

複合力を受ける群杭基礎の弾性挙動解析*

富永晃司**・山本春行**

昭和61年10月28日 受理

Analysis of elastic behavior of pile group foundation under combined load

Koji TOMINAGA and Haruyuki YAMAMOTO

In general, a pile group foundation may be subjected to simultaneous axial load, lateral load, moment, and possibly, torsional load from the superstructure. This paper presents the method of analysis for the elastic behavior of pile group foundation under the above combined load. In the proposed method, Mindlin's solutions were applied to express the interaction phenomena between piles, assuming the soil as a homogeneous elastic continuum, and a solution was derived from imposing compatibility between the displacements of the pile and the adjacent soil along each divided element of the piles.

In order to examine the effects of pile spacing, pile arrangement, difference between loadings at center and eccentric point of the pile cap, and so forth on the behavior of pile group foundation, three numerical examples were analyzed. And then, the comparison between the results of the full scale pile group test in the field and the theoretical ones was also made.

§ 1 序

群杭の挙動性状は、単杭とは異なり地中応力を介して群杭中の各杭が相互に干渉し合う相互作用の現象に大きな影響を受ける。また上部構造を支持する群杭基礎には、一般に建物自重による長期的荷重の他、風・地震などによる短期的荷重（鉛直力、水平力あるいはモーメント力等）の複合した外力が作用すると考えられる。したがって、群杭の挙動問題を扱う場合には、相互作用の現象を考慮すると共に、複合力が作用する条件のもとにその性状を解明する必要がある。

これに対して群杭に関する既往の研究に目を向ければ、地盤を半無限の弾性体と仮定し、三次元弾性理論の

解（具体的には Mindlin の解）を拡張・適用して、相互作用の現象を取り入れた理論が提案されている^{1)~6)}等が、これらは外力条件を鉛直あるいは水平力のみに限定したものであって、複合力が作用する条件下での解析法が見当たらないのが現状である。

一方、筆者らは文献⁷⁾において、複合力を受ける群杭の挙動問題を扱うため、相互作用の現象に鉛直成分力による鉛直と水平変位、および水平成分力による水平と鉛直変位の影響を共に考慮した解析法を提示した。しかし、同解析法では複合力の鉛直および水平成分を一方向に規定したものであって、群杭の頭部を連結するパイルキャップ（以後、フーチングと称す）に偏心力が作用する場合、あるいは杭の非対称な配置や上部構造の剛心のずれ

* 日本建築学会中国支部研究報告会（昭和61年3月）にて一部分を発表

** 構造工学専攻

など構造的特性により、フーチングが水平面内で回転するような外力が作用する場合などは考慮されていない。

以上の点を踏まえ、本論文では複合力として、現実には生じ得る可能性のある全ての外力条件、すなわち三方向の並進成分（鉛直および水平二方向）ならびに回転三成分を取り入れた群杭の解析法を提案するものである。また、現実の群杭基礎を想定した数値計算例を解析し、その結果をもとに群杭基礎の持つ特性について考察を加た。さらに、提案する解析法が、どの程度現実の現象を説明し得るか、文献⁸⁾で報告されている実大2本群杭の現場水平加力試験結果を解析し、水平変位成分、鉛直面内の回転成分および杭体曲げモーメント分布について比較検討を行った。その結果を基に、今後本解析法を発展させる中で考慮すべき諸条件についても論及した。

§ 2 解析法の誘導

図1に示すように、群杭を構成する各杭を地表面より杭先端まで深さ方向に等区分する。解析法の誘導にあたっては、これらの各区分間（要素）に未知の水平地盤反力 (p_x, p_y) 、杭周面摩擦力 (f) および杭先端地盤反力 (p_b) が等分布力で作用していると仮定する（図2参照）。なお、これらの未知の反力と釣合い方程式の数を一致させる必要があるため、図1に示すごとく各等分布の反力が作用する区間は、上下要素の中央を境界とする区間とおく。したがって、最上部と最下部の各反力は、要素の長さの半分で評価される等分布反力となる。ただし、杭周面摩擦力 f に関して、杭先端要素の下半分の区間に作用する f_{n+1} は、先端地盤反力 p_b に含むものとして扱う。

以上の仮定に基づき、杭と地盤で構成される全体系に

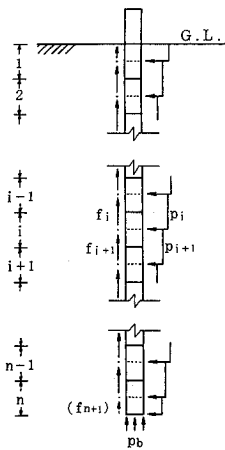


Fig. 1 Assumed pile elements and soil reactions for analysis

対して仮想仕事式を導けば、(1)式のように表される。なお、同式の左辺の第1項は杭のエネルギーを、第2項は地盤のエネルギーを表わし、右辺は外部エネルギーを表している。

$$\int \delta u_j [K] \{u\} + \int \delta u_j \{q\} dA = \int \delta u_j \{P\} \quad (1)$$

ここに、 $\int \delta u_j$ ；杭の節点変位パラメータ…… $\int \delta u_j v_j w_j \theta_{xz} \theta_{yj}$ ； $\int \delta u_j$ ；地盤反力…… $\int \delta p_x \delta p_y f_i ; p_{(i+1)x} p_{(i+1)y} f_{(i+1)}$ ； $\int \delta u_j$ ；外部荷重ベクトル…… $\int \delta P_{xi} P_{yi} m_{xi} m_{yi} ; P_{xj} P_{yj} m_{xj} m_{yj}$ ； $[K]$ は杭の剛性マトリクスであり、曲げ変形に対しては節点変位パラメータを用いて3次のHermiteの多項式で定義すると共に、軸方向変形に対しては1次関数で要素内変形を定義することとした。なお、杭自体のねじり変形は無視している。(1)式の左辺第2項は、杭と同じ要素内変位場を用いて積分を実行し、(2)式のように書き改められる。

$$\int_0^h \delta u p_x dz \cdot \varphi + \int_h^{2h} \delta u p_{(i+1)x} dz \cdot \varphi + \int_0^h \delta v p_y dz \cdot \varphi + \int_h^{2h} \delta v p_{(i+1)y} dz \cdot \varphi + \int_0^h \delta w f dz \cdot \varphi + \int_h^{2h} \delta w f_{(i+1)} dz \cdot \varphi = \int \delta u_j [A] \{q\} \quad (2)$$

ここに、 φ は杭の周長であって、 $[A]$ の各成分を書き下せば、(3)式のように表示できる。

$$[A] = \begin{pmatrix} \frac{13}{16}h\varphi & 0 & 0 & \frac{3}{16}h\varphi & 0 & 0 \\ 0 & \frac{13}{16}h\varphi & 0 & 0 & \frac{3}{16}h\varphi & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{4}h\varphi & 0 & 0 & \frac{1}{4}h\varphi \\ 0 & -\frac{11}{48}h^2\varphi & 0 & 0 & -\frac{5}{48}h^2\varphi & 0 \\ \frac{11}{48}h^2\varphi & 0 & 0 & \frac{5}{48}h^2\varphi & 0 & 0 \\ \frac{3}{16}h\varphi & 0 & 0 & \frac{13}{16}h\varphi & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{16}h\varphi & 0 & 0 & \frac{13}{16}h\varphi & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{4}h\varphi & 0 & 0 & \frac{3}{4}h\varphi \\ 0 & \frac{5}{48}h^2\varphi & 0 & 0 & \frac{11}{48}h^2\varphi & 0 \\ -\frac{5}{48}h^2\varphi & 0 & 0 & -\frac{11}{48}h^2\varphi & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

ただし、杭先端要素における $[A]$ は、前述したように $f_{(n+1)}$ が杭先端地盤反力 p_b に含まれるため、(2)式の左辺第6項が $\delta w \cdot p_b \cdot A_b$ (A_b は杭先端面積)となり、 A マトリクスの3行6列の成分は0、8行6列の成分は A_b となる。

一方、杭の節点変位パラメータ $\int \delta u, v, w$ を評価する位置において、地盤反力による地盤の変位 $\int \delta u^*, v^*, w^*$ は(4)式のように表示できる。

$$\{u^*\} = [F] \{q\} \quad (4)$$

ここに、 $[F]$ は図2中に示す変位影響係数 ϕ を成分とする地盤の柔性マトリクスである。また、 ϕ は地盤反力の鉛直成分 f, p_b および水平成分 p_x, p_y に対し、杭の作

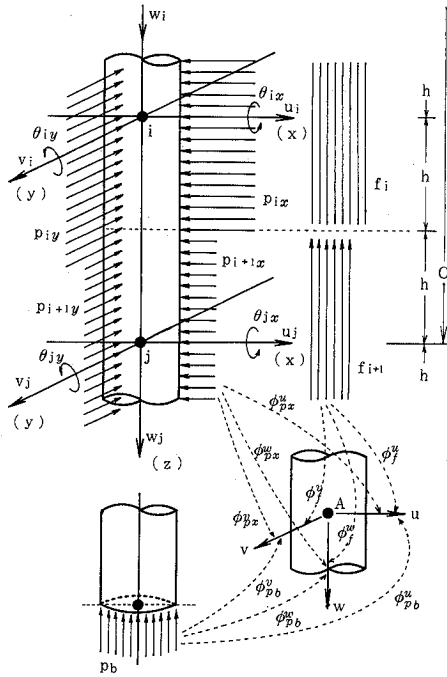


Fig. 2 Diagram illustrating method of analysis

用面上に沿ってそれぞれ Mindlin の第一あるいは第二解を積分することにより求められる(Appendix I 参照)。

変位の適合条件として、杭体は地盤の変位に追従し、相互間に相対的なずれが生じないと仮定すれば、 $\{u, v, w\} = \{u^*v^*w^*\}$ の条件が成立するので、(1)式と(4)式を連立して解くことができる。ただし、(1)式と(4)式を連立して解くにあたり、杭頭部および杭先端の境界条件を考慮しなければならない。

まず、杭頭部の境界条件については、図3に示すように現実には各杭が剛なフーチングで連結された状態が想定され、これらの結合状態として、理想的には杭頭がフーチングに剛結合された状態、あるいはピン結合された状態が考えられる。これら両状態に対して、前者には(5)式が、後者には(6)式が適用できる(図4参照)。

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_s & -y_s \\ 0 & 1 & 0 & -z_s & 0 & x_s \\ 0 & 0 & 1 & y_s & -x_s & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \\ \theta_X \\ \theta_Y \\ \theta_Z \end{pmatrix} \quad (5)$$

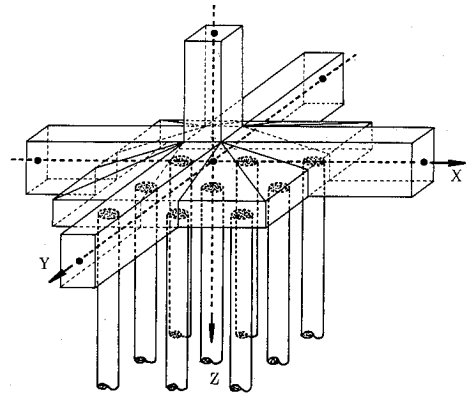


Fig. 3 Typical example of pile group foundation

$$\begin{pmatrix} u \\ v \\ w \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & z_s & -y_s \\ 0 & 1 & 0 & -z_s & 0 & x_s \\ 0 & 0 & 1 & y_s & -x_s & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} U \\ V \\ W \\ \theta_X \\ \theta_Y \\ \theta_Z \end{pmatrix} \quad (6)$$

ここに、 $\{u, v, w, \theta_x, \theta_y\}$ は S 杭の杭頭節点変位パラメータであり、 (x_s, y_s, z_s) はフーチングの中心を原点とした任意の杭 (S 杭) の杭頭位置の座標値である。また、 $\{U, V, W, \theta_X, \theta_Y, \theta_Z\}$ はフーチング中心の変位成分を表わし、図4中に示した $\{H\} = \{H_x, H_y, N, M_x, M_y, M_z\}$ は、フーチング中心の変位成分に対応する外荷重成分を表している。

上記の(5)式あるいは(6)式を用いれば、群杭を構成する各杭の杭頭節点変位パラメータはフーチング中心の変位成分に変換できる。したがって、(5)式あるいは(6)式の中の変換マトリクスを $[T]$ と表示し、(4)式を(1)式に代入して、杭頭節点変位パラメータの対応位置に変換を行うと(7)式となる。

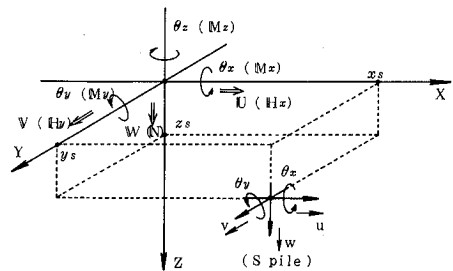


Fig. 4 Junction of the pile head and pile cap

$$\begin{aligned} & \{ \delta U \}^T [T]^T [K] [T] \{ U \} + \{ \delta U \}^T [T]^T [A] [F]^{-1} [T] \{ U \} \\ & = \{ \delta U \}^T [T]^T \{ P \} \end{aligned} \quad (7)$$

ここで、群杭全体を考えているので、(7)式の右辺を全杭本数について総和すれば、(8)式のように表わされる。この式より、各杭頭荷重とフーチングに作用する複合力とが釣合条件を自動的に満していることが分る。なお、(8)式は杭頭がフーチングに剛結合されている条件（以後、杭頭固定と称す）に対するものであるが、ピン結合の条件（以後、杭頭ピンと称す）の場合についても同様に釣合条件を満していることは言うまでもない。

$$\sum_s \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -z_s & y_s & 1 & 0 \\ z_s & 0 & -x_s & 0 & 1 \\ -y_s & x_s & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} P_{xs} \\ P_{ys} \\ P_{zs} \\ m_{xs} \\ m_{ys} \end{pmatrix} = \sum_s \begin{pmatrix} P_{xs} \\ P_{ys} \\ P_{zs} \\ -z_s \cdot P_{ys} + y_s \cdot P_{zs} + m_{xs} \\ z_s \cdot P_{xs} - x_s \cdot P_{zs} + m_{ys} \\ -y_s \cdot P_{xs} + x_s \cdot P_{ys} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} H_X \\ H_Y \\ N \\ M_X \\ M_Y \\ M_Z \end{pmatrix} \quad (8)$$

つぎに、杭先端の境界条件としては、(1)杭全体が同一の表層中にあり先端が硬い支持層に達していない場合（自由）、(2)杭先端が硬い支持層にある程度貫入し、杭先端の並進変位が拘束されている場合（ピン）、および(3)杭先端が硬い支持層に十分貫入しており、固定条件が満足されている場合（固定）の3通りが考えられる。解析を行うに際しては、土質柱状図等から現実の状態を判断し、(1)~(3)の条件のうちそれぞれの状態に見合った杭先端条件を採用する。

最後に、フーチング下面と地盤が接している場合および群杭の変位に伴ってフーチング下面と地盤が接する場合が考えられるが、本解析においてはこれらの接触による力の伝達は無視していることを付記しておく。

§ 3 解析法の適用

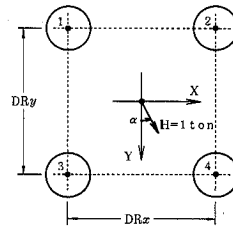
3.1 数値計算例

数値計算例としては、表1に示す定数をもつ鋼管杭と地盤を想定し、かつ杭配置および載荷条件として図5(a)~(c)に示す3例を選定して解析を行った。

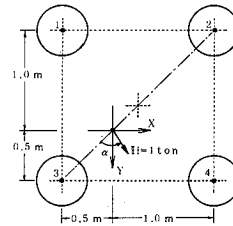
図6(a),(b)は、解析例1においてフーチングの中心位置に各方向に単位の変形 ($U, V, W, \theta_x, \theta_y, \theta_z$) を与えた場合、変形方向に対応した方向に発生する抵抗反力 ($H_X, H_Y, N, M_X, M_Y, M_Z$) と、杭間隔 (DR_x, DR_y : 杭径の2~10倍変化) の関係を示したものである。同図(a)

Table 1 Characteristics of pile and soil used for parametric study

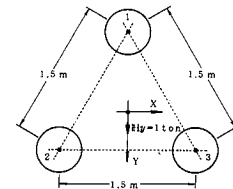
Diameter of pile	D	0.5 m
Thickness of pile	t	0.01 m
Cross-sectional area of pile	A_p	0.0154 m ²
Embedded length of pile	L	20.0 m
Elastic modulus of pile	E_p	2.1×10^7 ton/m ²
Flexural rigidity of pile	EI_p	9706 ton·m ²
Axial rigidity of pile	EA_p	3.23×10^5 ton
Elastic modulus of soli	E_s	1000 ton/m ²
Poisson's ratio of soil	ν_s	0.3



(a) Example 1



(b) Example 2



(c) Example 3

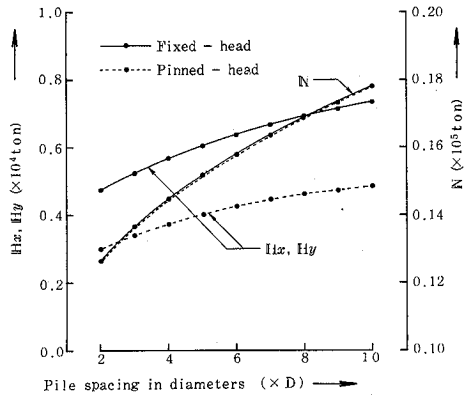
Fig. 5 Pile groups considered in parametric study

より、水平成分 (H_X, H_Y) としては、杭間隔が小さくなると地中応力を介して各杭が互いに影響し合う相互作用の現象が顕著に現われ抵抗反力が減少するが、反対に杭間隔が増大するとその影響が徐々に衰退してゆき、ある一定値に収束してゆく傾向のあることが読み取れる。また、杭頭固定と杭頭ピンを比較すれば、定性的には同

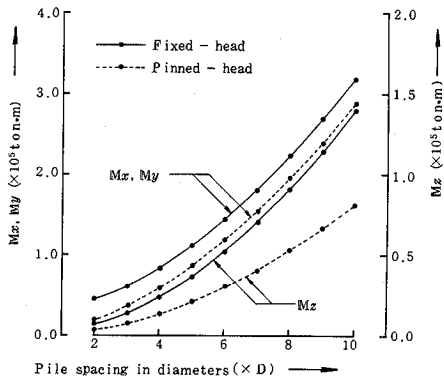
じ傾向を示すが、定量的には前者の方が後より全体に亘って約1.6倍大きな抵抗反力を示すことが分る。つぎに、鉛直成分 (N) についてみれば、杭間隔の変化による影響は水平成分より大きく現れること、および杭頭固定と杭頭ピンの間には有意な差がないことなどが示されている。さらに、図6(b)の回転成分 (M_x, M_y, M_z) においては、杭間隔が大きくなるに従って抵抗反力が急速に増大していることが分る。この現象は、杭間隔が増大するに伴い相互作用の影響が減少すると共に、各杭の占める位置がフーチング中心より遠ざかることの影響が付加されるために生じるものである。また、鉛直面内の回転成分 (M_x, M_y) においては、杭間隔によらず杭頭固定と杭頭ピンの抵抗反力はほぼ同じ絶対量の差をもつが、水平面内の回転成分 (M_z)、つまりねじりに対する抵抗反力は杭頭の結合条件の違いが影響し、杭間隔の増

大と共に両者間の差が広がっていくことが示されている。すなわち、鉛直面内の回転成分に対する抵抗反力は、各杭頭に発生する抵抗モーメントに各杭頭の軸力差による抵抗モーメントを付加して評価されるが、水平面内の回転に対する抵抗反力は各杭頭に生じる水平成分の抵抗反力により評価される違いが反映している。

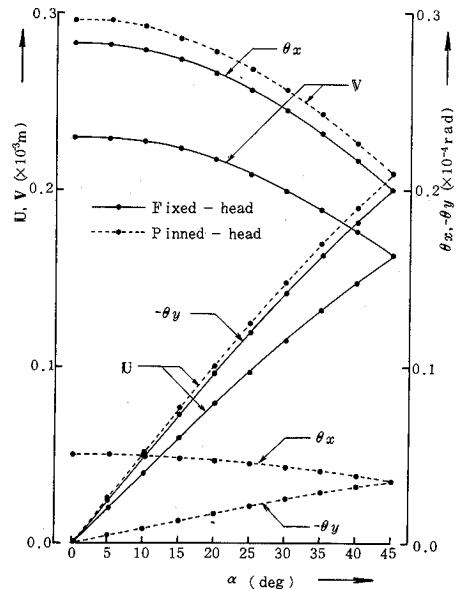
図6(c)は、解析例1において杭間隔を $DR_x=DR_y=1.5\text{ m}(=3.0D)$ と規定し、フーチング中心に単位水平荷重 $H=1\text{ ton}$ が作用する場合、その作用方向 (図中の角度 α) の変化に対するフーチングの中心位置での変位成分の変化量の関係を求めたものである。この図より杭頭ピンと杭頭固定を比較すれば、水平成分 U, V では全体的に前者が後より大きな値を示すことが分る。しかし、鉛直面内のフーチングの回転量 θ_x, θ_y においては、前者では各杭頭が自由に回転できるのに対して、後者では杭頭を剛結合して杭頭の回転を拘束しているため、前者が後よりかなり小さな値となることが読み取れる。以上のことは、上記の例と同じ条件のもとに図5(b)の解析例2に示すように、偏心位置に単位水平荷重を作用させた場合の変位成分に関する解析結果の図7においてもみられる現象である。また、図7(b)から、特に次のことが指摘できる。偏心的載荷であるため、荷重の作用方向によってはフーチングの上下方向の動き、および水平面



(a) Horizontal forces of pile cap caused by unit displacement of pile cap

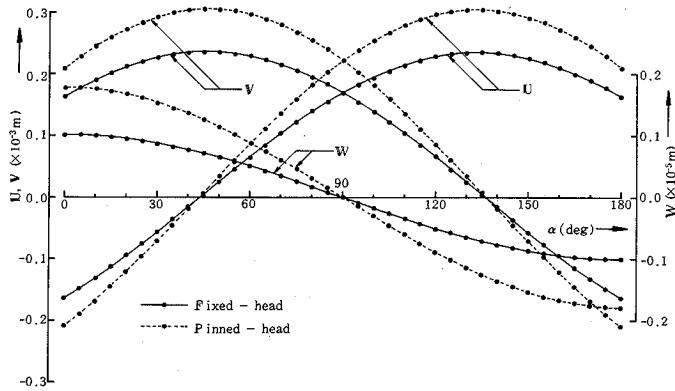


(b) Fixing moments at pile cap caused by unit rotation of pile cap

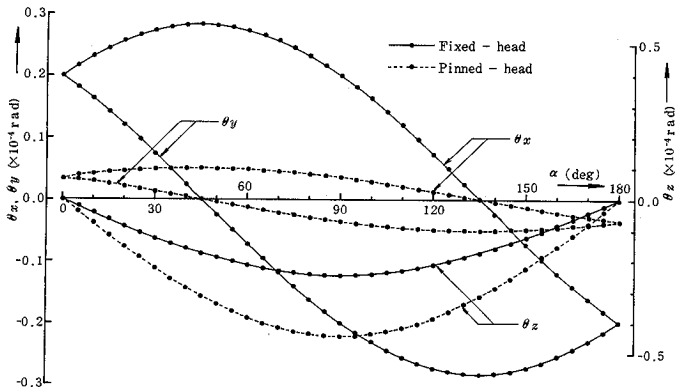


(c) Displacements and rotations at center of pile cap caused by unit horizontal force with arbitrary direction

Fig. 6 Results of calculations: Example 1



(a) Displacements of pile cap caused by unit horizontal force at eccentric point



(b) Rotations of pile cap caused by unit horizontal force at eccentric point

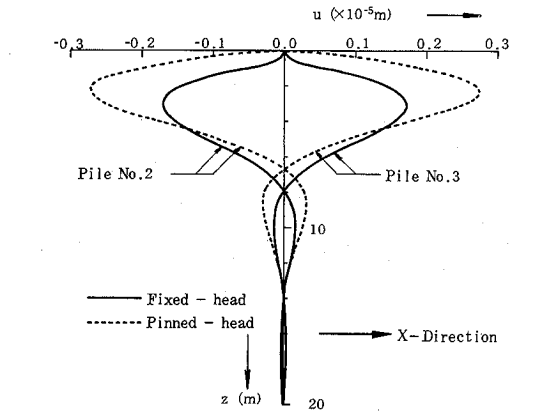
Fig. 7 Results of calculations: Example 2

内のねじれがある程度生じることは予想されるが、解析例で示した程度の偏心率（杭間隔に対して X, Y 両方向共 $1/6$ ）においてさえ、水平面内のねじれ回転 θ_z が鉛直面内の回転 θ_x, θ_y と同程度、あるいはそれ以上になる状態が存在していることに注意する必要がある。

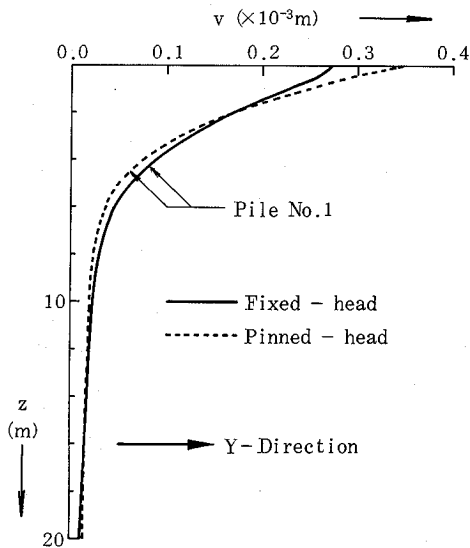
以上、群杭全体の特性とみなされるフーチング中心位置での抵抗反力および変形性状について検討したが、以下では群杭中の個々の杭における挙動性状に関して考察を加えてみる。図 5(c)の解析例 3 に示すように、正三角形に配置した群杭に $H_Y=1$ ton の水平荷重を与えた場合について、各杭の変形状態ならびにモーメントの深さ方向分布の解析結果を、それぞれ図 8(a)~(e) に示した。まず変形状態に関しては、① 荷重方向に向って前方に位置する杭 (No. 2 および No. 3 杭) は、それぞれ杭が左右に押し広げられるように変形し、かつ杭頭ピンの方が杭頭固定の場合よりその状態が著しいこと (図 8(a)),

② 荷重方向に対して後方に位置する杭 (No. 1 杭) の荷重方向の変位 v 分布についてみれば、地表面にごく近い領域においてのみ杭頭条件による違いが大きく現われており、それ以深ではほとんど差異が無いこと、また、図には記載していないが、No. 2 および No. 3 杭は、No. 1 杭より若干小さ目ではほぼ同じ変形分布を示すこと (図 8(b)), および③ 鉛直変位 w に関しては、前方杭 (No. 2 および No. 3 杭) が下方へ押し込まれる方向に、そして後方杭 (No. 1 杭) が上方へ引き抜かれる方向に変位し、全体に亘って前者が後者の約 $1/2$ の変位量分布を示すこと、さらに杭頭ピンと杭頭固定の変形状態は異っており、前者では杭頭付近で剛体的な変形が生じていること (図 8(c)) 等が指摘できる。つぎに曲げモーメント分布に関しては、④ 荷重方向に生じるモーメント (M_x) においては、No. 1 杭と No. 2 および No. 3 杭との間に有意な差が見られないこと、地中部での最大モー

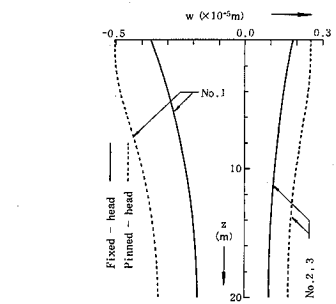
複合力を受ける群杭基礎の弾性挙動解析



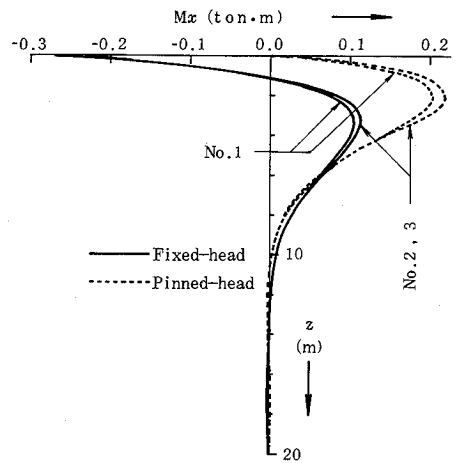
(a) Deflection u of pile caused by unit horizontal force



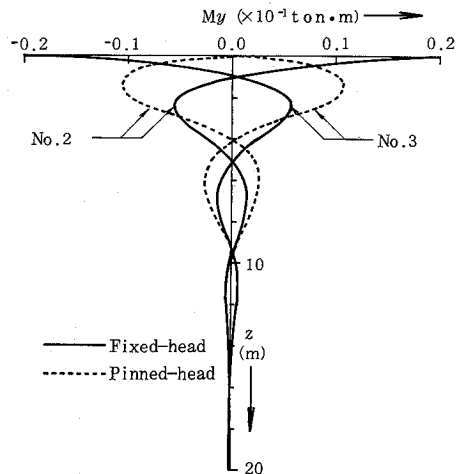
(b) Deflection v of pile caused by unit horizontal force



(c) Vertical deformation w of pile caused by unit horizontal force



(d) Bending moment M_x of pile caused by unit horizontal force



(e) Bending moment M_y of pile caused by unit horizontal force

Fig. 8 Results of calculations: Example 3

メントは杭頭ピンが杭頭固定の約2倍の値を示すこと、および杭頭固定では杭頭部でモーメントが最大となり、地中部に発生する最大値の約2.5~3.0倍の値をもつこと(図8(d)), さらに⑤ No. 2およびNo. 3杭で生じる載荷方向に対して直交方向のモーメント(M_y)は、④で示した M_x の分布値に対して杭頭固定の場合には杭頭位置で約10%、地中部では杭頭ピンおよび杭頭固定とも約5%の最大モーメントが発生していること(図8(e))等が読み取れる。

3.2 実験結果との比較検討

解析で対象とした実験⁸⁾の概要を以下に示す。実験地盤(山口県岩国市藤生)は図9に示すごとくであって、実験は図10のように杭頭をコンクリートのスラブ(フーチング)で連結した直列2本杭(杭間隔は杭径の2.46倍)について実施されている。試験杭は表2の諸元をもつ鋼管杭が使用されており、ディーゼルハンマーで深さ約23 mまで打込まれている。また、荷重方法は地表面上0.15 mに水平力をステップ荷重として与え、1サイクル方式が採用されている。

解析を行うにあたり、当実験地盤の弾性係数 E_s およびポアリン比 ν_s 等を求める必要がある。しかし、これらの情報を得るための特別な実験が行われていないので、本論文では以下のようにこれらの定数の評価を行った。

当実験地盤における情報としては、標準貫入試験による N 値のみしか与えられていない。したがって、 E_s 値については文献⁹⁾で提案されている(9)式により N 値から換算を行う。また、 ν_s 値に関しては実験地盤が主として砂質地盤で構成されているため、砂地盤で一般的な $\nu_s=0.3^9)$ を仮定する。

Table 2 Characteristics of piles and pile cap used for test

Diameter	D	0.8128 m
Thickness	t	0.0127 m
Cross-sectional area	A_p	0.0319 m ²
Embedded length	L	23.0 m
Flexural rigidity	EI_p	$5.366 \times 10^4 \text{ t} \cdot \text{m}^2$
Height of loading point	\bar{h}	0.08 m
Weight of pile cap	N	17.28 ton
Spacing of piles	R	$2.46 \times D$

$$E_s = 160\bar{N} \quad (\text{ton/m}^2) \quad (9)$$

(ただし、 \bar{N} :対象とする層の平均 N 値)

なお、図9の土質柱状図に見られるごとく地盤の互層状態に対応した N 値の分布形状から判断して、 E_s 値の評価は、杭の水平抵抗に最も影響を与える表層部分(地表面~G. L.-5 m 間)⁶⁾、杭根入れ長の約半分の領域(地表面~G. L.-13 m 間)、および杭の根入れのほぼ全長領域(地表面~G. L.-22 m 間)の3ケースについて行った。

実験結果の解析は、表3に示すように上記の諸定数を用いて、杭頭が固定(F)とピン(P)、および杭先端が自由(F)とピン(P)の各条件を組合せた計7ケースについて実行した。ただし、全ケースとも鉛直荷重は、フーチングの自重($N=17.28 \text{ ton}$)がフーチングの中心位置に作用すると仮定した。また、杭先端がピンの条件は、G. L.-22 m 以深の N 値50以上の堅固な支持層に杭先端部が約1 m 貫入していることを考慮したもので、この条件の場合には前述した変位影響係数の算定において、支持層の影響を鏡像原理を用いて補正している(Appendix II 参照)。

上記の7ケースについて解析した結果のうち、水平荷重とフーチングの水平変位量の関係、および水平荷重とフーチングの回転角の関係を実測値と比較して、それぞれ図11および図12に示した。また図13には、荷重20 ton 時における曲げモーメントの深さ方向分布を実測値と比較して示した。ただし、曲げモーメントの実測値は文献⁸⁾中で示されている図より読み取った値であるため、精度が若干劣ることを了承されたい。これらの図から、以下のことが分る。

まず本理論では、杭体および地盤とも弾性範囲内を対象としているので、低荷重域($H_x=20 \text{ ton}$ までの範囲)に限定してみれば、変位量に関してはFP-3の解析値が実測値に最も近似した結果を示している(図11, 12参照)。すなわち、①FP-3の境界条件が、杭頭がフーチ

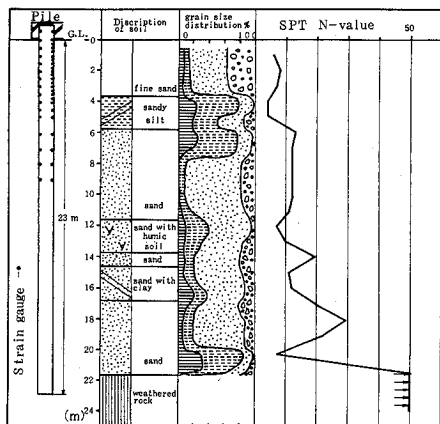


Fig. 9 Soli and pile profile

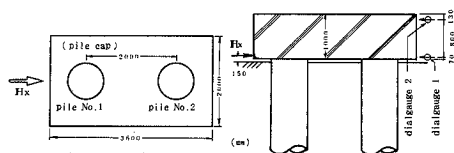


Fig. 10 Plan and cross section of test piles and pile cap

Table 3 Various E_s -values and boundary conditions used for analysis on field test

Case	Stratum to estimate E_s -value	Estimated E_s -value (ton/m ²)	Pile head condition	Pile tip condition
FF-1	G. L. 0~- 5m : $\bar{N}^*=7$	1120	Fix	Free
FF-2	G. L. 0~-13m : $\bar{N}=10$	1600	Fix	Free
FF-3	G. L. 0~-22m : $\bar{N}=14$	2240	Fix	Free
FP-1	G. L. 0~- 5m : $\bar{N}=7$	1120	Fix	Pin
FP-2	G. L. 0~-13m : $\bar{N}=10$	1600	Fix	Pin
FP-3	G. L. 0~-22m : $\bar{N}=14$	2240	Fix	Pin
PP-3	G. L. 0~-22m : $\bar{N}=14$	2240	Pin	Pin

* \bar{N} ; average SPT N -value within the stratum

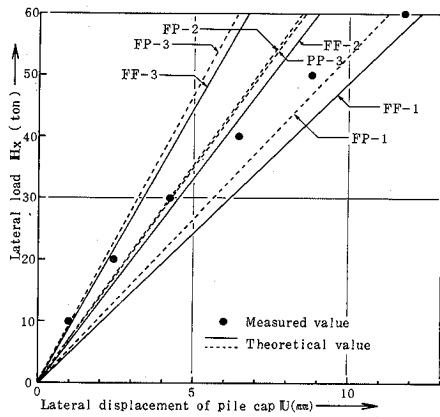


Fig. 11 Comparison between theoretical and measured load-pile cap displacement curves

ングで連結されている条件、および杭先端が N 値50以上の堅固な支持層に貫入している条件など、実際の状態に最も適合していること、また、② E_s 値は、文献⁶⁾で示したように杭の水平挙動のみを対象とする場合にはごく表層部(地表面から杭径の約5~6倍の範囲)の土質条件で評価できるが、本解析例のように水平方向のみならず鉛直方向の挙動性状も対象とする場合には、杭の根入れ全長に亘った土質条件で評価する方が適していること、などが指摘できる。

一方、曲げモーメント分布に関しては、全体的にみて地表面近傍(地表面より G.L. 約 1.5m までの間)では FP-3 (杭頭固定)と PP-3 (杭頭ピン)の解析値の中間的な分布値を示し、それ以深では PP-3 の解析値に近い分布値を示している(図13参照)。このように解析値と実測値の深さ方向分布が異なる原因としては、主に①解析では地盤を一樣な定数をもつ弾性体と仮定しているのに対して、現実の地盤は互層を成しているため深さ方向の剛性変化があること(図9参照)、②地表面のど

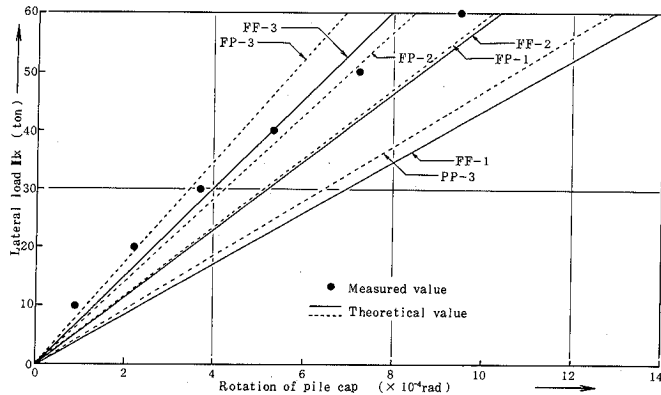


Fig. 12 Comparison between theoretical and measured load-pile cap rotation curves

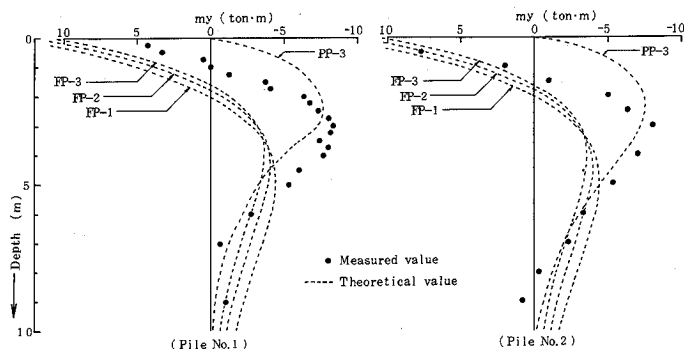


Fig. 13 Comparison between theoretical and measured bending moments

く近傍では地盤の局所的な破壊が生じていると予想されること、③実験では、フーチングと杭頭の結合部に変形による局所的なゆるみが生じたため、杭頭固定あるいはピンと云った解析上の理想化した杭頭条件の中間的な結合状態(半固定状態)となっていること、などが挙げられる。

つぎに、図11および12において荷重が大きな荷重へと進む($H_X > 20$ ton)場合、現実には地盤における進行性破壊の現象が増幅し、杭頭とフーチングの結合状態がさらに半固定状態へと移行すると共に、杭体の塑性化域の拡大等が包含して現われる。したがって、実測値には荷重の増加に伴って水平抵抗剛性および回転剛性の低下が生じるため、高荷重域になるに従って、抵抗剛性を低く見積った解析値に、見掛け上順次近似してゆく結果が示されている。

§ 4 結 論

本研究を通して得られた結論を要約すれば、以下のとおりである。

- 1) 群杭の挙動性状に関して、並進挙動では群杭を構成する各杭が地中応力を介して互いに干渉し合う相互作用の影響、すなわち群杭効果が支配的な要因であるが、回転挙動では群杭効果と共に、各杭の分担する軸力および水平力と杭間隔の要因が相乗して影響する。
- 2) 杭先端が堅固な支持層に貫入している場合、支持層の存在は変位影響係数に鏡像原理を適用して表現できる。
- 3) 群杭の水平挙動のみを対象とする場合、地盤定数は表層部における土質条件から評価できるが、水平のみならず鉛直方向の挙動性状をも対象とする場合には、杭の根入れ全長に亘る地層の土質条件から地盤定数を評価すべきである。
- 4) 対象とした実験例において、高荷重域($H_X > 20$

ton)では地盤および杭体の塑性化、ならびに杭とフーチングの半固定的な結合状態等が特に問題となる。応力の変動に伴って変化するこれらの現象を、今後提案する解析法に取り入れていく予定である。

参 考 文 献

- 1) D'Appolonia E. and Ramualdi J.P. "Load Transfer in End-Bearing Steel H-Piles", A. S. C. E., Vol. 89, No. SM2, 1963, pp. 1~25.
- 2) Poulos H. G. and Davis E. H. "The Settlement Behaviour of Single Axially Loaded Incompressible Piles and Piers", Geot., Vol. 18, No. 3, 1968, pp. 351~371.
- 3) 八尾真太郎「くい基礎の荷重～沈下挙動に関する研究」, 名古屋大学博士論文, 1979.
- 4) Penzien J., Schaffey C. E. and Parmelee R. A. "Seismic Analysis of Bridge on Long Piles", A. S. C. E., Vol. 90, No. EM3, 1964, pp. 223~254.
- 5) Poulos H. G. "Behaviour of Laterally Loaded Piles: I-Single Piles", A. S. C. E., Vo. 97, No. SM5, 1971, pp. 711~732.
- 6) 富永晃司「一様な定数を持つ弾塑性地盤に設置された群杭の水平抵抗問題に関する研究」, 東京工業大学博士論文, 1983.
- 7) 富永晃司, 山本春行, 山肩邦男「合成力を受ける群杭の挙動に関する弾性解析法」, 日本建築学会大会学術講演梗概集, 1985, pp. 967~968.
- 8) 建築業協会「杭の水平載荷試験に関する調査報告書」, 1977, pp. 725~731.
- 9) 岸田英明, 中井正一「地盤反力-変位関係の非線型性」, 土と基礎(日本土質工学会), Vol. 25, No. 8, 1977, pp. 21~28.
- 10) Mindlin R. D. "Force at a Point in the Interior of

a Semi-Infinite Solid”, Physics, Vol. 7, 1936, pp. 195~202.

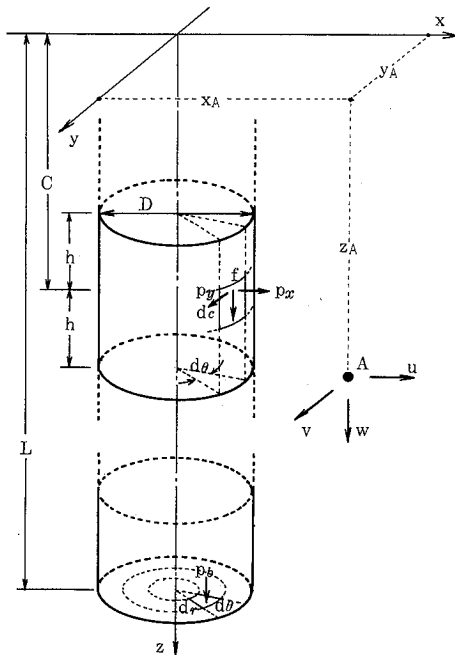
- 11) 山本春行, 富永晃司, 山肩邦男「杭の相互作用問題における地中変位の評価法」, 構造工学論文集, Vol. 32B, 1986, pp. 29~38.

[Appendix I]

半無限弾性体中の任意の点に鉛直あるいは水平に集中力が作用するとき, 他の任意点における鉛直および水平の変位は Mindlin⁽¹⁰⁾ (それぞれ, 第一解および第二解) によって与えられている。本解析法では, 杭周に沿って作用する杭周面摩擦力 f , 杭先端地盤反力 p_b および水平地盤反力 p_x , p_y を等分布力と仮定しているので, Mindlin の第一解あるいは第二解を作用面に沿って積分する必要がある (付図 1 参照)。以下に, それぞれの成分力に対して積分した結果を示す。

(1) 水平地盤反力 p_x による変位成分

$$u_{(p_x)} = \frac{p_x D(1+\nu)}{16\pi(1-\nu)E_s} \int_0^{2\pi} \left\{ -(3-4\nu) \ln \left| \frac{\lambda_2 + \sqrt{\lambda_2^2 + r_a^2}}{\lambda_1 + \sqrt{\lambda_1^2 + r_a^2}} \right| \right. \\ \left. + \ln \left| \frac{\lambda_4 + \sqrt{\lambda_4^2 + r_a^2}}{\lambda_3 + \sqrt{\lambda_3^2 + r_a^2}} \right| - \frac{2z_A}{r_a^2} \left\{ \frac{r_a^2 + z_A \lambda_4}{\sqrt{\lambda_4^2 + r_a^2}} - \frac{r_a^2 + z_A \lambda_3}{\sqrt{\lambda_3^2 + r_a^2}} \right\} \right\} d\theta$$



Appended Fig. 1 Integration of Mindlin's solution along pile surface

$$- \frac{x_a^2}{r_a^2} \left\{ \frac{\lambda_2}{\sqrt{\lambda_2^2 + r_a^2}} - \frac{\lambda_1}{\sqrt{\lambda_1^2 + r_a^2}} \right\} + \frac{2z_A x_a^2}{r_a^2} \left\{ \frac{r_a^2 - z_A \lambda_3}{\sqrt{\lambda_3^2 + r_a^2}} - \frac{r_a^2 - z_A \lambda_4}{\sqrt{\lambda_4^2 + r_a^2}} \right\} \\ + \frac{x_a^2 \{ (3-4\nu)r_a^2 + 6z_A^2 \}}{r_a^2} \left\{ \frac{\lambda_4}{\sqrt{\lambda_4^2 + r_a^2}} - \frac{\lambda_3}{\sqrt{\lambda_3^2 + r_a^2}} \right\} \\ - \frac{\lambda_3}{\sqrt{\lambda_3^2 + r_a^2}} \Bigg\} + 2(1+\nu)(1-2\nu) \left\{ \left(\frac{r_a^2 - 2x_a^2}{r_a^2} \right) \right. \\ \left. \{ \lambda_4 \sqrt{\lambda_4^2 + r_a^2} - \lambda_3 \sqrt{\lambda_3^2 + r_a^2} - (\lambda_4 - \lambda_3) \} \right. \\ \left. + \ln \left| \frac{\lambda_4 + \sqrt{\lambda_4^2 + r_a^2}}{\lambda_3 + \sqrt{\lambda_3^2 + r_a^2}} \right| \right\} d\theta \quad (付 1)$$

$$v_{(p_x)} = \frac{p_x D(1+\nu)}{16\pi(1-\nu)E_s} \int_0^{2\pi} x_a y_a \left\{ - \left\{ \frac{\lambda_2}{\sqrt{\lambda_2^2 + r_a^2}} - \frac{\lambda_1}{\sqrt{\lambda_1^2 + r_a^2}} \right\} \right. \\ \left. + (3-4\nu + \frac{6z_A^2}{r_a^2}) \left\{ \frac{\lambda_4}{\sqrt{\lambda_4^2 + r_a^2}} - \frac{\lambda_3}{\sqrt{\lambda_3^2 + r_a^2}} \right\} \right. \\ \left. + \frac{2z_A}{r_a^2} \left\{ \frac{r_a^2 - z_A \lambda_3}{\sqrt{\lambda_3^2 + r_a^2}} - \frac{r_a^2 - z_A \lambda_4}{\sqrt{\lambda_4^2 + r_a^2}} \right\} \right. \\ \left. - \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{r_a^2} \{ \lambda_4 \sqrt{\lambda_4^2 + r_a^2} - \lambda_3 \sqrt{\lambda_3^2 + r_a^2} - (\lambda_4 - \lambda_3) \} \right\} d\theta \quad (付 2)$$

$$w_{(p_x)} = \frac{p_x D(1+\nu)}{16\pi(1-\nu)E_s} \int_0^{2\pi} x_a \left\{ \frac{1}{\sqrt{\lambda_2^2 + r_a^2}} - \frac{1}{\sqrt{\lambda_1^2 + r_a^2}} \right\} \\ + \frac{2z_A(3-4\nu)}{r_a^2} \left\{ \frac{\lambda_4}{\sqrt{\lambda_4^2 + r_a^2}} - \frac{\lambda_3}{\sqrt{\lambda_3^2 + r_a^2}} \right\} \\ + (3-4\nu) \left\{ \frac{1}{\sqrt{\lambda_4^2 + r_a^2}} - \frac{1}{\sqrt{\lambda_3^2 + r_a^2}} \right\} - \frac{2z_A}{r_a^2} \\ \left\{ \frac{\lambda_3}{\sqrt{\lambda_3^2 + r_a^2}} - \frac{\lambda_4}{\sqrt{\lambda_4^2 + r_a^2}} \right\} - 2z_A \left\{ \frac{1}{\sqrt{\lambda_4^2 + r_a^2}} \right. \\ \left. - \frac{1}{\sqrt{\lambda_3^2 + r_a^2}} \right\} + \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{r_a^2} \{ (\lambda_4 - \lambda_3) \\ - (\sqrt{\lambda_4^2 + r_a^2} - \sqrt{\lambda_3^2 + r_a^2}) \} \Bigg\} d\theta \quad (付 3)$$

ここに, E_s ; 地盤の弾性係数, ν ; 地盤のポアソン比, $x_a = x_A - D/2 \cdot \cos \theta$, $y_a = y_A - D/2 \cdot \sin \theta$, $r_a = \sqrt{x_a^2 + y_a^2}$, (x_A , y_A , z_A); 杭軸心線位置を原点にした, 変位を求める任意点の座標, D ; 杭の直径, $\lambda_1 = z_A - c + h$, $\lambda_2 = z_A - c - h$, $\lambda_3 = z_A + c - h$, $\lambda_4 = z_A + c + h$

(2) 水平地盤反力 p_y による変位成分

p_y については, (付 1)~(付 3)式において x 座標と y 座標を入れ替えると共に, p_x を p_y に, そして u を v に変換すればよい。

(3) 杭周面摩擦力 f による変位成分

$$u_{(f)} = \frac{fD(1+\nu)}{16\pi(1-\nu)E_s} \int_0^{2\pi} x_a \left\{ \frac{1}{\sqrt{\lambda_2^2 + r_a^2}} - \frac{1}{\sqrt{\lambda_1^2 + r_a^2}} \right\} \\ - \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{r_a^2} \{ \lambda_4 - \lambda_3 - \sqrt{\lambda_4^2 + r_a^2} + \sqrt{\lambda_3^2 + r_a^2} \}$$

$$\begin{aligned}
 & + (3-4\nu) \left\{ \frac{2z_A}{r_a^2} \left(\frac{\lambda_4}{\sqrt{\lambda_4^2+r_a^2}} - \frac{\lambda_3}{\sqrt{\lambda_3^2+r_a^2}} \right) \right. \\
 & + \left. \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda_4^2+r_a^2}} - \frac{1}{\sqrt{\lambda_3^2+r_a^2}} \right) \right\} \\
 & + \left\{ \frac{2z_A}{r_a^2} \left(\frac{\lambda_4^3}{\sqrt{\lambda_4^2+r_a^2}} - \frac{\lambda_3^3}{\sqrt{\lambda_3^2+r_a^2}} \right) \right. \\
 & + \left. 2z_A^2 \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda_4^2+r_a^2}} - \frac{1}{\sqrt{\lambda_3^2+r_a^2}} \right) \right\} \Bigg\} d_\theta \quad (\text{付4})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_{(f)} = & \frac{fD(1+\nu)}{16\pi(1-\nu)E_s} \int_0^{2\pi} y_a \left\{ \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda_4^2+r_a^2}} - \frac{1}{\sqrt{\lambda_3^2+r_a^2}} \right) \right. \\
 & - \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{r_a^2} \left. \left(\lambda_4 - \lambda_3 - \sqrt{\lambda_4^2+r_a^2} + \sqrt{\lambda_3^2+r_a^2} \right) \right. \\
 & + (3-4\nu) \left\{ \frac{2z_A}{r_a^2} \left(\frac{\lambda_4}{\sqrt{\lambda_4^2+r_a^2}} - \frac{\lambda_3}{\sqrt{\lambda_3^2+r_a^2}} \right) \right. \\
 & + \left. \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda_4^2+r_a^2}} - \frac{1}{\sqrt{\lambda_3^2+r_a^2}} \right) \right\} \\
 & + \left. \left\{ \frac{2z_A}{r_a^2} \left(\frac{\lambda_4^3}{\sqrt{\lambda_4^2+r_a^2}} - \frac{\lambda_3^3}{\sqrt{\lambda_3^2+r_a^2}} \right) \right. \right. \\
 & + \left. \left. 2z_A^2 \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda_4^2+r_a^2}} - \frac{1}{\sqrt{\lambda_3^2+r_a^2}} \right) \right\} \right\} d_\theta \quad (\text{付5})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 w_{(f)} = & \frac{fD(1+\nu)}{16\pi(1-\nu)E_s} \int_0^{2\pi} \left\{ 4(\nu-1) \ln \frac{|\lambda_2 + \sqrt{\lambda_2^2+r_a^2}|}{|\lambda_1 + \sqrt{\lambda_1^2+r_a^2}|} \right. \\
 & + \left. \left(\frac{\lambda_2}{\sqrt{\lambda_2^2+r_a^2}} - \frac{\lambda_1}{\sqrt{\lambda_1^2+r_a^2}} \right) + 8(1-\nu)^2 \ln \right. \\
 & \left. \frac{|\lambda_4 + \sqrt{\lambda_4^2+r_a^2}|}{|\lambda_3 + \sqrt{\lambda_3^2+r_a^2}|} + \left(\frac{2z_A^2}{r_a^2} + 4\nu - 3 \right) \left(\frac{\lambda_4}{\sqrt{\lambda_4^2+r_a^2}} \right. \right. \\
 & - \left. \left. \frac{\lambda_3}{\sqrt{\lambda_3^2+r_a^2}} \right) - 4z_A \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda_4^2+r_a^2}} - \frac{1}{\sqrt{\lambda_3^2+r_a^2}} \right) \right. \\
 & - \left. \frac{2z_A^2}{r_a^2} \left(\frac{\lambda_4^3}{\sqrt{\lambda_4^2+r_a^2}} - \frac{\lambda_3^3}{\sqrt{\lambda_3^2+r_a^2}} \right) + 2z_A r_a^2 \left(\frac{1}{\sqrt{\lambda_4^2+r_a^2}} \right. \right. \\
 & - \left. \left. \frac{1}{\sqrt{\lambda_3^2+r_a^2}} \right) \right\} d_\theta \quad (\text{付6})
 \end{aligned}$$

(4) 杭先端地盤反力 p_b による変位成分

$$\begin{aligned}
 u_{(p_b)} = & \frac{p_b(1+\nu)}{8\pi(1-\nu)E_s} \int_0^{2\pi} x_a \left\{ \frac{z_A-L}{\rho_1^2} \right. \\
 & - \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{\rho_2(\rho_2+z_A+L)} + \frac{(3-4\nu)(z_A-L)}{\rho_2^2} \\
 & + \left. \frac{6(z_A+L)z_AL}{\rho_2^2} \right\} rd_r \cdot d_\theta \quad (\text{付7})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 v_{(p_b)} = & \frac{p_b(1+\nu)}{8\pi(1-\nu)E_s} \int_0^{2\pi} y_a \left\{ \frac{z_A-L}{\rho_1^2} \right. \\
 & - \frac{4(1-\nu)(1-2\nu)}{\rho_2(\rho_2+z_A+L)} + \frac{(3-4\nu)(z_A-L)}{\rho_2^2} \\
 & + \left. \frac{6(z_A+L)z_AL}{\rho_2^2} \right\} rd_r \cdot d_\theta \quad (\text{付8})
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 w_{(p_b)} = & \frac{p_b(1+\nu)}{8\pi(1-\nu)E_s} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \left\{ \frac{3-4\nu}{\rho_1} + \frac{(z_A-L)^2}{\rho_1^3} \right. \\
 & + \frac{5-12\nu+8\nu^2}{\rho_2} + \frac{(3-4\nu)(z_A+L)^2-2Lz_A}{\rho_2^2} \\
 & + \left. \frac{6(z_A+L)^2z_AL}{\rho_2^2} \right\} rd_r \cdot d_\theta \quad (\text{付9})
 \end{aligned}$$

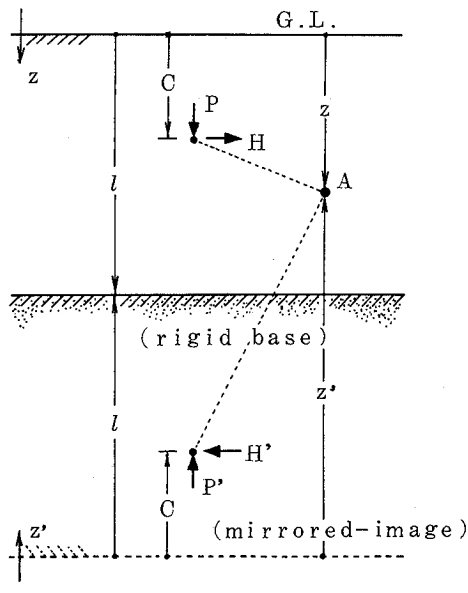
ここに、 $x_a = x_A - r \cdot \cos \theta$, $y_a = y_A - r \cdot \sin \theta$, $\rho_1 = \sqrt{x_a^2 + y_a^2 + (z_A - L)^2}$, $\rho_2 = \sqrt{x_a^2 + y_a^2 + (z_A + L)^2}$, L ; 杭長

ただし、(付1)~(付6)式における θ , および(付7)~(付9)式の θ と r に関しては解析積分が困難なため、数値積分法を用いることとした。なお、数値積分における分割数は文献¹¹⁾で示したごとく、地表面等分布円板載荷問題における厳密解と比較した結果、円周方向 (θ) および半径方向 (r) 共に、50分割以上すれば十分な精度が得られるので、本論文では両者とも50分割を用いている。また実際の変位影響係数の算定にあたっては、計算の効率と精度の兼合いを考慮して、載荷点位置の杭(自杭)とその他の杭(他杭)における算定法を区別した。すなわち、自杭では杭外周全体の平均値を採用し、他杭では杭中心位置に変位算定点をおき、計算した。

以上示した変位の算定法において、 p_x, p_y, f および p_b を単位力として算出される値を変位影響係数 ϕ と定義する。

[Appendix II]

現実の地盤では軟弱な表層部の下部に堅固な支持層が



Appended Fig. 2 Mirrored-image technique

存在する場合が多く、このような二層状態に Mindlin の解に基づく変位影響係数を直接適用するには問題がある。したがってこのような二層問題において下部支持層の影響を考慮し、補正する方法を以下に示す。

付図 2 に示すごとく、ある任意点（図中、深さ z の A 点）における変位を算定する場合、支持地盤面を鏡面として、この鏡面に写る載荷重（鏡像荷重）による変

位を実際の載荷重による変位に付加して求める。ただし、鏡像荷重は実荷重の向きが反転しているので、実際の計算では実荷重による値から差し引くことになる。この鏡像原理を適用するにあたっては、地表面から鏡面までの深さが l であるので、(付 1)～(付 9)式における z に対して、鏡像としての地表面から変位を求める点までの距離は、 $z' = 2l - z$ を与えればよい。