広島大学　学部・附属学校共同研究機構研究紀要
<第32号　2004．3>

中学校・高等学校における新しい数学科教育課程の研究開発（7）

中原　忠男　小山　正孝　下村　　哲
井上　芳文　井ノ迫泰弘　喜田　英昭
河野　芳文　砂原　　徹　富永　和宏
仲渡　雅史　吉村　直道

1．はじめに

学校5日制の完全実施やそれに伴う学習指導要領の改訂などの様々な社会情勢を踏まえながら，本研究では，小・中・高12年一貫構想に基づく算数・数学科の教育課程の開発・編成について考察し，提案を行っている。これまでの本研究の経過は次の通りである。

教育課程編成の基本構想を本研究(1)で整理し，それを受けて，小・中の連接を意識した中学校での教育課程の提案を，単元を分け本研究(2)，(3)で行った。本研究(4)では，総合的な学習への応用を考慮した学びの転換を図る授業提案をした。そして，本研究(5)，(6)においては，高校から大学への連接を考察し，数学を将来も学んでいく生徒を対象とした高等学校における新科目（Advanced）の設定・編成に取り組んだ。

本稿では，これまでの本研究で残されていた中・高の連接の問題について考えていく。

現在，中学校の数学を指導していて，我々はしばしば物足りなさを感じることがある。内容に深みがなく，生徒たち自身も同様の感を抱いているようである。

学校5日制で時数の削減を余儀なくされ，内容の厳選が図られた結果ではあるが，余りにも数学自体が解体されてしまったように思われる。解体され，厳選によってはみ出された数学の分野は先送りにされ，上級学年においてその分野の確立をみるようになった。そのため，立体の体積を学習しても柱体のみ扱い，錐体を扱わなかったり，２次方程式を学習しても解の公式は扱わなかったり，三平方の定理を学習しても直角との関係のみを考察し，鋭角や鈍角にまでは言及しなかったりするという現状がある。

途中で数学から離れた者は数学の完結を見ないし，本研究(5)，(6)でも記したが，将来も数学を学習しようとする者にとっても，大学に入ってから未習事項に気づき，自分で学習したり補習を受けて対応したりと，先にそのしわ寄せが生じている。

本来教育というのは，その学習者の発達段階や学習状況・既習内容に応じて，指導者が少し困難な問題，少し難しい概念に遭遇させ，指導者が支援しながら，また同年代の者から支援を受けながら概念や思考のジャンプアップを図っていくものであると考える。そしてジャンプアップしていくことが学習者には楽しく，ジャンプアップする達成感が数学の楽しさに通じていく。そしてその達成感が次のジャンプアップのエネルギーに成り得ると思われる。

しかし，前述のような先送りの教育課程では，確かに，その時々の発達段階では，時間に余裕ができゆとりある数学の学習が期待できるかもしれないが，このジャンプアップの効果は薄い。これが最初にも述べた指導者や学習者の物足りなさへ起因するものではないだろうか。学習者にとって既に当たり前になっていることを確認して終わっていたり，「それで次はどうなるのか」という所でおしまいになっていたりする。

そこで，高校での学習も視野に入れ，ジャンプアップを考慮に入れた発展的な教材を含む中学校の教育課程を以下の順で提案する。

第２節で発展的な教材について議論し，第３節にて中学校第１学年における教育課程の検討と提案，第4節にて第２学年，第５節にて第３学年の検討と提案を行い，第６節で本稿のまとめを行うこととする。

2．発展的な教材の位置づけ

現在，平成14年「個に応じた指導に関する指導資料」[1] の発表以降，学習指導要領が「最低基準」としての性

Tadao Nakahara, Masataka Koyama, Tetsu Shimomura, Yoshifumi Inoue, Yasuhiro Inosako, Hideki Kida, Yoshifumi Kohno, Toru Sunahara, Kazuhiro Tominaga, Masafumi Nakato, and Naomichi Yoshimura ：A Study on Curriculum Development of Mathematics in Junior and Senior High Schools (7)

格を有していることが強調され，個に応じた対応をより効果的に行うために，補充的な学習や発展的な学習を積極的に実践することが推奨されるようになってきている。

発展的な学習と言った場合，基本的な内容をすべて習得した余力のある生徒がその対象者であるかのように思われるが，ここでは「基礎・基本」と言われるような内容と密接に関係する，毎日の授業展開の中に組み入れた学習を考えていきたい[2)]。

と言うのも，高等学校の教育課程においては，コア科目（数学Ｉ，Ⅱ，Ⅲ），オプション科目（数学Ａ，Ｂ，Ｃ）と分かれており，コア科目を順に学習していく中で，学習者の実態に合わせて，オプション科目から随時選択学習できることになっている。しかし，中学校においては，学習者全員が同一の内容を学習することが基本であり，オプション的な教材の選択は許されない。言うなれば，すべてがコア科目であり，発展的な教材も出来る限り教育課程の中に含めた形で積極的に扱っていくことが大切である。

発展的な教材を付加することによって，これまで希薄に感じた学習内容をより充実させ，さらに基礎・基本の内容を多面的に捉え直す機会をより多く学習者に与えることができると考える。一人では達成できない内容も，教室参加者全体で取り組み，指導者や同年齢の生徒たちの支援を受けながら，そのジャンプアップを図っていくことが可能であると考える。そうすれば，数学の学習の楽しさもより感得できよう。

3．中学校第１学年

（1）現状と課題

中学１年という学年は，小学校の算数から中学校以降の数学への橋渡しの期間である。小学校では，具体的操作活動を通しての学習が中心となる。例えば，図形を学習するにあたっては，具体物を扱うなど「実際に行う」ことが重要視され，具体物の操作活動を通して次第にそれを抽象化していき，数学的な図形として認識していく。このような学習をうけて中学校においては，それまで直感的に扱ってきた部分をより数学的に考察することを通して，体系的に数学的概念を学習していく。そのなかでも重要な側面は，数学的な対象を論理的に考察する上で欠かせない論証につながっていく重要な段階であることである。そこで，特に文字式を用いた説明や図形の考察については，より発展的な内容も含めた形で単元を構成することを提案する。そのために，まずは現在のカリキュラムの中での単元構成における問題点を挙げてみる。

<文字と式>

現在の中学1年の文字と式の内容では，1次式の加減といった計算が中心であり，方程式の単元へとの関わりの色が強く出ている。しかし，文字のもつ一般性といった側面を理解させ，文字を用いて数学的なことがらを考察することのよさを理解させるために，文字を使って数学的なことがらが正しいことを説明するような学習を積極的に取り入れるべきである。現在のカリキュラムでは，このことは中学2年で重点的に行われているが，次のような内容は中学1年でも積極的に取り入れることで，「自分の主張が正しいことを相手に説明する」という数学的コミュニケーションの側面をより育成することが可能となるであろう。

> 連続する３つの整数の和は３で割り切れる
> 連続する３つの整数をm，m＋１，m＋２とすると
> $$m+(m+1)+(m+2)=3m+3=3(m+1)$$

この内容を学習することを通して「文字を用いて考察することのよさ」を生徒に感じさせることが可能となるのではないだろうか。また，この後の方程式の立式においても，その式の意味を読みとったり，自分でたてた方程式を吟味する能力の育成のためにも，その前提となる文字式の計算の単元で，このような式を読みとる学習をしておくのは必要なことである。

<平面図形>

中学１年での図形領域の学習の重要性は，直感的な理解が中心であった小学校と，論証を中心とする上級学年の図形学習との中間段階としての役割にある。以前に学習した内容を主張の根拠として，新しい事実が学習できるような，そういった題材の配列が重要な課題となる。どの部分を直感的な理解とし，どの部分を探求させるのかといったことも含めて，題材の配列が重要な課題となってくる。

中学１年では，平面図形の作図について学習する。ここでの学習指導にあたって毎回物足りない気がする原因として

① 図形を条件を満たす点の集合として捉える場面がほとんどないこと
② その作図方法で目的の図形が描けていることの確証を得ることができないこと

が挙げられる。

①については，例えば角の２等分線を「角をつくる２つの辺から等しい距離にある点の集合」，垂直２等分線を「２点から等しい距離にある点の集合」として

捉えるような場面をもっと積極的に取り入れる必要がある。このことが，ある条件を満たす図形を作図しようとする際に，問題解決の方針や方向性を見つける能力の育成につながると考えられる。

現行のカリキュラムでの中学校１年の内容は，図形の「静的な」側面に焦点が当てられているが，これにあわせて，「動的な」側面として，ある条件を満たす点の集合としての「軌跡」に関する内容も取り入れたい。

②については，三角形の合同の議論がぜひ必要である。現行のカリキュラムでは，「対称な図形」の単元の内容を根拠にして，「折り重ねると重なるから…」という説明になっているが，「なぜ重なるのか」「本当に重なるのか」という疑問は常につきまとう。ここでは，ぜひ三角形がひとつに決まる条件としての三角形の合同条件を取り入れた上で，作図の学習内容をより深めていきたいものである。

また，図形の移動を取り入れることによって，図形の変換について考察し，図形の合同や相似に関するより深い理解へと学習を連続的に配列することができる。この題材は，移動の合成を考えるなど，これまでに学習した内容を用いて，自分の主張の正当性を他人に説明する場面を多く設定することが可能である。

<空間図形>

中学校から高等学校にかけて，数学科のカリキュラムの中で空間図形を扱う内容はますます少なくなってきている。だからこそ，中学１年での学習内容には豊富な内容を取り入れたい。特に，立体の切断に関しては，図形の計量とあわせて，空間図形に親しむという観点からもぜひ取り入れるべき内容であると考える。

また，空間図形を認識する能力の育成のために，以前のカリキュラムの中から姿を消した「投影図」なども積極的に取り入れる。

（２）提案する配列

中学１年の数学の学習が，論証を中心とする中学校・高等学校の数学へとつながる重要な段階であることに留意して，数学的なコミュニケーション能力の育成を中心に考えた次のような教材配列を提案する。年間の標準授業時数105時間（週３時間×35週）で考え，各単元の配当時数については，章の項目の中に[　]で表している。

なお，表の波線部分は，新しく導入しているなど，現行の配列と異なる所である。

章	節	備考
1 [25] 正の数・負の数	1. 正の数と負の数	※本単元の時数には，小中の連携と基礎定着のために５時間ほど時間数を増やしています。
	2. 加法と減法	
	3. 乗法と除法	
2 [15] 文字と式	1. 文字と式	
	2. １次式の計算	
	3. 等式	
	4. 文字式の利用	※中１の学習内容で扱える範囲のものを積極的に扱う。
3 [13] 方程式	1. 方程式	
	2. 方程式の利用	
4 [10] 不等式	1. 不等式	
	2. 不等式の利用	
5 [12] 比例と反比例	1. 比例	
	2. 反比例	
	3. 比例と反比例の利用	
6 [20] 平面図形	1. 平面図形の観察	・平面図形の基礎（直線と角，距離，いろいろな平面図形，円とおうぎ形，弧と中心角） ・線対称な図形 ・点対称な図形 ・円と直線 ・図形の移動　※平行移動，回転移動，対称移動（発展的な内容として「移動の合成」などを扱うことも考えられる。）
	2. 合同な図形	※三角形の決定条件として三角形の合同条件をまとめる。それを用いた論証は簡単なものしか扱わない。
	3. 平面図形の作図	・角の２等分線 ・垂線 ・垂直２等分線 ※角の２等分線や垂直２等分線上の点が満たしている条件について考察する。 ・軌跡（点の集合）
7 [10] 空間図形	1. 空間図形の観察	・多面体 ・平面図形が動いてできる立体 ・空間における直線と平面 ・見取り図，投影図，展開図
	2. 図形の計量	・立体の切断　※切り口の図形や切断された立体の体積や表面積について考察する。

4．中学校第２学年

（1）現状と課題

第２学年は第１学年に引き続き，小学校まで具体的・直感的に扱ってきた数学的内容を，一般化・抽象化して考察するための橋渡しの期間である。この時期の生徒に，学習内容の基礎・基本を定着させるには，具体物の実験や観察を行うなかでそれらの数学的性質について一般化や抽象化をはかり，結果を論理的に筋道をたてて表現するような活動の積み重ねが必要であろう。

さて，そうした活動の積み重ねには，活動の対象となる様々な数学的内容，すなわち教材が必要となるが，現行の指導要領では活動対象となる教材が最低限なものに削られると同時に，「～にとどめるものとする。」，「～は取り扱わないものとする。」といった歯止め規定で，最低限以上の内容を教師や教科書が指導することが禁止される場合が多い。これらの禁止条項は2003年10月の中教審で緩和が答申されたが，文部科学省は12月の学習指導要領改訂で「学校において特に必要がある場合」，しかも学習指導要領の「目標や内容の趣旨を逸脱し」ない場合のみについて指導要領以上の内容の指導を認めることとし，禁止条項はすべて残されている。

そのため，教師が生徒の数学的活動の積み重ねのために，指導要領にない内容を扱うには，まず学習指導要領の禁止条項を逸脱しない教材，あるいは「学校において特に必要」であることを説明できる教材を探す必要がある。

また，そのような教材が見つかった場合に，指導要領に扱われた内容と同等の充実した授業をその教材で行うためには，教科書にかわる授業資料を教師が自力で準備することが必要である。

このような条件下で授業の質を保つには，各教師に相当の能力・労力・時間が必要であるが，現実には，労力や時間には限りがあり，質の低下が懸念される。

このような問題点を以下，領域ごとに考察する。

＜図形＞

第２学年での図形領域の目標は，図形について観察，操作や実験を通して理解を深めるとともに，図形の性質の考察における数学的な推論の意義と方法とを理解し，推論の過程を的確に表現する能力を養うことである。

例えば第２学年において角の大きさ，二等辺三角形，直角三角形などの性質について学ぶ場合に，一般化・抽象化を積み重ねる学習教材として，三角形の外心を扱うことを考えてみる

三角形の外心の性質を生徒が考察し，筋道を立てて説明する学習活動においては，次のような学習活動を展開することができる。

- ２点から等しい点の集まりとしての，垂直２等分線の性質の確認と説明
- 外心と２頂点からなる三角形の性質として，二等辺三角形の性質の確認と説明
- 二等辺三角形の底辺を２等分する垂直二等分線によってできる，直角三角形の性質の確認と説明

このように様々な学習活動の一つ一つについて作図という操作や作図結果の観察に基づいた，図形の性質の抽象化・一般化が行われ，二等辺三角形や直角三角形の性質について基礎・基本の定着を図ることができる。

同様に，内心を扱えば，角の２等分線や直角三角形について同様の数学的活動が可能であるし，重心を扱えば，平行線の性質や等積変形の性質についての学習活動が可能であろう。

外心，内心，傍心，重心といった，学習指導要領から削減された様々な教材を取り入れることにより，数学的活動の積み重ねによる，基礎・基本の定着が可能となるのではないだろうか。

＜数と式＞

数と式においても，操作や実験を通して事象の中に数量関係を見いだし，文字を用いて抽象化された式に表現し，活用する活動が重要である。

そうした活動の例として，奇数同士の積がなぜ奇数となるか，n 角形の対角線は何本あるかといった教材が考えられるが，これらの考察には２次式の知識が必要となる。学習指導要領で２次式を扱うことは禁止されているが，数学的活動の質を充実させるためには，ある程度単純な形の２次式を扱ってはどうであろうか。とくに，第3学年において２次式の展開，因数分解，２次方程式，２次関数など，２次式についての内容が数多く配列されていることも考慮すると，２次式計算の基本については第2学年で扱う方がより適切であろう。

＜数量関係＞

場合の数・確率における一般化・抽象化を積み重ねる学習教材として，サイコロを投げたときの場合の数について考えてみる。

サイコロを２回投げたときの場合の数は，例えば樹形図を用いて6の２乗である。これを３回投げたとき

について考察させることにより，次のような学習活動が展開できる。

・３回目のサイコロについても樹形図を描こうとする操作活動
・描きかけた樹形図の観察活動
・「積の法則」への抽象化による解法，６の３乗の発見
・３回をｎ回とする一般化の考察
・サイコロをコインなどに一般化した場合の考察

このように様々な学習活動の一つ一つについて操作や観察に基づいた数学的性質の抽象化・一般化が行われ，場合の数について基礎・基本の定着を図ることができる。

また同様に，５人から２人を選ぶ場合の数の考察を，ｍ人から２人を選ぶ場合に広げるといった教材を扱うことにより，順列への一般化を扱う数学的活動も可能であるし，組合せについても５角形の対角線の数の考察から，m角形の場合に一般化することが可能である。

むろん，学習指導要領においては「起こりうるすべての場合を樹形図などを利用して簡単に求めることができる程度の事象を取り上げる」との歯止め規定がある。そのため，さいころを３回，４回投げる，あるいはｍ人から２人を選ぶといった教材は禁じられている。

しかし，第２学年は，具体物から一般化・抽象化へ考え方を広げる重要な時期である。「和の法則」，「積の法則」，「順列」，「組み合わせ」の基本について扱うことによって，場合の数の考え方の基礎・基本の定着が図れるのではないだろうか。

（２）提案する配列

中学校第２学年が，具体物の抽象化・一般化を行う時期であることに留意して，教材配列を次のように提案する。

章	節	備考
1 [14] 式の計算	1. 文字式の計算	・１次式，２次式の加法と減法 ・単項式の乗法と除法 ・１次式どうしの乗法
	2. 文字式の利用	・等式の変形 ・文字を使った説明 ※２次式を用いた説明を扱う。
2 [12] 連立方程式	1. 連立方程式	・連立方程式とその解 ・連立方程式の解法
	2. 連立方程式の利用	※濃度問題を扱う。
3 [17] 一次関数	1. 一次関数	・１次関数 ・１次関数のグラフ ・条件を満たす１次関数
	2. 一次方程式と一次関数	・１次方程式と１次関数 ・連立方程式の解とグラフ ※座標平面の図形として x＝h を扱う。
	3. 一次関数の利用	※ダイヤグラムなどを扱う。
4 [10] 図形の性質と証明	1. 角と平行線	
	2. 証明	
5 [17] 図形の相似	1. 相似な図形	・図形の拡大と縮小 ※地図と縮尺を含む ・相似な図形 ・三角形の相似条件 ・相似の証明
	2. 平行線と線分の比	
	3. 相似な図形の面積・体積	・相似な図形の面積 ・相似な図形の体積
6 [20] 三角形と四角形	1. 三角形	・二等辺三角形，正三角形 ・直角三角形 ・中点連結定理 ・三角形の内心，外心，垂心，傍心 ・三角形の重心
	2. 平行四辺形	・長方形，ひし形，正方形 ・台形，平行四辺形の性質 ・平行四辺形となる条件 ・等積変形
	3. チェバ・メネラウスの定理	
7 [15] 場合の数と確率	1. 場合の数	・和の法則・積の法則 ・順列 ・組み合わせ
	2. 確率	・ことがらの起こりやすさと確率 ・確率の求め方

5．中学校第３学年

（１）現状と課題

現行の指導要領の問題点として，総じて，数学的な内容が中途半端に終わっているように思われる。この

ため学習者にとって，その教材・定理の学習が完結できていないので，学習者が興味や関心を示すことが少なく，また学習したことの感動が少ないと考える。大いに学ぶ意欲を持たせるためにも，その教材・定理の学習が完結するように，指導内容や指導の順序を改める必要があると考えた。

以下２つの内容について，この観点からの現行の指導内容の問題点を指摘し，その解決を考える。

＜数と式＞

ここでは，２次方程式の指導について考える。

現行の学習指導要領では，具体的な係数の２次方程式で，その解法を説明・理解させるだけで，一般の場合を解の公式としてまとめていないので，結論が鮮やかでなく，学習の印象が薄い。

実際，教科書では以下のように，具体的２次方程式での平方完成の方法のみに終わっている。

例3　2次方程式 $x^2-6x+7=0$ を解くためのくふうをしてみよう。
左辺は因数分解できないので，例2のような $(x+p)^2=q$ の形に変形してみる。

$$\begin{aligned} x^2-6x+7&=0 && \text{7を移項する。}\\ x^2-6x\quad&=-7 && \text{両辺に}3^2\text{を加える。}\\ x^2-6x+3^2&=-7+3^2 && \text{左辺を}(x+p)^2\text{の形にする。}\\ (x-3)^2&=2 \end{aligned}$$

問4　例3の計算の続きをして，2次方程式 $x^2-6x+7=0$ を解きなさい。

因数分解して $A\times B=0$ の形に変形できない2次方程式も，例3のように式を $(x+p)^2=q$ の形に変形して解くことができる。

（大阪書籍：中学３年数学の場合）

これでは２次方程式を解く方法は理解できるであろうが，学習者にとってこの教材の学習の結論に，簡潔性・明快性を十分に得ることが出来ない。従って学習に満足感・達成感が得られないので，学習の定着度が小さいと思われる。このような課題を克服するには，以下のように一般的な２次方程式を解く手順まで学習させる必要がある。

・２次方程式の指導

まず次のように指導する。

二次方程式　$x^2+px+q=0$　において

定数項を移項すると　$x^2+px=-q$

両辺に $\left(\frac{p}{2}\right)^2$ を加えると

$$x^2+px+\left(\frac{p}{2}\right)^2=\left(\frac{p}{2}\right)^2-q$$

$$\therefore\quad \left(x+\frac{p}{2}\right)^2=\frac{p^2-4q}{4}$$

(i)　$p^2-4q>0$ のときは

$$x+\frac{p}{2}=\pm\frac{\sqrt{p^2-4q}}{2}$$

$$\therefore\quad x=\frac{-p\pm\sqrt{p^2-4q}}{2}$$

(ii)　$p^2-4q=0$　のときは

$$\left(x+\frac{p}{2}\right)^2=0$$

$$x+\frac{p}{2}=0\qquad\therefore\quad x=-\frac{p}{2}$$

このとき，解は１つだけである。

そして，最終的には，２次方程式の解の公式として，次のようにまとめるようにする。

二次方程式の解の公式

二次方程式　$ax^2+bx+c=0$ $(a\neq0)$　の解は

$b^2-4ac\geqq0$　のとき　$x=\dfrac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}$

この課題を克服し，２次方程式を解くことの学習が完結するように意図して，次節では「２次方程式」について指導内容を新たに付け加えて提案している。

＜図形＞

①円周角の定理について

円と四角形の性質についての学習は，定理が鮮やかであり，かつ思考力が必要であって学習の達成感が十分に得られる学習内容である。中学校３年間の生徒の思考力等の成長を考えるとき，中学３年の学習内容とすることが最適であると考える。

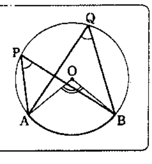
現行の学習指導要領では，中学２年で「ウ　円周角と中心角の関係を観察や実験などを通して見いだし，それが論理的に確かめられることを知ること。」となっており，また内容の取り扱いで「円周角の定理の逆は取り扱わないものとする。」となっている。

実際教科書（大阪書籍　中学数学２年）では

定理　円周角の定理

１つの弧に対する円周角はすべて等しく，その弧に対する中心角の半分である。

$\angle APB=\angle AQB=\frac{1}{2}\angle AOB$



としてまとめているだけである。

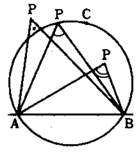
ところが $\overset{\frown}{AB}$ が与えられたとき，この平面上の点Pに対して，点Pが $\overset{\frown}{AB}$ の円周角のときだけを考えるのは，中途半端で，結論が鮮やかでない。点Pが平面上のすべての位置にある場合と $\overset{\frown}{AB}$ の円周角との大小までを考えさせると，結論が明確で学習の達成感を持た

せることができ，学習内容の印象が強くなる。その教材のすべての場合を考えて得られる結論であることが数学的にも教育的にも，学習する者の心理面にも有効で重要である。この課題を克服するには，以下のように指導する必要がある。

・円周角の定理の指導

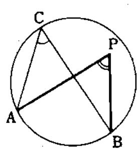
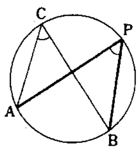
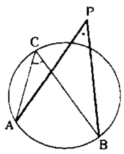
・円周角の定理の指導

A, B, C を1つの円の周上にある3点とする。
右の図のように，直線 AB に関して点Cと同じ側にある点 P が，
・ 円の周上にあるとき
・ 円の内部にあるとき
・ 円の外部にあるとき
それぞれ，∠APB の大きさがどのようにちがうかを調べよう。



と問題を投げかけ，考えさせ，以下のようにまとめる。

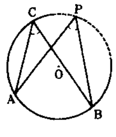
直線 AB に関して C と同じ側にある点 P をとるとき，

①点 P が円の内部にある	②点 P が円の周上にある	③点 P が円の外部ある
⇓	⇓	⇓
∠ APBは円周角より大きい	∠ APBは円周角に等しい	∠ APBは円周角より小さい
		

そして出来ればこれらの逆も成り立つことを発見させ，以下のようにまとめるのである。

円周角の定理の逆定理

円O で，点P が直線 AB に関して $\overset{\frown}{ACB}$ と同じ側にあって，∠APB が円周角 ACB と等しいとき，点P は $\overset{\frown}{ACB}$ の上にある。



以上，ここでの課題を克服するための「円と四角形」の指導内容を，次節に示している。

②三平方の定理について

現行の習指導要領では，内容の「B 図形」において，

三平方の定理について理解し，それを用いることができるようにする。
ア　三平方の定理を見いだし，それが証明できることを知ること。
イ　三平方の定理の意味を理解し，それを利用できること。

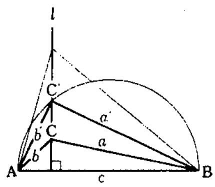
とある。そして，現行の教科書をみると，三角形において，

$$\angle A = 90^\circ \Leftrightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

を扱っているのみである。これでは三平方の定理を十分に理解できない。

そこで，鋭角三角形や鈍角三角形の場合も考慮して，三角形の形状（各辺の２乗の和と三角形の形状の関係）についての内容まで指導することを考える。

すなわち，右の図等を利用して，以下の内容まで指導する。



△ABC の3つの辺を a, b, c とするとき，次のことが成り立つ。

①	∠C<∠R	⟹	$c^2 < a^2 + b^2$
②	∠C=∠R	⟹	$c^2 = a^2 + b^2$
③	∠C>∠R	⟹	$c^2 > a^2 + b^2$

（２）提案する配列

中学３年の数学の学習が，中学校数学の完結の学習であると同時に高等学校の数学につながる学習であることと，そして前述の課題の解決案を考慮して，次のような教材の配列を提案する。ただし，確率・統計分野はこれからの研究課題とする。

章	節	備考
1[20] 式の計算	1. 式の展開	・多項式の積 ・乗法公式
	2. 因数分解	・因数分解 ・乗法公式と因数分解
	3. 素因数分解	
2[13] 平方	1. 平方根	・正方形の面積と辺 ・平方根
	2. 平方根を含む式の計算	・平方根の性質 ・平方根を含む式の計算

根	3．平方根の近似値	・平方根表の利用
	4．実数の四則計算	・分数の小数表示 ・有理数と無理数
3[15] 2次方程式	1．因数分解による解き方	・2次方程式 ・因数分解の利用
	2．一般的な解き方	・平方根の利用 ・2次方程式の解の公式 ・いろいろな2次方程式
	3．2次方程式の利用	・2次方程式の利用
4[17] 関数	1．関数 $y=a\chi^2$	・2乗に比例する関数 ・関数 $y=\chi^2$ ・関数 $y=a\chi^2$
	2．関数 $y=a\chi^2$ のグラフ	・関数 $y=\chi^2$ のグラフ ・関数 $y=a\chi^2$ のグラフ ・関数 $y=a\chi^2$ のグラフの値の変化
5[20] 円周角	1．円周角	・円周角と中心角 ・円周角と弧 ・円周角と円の内部・外部にできる角
	2．円と四角形	・円に内接する四角形 ・四角形が円に内接するための条件 ・円の接線 ・内接円と内心 ・円の接線と弦のつくる角
	3．2つの円	・2円の位置関係 ・共通接線
6[20] 三平方の定理	1．三平方の定理	・三平方の定理と証明 ・三平方の定理の逆 ・三平方の定理の利用
	2．三平方の定理の利用	・特別な直角三角形の辺の比 ・平面上の2点間の距離 ・三平方の定理と円 ・三平方の定理と空間図形

6．まとめと今後の課題

本稿では，教育課程の厳選による教育内容の希薄化を危惧し，指導内容の充実化を主張し，中学校における各学年毎の教材の配列を提案した。これは，発展的教材の導入を積極的に図り，生徒たちの理解の拡張や達成感の充足を目標として取り組んだものである。

そして，これは「ゆとりと充実」をスローガンに，現代化の軌道修正，基礎・基本を重視した内容の厳選が図られた昭和50年代の数学教育（S52 小・中学校学習指導要領，S53 高等学校学習指導要領）に倣う取り組みでもある。

当時は，世界的規模で数学教育の現代化が推進された昭和40年代の大改訂による現場の混乱と指導内容の過密や指導の行き過ぎなどから，内容の精選が図られたものであった。つまり，昭和52・53年の改訂は，数学教育において，数学が先立ち，人間が軽んじられたことの反省による改訂であった。この時代と比較すると，現在は，数学が希薄であり，解体されている時代であると考える。軽視された対象の違いはあるにしても，それを解消しようとする反省の時代という点で共通すると考える。今一度，「充実」（重点化・発展化）を図り，真に発達段階にふさわしい学習を計画し，満足感，充足感のある数学教育を目指したいと考える。

昭和50年代の教育界は，校内暴力等教育の根幹に関わる問題が発生し，生徒の多様性に応じた弾力的な教育課程の編成が急務となり，「新しい学力観」をねらいとする教育課程へと改訂(平成元年)されていった[3]。それ故，この当時の問題は，数学教育や教育課程編成上の責任だけではないと考える。

その歴史を感得し反省したこの現代においては，学習内容の領域毎に編成された昭和50年代の教育課程に倣うような，数学の系統性を意識した教育課程を実践していくことはできるのではないだろうか。数学の体系を大切にしジャンプアップを漸次図る教育課程の方が，生徒たちもそして教員もより活気あふれる授業展開が実践できると考える。

本研究では，小学校との連接を考えた中学校における教材開発，大学との連接を考えた高等学校の教育課程ならびに本稿で発展的内容を意識した中学校における教育課程の開発を提案した。中学校・高等学校における数学科教育課程の一つの方向性をここに示した。

広島大学付属中・高等学校においては，発展的な学習を随時日々の学習に取り入れているが，今後は，本研究で提案したこれらの教育課程を基に，学習指導を継続的に実践し，経過報告に取り組みたいと考える。

参考文献

1) 文部科学省，「個に応じた指導に関する指導資料 発展的な学習と補充的な学習の推進」，初等中等教育局教育課程課報道発表資料，9，20，2004.

2) 井上芳文，「数学科のおける発展的な教材の位置づけについて」，H15広島大学附属中・高等学校中等教育研究大会発表資料，2003.

3) 数学教育編集会編，『数学教育の理論と実際』，聖文社，2001，pp.10－19.

参考資料　提案した第3学年の教育課程の中で，円周角の指導実践の一つを，学習指導案の様式でここに示す。

中学校　数学科学習指導案（中学校３年）

1　単元　円の性質　（中学校　第３学年）

2　指導目標と指導計画

（1）指導目標

① 円の対称性に着目して，円の弦の性質・接線の性質を調べ，三角形，四角形の内接円の性質を理解するとともに，２円の位置関係の理解を深める。

② 円周角と中心角との関係を理解し，これを用いて円に関する性質を証明する能力を伸ばす。

③ 円に内接する四角形の性質を理解する。また円周角の定理とともに，４点が同一円周上にあるための条件を理解する。

④ 弦と接線のつくる角と円周角の関係を理解し，既習の定理とともに統合的に把握する。

（2）指導計画（１２時間）

① 円の性質……………………………４時間

② 円周角………………………………４時間（本時はその第１時）

③ 円と四角形…………………………３時間

3　教材について

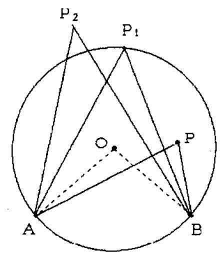
図形についての学習は，１年で基本的な図形の作図や空間図形，２年で三角形の合同条件や相似条件，平行四辺形の性質などを学習してきている。３年ではここでの円の性質の学習後，円に内接する四角形の性質と三平方の定理を学習し，これらの定理を総合的に利用して図形の計量ができるようにする。

図形の性質を明快に理解させるためには，はじめにその図形の性質を発見・予想させ，成り立つことを十分に理解させ，そしてその後，定義の必要性や妥当性を理解させながら，定理としてまとめるようにすることである。これまでこのような指導方法は容易ではなかったが，シミュレーションソフトの利用によって，容易になり可能になってきている。ここではこの手法によって円周角の定理を予想させ，また，その点が円内・円外の位置にあるときも考えさせて，これらの場合を統合的に理解させようと意図している。

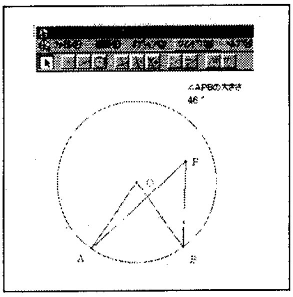
4　本時の授業

（1）本時の題目　円周角の定理の予想

（2）本時の目標　平面上で，円Ｏとその扇形ＯＡＢがある。この平面上で点Ｐをとり，∠ＡＰＢの大きさの変化を観察する。そして，∠ＡＰＢの大きさと円周角の大小と点Ｐの位置関係について考えさせ，これらの場合を統合的に理解させる。



（3）本時の指導過程

指導内容	指導過程	指導上の留意点
（導入） 課題の提示	・次の問題について考えることにする。 **本時の課題** 右の図のように，円Oとそのおうぎ形OABがある。点Pをこの平面上で動かすとき，∠APBの大きさについて，調べてみよう。 どんなことが成り立つだろうか。	ソフトは，2点A，Bを固定し，点Pが動くとき，∠APBの大きさを表示するものである。 
（展開） 課題の解決のために角の大きさを調べる。	1．以下の手順で，点Pの位置をいろいろ変えて，∠APBの大きさを観察し，成り立つ性質を予想する。 ・角の大きさが等しくなる点があるか。 ・円の内部や外部ではどうなるか。 ・必要であればA，Bも動かしてみる。	$\overset{\frown}{AB}$は劣弧で考えている。
性質の確認とまとめのための考察	2．発見した性質を発表する。 ① 点Pが円周上にあるときは， ∠APB＝一定値（α） ② αは$\overset{\frown}{AB}$の中心角の半分である。 ③ 点Pが円内にあるとき ∠APB＞α ④ 点Pが円外にあるとき ∠APB＜α ⑤ 点Pが直線ABに関して点Oと反対側にあるとき，①～④のようにはまとめられない。	②は自然な発想で見つけられるようにする。 点Pが直線ABに関して中心Oと反対側のときは， ・∠APBをどちらの側の角にするか問題。 ・共通の性質としてまとめられない。 などに気付かせ，点Pがこの位置にくる場合は，今後の課題とする。
（まとめ） 学習内容の確認とまとめ	本時の学習内容をまとめる。 ・①，②の性質により，∠APBは$\overset{\frown}{AB}$の円周角と言われることを確認。 ・発見した性質を確認する。	優弧でも成り立つか課題とする。
（備考） 使用ソフト:Cabri Geometry Ⅱ for Windows（Texas Instruments）		