

数学教育における操作的活動と思考実験

小山正孝

(兵庫教育大学)

0. はじめに

戦後のわが国の算数・数学教育は、菊池兵一によれば、学習指導要領の改訂に沿って、「S (Society) の時代」、「M (Mathematics) の時代」、そして「H (Human) の時代」へと移ってきている。すなわち、昭和26年の改訂においては「社会的な問題の解決を中核としている」ということからこの時代を「Sの時代」、昭和33年の改訂においては「数学の系統性の重視や新しい数学教材の導入がおこなわれ、教材である数学に強調点が置かれた」ということからこの時代を「Mの時代」、そして、昭和52年の改訂においては「人間としての児童生徒に中心観点が置かれた」ということからこの時代を「Hの時代」と呼べるであろう、というのである。¹⁾

そして、近年のわが国の算数・数学教育では、Hの観点を基礎として、その上にSとMの観点の有機的結合を図ろうとしている。このことは、換言すれば、平林一栄²⁾のいう「ヒューマンイズム」と「リアリズム」と「アカデミズム」の三つの数学教育思想を、算数・数学教育において統合しようとしている、ということもできよう。というのは、現在わが国では学習指導要領が改訂されつつあるが、それに先立って昭和62年12月24日に公表された、教育課程審議会の「教育課程の基準の改善」(答申)の中の算数・数学科の「改善の基本方針」に、このような基本的な姿勢が示されていると捉えられるからである。

ところで、本稿の目的は、数学教育思想に関わる広範な議論を展開することではなく、上記の答申にみられる「児童生徒の発達段階に応じた具体的な操作や思考実験などの活動ができるようにする」³⁾ (p.39) に焦点を当て、種々の先行研究を分析すること、すなわち、文献研究によって、以下のような事柄に関する考察を行うことである。

- (1) 算数・数学教育において「操作的活動」及び「思考実験」を強調するに至った背景は何か。
- (2) 「操作的活動」とは何か。
- (3) 「思考実験」とは何か。
- (4) 算数・数学の学習に「操作的活動」及び「思考実験」

を取り入れるねらい及び期待される効果は何か。

I. 「操作的活動」及び「思考実験」を重視し強調する背景

算数・数学教育で「操作的活動」が盛んに強調されるようになったのは、昭和52年の学習指導要領改訂からであり、一方、「思考実験」という用語が算数・数学教育において用いられるようになったのは、今回昭和63年の改訂からである。そこでまず、ここでは、なぜこれら「操作的活動」や「思考実験」が重視され強調されるようになったのか、その背景についてみてみよう。その際、便宜上、大きく二つの観点—算数・数学の「教育実践の観点」と「教育思想の観点」とに分けて、みていくことにする。

I-1. 算数・数学の教育実践の観点から

まず、第一の観点である算数・数学の教育実践の観点から、その背景をみていこう。古藤怜は、〈今までの数学科の授業は、教師側の一方的な説明や、教師主導の問答形式で進められる傾向が強かった〉という反省に基づいて、〈数学科の学習で生徒に真の理解をうながす一つの方途として、小学校のみならず、中学校・高等学校の指導においても“操作活動”が重要であることを主張したい〉⁴⁾ (p.87) と述べている。

また、平林は、「操作的活動」ブームの刺激となったのは、昭和52年に改訂された学習指導要領に「具体的な操作を通して」ということが明示されたことにあると指摘し、さらに、「操作的活動」が、今日の算数教育で重視されるようになったのは、このような算数学習のプロセス (ある具体的な場面での子どもの思考・行動が、やがては、子どもにほんとうに理解された数学的表記として結実していく) の重要性が、一般に広く理解されるようになってきたからであろう⁵⁾ (p.6) と述べている。(() 内は筆者による)

これらのことから、「操作的活動」が重視され強調されるようになったのは、その背景に、それまでなされていた算数・数学の授業が、「現代化」の影響もあってか、数学を既にできあがったものとみて、いわゆる知識詰め込み型の教師主導であって、児童・生徒の理

解が伴わない傾向が強いという教育実践に対する反省と、児童・生徒の学習（思考）の過程が重要であるということが広く認識されるようになったということがある、ということがよみとれる。

それでは、なぜ、今回の学習指導要領の改訂で「思考実験」ということが新たに上げられるようになったのであろうか。

このことについて、古藤は、《算数・数学科における概念形成や問題解決などの具体的な指導場面では、そこで導入される操作活動が、その真のねらいに反して形式的に流れ、児童・生徒一人ひとりの意欲的な思考活動が伴わない、教師の指示のままに行動する、単なる無目的な「手だけ」の活動が行われる傾向に陥っていたのではないだろうか。》⁶⁾ (pp. 1-2) と述べている。

すなわち、「操作的活動」を算数・数学の指導に取り入れることによって、表面的には児童・生徒中心の活動がなされているようにみえるが、実際は、そのような活動が形式的で無目的な、児童・生徒一人ひとりの意欲的な思考活動を伴わないものに終わってしまっているとの反省と、思考過程を重視するということがまだ十分に実現されていないという反省が、「思考実験」ということを新たに取り入れる背景にあるようである。すなわち、「操作的活動」を単なる形式的な活動に終わらせず、児童・生徒の思考の過程を一層重視するとの考えから、「思考実験」ということが取り上げられたとってよかろう。

さらに、文部省の教科調査官である清水静海⁷⁾ (p.25) と正田實⁸⁾ (p.128) の考えをみると、「操作的活動」に加えて今回新たに「思考実験」を付け加えたのは、小学校のみならず、中学校や高等学校でもこれらの活動を重視しようとする意図があることがわかる。従来、とかく「操作的活動」は、主に小学校の低学年の算数の学習指導においてのみ取り入れられる傾向があったのではなかろうか。しかしながら、今回の改訂では、小・中・高等学校のどの段階の指導においても、必要ならば「操作的活動」を取り入れ、さらに、具体的な操作の念頭化、あるいは、思考の対象を明確にし、仮説を立て、仮説を検証することを繰り返すという意味での「思考実験」を取り入れて、思考の過程を重視した、児童・生徒の主体的な学習を実現しようとしているといえよう。

また、「思考実験」という言葉を新たに導入した別の意図は、古藤も指摘しているように、《今までのような結果的な考究方法に、さらに実験的な態度である「思考実験」という方法を算数・数学の学習指導に導入して、その活性化を図ろうとする》⁹⁾ (pp. 5-6)

ことにもあるといえよう。

I-2. 算数・数学の教育思想の観点から

次に、第二の観点である算数・数学の教育思想の観点から、「操作的活動」や「思考実験」が重視される背景についてみてみよう。特に、「操作的活動」について、飯島康男は、《日本の現代の操作活動が重視されるまでの流れを考えてみると、三つぐらいに分かれます。一つは、ムーアやヤングの実験室法から大正時代、昭和初期の日本の実験実測の時代を経て、それがずっと現代へ来ている流れ、第二は、デューイの活動主義の教育思想から直接影響を受けて戦後の単元学習の時代を経てずっと現代に流れている流れ、第三は、実験室法がずっとアメリカでさらに研究されていて、それが日本へ影響を与えている、こういう三つぐらいの流れがあるのではないかと考えています。》¹⁰⁾ (p.184) と述べている。

既に本稿の「はじめに」で述べたように、現在の算数・数学教育において「操作的活動」や「思考実験」を重視する背景には、まず「ヒューマンズム」の教育思想がある。また、飯島も指摘しているように、20世紀初頭の数学教育改造運動においてアメリカのムーアが唱道した「実験室法」の流れを汲む教育思想、さらには、デューイの活動主義の流れを汲む教育思想がある。さらに、これと関連して、ピアジェの「操作」の流れを汲む教育思想を指摘することができる。

また、広岡亮蔵は、教育学的な観点から「操作的活動」について論じているが、その中で、《操作的活動についても、J.J. ルソー (1712-1778) の着想が源泉となり、そしてやがてJ. デューイ (1859-1952) の論究が本流となって、教育界に広く普及してきた。》¹¹⁾ (p.12) と述べ、J.J. ルソーを源泉とし、J.H. ベスタロッチ (1746-1827)、F.W.A. フレーベル (1782-1852)、J. デューイへと「操作的活動」重視の思想は受け継がれ、発展していると指摘している。そして、J.S. ブルーナー (1915-) をJ. デューイの批判的継承者として捉え、J. デューイの反省的思考とJ.S. ブルーナーの発見的行為とを分析・比較した後で（以下の表は筆者によるものである）、《学習過程からすれば、デューイの反省的思考とブルーナーの発見的行為とは、実質的にはおおいに類似している。探究的な学習路線をとっており、さらに仮説と検証の過程をへる点においても、両者はほとんど共通である。》¹²⁾ (p.18) と述べている。

広岡は「操作的活動」を非常に広範な意味に解釈しているが、J.H. ベスタロッチ、J. デューイやJ.S. ブルーナーらは算数・数学の教育思想に大きな影響を与えており、J.H. ベスタロッチの思想は「操作的活動」

に、J. デューイや J.S. ブルーナーらの思想は「思考実験」につながるものである、といえるのではなからうか。

【デューイによる反省的思考の5局面】

- (1) 第1段階は、懐疑、不安、混乱、当惑などの情緒活動である。
- (2) 第2段階は、問題の感得である。
- (3) 第3段階は、あれやこれやと模索し、入念に検査し吟味し探究する活動である。
- (4) 第4段階は、模索したあげく、こうすればよいだろうとの仮説を想定し、これを精練するとの活動である。
- (5) 第5段階は、さきの仮説を、実行したり実験したり適用したりして、その正しさを検証し実証するとの活動である。

【ブルーナーによる発見的行為の4局面】

- (1) 第1に、子どもは、上手になりたい、上達したいとの内発的動機にうながされて学習に立ちむかおうとする。
- (2) 第2に、問題を見つけたし、解決策を探索し、情報を活用し組織しつつ、根気よく探究しようとする。
- (3) 第3に、直観的思考 intuitive thinking をはたらかせて、仮説を立てようとする。
- (4) 第4に、分析的思考をはたらかせて、仮説を検証しようとする。

II. 「操作的活動」について

これまでの論議では、「操作的活動」や「思考実験」という用語の意味については、それほど深く立ち入らなかつた。しかも、算数・数学教育においてこれらの意味について、必ずしも共通の理解がなされているとはいえない。そこで、本節では「操作的活動」について、そして次節では「思考実験」について考察することにする。

すでに述べたように、「操作的活動」という教授方法的用語が算数・数学教育において盛んに用いられるようになったのは、昭和52年の学習指導要領改訂からである。それからほぼ10年が経過しているが、「操作的活動」という用語の意味は、算数・数学教育においてどのように規定されているのであろうか。

算数・数学教育用語の解説辞典には、《算数・数学科の場合、最も簡単にいえば、「操作的活動」とは「手を動かして考える」ということになるであろう。》¹⁰⁾

(p.98) とか、《操作は、学習のねらいの達成を意図して、行動を通して対象を扱っていくことであるといえる。そして、この操作による学習活動が操作的活動である。この意味からは具体的操作活動などといっているものもある。》¹¹⁾ (p.50) と述べられている。また、柿木衛護は、「操作的活動」を《数学の授業における生徒の学習活動の中で、具体物を手で操作し、その中から数学的な関係や性質を導き出す活動のことである》¹²⁾ (p.10) と、定義している。

これらのことを総合して考えると、「操作的活動」とは「主に手を動かすなどの身体的な行動を通して、あるねらいのもとで考えたり、あるいは数学的な関係や性質を導き出す活動」であると、一応いえそうである。ここで重要なのは、具体物を対象にした身体的行動そのものよりも、むしろ、その行動を通して、あるねらいのもとで考えたり、あるいは、数学的な関係や性質を導き出すということである。この点を見失うと、「操作的活動」は単なる「無目的でおあそび的な」行動になってしまう。実際このような傾向が教育実践においてみられるという反省から、「思考実験」という用語が今回導入されようとしているとも考えられる。

ところで、「操作的活動」という用語に関連したものとして、上述の引用の中にもみられるように、「操作」、「具体的操作」、「形式的操作」、「念頭的操作」などの用語がある。これらのうちの「操作」はピアジェ心理学の基本的な概念であり、「具体的操作」や「形式的操作」ということばで知能の発達段階が特徴づけられる。しかも、平林のいうように、《ピアジェの意味の「具体的操作」は、実際行動を伴わない念頭上でのイメージの操作であり、実践的な用語では、「念頭的操作」という言葉に近い》⁹⁾ (p.8) といえよう。

このように、算数・数学の教育実践で用いられる用語とピアジェのそれとは、その意味において必ずしも一致していない。それらを一致させるべきかどうかについては論議の分かれるところであろうが、ここでは、算数・数学教育における「操作的活動」を以下のように捉えることにする。

《「操作的活動」とは、あるねらいのもとで、ある対象を操作することであるが、その対象が具体物であるときそれを「具体的操作活動」、その対象がイメージのような念頭上のものであるときそれを「念頭的操作活動」ということができる。》

算数教育においては、特に低学年では、上述の意味での「具体的操作活動」が主になされ、学年が上がるにつれて「念頭的操作活動」がなされるようになる、というのが一般的な流れであろう。そして中学校の数学教育においては、「具体的操作活動」も重要であるが、

その段階の生徒の知的発達や学習する数学的な内容の面から、「念頭操作活動」や次節で述べる「思想実験」が主になるであろう。ここで重要なのは、平林のいうように、「算数で子どもに意識させたいのは「物」ではなく、その物を通して実現された「関係」である⁹⁾ (p.10) ということである。このようなねらいを忘れてしまっただけでは、そこでの「操作的活動」はきわめて空しい教授学的努力に終わってしまうであろう。

Ⅲ. 「思考実験」について

今回の学習指導要領の改訂及び「思考実験」ということについて、次のようなことがいわれている。

〈今回の改訂では、これまでの改訂の場合とは様相が異なり、指導の強調点の置き方や指導方法の工夫の仕方に重点が置かれている。〉⁷⁾ (p.24)

〈今度の教育課程では、内容の変更ではなく、指導法なり、先生方の数学観の変更を求めているのだということに重視したいと思います。〉¹³⁾ (p.7)

〈「思考実験」は算数・数学の重要な「教授＝学習」原理となりうるものであるし、それを越えて「思考実験」は算数・数学教育のパラダイムの変革をもたらし得るものである。〉¹⁴⁾ (p.2)

これらのことは、今回の改訂では指導の内容よりもむしろ方法に強調点が置かれていること、そして、それとの関連ででてきた「思考実験」というものが、単なる指導法にとどまらず算数・数学の教師の数学観や算数・数学教育のパラダイムの変革をももたらし得るものであるということを描いている。

このように数学観やパラダイムの変革をももたらし得る「思考実験」とは、いったい何なのか。この「思考実験」について、数学教育においてまだそれほど議論されていないが、以下では、これまでの先行研究に基づいて「思考実験」についてみていくことにする。

まず、古藤の研究⁹⁾ (pp.2-3) から、「思考実験」ということばが用いられるようになった歴史的経緯について、以下の三つのことがわかる。

- (1) 「思考実験 (Gedankenexperiment; thought experiment)」という用語は、もともと自然科学、特に物理学の研究分野で使用されてきたことばであり、E. マッハによって初めて使用されたということ。
- (2) 「思考実験」という概念を科学的に定義し、組織的に使用したのは、K. ポパーであるらしく、その有用性として、批判的用法、発見的用法、弁護的用法をあげて考察しているということ。
- (3) G. ポリアは数学の研究においても実験的な態度が必要であるとの立場から、自然科学の思考実験に対応する概念として、数学教育の場に「擬実験

(quasi-experiment) ということばを導入しているということ。

そもそも、《自然科学における実験は、一般に帰納、あるいはアブダクションによって得られた仮説もしくは仮説的法則、理論の検証のために行われるもので、仮説から個別的な観察可能な被検証事象を演繹し、その事象を簡単に観察できるような形、諸条件や機構、状態を組み上げ、そこで実際に当該事象が観察された場合に、その前提となった仮説が確からしさを増したとみなすのである。〉¹⁵⁾ (p.593) それゆえ、「思考実験」とは、ここで述べられているような「ある理想的抽象的状况を考え、その状況の観察等によって得られるデータに基づいて仮説を設定し、それを検証し、必要ならば修正する」という実験の過程を経るもので、しかも、《現実の実験の一つの極限として、思考上だけで成立すべき実験〉¹⁶⁾ (p.959) のことである、といえよう。

これまでは主として、自然科学、特に物理学の研究分野における「思考実験」についてみてきたが、算数・数学教育において「思考実験」をどのように解釈すればよいであろうか。このことについて、石田忠男は算数・数学教育の立場から、いくつかの具体例を挙げながら、次のように述べている。

①「思考実験」には、次の2つの意味がある。

(TE.1) 思考によって、実際にやってみること。

(TE.2) 思考によって、仮説を実際に検証すること。

② ①で「実際に」というのは「図的表現や記号的表現を使って、帰納的方法や類推的方法によって」の意である。〉¹⁴⁾ (p.6)

このように石田は、「実験」の二つの意味——「実際にやってみること」と「仮説を実際に検証すること」——を抽出し、それを基に、広く「思考を伴う」ということばでなく、「思考による」という狭い意味で「思考実験」を捉えている。その上、「思考実験」で用いられる実験の対象を図的表現や記号的表現に限定することで、実験や具体的な操作と一応の区別をし、また、そこで用いられる推論の種類を帰納的方法や類推的方法に限定することで、思考活動と一応の区別をしている。しかしながら、石田自身が「『思考実験』であるか否かは Wittgenstein も指摘しているごとく、「われわれがつまりそれで何をなし、それによって何を語るかに依存する」面があり、各々の境界線上に明確な一線を引くことは難しく、また得策でもない。〉¹⁴⁾ (p.6) と述べているごとく、それほど明確に区別できるものではないし、またそうすべきものでもないかも知れない。

結局、算数・数学教育においては、「思考実験」を「思考上だけで成立すべき実験」というように狭く捉えず、「理想化され、一般化された場面」としての図的表現や記号的表現を用いた、思考によっても可能なものを含めた、「数学的な原理や法則の発見、あるいは仮説の設定とその検証及び修正という過程」を経る思考による実験として広く捉えるのが教育実践的には有効であろう。また、そこで用いられる推論については、森田俊夫¹⁷⁾ (p.13) も指摘しているように、演繹的な推論だけに限定せず非演繹的な推論（いわゆる、直観的な推論、帰納的な推論、類比的な推論等）を含めるのが妥当であろう。というのは、「思考実験」では数学的な原理や法則の発見、あるいは仮説の設定とその検証という過程が重要であり、その過程においては、帰納的・類比的推論と演繹的推論の両方が必要不可欠であると考えるからである。

Ⅳ. 算数・数学の学習指導に「操作的活動」及び「思考実験」を取り入れるねらい

それでは、このような「操作的活動」や「思考実験」を算数・数学の学習指導に取り入れるねらいや、期待される効果にはどのようなものがあるのでしょうか。

Ⅳ-1. 「操作的活動」を算数・数学の学習指導に取り入れるねらい及び期待される効果

まず第一に、「操作的活動」についてみてみよう。

古藤は、算数の学習指導に操作（的）活動を導入するねらいとして、(1)概念形成のために、(2)法則の理解のために、(3)動機付けのために、(4)筋道を立てて考えるために、(5)問題解決のために、(6)評価のために、という6項目を挙げている。¹⁸⁾ (pp.29-34)

また、佐藤俊太郎は、算数科の授業に操作（的）活動を取り入れることによって期待できる効果として、1) 不変性の概念や原理を理解するのに役立つ、2) 意満ちてコトバ足らずの状況を救うのに役立つ、3) シェマの形成に役立つ、4) 試行を十分におこない反省する機会に恵まれるので、数学的思考を身につけるのに役立つ、5) 問題解決を容易にし、問題を拡張したり一般化したりするのに役立つ、6) 発展的考察に役立つ、という6項目を挙げている。¹⁹⁾ (pp.52-58)

以下の6項目を挙げている。

これらの見解を総合し整理すると、「操作的活動」を算数・数学の学習指導に取り入れるねらい及び期待される効果として、以下の①～⑥のことを指摘することができる。

- ① 動機づけに役立つ
- ② 概念形成あるいはシェマの形成に役立つ
- ③ 数学的原理や法則の理解に役立つ

- ④ 筋道立てて考えたり、数学的な考えを身につけるのに役立つ
- ⑤ 問題解決に役立つ
- ⑥ ことばでは難しい表現や評価に役立つ

Ⅳ-2. 「思考実験」が算数・数学教育において果たす役割・意義

次に、第二の「思考実験」が算数・数学教育において果たす役割・意義についてみてみよう。

石田¹⁴⁾ (pp.7-11) は、思考実験が算数・数学教育において果たす役割・意義として、(1)発見の促進、(2)仮説の検証、(3)仮説の修正、の3つを指摘している。また、田中貞二は、《自然科学で用いられている思考実験の考え方を数学教育のなかにとれられることは、生徒達の創造的活動を通して独創的な考えや柔軟な考え、それに発見の態度を養うことができると考えられる》²⁰⁾ (p.13) と、述べている。田中のいう「態度」というのは、古藤のいう《一つの問題場面に直面したとき、その場面からの問題設定や、それを解決するための方法についての予想をたて、見直しをもって検証していく仮説検証の態度》⁶⁾ (p.6) として解釈する方が、より明確になるし捉えやすい。

これらのことを踏まえて、「思考実験」が算数・数学教育において果たす役割・意義について、特に「操作的活動」と比較して特徴的なものを述べると、まず第一に、「思考実験」によって、仮説の設定、仮説の検証、仮説の修正が促進される。第二に、それら一連の過程を通して科学的な方法を身につけさせ、数学的思考や態度を育成できる。そして、第三に、「思考実験」を導入することで、授業が効果的で力動性のある（ダイナミックな）ものになり、活性化される。

この第三の意義については、石田は、《そうした扱いが今までになされていなければいけないが、「思考実験」による仮説の修正を強調し、活用することでより効果的で力動性のある授業になっていくと考えられる》¹⁴⁾ (p.11) と述べ、古藤は同様の主旨のことを、《算数・数学科の指導が前述のような形式的な操作活動に陥らないためにも、特に「思考実験」の観点に立ったダイナミックな指導を重視したい》⁶⁾ (p.6) というように述べている。そして、両者とも、そのような力動的な算数・数学の学習指導を行うには、算数・数学の教師の数学観や算数・数学教育のパラダイムの変革が必要であるということを示唆しているのである。

Ⅴ. おわりに

これまでの考察は、実証的研究を踏まえた考察ではなく、あくまでも文献研究に基づくものであり、しかも決して十分なものとはいえない。

実際、算数・数学の学習指導に「操作的活動」を取り入れるにはいくつか留意すべき点があるといわれている。また、《日常行われている算数・数学の指導においては、思考実験は現物実験以上に重要であると思われる。それはごく普通の題材の中にも取り入れられるからである》²¹⁾ (p.23) といわれているが、「思考実験」をどのような題材で、どのように取り入れるかということについてははっきりしておらず、難しい問題点が多く残されていると思われる。

例えば、今回の学習指導要領の改訂から、中学校に「課題学習」が取り入れられ、この「課題学習」との関連で「操作的活動」や「思考実験」が重要になると考えられる。しかしながら、どのように扱えばよいかということは、今後取り組むべき大きな問題であろう。

また、最近の算数・数学教育の研究で「メタ認知」の研究が一つのブームになっており、その研究では、児童・生徒の「よいメタ認知」を育成するために、特に問題解決におけるモデルとしての教師の役割が重要であるということが指摘されている。「思考実験」でも同様に、このモデルとしての教師の役割が重要になるであろうと考えられる。しかしながら、まだ、このことについての具体的方策は明らかにされていない。

さらに、最近の算数・数学教育へのコンピュータの導入との関連で、「操作的活動」や「思考実験」を考えていかなければならないであろう。コンピュータを利用することが、児童・生徒の「具体的操作」を「念頭的操作」へ移行させるのに有効かどうか、あるいは、「思考実験」のためのコンピュータ利用の意義は何か等々、今後明らかにしていくべき課題は多い。

引用及び参考文献

- 1) 菊池兵一編著；『真実感と充実感のある算数指導』，東洋館出版社，1984，pp. 7-30.
- 2) 平林一栄；『数学教育の活動主義的展開』，東洋館出版社，1987.
- 3) 文部省中学校課・高等学校課編集；『中等教育資料——教育課程の基準の改善について（答申）とその解説——』，昭和63年2月号，No. 533，大日本図書，1988.
- 4) 古藤 怜編著；『数学科における学習指導』，共立出版社，1982.
- 5) 平林一栄；「操作的活動とは何か——今なぜ注目されるのか——」，『授業研究』Vol. 120，No. 239，1982，pp. 5-11.
- 6) 古藤 怜；「思考実験と学校数学」，『数学教育研究』第3号，上越教育大学数学教室，1988，pp. 1-10.
- 7) 清水静海；「教育課程の基準の改訂とこれからの算数・数学教育」，『愛知教育大学数学教育学会誌 イブシロン』第30巻，愛知教育大学数学教室，1988，pp. 19-30.
- 8) 飯島康男；「操作活動や実験を取り入れた指導法」，菊池兵一編著；『真実感と充実感のある算数指導』，東洋館出版社，1984，pp. 163-193.
- 9) 広岡亮蔵；「操作的活動はどう考えられてきたか——デューイ・ブルーナーなどを中心に——」，『授業研究』Vol. 120，No. 239，1982，pp. 12-19.
- 10) 平林一栄・石田忠男編；『算数・数学科 重要用語300の基礎知識』，明治図書，1981.
- 11) 日本数学教育学会編著；『算数教育指導用語辞典』，新数社，1984.
- 12) 柿木衛護；『数学学習における操作的活動』，明治図書，1983.
- 13) 杉岡司馬・古藤 怜；「新教育課程の方向とこれからの算数・数学教育（対談）」，『理数 中数編』No. 386，1988，pp. 1-7.
- 14) 石田忠男；「算数・数学【教授＝学習】原理の基礎的研究（IX）——「思考実験」について——」，第34回西日本数学教育学会発表資料，1987年6月27日・28日.
- 15) 下中邦彦編集；『哲学辞典』，平凡社，1971.
- 16) 新村 出編；『広辞苑』，岩波書店，1981.
- 17) 森田俊雄；「思考実験をめぐる」，『数学教育研究』第3号，上越教育大学数学教室，1988，pp. 11-16.
- 18) 古藤 怜；「操作的活動の導入・おさえるべき点はどこか——算数科の例から——」，『授業研究』Vol. 120，No. 239，1982，pp. 28-36.
- 19) 佐藤俊太郎；「算数科授業に操作的活動をどう取り入れるか」，『授業研究』Vol. 120，No. 239，1982，pp. 52-58.
- 20) 田中貞二；「数学教育における思考実験について」，『第21回数学教育論文発表会発表要項』，日本数学教育学会，1988，pp. 11-16.
- 21) 飯島康男；「算数・数学の指導に取り入れる実験の意義」，『日本数学教育学会誌 数学教育学論究』，Vol. 49・50，第70巻 臨時増刊，1988，pp. 3-27.
- 22) G. ポリア著／柴垣和三雄訳；『帰納と類比』，丸善，1959.
- 23) K.R. ポパー著／大内義一・森博訳；『科学的発見の論理 上下』，恒社厚生閣，1972.
- 24) I. ラカトシュ著／佐々木力訳；『数学的発見の論理——証明と論駁——』，共立出版社，1980.