

# 算数学習における理解過程に関する研究 (Ⅳ)

## ——第5学年における「分数と小数、整数の包摂関係」を中心に——

磯部 年晃 小山 正孝 中原 忠男  
赤井 利行 片桐 毅  
(協力者) 岩田 耕司 今井 一仁

### 1. 目的と方法

本研究は、算数学習における子どもの理解過程を、理論的・実証的に解明しようとするものである。これまでの数学の理解過程に関する研究<sup>2)</sup>によって、数学的概念や原理・法則などを理解するということは、本質的には、個々の子どもの心的活動であり、複雑で力動的な過程であるが、他方では、教室で行われる算数学習においては、子どもの理解過程はその子どもと教師、子ども同士の社会的相互作用の影響を受けることが明らかになってきている。そこで、本研究では、算数学習における理解過程を、これら個人的側面と社会的側面の両方を視野に入れて解明することを目的とする。

そのために、まず本研究の第1報<sup>3)</sup>では、理論的研究として、小山が構築した数学理解の2軸過程モデルについて、このモデルの根底にあるパラダイムや認識論と、数学理解の階層的水準と学習段階をそれぞれ縦軸と横軸に設定することの妥当性を、文献解釈的方法によって再検討した。そして、第2報<sup>4)</sup>では、その実証的研究として、「図形」領域の学習において、小学校第2学年の子どもが三角形や四角形概念を学習する際の理解過程に焦点を当て、事前調査、授業実践、事後調査を通して、これらの図形についての子どもの理解過程を実証的に解明した。さらに、第3報<sup>5)</sup>では、「量と測定」領域の授業実践を通して、小学校第5学年の子どもが台形の面積の求め方を学習する際の理解過程を実証的に明らかにしてきた。

そこで第4報である本稿では、「数と計算」領域の授業実践を通して、小学校第5学年の子どもが分数と小数、整数の包摂関係を学習する際の理解過程を実証的に解明することを目的とする。

### 2. 授業の計画

#### (1) 計画の概要

【授業学年】 広島大学附属小学校 2部5年  
(男子20名 女子20名 計40名)

#### ①単元名 分数

#### ②単元目標

- 単位分数のいくつ分であるかを見つけ、分数の仕組みや同分母分数の加減の仕方に関心を持ち、進んで考えていこうとする。(関心・意欲・態度)
- 単位分数をもとにして、同分母分数の加減の仕方を考えることができるとともに、整数の除法の結果を分数で表す方法や分数・小数・整数の包摂関係について考えることができる。(数学的な考え方)
- 1つの分数を、分母を変えて表すことができる。分数を小数や整数で、小数を整数や分数で表すことができる。また、整数・小数・分数を同じ数直線に表したり、大小をくらべることができる。(表現・処理)
- 同分母分数の加減の仕方が分かる。整数の除法の結果が分数で表せることと、分数・小数・整数の包摂関係が分かる。(知識・理解)

#### ③指導計画(全10時間)

第1次	大きさの等しい分数	2時間
第2次	分数のたし算・ひき算	3時間
第3次	分数と小数・整数	4時間
	・分数を小数で表そう	①
	・整数や小数を分数で表そう	①
	・1から5までの数で分数をつくって、仲間分けしよう	本時1①
	・6から10までの数で分数をつくって、仲間分けしよう	本時2①

Toshiaki Isobe, Masataka Koyama, Tadao Nakahara, Toshiyuki Akai, Tsuyoshi Katagiri, Koji Iwata, and Kazuhito Imai: Research on the Process of Understanding in Elementary School Mathematics Learning (Ⅳ)— Focusing on Fifth Graders' Conception of the Inclusion Relation among Fractions, Decimals and Whole Numbers —

## (2) 事前研究

## ① 教材分析(単元全体について)

これまでに子どもたちは、はしたの量を表す数として小数や分数が生み出されたことを理解している。また、小数においては、整数と同じ十進位取り記数法の構造のもとで、加減乗除すべての計算が成り立っていることを理解し、整数と小数の包摂関係について追究している。

そこで、本単元では、分数の計算として、同分母分数の加法及び減法の方法を追求していく。ここでは、単位の考えを用いて考える。小数の加法及び減法で、0.1を単位として、そのいくつ分で考えたことをもとにして、分数の加法及び減法でも分子が1の分数(単位分数)を単位として、そのいくつ分で考えていくことになる。また、整数の除法の結果が分数で表せられることを理解させるとともに、分数と小数の特徴やよさについて追究させる中で分数・小数・整数の包摂関係について理解させていきたい。

具体的には、まず、単位分数の大きさを数直線を使ってとらえ、分母が大きくなるにつれて、分数の大きさは小さくなることをとらえさせる。また、大きさの等しい同値分数が存在することに気づかせたい。次に分数の加法・減法について、同分母分数の計算を単位分数のいくつ分で考えることができることを知り、分数の仕組みの理解を一層深めたい。さらに、分数と小数・整数の包摂関係について学習する。液量や長さなどの具体的な場面から抽象化を図り、整数の除法の結果が分数で表せることをとらえさせる。また、分数を小数や整数で表したり、整数や小数を分数で表したりすることができるようにさせる。このことを活用して、分数・小数・整数を同一直線上に表したり、分数と小数の混じった大小比較や計算の仕方について考えさせる。さらに、発展的な学習として、分数・小数・整数の集合の包摂関係を考察する場を設定する。それによって、今まで学習してきた分数・整数・小数の変換をもとに、分数・小数・整数の集合の間の関係について考えさせ、小学校で学習する数の全体構造から分数について考えさせたい。

## ② 5年生の分数概念の理解に関する事前調査

本時の授業に入る前の第5学年の子どもたちの分数(特に分数と小数、整数の包摂関係)についての理解の程度を調べるために、2部5年の子どもたちに実態調査を行った。

## ア. 事前調査のねらい

この事前調査では、次のことをねらいとした。

7つの分数を分類させることを通して、学習前の子どもたちの分数概念についての理解の程度を把握する。

## イ. 事前調査の問題

次の7つの分数を提示し、分類させた。なお、この問題に取り組ませる際には、1つの分類だけでなく、様々な分類を行ってよいことを告げて、行わせた。

<問題> 次の7つの分数を仲間分けしましょう。

$$\frac{8}{10} \quad 1\frac{1}{2} \quad \frac{4}{11} \quad \frac{2}{5} \quad \frac{2}{1} \quad 2\frac{1}{3} \quad \frac{6}{2}$$

## ウ. 事前調査の結果

その結果、40名の子どもたちは次のような分類を行った(複数回答)。

## 子どもの反応

・真分数、仮分数、帯分数に分類	……	38 / 40
・大きさが1以上のものと、1未満のものに分類	……	4 / 40
・帯分数とそうでないものに分類	……	5 / 40
・整数になおせるものと、そうでないものに分類	……	22 / 40
・約分できるものと、そうでないものに分類	……	11 / 40
・分母が奇数か偶数かで分類	……	8 / 40
・小数に直せるもの、整数に直せるもの、そうでないものに分類	……	5 / 40

このような事前調査の結果から、本時の授業に入る前の子どもたちの実態として、以下のことが明らかになった。

- 既習内容である真分数、仮分数、帯分数を観点として分類する子どもが95%もいたことから、分数をみる観点として、分数の表し方に着目している子どもが多いことがわかる。
- 整数に直せるものとそうでないものを観点として分類した子どもが55%いた。また約分できるものとそうでないものを観点として分類した子どもも8%近くいた。このことから、分母と分子の関係性に着目して分数を見ることができると子どもが多いことがわかる。
- 分母が奇数か偶数かで分類する子どもが20%いたことから、既習の数の見方を分数にも活用して判断しようとしている子どもがいることがわかる。
- 小数に直せるもの、整数に直せるもの、そうでないものに分類した子どもが全体の13%程度いた。こ

これは未習内容ではあるが、商分数の性質をもとに分類できる子どももいることがわかる。

### 3. 理解過程を重視した授業のデザイン

これらの事前調査の結果から、子どもの実態として「分数をその表記の仕方のみで見る」見方が特に強いことが明らかになった。こうした子どもの分数の見方を、本時の目標である「分母と分子の大きさの関係から分数をみることで、分数と小数、整数の包摂関係を明らかにする」ことへ、特に、「分母の数から分数を判断する」ことへ変容させるとともに、その変容過程を明らかにするために、次の2点に着目して授業づくりを行った。

- ① 課題の提示と課題追求の場の工夫
- ② 多様な分数の見方を共有し、吟味することができる社会的相互作用にもとづく反省化の場の工夫

#### ① 課題の提示と課題追求の場の工夫について

本稿で取り上げる2つの授業場面(本時1と本時2)においては、 $\triangle/\circ$ というフレームを提示し、その中に、1から5までの数を入れて分数をつくる場と6から10までの数を入れて分数をつくる場の2つの場を課題とする。これら2つの分数づくりの場を通して、整数に直せる分数、小数に直せる分数、整数にも小数にも直すことのできない分数(本稿では、有限小数に表せない分数をこのように呼ぶことにする)の存在を明らかにすることができるとともに、分数と整数、小数の包摂関係について数の見方がどのように変わったかを明確にさせることができるように工夫した。

#### ② 多様な分数の見方を共有し、吟味することができる社会的相互作用の場の工夫について

子どもたちが考えた分数のとらえ方の中に数学的知識を発見させ、より価値のある数学的知識へと高めさせていくためには、子どもから出てくる多様な数の見方を意味づけたり、関連づけたりすることが大切である。そのための手だてとして、子どもの多様な数の見方を表出させ、共通点や相違点を吟味させながら、全員が納得できる考えを創り出させられるように工夫した。

### 4. 第5学年「分数」における授業の実際と考察

#### (1) 本時1 (第3次の3/4時「1から5までの数で分数をつくって、仲間分けしよう」)の実際と考察

<本時1の目標>

- ①  $\triangle/\circ$ のフレームの中に1から5までの数を入

れたときにできる分数を、整数で表せるもの、小数で表せるもの、分数でしか表せないものの3つの視点から分類することができる。

- ② 分母が3のときは、例外(分子が分母の倍数)を除いて、分数は小数や整数で表せない理由を明らかにすることができる。

<本時1の授業の流れ>

[意識化]

まず、 $\triangle/\circ$ という分数づくりのフレームを提示し、 $\triangle$ と $\circ$ に1から5までの数を入れるとどんな分数ができそうか、という本時の学習活動の方向性を意識し確認する段階である。

T1 今日の分数の研究では、 $\triangle/\circ$ の中に数を入れて、いろいろな分数をつくってみたいと思います。

C1 どんな数でもいいのですか。

T2 それだと、たくさんできすぎますね。まず、1から5までの数で、挑戦してみましょう。まず、分子の数をカードをひいてみましょう。(1から5までの数をそれぞれ3枚ずつ入れた袋を準備し、子どもに引かせる。)

C2 3が出ました。

T3 それでは、今度は分母の数を先生が引いてみるよ。(一度引いてみるが、わざと隠して)あっ、これは、失敗だからもう一回ね。

C3 えー、何で隠すの。

C4 ずるい。

C5 わかった。1を引いたからだ。

T4 どうして1を引いたと思ったのですか。

C6 1だと、分母が1だから、整数になって、分数にならないからだ。

C7 1だったら、さっき先生が分数をつくって言って言ったのに、当てはまらないからだ。

T5 みんなすどいね。分母が1のときは、どんな数が分子でも、整数になるのですね。

C8 先生は、2か4か5が出てほしかったのですよ。

T6 今、2か4か5って言ったけど、3はいけないのですか。

C9 3のときも分子が3だから、整数になるでしょ。だから、3が出て先生は失敗したって言ったと思います。

T7 なるほど、先生が失敗したと考えた理由を整数になるかならないかの視点で分析してくれましたね。それでは、1から5までの数を使ってできる分数は、整数になる場合を含めていくつありそうかな。

C10 整数になるのを含めると、20個以上できると思

います。

C11 25個できると思います。

T8 それでは、1から5までの数を使うと分数は何個できるか調べてみましょう。

[操作化]

次に、1から5までの数を使って、分数を実際につくる段階である。△/○のフレームの中に1から5までの数を入れてできる分数は、25個ある。

40名の子どもたちの反応は、以下のとおりである。

子どもの反応1：25個の分数を正しく構成することができたか (N = 40)

子どもの活動の実際	人数 (%)
○ 落ちや重なりがなく、25個の分数をつくることができた。	33人 (82.5%)
○ 分母と分子が同じ数になる場合(例えば3/3)を除いて、20個の分数をつくることができた。	4人 (10%)
○ 落ちや重なりが生まれ、同じ分数を複数個つくった。	3人 (7.5%)

子どもの反応2：子どもの分数のつくり方の実際 (N = 40)

子どもの活動の実際	人数 (%)
○ 分母または分子を固定して、それにあてはまる分数をつかっていった。(例えば、1/2, 2/2, 3/2, ……)	18人 (45%)
○ ランダムに分母、分子に数を入れて分数をつかっていった。	5人 (12.5%)
○ はじめはランダムに数を入れて分数をつかっていったが、落ちや重なりが生まれることに気づき、分母か分子を固定して分数をつかっていった。	17人 (42.5%)

[反省化]

この段階は、子どもがつくった分数について吟味し、分数でしか表せない場合についての気づきを出し合い

ながら、より数学的に価値ある分数の見方へと高めていく段階である。

T9 それでは、分数は、何個できましたか。

C12 25個できました。

C13 20個だよ。

T10 意見が分かれていますね。実際にどんな分数ができたのか出し合ってみましょう。

1/1, 2/1, 3/1, 4/1, 5/1
1/2, 2/2, 3/2, 4/2, 5/2
1/3, 2/3, 3/3, 4/3, 5/3
1/4, 2/4, 3/4, 4/4, 5/4
1/5, 2/5, 3/5, 4/5, 5/5

C14 (できた分数をみて) なんだ、分母と分子が同じでもよかったんだ。

T11 早速、気づきを出してくれましたね。ほかにはどんな気づきがありそうですか。出してみましよう。

C15 分数なんだけど、整数になるものがたくさんあります。

C16 小数になる分数の方が多いと思います。

T12 それでは、分数を仲間分けしてみましょう。

C17 整数になる分数は10個ありました。

C18 小数で表せる分数は11個ありました。

C19 分数でしか表せない分数は、1/3, 2/3, 4/3, 5/3の4つでした。ほかの2つに比べるととても少ないです。

T13 どうして分母が3のときは、分子が3のとき以外は、分数でしか表せないのでしょうか。

C20 わり算で考えると、3で割るときは、いつも割り切れないからだと思います。

C21 分母が2のときはいつも半分だから割り切れるし、4は半分の半分だからこれも割り切れるけど、3のときは割り切れないからだと思います。

C22 分母が5のときも、5で割ると、いつも割り切れるからいいけど、3はやっぱり割り切れないから、分母が3のときは、分子が3の段の数でないときは分数でしか表せないと思います。

[協定化]

最後は、子どもたちが新しく獲得した数の見方について整理し、次時の課題を構成する段階である。

T14 今日の研究で、発見したことには、どんなことがありますか。

C23 分数は、3つの仲間があることを見つけました。

C24 詳しく言います。分数には、整数に直せるものと、小数に直せるものと、分数で表せるものの3

種類あることがわかりました。

T15 そうですね。3種類ありますね。この3種類の見分け方は、どうでしょう。

C25 分母の数で、だいたいわかります。

C26 分母が3のとき以外は、整数か小数になります。

C27 でも入れる数が1から5の数じゃないときは、分数でしか表せない分数はもっとたくさんできると思います。

T16 たとえば分母がどんなどきですか。

C28 7のときです。

C29 9のときも分数でしか表せないと思います。

T18 それでは、次の研究で、1から5以外の数のときはどうなるか調べてみましょう。

<本時1の授業の考察>

① 課題の提示と課題追求の場の工夫について

本時1では、 $\triangle/\circ$ というフレームを提示し、この中に1から5までの数を入れると、いくつ分数ができるかを課題とした。子どもたちのC3~C9の発言から明らかのように、この段階において子どもたちは、整数に直せる分数が存在することに気づくことができたといえる。また、これらの発言は分母と分子の関係性に着目していることの流れであると考えられる。分子が3のとき1や3が分母に入ると整数になるという気づきは、分数をみる視点として、分母と分子の関係に着目していくという新たな視点をもとに、分数を理解しようとする姿であるともいえる。また、C10やC11の発言から、子どもたちは分数づくりへの大まかな見通しをもつことができたと考えられる。

以上のことから、 $\triangle/\circ$ のフレームに1から5までの数を入れて分数をつくることを課題として提示したことは、分母と分子の関係をみていくという新たな分数の見方を子どもが獲得することにつながったと言える。さらに、この課題を設定したことは、それが簡単な数を入れてみる活動であったことから、その後の分数をつくって仲間分けする活動への見通しをもたせる上でも有効であったと言えよう。

② 社会的相互作用の場の工夫について

反省化の段階におけるC15、16、17、18、19の発言をみると、25個の分数を他の整数や小数で表せるかということについて議論が進んでいることがわかる。そして、その後の議論の中では、教師のT13の発問と子どもたちのC20の発言を契機に、分母が3のときとそうでないときの違いについて考察が始まっている。その結果、分母と分子の関係から分数をみていく見方から分母の数だけをもとに分数を判断していこうとする見方へと変容していった子どもたちの様子がわかる。これは、単に分母が3のときに小数や整数に直せないとい

うことだけを明らかにしたのではなく、その理由までも追及させ、3以外の数が分母に入ったときにはどうなるかを考えたことによるものであると言ってよいであろう。

このように、本時1の授業において、子どもの分数の理解の仕方は、事前調査の時点での「分数をその表記の仕方のみでみる」見方から、「分母と分子の関係をみる」見方へ、さらに「分母をもとに判断する」見方へと変容してきたことがわかる。そこで以下では、本時1の次時として設定した本時2の授業の実際を取り上げることにより、子どもの理解過程をさらに詳しくみていくことにする。

(2) 本時2 (第3次の4/4時「6から10までの数で分数をつくって、仲間分けしよう」) の実際と考察

<本時2の目標>

①  $\triangle/\circ$ のフレームの中に6から10までの数を入れたときにできる分数を、整数で表せるもの、小数で表せるもの、分数でしか表せないものの3つの視点から分類することができる。

② 分母が3、6、7、9のとき、例外(分子が分母の倍数)を除いて、分数は小数や整数で表せない理由を発展的に明らかにすることができる。

<本時2の授業の流れ>

[意識化]

まず、前時と同様に、 $\triangle/\circ$ という分数づくりのフレームを提示し、 $\triangle$ と $\circ$ に6から10までの数を入れたときに、分数でしか表せない分数にはどんな特徴がありそうか、という本時の学習活動の方向性を意識化し確認する段階である。

T1 今日の分数の研究では、 $\triangle/\circ$ の中に入れる数(1から5までの数)を変えて調べてみたいと思います。どんな数を入れるといいかな。

C1 分母が6のときや7のときは、整数や小数には直せないよ。

C2 9もそうだよ。

C3 8は、整数や小数に絶対に直せると思います。

T2 それでは、今日の研究では、1から5までの数から発展させて、今みんなが言ってくれたように、6から10までの数を入れて挑戦してみましょう。何個の分数ができるかな。

C4 昨日と一緒に5つの数があるから、25個の数ができると思います。

C5 でも、昨日と違って1がないから、整数は少ししかできないと思います。

T8 それでは、6から10までの数を使うと分数は何個できるのか、そして分数でしか表せない数は何

個できるか調べてみましょう。

[操作化]

次に、6から10までの数を使って、分数を実際につくる段階である。

40名の子どもたちの反応は、以下のとおりである。

子どもの反応3：25個の分数を正しく構成することができたか (N = 40)

子どもの活動の実際	人数 (%)
○ 落ちや重なりがなく、25個の分数をつくることができた。	39人 (97.5%)
○ 落ちや重なりが生まれ、同じ分数を複数個つくった。	1人 (2.5%)

子どもの反応4：子どもの分数のつくり方の実際 (N = 40)

子どもの活動の実際	人数 (%)
○ 分母を固定して、それにあてはまる分数をつくっていった。(例えば、 $6/6$ 、 $7/6$ 、 $8/6$ 、……)	36人 (90%)
○ はじめはランダムに数を入れて分数をつくっていったが、落ちや重なりが生まれることに気づき、分母を固定して分数をつくっていった。	4人 (10%)

[反省化]

この段階は、子どもがつくった分数について吟味し、分数でしか表せない場合についての気づきを出し合いながら、より数学的に価値ある分数の見方へと高めていく段階である。

- T9 それでは、分数は何個できましたか。  
 C6 やっぱり25個できました。  
 T10 この前の研究をもとに、みんな分数のつくり方を工夫していましたね。それでは、気づきを出してみましょう。  
 C7 整数に直せる分数は、 $6/6$ 、 $7/7$ 、 $8/8$ 、 $9/9$ 、 $10/10$ の5つしかありませんでした。  
 C8 逆に分数でしか表せないものがたくさんありました。  
 C9 分母に6と7と9を入れると、分母と分子が同

じ数のときと $9/6$ のとき以外は、全部分数でしか表せない数になりました。

- T11 いい気づきがたくさん出てきましたね。ところで、どうして分母が6、7、9のときは分数でしか表せない数になるのでしょうか。それでは、昨日の研究の数と合わせて考えてみましょう。

整数や小数で表せる分数の分母  
1, 2, 4, 5, 8, 10

分数でしか表せない分数の分母  
3, 6, 7, 9

- C全体 (難しそうに考え込む)  
 C10 7がなかったら、分かるのにな。  
 T12 どういうことかな。  
 C11 7がなかったら、分数でしか表せない分数の分母は3、6、9だから3の段の数が分母になったら、整数や小数で表せない数ができると言えます。  
 C12 7は特別な数だと思います。  
 C13 でも、もっと数を大きくしたら、たぶん14や21を分母にしても分数でしか表せない数になると思います。  
 T13 3の段の数と7の段の数に何かヒントがありそうですね。それでは、今度は逆に整数や小数で表せる分数の分母を見てみるとどうなりますか。  
 C14 わかった。今度は2、4、8、10で2の段の数があります。1は当たり前だけど、2の段の数と5の段の数が分母にきたら、整数や小数に表せると思います。  
 C15 でも6も2の段の数だよ。2の段の数って言えないんじゃないですか。  
 T14 それでは、10だけを今度は見てみるよ。10についてはどうかな。  
 C16 10は2の段の答えになります。でもこれではさっきと変わりません。  
 C17 あっ、10は $2 \times 5$ です。わかった。2と5でできてる数だ。  
 T15 どういうことかな。  
 C18 かけ算で2と5でできる数が小数や整数で表せる数です。4は $2 \times 2$ だし、8は $2 \times 2 \times 2$ だし、10は $2 \times 5$ でできるから、4や8や10が分母のときは小数や整数で表せると思います。

C全体 (納得したような様子)

[協定化]

本時の最後は、子どもたちが新しく獲得した数の見方について整理し、次時の課題を構成する段階である。

T14 今日の研究で、発見したことには、どんなことがありますか。

C19 分数を仲間分けするときは、分母の数を見て仲間分けするとすぐにできることを発見しました。

C20 1, 2, 4, 5, 8, 10のように、1と2と5のかけ算できている数は全部小数や整数で表せるけど、分母に3や7のかけ算の数が入ると小数や整数では表せません。

T15 それでは、10より大きな数になったら、小数や整数で表せる分数の分母にはどんな数があるかな。11から20までの数で考えてみよう。

C全体 (ノートに数を書いて、どんな成り立ちになるかを調べる。)

C21 次は16です。それ以外の数は2と5のかけ算できません。

<本時2の授業の考察>

#### ① 課題の提示と課題追求の場の工夫について

本時2では、前時に引き続いて $\Delta/\bigcirc$ というフレームを提示し、この中に6から10までの数を入れると、分数でしか表せない数はいくつできるかを課題とした。本時の意識化の段階における子どもたちのC1～C3の発言から、この段階において子どもたちは、今までのわり算の経験や前時での学習によって、分数でしか表せない分数の分母の数に気づくことができたことがわかる。また、これらの発言は、前時の学習で観られた、分数を分母と分子の関係性に着目してみる見方からその分母のみを考察の対象としてみようとする見方への変容を、顕著に表していると考えられる。

次に課題追求の場においては、前時の経験をもとに、分数のつくり方について見通しをもって取り組むことができている。そのことは、 $\Delta/\bigcirc$ というフレームの中に1から5までの数を入れて分数をつくる活動(前時)に対する子どもの反応1・2と本時の6から10までの数を入れて分数をつくる活動に対する子どもの反応3・4をそれぞれ比較してみると、より一層明らかである。このことは、分数をつくりそれらを分類するという前時からの連続した活動を通して、分母に着目して分数をみていく子どもの分数理解の変容ととらえられるであろう。

#### ② 社会的相互作用の場の工夫について

本時の反省化の段階におけるC10～C18の議論の様子を見ると、子どもは分母が3, 6, 7, 9のときなぜ小数や整数で表せないのかを考えていることがわかる。このことは、分母に着目して分数を判断しようとする子どもたちの姿であり、事前調査の段階と比べて、子どもの分数理解の仕方が大きく進展し、深まっているととらえられる。ここでの議論においては、T13で

2, 4, 5, 8, 10が分母のときなぜ小数や整数で表せるのかと観点の変更を促したり、T14で数10の構成の仕方に焦点化して考えさせたりする教師の発問が有効に機能したと考えられる。

このように、本時1と2の学習によって、子どもの分数の理解の仕方が、事前調査の時点での「分数をその表記の仕方のみでみる」見方から、「分母と分子の関係をみる」見方へ、さらには「分母をもとに判断する」見方へと変容したことがわかる。そして、子どもたちは、分数づくりの活動と社会的相互作用によって、分数が小数や整数で表される場合と分数でしか表せない場合の見分け方に気づくことができたのである。

## 5. 結論

本稿では、「数と計算」領域の学習において、小学校第5学年の子どもが分数と小数、整数の包摂関係を学習する際の理解過程を実証的に解明することを目的とした。

そこでまず、本時の授業に入る前の40名の子どもたちの実態を把握するために、分数(特に分数と小数、整数の包摂関係)の理解についての簡単な調査を行った。その結果、子どもの実態として、「分数をその表記の仕方のみでみる」子どもが多い(95%)こと、「分母と分子の関係性に着目してみる」ことのできる子どもも多い(83%)ことなどが明らかになった。こうした子どもたちの分数の見方を、「分母と分子の大きさの関係から分数をみることで、分数と小数、整数の包摂関係を明らかにする」ことへ、特に、「分母の数から分数を判断する」ことへ変容させ、その変容過程を明らかにするために、本単元の分数の発展的な学習として、本時1と2で分数をつくって仲間分けする算数的活動を行うこととした。

その際、課題の提示と課題追求の場と多様な分数の見方を共有し、吟味することができる社会的相互作用の場を工夫することで、子どもの理解過程を重視した算数科授業を構成することを考えた。具体的には、課題の提示と課題追求の場の工夫として、 $\Delta/\bigcirc$ というフレームを提示し、その中に、1から5までの数を入れて分数をつくる場(本時1)と6から10までの数を入れて分数をつくる場(本時2)の2つの場を課題とした。これら2つの分数づくりの場を通して、整数に直せる分数、小数に直せる分数、整数にも小数にも直すことのできない分数の存在を明らかにすることができるとともに、分数と整数、小数の包摂関係について数の見方がどのように変わったかを明確にさせることができると考えたからである。また、多様な分数の見方を共有し、吟味することができる社会的相互作用の

場の工夫として、子どもたちが考えた分数のとらえ方の中に数学的知識を発見させ、より価値のある数学的知識へと高めさせていくためには、子どもから出てくる多様な数の見方を意味づけたり、関連づけたりすることが大切であると考え、そのための手だてとして、子どもの多様な数の見方を表出させ、共通点や相違点を吟味させながら、全員が納得できる考えを創り出させられるように工夫した。

その結果、本時1の授業において、 $\triangle/\circ$ というフレームの中に1から5までの数を入れて分数をつくる活動を通して、子どもたちは整数に直せる分数が存在することに気づき、分母と分子の関係性に着目して分数をみることができるようになった。また、社会的相互作用を通して、子どもたちの分数の見方が、分母と分子の関係性に着目して分数をみていく見方から分母の数だけをもとに分数を判断していこうとする見方へと変容していった。さらに、本時2の授業において、前時に引き続いて $\triangle/\circ$ というフレームの中に6から10までの数を入れて分数をつくり、分数と小数、整数の関係について考えることで、子どもたちは分母に着目して分数を判断しようとし、分数が小数や整数で表される場合と分数でしか表せない場合の見分け方にも気づくことができた。その際、本時2の反省化の段階では、2、4、5、8、10が分母のときなぜ小数や整数で表せるのかと観点の変更を促したり、数10の構成の仕方に焦点化して考えさせたりする教師の発問が、こうした子どもたちの分数の理解の深化に有効に機能したと考えられる。

以上のように、本時1と2の授業によって、子どもの分数の理解の仕方が、事前調査の時点での「分数をその表記の仕方のみ見る」見方から、「分母と分子の関係をみる」見方へ、さらには「分母をもとに判断する」見方へと変容した。そして、子どもたちは、分数づくりの活動と社会的相互作用によって、分数が小数や整数で表される場合と分数でしか表せない場合の見分け方に気づくことができたのである。このような事例研究からも、本研究の第2報と第3報の事例研究と同様に、算数学習において個人的構成と社会的構成の両方の活動が行われてはじめて、教室における個々の子どもや子どもたちの理解が深化し得るといことが示唆される。

本研究ではこれまでに小学校算数科における「図形」領域（第2報）、「量と測定」領域（第3報）、そして「数と計算」領域（本稿：第4報）に焦点化して、算数学習における理解過程に関する実証的研究を行ってきた。そこで、今後はもう一つの「数量関係」領域の学習における子どもの理解過程を実証的に解明することが課題である。

#### 【付記】

本稿は、平成15年度科学研究費補助金基盤研究(C)(2)（代表者小山正孝、課題番号13680306）の研究成果の一部である。

#### 参考文献

- 1) 小山正孝 (1997) 「数学学習と理解過程」、日本数学教育学会編『学校数学の授業構成を問い直す』、産業図書、pp.135-149.
- 2) Koyama, M. (1997) Research on the Complementarity of Intuition and Logical Thinking in the Process of Understanding Mathematics, Hiroshima Journal of Mathematics Education, Vol.5, pp.21-33.
- 3) 小山正孝, 中原忠男, 武内恒夫, 赤井利行, 宮本泰司, 脇坂郁文 (2000) 「算数学習における理解過程に関する研究 (I) — 数学理解の2軸過程モデルの理論的再検討 —」, 『広島大学教育学部・関係附属学校園共同研究体制研究紀要』, 第28号, pp.117-123.
- 4) 磯部年晃, 小山正孝, 中原忠男, 赤井利行, 中村武司 (2002) 「算数学習における理解過程に関する研究 (II) — 第2学年における三角形と四角形概念を中心に —」, 広島大学学部・附属学校共同研究機構『広島大学学部・附属学校共同研究紀要』, 第30号, pp.89-98.
- 5) 赤井利行, 小山正孝, 中原忠男, 中村武司, 磯部年晃 (2003) 「算数学習における理解過程に関する研究 (III) — 第5学年における「台形の面積の求め方」を中心に —」, 広島大学学部・附属学校共同研究機構『広島大学学部・附属学校共同研究紀要』, 第31号, pp.115-122.