

算数学習における理解過程に関する研究 (V)

——第3学年における「重さ」の概念形成を中心に——

片桐 毅 小山 正孝 中原 忠男 赤井 利行
磯部 年晃
(協力者) 岩田 耕司 今井 一仁

1. 目的と方法

本研究は、算数学習における子どもの理解過程を、理論的・実証的に解明しようとするものである。これまでの数学の理解過程に関する研究^{1),2)}によって、数学的概念や原理・法則などを理解するという事は、本質的には、個々の子どもの心的活動であり、複雑で力動的な過程であるが、他方では、教室で行われる算数学習においては、子どもの理解過程はその子どもと教師、子ども同士の社会的相互作用の影響を受けることが明らかになってきている。そこで、本研究では、算数学習における理解過程を、これら個人的側面と社会的側面の両方を視野に入れて解明することを目的とする。

そのために、まず本研究の第1報³⁾では、理論的研究として、小山が構築した数学理解の2軸過程モデルについて、このモデルの根底にあるパラダイムや認識論と、数学理解の階層的水準と学習段階をそれぞれ縦軸と横軸に設定することの妥当性を、文献解釈的方法によって再検討した。そして、第2報⁴⁾では、その実証的研究として、「図形」領域の学習において、小学校第2学年の子どもが三角形や四角形概念を学習する際の理解過程に焦点を当て、事前調査、授業実践、事後調査を通して、これらの図形についての子どもの理解過程を実証的に解明した。また、第3報⁵⁾では、「量と測定」領域の授業実践を通して、小学校第5学年の子どもが台形の面積の求め方を学習する際の理解過程を実証的に明らかにしてきた。さらに、第4報⁶⁾では、「数と計算」領域の授業実践を通して、小学校第5学年の子どもが分数と小数、整数の包摂関係を学習する際の理解過程を実証的に解明してきた。

そこで第5報である本稿では、今までに対象としていなかった中学年に焦点化し、「量と測定」領域の授

業実践を通して、小学校第3学年の子どもが重さの概念を形成する際の理解過程を実証的に解明することを目的とする。

2. 授業の計画

(1) 計画の概要

【授業学年】広島大学附属小学校 1部3年
(男子20名 女子19名 計39名)

① 単元名 重さ

② 単元目標

- 「重さ」はものの形や大きさに関係しないことや数値化できることに興味をもち、進んで重さを調べたり、量ったりしようとする。(関心・意欲・態度)
- ものの重さも他の量と同様に単位とする重さを決め、そのいくつかで測定できることに気づくことができる。(数学的な考え方)
- はかりを使っていろいろな重さを量り、グラム(g)やキログラム(kg)の単位を使って表すことができる。(表現・処理)
- 重さが測定できる量であることを知り、重さの単位のグラム(g)、キログラム(kg)を使うことができる。(知識・理解)

③ 指導計画(全7時間)

第1次 重さ比べ	5時間
第1時 一番重い箱を見つけよう	本時1①
第2時 天びんではかるう	①
第3時 重さを数で表そう	本時2①
第4時 はかりではかるう	①
第5時 いろいろな単位を使おう	①
第2次 重さの計算	1時間
第3次 まとめの練習	1時間

(2) 事前研究

① 教材分析 (単元について)

重さは、長さや面積とは違って、ものの種類が違うと形や大きさでは比較することができない。鉄とや木片では、それらの形や大きさが同じでも重さは異なる。このように重さは、長さなどと違って、形や大きさで比較することはできない。これには体積と密度が関係しており、手と接している面積の大きさによって、その感じられる重さは左右される。それゆえ、本単元ではこのような認識のもとに、重さの「比べ方」を客観性をもって児童に考えさせることで「重さ」の概念形成における理解過程がどのように変容するかを調査することとする。

具体的には、まず、導入の段階では、児童に重さを体で感じ取らせるために、それぞれ、大きさ・形・重さの違う箱を4つ用意し、どれが一番重いか考えさせる。これによって、大きく差があるものに関しては、手の感覚によって比較することができるが、ごく微小な差のものについては、別の方法が必要なことに気づかせたい。てんびんやばね・ゴムなどを使い、2つのものを比較していくことで道具の有用性にも気づかせたい。さらに、どれくらいの差があるかという重さが数値としても表現できる特性にも気づかせていきたい。

そこで、「重さ」に対する概念を明らかにしていくことで比較可能性・測定可能性に気づかせたい。また量感覚を養うことで、グラム(g)やキログラム(kg)という普遍単位の学習を実生活の中で生かしていきたい。

② 児童の重さについての理解に関する事前調査

第3学年の児童たちの重さについての理解の程度を調べるために、1部3年の児童39名に重さに関する実態調査を行った。

ア. 事前調査のねらい

この事前調査では、次のことをねらいとした。

実生活の中で「重さ」を対象として扱う場面についてアンケートすることを通じて、学習前の「重さ」に関する概念の理解の程度を把握する。

イ. 事前調査の問題

- ① 重さをはかる時に使うものは何ですか。
- ② どんな時に重さをはかりますか。
- ③ 重さをはかれないものは何ですか。
- ④ A君が、体重計に乗りました。ふんばって乗った時とそっと乗った時では、どちらが重いでしょう

か。

- a ふんばって乗った時
- b そっと乗った時
- c 変わらない

問い①と②については、生活の中で、どのような体験活動がなされてきているのかを把握するために調査した。具体的にどのような場面でどのような方法を使い、重さを表現しているのかを児童自身にも意識させることも目的とした。

問い③については、学習前に児童が重さについてどのような量感覚をもっているかを調査した。また、重さがどのようなものであるかという概念を児童なりの表現で明確にするために行った。

問い④については、「重さ」に関する量の保存性・加法性についての理解を把握するために調査した。

ウ. 事前調査の結果

その結果、39名の児童は次のように回答した。

- ① ・体重計 ・はかり ・てんびん
・シーソーのようなもの など
- ② ・料理の時 ・身体測定の時 など
- ③ ・空気 ・風 ・息 ・髪の毛 ・紙
・シール ・地球 ・星
- ④ a・・・ 58%
b・・・ 0%
c・・・ 42%

エ. 事前調査の結果による考察

問い①と②の結果より、料理や学校の身体測定などで使うはかりや体重計などの道具は90%以上の児童が知っていた。しかし、これは、生活の中で重さを量る場面が極めて限られていて、狭い範囲での認知でしかないと言える。てんびんを重さを比べる道具としては知っていたが、その名称を知らず、アンケートを実施する際に、「2つ皿があって、シーソーみたいに傾くの、なんて言うの?」と質問してくる児童も多かった。

また、問い③の結果から、空気や風、息などの目に見えないものの重さが量れないと感じていることや、紙、髪の毛、シールなど極めて軽いものや、地球や星など逆に極めて重いものも量ることができないと感じている。これは、はかりの目盛りの誤差を読みとることができないと感じていることや、大きすぎて、はかりには到底乗せられないという体重計や台ばかりを意識した答えになっていると考えられる。

問い④の結果から、58%の児童がふんばって乗ったときに体重が重くなると答えている。このことから、

児童は質量保存の法則を十分に理解していないことが読み取れる。実生活の中で得た感覚だけの予想では、重さに対しての概念が乏しいと思われる。

3. 理解過程を重視した授業のデザイン

これらの事前調査の結果を受けて、エで述べたように様々な理解度を示す児童に対する授業展開を考えていく必要がある。そのためには、まず具体的操作活動を授業展開の中心に置き、重さに対する興味関心を持たせる。児童相互の関わりを重視し、様々な活動の中でお互いに教えあったり、意見を交換させたりしたい。そうすることで、個別に問題解決するよりもはるかに幅広い考え方で重さに対する理解を深めていくことは、「重さの大小比較」から「重さを数値で表す必要性へ変容させると考える。そして、その変容過程を明らかにするために、次の点に着目して授業づくりを行った。

課題の提示と課題追究の場の工夫

〈課題の提示と課題追究の場の工夫の実例〉

まず、児童の興味・関心・意欲を高め、追求の目的意識を生み出させるためにはどのような課題の提示がよいのか考えてみた。その結果、今回は、見た目ではその材質や重さなどもわからない4つの箱(図1)を提示することとした。

これら4つの箱は異なった形の直方体で、その重さが5gずつ違うように作ってあるので、児童の思考に対するゆさぶりをかけることができるであろう。また、表面積に違いがあり、手のひらで感じる重さと実際の重さとに違いが生じ、導入段階での児童の予想を大きくくつがえす結果が出る。

このようにして、児童が素直な驚きを感じるとともに、重さに関する学習に意欲的に取り組むことができ

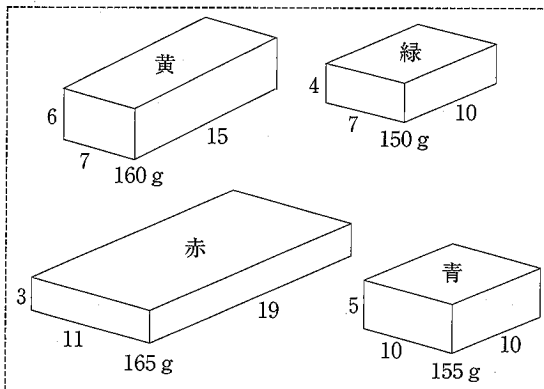


図1

るように工夫した。

4. 第3学年「重さ」における授業の実例と考察

(1) 本時1(第1次の1/5時)の実例と考察

〈本時1の目標〉

重さは見た目では判断できない事がわかり、比較方法を工夫して重さを比べることができる。

〈本時1の授業の流れ〉

[意識化]

まず、4つの箱を提示し、「どれが一番重たいか」と問い、比べることで重さの順番を明らかにできるといふ本時の学習活動の方向性を意識し確認する段階である。

T1 これらの箱を見てください。今日は、何の学習をするのかな。

C1 並べたり、重ねたりして、形づくりをしたいと思います。

C2 箱をバラバラにして、どんな形ができるか考えるのかな。

(おもむろに1個の箱を重たそうに持ち上げる)

C3 その箱だけ何か入ってるの?

C4 重たい?何かあやしい。

T2 あやしいですか。確かにこれらの箱は、それぞれ重さが違います。どれが一番重たいと思いますか。

C5 赤。

C6 黄色だよ。

C7 わかりません。持ってみたら分かるよ。

T3 見た目だけでは、重さは分らないみたいですね。それでは、各グループにこれら4つの箱を渡すので、どれが一番重たいか予想してみてください。

[操作化]

それぞれが手に持ったり、振ったりしながら重たいものを探り、小グループで話し合い、どの箱が一番重たいか予想する段階である。

C8 持った感じで一番重いのは、緑だね。

C9 いや、黄色の方が重たいよ。

C10 私たちのグループは、黄色と緑のどちらが重たいか、まとまっていません。

児童39人を3~4人の10のグループに分けて、グループごとに一番重い箱の予想を立てさせたとき、次のような結果になった。

児童の反応1

緑・・・6グループ

青・・・2グループ

緑と黄・・・1グループ

8つのグループが一番もしくは二番目に緑の箱を重いと答えているが、実際に一番重い赤の箱を答えたグループは一つもなかった。これは、赤い箱が他の箱に比べ、底面積が極端に広く、体感する手のひらの重さを分散しているからだと考えられる。この段階では、箱の重さを比べて順序をつけてはみたものの、それは手のひらの感覚だけでの予想でしかなく、子どもたちは本当に重いものがどれなのかを明確にすることができていない。

T 4 グループによっていろいろな予想がありますね。グループの中でも予想が違うみたいですね。どうすればいいかな。

C11 本当にはかってみればいいと思います。

T 5 本当にはかるといのは、どういうことかな。

[実証的操作化]

具体的に重さをはかる道具を扱って、小グループ内でお互いの意見を交換し、より確かな方法を探る段階である。

C12 てんびんを使って、2つの箱を比べてみると思います。

C13 てんびんって何？

C14 てんびんっていうのはね・・・
(ノートに絵をかき出して説明する)

C15 ふ～ん、わかった。何かシーソーみたいだね。だったら、シーソーのように消しゴムとものさしで、はかれるものをつくろうよ。

C16 料理の時に使うようなはかりではかればいと思います。

T 6 なんではかりだといの？

C17 針が指した数字を見て、大きければ重いから。

T 7 なるほど、重さって数字であらわすことができるんですね。おもしろい方法だけど、今日は、はかりを使わないでできる方法を、考えられないかな。

C18 水の中に浮かべれば、重たい物は沈むはずだよ。

T 8 いろいろな方法がグループで見つかったみたいなので、実際にはかってみましょう。

児童が話し合いの中で出した解決方法は、次の通りである。

児童の反応 2

- ・上皿てんびんに2つずつ乗せてはかる。
- ・ゴムひもにつなげて、伸びた長さをはかる。
- ・ものさしと消しゴムを使って、手製のてんびんをつくり、それではかる。
- ・水槽に水を入れ、それに箱を浮かべて、浮き沈

[協定化]

具体的操作活動を通して確かめられた結果から、重さを測定する活動を整理し、次時の課題を構成する段階である。

C19 私たちは、てんびんを使ってはかりました。まず、一番重いと見た緑と青を比べると、青の方が重かったので、次に青と黄色を比べました。すると、黄色の方が重かったです。次に、黄色と赤を比べると、赤が重かったので、一番重いのは赤です。

T 9 すると、重い方から順番に並べることができそうですね。

C20 重い方から、赤、黄色、青、緑です。

C21 私たちのグループは、水に浮かべてみたのですが、緑が沈み、青と黄色と赤が浮かびました。だから、緑が一番重と思います。

C22 それは、違うと思います。例えば、木の板は浮くけど、小さな石でも沈むからです。

T10 そうだね。重さと水に浮くか、浮かないかの関係は、少し別の問題のようだね。他の方法はどうか。

C23 私たちは、ゴムではかりました。ゴムが一番伸びたのが、赤でした。だから赤です。

T11 これも順番が決められそうだけど、一番軽いのは、何かわかったかな？

C24 緑です。ゴムの伸びが一番短かったからです。

T12 すると、赤と緑では、どれくらいの差があるのかな。

C25 長さを比べないと分からないけど。
(長さをはかり始める)

C26 赤が2cm くらい長いです。

T13 では、赤と緑の差は、2cm なのですね。

C27 重さは、cm ではなくて、グラム (g) だと思います。

T14 そうだね。長さの単位が cm や m のように、重さにも重さだけの単位があります。次の時間は、重さの単位について調べていきましょう。

(重さの単位の共通理解)

<本時1の授業の考察>

本時では、4つの箱の重さを比較することで、重さを対象とした順序性が明らかになってくることを学習した。しかし、本時では、「はかり」を使うことを規制し、大小比較だけに限定した。これは、実生活における個々の子どもの理解レベルを共通化させるため、重さの単位を知っている児童も知らない児童もこ

れからの学習過程で重さの単位の意味や普遍性を理解していくことをうながすものである。

本時1の中では、まず重さを手に持って比較する場を設定した。C8～C9の子どものたちの発言のように、互いの重さの感覚が異なることを明らかにすることから、課題を共有化することができた。次に、児童のこれまでの生活経験をもとに、4つの箱の重さを比較する算数的活動を設定した。児童の反応2から、これまでの生活経験を生かしながら重さの比較をおこなっていったことがわかる。ここで、C21・C22の発言をみると、「水に浮かべる」という方法では、うまくいかないことも実際の比較から明らかにしていることがわかる。最終的には、天秤で重さを比較したり、ゴムを結びつけてゴムののびで重さを比較したりする方法に焦点化していったが、このような子どもの活動を生み出したのは、生活経験をもとに、重さを実際に比較する算数的活動が有効に機能したからだと考えられる。

以上のことから、4種類の重さの異なる箱を提示して、相互比較することを課題として提示したことは、子どもの生活経験上の重さの比較方法や重さの概念が当てはまらない場合があることを明らかにするとともに、重さと体積(かさ)は異なるという新たな見方を子どもが獲得することにつながったと言える。この授業をもとに、さらに重さを比較する方法を明らかにするために、本時2を実践した。

(2) 本時2(第1次の3/5時)の実際と考察

<本時2の目標>

重さの単位(g)を理解し、はかりを使って物の重さを測定する事ができる。

<本時2の授業の流れ>

[意識化]

前時の学習から、てんびんを使うことで、ものの重さの大小比較ができるようになってきているが、この段階は、2つの箱の重さの間にどれくらいの差があるのか、という本時の学習活動の方向性を意識化させる段階である。

T1 前の学習では、4つの箱の重さ比べをし、どの箱が重かったか見つけましたね。

C1 はい、赤の箱が一番重かったです。次は、黄色、青、緑の順番です。

T2 順番もわかったんですね。では、赤と黄色の差と青と緑では、どちらが大きいですか。

C3 前の時間にやったようにてんびんではかればいと思います。

C4 てんびんでは、差はわかりません。

T3 そうだね、てんびんでは、どちらが重いかは分

かるけど、どれくらい重いかまでは分からないね。

C5 ゴムではかって、伸びた長さを比べればいと思います。

C6 長さにも単位があるように、重さにも単位があるからそれで比べたらいいと思います。

C7 はかりを使えばいいと思います。

(2kgばかり、4kgばかりを準備する)

T4 いろいろな方法が出てきたので、グループで話し合い、どの方法で差を見つけれられるか実際に試してみましょう。

[操作化]

この段階は、実生活の中で得た知識を小グループ内で話し合い、てんびん、はかり、ゴムなど具体的に操作できるもので課題に取り組み、実証的に問題解決していく段階である。

C8 ゴムではかるとやっぱり重い分だけ伸びているよ。

C9 てんびんの一つに箱を置いて、もう一つに別の基準となる物をのせてみようよ。

(同じ大きさのものを探し始めたので、1cm³のブロックを渡した。)

T5 なぜ、ブロックをのせていくの?

C10 ブロックをのせて箱とつりあった時が、はこの重さになるからです。

T6 なるほど、ブロックいくつ分かで比べるわけですね。

[協定化]

具体的操作活動を通して確かめられた結果から、重さを測定する活動を整理し、次時の課題を構成する段階である。

C11 ゴムではかると、赤と黄色の差は2cmで、青と緑の差も2cmでした。

T7 それぞれの差は、同じと言うことだね。

C12 私たちのグループは、はかりを使ってはかったのですが、どれも160くらいのところをさして、よくわかりませんでした。

C13 もっと小さいところまではかれる目もりのあるはかりがいいと思います。

T7 今、使ったはかりの1目もりの大きさは、いくつなのでしょうか。

C12 10です。

T8 1目盛りが1だったら、差を見つけやすいのかもしれないね。

C13 私たちのグループは、てんびんを使ってはかりました。

C14 てんびんで、はかることができたの。

C15 てんびんの片方に箱をのせて、もう片方にプロ

ックのをせていきました。すると、赤はブロックが33個分。黄色は32個分。青は31個分。緑は30個分になりました。だから、赤と黄色はブロック1個分。青と緑もブロック1個分の差があることがわかりました。

T 9 なるほど、基準となる大きさを決めて、そのいくつかで重さの大きさを明らかにしていったわけですね。

T 10 でも、ブロック20個分の箱を持ってきてくださいと他のクラスや学年の人に言ったら、わかるかな。

(ひとしきり考えて)

C 16 重さの単位をそろえればいいと思います。

C 17 さっき、はかりを使ったグループが1目盛りが10と言っていましたが、あれは、10グラムのことだと思います。

T 11 グラムって何でしょうか？

C 18 重さの単位です。

C 19 キログラムもあります。

T 12 では、1グラムとは、どれくらいの重さでしょうか。

(ひとしきり考えるが、答えが出てこない)

<本時2の授業の考察>

本時では、重さの大小比較をするだけでなく、数値に置き換えることで、普遍的な単位の存在にも気づかせていくことをねらいとした。

C 7の発言にみられるように、子どもたちは、生活経験から、重さを比較するときは、はかりを使うと便利なことには気づいているが、はかりの意味についてはまだ十分に理解しているとは言いがたい。そこで、様々な測定具を用いて、それぞれの測定具の共通性を明らかにしていった。

C 11～C 15の発言から、子どもたちはゴムの伸びも、はかりの数値も、てんびんの釣り合いも、すべて、重さを数値に置き換えていることに気づけたことがわかる。これは、重さを数に表すという重さの測定の本質に気づいている姿であると解釈できる。また、C 15の発言から、基準量を設定し、そのいくつかで重さをみていく見方も獲得しているといえる。これは、様々な測定具を使った測定結果を吟味する場が、測定方法の共通性を明らかにするために有効に機能した結果であると考えられる。

以上のことから、様々な測定具を活用して、重さの数値化を行う算数的活動は、重さを測定する本質、つまり基準量を設定してその何倍になるかで重さを数値化することを、明らかにすることにつながったと言える。

5. 結論

本稿では、中学年の「量と測定」領域の学習において、小学校第3学年の子どもが重さの概念を形成する際の理解過程を実証的に解明することを目的とした。

そこでまず、本単元の授業に入る前の39名の子どもたちの実態を把握するために、重さの理解についての簡単な事前調査を行った。その結果、子どもの実態として、58%の児童が体重計にふんばって乗ると、体重が重くなると考えていることが明らかになった。これは、長さの学習で獲得した量の保存性を重さには拡張することができていないと考える。こうした子どもたちの重さの見方を、他の量と同じように、量の保存性や比較可能性がなりたつものであるとの見方へと変容させるために、本単元の導入部分の学習で実際に重さの本質を追究する算数的活動を行うこととした。

その際、課題の提示と課題追求の場と多様な重さのとらえ方を共有し、吟味することができる社会的相互作用の場を工夫することで、子どもの理解過程を重視した算数科授業を構成することを考えた。具体的には、課題の提示と課題追求の場の工夫として、材質の異なる4種類の箱を提示し、重さを比較する場(本時1)と様々な道具を駆使して、重さを数値化する場(本時2)の2つの場を課題とした。これら2つの重さを追求する場を通して、重さの保存性と比較可能性を明らかにすることができた。また、多様な重さの概念を共有し、吟味することができる社会的相互作用の場の工夫として、子どもたちが考えた重さのとらえ方の中に数学的知識を発見させ、より価値のある数学的知識へと高めさせていくためには、子どもから出てくる多様な重さの比較方法を実際に試し、その結果を吟味する場を重視することが大切であると考え、そのための手だてとして、子どもの多様な重さの見方を表出させ、共通点や相違点を吟味させることで、全員が納得できる考えを創り出せることが明らかになった。

このような事例研究からも、本研究の第2～4報の事例研究と同様に、算数学習において個人的構成と社会的構成の両方の活動が行われてはじめて、教室における個々の子どもや子どもたちの理解が深化し得るといことが示唆される。

本研究ではこれまでに小学校算数科における低学年の「図形」領域(第2報)、高学年の「量と測定」領域(第3報)、高学年の「数と計算」領域(第4報)、そして中学年の「量と測定」領域(本報:第5報)に焦点化して、算数学習における理解過程に関する実証的研究を行ってきた。そこで、今後は、他の学年段階の「数量関係」領域の学習における子どもの理解過程を実証的に解明することが課題である。

参考文献

- 1) 小山正孝 (1997) 「数学学習と理解過程」, 日本数学教育学会編『学校数学の授業構成を問い直す』, 産業図書, pp. 135-149.
- 2) Koyama, M. (1997) Research on the Complementarity of Intuition and Logical Thinking in the Process of Understanding Mathematics, *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, Vol.5, pp.21-33.
- 3) 小山正孝, 中原忠男, 武内恒夫, 赤井利行, 宮本泰司, 脇坂郁文 (2000) 「算数学習における理解過程に関する研究 (I) — 数学理解の2軸過程モデルの理論的再検討 —」, 『広島大学教育学部・関係附属学校園共同研究体制研究紀要』, 第28号, pp. 117-123.
- 4) 磯部年晃, 小山正孝, 中原忠男, 赤井利行, 中村武司 (2002) 「算数学習における理解過程に関する研究 (II) — 第2学年における三角形と四角形の概念を中心に —」, 広島大学学部・附属学校共同研究機構『広島大学学部・附属学校共同研究紀要』, 第30号, pp. 89-98.
- 5) 赤井利行, 小山正孝, 中原忠男, 中村武司, 磯部年晃 (2003) 「算数学習における理解過程に関する研究 (III) — 第5学年における「台形の面積の求め方」を中心に —」, 広島大学学部・附属学校共同研究機構『広島大学学部・附属学校共同研究紀要』, 第31号, pp.115-122.
- 6) 磯部年晃, 小山正孝, 中原忠男, 赤井利行, 片桐毅 (2004) 「算数学習における理解過程に関する研究 (IV) — 第5学年における「分数と小数, 整数の包摂関係」を中心に —」, 広島大学学部・附属学校共同研究機構『広島大学学部・附属学校共同研究紀要』, 第32号, pp. 181-188.