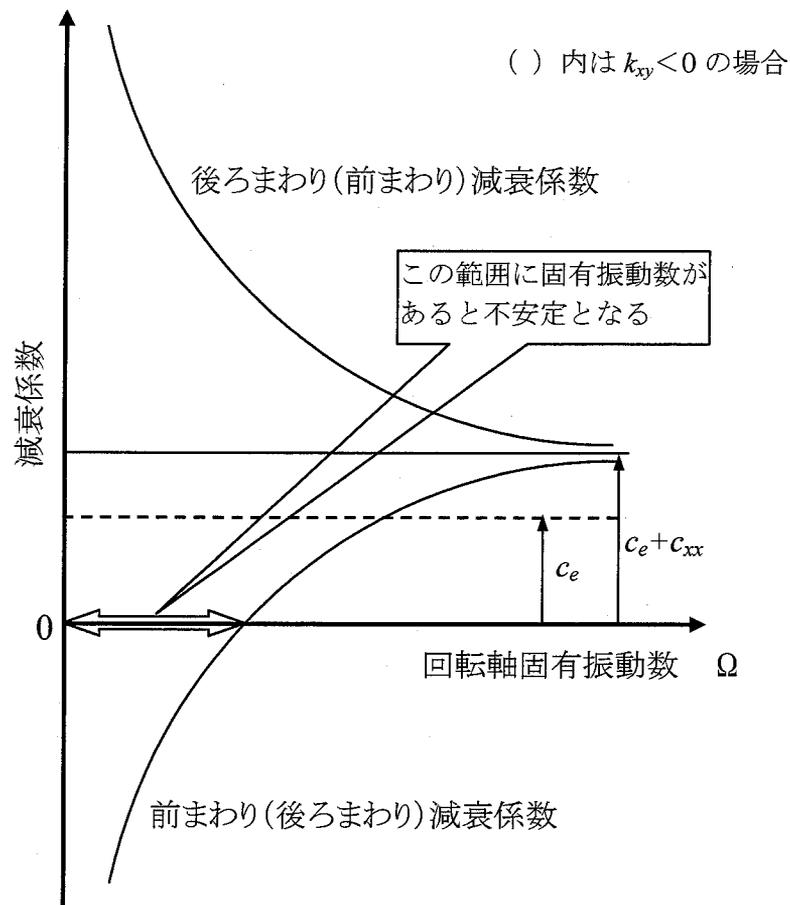


図 2.2.6 ローレンツ力の反力特性による回転軸減衰への影響

以上をまとめると、回転軸の安定性はローレンツ力によるクロスばね効果と回転軸の固有振動数に依存し、前まわりおよび後ろまわり固有振動数に対し、一方は減衰が増加して安定性が高くなり、もう一方は減衰が減少して安定性が低下し固有振動数がある値以下では自励系に入ることがわかる。この限界固有振動数は、ローレンツ力により発生する減衰力とクロスばね力の比率により決定され、それが回転軸設計においては重要である。その例としては、真円油膜軸受で支持された回転軸で発生するオイルウィップでは回転数の 1/2 の振動数、内部減衰では軸回転数と同じ振動数が不安定となることが知られている<sup>(40)</sup>。

## 2.3 試験

### 2.3.1 試験装置

実際に自励振動を再現すること、および加振試験によりその反力特性を取得することを目的とした試験装置を製作した。図 2.3.1(a)に試験装置構成を、2.3.1(b)にその装置外観を、また使用計器一覧を表 2.3.1 に示す。回転軸は両側を転がり軸受で支持されており、スパン中央部に非接触で磁気力を作用させるための磁石アセンブリ部を配置することで、ジャイロ効果による危険速度の変化を回避している。またこの磁気力の作用を精度良く計測するため、機械系の減衰の影響を極力排除するように軸径を細くし、対象とする危険速度の振動モードをピン支持の曲げモードとした。軸は誘導モータにより駆動され、その振動は直交 2 方向に取り付けられた変位センサによりオンラインモニタされると同時にデータレコーダに取り込まれる。

試験を行った磁石配置の詳細と回転軸危険速度を表 2.3.2 に示す。磁界は静止側および回転側に固定された永久磁石（希土類製、残留磁束密度 0.85T、保持力 660kA/m、詳細については図 2.3.2 および表 2.3.3 に示す）により形成され、回転軸側には銅リングが装着されている。磁場の乱れを極力少なくすると同時にこの銅リングに主体にうず電流を発生させるため、この銅リング以外はすべてステンレスで製作されている。理由は広範囲ではなくある程度限定された部位にローレンツ力を発生させて、2.2 節で述べた回路網方程式を立てる際にその行列をなるべく小さくするためである。また静止側の永久磁石は軸方向にスライド可能な構造としており、回転側に手を加えることなく磁界を除去可能である。ここで扱う減衰の値は非常に小さいため、機械側で発生する減衰値の変化は極力少なくしておく必要があり、回転軸組み直しによる構造系

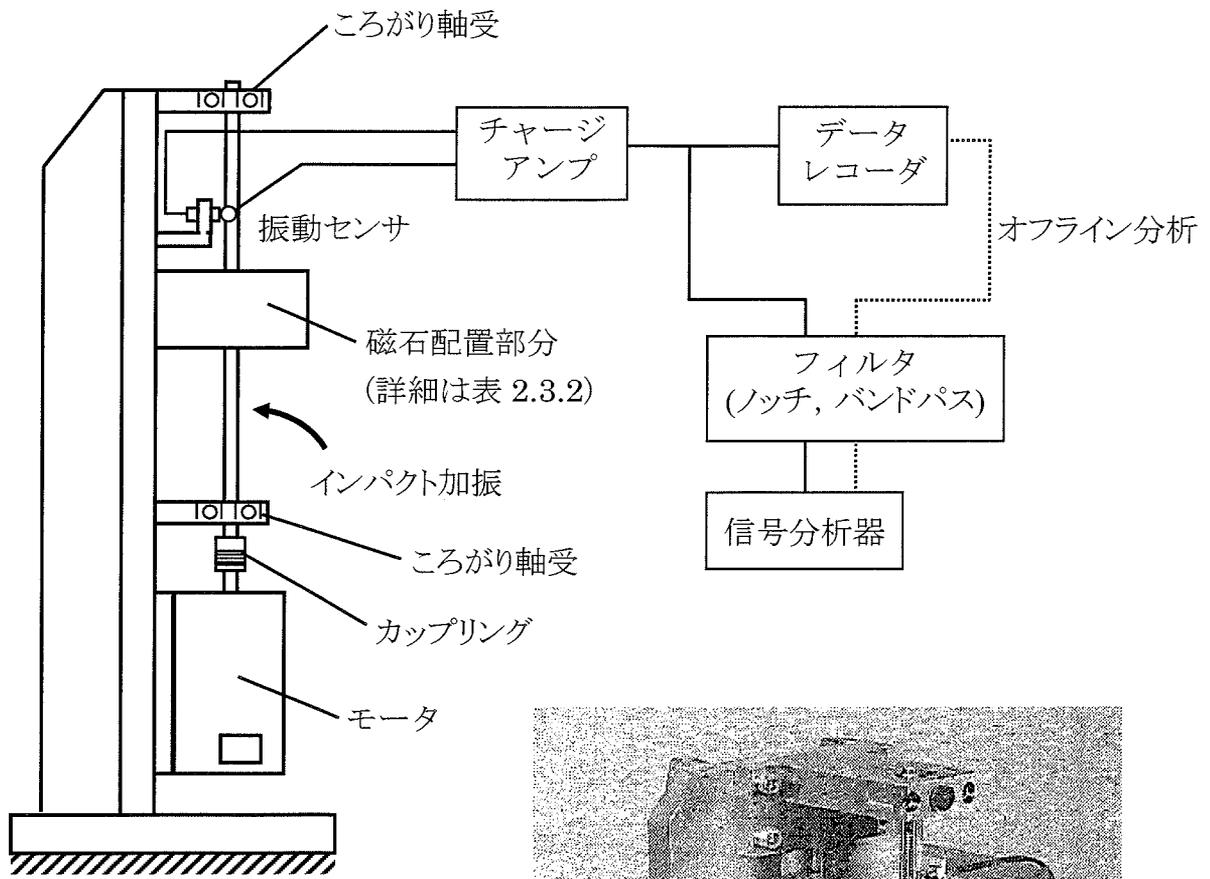
の減衰値の変化を少なくするためにこのような機能を設けた。

ケースⅠは実際に真空ポンプで採用されている磁石の組み合わせであり、ケースⅡとⅢはそれぞれ回転側の磁石を除去したものである（脚注参照）。ケースⅡとⅢは回転側と静止側の配置を逆にしたものであるが、これらのケースを設定した理由は以下のとおりである。空力的不安定の要因として良く知られている剛性行列の非対称効果<sup>(40)</sup>は、回転側と静止側を逆にするとその非対称項の符号も入れ代わり、不安定化される固有値も異なることから、これら2つのケースで前まわりと後ろまわり不安定がそれぞれ発生すると考えたためである。具体的には図 2.3.3 に示すが、図 2.1.2 と対比すると回転軸が同様に右方向に変位してもすべて逆の変化が発生するものと推定されることによる。その、磁束の変位方向成分が大きくなることから周方向作用力分布による反力特性行列の非対称性によるものかどうかを確認するためである。

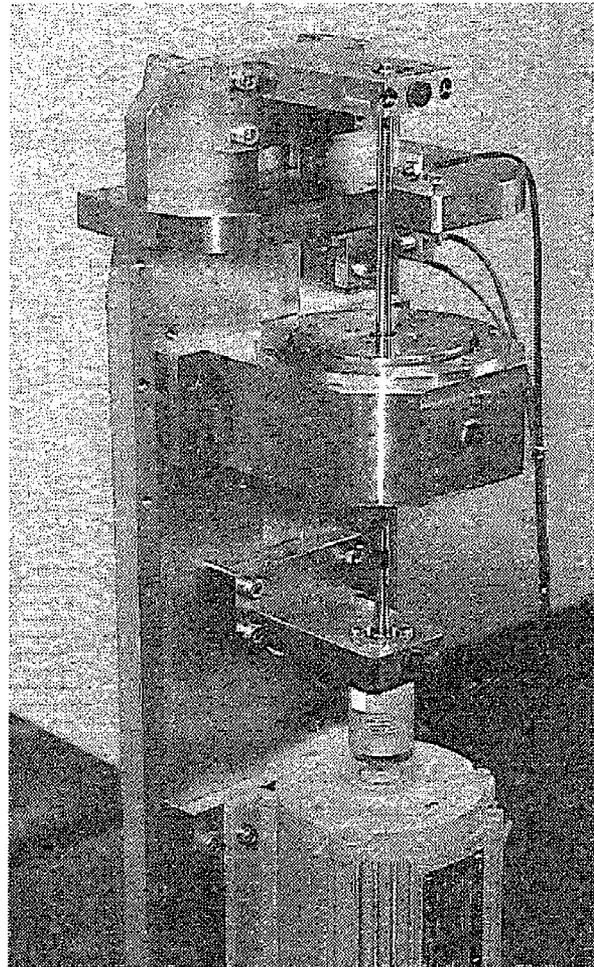
表 2.3.1 使用計器一覧

計測器	メーカー/型式	備考
回転パルスセンサ	キーエンス	
軸振動計	新川電機/VK-202A	
チャージアンプ	B&K2635	
データレコーダ	TEAC/XR-50	
トラッキングフィルタ	BENTLY/DVF2	
シグナルアナライザ	HP/3562A	
モータ	日立	0.4kW, 12,000rpm, 2極
インバータ	椿本	

(注)当初はケースⅠの磁石配置に対して静止側と回転側を入れ替える計画であったが、ケースⅠでは後述のように明確な自励振動の発生が認められなかったことから、振動が発生した回転側の磁石がないケースを対象とした。



(a) 装置構成



(b) 装置概観

図 2.3.1 試験装置

表 2.3.2 回転側および静止側の磁石配置と危険速度

ケース	磁石配置	危険速度 Hz(rpm)	モード質量 (kg)
I		27.8 (1,668)	3.46
II		27.8 (1,668)	2.90
III		21.7 (1,300)	4.78

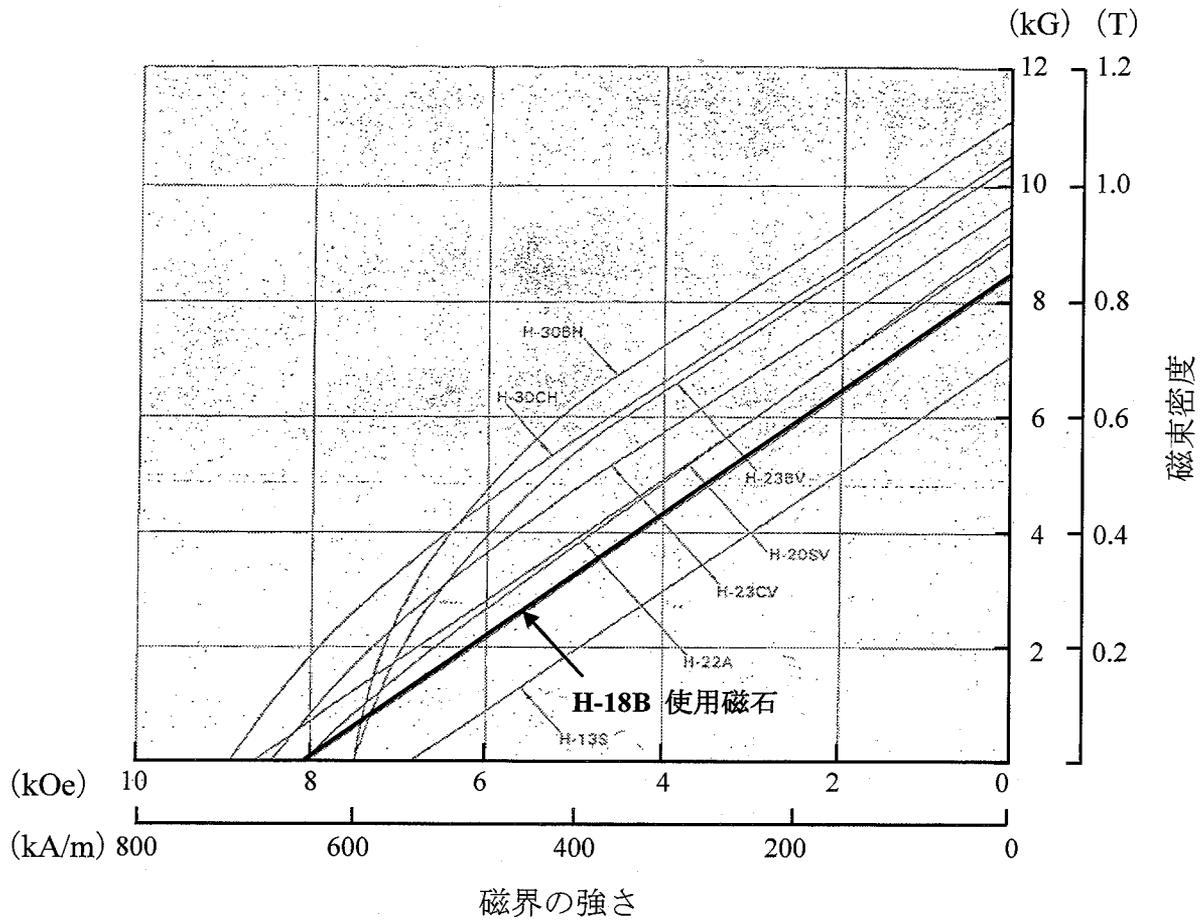
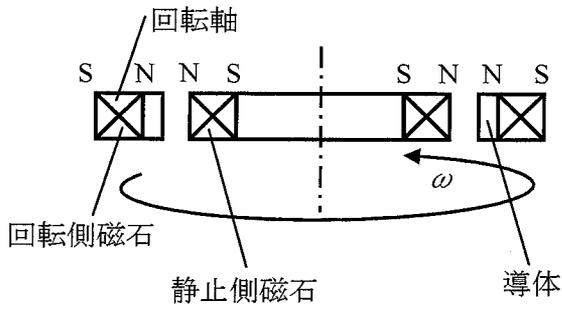


図 2.3.2 使用した永久磁石の特性曲線

表 2.3.3 使用した磁石の特性

	残留磁束密度 Br (T)	保磁力 Hc (kA/m)	BHmax (kJ/m <sup>3</sup> )	材質
H-18B	0.85	660	135.3	1-5



外側にある回転側が右方向に変位すると空隙は広くなるため、図 2.1.2 と逆の作用になる。

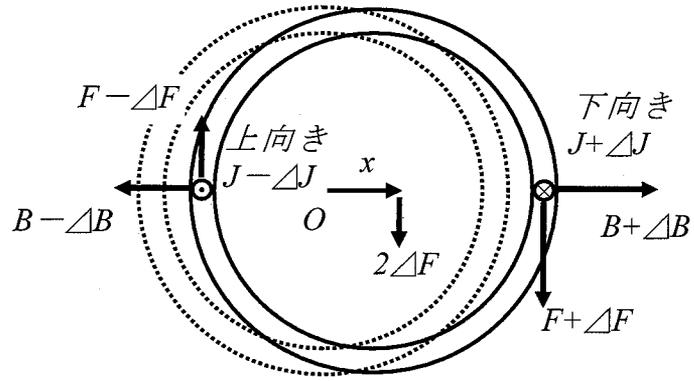
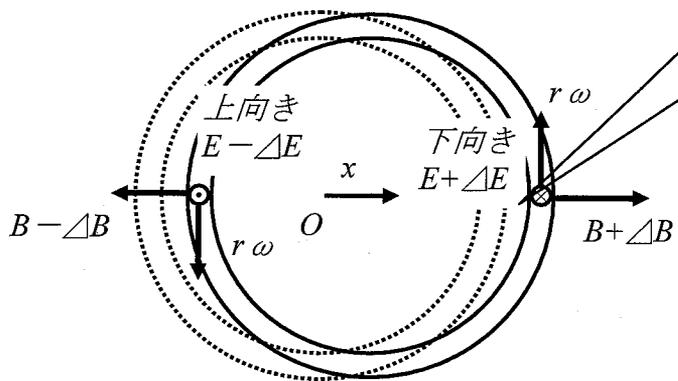


図 2.3.3 回転導体に作用する電磁力の発生メカニズム  
(外側回転の場合)

### 2.3.2 試験方法

磁界作用効果の評価として、回転軸の減衰特性の変化に着目した。すなわち、直接軸を加振することにより励起された固有振動の過渡応答波形より減衰比が得られ、その減衰比について磁界作用のある場合とない場合の双方の差を、回転数を変化させながら求めてゆくことで、減衰比の回転数特性を計測する。磁界を与えた場合の減衰には、評価対象とするローレンツ力による影響と構造系による影響双方が含まれているため、構造による影響を差し引くことで真にローレンツ力の影響を把握可能である。

次に加振時の応答波形より減衰比を求める手順について述べる。図 2.3.4 に示すように軸回転中は不釣合い振動を常にもっており、そこで軸を加振すると応答波形がうなりを伴い精度よく減衰比が求まらない。そこで加振した時の固有振動成分のみをバンドパスフィルタで抽出するか、ノッチフィルタにより不釣合い振動成分を除去する方法があるが、双方加振直後の立ち上がり信号にフィルタ特性が影響して正しい応答信号が得られない（同図左列）。これは加振時の急激な振動変化によるためであり、これを回避するためにレコーダに収録したデータを逆方向に再生して同様な分析を行ったところ、バンドパスフィルタではやはりフィルタ特性の影響を受けるが、ノッチフィルタではほぼ妥当な結果が得られたためこの方法を採用した。

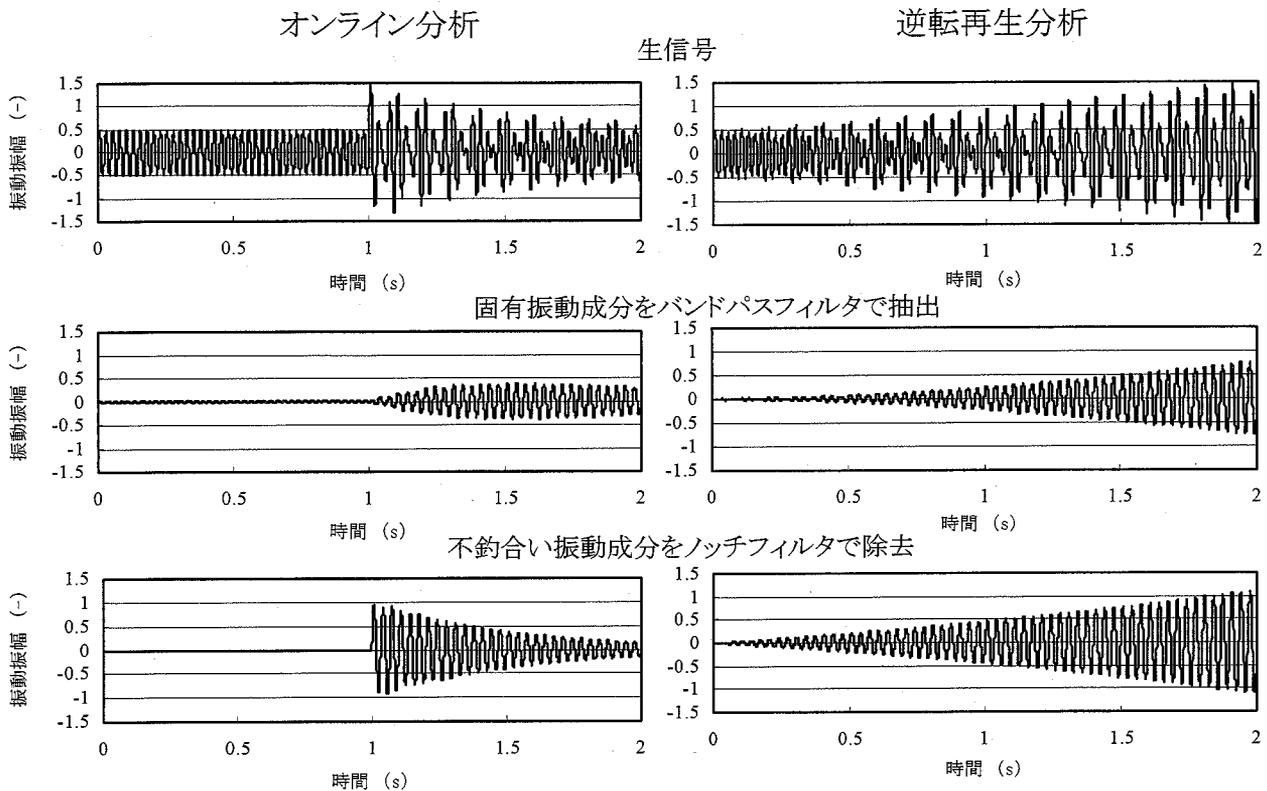


図 2.3.4 タッピング試験による過渡応答評価

### 2.3.3 試験結果と解析結果の比較評価

まず使用した磁石の仕様ははっきりしているが、形成される磁界は解析と実測で一致しているかどうかを確認するため、ケースⅠについて磁束密度の比較を行った結果を図 2.3.5 に示す。これより磁束密度の大きさは良く一致していることがわかる。

次に加振試験により求めた減衰比と解析結果との比較を図 2.3.6 に示す。

ケースⅠの場合、試験では回転数が上昇しても減衰比の変化はほとんどなく、はっきりとした自励振動の発生は認められなかったが、3,000rpm 付近でほとんど減衰がなくなっていることがわかる。解析においても減衰比の回転数による影響は小さく、定性的には試験と一致する結果が得られている。ケースⅠではその他のケースに比べ磁界の影響が小さいが、これは銅リングが回転側と静止側双方の磁石で挟まれた位置にあることに加え、磁石の表層に設置されているため、軸が振動しても磁界自体に大きな変化を与えないためであると考えられる。

ケースⅡでは、軸の回転数が 0 の場合の直接減衰効果、および回転数上昇に伴う減衰比の低下に寄与するクロスばね効果双方に磁界の影響が顕著に認められ、最終的には軸のふれまわり方向が回転方向と一致する前まわり自励振動が発生した。その時の各回転数での減衰比を図 2.3.7 に示し、代表的振動応答波形を図 2.3.8 に示す。安定限界となる軸回転数はほぼ危険速度と一致することから、直接減衰効果とクロスばね効果はほぼ同等レベルであり内部減衰的な傾向である。一方計算結果は、直接減衰については精度的にまだ十分であるとはいえないが、クロスばね効果はほぼ解析でも妥当な値が得られており、またふれまわり方向も両者ともに前まわりで一致している。

ケースⅢは前述のようにケースⅡに対し、軸変位に対する磁場の変化率が逆になることの影響を確認するために設定したものであるが、不安定となる回転数、ふれまわり方向ともにケースⅡとほとんど変化が認められず、解析においてもほぼ妥当な結果が得られている。このケースでは不安定となる回転数は回転軸の危険速度に対しかなり高い値となっており、この結果だけからは内部減衰的であるとは言えない。

以上を総合的に評価すると、試験結果と計算結果は定性的には一致し設計段階での安定性検討コードとしては利用できそうであるが、安定限界という点では試験、計算それぞれについても特徴が明らかでなくローレンツ力の性質をつかみづらい結果となっている。具体的には内部減衰であれば安定限界は回転軸の危険速度であり、真円油膜軸受であれば危険速度の 2 倍の回転数というように、安定限界の回転数にローレ

ンツ力による不安定化の特徴が反映されると考えられるがそうなのではない。特にケースⅡとⅢで安定限界に違いがある一つの可能性として振動数によるうず電流の浸透深さの影響が考えられる。浸透深さとは、うず電流が流れる有効な深さ方向の厚みを示すもので次式で表される。

$$\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu}} \quad (2.3.1)$$

これを図示すると図 2.3.9 のようになるが、試験を行った条件では浸透深さは銅リングの厚みよりも十分に大きく、厚み方向のうず電流分布には差がないと考えられ、試験のような差の要因にはならない。(本来浸透深さが違って、減衰効果とクロスばね効果双方に影響してその比は一定と考えるほうが妥当である。) これからするとケースⅢで得られた非線形特性が正しく現象を捉えられているかどうかを考えなければならぬ。

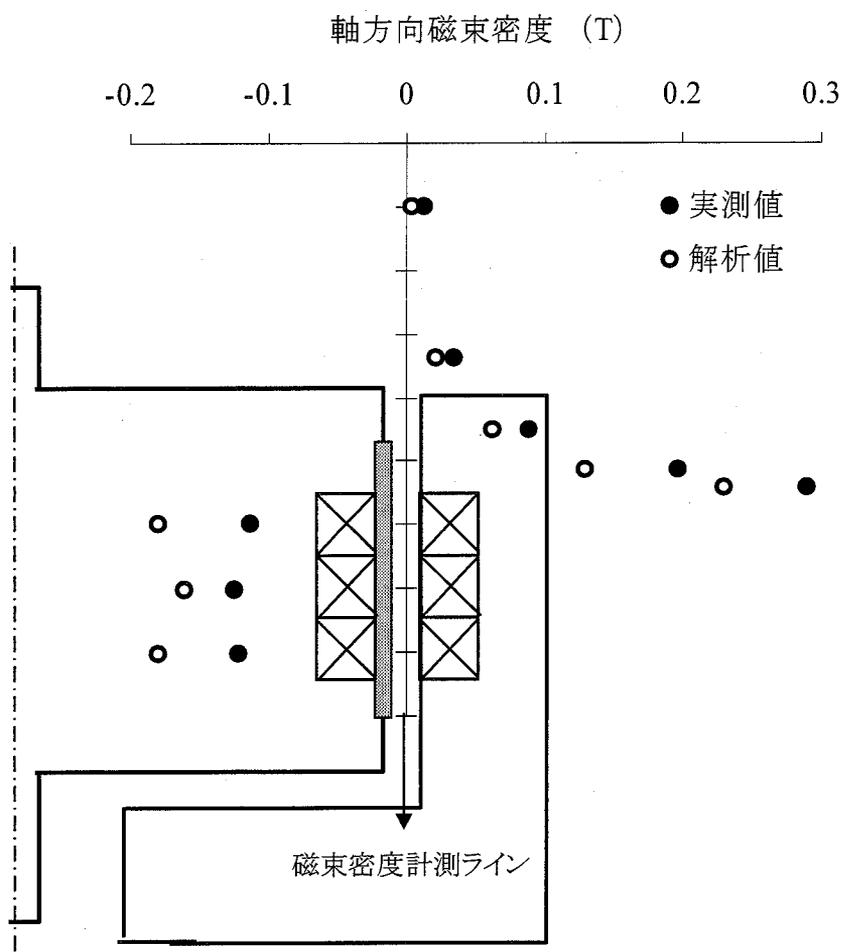
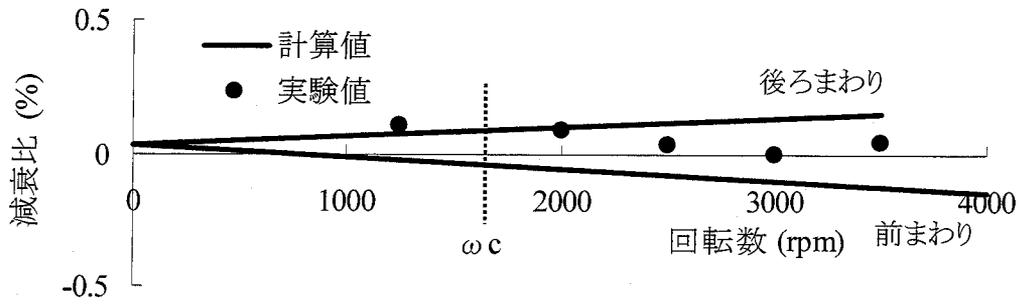
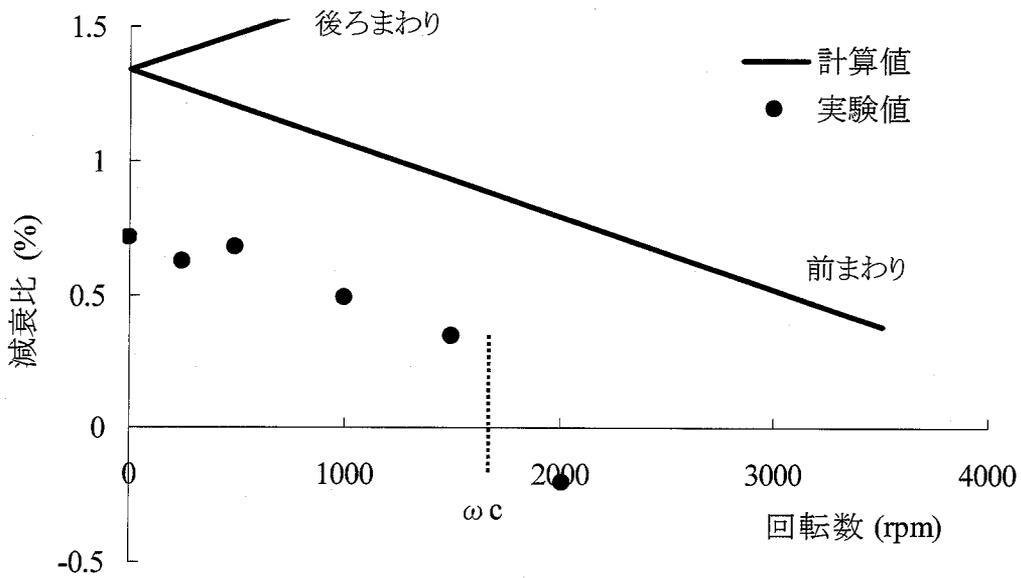


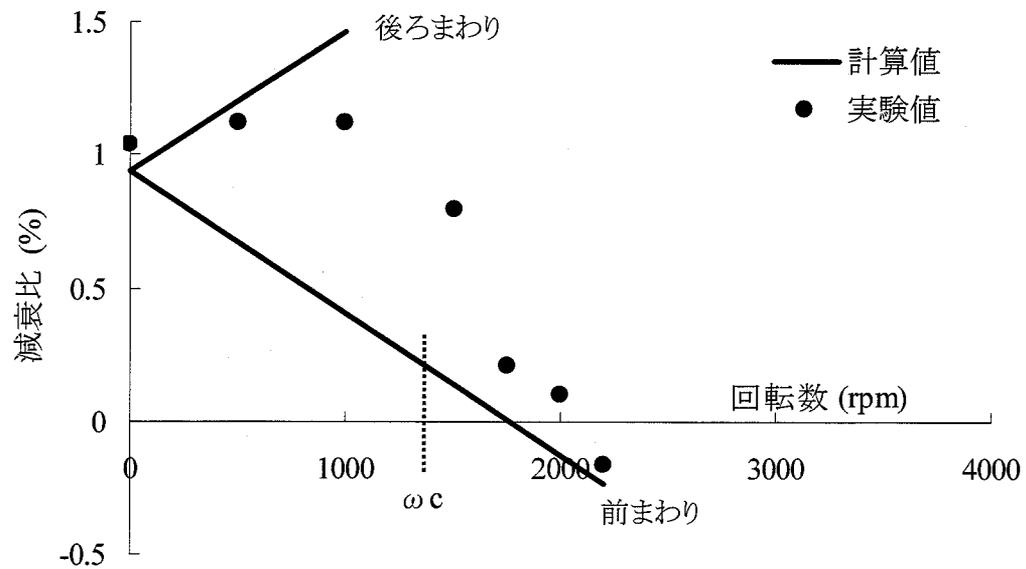
図 2.3.5 磁束密度の解析と実測の比較 (ケースⅠ)



(a) ケース I



(b) ケース II



(c) ケース III

図 2.3.6 減衰特性の解析と実測の比較

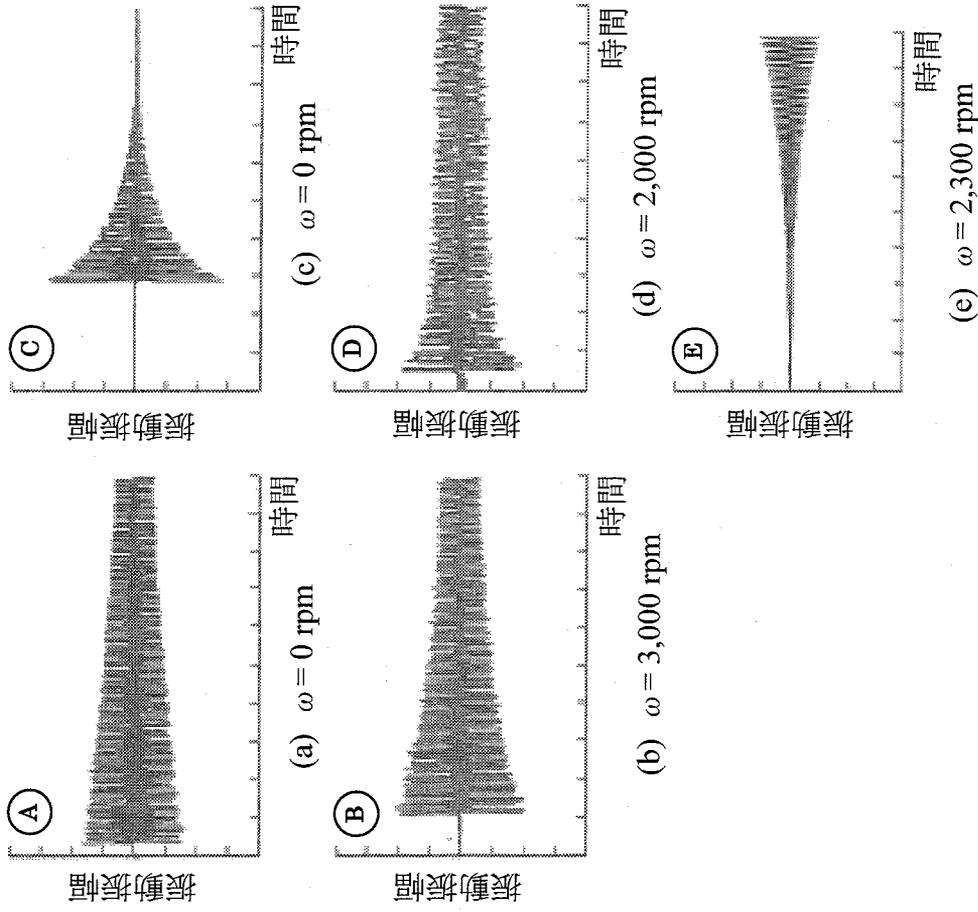


図 2.3.8 各試験条件での代表的振動応答波形(ケースII)

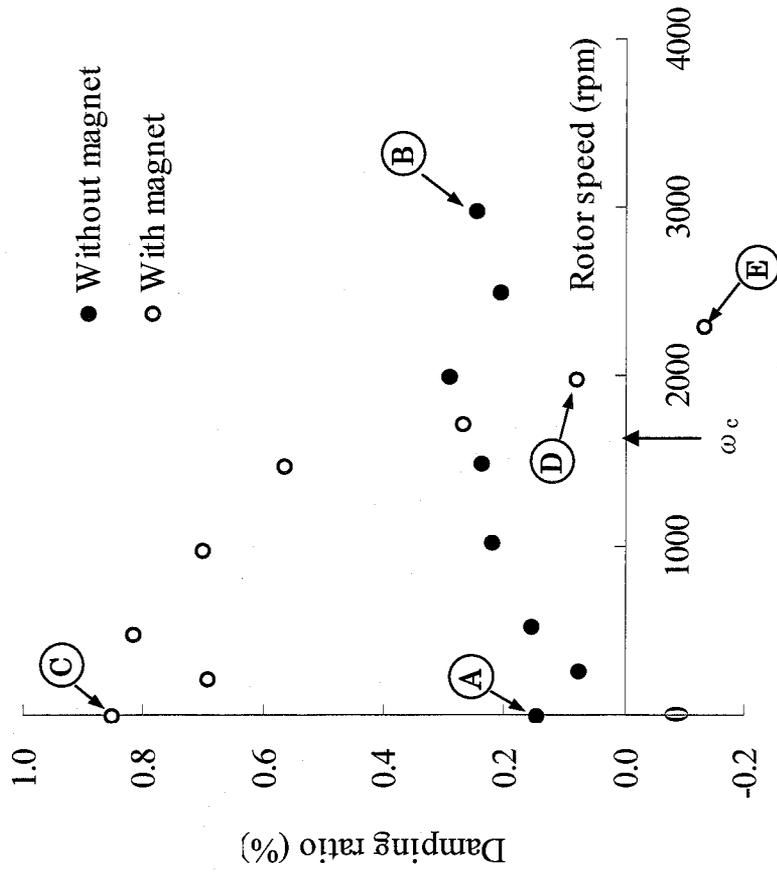


図 2.3.7 減衰比計測結果(ケースII)

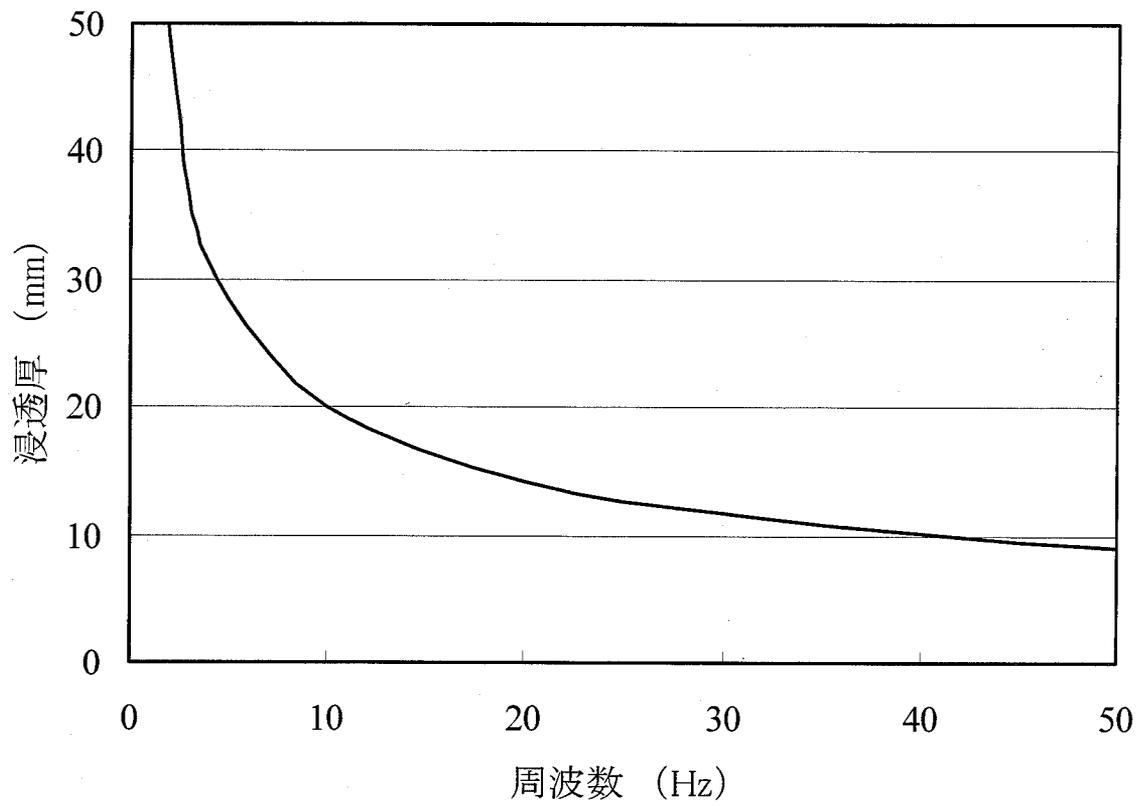


図 2.3.9 銅リングの電流浸透深さ

## 2.4 うず電流解析を用いたローレンツ力の特性解析<sup>(41)</sup>

### 2.4.1 市販の磁界解析コードを用いたローレンツ力評価方法

前節で述べた、静磁界解析を用いたローレンツ力による反力特性を求めるコードは、磁界解析に要する時間が比較的短いことと、この研究を手がけた当時、軸の回転を考慮した解析を行えるコードがまだなかったという背景もあり開発を行ったものである。しかし近年では磁界解析コードの機能として物体の相互運動を考慮することができるようになり、またコンピュータの容量も飛躍的に増加してきたことから実質メッシュ数としては制限がなく大規模な解析が行なえるような環境が整ってきたことから、直接回転軸に運動を与えた強制応答解析を行ないその反力特性を求めることが可能となってきた。そこで前節で課題として残っていたローレンツ力特性による安定限界は何で決定されるかを本節では主目的としている。

試験において軸は自転をしながらふれまわり運動をするが、解析ではこの条件を直接与えることができないため、図 2.4.1 に示すような手法によった。すなわち、油膜軸受などの動特性を試験により求める際に良く行なわれる手法<sup>(42)</sup>と同様に、軸が回転数 $\omega$ で自転している状態で磁界を形成する静止側を前まわりもしくは後ろまわりに加振、すなわち振動数 $\Omega$ で公転させる条件を適用した。回転軸の安定性は固有振動数に対して評価されるべきものであるからこの $\Omega$ には回転軸の固有振動数を与え、静止側に与えた運動の符号を反転させると回転軸のふれまわり振動と等価になる。この解析は回転側と静止側をスライド境界条件で結合することにより可能となるが、ここでは市販コード JMAG(日本総研ソリューションズ)<sup>(43)</sup>によるベクトルポテンシャル法を適用して行い、軸に作用するローレンツ力は全要素の作用力を積分して求めた。

表 2.3.2 のケースⅡ、ケースⅢに示す試験装置の有限要素メッシュを図 2.4.2 に示す。うず電流解析のメッシュは前出の電流の浸透厚みを考慮して決める必要があり、特にうず電流が集中する銅リング部に注意する必要があるが、図 2.3.7 にも示したように今回の試験条件では浸透厚みはおよそ 1cm であり相対的に銅リングの厚みは十分薄く問題ない(基準としては浸透厚みに対し数層のメッシュを切る.)。表 2.4.1 に解析に用いた物性値を示す。

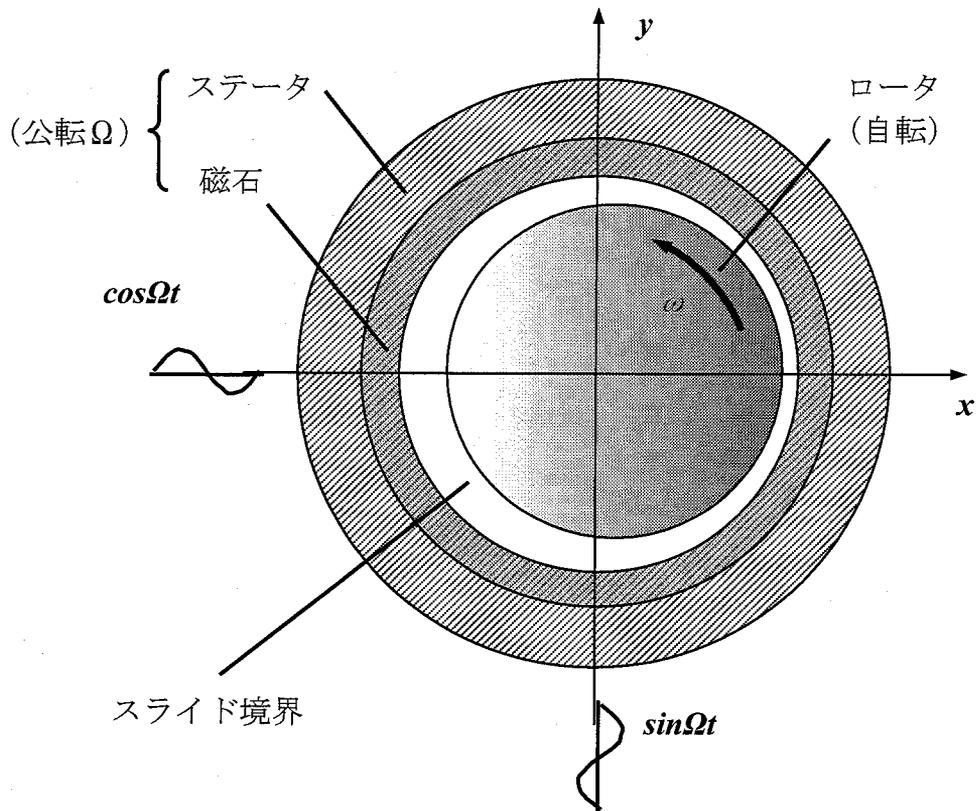
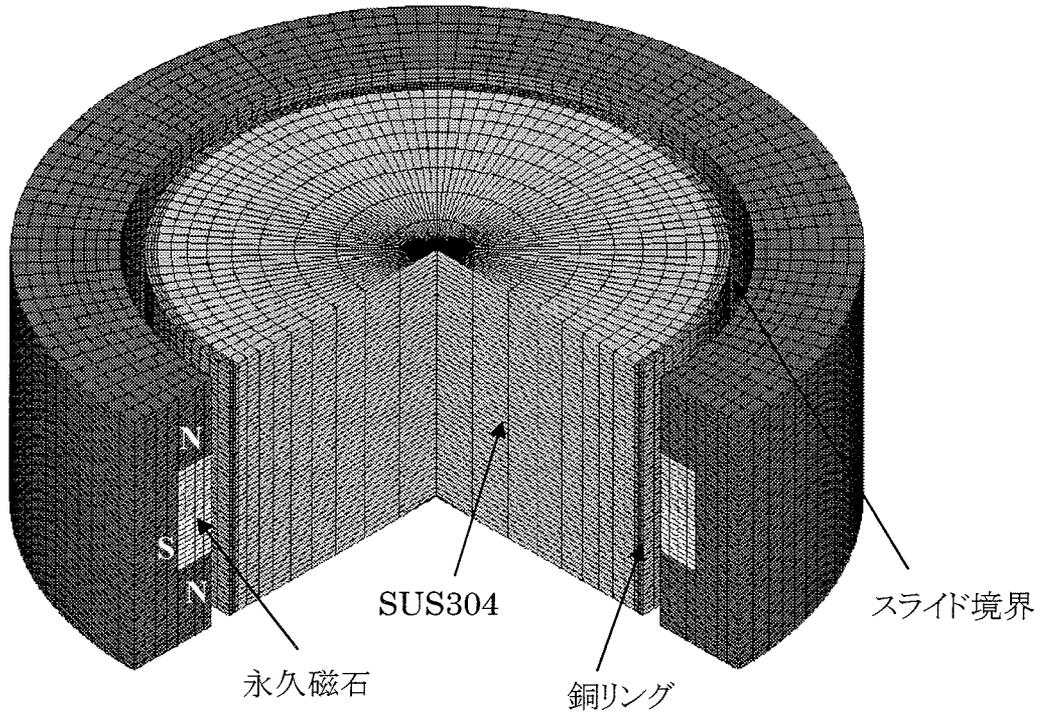


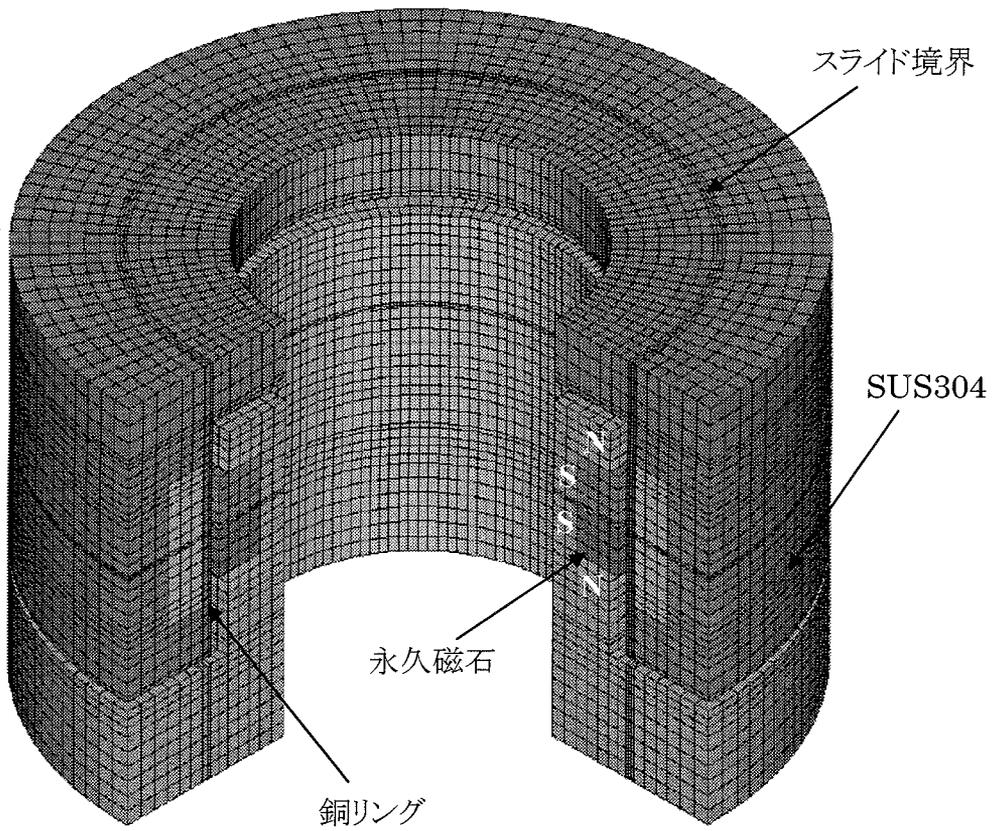
図 2.4.1 うず電流解析による時刻歴応答解析法

表 2.4.1 うず電流解析に用いた物性値

	銅	SUS
固有抵抗値 $\times 10^{-8} \Omega\text{m}$	1.7	70



(a) ケースⅡ



(b) ケースⅢ

図 2.4.2 うず電流解析に用いた有限要素メッシュ

## 2.4.2 ローレンツ力の解析結果

解析は表 2.3.2 に示すケースⅡとⅢについて実施した。まず軸が回転せずふれまわり振動のみ行う場合について、ケースⅡに対してローレンツ力の特性をみた。図 2.4.3 に軸のふれまわり振動数を変えた場合のローレンツ力の応答波形例を、図 2.4.4 には回転軸のふれまわり振動数とローレンツ力の大きさの関係を示す。解析においてはステータのふれまわり振幅として 1mm を与えているため、図 2.4.3 以降のローレンツ力は単位変位あたりの大きさを表している。図 2.4.3 において横軸は軸ふれまわり振動の位相を表しており、2 周期分の解析を行ったが約半周期経過後はほぼ定常状態になっていると見てよいことから、分析にはその部分の結果を採用した。なお作用力を銅リング部とステンレス部それぞれについて求めてみたところ、ほぼすべてが銅リング部で発生していることを確認できたため、以降のローレンツ力は銅リング部のみ積分して求めたものである。作用力の大きさはふれまわり振動数に比例して増加しており、位相は軸変位に対し  $90^\circ$  遅れ、すなわち減衰力として作用しておりうず電流ダンパとしての効果が確認される。なおケースⅢについてもローレンツ力の大きさには違いはあるが、現象的な違いはないと考えられることから実施していない。

次に軸の回転による影響をみるため、軸のふれまわり振動数を 27.8Hz（危険速度である 1,668rpm と一致させた）に固定して、軸回転数を順次増加させていった場合の解析を実施した。ケースⅡについての解析結果を図 2.4.5 に示す。軸の回転数が 0rpm の場合は前節でも述べたとおり減衰力として作用しており、回転数の増加に伴いローレンツ力の位相は  $90^\circ$  で減衰力のみの作用を保ったままその大きさは小さくなり、危険速度近傍において最小となる。さらに回転数を増加させるとローレンツ力の位相は反転して励振力となり、その大きさも回転数上昇とともに大きくなってゆく。

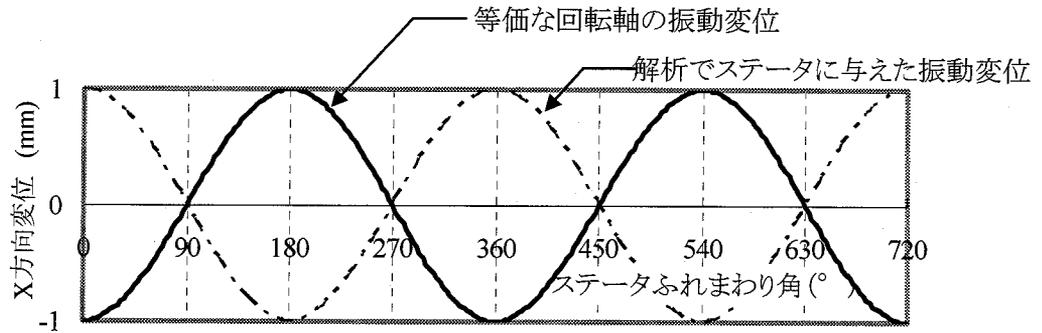
次に軸の回転方向と逆方向のふれまわり（後ろまわり固有振動に対する作用力の評価）を与え同様の解析を行ったところ、回転数の増加に伴い作用力は常に減衰力として作用しその大きさは後ろむきの回転速度に比例して大きくなってゆく結果が得られた。

以上の結果を、軸の危険速度で規準化した軸回転数で整理すると図 2.4.6 のようになる。同図において位相は軸の振動ベクトルに対するローレンツ力の位相を、ローレンツ力は絶対値である。横軸の 1 は軸の回転座標系からみたふれまわり振動の相対速度が 0 となる点であり、その点を境にして相対速度の符号が変化する。また横軸の負

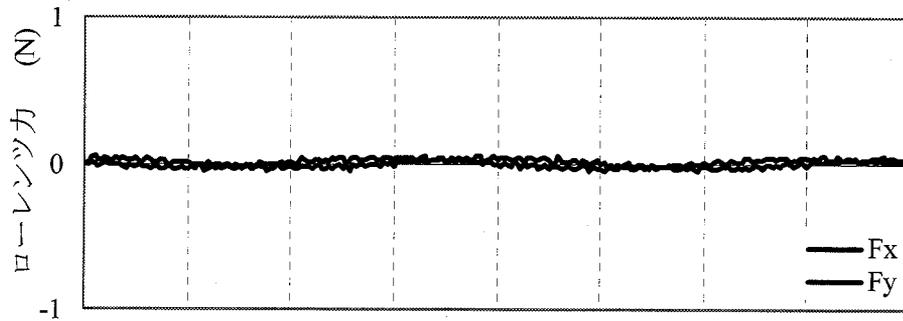
は絶対座標系から見てふれまわりが後ろまわりになることを意味する。これよりローレンツ力は軸の回転座標系から見たふれまわり速度に比例した大きさを持ち、このふれまわり速度と反対向きに作用することが分かる。すなわち、回転軸の前まわり固有振動に対して危険速度を超えた場合にのみ不安定化作用を有し、危険速度以下の前まわり固有振動および後ろまわり固有振動に対しては常に安定化作用を有することがわかる。また、ローレンツ力の位相は危険速度前後において  $0^\circ$  と  $180^\circ$  の値しか持たず、2.2.3 項で推察したように反力特性としては直接減衰項とクロスばね項しか有しないことの確からしさが確認された。

図 2.4.7 に回転軸のふれまわり振動数に対し低い回転数と高い回転数の両ケースについて、解析されたローレンツ力のベクトル線図を示す。このベクトルはメッシュ要素ごとに面内のローレンツ力の大きさを表したものであるが、このベクトルの総和を取ると危険速度以下では振動速度ベクトルと逆向きの方向となり減衰力として作用し、危険速度以上では振動速度ベクトルと同じ方向を向き振動を助長する励振力として作用していることをおおよそ見て取ることができる。(図 2.4.2 ではメッシュは均等に作成されているように見えるが、実際にふれまわりを与えて解析する場合には時間ごとに空隙が変化するため、ランダムな大きさのメッシュとなっている。このためベクトル線図では予想したほどその作用方向が明瞭ではない。)

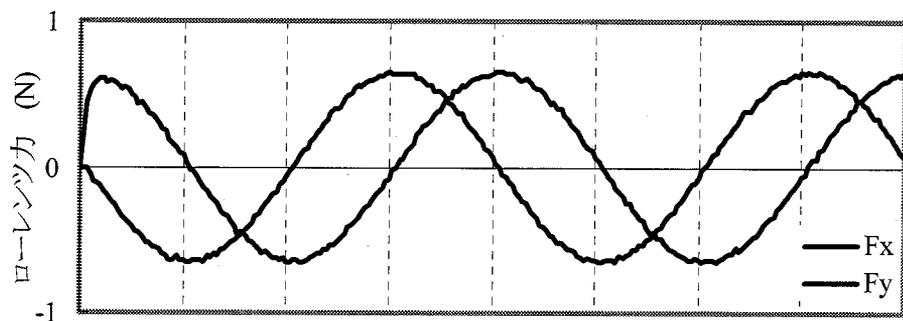
ケースⅢに対しても同様の解析を行ったが、ローレンツ力の大きさが大きくなった点を除いてはケースⅡと同様な傾向であった。



(a) 回転軸の等価ふれまわり



(b)  $\Omega = 1.67 \text{ Hz}$



(c)  $\Omega = 33.3 \text{ Hz}$

図 2.4.3 ふれまわり振動数を変化させた時のローレンツ力時刻歴応答 ( $\omega = 0$ )

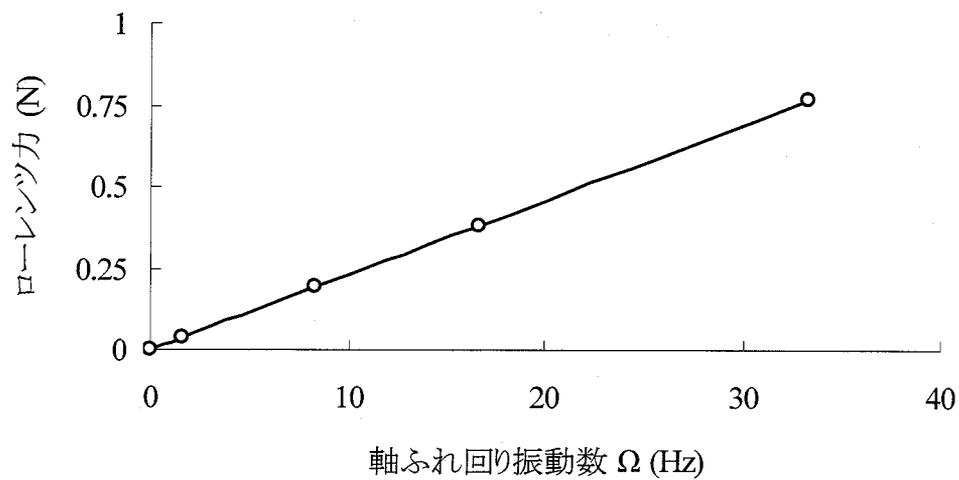
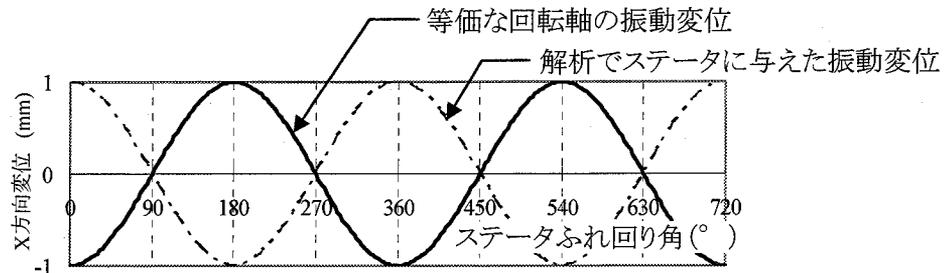
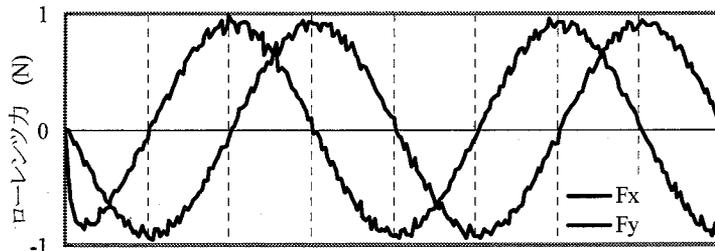


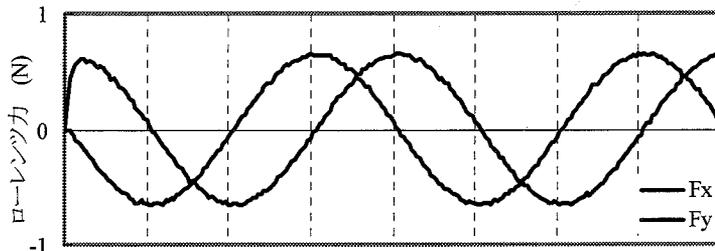
図 2.4.4 軸の非回転ふれまわり振動数とローレンツ力の関係



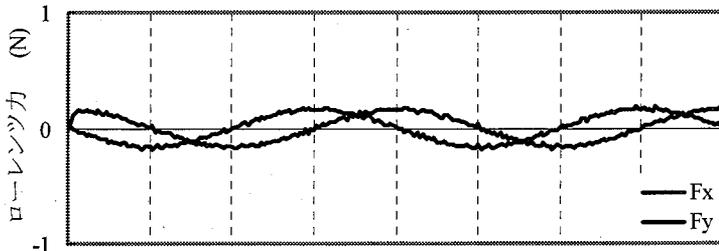
(a) 回転軸の等価ふれ回り



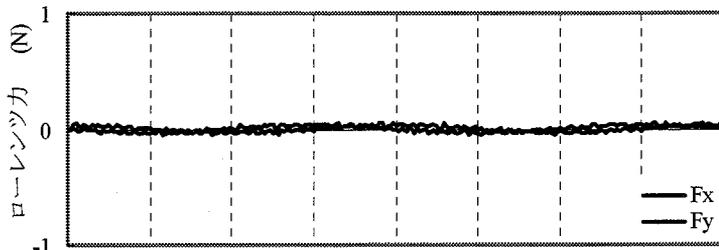
(b)  $\omega = -667$  rpm



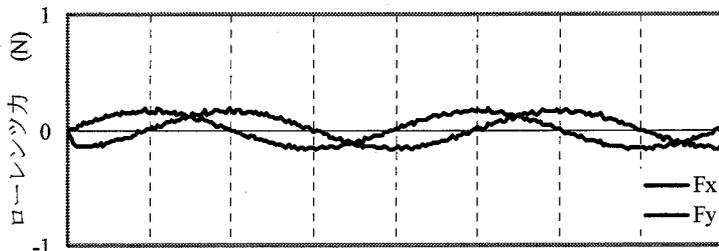
(c)  $\omega = 0$  rpm



(d)  $\omega = 1,250$  rpm



(e)  $\omega = 1,585$  rpm



(f)  $\omega = 2,085$  rpm

図 2.4.5 回転数を変化させた場合のローレンツ力時刻歴応答 ( $\Omega = 27.8$  Hz)

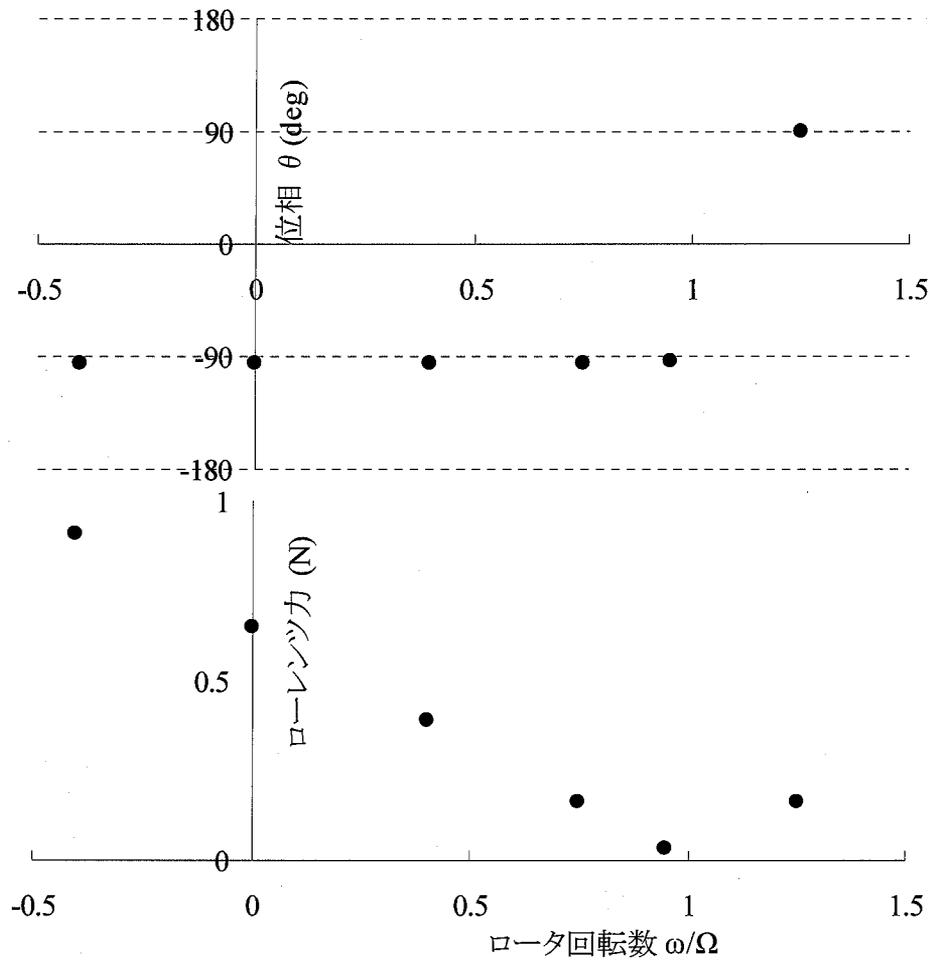
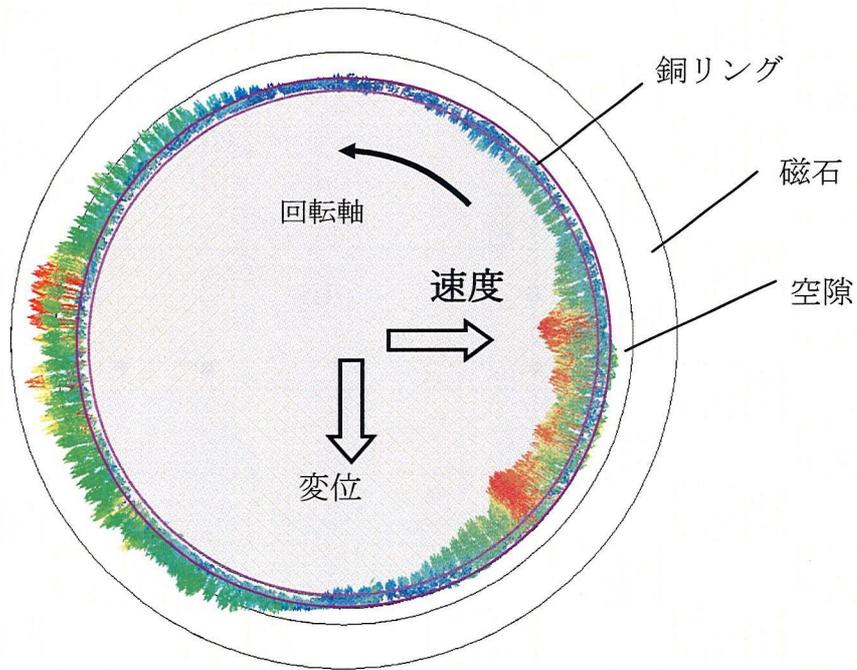
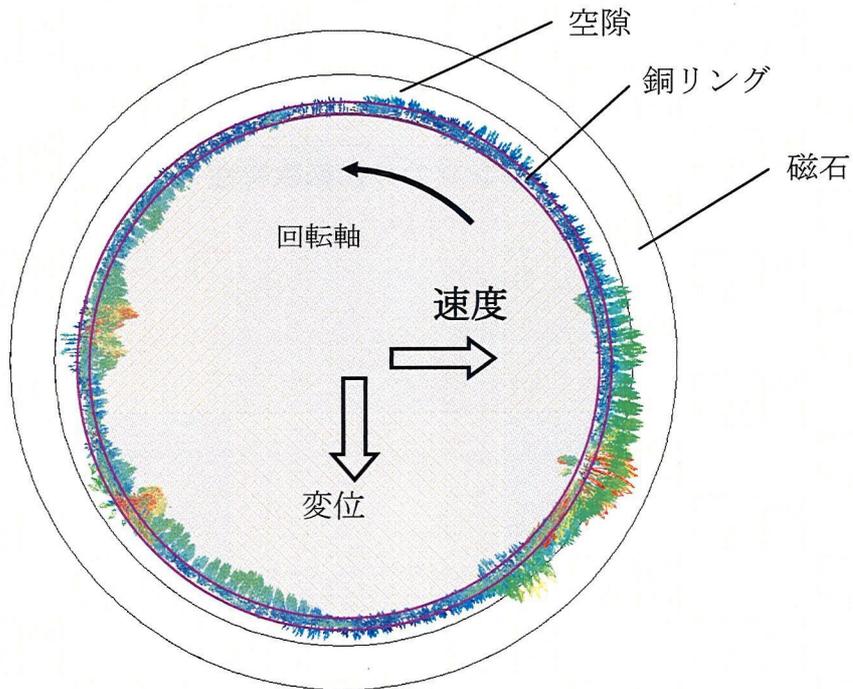


図 2.4.6 ローレンツ力の回転数特性 (ケース II)



(a)  $\omega=1,250$  rpm (危険速度以下)の場合



(b)  $\omega=2,085$  rpm (危険速度以上)の場合

図 2.4.7 危険速度前後でのローレンツ力のベクトル線図 (ケース II)

軸は反時計まわりに自転しており、同方向のふれまわり振幅が真下に最大になった瞬間の状態を示す。

### 2.4.3 試験結果との対比

前述のうず電流解析によるローレンツ力を考慮した軸系の減衰比と、試験結果より得られた減衰比の比較をケースⅡ，Ⅲ双方について図 4.2.8 に示す。なお解析により得られたローレンツ力から軸系の減衰比の算出は、軸の真円ふれまわりを仮定して以下の式より求めた。

$$\zeta = \frac{C_{xx}\omega_C - K_{xy}}{2m_e\omega_C^2} \quad (2.4.1)$$

上式において右辺分子は軸に作用する減衰力であるが、この減衰力は直接減衰力からクロスばね効果を減じたものであり、図 4.2.5 の時刻歴応答において得られたローレンツ力はこの差が直接解析されている。

解析では回転軸が不安定となるのは両ケースともに回転数が危険速度と一致するときであり、試験ではケースⅡの場合がそれに近い結果が得られている。しかしケースⅢでは危険速度よりも幾分高い回転数で不安定となっているが、速度比 0.5 以上ではある一定の減衰が付加されたような特性になっており、構造減衰の考慮が不十分であり本ケースにおいてもケースⅡと同様な傾向である可能性が高いものと推測される。

以上より、ローレンツ力が減衰に作用するか励振に作用するかは軸の回転座標系から見たふれまわり速度に比例するものと考えられ、試験において両ケース共に前まわりふれまわりが不安定になったこともそれを裏付けている。

なおここでは、ステータ側に公転を与えることで回転軸ふれまわりを模擬し、軸には回転のみ与えただけであり、軸内の運動だけで作用力が決まるのではなく静止側の運動に影響を受けていることから、組み立て構造の回転軸などで不安定振動の原因となる内部減衰作用とは異なる現象であると考えられる。ただし回転座標から見た相対速度に比例した作用力であるという点は共通しており、ローレンツ力の作用は内部減衰的と見てよく反力特性も内部減衰と同様な表現を行うことが可能である。

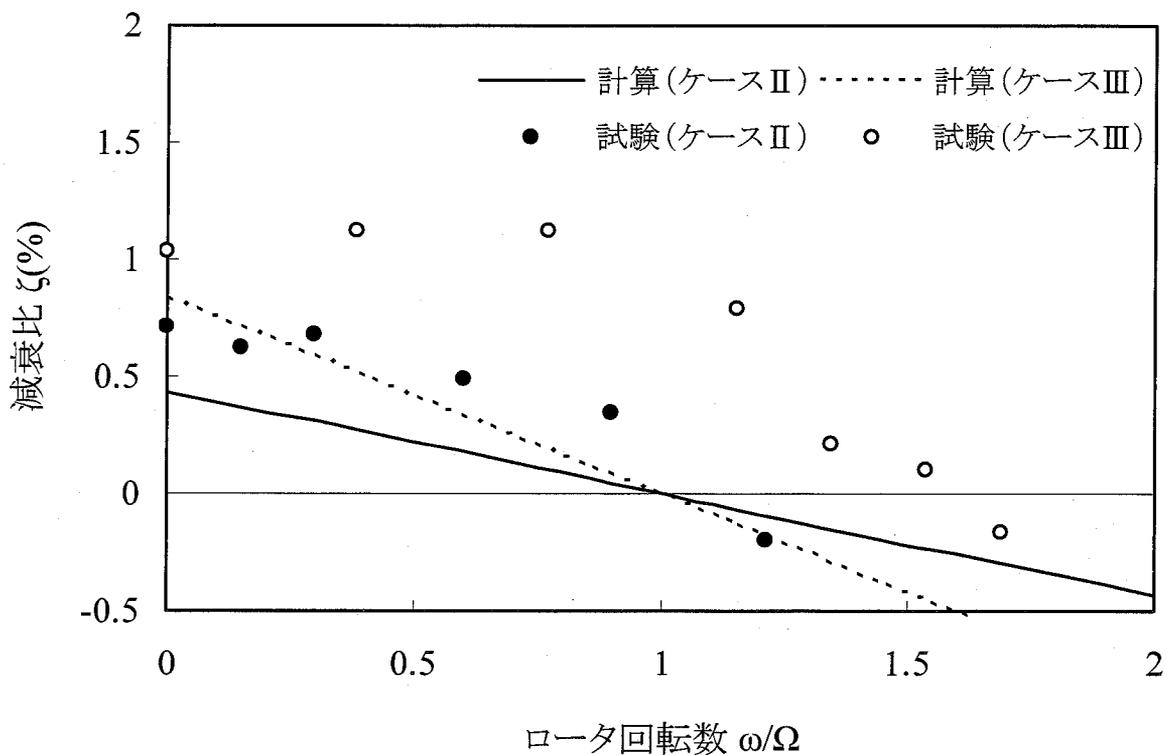


図 2.4.8 うず電流解析結果と試験結果の比較

## 2.5 結 言

直流磁界内で運転される，回転軸導体部に働くローレンツ力の動特性把握を行い，振動安定性評価技術の構築を目的として，永久磁石を使った試験装置を用いた加振試験，有限要素モデルに基づく回路網方程式よりローレンツ力分布を求めるコードの開発および市販コードによるうず電流解析を用いて，その力の特性および定量的予測法を検討した。

本章で得られた主な結果は以下のように要約される。

- (1) 試験装置を製作して回転試験を行ない，回転軸危険速度以上での自励振動発生を再現した。また微小変位に対する，磁束の変化率の符号を変える2つのモデルによる試験を行ったところ，ともに前まわりの不安定振動が認められ，空力励振による自励化要因として知られているのと同様なクロスばね効果ではないといえる。
- (2) 回転軸としての振動安定性評価を行うために，静磁界解析結果を用い，回転軸導体部を有限要素モデルとした回路網方程式からローレンツ力分布を求め，そ

れを全周積分することで反力特性を求めるコードを開発した。その結果を試験結果と比較したところ、定性的な傾向は一致することを確認した。

- (3) スライド境界を用いたらず電流解析により、回転しながらふれまわりを行う回転軸に作用するローレンツ力を直接数値シミュレーションする手法を提案した。これを本現象に適用したところ、ローレンツ力は危険速度以下では減衰力として作用するが、危険速度以上では位相が  $180^\circ$  変化して励振力として作用することが明らかとなった。試験結果とは一部整合していない面もあるが、このローレンツ力は回転座標系から見たふれまわり速度に比例した特性を持つことが明らかにされた。またローレンツ力の大きさについても概ね評価可能である。
- (4) 今回行ったシミュレーションは静止側にふれまわりを与えており、回転軸だけの運動でローレンツ力の発生が決まっているのではなく静止側の運動にも関係がある。従って力の発生メカニズムは内部減衰とは異なるものである。
- (5) 試験結果と解析結果は定量的には必ずしも良い一致をしていないが、ローレンツ力が内部減衰的であるという重要な特性が明らかになったことから、この特性を考慮することで振動安定性の評価に際し実用面では有効である。

以上の結果により、ローレンツ力の作用が明らかにされ、また回転軸の振動安定性を評価可能なコードが整備されたことから、今後磁界中で運転される回転軸の性能向上に供することができる。



## 第3章 回転軸における機械制御系のねじり連成解析

### 3.1 緒言

近年のコンピュータ技術の高速化，大容量化を背景とした，メカトロニクス技術の進展には目を見張るものがあり，この技術を融合して付加価値を上げ機械を自由に制御して高機能化をはかるための研究が各方面で展開されており，今後もこの傾向は維持加速するものと思われる．この技術のポイントは高応答化，すなわち制御力の増大と制御周波数帯域の拡大である．ところで，制御とは通常フィードバック制御を意味し，機械にフィードバックをかけるということは機械自体の固有値特性（固有振動数，減衰値）を変えらるということであり，前記メカトロニクス技術の進展によりその変化量が大きくなるだけでなく，影響の及ぶ固有値の数も増加することになる．

一方機械のハードに目を向けると，資材費高騰，コストダウンによる利益確保などの目的から軽量化がキーワードとなっている．勿論，高速化，高機能化のため機械剛性を確保するための努力は払われているが，一般的には昔の機械に比べると低下しているようである．また鋳物構造から板金構造への変更，すべり接触からころがり接触，ギアカップリングからダイアフラムカップリングへの移行など，減衰要素という面からも少なくなっており，全体として機械自体の動剛性は低下傾向にあり対振動的には脆化している．

従来は相互作用がそれほど小さくなく，通常行われていた機械系と制御系個別設計でも問題が発生することはなかったが，上述のような背景から機械系と制御系の相互作用も大きくなってきており，振動面から製品信頼性を向上させるためには，相互作用を考慮した機械システムとしての設計技術が必要不可欠となってきている．機械系，制御系個々に見ると，それぞれ単独技術としては高度な技術レベルにあり，現在でも不具合が発生した場合とか，重要度の高い製品開発の場合にはそれら双方の技術を適用した高度な解析が行われているが，その解析評価を通常的设计業務にまで落とし込むためにはハンドリングの良いシステムの開発が必須である．

回転軸において，機電連成評価を必要とする代表製品は能動型磁気軸受であり，ラテラル振動に関してはこの製品開発とともに評価技術が進歩してきた．これは磁気軸受が元々不安定性を持つ磁気力を利用していることに加え，完全非接触保持であるため静的にも自立しない構造であるため機電連成評価が必須であったことによるが，この技術は既に設計段階で詳細評価可能なシステムとして実用に供している．一方，ね

じり系についてみると、回転方向にはフリーであるが、基本的に軸はメカ的に保持されており 1 自由度のみの制御系設計で実用上十分であったため、ラテラル振動に対しその評価技術の適用は遅れたが、やはり高応答化による評価の必要性がクローズアップされてきた。

本研究では回転軸系のねじり振動を対象として、設計段階で誰でも容易に使用可能な機電連成詳細解析システムの開発を行い、高応答化に対応した信頼性の高い製品開発に供することを目的とする。機械系に対しては、既に開発済みのラテラル解析コードによるモデル化を流用し、電気系についてはベンダノウハウ流出防止の面から詳細モデルの入手は困難であるため伝達関数での入力に対応できるようにした。機能としては固有値解析、周波数応答解析、過渡応答解析など通常の標準解析が可能である。本システムは梁モデルを基本としているが、タービン、圧縮機などの大型回転機械を始めとして、製鉄機械の駆動系、工作機械スピンドルなどあらゆる回転機械の設計ツールとして適用可能である。本章では、その開発システムの内容および適用事例について述べる。

### 3.2 機械系と制御系を含む全体系の振動解析システム

#### 3.2.1 機電連成振動の定式化<sup>(44)</sup>

従来機械系のみでのねじり系のモデル化は、全体を剛体とみなすかあるいは少数の集中定数系に置くのが主流であったが、固有振動数予測の高精度化を目的として有限要素法を適用した多自由度を有するモデル化を行うことにした。また対象振動数が低くかつ高応答ということで、制御系との連成による作用も顕著になることは明らかであり、この機械系の有限要素モデルに対し制御系も考慮可能なように定式化を行った。

多入力、多出力系に対し、状態方程式、出力方程式は式 (3.2.1) のように表現される<sup>(45),(46)</sup>。

$$\begin{aligned} \dot{z} &= Az + Bu \\ \theta &= Cz + Du \end{aligned} \tag{3.2.1}$$

図 3.2.1 は式 (3.2.1) の入出力関係を状態変数線図に表したもので、変数の流れを表している。ここで、 $z$ 、 $\theta$ 、 $u$  はそれぞれ状態、出力、制御ベクトルを、 $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  はシステムの状態、制御、出力各ベクトル間の伝達行列を表す。まず、機械要素、制御要素をすべて含んだ状態、出力方程式を作り、それと要素ごとの結合条件式を連立

させることで、式 (3.2.1) と同形式のフィードバック系を含んだ機電連成式をうる。  
以下にその手順について述べる。

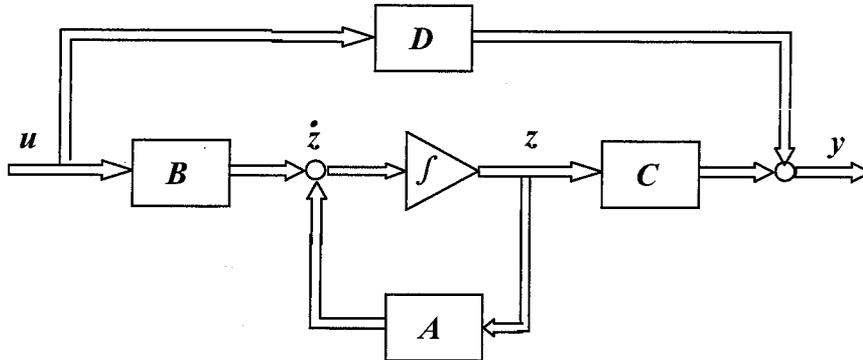


図 3.2.1 状態変数線図

まず機械系の要素に対する運動方程式は次式となる。

$$J_m \ddot{\theta}_m + C_m \dot{\theta}_m + K_m \theta_m = F \quad (3.2.2)$$

ここで、 $J_m$ ,  $C_m$ ,  $K_m$  はそれぞれ機械ねじり系要素の質量、減衰、剛性行列、 $F$  は外力ベクトル、 $\theta_m$ ,  $\dot{\theta}_m$ ,  $\ddot{\theta}_m$  はそれぞれ変位、速度、加速度ベクトルであり、これを状態方程式、出力方程式に表すと式 (3.2.3) となる。

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_{m1} \\ \dot{\theta}_{m2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -J_m^{-1} K_m & -J_m^{-1} C_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{m1} \\ \theta_{m2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ J_m^{-1} \end{bmatrix} F \quad (3.2.3)$$

$$\begin{bmatrix} \theta_{m1} \\ \theta_{m2} \\ \theta_{m3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \\ -J_m^{-1} K_m - J_m^{-1} C_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_{m1} \\ \theta_{m2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J_m^{-1} \end{bmatrix} F$$

これを式 (3.2.1) と対応づけると、

$$z_m = {}^t [\theta_m, \dot{\theta}_m] \quad (3.2.4)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -J_m^{-1} K_m & -J_m^{-1} C_m \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ J_m^{-1} \end{bmatrix} \quad (3.2.5)$$

$$C = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & I \\ -J_m^{-1} K_m - J_m^{-1} C_m \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ J_m^{-1} \end{bmatrix}$$

である。

一方制御系についてはその伝達関数を式(3.2.6)とすれば、その内部表現は式(3.2.7)

のようになる。

$$H(s) = \frac{b_1 s^{n-1} + b_2 s^{n-2} + \cdots + b_{n-1} s + b_n}{s^n + a_1 s^{n-1} + a_2 s^{n-2} + \cdots + a_{n-1} s + a_n} \quad (3.2.6)$$

$$\begin{aligned} \dot{z}_C &= A_C z_C + B_C u \\ \theta_C &= C_C z_C + D_C u \end{aligned} \quad (3.2.7)$$

ここに,

$$z_C = {}^t [\theta_C, \dot{\theta}_C, \ddot{\theta}_C \cdots] \quad (3.2.8)$$

$$A_C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \ddots & 1 \\ -a_n & -a_{n-1} & \cdots & -a_1 \end{bmatrix}, B_C = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (3.2.9)$$

$$C_C = [b_n \ b_{n-1} \ \cdots \ b_2 \ b_1], D_C = 0$$

すなわち、式(3.2.3),(3.2.7)のように機械系、制御系ともに同形式に表記されることから、それぞれの各要素  $i$  について式を書き下すと、

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \vdots \\ \dot{z}_i \\ \vdots \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & A_i & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ z_i \\ \vdots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & B_i & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ u_i \\ \vdots \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} \vdots \\ \dot{\theta}_i \\ \vdots \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & C_i & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ z_i \\ \vdots \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \ddots & & \\ & D_i & \\ & & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \vdots \\ u_i \\ \vdots \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

次に各要素ごとの結合条件を与える。すなわち各要素への入力を  $u$ 、出力を  $\bar{\theta}$ 、また外部入力を  $w$  とすれば、図 3.2.2 に示すように

$$u = K_B \bar{\theta} + K_E w \quad (3.2.11)$$

なる関係が成立する。

もう少し具体的に記載すると式 (3.2.12) のようになり、結合される要素間の入出力条件を与えると同時に外部入力も規定することにより、強制入力も可能となる。



メッシュ分割

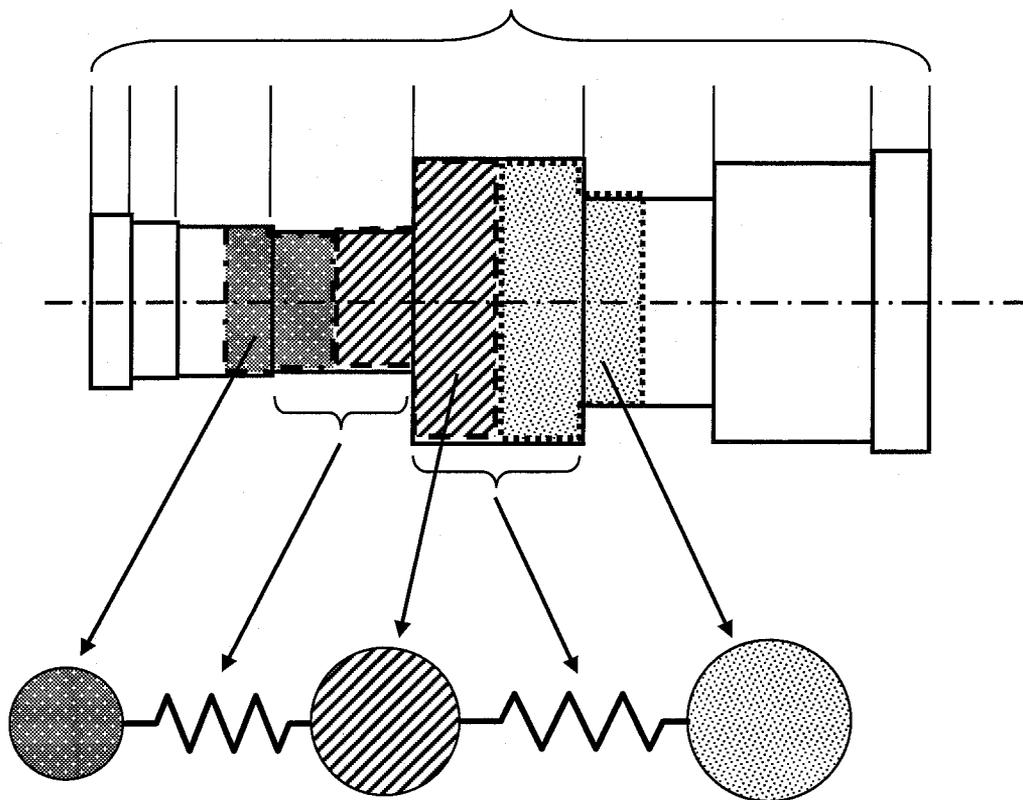
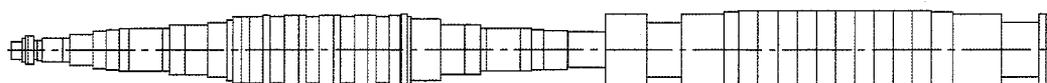


図 3.2.3 駆動軸系のメッシュと有限要素モデル



$D_b$ : EFFECTIVE DIAMETER OF BENDING STIFFNESS SCALE=0.0645  
 $D_t$ : EFFECTIVE DIAMETER OF TORSIONAL STIFFNESS SCALE=0.0645  
 $D_w$ : EFFECTIVE DIAMETER OF SECTION WEIGHT SCALE=0.0645  
 $D_i$ : EFFECTIVE DIAMETER OF POLAR MOMENT OF INERTIA SCALE=0.0645  
 $L_s$ : SECTION LENGTH SCALE=0.0752

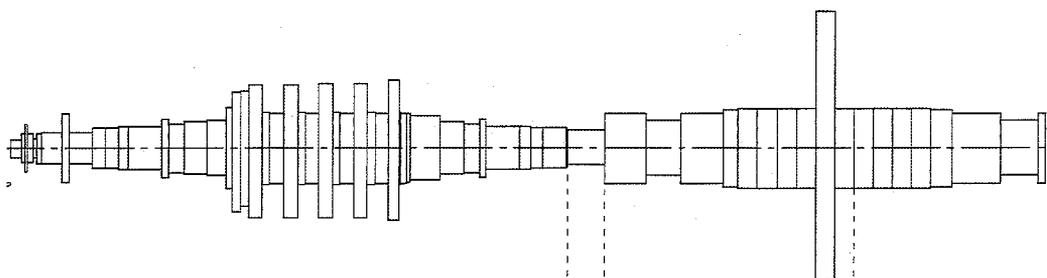


図 3.2.4 駆動軸系のメッシュ分割例

解析メニューは、実固有値解析のほかに、周波数応答解析、複素固有値解析、および強制応答解析機能があり、以下にその解析方法を示す。

### (1) 周波数応答解析

以下に示すような直接解法を採用している。

式(3.2.13)において、 $z=z_0e^{j\omega t}$ 、 $w=w_0e^{j\omega t}$ 、とおくと、

$$[j\omega I - \{A_0 + B_0(I - K_B D_0)^{-1}\}K_B C_0]z_0 = B_0(I - K_B D_0)^{-1}K_E u_0 \quad (3.2.15)$$

これを  $z_0$  について解き、式(3.2.14)に代入すれば応答は次式により求まる。

$$\bar{\theta} = [\{C_0 + D_0(I - K_B D_0)^{-1}\}K_B C_0]z_0 + D_0(I - K_B D_0)^{-1}K_E w_0 e^{j\omega t} \quad (3.2.16)$$

### (2) 複素固有値解析

状態方程式式(3.2.13)の右辺第 1 項のシステム行列を、ダブル QR 法を用いて固有値および固有ベクトル（状態変数モード）を解析している。

### (3) 強制応答解析

数値積分による直接解法を用いている。すなわち状態方程式(3.2.13)をルンゲクッタ・ギル法、またはニューマーク  $\beta$  法にて積分し、その結果を出力方程式に代入して出力を得る。

## 3.2.3 非線形項のあつかい

### (1) むだ時間要素

時間領域での  $y(t)=x(t-\tau)$  なるむだ時間要素の伝達関数  $e^{-s\tau}$  を、Pade の近似式、例えば次式の 2 次式にて展開している。

$$e^{-s\tau} = \frac{(s\tau)^2 - 6s\tau + 12}{(s\tau)^2 + 6s\tau + 12} \quad (3.2.17)$$

ここで  $s$  はラプラス演算子を示す。強制応答解析では、まず初期条件として  $\tau$  時間前の出力を与えて結合条件式(3.2.11)を求める。次にそれを入力としてむだ時間要素を自由度からはずした式(3.2.13)を数値積分し、その結果を式(3.2.14)に与えて出力を求めている。

### (2) サンプルホールド

$u(t)=1(t)-1(t-T_{sah})$  に対し、記述関数法を用いて伝達関数を求めると、 $(1 - e^{-sT_{sah}})/sT_{sah}$  であり、これは積分要素と、比例要素とむだ時間との差の積である。そこで過渡応答解析ではこの要素を積分要素とみなし、結合条件式(3.2.11)の入出力に現時間と  $T_{sah}$

時間との差を与えている。なお、周波数応答、複素固有値解析においては、むだ時間と同様 *Pade* の近似式を用いている。

(3) 機械系のがた要素

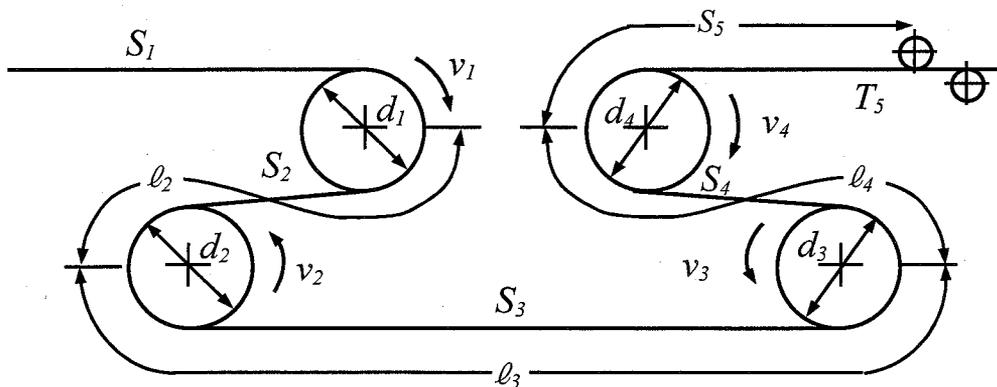
過渡応答のみに考慮可能である。この要素の剛性は 0 とし、得られた相対変位より反力を系への入力として返している。

(4) ブライドル要素

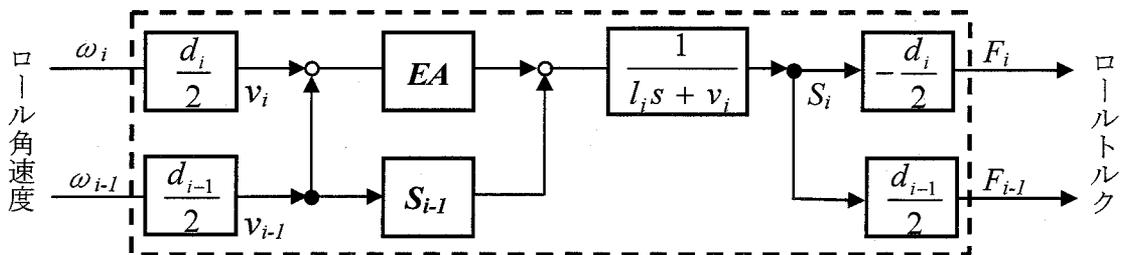
図 3.2.5(a) に示すブライドル系においては、搬送体の伸びによって各ロールの速度が異なってくる。このような系では式(3.2.18)に示すような関係がある<sup>(49)</sup>。

$$T_i = \frac{EA(v_i - v_{i-1}) + v_{i-1}S_{i-1}}{v_i(\ell_i/v_i s + 1)} \quad (3.2.18)$$

これを図 3.2.5(b) のブロック線図に示すような 2 入力 2 出力系として扱っている。



(a) ロール配置



$S_i$  : 張力                       $\ell_i$  : 張力域長さ                       $A$  : 断面積  
 $v_i$  : ロール周速                       $d_i$  : ロール直径                       $E$  : ヤング率

(b) ブロック線図

図 3.2.5 ブライドルロール系のモデル化

### 3.2.4 制御要素

本システムで考慮可能な制御系要素一覧を表 3.2.1 に示す.

表 3.2.1 伝達関数一覧 (1/2)

要素名	特性	伝達関数
DV	変位—電圧変換	$\gamma s + \beta$ $\beta, \gamma$ : 変換係数
P	比例	$k_p$
D	微分	$\frac{k_D s}{1 + Ts}$
I	積分	$\frac{k_i}{s}$
PI	比例・積分	$k_p + \frac{k_i}{s}$
PID	比例・積分・微分	$k_p + \frac{k_i}{s} + \frac{k_D s}{1 + Ts}$
LEAD	位相進み	$\frac{1 + Ts}{1 + \alpha Ts}$ $\alpha$ : 定数
LAG	位相遅れ	$\frac{T_2}{1 + Ts}$
LAG2	位相 2 次遅れ	$\frac{\beta}{s^2 + 2\zeta\omega s + \omega^2}$ $\beta$ : 定数
MAG	電磁石 (電圧—力変換)	$\frac{k_m}{Ls + R}$
GTE2	一般伝達関数	$\frac{b_4 s^4 + b_3 s^3 + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_4 s^4 + a_3 s^3 + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}$

表 3.2.1 伝達関数一覧(2/2)

要素名	特性	伝達関数
BPF	帯域通過フィルタ	$\frac{2\zeta\omega_0 s}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} G$
BEF	帯域消去フィルタ	$\frac{s^2 + \omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} G$
STF	全域通過フィルタ	$\frac{s^2 - 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} G$
LPF	低域通過フィルタ	$\frac{\omega_0^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} G$
HPF	高域通過フィルタ	$\frac{s^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} G$
LBEF	低域通過・帯域消去フィルタ	$\frac{s^2 + \omega_1^2}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} G$
MDF	モード減衰フィルタ	$1 - \frac{2\zeta\omega_0 s}{s^2 + 2\zeta\omega_0 s + \omega_0^2} G$
TLAG	演算時間遅れ	$e^{-s\tau}$
TSAH	サンプリングホールド	$\frac{1 - e^{-sT_{sah}}}{T_{sah}s}$

### 3.2.5 本システムの特徴

以上述べたような機能を有するシステムを開発したが、特徴を以下に列挙する。

- 多自由度有限要素モデルにて実際の軸系を忠実に再現
- 既存の曲げ振動解析で採用しているメッシュ分割機能と共通化
- 優しい GUI, 異回転軸, 結合条件など, 初心者でもモデル化が容易に行えるよう配慮
- 人為的入力ミスを極力排除するよう, インプットデータの事前計算を必要最小限化
- 制御系を考慮可能
- 実, 複素固有値解析, 周波数応答解析, 強制応答解析メニューを装備
- むだ時間, サンプルホールドなどの非線形要素を考慮可能

このうち最も重要な特徴は、軸振動解析についてあまり知識がない人に対しても、対話方式による誘導機能により画一的な結果に至ることが可能なことである。なお本システムは回転軸に限らずビーム要素にてモデル化可能なものであればどのようなものでも適用可能である。

図 3.2.6 に本システムのオープン画面を示す。また図 3.2.7～図 3.2.9 には各入力状態画面の例を、図 3.2.10 には出力画面の例を示す。



図 3.2.6 社内汎用軸系解析システムオープン画面

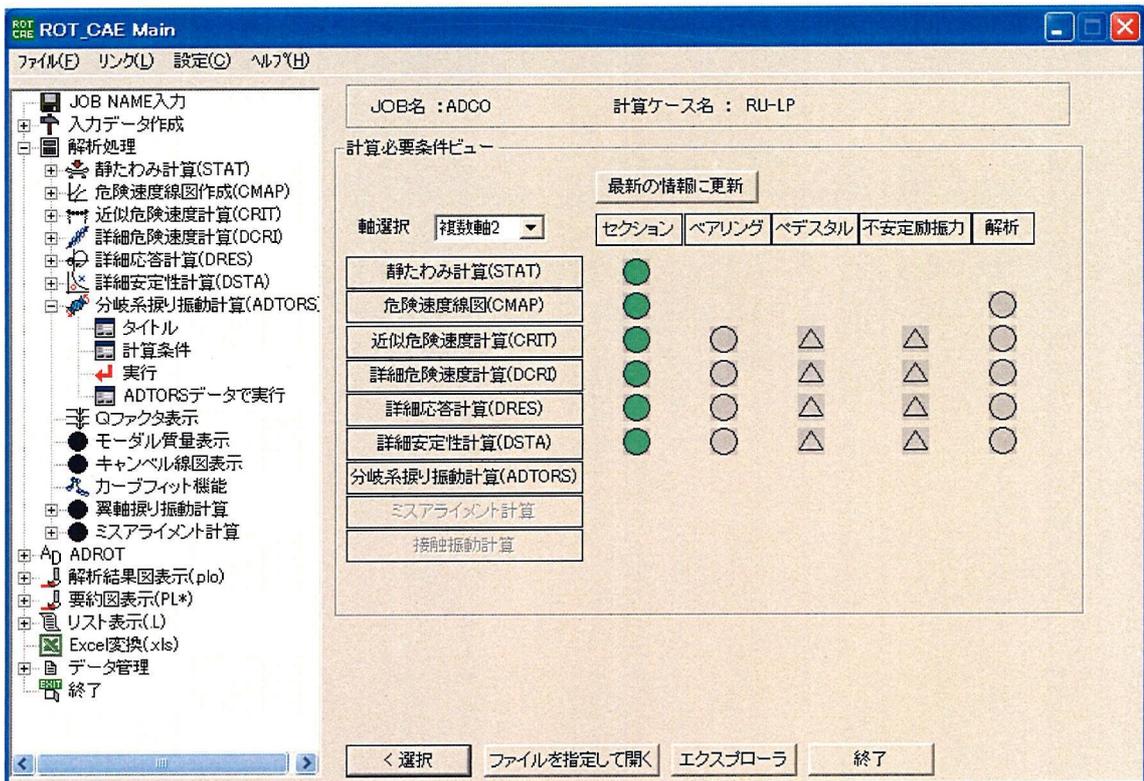


図 3.2.7 解析メニュー表示画面

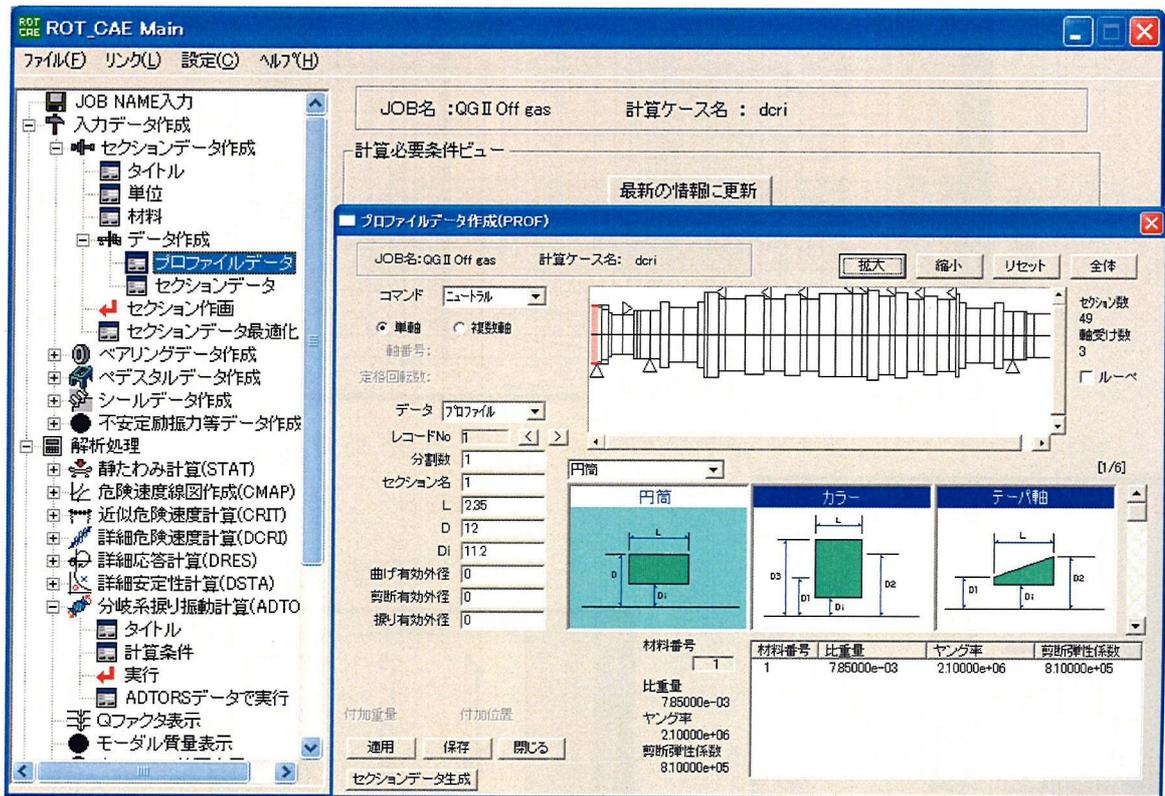


図 3.2.8 軸系データ入力画面

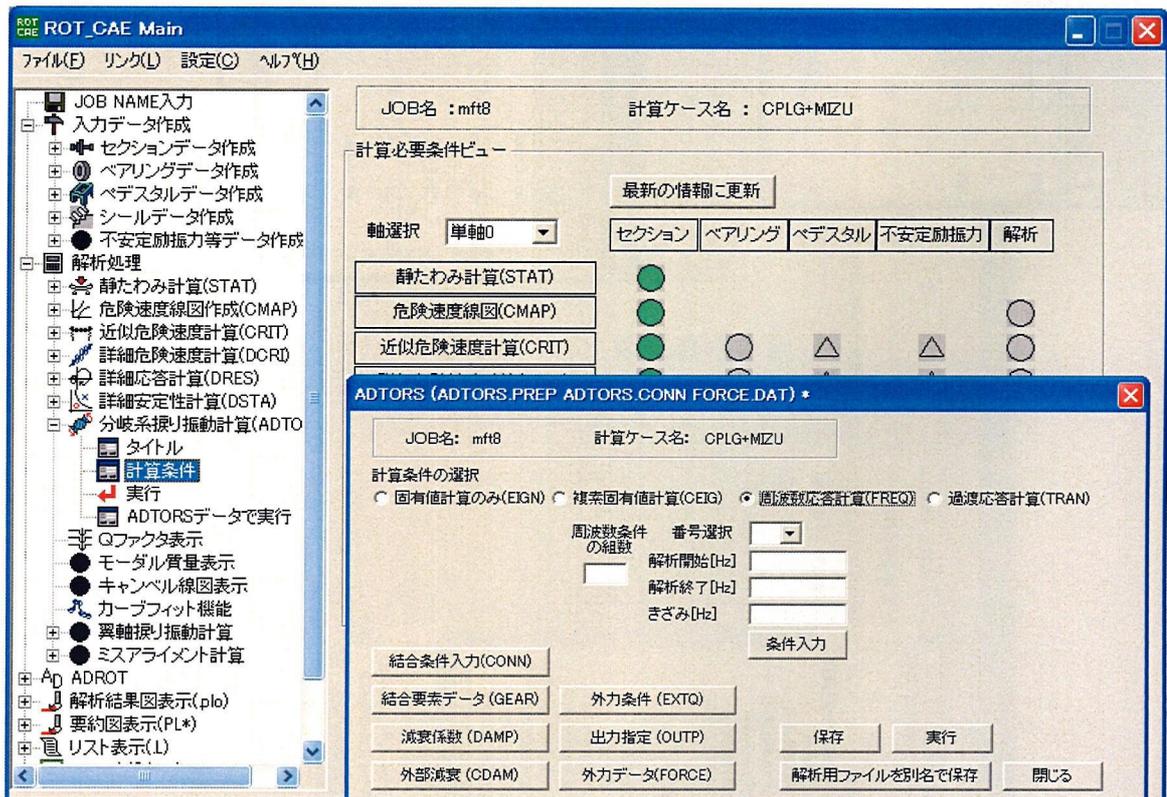
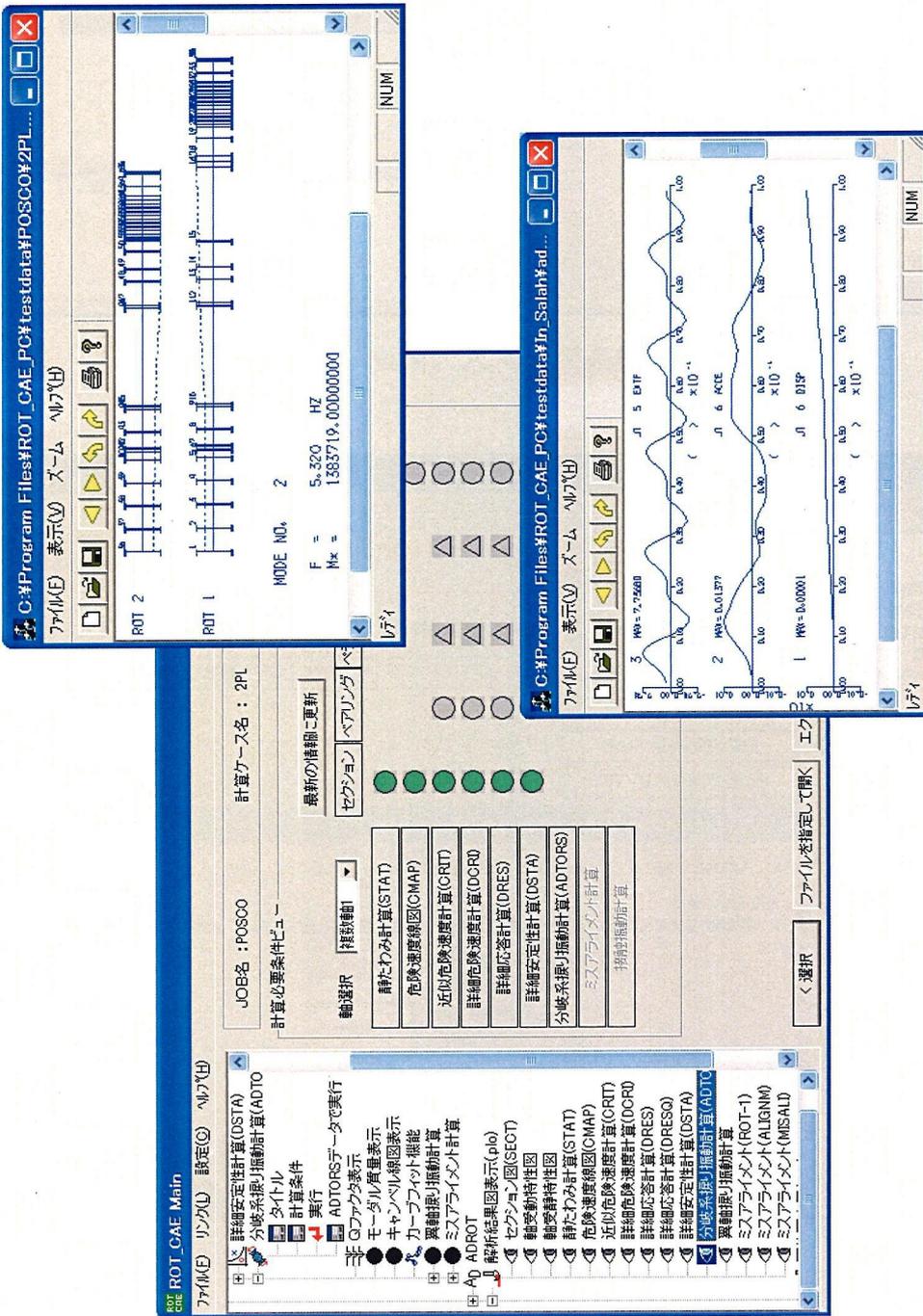
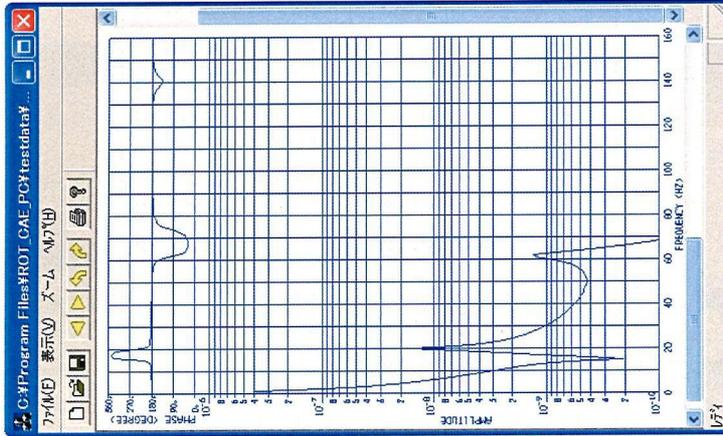


図 3.2.9 解析条件入力画面

固有値解析



周波数応答解析



強制応答解析

図 3.2.10 解析結果出力画面

### 3.3 実機への適用事例<sup>(47),(50)</sup>

開発した本システムは、既に実用化され多数の実機適用実績を持つが、適用事例のうち代表的なものを以下に述べる。

#### 3.3.1 天井クレーンの異音

図 3.3.1 に示すような、モータにより減速機を介してワイヤを巻きつけたドラムを回転させて吊り荷を上げ下げする機械で、負荷運転時に異音の発生が認められた。振動計測より約 75Hz の成分がハンティングしていることが判明したが、駆動軸の曲げ、架台などには該当する固有振動数がなく、モータのベクトル制御による応答性増大で、ねじり振動が励起されているのではないかとの判断をした。ベクトル制御は駆動系の追従性を向上させるための高応答性を持った制御方式であり、高い周波数まで制御力が及ぶのが特徴で、比較的高い固有振動数が発振することが多々見られる。

図 3.3.2 に制御系のむだ時間をパラメータにして複素固有値解析を行った結果を示す。これによると、実測された振動成分に近い固有振動数があり、それはむだ時間が約 1ms 以上あると不安定となる。対策の方向としては、ASR(Automatic Speed Regulation)のゲインを下げる、むだ時間を小さくすることなどが考えられ、実際にもその対策を行いこの問題は解決したとの情報を得ている。また固有振動数を上げることも有効である。無負荷での振動発生が認められなかったのは、ゲインが低下していることもあるが、負荷時に対して吊り荷がない分だけ固有振動数が高くなっていると推測される。振動数が 75Hz の場合一周期は約 13ms であり、1ms でも位相は 27° も遅れるため、高周波が対象となるほど従来問題にならなかつたような遅れが影響することになる。

このように、応答性を上げるためには高次の固有振動数にまで着目した評価をしておくことが必要であり、かつわずかなむだ時間でも機械の安定性を左右することに注意すべきである。

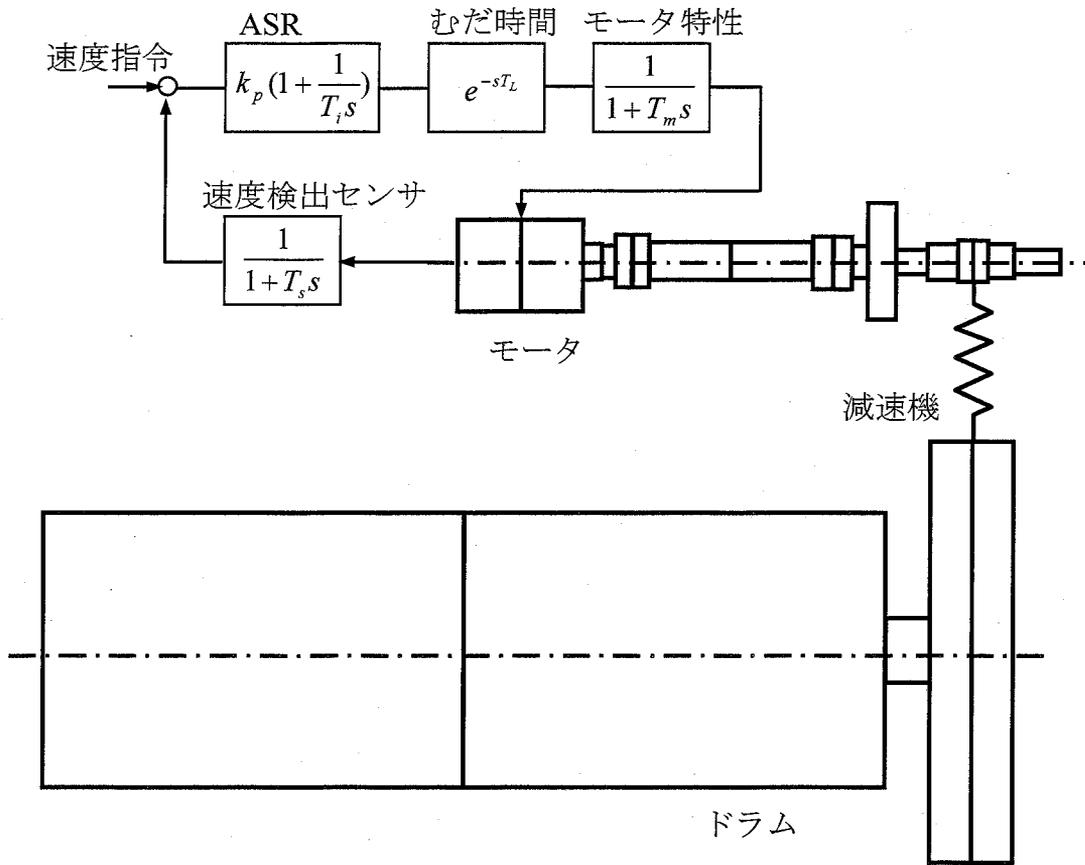


図 3.3.1 天井クレーン駆動系の軸系モデルと制御ブロック

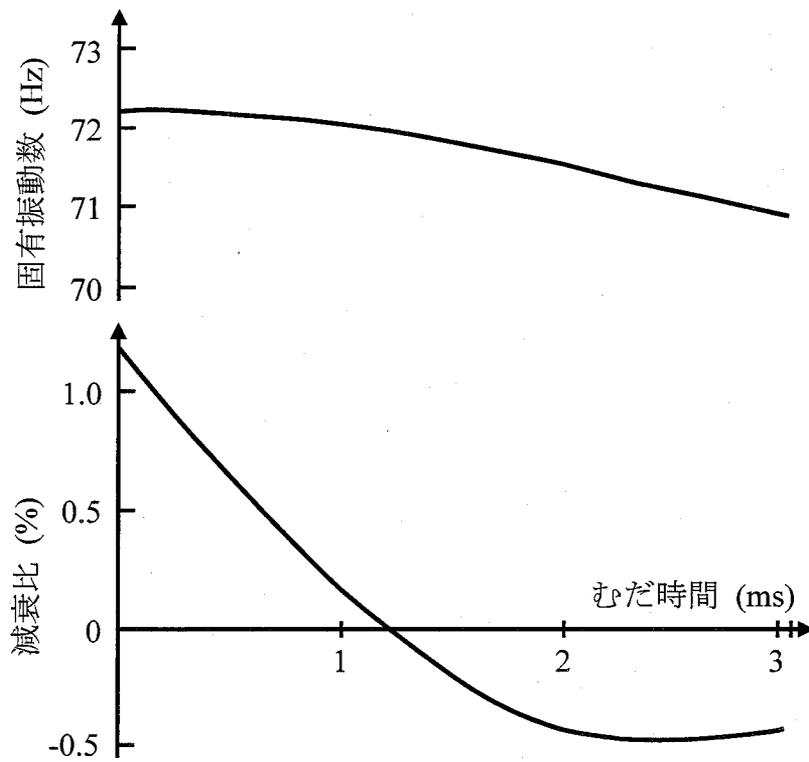


図 3.3.2 天井クレーン駆動系のむだ時間と固有値特性

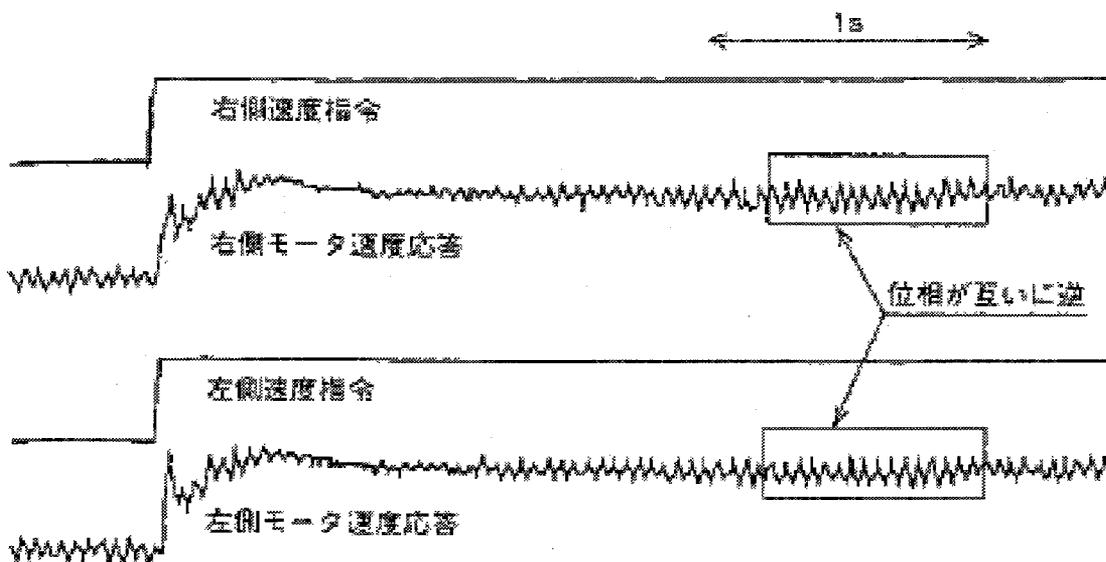
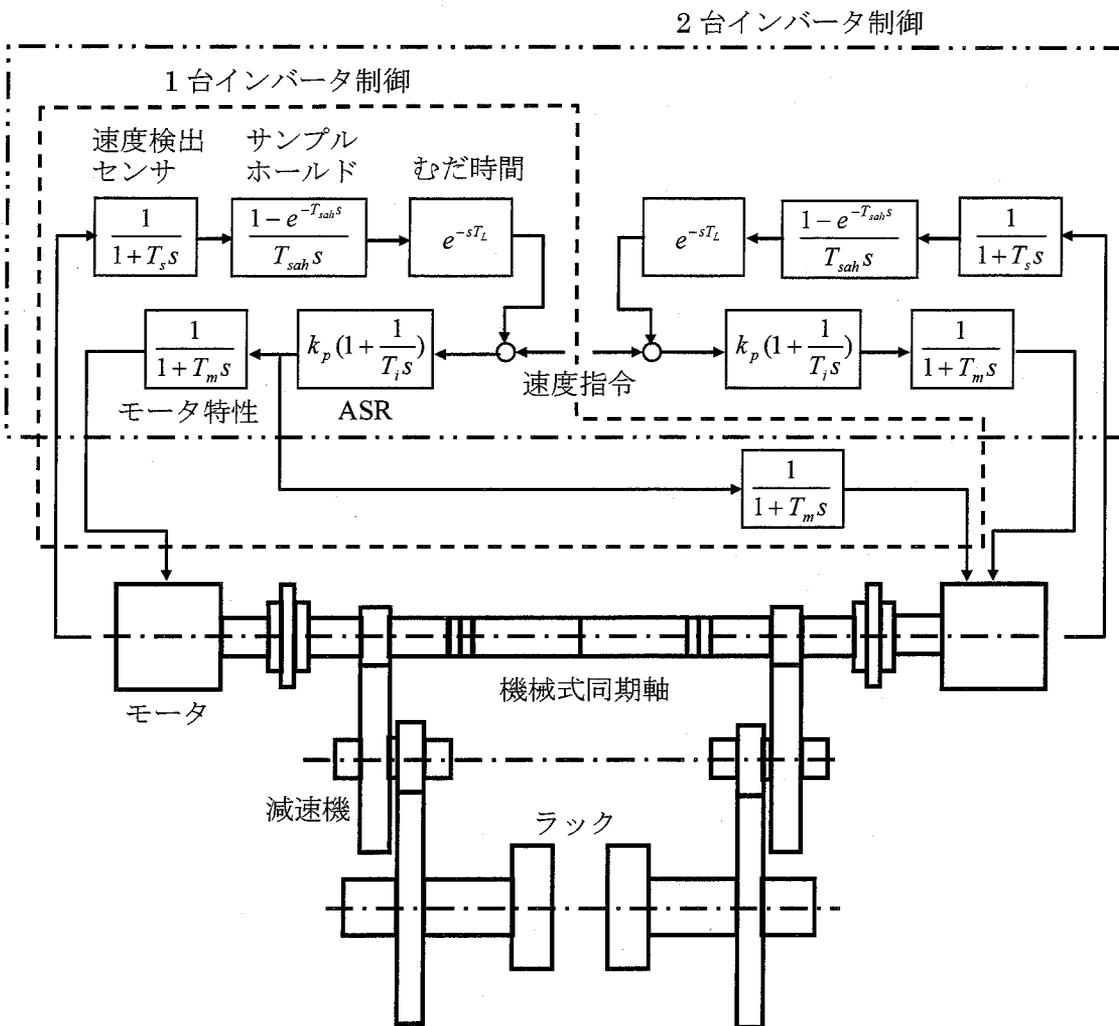
### 3.3.2 走行体におけるハンテイング

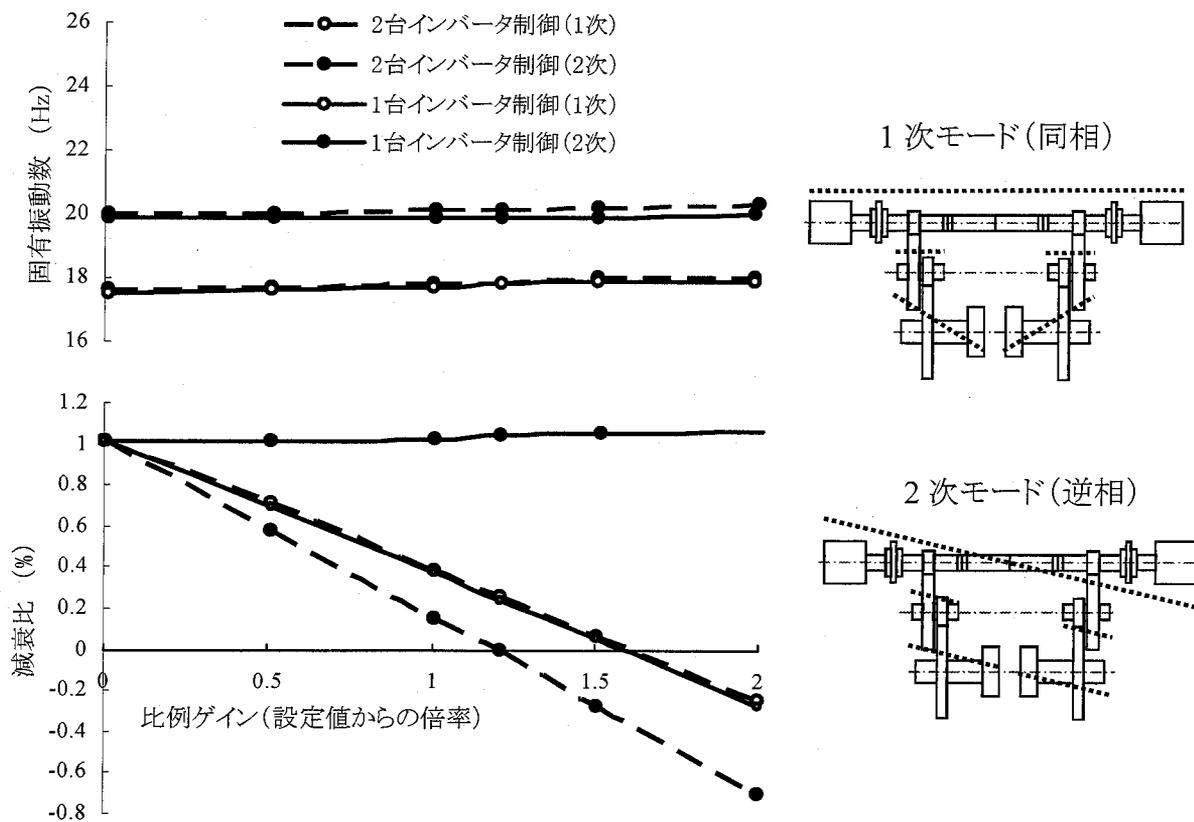
図 3.3.3 に示すようなメカタイ結合された走行体の双方を，独立にモータで駆動制御する（2 台インバータ制御）方式の駆動系において，図 3.3.4 に示すように速度静定後におよそ 20Hz の左右逆相の振動成長が認められた．このシステムについて ASR のゲインをパラメータとして複素固有値解析した結果を図 3.3.5(a)に示す．

ゲインを上げてゆくと，実機設定ゲインよりもわずかに高いゲインで同相モードよりも逆相モードが先に不安定となり，ほぼ実現象と一致している．同相モードは逆相モードよりも等価質量が大きく，従って剛性的にも高いため，安定限界となるゲインが高いものと考えられる．

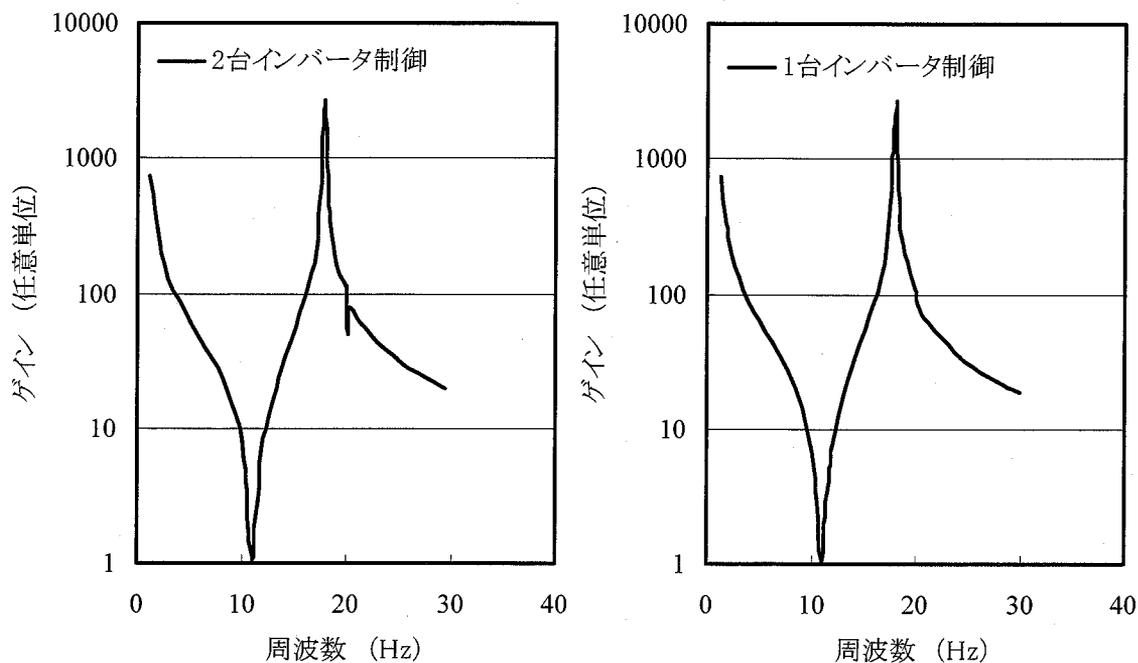
次に逆相モードについて応答性を損なわずにゲインに対する感度を下げげる方法として，ASR の信号をマスターとすること（1 インバータ制御）が考えられる．この方式についての解析結果を同図中に示すが，同相モードについてはほとんど変化ないが，逆相モードについては安定限界が大幅に向上できており，そのことは図 3.3.5(b) に示す閉ループ周波数応答からも理解される．

この例からもわかるように，振動を検出するセンサの位置，さらにはアクチュエータの作用させる位置によっても安定性が左右させられることに注意が必要である反面，このフィードバックの位置の違いによる振動特性への影響をうまく利用することで安定設計が可能となる．





(a) 複素固有値解析結果



(b) 周波数応答解析結果

図 3.3.5 走行体駆動系の安定性と周波数応答

### 3.3.3 ブライドル搬送系

ブライドル系とは、搬送ラインの張力差をコントロールする装置で、構造は図 3.3.6 に示すようなものであり、特にロール間のせん速性が不十分だと張力変動、スリップなどが発生し問題となる。本システムでの速度指令に対する応答の解析例を図 3.3.7 に示す。従来、ロール間は板ばね結合として解析していたが、その結果に対し式 (3.2.17) を適用すると 1 次遅れ効果によって応答が鈍化している。また、ロール径差をつけないと張力は負となり板がたるむことになるが、適当なロール径差をつければそれが回避されていることが理解される。

従来の板ばね結合モデルでは、ロール径差をつけた場合のせん速性、トルク変動などの評価はできなかったが、本システムによりそれらが可能となった。

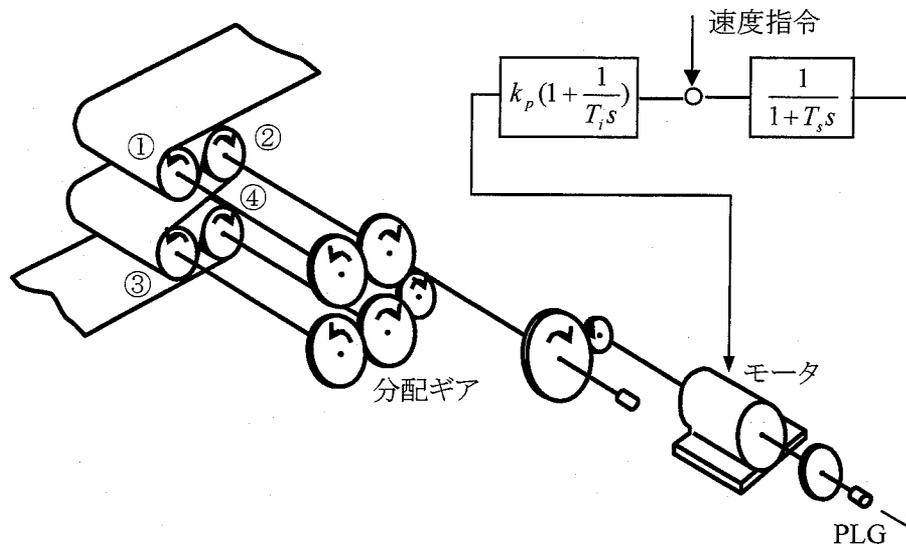
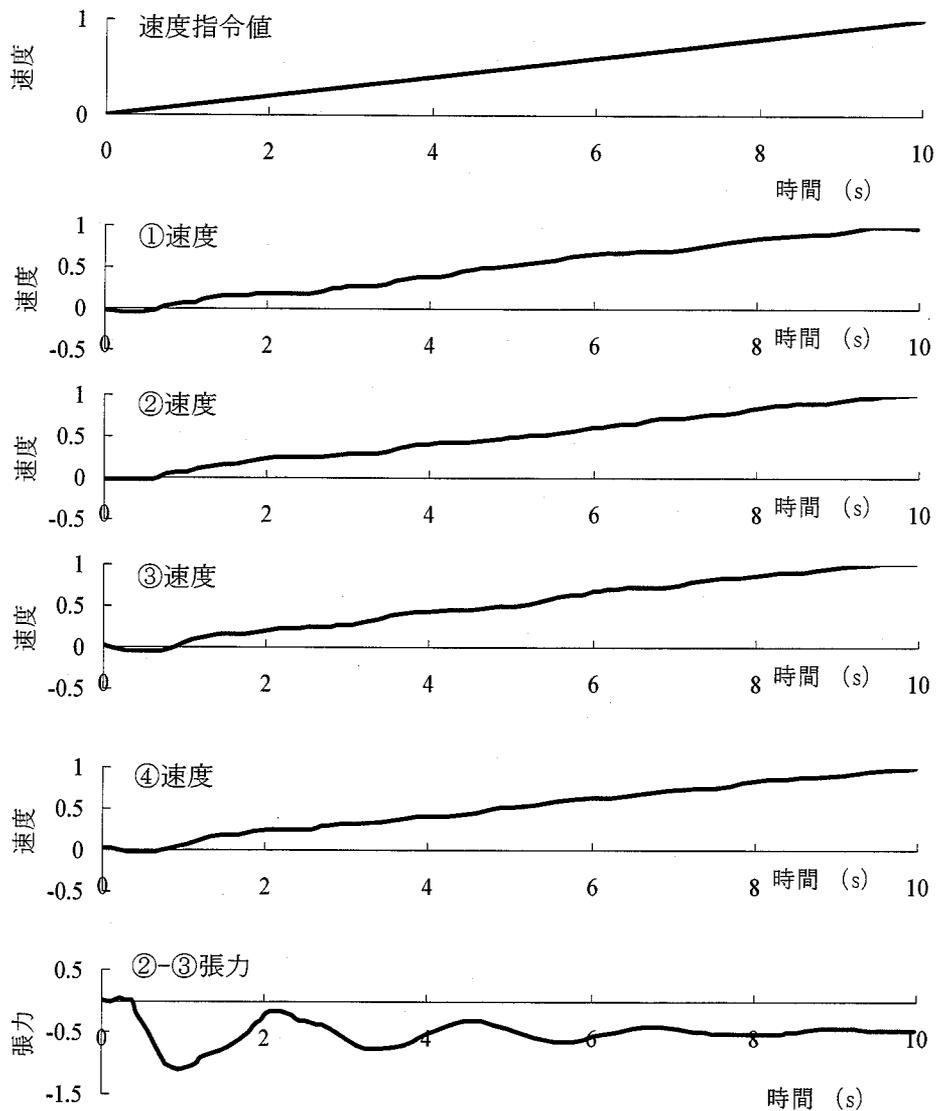
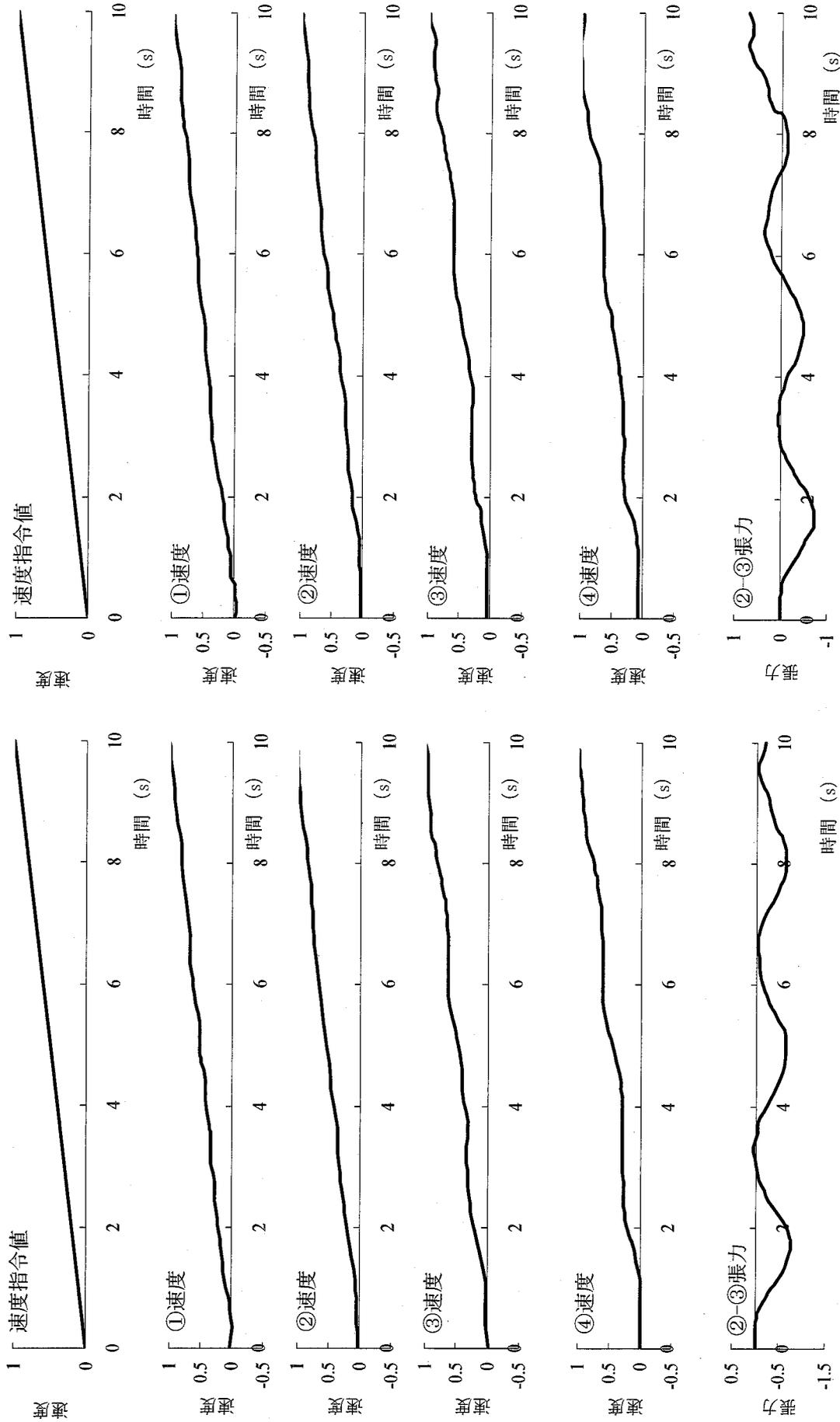


図 3.3.6 ブライドル系の解析モデル



(a) 板剛結合の場合

図 3.3.7 ブライドル系の昇速応答解析結果(1/2)



(c) ロール径差をつけた場合

(b) ロール径差のない場合

図 3.3.7 ブライドル系の昇速応答解析結果(2/2)

### 3.3.4 送り系の高周波ハンテイング

図 3.3.8 に示すようなテーブル送り系において、フィードバックゲインを上げていった際に振動が発生した。この送り系ではミクロンオーダの位置決めを行うために、モータ速度とテーブル変位をフィードバックするフルクロズド制御を行っている。その制御においては、目標値に対するテーブルの動的追従性を上げるためにフィードバックゲインを高く設定する必要があるが、そのことで振動が発生して必要なゲインを確保できないことがある。またフルクロズド制御の場合、速度検出と位置検出の位置が異なるために、その間で振動モードの位相ずれが生じることも振動原因のひとつとなる。

図 3.3.9 はテーブル追従性をあげるために速度フィードバックゲインを上げていった際の振動データである。テーブルが 375Hz で送り方向に振動し制御不能になった。ここで 375Hz は機械系の固有振動数と推定されるが、テーブルや架構系にはこの固有振動数は存在せず、送りねじ系のねじり固有振動数の可能性が高いことから本システムを用いて固有値解析を実施した。なお本解析においては機械系の減衰は考慮しておらず、減衰比については制御系のみで発生するものである。その結果を図 3.3.10 に示すが、ボールスクリュウがねじれてモータとテーブルが逆位相となる（位置ループ内で振動モードにより位相反転が発生している）モードがおおよそ 350Hz に存在し、比例ゲインの増加とともに減衰比は低下してゆく特性を持っており、実測された 376Hz の振動はこの固有値が制御系により自励化されたものと考えられる。

このことを確認するため、実際にモータ位置決め指令値に電気ノイズを重畳させて加振を行い、閉ループでの機械特性を計測した結果を図 3.3.11 に示す。解析に比べ振動数は高いが、比較的明瞭なピークである 412Hz の振動モードは解析のそれとほぼ一致しており、本システムでの評価の妥当性が検証された。

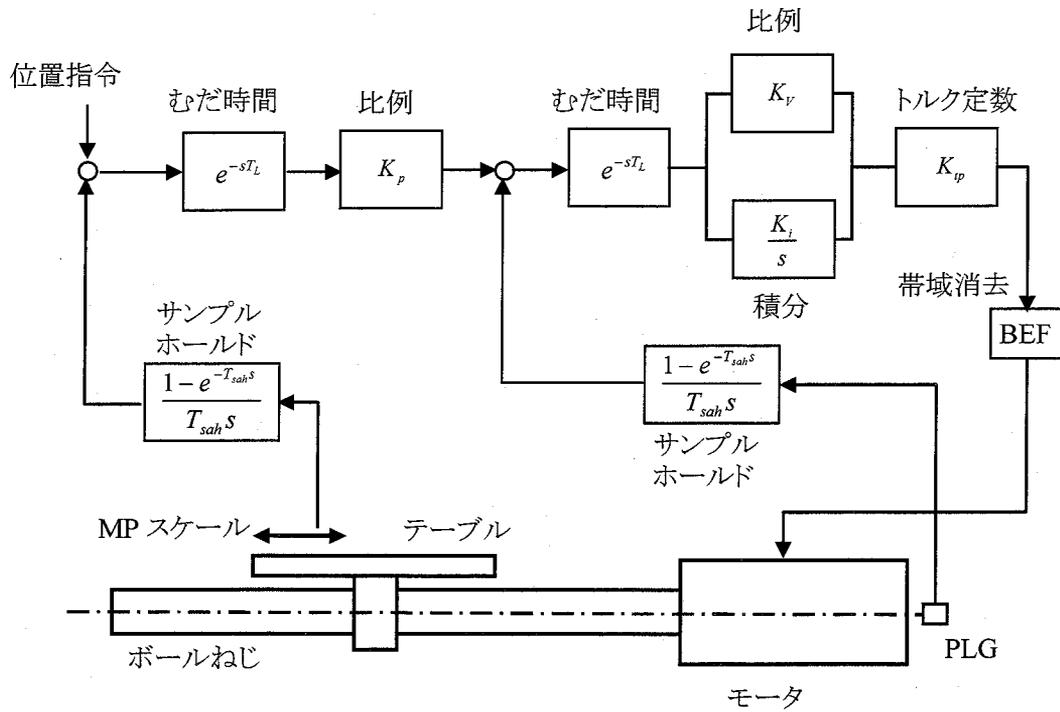


図 3.3.8 テーブル送り系システム

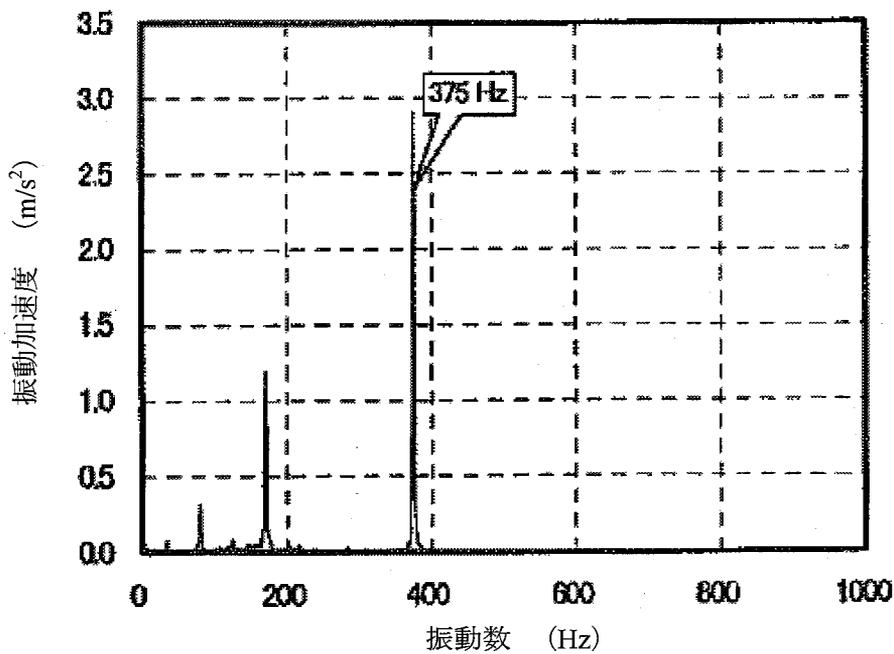


図 3.3.9 計測された振動スペクトル

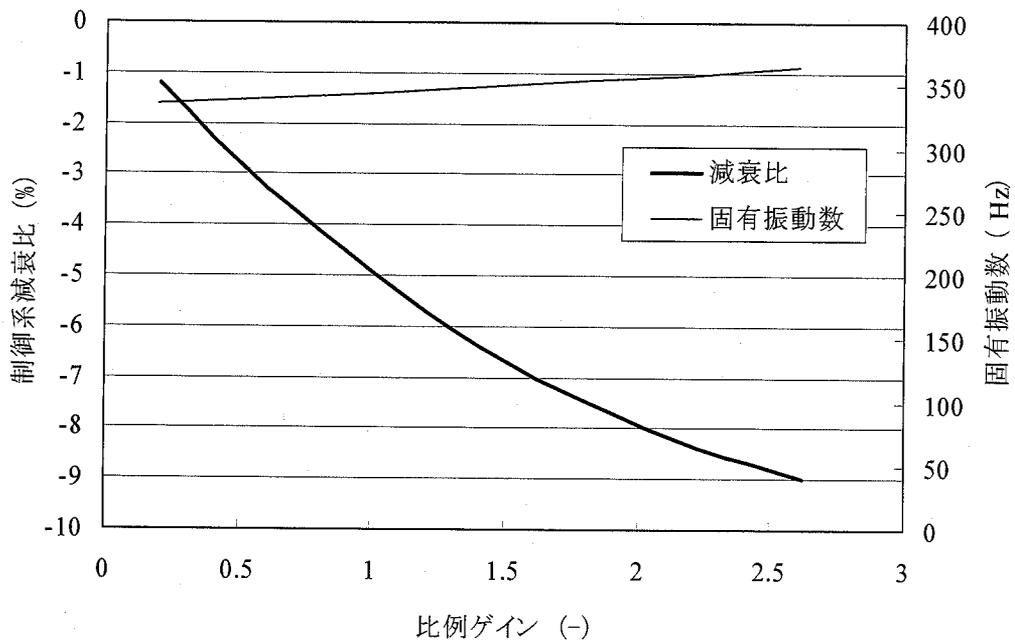


図 3.3.10 制御系を考慮した複素固有値解析結果

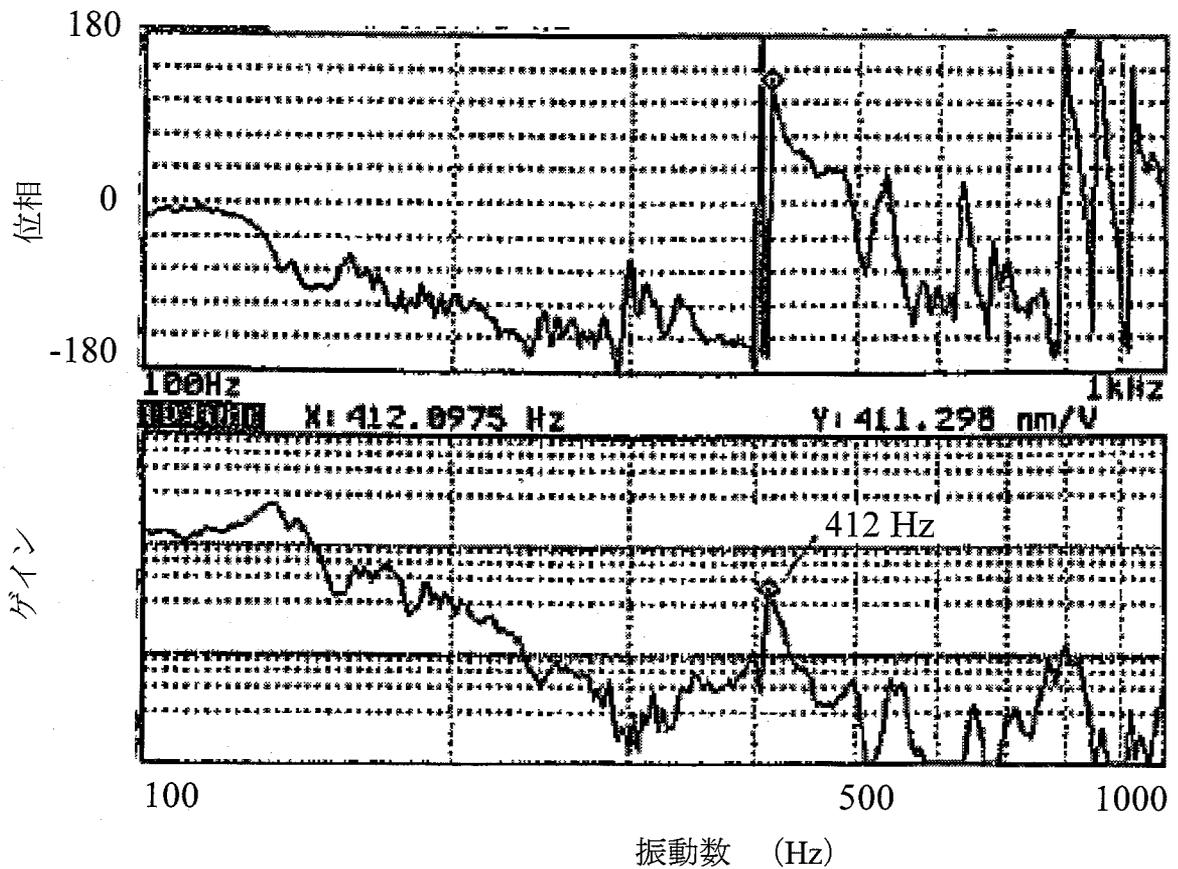


図 3.3.11 ねじり系加振試験による閉ループ特性

### 3.4 制御系による機械系への作用

前章で述べた事例も含め、制御系を含む機械の振動として分類的には自励発振の問題が非常に多い。その原因は問題自体が意識されないこともあるが、およそ評価対象ではなく着目されない高次の固有振動が問題であり、モデル化自体も行われていないためであると考えられる。ここでは、機械に対し制御を行うということはどういうことかについて考察を行い、設計段階での注意点についてまとめてみる。

図 3.4.1 は機械制御系のブロック線図である。機械系の運動方程式は力のつりあい式であり、機械自体もフィードバック系を構成している。一方、機械に対し制御を行うということは目標値を保つために力を作用させるということであり、機械側から見るとばね、減衰などの機械部品が増えたのと同じである。ただし重要な点は、機械部品であるばね、減衰要素により発生する力は周波数特性を持たないのに対し、制御系要素により発生する力は周波数特性を持つということであり、図 3.4.2 に示すように、振動変位に対する反力である復元力に対し位相が変わると違う力の成分が発生してきて、この力が振動的に重要となる。

以下に機械制御系についてまとめてみる。

#### (1) 制御系の構成要素

以下の 3 要素から構成される。

- センサ : 機械の振動情報を得る手段
- コントローラ : その情報をもとに、どう力を作用させるかを決定
- アクチュエータ : 実際に力を与える手段

#### (2) 制御を行うというのは機械側からみればどういうことか？

センサ情報をもとに、アクチュエータで機械に力を作用させる。

振動系に作用する力	慣性力	減衰力	復元力
機械要素では	質量	ダンパ	ばね
制御要素では	振動情報と位相により決定される		

機械に振動に応じた力を作用させるという観点では機械要素と同じである。すなわち機械を制御するということは、質量、ダンパ、ばねの機械要素が追加されたのと同じである。

#### (3) その効果は？

機械要素と同じということは、もともとの機械の動特性（固有振動数、減衰比など）

を変えうるといことである。

たとえば,

- ・機械の振動変位に比例した力を作用させるとばねが付加されたのと同じ
- ・機械の速度に比例した力を作用させるとダンパが付加されたのと同じ

であり, 比例係数を変えることでその作用の大きさは調整可能である。

#### (4) 制御力の特徴として注意すべきこと

一番注意すべきは, 制御回路 (センサ, 駆動回路, アクチュエータ) の位相特性である<sup>(51)</sup>。

- ・制御力は振動数によりその性質が変わってくる。(望まなくとも) 位相特性を変えないような制御特性は実現できない。(機械系の力には一般的に振動数特性はない)
- ・振動観測点 (センサ位置) と力の作用点が比較的容易に変えられるため, 振動モードによっても力の性質が変わることに注意が必要

従って制御系を設計する場合, 制御によって機械動特性をチューニングしたい振動数領域に着目するのは勿論, それ以外の振動数領域についてもその影響 (特に減衰特性) を評価しておくべきである。

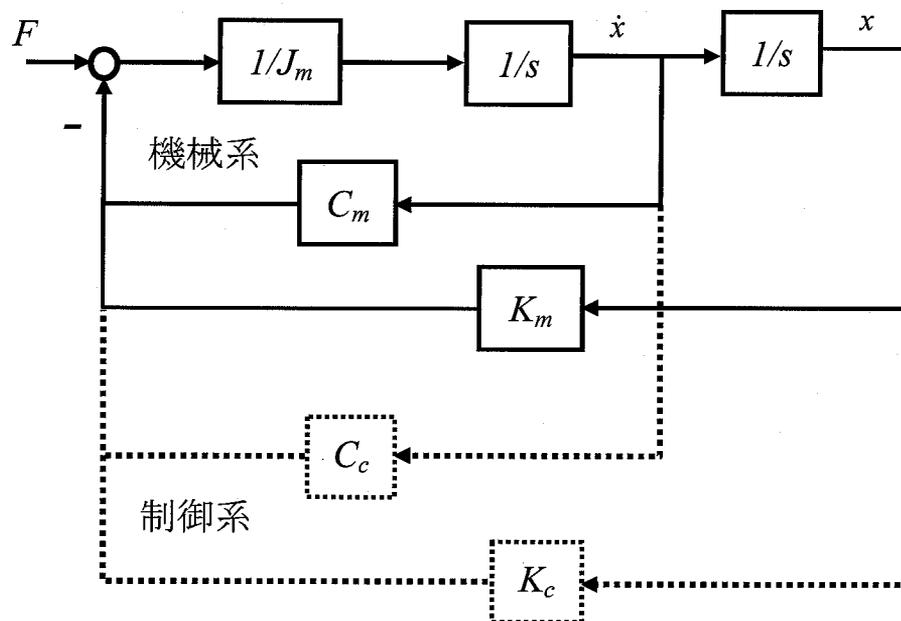


図 3.4.1 機械制御系のブロック線図

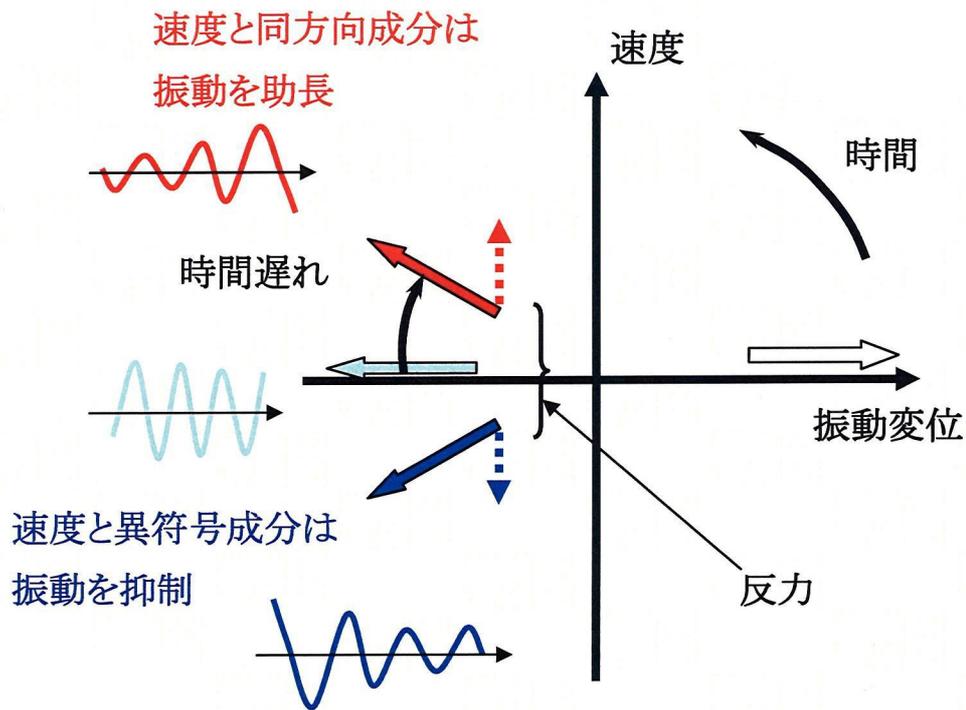


図 3.4.2 フィードバック力による機械系への作用

### 3.5 結 言

高応答化によって顕在化すると考えられる，機械系と制御系の連成不安定振動を回避して製品信頼性を向上させることを目的として，駆動軸系のねじり振動を対象についてその動特性を評価可能なシステム開発を行った．この章の研究の成果は以下のよう要約される．

- (1) 製品開発において，従来機械メーカーと電気メーカーはそれぞれ独立して設計を行っていたが，近年の機械の低コスト化による剛性低下と高機能化による高応答性により機電連成振動現象が多発しており，今後もこの傾向は続くものと考えられる．このような機電連成振動については設計段階で厳密に評価可能なツールが必要不可欠である．
- (2) 上記ニーズに答えるため，設計段階で誰でも検討できかつ扱いが容易であることをコンセプトとしてシステム開発を行った．このシステムの特徴は以下のとおりである．

- ・ PC ベースのスタンドアローンで動作し， GUI による対話方式である．
- ・ 機械系は図面ベースの形状入力，制御系は伝達関数入力であり極力入力ミスの生じないようにした．
- ・ 解析メニューは実，複素固有値，周波数応答，過渡応答であり，動的評価はすべて可能である．

(3) 本システムを実機振動問題に適用した結果，その現象把握および対策案の決定に大いに有効であり，本システムの有用性を確認できた．特に機械系の高次の固有振動数の安定性評価は従来の機械電気個別評価では行えなかった現象であり，本システムでそれが解析可能となった．



## 第4章 ツインドライブ圧延機における駆動軸系のねじり振動

### 4.1 緒言

近年のアクチュエータ・制御技術の発達はめざましく、多くの機械に対してその技術を駆使した高性能化が行われている。製鉄設備の圧延機、特にピニオンギアを介して上下ワークロールを一台の電動機で駆動する熱間圧延機（以下ピニオンギアドライブ圧延機という）においても従来から高速度応答化が行われてきたが、近年の製品品質、歩留まり向上要求の高まりを背景に更なる研究が精力的に実施されてきている。高速度応答化を行う場合の最も重要な背反事象は駆動系のねじり振動の安定化であるが、近年では応答要求に対し駆動系の固有振動数が接近してきており、実機で限界のチューニングが行われる場合も少なくないようである。

上下ワークロールを別々の電動機で駆動するツインドライブ圧延機においては、従来上下各々の軸系の固有ねじり振動が問題であり、事前シミュレーションを実施し、このねじり振動を回避するように制御系、機械系の設計が行われてきた。通常問題とされるのは板がロールにかみ込んだ時に励起される上下ロールが同じ方向に回転する、いわゆる同相モードであり、この振動をいかに早く減衰させるかに主眼がおかれてきた。しかしながら、今回筆者らは TMCP 材の圧延において、従来の上下軸系の固有振動数を遥かに下回る振動数を持つねじり振動発散現象の発生を認めた。この設備は高級鋼生産を主体としており高品質化の観点から高速度応答の要求が厳しかった設備であり、過去に経験した振動と類似の現象の可能性はある。しかしながら本設備での振動発生条件を図 4.1.1 に示すように、モータの输出的には過去例を見ない高出力であることに加え、認められた振動数が過去の実績に比べ大幅に低く、また上下逆相のねじり振動で発散していくことより、新しい振動現象である可能性がある。

ところで、設備の開発段階での不具合は現地で発生したとしても、過去においてはメーカーとユーザが双方協力して改善することで製品を完成させてゆくという風土があり、最終的には順調な稼動に至る環境にあったが、近年では社会環境的にも過去実施していた現場でのチューニングもだんだん許容されにくくなってきており、完成された製品納入の必要性が急激に高まってきている。一方モータの高出力化傾向は今後引き続き継続することが予想されることから、この振動現象に対しては早急に原因を特定して設計段階での詳細評価技術の構築が急務となった。

以上のような背景を元に本研究では、まず実機での詳細計測を実施して問題となる

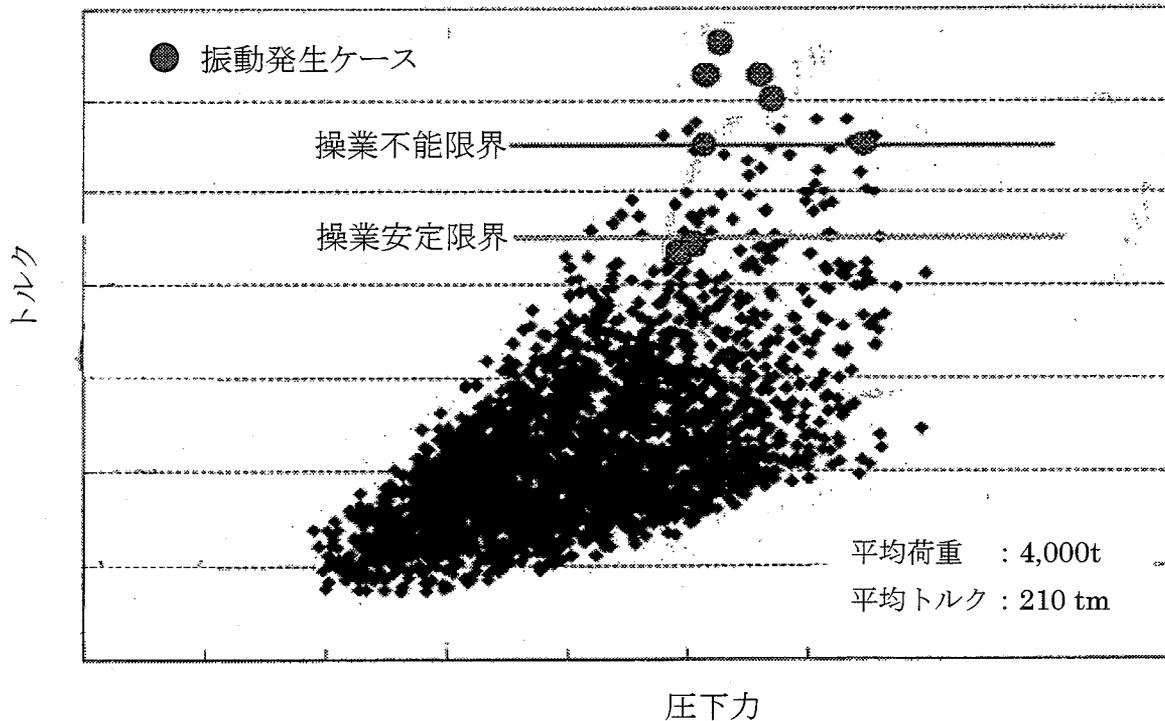


図 4.1.1 運転実績と振動発生点

振動モードの特定を行うことにより、従来考慮されていなかった被圧延材の剛性が振動数に影響することを明らかにしその評価方法を構築して駆動系モデル化精度の向上を行った。またそのモデルに対し、制御系を考慮した応答解析、安定性解析を行うことで実現象との比較評価を行ってモデルの妥当性を検証するとともに対策案についても評価を行った。

## 4.2 機械仕様と発生した振動

### 4.2.1 ツインドライブ圧延機

本研究にて対象とする圧延機の構造を図 4.2.1 に示す。上下一対のワークロールがスピンドルを介してそれぞれ個々の直結された交流可変速モータにより駆動されるツインドライブ系であり、リバース運転により順次薄板化を行うものである。モータ軸端にはレゾルバ方式の速度センサが取り付けられており、速度フィードバック信号により上下ワークロール回転数を制御している。本機械の主な仕様は以下のとおりである。

モータ : 8,000kW, 50/110rpm

ロール :  $\phi$  1,030

対象材 : TMCP 材

また表 4.2.1 には代表的機械緒元を示している。これと同じ方式で上下独立にロールを駆動する圧延機としては熱延の上流ラインにある粗ミルがある。

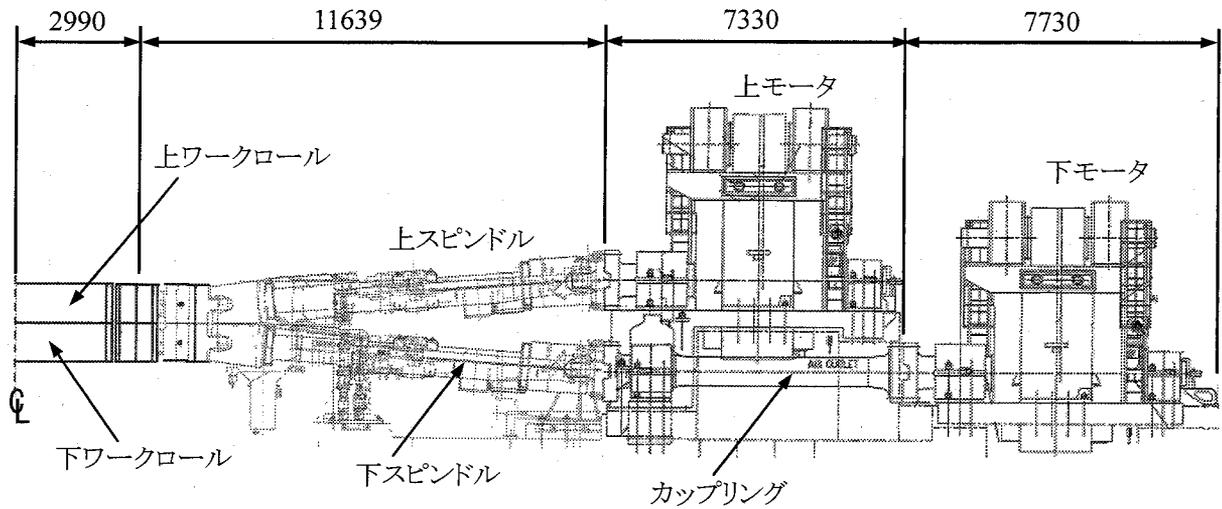


図 4.2.1 ツインドライブ型圧延機の構造

表 4.2.1 圧延機の代表的機械緒元

TOP		モータ	スピンドル	スピンドル	ロール		
	$J_m$ ( $\text{kgm}^2$ )	$2.01 \times 10^5$	$2.12 \times 10^4$	$1.12 \times 10^4$	$1.23 \times 10^5$		
	$K_m$ ( $\text{Nm/rad}$ )		$1.84 \times 10^9$	$2.04 \times 10^8$	$8.71 \times 10^9$		
BTM		モータ	スピンドル	スピンドル	カップリング	ロール	
	$J_m$ ( $\text{kgm}^2$ )	$2.01 \times 10^5$	$1.02 \times 10^4$	$3.14 \times 10^4$	$1.12 \times 10^4$	$1.23 \times 10^5$	
	$K_m$ ( $\text{Nm/rad}$ )		$1.84 \times 10^9$	$4.34 \times 10^8$	$2.04 \times 10^8$	$8.71 \times 10^8$	

#### 4.2.2 観測された振動現象

本機械において駆動系のねじり振動による圧延不安定,さらには噛み止めに至り生産が阻害されるという問題が発生した. モータ軸で観測された軸ねじり振動波形の例を図 4.2.2 に示すが, 特徴をまとめると以下のとおりである.

- (i) 板かみ込み後, 通常 of 定常圧延状態に静定したのちに振動が徐々に発散してゆく. 振動成分はおよそ 6.5Hz と 11Hz の 2 つの固有振動と推定され, 何らかの要因で自励化されている.
- (ii) 板かみ込みにより 11Hz が発生し, そのままその成分が成長するケースと, その後次第に約 6.5Hz の振動が顕著になってくるケースの 2 種のケースがあり, 各固有振動の成長感度に違いがありかつ運転条件によって変化する.
- (iii) 約 6.5Hz の固有振動はロールキス状態で計測された振動数より明らかに低く, 被圧延材の影響が考えられる.
- (iv) 11Hz の同相振動は, 図 4.2.3 に示すように被圧延材かみ込みにより過渡的に発

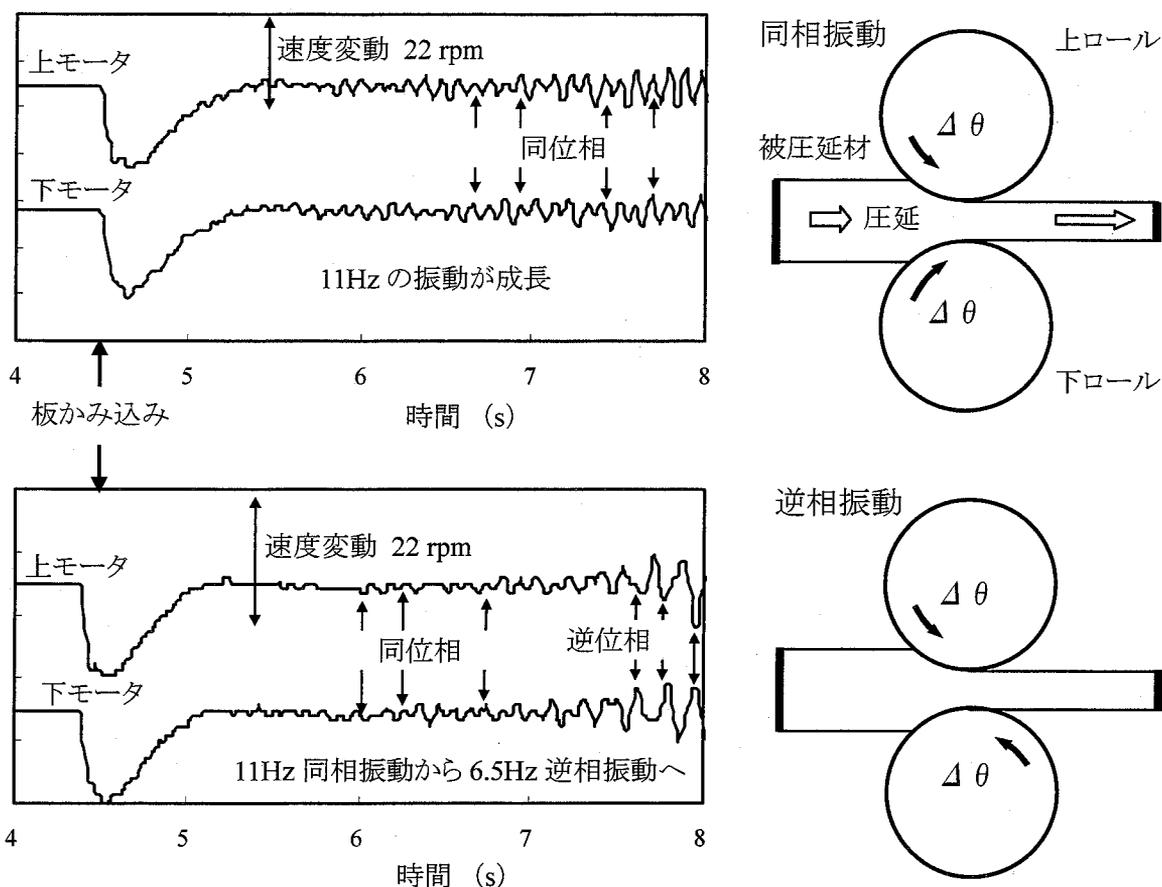


図 4.2.2 振動発生例 上:11Hz 同相振動, 下:11Hz 同相→6.5Hz 逆相振動

生することは従来より知られていたが、逆相振動が顕在化したことは過去例がなく新しい現象の可能性ある。(注)

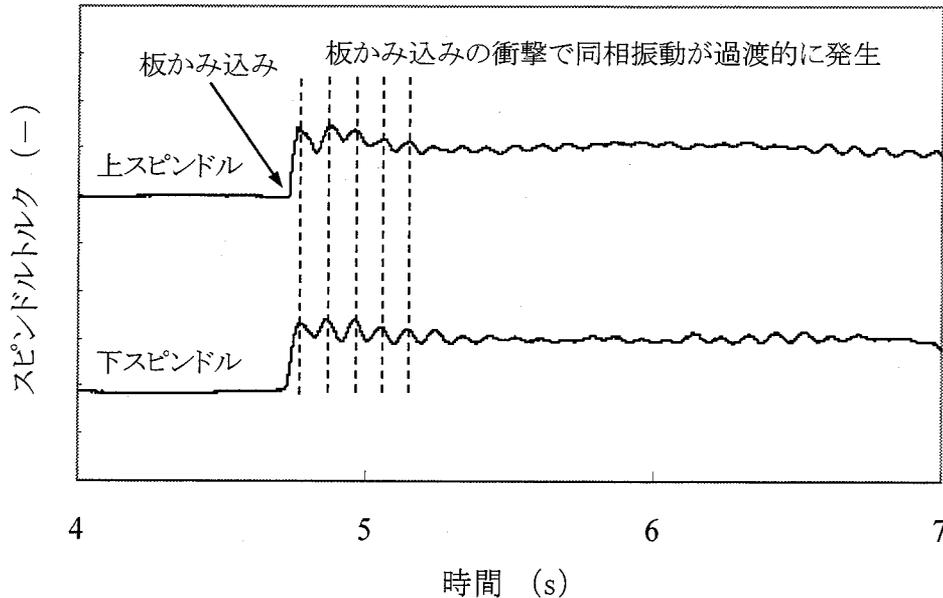


図 4.2.3 通常の板かみ込み時の過渡トルク波形

ただしモータベンダから技術相談があった時点では、同相 11Hz の発散振動はまったく確認されておらず逆相 6.5Hz のみ発散していたとのことで、過去に例がなく問題にされたようである。この 11Hz の発散振動は 3.3 節で記載する実機圧延試験において初めて確認されたものであるが、この試験を実施するに際しては想定していなかった現象である。上記では 2 ケースの振動パターンが初期から確認されていたような記載となっているが実際にはこのような背景がある。

(注) 文献(51)によれば以下の記載がある。

上下ロール連成時の第 2 次固有振動数は上下逆方向のねじれ振動となり、上下ロール両振動系の非対称性と外力が加わる位置の上下非対称性によってのみ発生する。従って通常の圧延負荷トルクでは第 1 次固有振動に配分される振動エネルギーは小さく第 2 次固有振動が連成時の基本振動となる。

これからもわかるように、従来は 1 次固有振動数には着目されておらず、また実測においても顕著な振動は認められていない。

### 4.3 実機試験

#### 4.3.1 駆動軸系ねじり加振試験

初期の振動発生時の情報として、モータ速度変動に振動が顕著であったことから駆動系のねじり振動であることはほぼ特定できたが、設計段階で予測していた振動数に対して低かったことから加振試験を行って固有振動数を把握することとした。ねじり振動加振自体行うことが難しく、ましてや実圧延状態で試験を行うことは時間的制約もさることながらライントリップ、更には機械損傷など発生する可能性もあり顧客に多大な迷惑をかけることになるが、事前の綿密な計画により実行した。

具体的な実施方法は以下のとおりである。図 4.3.1 に示すように、本来のモータ速度基準信号に FFT 分析器より発生させたランダム信号を加算した信号を速度基準として与えて運転を行い、その信号とモータの尾端に取り付けられた速度検出器により得られる信号との伝達関数を計測する<sup>(52)</sup>。この伝達関数は駆動系システムとしての閉ループの特性を表しており、これから機械制御系の連成した固有振動特性を知ることが可能である。加振はロールキス条件（被圧延材を通板せずワークロール同士を押し付けた状態）と通常圧延条件の 2 ケースについて実施した。通常圧延状態では 1 回の通板時間が 10~20 秒ほどであり迅速な対応が要求される。

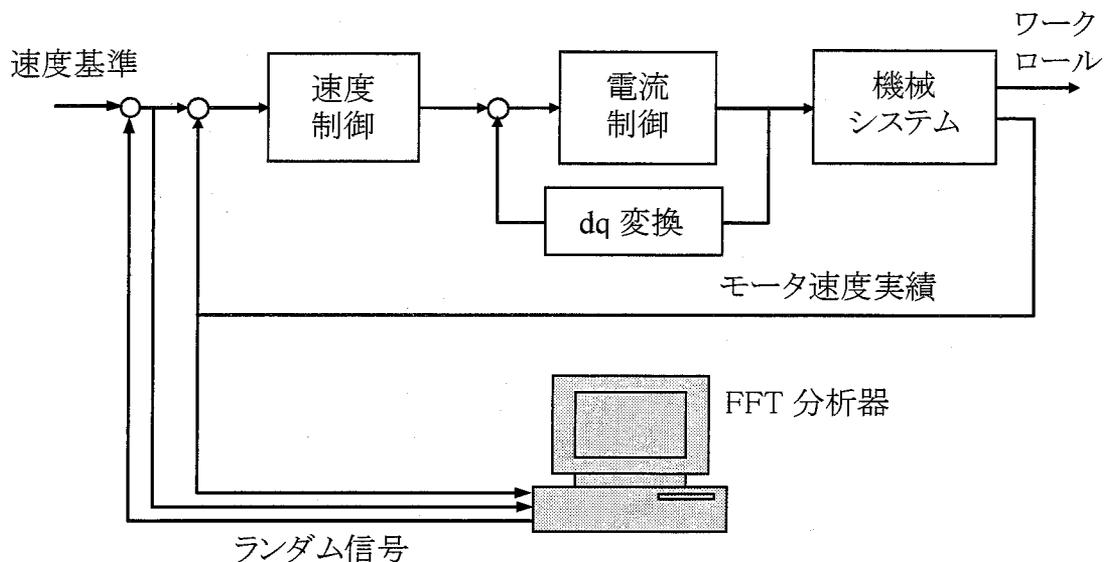
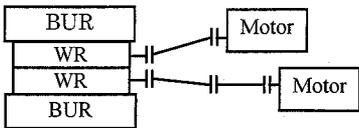
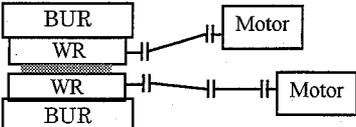
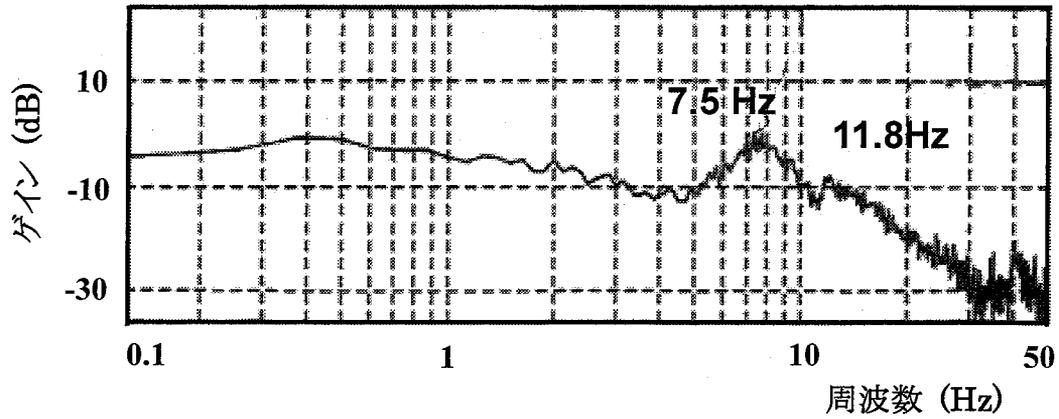


図 4.3.1 運転中のねじり加振試験

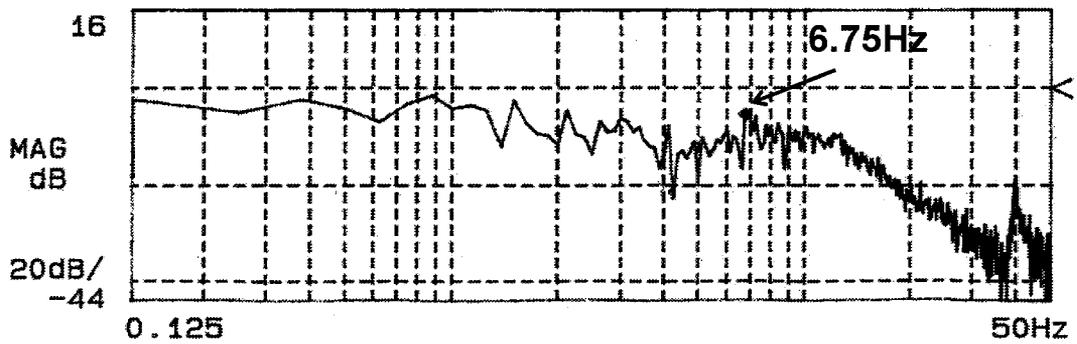
表 4.3.1 に試験条件と実測されたねじり固有振動数およびロールキス条件での解析値との比較を, また図 4.3.2 に計測した閉ループの周波数応答関数を示す. これより, ロールキス条件では 1 次, 2 次ともに実測と解析の固有振動数が一致しているが, 実圧延状態では両固有振動数ともに低下する傾向が認められた. 従来駆動系のねじり固有振動数を評価する際には被圧延材は比較的硬いとしてその影響を無視しているが, この試験結果よりその影響は大きく, 特に 1 次固有振動数を評価対象とする場合には被圧延材の影響を考慮する必要があることが結論付けられた.

表 4.3.1 ねじり固有振動数の実測と解析の比較

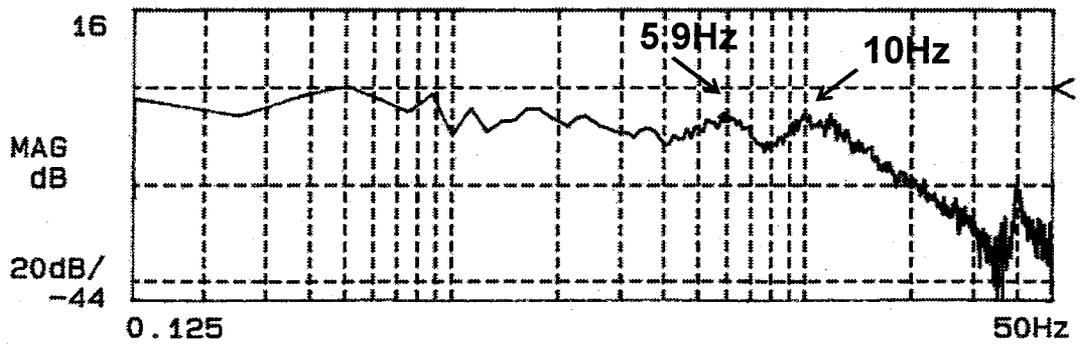
計測条件	実測振動数 (Hz)			備考
		1 次	2 次	
ロールキス 		7.5 (7.5)	11.8 (12.8)	( )内は解析値を示す.
実圧延状態 	TMCP 材 API-X70	6.8		幅/厚み/長さ 4,439/23.8/24,561
	通常材 LR-AH3	5.9	10	2,461/20.1/41,321
	通常材 SM490	5.6~5.7	10	2,518/22.0/37,161



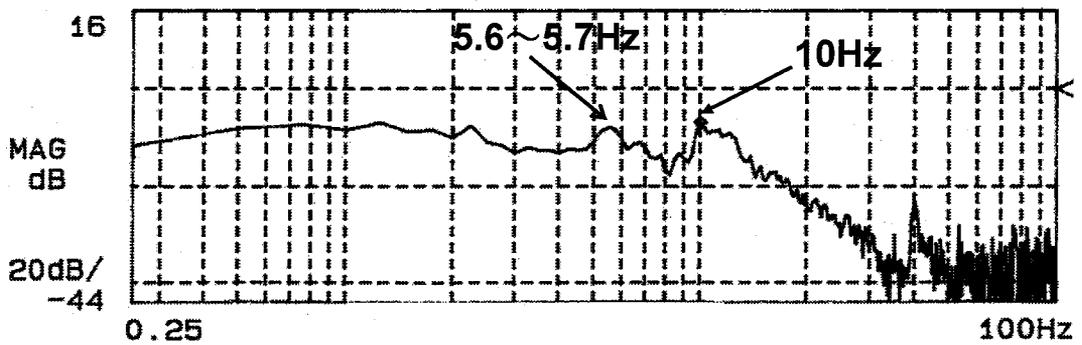
(a) キス圧延



(b) 被圧延材 API-X70



(c) 被圧延材 LR-AH3



(d) 被圧延材 SM490

図 4.3.2 ねじり加振による閉ループ特性計測結果

#### 4.3.2 圧延試験<sup>(53)</sup>

まず振動現象の把握を目的に、実機での機械系、電気系含めた総合計測を実施した。図 4.3.3 に代表的な計測項目を示すが、特に各信号の位相に着目した分析を前提としてこれらの信号を同時にデータレコーダに記録し、オフラインでの処理を可能とした。計測対象の機械は既に生産運転中であり、運転の合間をぬって試験を行わなければならないという時間的制約、また生産コイルではなく試験コイルを別途準備しなければならないといったことから、原因特定を効果的に行える条件設定として速度応答、圧延速度を変更パラメータに選定した。理由は振動原因として、ターンテーブルロールピッチに起因した強制振動と、高速度応答に起因した自励振動の 2 つの仮説をたて、この検証のため設定したものである。表 4.3.2 に試験に用いたコイルの緒元および圧延機運転条件を、また図 4.3.4 には試験時の圧延の様子を示す。当初の予定では No.1 の条件で逆相振動の再現を行ってから条件変更をすることになっていたが、この条件では過去に最も逆相振動の発生が認められていたにも拘わらず逆相振動が再現せず同条件を 3 回繰り返している。さらに逆相振動が発生しないどころか予想もしなかった同相振動の発散のみ認められたため、機械制御含め今までの相違点を探したが結局明確な変更箇所は分かっていない。準備したコイルは全部で 6 本であったため、No.4 では速度ゲインを上げて振動の発生をしやすくし、No.5,6 はそれぞれテーブルローラピッチの影響、速度ゲインの影響を見るものである。

図 4.3.5 に観測された振動波形の例を示す。上の図は定常圧延状態からおよそ 11Hz の振動が徐々に成長してゆくパターンであり、下の図は同じく定常圧延状態から 11Hz の振動が発生するが、その後その振動が 6.5Hz に移行してゆくパターンでこの 2 パターンが認められた。しかし表 4.3.2 の振動状況欄にも記載のとおり当初目的とした逆相振動は 1 回認められたのみで、それ以外はすべて同相振動であった。

図 4.2.6 に圧延速度と振動の発生状況をまとめた結果を示すが、圧延速度が異なる広い範囲に渡って 6.5Hz、11Hz の振動が認められており共振の兆候は見られない。また図 4.2.7 にランナウトテーブル加速度レベルと 6.5Hz、11Hz のトルク変動レベルの関係を示すが、トルク変動レベルの高いほうがむしろランナウトテーブル加速度は低いレベルにある。以上より振動原因のひとつとして考えたランナウトテーブルのロールピッチでの加振原因はないと考えられ、速度依存がないことから自励化している可能性が高いものと判断された。

そこでまず機械的軸ねじり振動と電動機制御系発生トルクの関係性を確認するために、モータ速度フィードバック信号（実際のモータ速度）とモータトルク（トルク電流）との伝達関数により位相状態を分析した。図 4.3.8 に 11Hz 同相振動の場合の結果を示す。図中の位相は、圧延中に一定時間間隔で繰り返し求めた伝達関数の位相を、スペクトルはモータトルクのパワー（伝達関数のスペクトルでは主要周波数成分が顕著にならないため、あえて単独のスペクトルとした）をそれぞれ重ね書きしたものであるが、本ケースでは約 11Hz 成分の位相差は常にほぼ  $130^\circ$  で安定していることがわかる。11Hz 成分以外の位相差は大きくばらついているが、これは振動に 11Hz 以外の成分が含まれないためであり、従って 11Hz 以外の振動数の位相差は意味を持たない。また同じ運転中のデータから 11Hz 成分のみ抽出して位相差の時間推移を分析した結果を図 4.3.9 に示すが、時間経過につれ 11Hz 成分が大きくなってくると位相差は約  $130^\circ$  で推移しており、この状態を図 4.3.10 に整理して表示している。モータ速度に対しモータトルクの位相差の絶対値が  $90^\circ$  以上の時モータトルクは振動を抑制するように、 $90^\circ$  以内では励振するように作用するため、同図よりモータトルクの位相差は  $130^\circ$  で機械系振動に対して減衰力を作用させていることになる。しかし実際には振動は発散しており、検出されたモータ速度が制御系、機械系で想定される以上の遅れを持って自励系となっている可能性がある。

それを確認するために、モータ速度とスピンドルトルクの位相関係を 6.5Hz, 11Hz の発散振動双方について分析した結果を図 4.3.11 に、またその時間領域表示、極座標表示を図 4.3.12 に示す。なお位相差の分析は図 4.3.8 と同様に伝達関数を求めることにより行い、スピンドルトルクは歪ゲージで実測しており周波数特性は十分であり時間遅れは問題になるレベルではない。機械振動における減衰は一般に小さいがその中でもねじり振動は特に小さく、スピンドルトルクとモータねじれ角変位はほぼ同位相となる（その場合、モータ速度に対しスピンドルトルクは  $90^\circ$  位相遅れであり図 4.3.11 はこれを分析したものである。従って  $90^\circ$  から図 4.3.11 の位相差を引けばスピンドルトルクとモータねじれ角の位相差が得られる）はずであるが、分析した結果では 6.5Hz の場合  $30^\circ$ 、11Hz の場合  $50^\circ$  の位相遅れが認められる。図 4.3.10 及び図 4.3.12 より 11Hz 成分については実モータ速度に対しモータトルクの位相差は  $80^\circ$  ( $=130^\circ - 50^\circ$ ) であり、 $90^\circ$  以内のため不安定である。6.5Hz についても安定性面での問題がまったくないとは言えない。現に自励的な振動が発生していること

から、本現象では圧延材含めた圧延機駆動系全体において、一般的に想定される以外の位相遅れ要因の存在が疑われる。

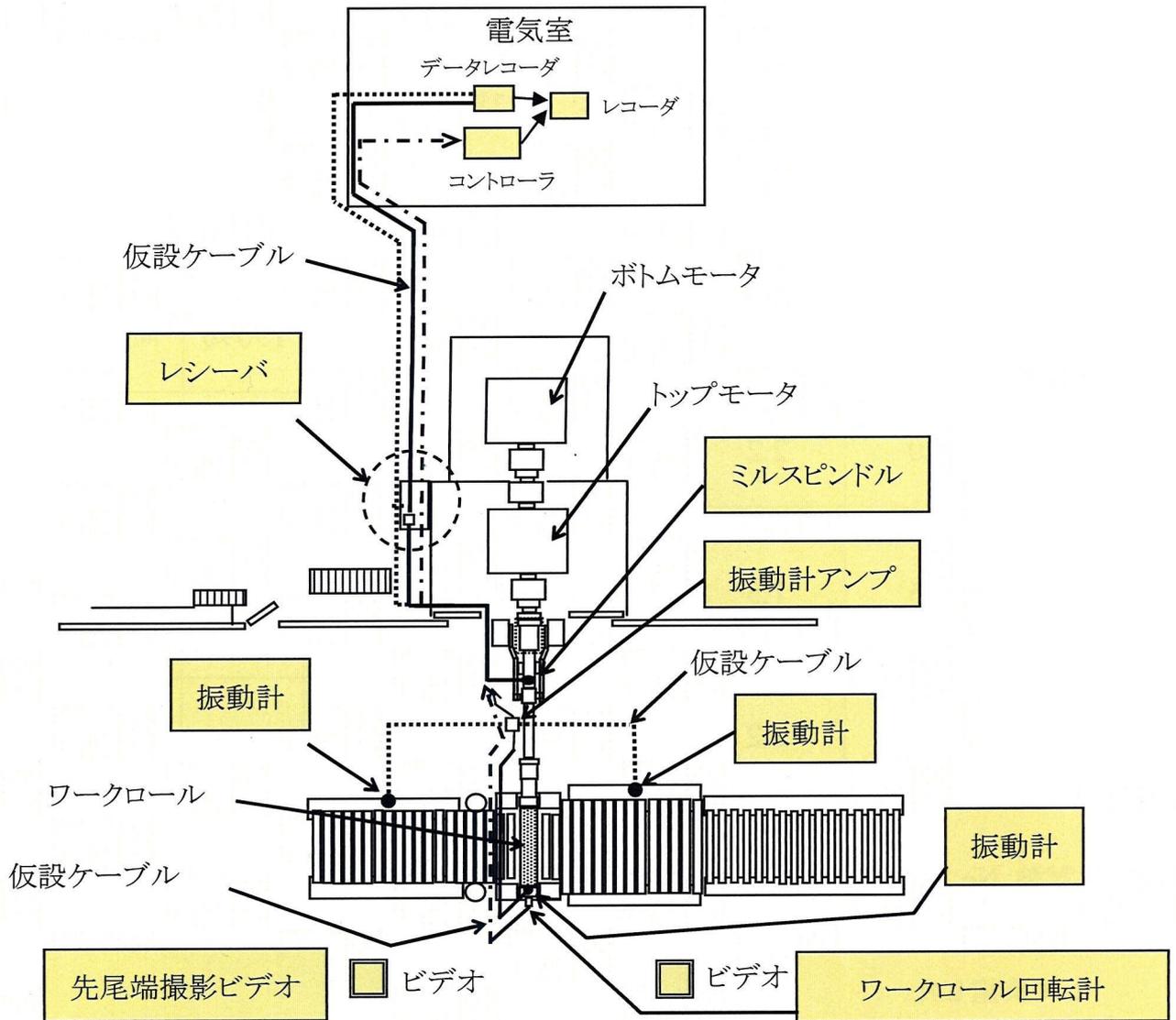


図 4.3.3 総合計測項目と計器配置

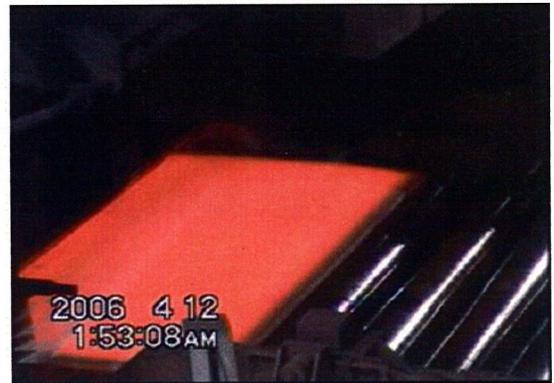
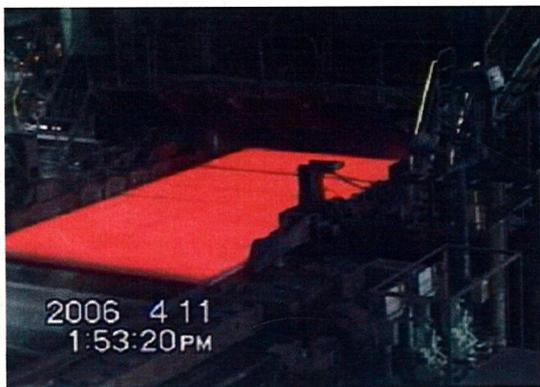
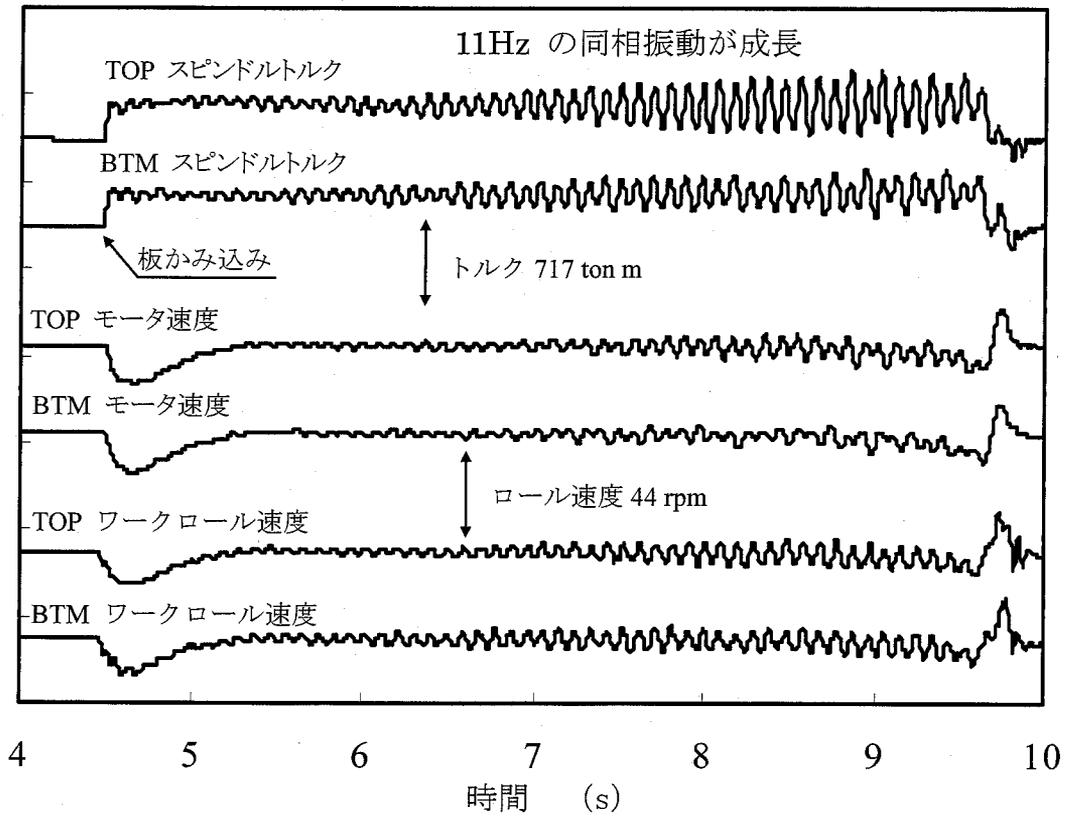


図 4.3.4 試験時の圧延の様子

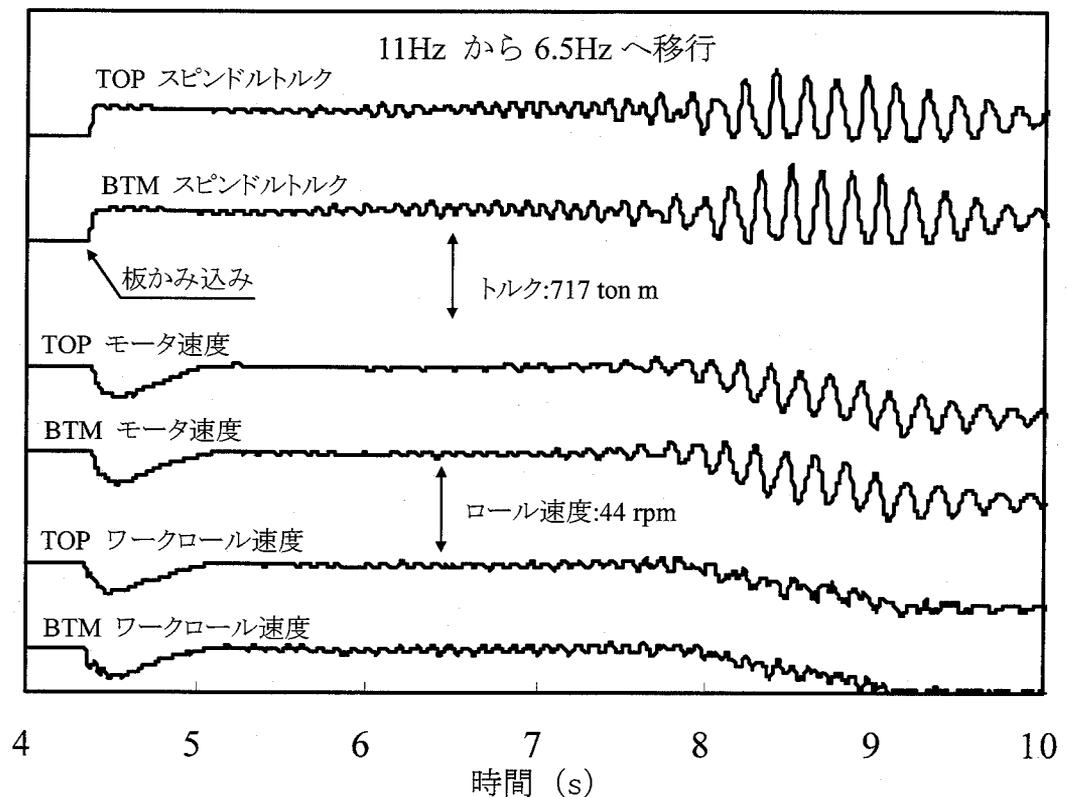
表 4.3.2 振動調査試験時の運転条件とコイル仕様

試験 No.	速度応答 rad/s	圧延速度 m/s	プレー ト No.	板厚 mm	板幅 mm	板長さ mm	振動状況
1	15	2.2	PBMD 0401	23	4400	19630	同相振動発生
2	15	2.2	PBMD 0401	23	4400	21009	同相振動発生
3	15	2.2	PBMD 0401	23	4400	19696	同相振動発生
4	20	2.2	PBMD 0401	23	4400	24704	同相振動発生
5	15	1.5	PBMD 0401	23	4400	23527	同相から逆相 へ移行 (5-4 パス)
6	8	2.2	PBMD 0401	23	4400		同相振動：小

試験 No.1 は過去に最も逆相振動が顕著であった条件であり、この振動を再現してから条件変えを行う予定であったが、逆相振動が発生しなかったため同条件を繰り返して実施した。



(a) 11Hz の上下同相振動が成長する例



(b) 6.5Hz の上下逆相振動が成長する例

図 4.3.5 振動発生時の時刻歴波形

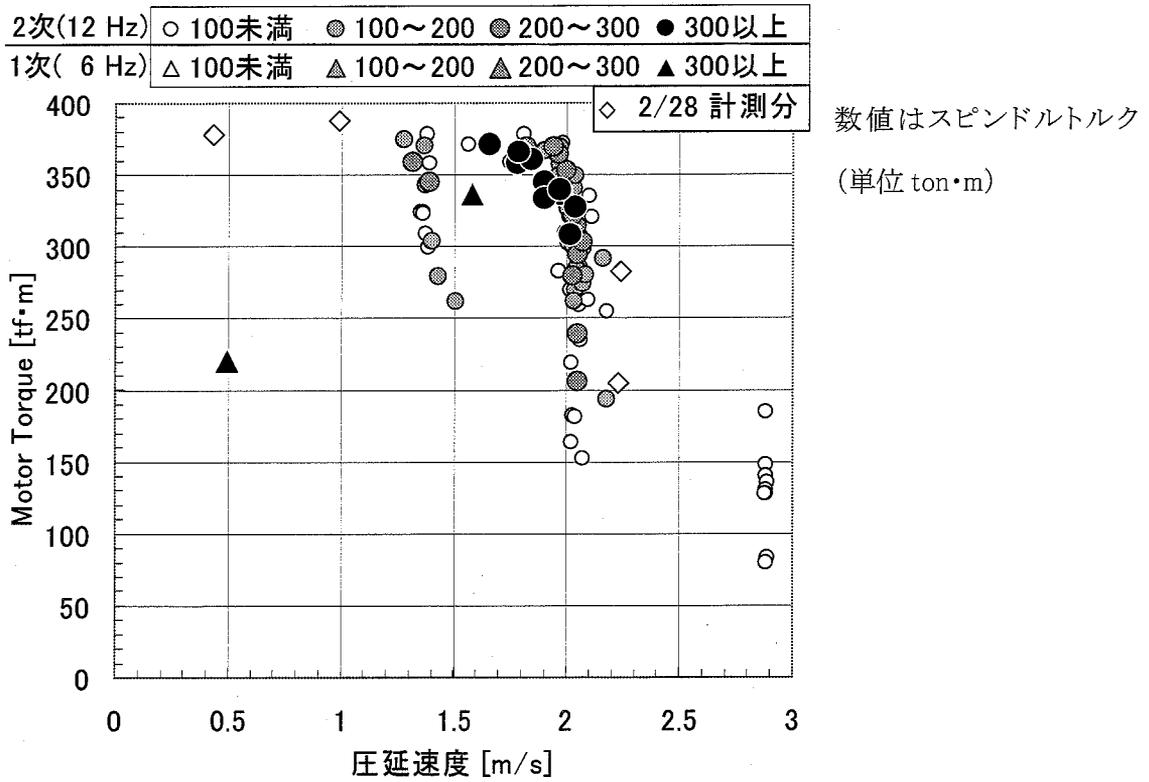


図 4.3.6 圧延速度とモータトルク，スピンドルトルクの関係

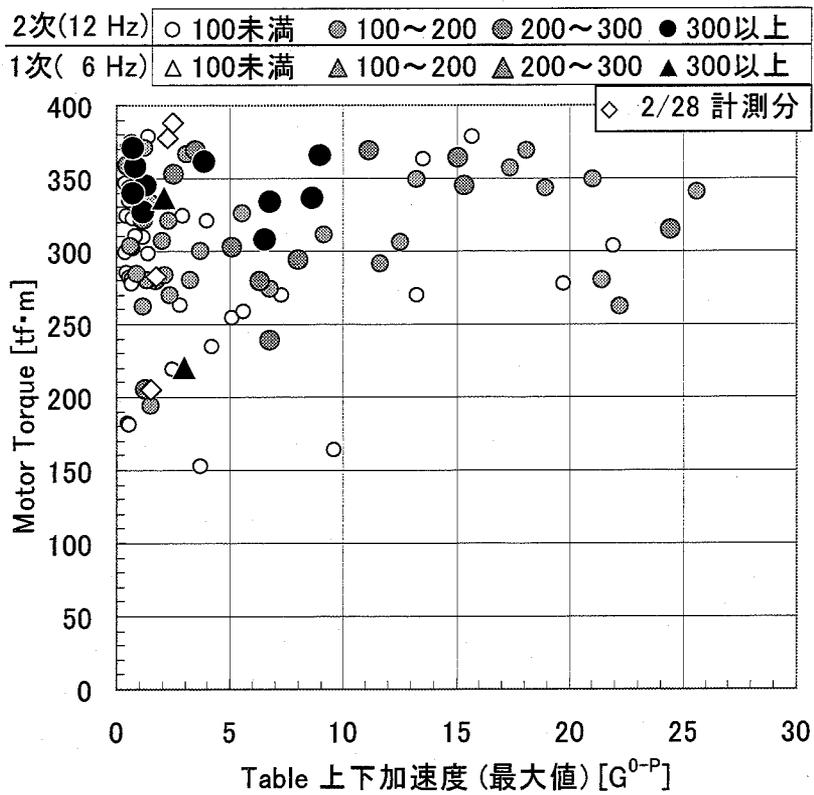


図 4.3.7 ランナウトテーブル加速度とモータトルク，スピンドルトルクの関係

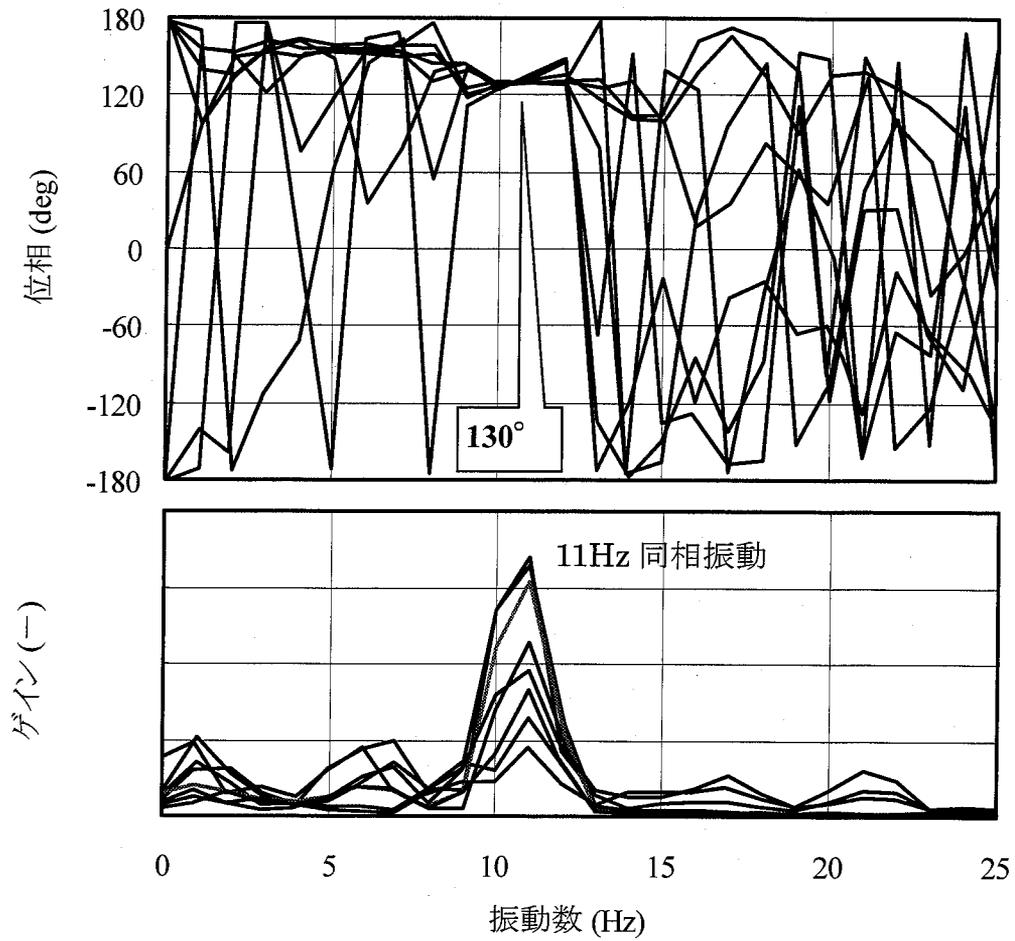


図 4.3.8 モータ速度とトルクの伝達関数の位相とトルク振幅

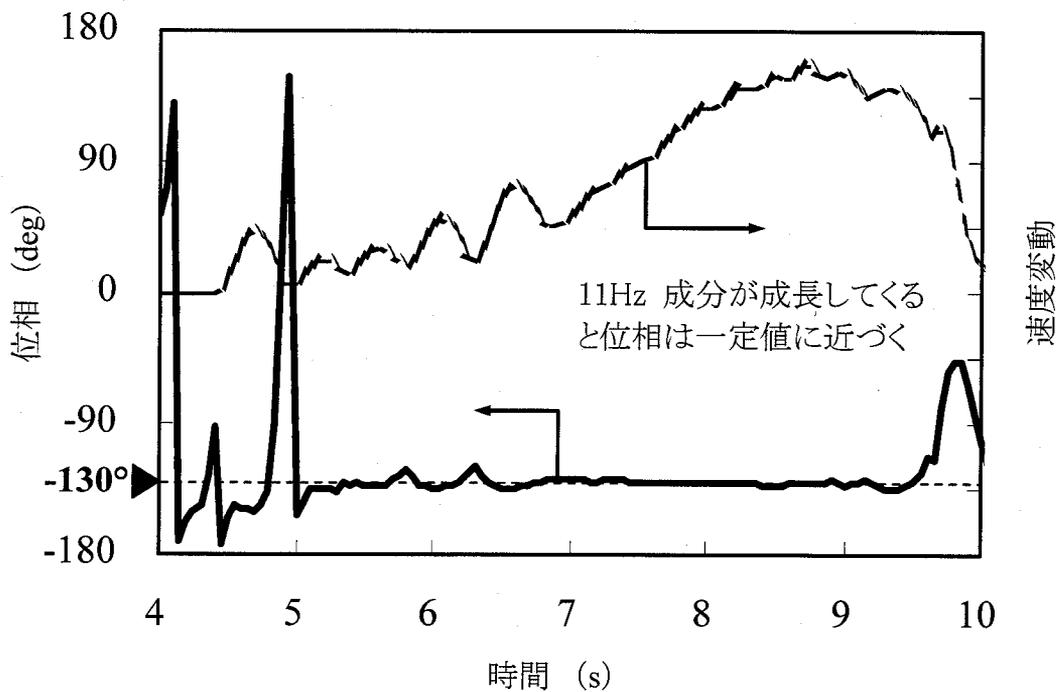


図 4.3.9 モータ速度とトルクの伝達関数の位相とトルク振幅

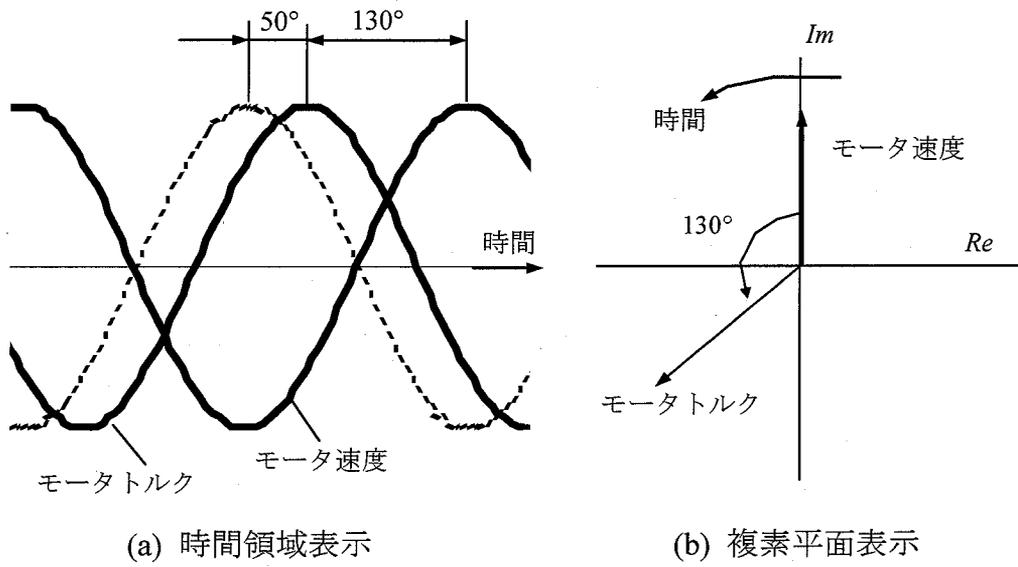


図 4.3.10 モータ速度とトルクの関係

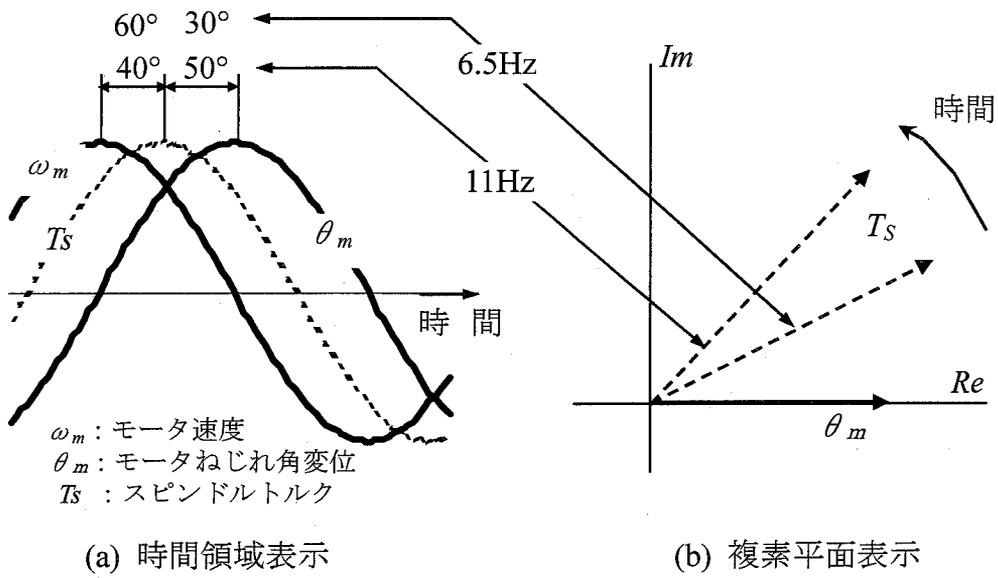
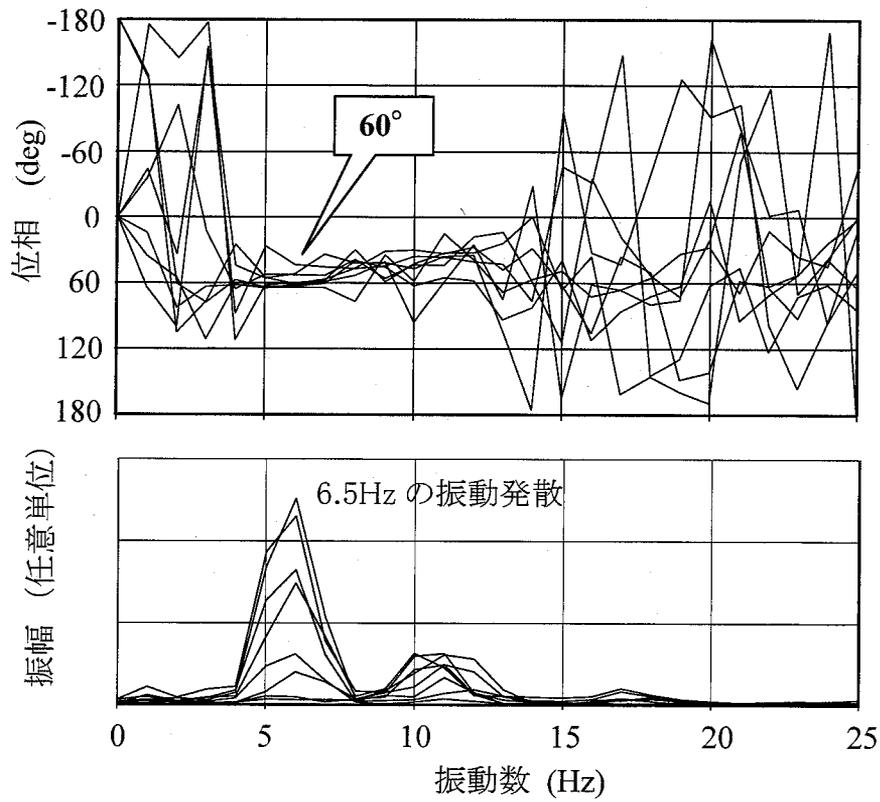
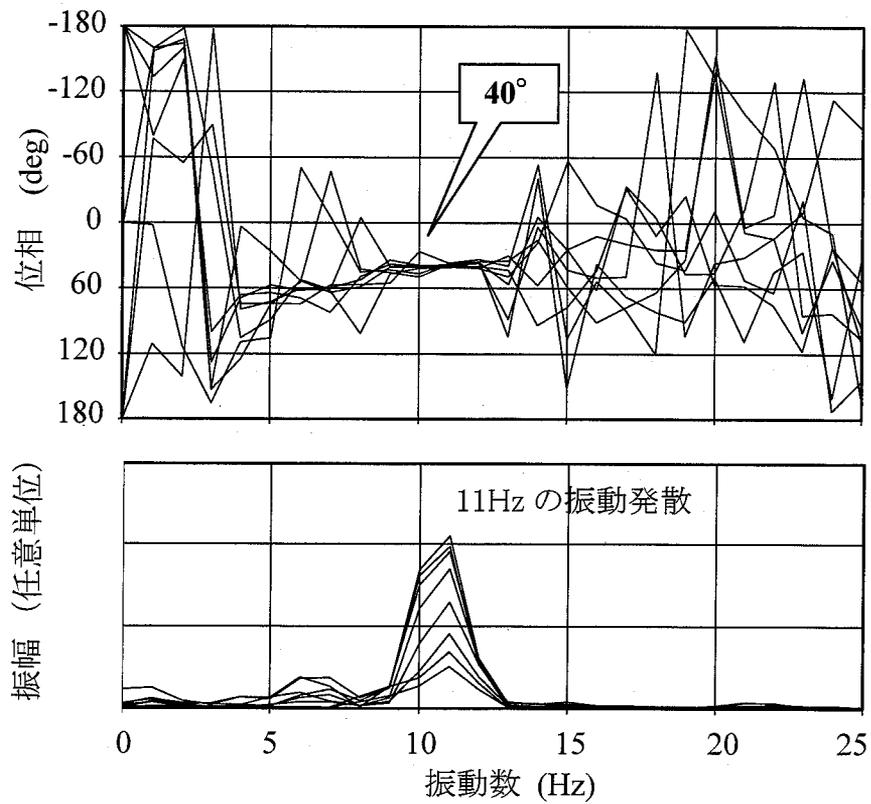


図 4.3.11 モータ速度とスピンドルトルクの関係



(a) 6.5Hz の逆相振動発生時



(b) 11Hz の同相振動発生時

図 4.3.12 モータ速度とスピンドルトルクの位相

#### 4.4 駆動軸系のねじり振動解析

実機振動計測により自励的振動の可能性が高く、そうであれば固有振動数が存在するはずであり、その特定がまず重要である。従来評価（ロールキス）で得られた値は実測値よりも高い振動数であることが明らかになったため、その評価精度を向上させるためには制御系、被圧延材の影響などを考慮する必要がある。特に今回認められた6.5Hzの振動では1Hzの違いが大きな意味を持つことになるため、ここでは固有値の特定を行う。

##### 4.4.1 解析モデル

駆動系の軸系ねじり振動モデルは、3章で開発したコードを用いて作成した。具体的な有限要素メッシュを図4.4.1に示す。なお同図においてスピンドル、中間軸は分割されていない図となっているが実際には自動分割され細かなメッシュになっている。上下ロールは別々の軸系になっており、ワークロール部で被圧延材特性が考慮される。

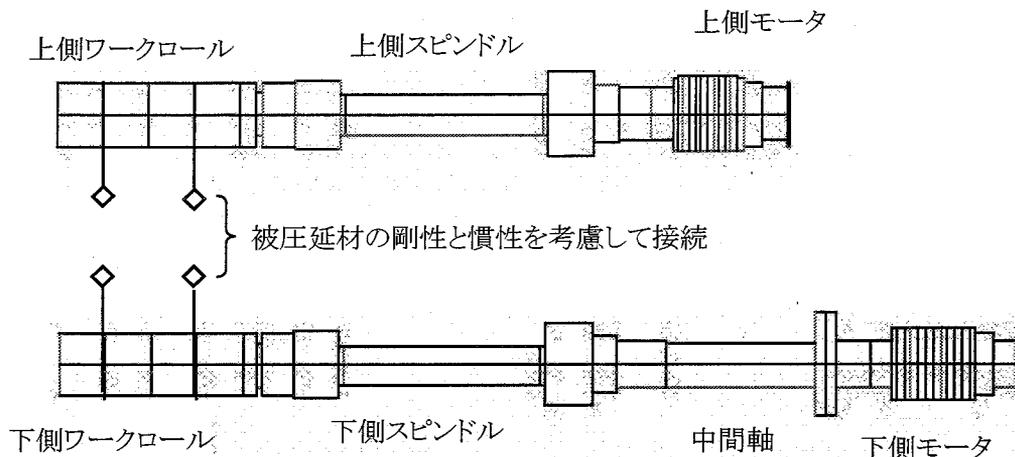
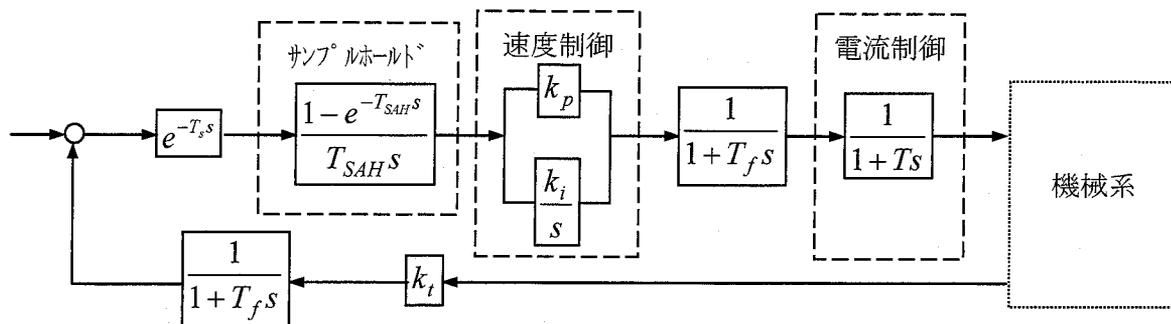


図 4.4.1 駆動軸系のねじり系 FEM メッシュ

一方、モータ制御系のブロック線図を図4.4.2に示す。大きくはAD/DA、速度制御部、電流制御部から構成されているが、内部の詳細についてはモータベンダのノウハウでありオープンにすることはできないため簡略化されたモデルとした。（モータベンダとしては、この簡略モデルの妥当性は実際のモデルと比較を行い確認しているとのことである。）以上の機械系と制御系に対し第3章で述べたコードにより解析を行う。



モータベンダより開示

$T_s=0.001$ ,  $k_p=1$ ,  $K_i=6.8$ ,  $T=0.0025$ ,  $kt=94500/89000$

$T_f=0.01$ (@15rad/s) or  $0.0091$ (@20rad/s)

図 4.4.2 モータ制御部の等価ブロック線図

被圧延材は負荷側であるので基本的にはワークロール間の拘束などはないとして、制御系のループゲインをパラメータにして固有振動数を解析した結果を図 4.4.3 に示す。同図中に発生振動数も示してあるが、11Hz については対応する固有振動があるものの、設計ループゲインでは 6.5Hz の発生振動に対応する固有振動は見当たらず、被圧延材が振動系に何らかの影響を及ぼしている可能性がある。

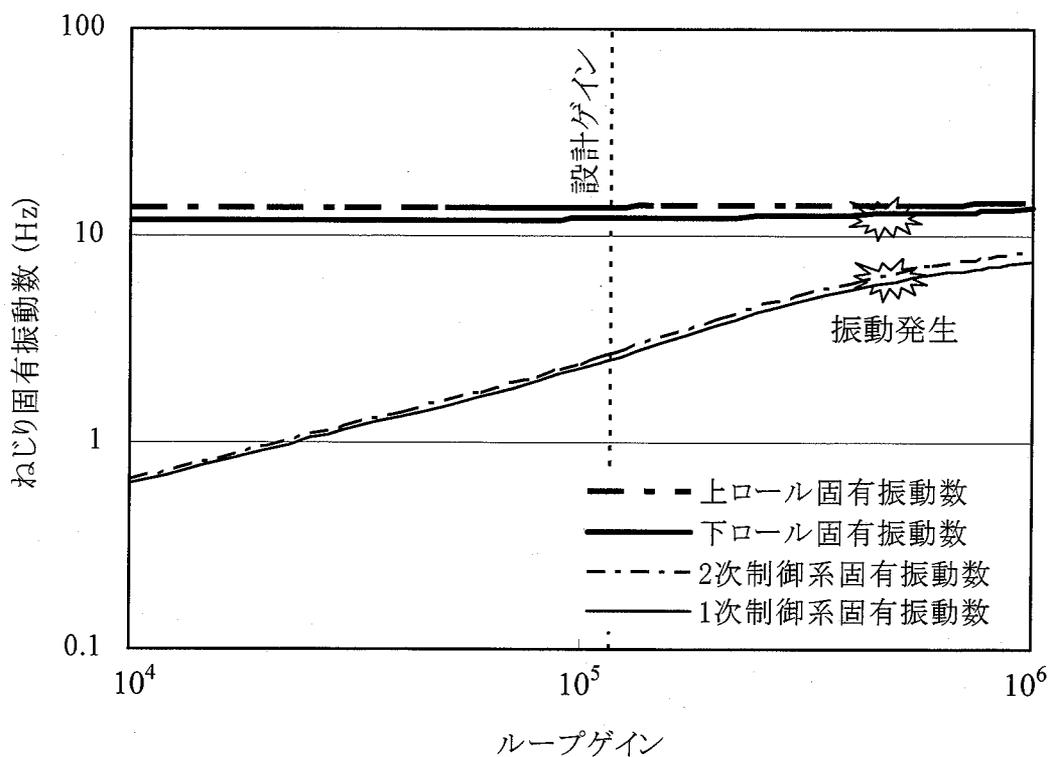


図 4.4.3 ループゲインとねじり系固有振動数

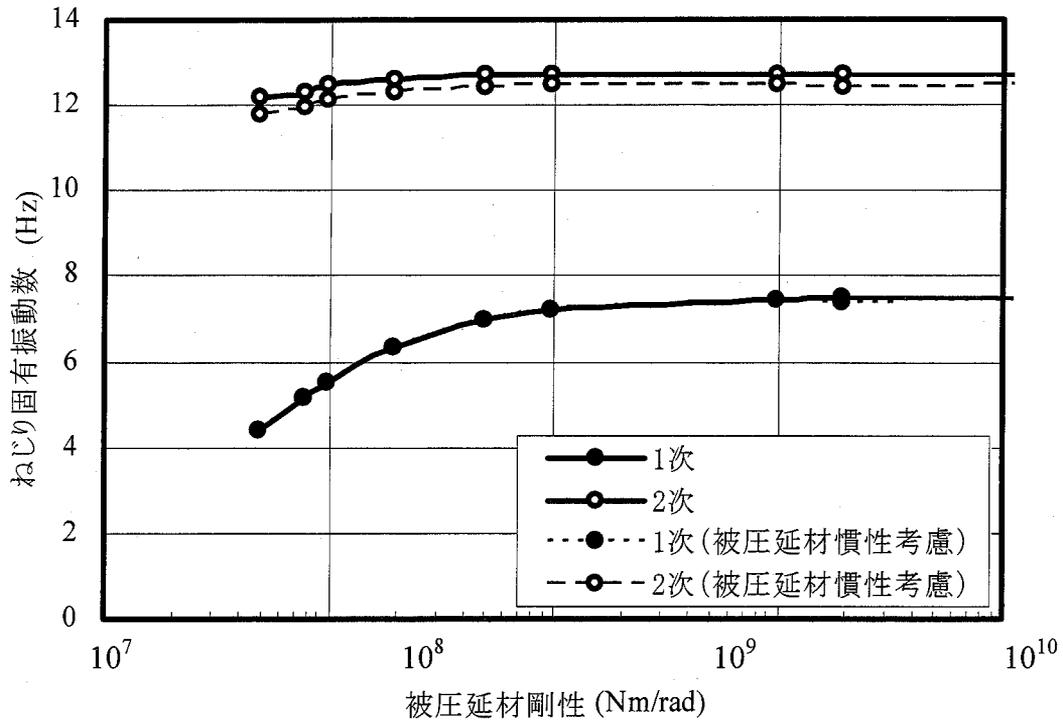


図 4.4.4 被圧延材剛性と慣性の固有振動数への影響

被圧延材の、ねじり固有振動数への効果としては質量効果とばね効果が考えられるが、双方の影響を考慮した固有振動解析によりその評価を行った。被圧延材はテーブルの上を直線移動するだけであるから、ワークロールに付加される等価慣性モーメントは次式のようになる。

$$J_{meq} = M \left( \frac{d_i}{2} \right)^2$$

ここで、 $M$  は被圧延材の質量、 $d_i$  はワークロールの径である。この半分ずつを上下ワークロールに付加した場合としない場合について、被圧延材の剛性をパラメータとして固有振動数を解析した結果を図 4.4.4 に示す。これより固有振動数に対して被圧延材は、1 次に対しては剛性、2 次に対しては剛性と慣性双方としての効果があることがわかる。

#### 4.4.2 被圧延材の取り扱い

以上のように、被圧延材の影響は剛性と慣性双方の効果があるが、特に 1 次固有振動に対する剛性の影響は大きく、振動安定性に対し重要であると考えられる。ここでは被圧延材の剛性を算出する手法について考えてみる。

異周速圧延においては定常的な上下ロールの速度差により上下ロールにトルク差が発生するが、動的な速度差によってもこの効果が同様に起こると考える。すなわちねじり振動によって上下ロールに速度差が発生し、この動的な速度差によっても同様にトルク差が発生すると考える。図 4.4.5 に示す異周速圧延時のモデルに対し、以下の手順にて被圧延材ねじりばね定数を算出する。なお使用する記号は次のように定義する。

- $T_U, T_L$  : トップ, ボトムロールの圧延トルク
- $\omega_U, \omega_L$  : トップ, ボトムロールの回転角速度
- $\ell_d$  : 接触弧長
- $d_i$  : ロール直径
- $\Delta t$  : 接触弧長を通過する時間
- $\Delta \theta$  : 接触弧長通過間での周方向距離差
- $\Delta \theta_p$  : 接触弧内圧延時間でのロール回転角度差
- $\Delta h$  : 圧延材板厚

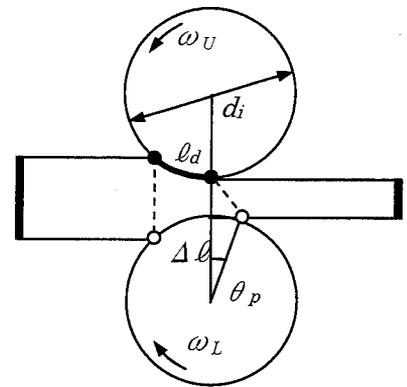


図 4.4.5 異周速圧延モデル

ねじり振動による上下ロールの周速差により発生するトルク差は、被圧延材のねじり剛性により発生すると考え次式のようにおく。

$$\Delta T = T_U - T_L = K_\theta \Delta \theta_p \quad (4.4.1)$$

また、

$$\Delta \theta_p = \frac{\Delta z}{D_w/2} = (\omega_L - \omega_U) \Delta t \quad (4.4.2)$$

式(4.4.1), (4.4.2)よりねじり剛性は次式のようになる。

$$K_\theta = \frac{T_U - T_L}{(\omega_L - \omega_U) \Delta t} \quad (4.4.3)$$

なお接触弧長内圧延時間は

$$\Delta t = \frac{\ell_d}{D_w/2 \omega_L} = \sqrt{\frac{\Delta h}{D_w/2}} \frac{1}{\omega_L} \quad (4.4.4)$$

である。

非対称圧延時のトルクは解析によって求めることが可能であり、それ以外は圧延条件によって決定されることから、式(4.4.3)により被圧延材のねじり剛性が算出可能で

ある。

今回の試験での平均的な運転条件に対する上下ワークロール速度差とトルク差の解析結果を図 4.4.6 に示す。圧延解析は剛塑性有限要素法を用い<sup>(54),(55)</sup>、上下非対称モデルとした。また板幅方向平面ひずみを仮定し、ロールと被圧延材の摩擦係数は 0.3 とした。これより上下ワークロール速度差とトルク差はほぼ比例関係にあり、これを線形近似して式(4.4.3)よりねじりばね定数を求めると約  $2.5 \times 10^8 \text{ Nm/rad}$  となる。ツインドライブ圧延機において、駆動系のねじり固有振動数に最も影響を与える機械要素はモータとワークロールをつなぐスピンドルであり、そのねじり剛性は約  $2 \times 10^8 \text{ Nm/rad}$  と、被圧延材によるそれとほぼ同等レベルであることから、ねじり固有振動数に大きく寄与する。

次に圧延条件に対する被圧延材のねじり剛性への影響を把握するため、圧下率、圧下力、入側板厚に対する感度解析を行った結果を図 4.4.7 に示す。これより圧下率、入側板厚が大きいほど、また圧下力が小さいほどねじり剛性が低下し、特に板厚に対する感度が高いことがわかる。この結果から考えると、特に板厚が薄い場合には急激にねじり剛性が増加しスピンドル剛性に対して無視可能なレベルとなる可能性はあるが、それを除けばほとんどの運転条件において被圧延材の剛性とスピンドル剛性

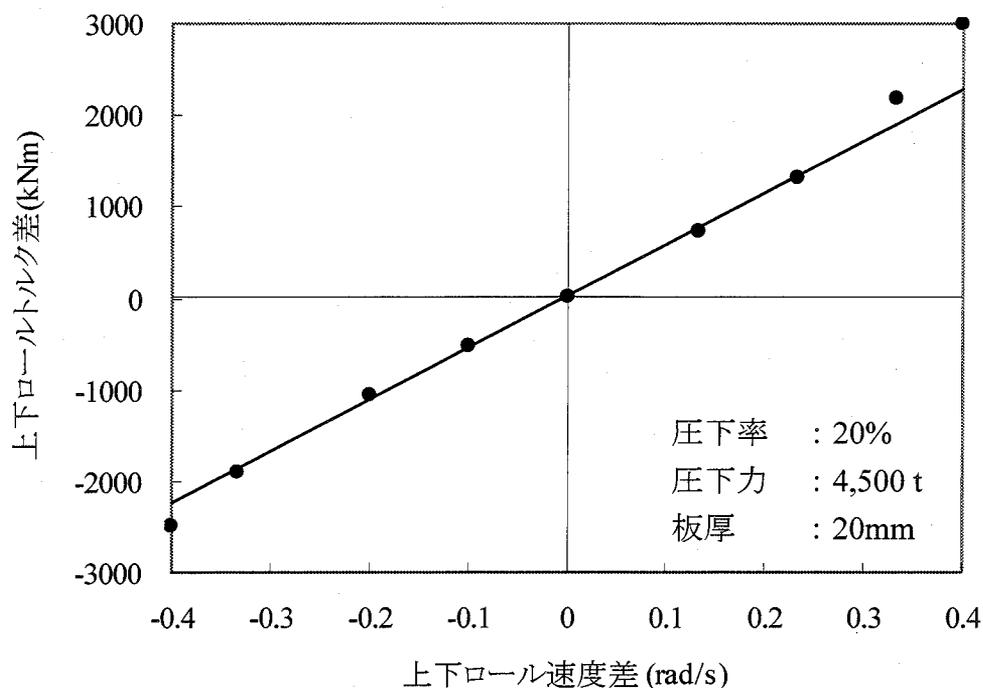


図 4.4.6 異周速圧延モデルによる速度差とトルク差解析結果

は同等レベルであり、ツインドライブ圧延機の駆動系ねじり固有振動数評価においては有限値として考慮すべきであり、さらに板厚だけではなくその他の運転条件も考慮した剛性評価が必要である。なお、冷延など板厚の薄い場合には通常被圧延材の剛性は考慮していないが、これは前述の解析結果により妥当な取り扱いであるといえる。

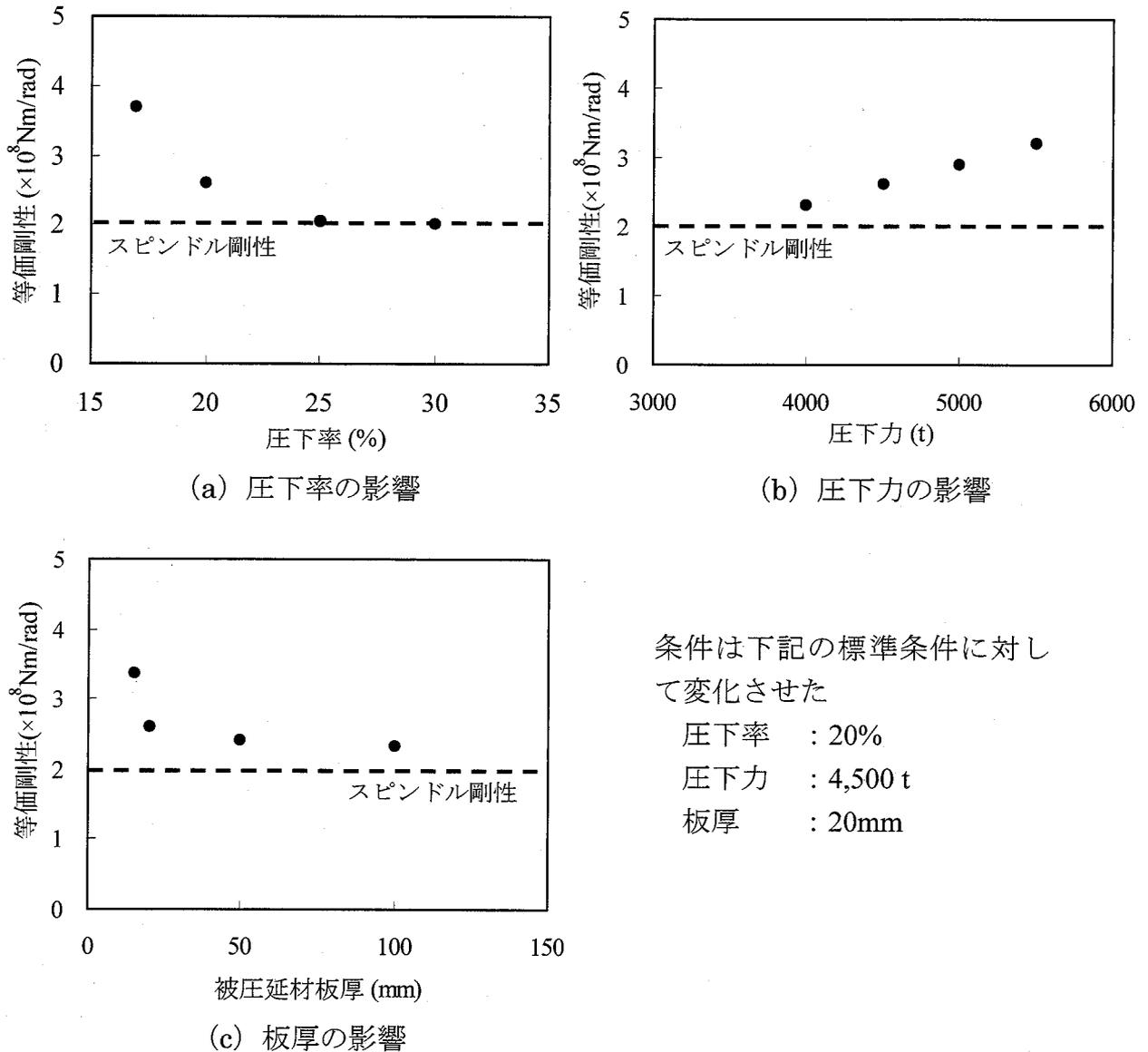


図 4.4.7 圧延パラメータによる被圧延材剛性の感度解析

#### 4.4.3 不安定モードの特定

図 4.4.8 に制御系を考慮し、被圧延材剛性をパラメータとした場合のねじり固有振動数解析結果を示す。被圧延材剛性の小さい場合は上下ロール単独の固有振動数であり、大きくなるに従い上下ロールが連成して固有振動数が変化し、最終的にはロール

キスの状態に近づいてゆくと考えられる。同図中太い実線で示す右端の固有振動数と表 4.3.1 に示すロールキス時の振動数実測結果は良く対応しており、この 2 つの固有振動数が比較的振動しやすいモードと推測される。

図 4.4.8 におけるハッチングは、4.4.2 項で求めた試験運転条件での被圧延材剛性の範囲を示しており、この被圧延材剛性を考慮した場合の駆動系固有振動モードを図 4.4.9 に示す。図中波線は上下ロールを示し、実線がねじり変形モードを示しており、振動数の低いほうから機械系全体の同相 1 次モード(剛体モード)、逆相 1 次モード、同相 2 次モード、逆相 2 次モードとなっている。なお同相逆相とは、同じ視点から見て上下モータの回転方向がそれぞれ逆方向、同方向となるねじり振動のことで、図 4.2.2 に示す発生振動波形とも対応がとれており、振動数だけではなく振動モード面からも図 4.4.8 における太い実線の 2 つの固有振動数が現れていることを説明可能である。

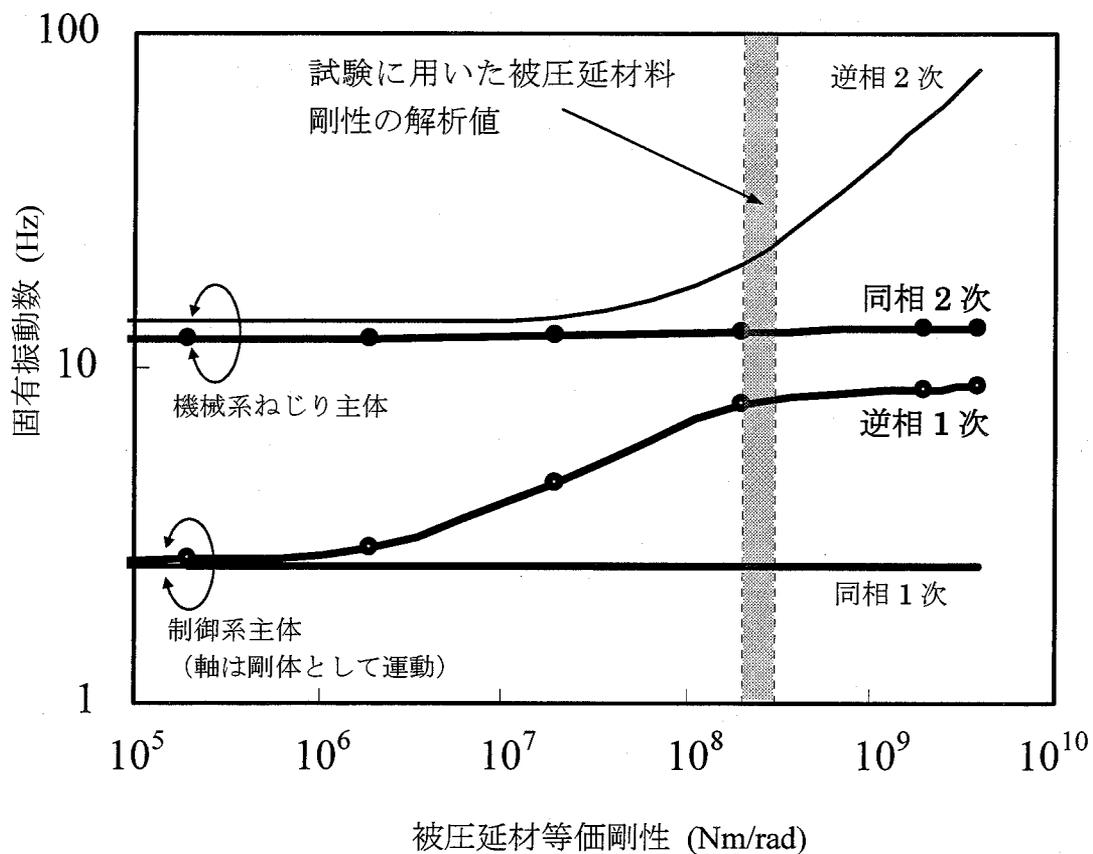


図 4.4.8 制御系を考慮したねじり固有振動数

ロールキス、実圧延状態どちらにおいても振動として表れるのは上記 2 つの固有振動数であるが、振動モードからわかるようにこのうちの低い振動数は上下逆相モードであり、被圧延材剛性の影響が大きいモードである。それに加えて被圧延材剛性と駆動軸スピンドルの剛性は同等レベルであり、振動のモデル化においてその考慮が必須である。もう一方の固有振動数は上下同相に振動するモードであることから、被圧延材の剛性は有効に作用せずほとんどその振動数に影響しない。

次に被圧延材の慣性効果について考えてみる。図 4.4.9 の振動モードより、逆相 1 次モードはワークロールがほとんどゆれないモードであることから、そこに質量が付加されたとしてもその効果は小さく、同相 2 次モードは逆にワークロールが一番良くふれるモードであり、質量効果として最も作用すると推測される。この傾向は図 4.4.3

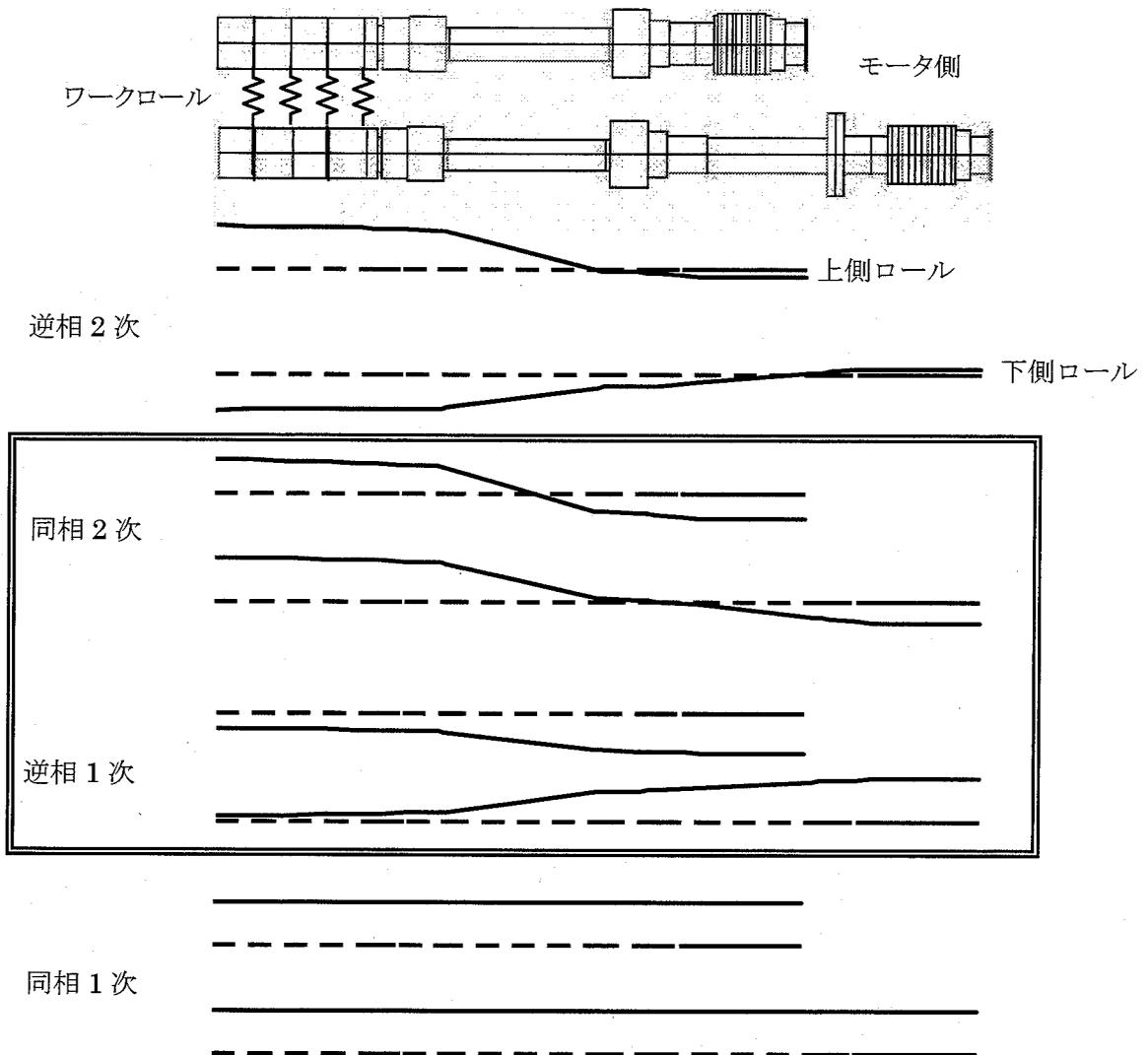


図 4.4.9 駆動系のねじり振動モード

において確認されるが、ロール慣性に対し被圧延材の等価慣性は1 オーダ小さく全質量が有効に作用するとしてもほとんど固有振動数の低下はなく、実用上無視しても差し支えない。

#### 4.5 ねじり固有振動の安定性

##### 4.5.1 不安定化因子

実測データにより、原因は特定できていないが何らかのむだ時間要素が存在することが明らかになったため、制御系の演算ループ以外の要因として振動発散の原因になりうるかどうか、以下の因子について検討を行った。

###### (1) 機械系のがた

スピンドルスプラインのはめ合い部、ワークロールおよびバックアップロールチョックなどがたとしては各所に存在し、これによって反力に遅れ特性が生ずれば位相遅れとなり不安定要因となりうる。このがたの特性を記述関数法を用いて簡易的に評価を行った。

記述関数とは入力として正弦波を与えた場合の非線形要素の等価線形化関数で、出力の基本波の入力制限波に対する振幅比・位相ずれで表すものであり、記述関数は入力振幅の、また場合によっては入力周波数の関数となる<sup>(56)</sup>。非線形要素に入力として正弦波  $x(t)=X\sin\omega t$  が与えられると、出力  $y(t)$  は一般に、

$$y(t) = \frac{A_0}{2} + B_1 \sin \omega t + B_2 \sin 2\omega t + \dots + A_1 \cos \omega t + A_2 \cos 2\omega t + \dots \quad (4.5.1)$$

と表される。この各成分はフーリエ積分を行うことにより求めることができる。

$$A_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \cos n\omega t \omega t$$

$$B_n = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} y(t) \sin n\omega t \omega t \quad (4.5.2)$$

図 4.5.1 に示すがた要素に対して係数を求めると、

$$B_1 = k_D [1 - k(\alpha)] \quad A_1 = 0$$

$$k(\alpha) = \frac{2}{\pi} \left[ \sin^{-1} \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2} \right]$$

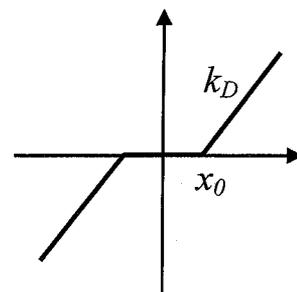


図 4.5.1 がたの特性

であり、位相ずれを表す  $A_1$  の項は 0 となり不安定化には影響しない（付録 3 参照）。なお前章で述べたシステムにより解析を行ったが、同様の結果となった。

なお、がたによって固有振動数が低下することで制御系の影響を受けやすくなるが、振動は圧延開始後トルク静定状態から徐々に発散、すなわちがたが有効に作用する前から発生しているため、これもがたの関与を打ち消すものである。

## (2) リミッタ

特にモータ電流が過大とならないように、電流リミッタが入れられている。このリミッタを考慮した応答解析結果（解析の詳細については 4.5.3 項を参照のこと）を図 4.5.2 に示す。モータ加速後、一定速度で運転中に速度変動が指数関数的に発散していくが、リミッタにかかるとモータトルクが頭打ちになるためモータ速度変動も成長が鈍化される。理解としては、モータ電流が頭打ちとなり波形がひずむために高調波は発生するが、基本波の成分は指数関数的には増えないためである。なお付録 3 に示す記述関数においてもリミッタでは位相ずれは生じないことがわかる。

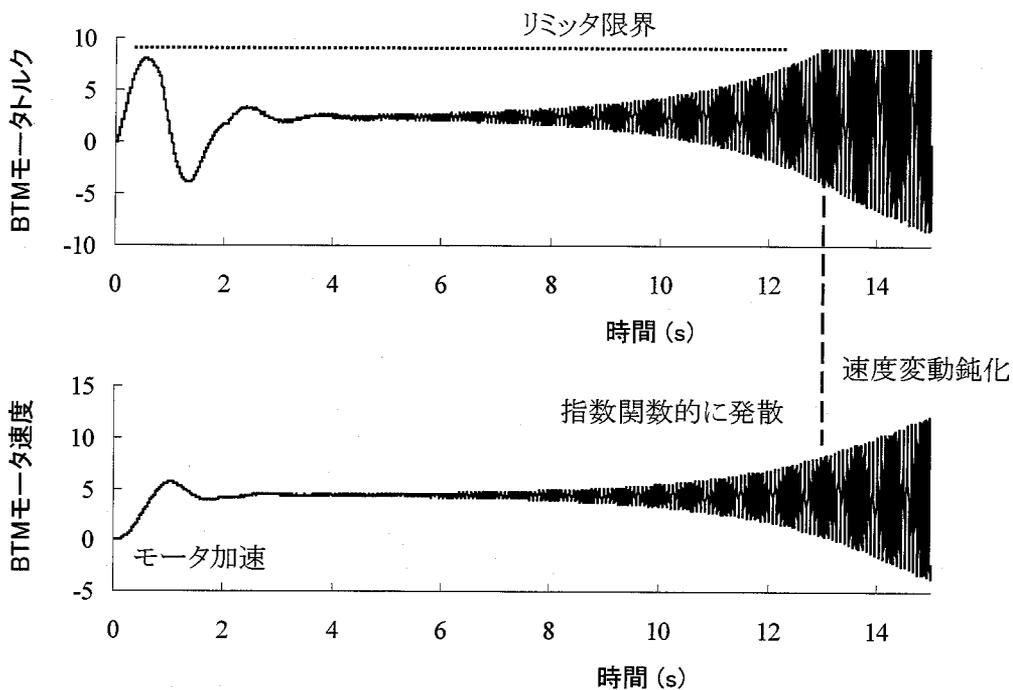


図 4.5.2 モータ速度変動発散時のリミッタ効果解析

## (3) 被圧延材とワークロール間の摩擦

被圧延材とワークロール間の摩擦係数については、ロールのすべりテスト結果を基

に推定を行ったものとして、図 4.5.3 に示すような例が公表されている<sup>(57)</sup>。これによれば相対すべり速度が 15mm/s から上のある範囲のみ負性抵抗特性を有するが、今回の試験における圧延速度は 1.5~2.2m/s で圧下率は約 20%であるから、入出側のすべり速度はおよそ 150~220mm/s となり、摩擦係数はフラットな特性を持つ領域がほとんどである。また振動発生が速度応答周波数に依存するということから、摩擦の影響は主要因ではないと考えられる。

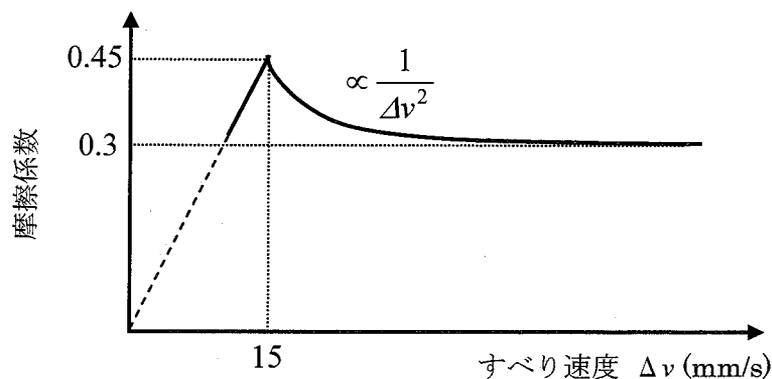


図 4.5.3 圧延部の摩擦特性<sup>(57)</sup>

#### (4) 上下駆動系のクロストーク

上下ロールに 10%以上のトルク差が発生するとその是正介入を行うためクロストーク状態となるが、ここで扱う振動は圧延開始後トルクがほぼ静定した後に発生することからクロストークが要因であるとは考えられない。

#### 4.5.2 安定性解析

まず最初に 6.5Hz, 11Hz 双方の固有値に対し、システム中の位相遅れの安定性への影響を評価した。具体的な評価方法は以下のとおりである。4.4.1 項にて作成した本圧延機駆動系のモデルに対し、想定し得る一次遅れ系、むだ時間系の要素はあらかじめモデルに組込んでいる。それ以外の未知の位相遅れ要素をむだ時間相当として、フィードバックループ中にパラメータとして挿入し複素固有値解析を実施した。なお機械系の減衰についてはデータが取得できていないことからそれを考慮した安定性が直接評価できないため、ここでは機械系の減衰を 0 とし、むだ時間によりモータトルクだけでどれほどの不安定化力が発生するかを解析し、その値と一般的な機械系の減衰力レベルの比較を行うこととした。

図 4.5.4 にむだ時間をパラメータとした、6.5Hz, 11Hz の固有振動数に対する減衰

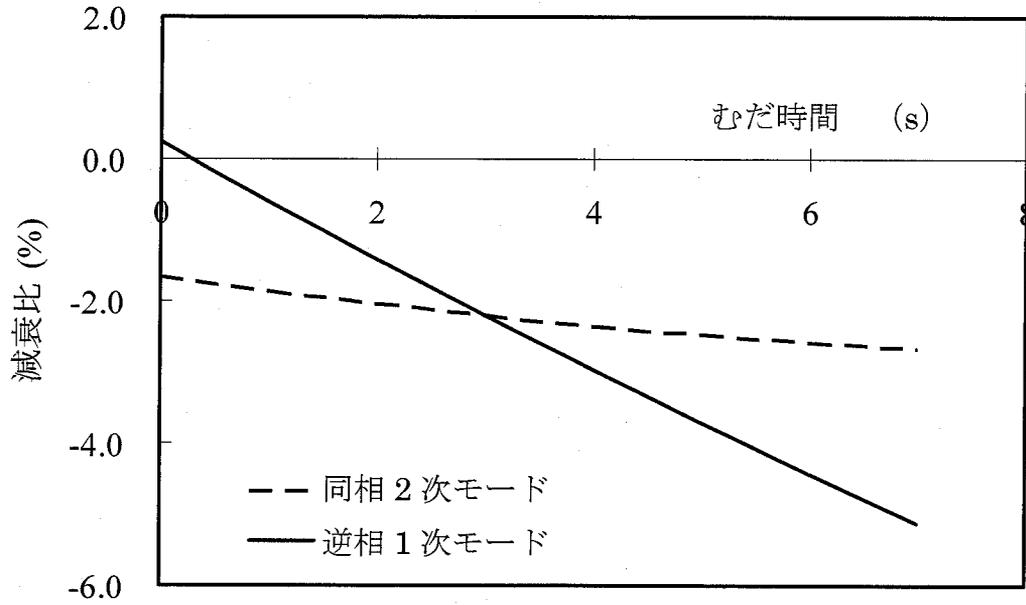


図 4.5.4 振動安定性へのむだ時間の影響

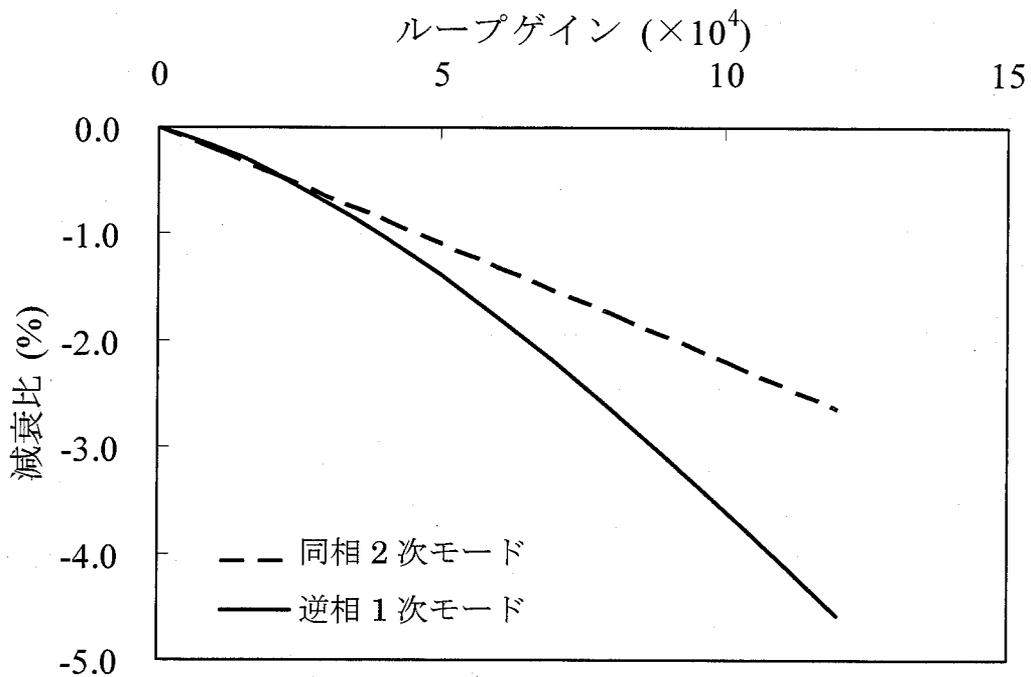


図 4.5.5 振動安定性へのループゲインの影響

比の解析結果を示す。ここでいう減衰比とは臨界減衰に対する減衰比率のことである。6.5Hzの固有振動数に対しては、むだ時間がない時には減衰比は正で不安定化作用はないが、わずかでもむだ時間があると制御系によるモータ発生トルクは不安定化を助長するように作用することがわかる。一方11Hzの固有振動数に対しては、常に制御系は不安定化に作用することがわかる。いずれの固有振動数に対してもむだ時間の増

大により不安定化レベルもそれに伴って増加してゆくことがわかる。機械系の減衰比は一般的には数%程度であることから、むだ時間が数 ms 程度あればその機械系の減衰比と同等レベルになるが、この程度のむだ時間は実際にも存在する可能性がある。このむだ時間の発生は圧延機駆動系が不安定になることを意味しており、それも 6.5Hz, 11Hz 双方不安定の可能性もあるが、どちらかというとも 6.5Hz の不安定化レベルが高いといえる。図 4.5.5 にループゲインと減衰比の関係を示すがゲインを増加することで不安定化作用が増大し、これもむだ時間と同様に 6.5Hz の固有振動数の方がその感度は高いことがわかる。

以上のことは、通常自励振動は振動数の低いものほど発生しやすいという傾向に合致しており、ツインドライブ系では逆相モードの固有振動数が同相モードよりも低くなるために振動が顕在化しやすくなると考えられる。

以上の解析結果より、本圧延機で発生した振動は機械系、制御系のみ起因したものではなく、圧延材を介して上下軸系が連成した圧延機駆動系全体の自励振動であることがほぼ特定された。それを確認するためには速度応答を下げた振動状況の変化を見てみるのが最も簡便かつ確実な方法である。不安定となる振動数は 6.5Hz および 11Hz の 2 つがあるが、図 4.5.4 および図 4.5.5 の解析結果からもわかるように低次の 6.5Hz のほうが不安定化されやすいことから、それを対象に評価試験を行えばよいと考えられる。そのためのパラメータスタディを行った結果を図 4.5.6 に示すが、速度応答を 25%低下させることでおよそ現状の倍のむだ時間まで許容できている。

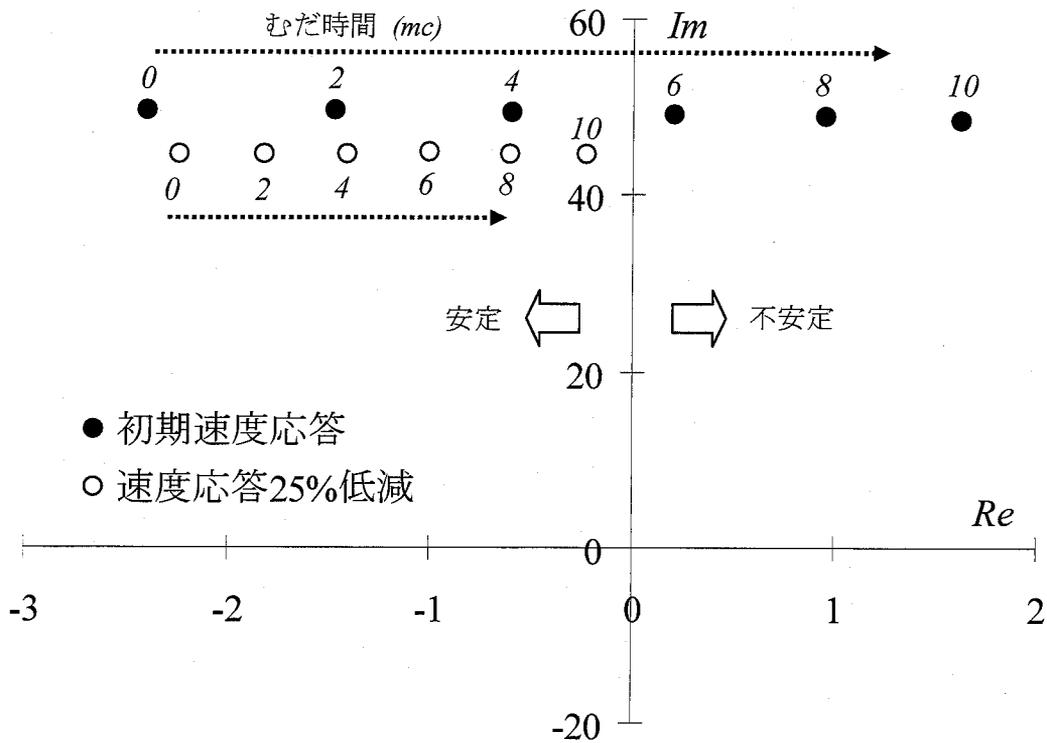


図 4.5.6 安定性解析結果

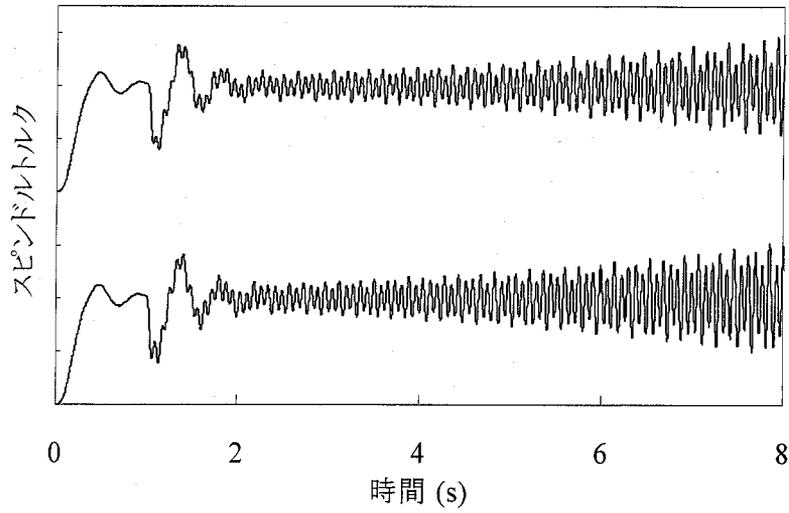
#### 4.5.3 時刻歴解析

複素固有値解析により、実際に可能性のあるレベルのむだ時間で、6.5Hz, 11Hz 双方の固有振動数ともに不安定となることが判明した。ここでは実際に計測された振動波形の再現を解析により試みた。制御系のモデルは前述で作成したものと同じであるが、機械系については被圧延材剛性で結合された上下ロールのフリーフリー固有振動数の応答を状態変数とする状態空間モデルを採用した<sup>(58)</sup>。理由は、2つの固有振動数が安定か不安定かは機械系のそれぞれのモード減衰比に非常に敏感である可能性が高いと推測されるが、通常用いられる質量ばねモデルでは各モードの減衰比の細かなチューニングが困難であると考えたためである。この方法により各モードの機械減衰比を直接与えることができるため、各モードごとの減衰比の違いによる現象への影響が精度良く評価可能である。

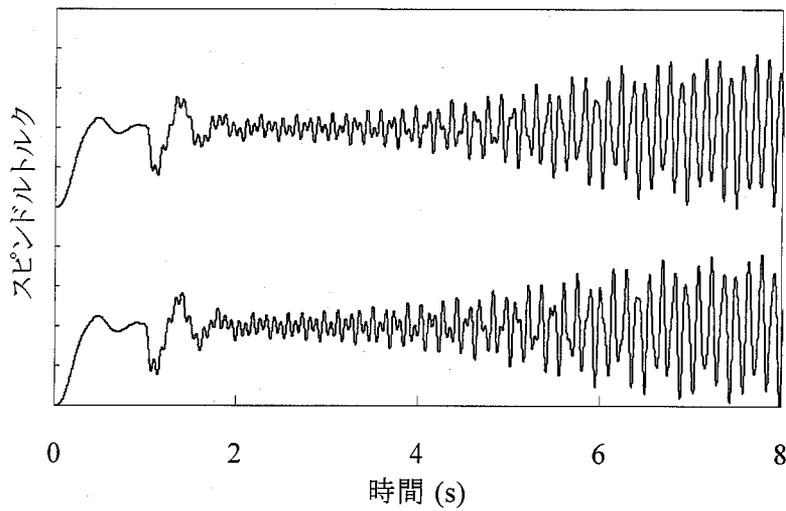
図 4.5.7 に昇速し板かみ込み後のスピンドルトルク応答解析結果を示す。ケース(a)は1次, 2次モードの減衰比をそれぞれ 3.5%, 2.0%与えたものであり、かみ込み直後から 11Hz の上下スピンドルトルク同相モードが発生し、時間経過とともにその振動

が成長している。一方ケース(b)は(a)に対し 1 次モードの減衰比のみ 1%減少させたもので、1 次、2 次モードの減衰比はそれぞれ 2.5%、2.0%であるが、この場合には噛み込み直後は 11Hz の上下スピンドル同相モードが励起されるが、時間経過とともに 6.5Hz の上下スピンドル逆相モードに移行しつつ成長している。これらケース(a),(b)の解析結果は、図 4.3.5 に示す実現象を良く再現できている。またケース(c)は(b)から 2 次の減衰比のみ 1%増加させたもので、この場合には噛み込み直後から逆相のモードが成長する。この結果からわかるようにわずかな減衰の違いでも発生する振動挙動に大きな差が生ずる。

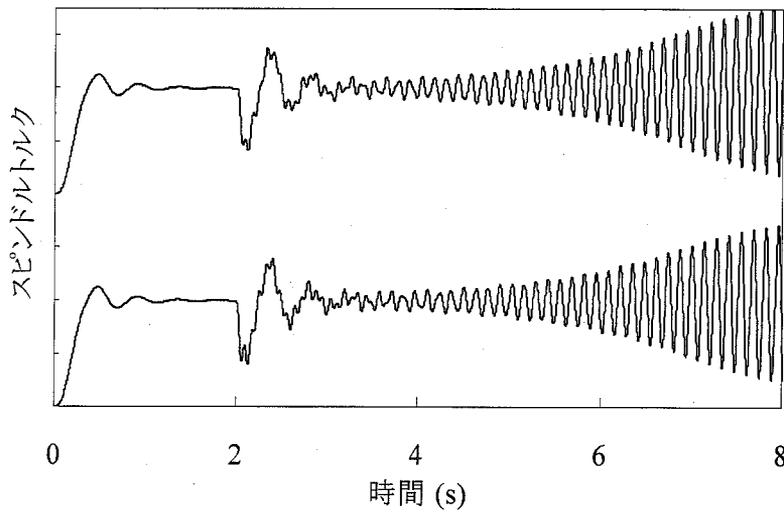
機械系の減衰については今回の試験では計測できていないが、ねじり振動系の場合には減衰要素が少ないために一般的に小さいと推定される。ピニオンギアドライブ圧延機においては、我々の過去の実測結果では 3~5%、また文献<sup>(29)</sup>によると 2~6%なる参考データがあるが、ピニオンギアドライブ圧延機はピニオンスタンドにより上下駆動を行う構造であるのに対し、ツインドライブ圧延機は上下独立直結駆動であるため機械系の減衰要素は少なく、今回設定した 2.5~3.5%という値も現実味のある値であると考えられる。振動は定常トルクが作用している正常圧延状態から成長していることから、軸系自体のがたなどによる不確かな減衰はほとんどなく、圧延部の摩擦特性によるところが大きいと考えられるが、実際に運転条件に対して振動発生状況の再現性は必ずしも良くないこともこれを裏付けていると考える。



ケース(a) モード減衰比 1次 3.5%/2次 2.0%



ケース(b) モード減衰比 1次 2.5%/2次 2.0%



ケース(c) モード減衰比 1次 2.5%/2次 3.0%

図 4.5.7 板かみ込み後のスピンドルトルク解析結果

#### 4.6 対策および確認試験

以上述べた実機現象評価より、駆動系の不安定振動を回避して安定した運転運転を実現するパラメータとしては次のようなものを考えて検討した。

- ①駆動系固有振動数：スピンドル剛性
- ②機械減衰：被圧延材，材料，摩擦ほか
- ③むだ時間：演算時間，フィルタほか
- ④応答ゲイン：不安定化力

##### (1) 駆動系固有振動数のアップ

自励振動に対しては一般的に固有振動数を上げて動剛性を増すことが有効な対策になる。図 4.6.1 にスピンドル剛性と逆相モードの固有振動数の関係を示すが、剛性増加に伴った固有振動数上昇は期待できない。また図 4.6.2 にむだ時間による不安定化をカバーするための機械系の減衰比を、スピンドル剛性をパラメータにして複素固有値解析により求めた結果を示す。これより現状に対しスピンドル剛性を数倍向上させても高々1%の機械系減衰比相当の効果しか得られない。これは被圧延材の剛性がスピンドル剛性とほぼ同じオーダーであることによる。

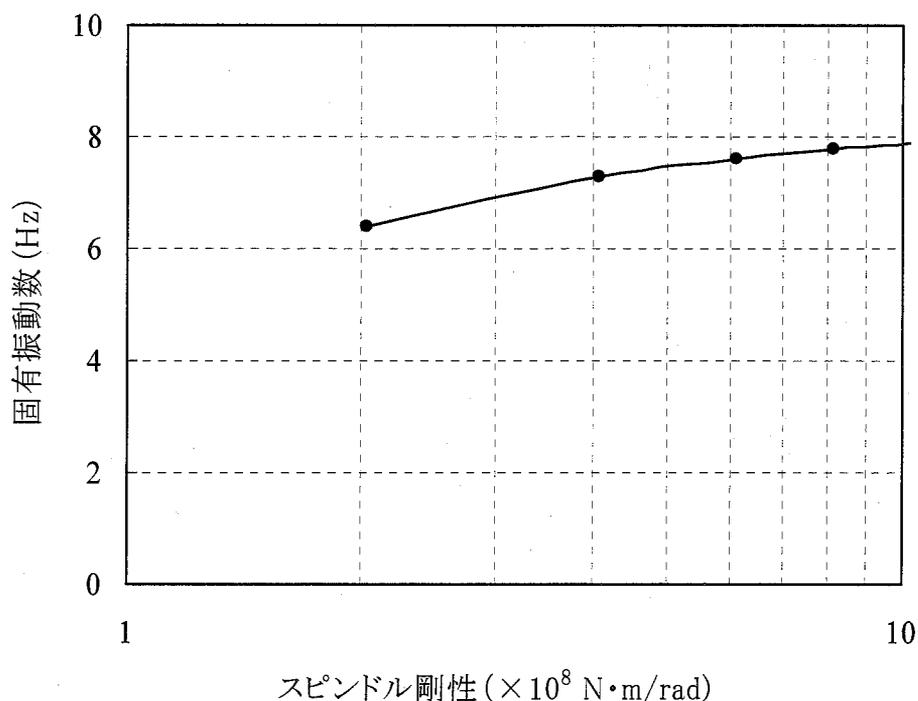


図 4.6.1 スピンドル剛性と固有振動数

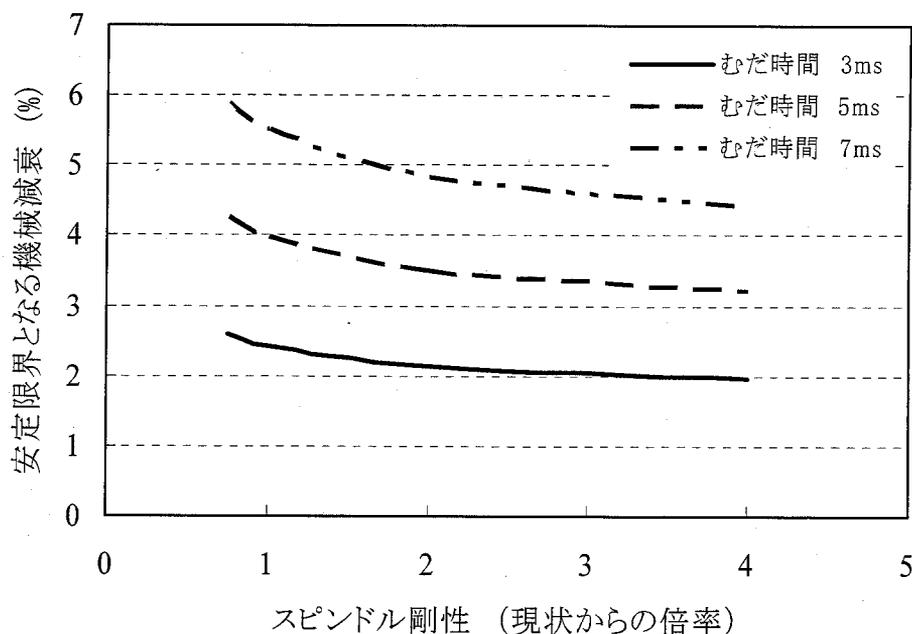


図 4.6.2 複素固有値解析による安定限界となる機械減衰

## (2) 機械減衰の向上

これは一般的には困難である。ねじりダンパなどの設置が有効ではあるが、後付けではその処置が難しく具体的な検討は実施しなかった。

## (3) 制御側での処置

本機械は従来にない高応答を求められたものであるため極力むだ時間は排除しており、具体的対策は出なかった。一方固有振動数へのノッチフィルタ挿入による自励化力低減も考えられるが、対象周波数が 6.5Hz と低く静特性への影響が避けられないため採用には至らなかった。(このノッチフィルタは高次モードの発振には常套的に採用されるが、低次に適用した例はない)

## (4) 応答ゲイン

応答性の低下という背反事象を持つが有効な手段である。高応答特性は板かみ込み時のみ必要であることから、かみ込み後定常圧延速度になるまでは応答性を上げて、定常圧延状態になった時点で応答性を低下させるいわゆるゲイン切り替え方式が有効である<sup>(59)</sup>。

以上の検討結果より(4)の対策を採用することとし、その確認試験を実施した。図 4.5.6 に示したように想定されるむだ時間相当の範囲内で安定となる速度応答を予測

し、その定数にて圧延試験を行った結果を図 4.6.3 に示す。その結果、板噛み込み直後には上下同相振動の成分が若干認められるもののその成分は減衰し、また圧延中振動の発生は認められず安定な運転が達成された。

以上より本振動現象が、速度応答と固有振動数の近接をはじめ、機械系減衰比、位相遅れ、圧延材特性、操業条件等様々な要因の総合特性としての自励不安定振動であることが実証されたと考える。

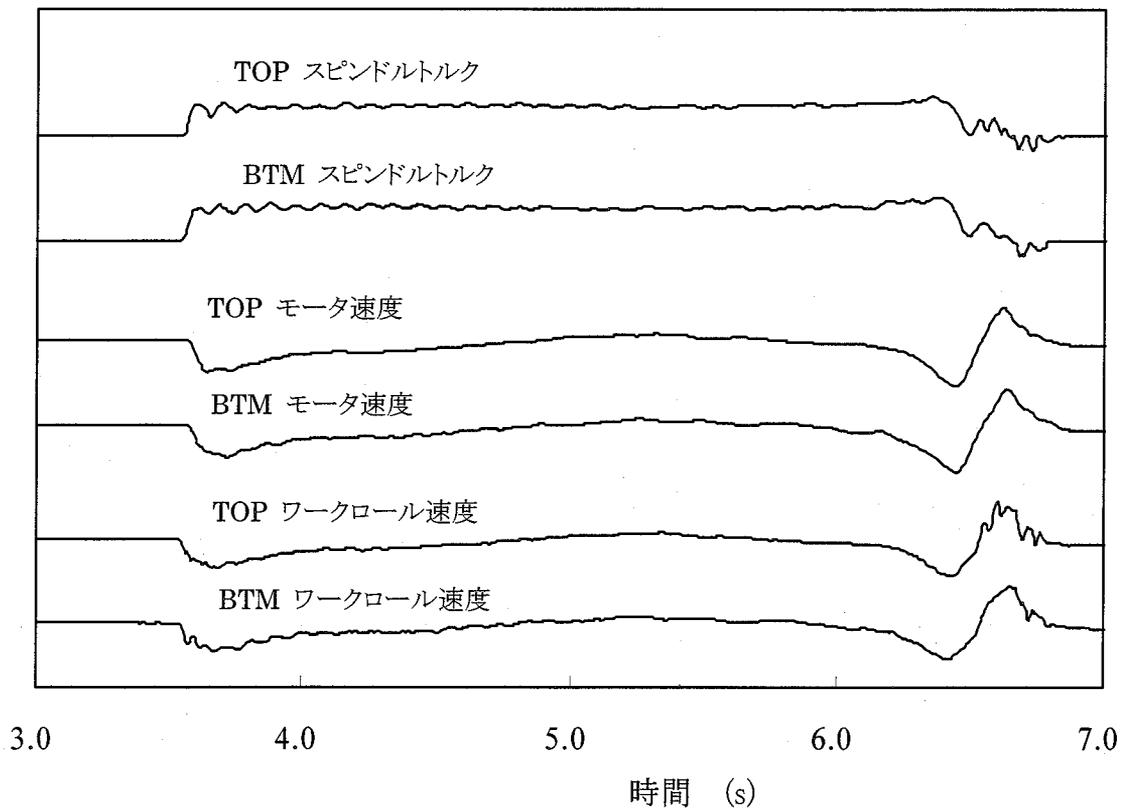


図 4.6.3 対策検証試験

#### 4.7 結 言

ツインドライブ圧延機において認められた、過去に報告事例のない駆動系の振動現象について、実機での詳細計測および機電連成振動解析を実施し総合的な検討を行った。

本研究で得られた成果は以下のように要約される。

- (1) 本研究で扱った圧延機に対しては、振動数は約 6.5Hz と 11Hz であり両者とも駆動系のねじり固有振動である。発生形態としては、かみ込み直後に励起された 11Hz 成分がそのまま成長するケースと約 6.5Hz に移行成長する 2 ケースが認められた。
- (2) 約 6.5Hz の振動は上下ワークロールの逆相モードである。この振動モードはピニオンギアドライブ圧延機などでは通常同相モードよりも高く、また実機においても発生が顕著に認められるものでもないことから、ツインドライブ系特有の現象であり、高速度応答化のためには安定性の面から最も着目すべきモードである。
- (3) 被圧延材剛性推定のため異周速圧延解析を適用したところ、スピンドル剛性と同等の値を有し実測値ともほぼ一致することから、固有振動数評価には被圧延材の剛性を考慮する必要がある。
- (4) 機械系と制御系を連成させた複素固有値解析により、システム内のわずかな遅れにより約 6.5Hz, 11Hz 双方の固有値が不安定となり、振動が成長する可能性のあることを確認した。両固有値を比較すると、低次の約 6.5Hz の方が不安定となりやすく、ツインドライブ系においては着目されるべき固有値である。
- (5) 同モデルでの時刻歴応答解析において、機械系の減衰比を 2.5～3.5% とすることで(1)に記載した振動挙動をほぼ再現可能である。機械系の減衰比については実測できていないが、仮定した値はピニオンスタンドを有する圧延機の実績データとほぼ同等であり実際に取りうる値である。
- (6) 本振動の原因は、実測および解析より、機械系、制御系、圧延材特性、操業条件等様々な要因の総合特性としての自励不安定振動であると推測され、確認試験によりそれを実証した。

ツインドライブ系においては上下逆相モードの固有振動数が大幅に低下することから、高圧化高応答化対応のためには機械、制御特性だけではなく、被圧延材料の作用も考慮した総合的かつ精度の良い駆動系動特性評価技術が必要であろう。



## 第5章 結 論

### 5.1 本研究で得られた成果

近年の機械システムは高速化・高機能化が求められているが、機械系ではコストダウンに伴う軽量化、低剛性化、また電気系ではエレクトロニクス技術の発達に伴う高応答化により両者間の相互作用が大きくなってきており、振動面から信頼性ある機械を設計するためには機電連成評価技術の開発が必要不可欠になっている。本研究では機械の主要部位である回転軸を対象に、製品品質向上を目的とした機電連成振動評価に必要な技術を提示した。

本研究の結論は以下のように要約される。

第2章は磁界の中で運転される回転軸の導体部に発生するローレンツ力に対し、振動安定性面からの効果およびその定量的予測法について検討した。実際に自励振動を再現可能な試験装置を製作してローレンツ力の特性計測を行う一方、静磁界解析結果を利用した動特性簡易予測コードを開発し、試験結果と対比したところ定性的には一致する結果を得た。さらに、油膜軸受特性を求める加振試験と同様な手法をうず電流解析による数値シミュレーションに適用した結果、その大きさは回転座標系からみた回転軸ふれ回り速度に比例し内部減衰的ではあるが、力の発生は静止部の影響も受けメカニズムとしては内部減衰とは異なることを明らかにした。またこの特性を加味することで、設計においては実用に供することが可能である。アクチュエータとしてのモータの急成長、磁界エネルギーの高密度化などによりローレンツ力の影響は今後ますます顕著になると考えられ、ここで得られた成果は振動安定性の評価に有用な技術である。

第3章は駆動軸系の機電連成ねじり振動動特性の評価を目的として、機械系と電気系双方に高自由度を考慮可能でかつ設計段階で適用可能な、実用的な解析システムの開発を行った。具体的には、機械系については詳細な有限要素モデル、電気系は伝達関数ベースで与えられたモデルをそれぞれ状態表現し、結合条件式と連立させることで厳密な連成効果を含む定式化を行い、振動特性を解析可能なシステムを開発した。このシステムを実機で発生した振動現象に適用した結果、概ね実現象を評価可能でありその有効性が確認できた。特に機械系の多自由度モデルを採用したことで、従来評価できなかった高次固有値の特性やフィードバック箇所の影響把握へも対応可能であり、このコードを駆使することで信頼性の高い製品の提供に寄与するものである。

第 4 章はツインドライブ圧延機において初めて確認された駆動系ねじり不安定振動問題について、その発生メカニズムおよび対策について検討した。実機での加振試験、運転中の詳細振動計測と、3 章で開発したシステムによる解析との総合評価により、振動不安定化は制御系の高応答化が大きく影響してはいるが、従来振動モデルに考慮されていなかった被圧延材によるねじり固有振動数の低下、また数 ms オーダの何らかの遅れ要因が寄与していることが明らかとなった。また本圧延機について振動面からの着目すべき振動モードを明らかにしたこと、また実機振動試験データを提示したことなど、今後同機械の高圧下・大容量化に対応した機械システム設計に有用な技術を提示した。対策として板かみ込み時のみ速度応答ゲインを下げることで有効であることを実証試験により確認でき、現在も順調な稼動を実現できている。

## 5.2 今後に残された課題

本研究テーマについての今後の課題を列挙すると以下ようになる。

第 2 章の課題はさらなる評価精度の向上である。ローレンツ力の性質としては明らかになり実用的には供するレベルではあるが、磁界解析を行う際の有限要素メッシュの影響、振動振幅、振動数による影響などを明確にして設計基準として纏める必要がある。さらに交番磁界への展開も必要である。交番磁界中でのローレンツ力の作用による動特性については著者らが一部実施報告しているが<sup>(38)</sup>、大きな課題はローレンツ力の振動系パラメータへの影響把握である。モータ、発電機などでの電磁気力による振動が多種あることはよく知られているが、特に係数励振振動について現状多発はしていないもののあまり認知されておらず、評価技術も報告されていないことから原因を明確にできないまま試行錯誤的な対応を取っているのが実状である。今後機械の高性能化が進めば発生しやすくなることが予想され、また放置できない振動であることからその評価方法を構築する必要がある。

第 3 章の課題は更なる連成要因を考慮したシステムの拡張である。最近課題とされているものにモータインバータ系と系統との連成現象<sup>(60)</sup>があり、これは系統容量が小さい場合に評価が必要とされている。このような新たな機電連成振動問題に対し技術レベルの向上を図ってゆく必要がある。

第 4 章の課題はむだ時間発生要因の特定とツインドライブ圧延機の最適設計である。前者については制御系だけではなく材料特性、摩擦特性など総合的な寄与度評価

が必要である。後者については、ツインドライブ圧延機はその構造上上下非対称構造をとらざるをえず、特にスピンドル系の剛性バランスをどう設定するかなどの設計思想作りが重要である。

機電連成作用を考慮した機械システムとしての設計技術は今後ますますその重要性を増してくるものと考えられ、継続した技術開発により信頼性ある製品の提供に貢献してゆく。



## 謝 辞

ここに本論文を完結させるにあたり、まず執筆のきっかけを与えてくださり終始懇切なご指導ご鞭撻を賜わるとともに、機械学会のVS研究会においても有益なご指導をいただいた、広島大学教授中川紀壽氏に深く謝意を表します。また同じく広島大学教授永村和照氏、澤俊行氏には、論文をまとめる上での貴重なご助言、ご指導をいただきました。ここに謹んで感謝の意を表します。

企業に入社して以来、真の研究とは何かということを決定的な言動をもってご指導いただいた元三菱重工業（株）広島研究所主管片山圭一氏、また研究推進にあたり幅広い視野からのアドバイス、ディスカッションなどを通じ直接懇切丁寧なご指導をいただいた元三菱重工業（株）横浜研究所次長森井茂樹氏に深く感謝致します。機械系出身であった筆者が制御系出身であった各位と仕事を共にでき、直接ご指導を頂く機会を得られたことは技術範囲の拡大という意味で非常に有意義なことでありました。

本論文執筆のきっかけとなった業務をともにし、また執筆に際しても多方面からご指導ご助力をいただいた、三菱日立製鉄機械（株）技師長林寛治氏、松尾弘氏、三菱重工業（株）広島研究所材料製造研究室主席研究員古元秀昭氏に深く謝意を表します。同じく東芝三菱電機産業システム（株）技術主査森隆三氏以下各諸氏からも、多大なご支援を頂くとともに企業の垣根を超えた有意義な経験を積むことができました。ここに深く謝意を表したいと思います。

解析においては無理な要求に対しても快くかつタイムリーな対応を頂いたリョーセンエンジニアズ（株）の担当次長岡川卓三氏に心より感謝致します。技術はもとより顧客に対する真摯な態度、スピーディな対応など良き模範を示していただいた三菱重工業（株）広島製作所ターボ機械技術部主席秦聰氏に心より感謝いたします。わがままな性格にもかかわらず無理な要求にも快く向き合ってくれた、広島研究所構造・振動研究室、MHI ソリューションテクノロジーズ（株）メンテナンスソリューション技術部設備診断技術課の関係各位に心より感謝の意を表します。

最後に本論文執筆期間中、妻和枝、子供の洋亮・遥からは理解と活力をいただきました。ここに感謝の意を表したいと思います。



## 参考文献

- (1) 引田和雄, 金子昭民, 片山圭一, 森井茂樹, 超高真空用ターボ分子ポンプの開発, 三菱重工技報, 25-6(1988), 1-4.
- (2) Grgic, A., Heil, W., Prenner, H., Large Converter-Fed Adjustable Speed AC Drives for Turbomachines, Proceedings of the Twenty-first Turbomachinery Symposium(1992), 103-123.
- (3) Tripp, H., Kim, D., Whitney, R., A Comprehensive Cause Analysis of a Coupling Failure Induced by Torsional Oscillations in a Variable Speed Motor, Proceedings of the Thirty-second Turbomachinery Symposium(2003), 17-23.
- (4) Mark, A.C., Clifford, P.C., Charles, W.Y., Michael, J.C., Torsional Vibration Analysis and Testing of Synchronous Motor-Driven Turbomachinery, Proceedings of the Thirty-First Turbomachinery Symposium(2002), 153-175.
- (5) 大亦絢一郎, 石原敏雄, 下田博一, ボールねじ式電磁アブソーバの研究, 日本機械学会論文集, 54-507, C(1988), 2684-2653.
- (6) 山下繁生, 梶原逸郎, 背戸一登, 動吸振器による箱型構造物の振動制御, 日本機械学会論文集, 56-528, C(1990), 2107-2113.
- (7) 古谷慎二郎, 大亦絢一郎, 下坂陽男, 円弧はりと磁気減衰を用いた除振テーブルの開発, 日本機械学会論文集, 58-545, C(1992), 56-61.
- (8) 背戸一登, 山之内三男, 磁気ダンピング力を有する定数可変形動的吸振器の研究, 日本機械学会論文集, 44-378, C(1978), 542-553.
- (9) 長屋幸助, 小島宏行, 円形磁石と任意形状導体より構成される磁気ダンパの研究(第1報, 減衰係数の解析), 日本機械学会論文集, 50-453, C(1984), 806-811.
- (10) Nagaya, K., Kojima, H., Karube, Y. and Kibayashi, H., Braking Forces and Damping Coefficients of Eddy Current Brakes Consisting of Cylindrical Magnets and Plate Conductors of Arbitrary Shape, IEEE Transactions on Magnetics, MAG-20-6(1984), 2136-2145.
- (11) 浅見敏彦, 細川欽延, 磁気ダンパに関する実用設計式の提案(長屋・小島の式の収束性の改善), 日本機械学会論文集, 61-582, C(1995), 587-590.
- (12) 長井直之, 森井茂樹, ストリップにおける磁力による減衰効果に関する一考察, 電気学会研究会資料, LD-03-97(2003), 31-34.
- (13) 大輪武司, 回転体用非接触磁気ダンパの研究, 日本機械学会講演論文集, 770-12,

(1977), 7-9.

(14) 川本広行, 菊池勝昭, 磁気軸受と組み合わせたうず電流式ダンパの基礎的検討 (第1報, 内部減衰の発生機構について), 日本機械学会論文集, 47-419, C(1981), 849-856.

(15) 土屋和雄, 秋下貞夫, 井上正夫, 中島厚, 狼嘉彰, 村上力, 磁気軸受の受動安定軸の安定性について, 日本機械学会論文集, 55-510, C(1989), 286-292.

(16) Frederick, J.R., Darlow, M.S., Operation of Electromagnetic Eddy-Current Damper with a Supercritical Shaft, *Transactions of the ASME, Journal of Vibration and Acoustics*, 116-4(1994), 578-580.

(17) Klingerman, Y., Grushkevich, A. and Darlow, M.S., Analytical and Experimental Evaluation of Instability in Rotordynamic System with Electromagnetic Eddy-Current Damper, *ASME Journal of Vibrations and Acoustics*, 120-1(1998), 272-278.

(18) Klingerman, Y., Gottlieb, O., Dynamics of a Rotating System with a Nonlinear Eddy-Current Damper, *Transactions of the ASME Journal of Vibration and Acoustics*, 120-4(1998), 848-853.

(19) 高山佳久, 末岡淳男, 近藤孝広, 長井直之, 磁気ダンピング力に起因した回転体の不安定振動, 日本機械学会論文集, 68-665, C(2002), 16-23.

(20) Murakami, Y., Abe, T., Morii, S., Nakaishi, N. and Hata, S., Performance Test of a Ceramic Rotor Developed for Turbomolecular Pumps for Fusion Use, *Journal of Vacuum Science Technology*, A5-4(1987), 2599-2602.

(21) 高梨武, 出野彰将, 大塚裕介, 上田良夫, 西川雅弘, 補助磁石を取り付けた受動型磁気軸受の復元力およびブレーキトルク特性, *ターボ機械*, 35-8(2007), 41-47.

(22) 片山圭一, 森井茂樹, 川嶋正夫, 制御系を含む回転軸系振動解析システムの開発, *三菱重工技報*, 26-3(1989), 253-256.

(23) 保坂忍, 花澤昌彦, 木谷剛士, 産業用電動力応用プラントの可変速駆動システム, *富士時報*, 70-10(1997), 516-521.

(24) 倉地庸夫, 南英倫, 東鉄三, 交流可変速駆動装置の鉄鋼分野への応用, *富士時報*, 64-10(1991), 651-655.

(25) 星野毅夫, 圧延機の軸ねじり振動抑制制御, *電気学会研究会資料*, MID-97-30(1997), 27-32.

- (26) 本城恒, 新谷定彦, 豊田武司, 圧延機主駆動系の振動と衝撃特性の検討, 石川島播磨技報, 17-6(1977), 588-598.
- (27) Petersen, S.R., Torque Amplification and Vibration Investigation Project, Iron & Steel Engineer, 41(1964), 105-110.
- (28) Honjo, H., Watanabe, H., Impact Loading and Vibration of the Slabbing Mill, Iron & Steel Engineer, 52-5(1975), 31-38.
- (29) 竹下光夫, 松倉欣孝, 八嶋修, 圧延機のねじり振動の解析, 日本機械学会論文集, 42-361(1976), 2726-2733.
- (30) 御園生一長, 薄鋼板の冷間圧延におけるチャタリングの検討, 塑性と加工, 21-238(1980), 1006-1010.
- (31) 猪谷彦太郎, 高崎勝明, 片山圭一, 福島丈雄, 製鉄機械駆動系の振動現象の解析法, 三菱重工技報, 21-4(1984), 1-11.
- (32) Hosoda, H., Tatara, S., Kurosawa, R., Hakata, H. and Doi, K., A High-Performance Cross-Current Type Cycloconverter-Fed Induction Motor Drive System, IEEE Transactions on Industry Applications, 24-3(1988), 479-486.
- (33) BEEIP, BITTANTIS, DE MARCOA, On the origin of torsional vibrations in hot rolling mills and a possible remedy, Journal of dynamic systems, measurement, and control, Vol.126No4(2004), 811-823.
- (34) 大型直流機の故障および保全の実態調査, (1982).
- (35) 日本機械学会編, 電磁力応用機器のダイナミクス, (1990), 164, コロナ社.
- (36) 電磁場解析プログラム MAGNA User's Manual, CRC 社.
- (37) Katayama, K., Morii, S., Nagai, N. and Sueoka, A., Study on Self-Excited Vibration in Flexible Rotor Operating under Static Magnetic Field, Proceedings of the Asia-Pacific Vibration Conference '93, 2(1993), 585-588.
- (38) Morii, S., Nagai, N., Katayama, K. and Sueoka, A., Stability Analysis of Rotors Operating in Magnetic Field, IMechE Conference Transactions, C500/045/96 (1996), 331-340.
- (39) Dara W. Childs, Turbomachinery Rotordynamics : Phenomena, Modeling and Analysis, (1993), 228, John Wiley & Sons.
- (40) R.ガッシュ. H. ピュッツナー著, 三輪修三訳, 回転体の力学, (1978), 北森出版.

- (41) 長井直之, 森井茂樹, 中川紀壽, 直流磁界中で運転されるロータの動的挙動に関する研究, ターボ機械, 37-3(2009), 56-62.
- (42) 日本機械学会編, すべり軸受の静特性および動特性資料集, (1984), 258, 日本工業出版.
- (43) 日本総研ソリューションズ, [http://jmag.jri-sol.co.jp/products/about\\_jmag.html](http://jmag.jri-sol.co.jp/products/about_jmag.html)
- (44) 長井直之, 古元秀昭, 林寛治, 石田尚, 福間勝彦, 中川紀壽, ツインドライブ圧延機駆動系のねじり固有振動数の評価精度向上—ツインドライブ圧延機において発生する駆動系のねじり振動現象 (第一報) —, 塑性と加工, 50-579(2009), 50-54.
- (45) 白石昌武, 入門現代制御理論, (1987), 19-56, 啓学出版.
- (46) Benjamin C. Kuo., Automatic Control Systems, (1995), 263-265, Prentice Hall.
- (47) 森井茂樹, 長井直之, 西本幸治, 駆動システムのねじり振動解析法, 三菱重工技報, 35-4(1998), 310-313.
- (48) D.J.HATTER 著, 鷲津久一郎, 砂川恵監訳, 機械振動解析とプログラミング, (1983), 140-146, ブレイン図書.
- (49) Boulter, B. T., Zhiqiang, G., A Novel Approach for On-Line Self-Tuning Web Tension Regulation, Proceedings of the 4<sup>th</sup> IEEE Conference, 28-29(1995), 91-98.
- (50) 森井茂樹, 長井直之, 井上淳司, 駆動システムのねじり振動問題, VSTech2001 振動・音響新技術シンポジウム講演論文集, 2001, 79-82.
- (51) 井上喜雄, 木村康治, 古池治孝, 佐藤太一, 佐藤勇一, 鈴木英男, 田中基八郎, 森井茂樹, 矢鍋重夫, 振動の考え方・とらえ方, (1998), 128-132, オーム社.
- (52) 瀧元宣夫, 大牛大毅, 大田原英典, ホワイトノイズを速度基準に重畳した運転による圧延用電動機駆動系モデルでの伝達関数解析, 電子情報通信学会技術研究会報告, 107-534(2008), 69-72.
- (53) 長井直之, 古元秀昭, 林寛治, 石田尚, 福間勝彦, 中川紀壽, ツインドライブ圧延機駆動系のねじり振動の実測結果と解析結果の比較評価—ツインドライブ圧延機において発生する駆動系のねじり振動現象 (第二報) —, 塑性と加工, 50-580(2009).
- (54) 古元秀昭, 森本和夫, 林寛治, 小坂田宏造, クロス圧延における板クラウンのシミュレーション—剛塑性有限要素法による冷間圧延の板クラウンの解析 II, 塑性と加工, 38-432(1997), 71-75.

- (55) 森謙一郎, 島進, 小坂田宏造, 多孔質体の塑性力学式を応用した剛塑性有限要素法による自由鍛造の解析, 日本機械学会論文集, 45-396(1979), 965-974.
- (56) 計測自動制御学会編, 自動制御ハンドブック, 基礎編, (1983), 274-276, オーム社.
- (57) Yoshida, M., Furumoto, H., Yoshikawa, M., Morii, S., New Approach to Calculating a Dynamically Stable Criterion for Hot Strip Mills, Proceedings of the IMechE, 217-2,K(2003),135-143.
- (58) 浜田望, 松本直樹, 高橋徹, 現代制御理論入門, (1997), 68-70, コロナ社.
- (59) 飛世正博, 電動機制御システム, 特許公報(B2), 出願番号 特願平 2-201968 公開番号 特願平 4-85604.
- (60) Volker Hutten, Rainer M. Zurowski, Martin Hilscher, Torsional Interharmonic Interaction Study of 75MW Direct-Driven VSDS Motor Compressor Train for LNG Duty, Proc. of the 37<sup>th</sup> Turbomachinery symposium, 2008, 57-66.



付録 1. インバータモータのトルクリップル特性

<p>Customer</p> <p>WOODSIDE (LCL-12pulse)</p>	<p>モーターメーカーから提出された発生トルクリップル ripple rate</p> <p>(1) Integer pulsating torque <math>n \times f_m</math>  <math>f_m</math>: machine frequency, <math>n=6,12,18,24, \dots</math>          (2) non-integer pulsating torque <math>k \times f_m</math>  <math>f_m</math>: line frequency, <math>k=0.12</math>          (3) non-integer depend on both <math> n \times f_m \pm k \times f_m </math>          (1),(2)については <math>n, k</math> が pulse 数と一致する時主体          (3)については <math>n</math> 主の時主体</p>	<p>実機状況</p> <p>現地にてカップリング破壊するも原因など現時点では全く不明。 以下 TMEIC の PR プレゼン資料より抜粋</p> <table border="1"> <tr> <td>Line harmonics</td> <td>Voltage Source Inverter</td> <td>LCI</td> </tr> <tr> <td>Torque ripple</td> <td>not necessary</td> <td>&lt; 11 % required</td> </tr> <tr> <td>Motor</td> <td>&lt; 0.5 %</td> <td>Special Design Compressor</td> </tr> <tr> <td></td> <td>Standard Design Compressor</td> <td>Special design</td> </tr> </table>	Line harmonics	Voltage Source Inverter	LCI	Torque ripple	not necessary	< 11 % required	Motor	< 0.5 %	Special Design Compressor		Standard Design Compressor	Special design
Line harmonics	Voltage Source Inverter	LCI												
Torque ripple	not necessary	< 11 % required												
Motor	< 0.5 %	Special Design Compressor												
	Standard Design Compressor	Special design												
<p>Customer</p> <p>RAS LAFFAN (PWM)</p>	<p><math>m \times n f_0</math>, <math>f_c</math>: carrier frequency <math>n</math> としては奇数が過剰  <math>f_c</math>: output frequency</p>	<p>MIN,NOR,MCR の軸振動は図のようになり、左図のリップルマップよりねじり固有振動数との共振が発生しているものと考えられる。</p> <p>TMEIC の解析結果は以下のとおり。          ~100Hz までは約 4%、高周波成分は最大 9% のリップルが発生する。          意外と大きい、高周波のリップルに対応する固有値の応答は小さいことが一般的だが、必ずしも問題ないとは言えない？</p>												
<p>Customer</p> <p>ADCO (DTC)</p>	<p>(1) <math>n f_0</math>, <math>n=6,12,18, \dots</math>, <math>f_0</math>: output frequency          (2) ブロードな高周波成分: 速度変動許容範囲内で制御することによる (下図がサガガ波形)</p> <p>Air gap torque is linear proportional to current</p> <p>Same, but re-scaled harmonic content as current          However backward and forward harmonics add up          We get typical: 6<sup>th</sup>, 12<sup>th</sup>, 18<sup>th</sup>, and high non-typical</p> <p>相電流は 3.5, 7.9, ... の高周波が出るが、3 相全体で見ると 3.9, 15. ... は打ち消す。すなわち 5.7, 11.13, ... が電流成分、それが何れに重畳されると <math>n f_0 (6, 12, 18, \dots)</math> となる。</p> <p>ABB の見解では asynchronous の成分は基本的には発生しない。</p>	<p>ABB 見解では基本的に asynchronous 成分はないということであるが、実測すると図のようにねじり固有値が加重される。</p> <p>定常トルクに対する実測結果は          RU-LP: 1.4 % (Q=25) ~ 1.73 % (Q=13.8)          AI-MP: 0.33 % (Q=15.5)</p>												



付録 3. 記述関数一覧

番号	$f(x)$	$B_f$	$A_f$
13		0 (X, c, 0) (X, 0, c)	0
14		0 $\frac{c}{2} [1 - K(\frac{\pi}{2}) - K(\frac{\pi}{2})]$	0 $\frac{c}{2} [1 - K(\frac{\pi}{2}) - K(\frac{\pi}{2})]$
15		0 $\frac{c}{2} [1 - K(\frac{\pi}{2}) - K(\frac{\pi}{2})]$ $\frac{c}{2} [K(\frac{\pi}{2}) - K(\frac{\pi}{2})]$	0 $\frac{c}{2} [1 - K(\frac{\pi}{2}) - K(\frac{\pi}{2})]$ $\frac{c}{2} [K(\frac{\pi}{2}) - K(\frac{\pi}{2})]$
16		0 $\frac{c}{2} \sqrt{1 - (\frac{\pi}{2})^2}$	0 $\frac{c}{2} \sqrt{1 - (\frac{\pi}{2})^2}$
17		0 $\frac{c}{2} [ \sqrt{1 - (\frac{\pi}{2})^2} + \sqrt{1 - (\frac{\pi}{2})^2} ]$	0 $\frac{c}{2} \sqrt{1 - (\frac{\pi}{2})^2}$

$$K(\alpha) = \frac{\pi}{2} \left[ \sin^{-1} \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\alpha} \sqrt{1 - \left(\frac{1}{\alpha}\right)^2} \right]$$

$\alpha$	$K(\alpha)$	$\alpha$	$K(\alpha)$	$\alpha$	$K(\alpha)$
1.0	1.00000	6	0.21128	50	0.04968
1.2	0.99337	7	0.18127	60	0.04181
1.4	0.98474	8	0.15874	70	0.03646
1.6	0.97449	9	0.14118	80	0.03288
1.8	0.96206	10	0.12711	90	0.03019
2.0	0.94790	12	0.10528	100	0.02851
2.5	0.89537	14	0.08067	50	0.01485
3.0	0.82642	16	0.05952	100	0.01273
4.0	0.71495	18	0.04793		
5.0	0.59284	20	0.04089		

番号	$f(x)$	$B_f$	$A_f$
1	$x$	1	0
2	$\frac{2}{\pi} x^2$	$\frac{2}{\pi} x^2$	0
3	$\frac{2}{\pi} x^3$	$\frac{2}{\pi} x^3$	0
4	$x^{2n+1}$ ( $n=1, 2, 3, \dots$ )	$\left(\frac{2n-1}{2n}\right) \left(\frac{2n-3}{2n-2}\right) \left(\frac{2n-5}{2n-4}\right) \dots \left(\frac{3}{4}\right) x^{2n+1}$	0
5	$x^n$ ( $n=1$ )	$\frac{2}{\pi} x$	0
6	$x^n$ ( $n=2$ )	$\frac{2}{\pi} x^2$	0
7	$x^{2n-1}$ ( $n=1, 2, 3, \dots$ )	$\frac{2}{\pi} \left(\frac{2n-2}{2n-1}\right) \left(\frac{2n-4}{2n-3}\right) \dots \left(\frac{2}{3}\right) x^{2n-1}$	0
8		0 $\left(\frac{\pi - \frac{\pi}{2}}{\pi}\right)$ $\left(\frac{\pi}{2}\right)$	0
9		0 $\left(\frac{\pi - \frac{\pi}{2}}{\pi}\right)$ $\left(\frac{\pi}{2}\right)$ $\frac{c}{2} (1 - K(\alpha))$ $\frac{c}{2} (1 + K(\alpha))$ $\frac{c}{2} (1 + K(\alpha))$	0
10		0 $\left(\frac{\pi - \frac{\pi}{2}}{\pi}\right)$ $\frac{c}{2} (1 - K(\alpha))$ $\frac{c}{2} (1 + K(\alpha))$	0
11		0 $\left(\frac{\pi - \frac{\pi}{2}}{\pi}\right)$ $\frac{c}{2} (1 - K(\alpha))$ $\frac{c}{2} (1 + K(\alpha))$ $\frac{c}{2} \left[ K\left(\frac{\pi}{2}\right) - K(\alpha) \right]$ $\frac{c}{2} \left[ K\left(\frac{\pi}{2}\right) + K(\alpha) \right]$	0
12		$\frac{c}{2}$	0

タイトル	内容	備考
<p>ギヤップレスシリンダによる板かみ込み時の衝撃力の低減効果</p>	<p>板かみ込みにより板/WR間摩擦により圧延トルク発生。これに起因して駆動系ねじり振動が発生し、定常トルクより大きな軸トルクが発生。この軸トルク変動により、BUR が角速度を持って発生するWR/BUR間に発生する周期的な水平方向荷重によりWRは軸受箱と一体になり、入→出→入と運動。 水平衝撃力は、かみ込み時のWR軸のねじり振動に起因するBURからの水平力に起因する。水平力はかみ込み時のトルク変動に起因して発生するため、軸トルク変動量が增大すると水平力は増大する。</p>	<p>&lt;かみ込み&amp;圧延中の話&gt; 圧延トルクでねじり振動=軸トルクが発生。軸トルク変動によりBURが角速度を持ち、WR/BUR間に周期的な水平方向荷重による振動。</p>
<p>熱間圧延機における動的不安定現象の解析的試み</p>	<p>圧下率と圧延速度を上げると振動が発生する。圧延中の振動は自励的で、上下方向と水平方向の振動が連成しており、圧延材の剛性行列の非対称項が主原因で、圧下率と変形抵抗が大きいほどその影響が大きく、圧延速度増大はローバルト部出側の接触弧長増加による上下方向の減衰効果を減少させ、振動を助長させる。 振動周波数は圧延速度に依存せず一定(40~60Hz)。WRのふれ回りは、水平方向に広がった楕円軌道で回転方向と逆方向。上下WRの水平方向変位は逆相。 定常では中立点を境に前後で板から受ける摩擦力は方向が逆転する。(定常では板とWRの接触弧長は一定で中立点も変化しない。) WRの位置が下方向に変化すると、接触弧長が長くなり中立点前後の摩擦力バランスが崩れ上方向と入側方向の圧延反力増加となる。</p>	<p>&lt;圧延中の自励振動&gt; 上下と水平の振動が連成しており、圧延材のクロスばねが原因で、圧下率と変形抵抗が大きいと影響が大きく、圧延速度増大は振動を助長。WRの水平方向変位は逆相。WRが下方向に変化すると、接触弧長が長くなり中立点前後の摩擦バランスが崩れ上方向と入側方向の圧延反力増加。</p>
<p>熱間圧延機用ミルスタビライザによるかみ込み衝撃およびミル振動抑制効果</p>	<p>ハイテン、DPなど圧下率増大、変形抵抗増大に起因する高荷重圧延が要求される。 高荷重ではかみ込みの際の衝撃的な水平力が増大し、大きなミル振動発生。 かみ込み時、WRに瞬時に圧延トルクが発生し周速低下。慣性の大きいBURから上流方向の水平力を受け、WRは軸受とともにすまを上流に移動。軸のねじり振動によりWRは下流側に水平力を受け、同時に上流ハウジングに衝突した反力も受ける。WRと軸受は下流側ハウジングに衝突し大きな水平衝撃力を受ける。かみ込みでスピンドルトルクは駆動軸系の固有振動数で変動する。 上下WRが圧延方向に異なる位相(60~90Hz)の周波数で運動する。単位幅あたりの圧延荷重、圧下率が大きいほどミル振動発生しやすく、限界線は圧延機の水平方向の動剛性と関係し、動剛性が大きいほど振動未発生領域は拡大する。</p>	<p>&lt;かみ込み衝撃の話&gt; WRがかみ込み失速、BUR慣性で衝突、ねじり振動と衝突反力で逆に衝突。 上下WRが異なる位相で運動。 単位幅圧延荷重、圧下率が大きいほど振動が発生しやすく、圧延機の水平動剛性が小さいほど振動増大する。</p>

1965年ころから国内外で圧延用主機電動機の機械的事故が相次いだことにより、国内各社メーカーも調査検討を開始したが、問題がすべて解明されているわけではない。本報告書はこのような背景のもとに、主機電動機の機械的強度に関する問題点の解明とその事故防止の調査、検討を行なったものである。

章・項目名	内容	結論
3-4-1 ミル別固有振動数調査結果	<p>圧延機のねじり振動特性を比較するため、国内6社(9ライン)の分塊ミルのミル振動系定数の調査を行い、固有振動数を計算。機械的な定数のみを用いた単純な系として計算した。上下ロール連成時には最大重量の鋼塊をかんだ時を想定し、鋼塊の慣性を考慮した。</p> <p>振動数調査結果は別添参照</p>	<p>・ 最大鋼塊重量と仮定しているため、振動数は低く計算されている。</p> <p>・ 連成時第2次固有振動数≒実測周波数。 →圧延時には第2次固有振動数が支配的であることが確認できる。</p> <p>・ 連成時第2次固有振動数≒上ロールと下ロールの単独固有振動数の2乗平均値。</p> <p>&lt;考察&gt;</p> <p>・ 連成時の固有振動数計算方法 →詳細不明であるが、鋼塊のばね定数は考慮せず上下ロールに鋼塊の慣性を加算している模様。</p>
3-4-2 計算した固有振動数と実測周波数の関係	<p>&lt;上下連成時の第1次固有振動&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 上下逆方向のねじり振動</li> <li>・ 上下の振動系の非対称性と外力が加わる位置の非対称性によるのみ生ずる。</li> <li>・ 通常の圧延負荷トルクでは第1次固有振動に配分される振動エネルギーは小さい。</li> </ul> <p>&lt;上下連成時の第2次固有振動&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 通常圧延時、この周波数が基本振動となる。</li> <li>・ 材料の慣性とバックラッシュの影響を敏感に受ける。</li> <li>・ 上ロールと下ロールの単独1次固有振動数の2乗平均的性質を持つ。</li> </ul> <p>&lt;実測トルクと計算値の比較&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 連成時、第2次固有振動計算値と実測トルクの基本振動はよく一致する。</li> <li>・ バックラッシュによる衝撃は高次振動成分に影響。</li> <li>・ 通常トルクに含まれる周波数スペクトルは第2次までで、高次のものは非常に小。</li> <li>・ 異常トルクに含まれる周波数スペクトルは第9次まで広く分布。</li> </ul>	<p>&lt;考察&gt;</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 上下の非対称性が増加するような要因があれば、第1次固有振動数成分に配分されるエネルギーは増加。 →今回の振動は第1次のものと考えられるが、非対称性を顕著にする要因はないか？(ワープ制御、水平振動、上下固有振動数)</li> <li>・ 上下ロール間に周速差が生ずると破圧延材のばね定数が利いてくるため、軸系の連成モデルに破圧延材のばね定数を考慮する必要がある。</li> </ul>

## 付録6 剛塑性有限要素法による圧延解析

### 1. 圧縮特性法による剛塑性有限要素法

圧延解析においては、材料の弾性変形を無視し剛塑性体とみなす剛塑性有限要素法が用いられる事が多い。1979年に明確な物理的意味と広い適用範囲を持つ方法として圧縮特性法による剛塑性有限要素法が小坂田・森らによって提案された。これは静水圧応力にわずかに依存する降伏条件を用いることにより応力計算を可能にする方法である。

圧縮性材料特性の方法は、粉末焼結体のように密度変化の生じるような変形の解析のために開発されたもので、相対密度を100%に近い値(99.5~99.9%)にとることにより、空孔を含まない通常の方法の塑性変形の解析にも用いられる。

塑性加工を力学的に解析するときにはMisesの降伏条件

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}^2 &= \frac{1}{2} \{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{xy}^2) \} \\ &= \frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}\end{aligned}\tag{付6.1}$$

を仮定することが多い。ここで $\sigma'_{ij}$ は偏差応力成分である。材料を剛塑性体であるとすると、Lévy-Misesのひずみ増分理論が成り立ち、ひずみ速度と応力とは次式の関係となる。

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{3}{2} \frac{\dot{\bar{\epsilon}}}{\bar{\sigma}} \sigma'_{ij}\tag{付6.2}$$

$\dot{\bar{\epsilon}}$ は相当ひずみ速度で、次式で定義される。

$$\begin{aligned}\dot{\bar{\epsilon}} &= \sqrt{\frac{2}{9} \left\{ (\dot{\epsilon}_x - \dot{\epsilon}_y)^2 + (\dot{\epsilon}_y - \dot{\epsilon}_z)^2 + (\dot{\epsilon}_z - \dot{\epsilon}_x)^2 + \frac{3}{2} (\dot{\gamma}_{yz}^2 + \dot{\gamma}_{zx}^2 + \dot{\gamma}_{xy}^2) \right\}} \\ &= \sqrt{\frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij}}\end{aligned}\tag{付6.3}$$

式(付6.2)のように、ひずみ速度と偏差応力との関係が得られるが、静水圧応力が分らないとひずみ速度から応力が求まらない。

平均応力とひずみ速度とが無関係である原因は、降伏条件が静水圧応力に無関係であることにある。そこで降伏応力にわずかな圧力依存性を許すことを考え、次式のような降伏条件を用いることが提案されている。

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}^2 &= \frac{1}{2} \{ (\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2 + \tau_{xy}^2) \} + g \cdot \sigma_m^2 \\ &= \frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} + g \sigma_m^2\end{aligned}\quad (\text{付 6.4})$$

ここで、 $\sigma_m$ は静水圧応力 $(\sigma_x + \sigma_y + \sigma_z)/3$ であり、 $g$ は $10^{-6}$ 程度の正の定数である。この材料に対する応力はひずみ増分理論から次式となる。

$$\sigma_{ij} = \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\varepsilon}} \left\{ \frac{3}{2} \dot{\varepsilon}_{ij} + \delta_{ij} \left( \frac{1}{g} - \frac{2}{9} \right) \dot{\varepsilon}_v \right\} \quad (\text{付 6.5})$$

ここで、相当ひずみ速度 $\dot{\varepsilon}$ は

$$\begin{aligned}\dot{\varepsilon}^2 &= \frac{2}{9} \{ (\dot{\varepsilon}_x - \dot{\varepsilon}_y)^2 + (\dot{\varepsilon}_y - \dot{\varepsilon}_z)^2 + (\dot{\varepsilon}_z - \dot{\varepsilon}_x)^2 \} + \frac{1}{3} (\dot{\gamma}_{xy}^2 + \dot{\gamma}_{yz}^2 + \dot{\gamma}_{zx}^2) + \frac{1}{g} \dot{\varepsilon}_v^2 \\ &= \frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{ij} \dot{\varepsilon}_{ij} + \frac{1}{g} \dot{\varepsilon}_v^2\end{aligned}\quad (\text{付 6.6})$$

$$\dot{\varepsilon}'_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij} - \delta_{ij} \dot{\varepsilon}_v / 3 \quad (\text{付 6.7})$$

である。

以上のように、式(付6.4)のような降伏条件を考えることにより塑性変形中に材料は体積変化を生じ、この体積変化から応力の計算が可能になる。

この降伏条件において変分原理は成立ち、すなわち式(付6.4)で定義される $\bar{\sigma}$ と式(付6.6)による $\bar{\varepsilon}$ を用いると、汎関数 $\Phi$

$$\Phi = \int_V \bar{\sigma} \bar{\varepsilon} dV - \int_{S_T} \bar{T} v_i dS \quad (\text{付 6.8})$$

は速度場が正解のときに最小になる。ここで $\bar{T}$ は境界 $S_T$ でのトラクションである。ただし、速度場 $v_i$ は速度の境界条件のみを満足すれば良く、体積一定の条件による拘束はない。

## 2. 有限要素法による定式化

各要素内のひずみ速度ベクトル $\{\dot{\varepsilon}\}$ はその要素の節点速度ベクトル $\{v_e\}$ により、次式のように表される。

$$\{\dot{\varepsilon}\} = [B] \{v_e\} \quad (\text{付 6.9})$$

式(付6.6)の相当ひずみ速度はひずみ $\{\dot{\varepsilon}\}$ によって表わされるので、式(付6.8)は節点速度の非線形関数となる。式(付6.8)が最小となる条件は、節点速度 $v_1, v_2, \dots, v_n$ で偏

微分し，零と置いて求められる．

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \Phi}{\partial v_1} &= q_1(v_1, v_2, \dots, v_k, \dots, v_n) - F_1 = 0 \\
 &\dots \\
 \frac{\partial \Phi}{\partial v_k} &= q_k(v_1, v_2, \dots, v_k, \dots, v_n) - F_k = 0 \\
 &\dots \\
 \frac{\partial \Phi}{\partial v_n} &= q_n(v_1, v_2, \dots, v_k, \dots, v_n) - F_n = 0
 \end{aligned}
 \tag{付6.10}$$

$q_1, q_2, \dots, q_n$ は非線形方程式となるので，ここでは相当ひずみ速度を収束計算の中で直接代入していくことで解析する．

### 3. 摩擦境界条件

式(付6.8)の汎関数において，外力は大きさのみならず方向も指定する必要がある．摩擦応力を $\tau$ ，相対すべり速度を $\Delta v$ とすると $(\tau \Delta v)$ は常に正である．そこで $\Delta v = \sqrt{\Delta v^2}$ により $\Delta v$ を与えると，外力の方向を指定することなく大きさ $\tau$ だけを与えれば良いことになる．クーロン摩擦が仮定されることが多く，摩擦せん断応力 $\tau$ は接触面圧 $P_n$ に比例するとする．

$$\tau = \mu P_n \tag{付6.11}$$

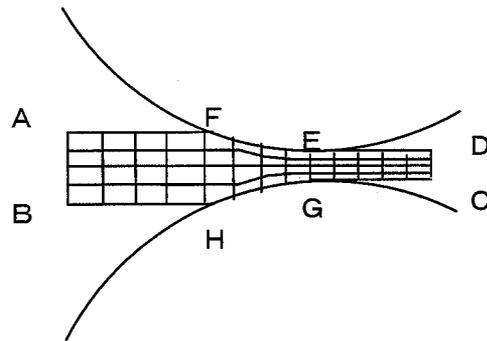
この場合，摩擦応力 $\tau$ を適当に仮定して式(付6.10)の外力として与えて計算し，結果から得られた接触圧力 $P_n$ に摩擦係数 $\mu$ を乗じて新たに $\tau$ を求め，これが収束するまで繰り返し計算を行う事で速度場を求める．

### 4. 板幅方向平面ひずみでの解析

付図6.1に板幅方向に平面ひずみを仮定した圧延解析モデルを示す．速度場を以下に示す．

$$\begin{aligned}
 v_x &= 0 \\
 v_y &= \sum_{k=1}^4 N_k v_{yk} \\
 v_z &= \sum_{k=1}^4 N_k v_{zk}
 \end{aligned}
 \tag{付6.12}$$

ここで、 $x$ ,  $y$ ,  $z$  は板幅方向, 板厚方向, 圧延方向,  $v_x$ ,  $v_y$ ,  $v_z$  は板幅方向速度, 板厚方向速度, 圧延方向速度,  $N_k$  は形状関数である. 速度の境界条件は付表6.1に示すように, ロールバイトの上流および下流の剛体域との境界  $AB$ ,  $CD$  において圧延方向速度は板厚方向で一定, 板厚方向の速度は零とした.  $FE, HG$  では節点がロール上を動く条件とした. またワークロールの偏平は *Hitchcock* の式に従うものとした.



付図 6.1 圧延部の解析モデル

付表 6.1 圧延部の境界条件

AB	$v_y=0, v_z=(\text{uniform})$
FE, HG	$m v_y+n v_z=0$
CD	$v_y=0, v_z=(\text{uniform})$