論 文

非標準特異摂動システムにおける Linear-Quadratic-Gaussian (LQG) 問題のための再帰的アルゴリズム

学生員 向 谷 博 明 (広島大)
正 員 水 上 孝 一 (広島大)

The Recursive Algorithm of Linear Quadratic Gaussian (LQG) Problems for Nonstandard Singularly Perturbed Systems.

Hiroaki Mukaidani, student member, Koichi Mizukami, member (Hiroshima University)

This paper considers the Linear-Quadratic-Gaussian (LQG) problem for nonstandard singularly perturbed systems making use of the recursive technique. In order to obtain the optimal control law, we must solve the generalized algebraic Riccati equation. Using the recursive technique, we show that the solution of the generalized algebraic Riccati equation converges with the rate of convergence of $O(\varepsilon)$. The existence of a bounded solution of error term can be proved by the implicit function theorem. As a result, the solution of LQG problem for nonstandard singularly perturbed systems can be obtained with an accuracy of $O(\varepsilon^k)$.

キーワード: 非標準特異摂動システム, LQG 問題, 一般化リカッチ方程式, 再帰的アルゴリズム, 陰関数定理

1. まえがき

特異摂動システムにおける Linear-Quadratic-Gaussian (LQG) 問題は, 文献 (3)-(5) で研究されている。Gajic によって研究された文献 (4) においては, レギュレータゲインとフィルタゲインを求めるための 2 つのリカッチ方程式を分割して解の性質を研究している。また, 文献 (5) においては, (4) に基づいて, 2 つのレギュレータリカッチ方程式とフィルタリカッチ方程式に再帰的アルゴリズムを適用して解を求めている。これらの研究報告のいずれの場合においても, A_{22}が非特異である標準特異摂動システムの場合のみ研究の対象としている。近年, A_{22}が特異であるようなシステムにおける研究報告が文献 (7)-(10) でなされている。中でも, 文献 (7), (9) では, A_{22}が特異である非標準特異摂動システムにおけるレギュレータ問題を扱っている。ここでは, ディスクリプタシステムの理論を用いての研究が行われている。しかし, 再帰的アルゴリズムを利用しての制御ゲインを求めることは行われていない。

標準特異摂動システムにおける再帰的アルゴリズムの研究はここ 10 年間にわたり行われてきたが, その間 A_{22}が特異である非標準特異摂動システムにおける再帰的アルゴリズムの研究はなされていない。そこで本論文は, 扱われていなかった非標準特異摂動システムにおける再帰的アルゴリズムを導出する。本論文の大きな特徴は以下の 2 つである。まず第 1 に, 2 つのリカッチ方程式の解の存在性を保証する仮定に文献 (5) と異なり, A_{22}が非特異である必要がないことである。つまり, 2 つのレギュレータリカッチ方程式とフィルタリカッチ方程式が, A_{22}が特異行列であっても解が存在する。第 2 に, 2 つの最適ゲインを求める際に, 解く必要のある 2 つのリカッチ方程式を一般化リカッチ方程式に変換し, この一般化リカッチ方程式を解くことである。この一般化リカッチ方程式を導入することにより, Gajic が提案している 2 つのリカッチ方程式の解 P, Q の形を変形することができた。また, 新たな公式を導入することにより 0−オーダ方程式を変形することができた。ここでも, A_{22}は非特異である必要はない。

本論文は, 以下のように構成される。2 章では LQG 問題についての従来の結果を紹介する。3 章では 2 つの最適ゲインを求めるための 2 つのリカッチ方程式を一般化リカッチ方程式に変換する補題を導入する。この補題を導入することにより, Gajic とは異なった解の形を紹介する。4 章では 2 つの一般化リカッチ方程式を再帰的アルゴリズムを利用して解く。ここでは, 陰関数定理を用いることにより, 再帰的アルゴリズムが収束することを示す。その結果, 非標準特異摂動システムのための LQG 問題の解が, 実際に $O(\varepsilon^k)$ 程度の確かさで得られる。 5 章では本

論文で提案されたアルゴリズムの有効性を確認するため，数値例に適用し解を求める。6 章では，本論文で取り上げられた結果に対する考察を行う。

2. 非標準特異摂動システムのための LQG 問題

〈2・1〉非標準特異摂動システム　システムに摂動項を含む状態空間法において，以下のような線形時不変非標準特異摂動システムを考える。

$$\dot{x}_1(t) = A_{11}x_1(t) + A_{12}x_2(t) + B_1u(t) + G_1w(t) \quad (1a)$$

$$\varepsilon\dot{x}_2(t) = A_{21}x_1(t) + A_{22}x_2(t) + B_2u(t) + G_2w(t) \quad (1b)$$

$$y(t) = C_1x_1(t) + C_2x_2(t) + v(t) \cdots\cdots (1c)$$

このシステムに対する評価関数は (2) である。

$$J = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\mathcal{E}\{\int_0^T[z^T(t)z(t) + u^T(t)Ru(t)]dt\} \cdots (2)$$
$$R > 0$$

ここで，システム (1b) 中のεは十分小さな正のパラメータ，$u(t)\in\mathbf{R}^m$は制御入力，$y(t)\in\mathbf{R}^l$は観測出力，$x_i(t)\in\mathbf{R}^{n_i}(i=1,2)$ は状態ベクトル，$w(t)\in\mathbf{R}^r$と$v(t)\in\mathbf{R}^l$は互いに独立で平均 0 の正規白色雑音，すなわち，

$$\begin{aligned}\mathcal{E}\{w(t)\} &= \mathcal{E}\{v(t)\} = 0\\ \mathcal{E}\{w(t)w^T(\tau)\} &= V_1\delta(t-\tau)\\ \mathcal{E}\{v(t)v^T(\tau)\} &= V_2\delta(t-\tau)\\ \mathcal{E}\{w(t)v^T(\tau)\} &= 0\\ V_1>0,\ V_2>0 &\end{aligned}$$

をあらわす。ここでδはディラックのデルタ関数を表す。また，$z(t)\in\mathbf{R}^s$は評価出力であり，(3) の形をもつ。

$$z(t) = C_1x_1(t) + C_2x_2(t) \cdots\cdots (3)$$

システム (1a)～(1c) において，A_{22}が特異である，つまり，A_{22}^{-1}が存在しないシステムを一般に非標準特異摂動システムと呼ぶ。

〈2・2〉LQG 問題の解　まず，以下の行列を定義する。

$$A_\varepsilon = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12}\\ A_{21}/\varepsilon & A_{22}/\varepsilon\end{bmatrix}$$

$$B_\varepsilon = \begin{bmatrix} B_1\\ B_2/\varepsilon\end{bmatrix},\ G_\varepsilon = \begin{bmatrix} G_1\\ G_2/\varepsilon\end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} C_1 & C_2\end{bmatrix}$$

$$Q = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12}\\ Q_{12}^T & Q_{22}\end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1^TC_1 & C_1^TC_2\\ C_2^TC_1 & C_2^TC_2\end{bmatrix}$$

したがって，システム (1a)～(1c) は，システム (4a)～(4b) になる。

$$\dot{x}(t) = A_\varepsilon x(t) + B_\varepsilon u(t) + G_\varepsilon w(t) \cdots\cdots (4a)$$

$$y(t) = Cx(t) + v(t) \cdots\cdots (4b)$$

この非標準特異摂動システムに対する LQG 問題の制御則は，(5a)～(5b) によって与えられる[3]。

$$\dot{\hat{x}}(t) = A_\varepsilon\hat{x}(t) + B_\varepsilon u(t) + L[y(t) - C\hat{x}(t)] \cdots (5a)$$

$$u(t) = K\hat{x}(t) \cdots\cdots (5b)$$

レギュレータゲイン Kは

$$K = -R^{-1}B_\varepsilon^TP_\varepsilon \cdots\cdots (6)$$

である。ここで P_εは，次のリカッチ代数方程式を満たす。

$$P_\varepsilon A_\varepsilon + A_\varepsilon^TP_\varepsilon - P_\varepsilon B_\varepsilon R^{-1}B_\varepsilon^TP_\varepsilon + Q = 0 \cdots\cdots (7)$$

一方，フィルタゲイン L は

$$L = W_\varepsilon C^TV_2^{-1} \cdots\cdots (8)$$

である。同様に W_εは，次のリカッチ代数方程式を満たす。

$$A_\varepsilon W_\varepsilon + W_\varepsilon A_\varepsilon^T - W_\varepsilon C^TV_2^{-1}CW_\varepsilon + G_\varepsilon V_1G_\varepsilon^T = 0 \quad (9)$$

ただし，

$$P_\varepsilon = \begin{bmatrix} P_{11} & \varepsilon P_{21}^T\\ \varepsilon P_{21} & \varepsilon P_{22}\end{bmatrix},\ W_\varepsilon = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12}\\ W_{12}^T & W_{22}/\varepsilon\end{bmatrix}$$

3. 一般化リカッチ方程式の変換

この章では，2 つのリカッチ方程式 (7)，(9) を一般化リカッチ方程式に変換する補題をあげる。

［補題 1］　2 つのリカッチ方程式 (7)，(9) は，それぞれ 2 組の一般化リカッチ方程式 (10a)～(10b)，(11a)～(11b) に等価である。

$$P^TA + A^TP - P^TBR^{-1}B^TP + Q = 0 \cdots\cdots (10a)$$

$$D_1^TP = P^TD_1 \cdots\cdots (10b)$$

$$AW^T + WA^T - WC^TV_2^{-1}CW^T + GV_1G^T = 0 \quad (11a)$$

$$D_2W^T = WD_2^T \cdots\cdots (11b)$$

ここで，

$$P = \begin{bmatrix} P_{11} & \varepsilon P_{21}^T\\ P_{21} & P_{22}\end{bmatrix},\ W = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12}\\ \varepsilon W_{12}^T & W_{22}\end{bmatrix}$$

$$D_1 = \begin{bmatrix} I & 0\\ 0 & \varepsilon I\end{bmatrix},\ D_2 = \begin{bmatrix} I/\varepsilon & 0\\ 0 & I\end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12}\\ A_{21} & A_{22}\end{bmatrix},\ B = \begin{bmatrix} B_1\\ B_2\end{bmatrix}$$

$$G = \begin{bmatrix} G_1\\ G_2\end{bmatrix}$$

（証明）　まず，方程式 (10b) を解く。

$$X = \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12}\\ X_{21} & X_{22}\end{bmatrix}$$

とおく。方程式 (10b) に代入して分割計算すれば

$$
\begin{aligned}
& D_1^T X = X^T D_1 \\
\Leftrightarrow & \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \varepsilon I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_{11} & X_{12} \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \\
& \quad = \begin{bmatrix} X_{11}^T & X_{21}^T \\ X_{12}^T & X_{22}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & \varepsilon I \end{bmatrix} \\
\Leftrightarrow & X = \begin{bmatrix} X_{11} & \varepsilon X_{21}^T \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} \\
& X_{11} = X_{11}^T,\ X_{22} = X_{22}^T \quad \cdots\cdots (12)
\end{aligned}
$$

ここで，以下のように行列を定義する。

$$
S_{11} = B_1 R^{-1} B_1^T,\ S_{12} = B_1 R^{-1} B_2^T,\\
S_{22} = B_2 R^{-1} B_2^T
$$

また，方程式 (10a) を分割計算することにより，

$$
\begin{aligned}
& A_{11}^T X_{11} + X_{11}^T A_{11} + A_{21}^T X_{21} + X_{21}^T A_{21} \\
& \quad - X_{11}^T S_{11} X_{11} - X_{21}^T S_{22} X_{21} \\
& \quad - X_{11}^T S_{12} X_{21} - X_{21}^T S_{12}^T X_{11} \\
& \quad + Q_{11} = 0 \quad \cdots\cdots (13a)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& \varepsilon X_{21} A_{11} + X_{22}^T A_{21} + A_{12}^T X_{11} + A_{22}^T X_{21} \\
& \quad - \varepsilon X_{21} S_{11} X_{11} - \varepsilon X_{21} S_{12} X_{21} \\
& \quad - X_{22}^T S_{12}^T X_{11} - X_{22}^T S_{22} X_{21} \\
& \quad + Q_{12}^T = 0 \quad \cdots\cdots (13b)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& A_{22}^T X_{22} + X_{22}^T A_{22} + \varepsilon A_{12}^T X_{21}^T + \varepsilon X_{21} A_{12} \\
& \quad - X_{22}^T S_{22} X_{22} - \varepsilon X_{22}^T S_{12}^T X_{21}^T \\
& \quad - \varepsilon X_{21} S_{12} X_{22} - \varepsilon^2 X_{21} S_{11} X_{21}^T \\
& \quad + Q_{22} = 0 \quad \cdots\cdots (13c)
\end{aligned}
$$

これらの方程式 (13a)～(13c) は，直接 (7) を分割計算した結果と比較して

$$
X = \begin{bmatrix} X_{11} & \varepsilon X_{21}^T \\ X_{21} & X_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_{11} & \varepsilon P_{21}^T \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = P
$$

となる。続いて，方程式 (11b) を解く。

$$
Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix}
$$

とおく。方程式 (11b) に代入して分割計算すれば

$$
\begin{aligned}
& Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ \varepsilon Y_{12}^T & Y_{22} \end{bmatrix} \\
& Y_{11} = Y_{11}^T,\ Y_{22} = Y_{22}^T \quad \cdots\cdots (14)
\end{aligned}
$$

となる。ここで，以下のように行列を定義する。

$$
U_{11} = C_1^T V_2^{-1} C_1,\ U_{12} = C_1^T V_2^{-1} C_2\\
U_{22} = C_2^T V_2^{-1} C_2
$$

同様に，方程式 (11a) を分割計算することにより，

$$
\begin{aligned}
& A_{11} Y_{11}^T + Y_{11} A_{11}^T + A_{12} Y_{12}^T + Y_{12} A_{12}^T \\
& \quad - Y_{11} U_{11} Y_{11}^T - Y_{12} U_{22} Y_{12}^T \\
& \quad - Y_{11} U_{12} Y_{12}^T - Y_{12} U_{12}^T Y_{11}^T \\
& \quad + G_1 V_1 G_1^T = 0 \quad \cdots\cdots (15a)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& \varepsilon A_{11} Y_{12} + A_{12} Y_{22}^T + Y_{11} A_{21}^T + Y_{12} A_{22}^T \\
& \quad - \varepsilon Y_{11} U_{11} Y_{12} - \varepsilon Y_{12} U_{12}^T Y_{12} \\
& \quad - Y_{11} U_{12} Y_{22}^T - Y_{12} U_{22} Y_{22}^T \\
& \quad + G_1 V_1 G_2^T = 0 \quad \cdots\cdots (15b)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& A_{22} Y_{22}^T + Y_{22} A_{22}^T + \varepsilon A_{21} Y_{12} + \varepsilon Y_{12}^T A_{21}^T \\
& \quad - Y_{22} U_{22} Y_{22}^T - \varepsilon Y_{12}^T U_{12} Y_{22}^T \\
& \quad - \varepsilon Y_{22} U_{12}^T Y_{12} - \varepsilon^2 Y_{12}^T U_{11} Y_{12} \\
& \quad + G_2 V_1 G_2^T = 0 \quad \cdots\cdots (15c)
\end{aligned}
$$

これらの方程式 (15a)～(15c) は，直接 (9) を分割計算した結果と比較して

$$
Y = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ \varepsilon Y_{12}^T & Y_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ \varepsilon W_{12}^T & W_{22} \end{bmatrix} = W
$$

となる。

したがって，2 つのリカッチ方程式 (7), (9) を解くことは一般化リカッチ方程式 (10a)～(10b), (11a)～(11b) を解くことに等価である。□

4. 再帰的アルゴリズムの導出

この章では，一般化リカッチ方程式 (10a)～(10b) および (11a)～(11b) の再帰的アルゴリズムを導出する。

〈4・1〉Pの一般化リカッチ方程式の再帰的アルゴリズム　リカッチ方程式 (13a)～(13c) において$\varepsilon = 0$ とすれば，方程式 (16a)～(16c) を得る。ここで，0−オーダ方程式の解を$\bar{P}_{11}, \bar{P}_{21}, \bar{P}_{22}$とおく。

$$
\begin{aligned}
& A_{11}^T \bar{P}_{11} + \bar{P}_{11}^T A_{11} + A_{21}^T \bar{P}_{21} + \bar{P}_{21}^T A_{21} \\
& \quad - \bar{P}_{11}^T S_{11} \bar{P}_{11} - \bar{P}_{21}^T S_{22} \bar{P}_{21} \\
& \quad - \bar{P}_{11}^T S_{12} \bar{P}_{21} - \bar{P}_{21}^T S_{12}^T \bar{P}_{11} \\
& \quad + Q_{11} = 0 \quad \cdots\cdots (16a)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
& \bar{P}_{22}^T A_{21} + A_{12}^T \bar{P}_{11} + A_{22}^T \bar{P}_{21} - \bar{P}_{22}^T S_{12}^T \bar{P}_{11} \\
& \quad - \bar{P}_{22}^T S_{22} \bar{P}_{21} + Q_{12}^T = 0 \quad \cdots\cdots (16b)
\end{aligned}
$$

$$
A_{22}^T \bar{P}_{22} + \bar{P}_{22}^T A_{22} - \bar{P}_{22}^T S_{22} \bar{P}_{22} + Q_{22} = 0 \quad \cdots (16c)
$$

方程式 (16c) について以下の仮定を導入する。

[仮定 1]　方程式 (16c) は，行列 $A_{22} - S_{22}\bar{P}_{22}$を安定とするような唯一の準正定解$\bar{P}_{22}$をもつ。

[仮定 1] から, 方程式 (16c) が安定化解 $\bar{P}_{22}$ をもつ。したがって $A_{22}-S_{22}\bar{P}_{22}$ が非特異であることから $(A_{22}-S_{22}\bar{P}_{22})^{-1}$ は存在する。

以上から次の 0−オーダ方程式 (17a)∼(17c) を得る。

$$\bar{P}_{11}^T A_P + A_P^T \bar{P}_{11} - \bar{P}_{11}^T S_P \bar{P}_{11} + Q_P = 0 \quad \cdots\cdots(17a)$$

$$\bar{P}_{21} = -N_2^T + N_1^T \bar{P}_{11} \quad \cdots\cdots(17b)$$

$$A_{22}^T \bar{P}_{22} + \bar{P}_{22}^T A_{22} - \bar{P}_{22}^T S_{22} \bar{P}_{22} + Q_{22} = 0 \quad \cdots (17c)$$

ただし

$$\begin{aligned} A_P &= A_{11} + N_1 A_{21} + S_{12} N_2^T + N_1 S_{22} N_2^T \\ S_P &= S_{11} + N_1 S_{12}^T + S_{12} N_1^T + N_1 S_{22} N_1^T \\ Q_P &= Q_{11} - N_2 A_{21} - A_{21}^T N_2^T - N_2 S_{22} N_2^T \\ N_2^T &= D_4^{-T} \hat{Q}_{12}^T,\ N_1^T = -D_4^{-T} D_2^T \\ D_2 &= A_{12} - S_{12}\bar{P}_{22},\ D_4 = A_{22} - S_{22}\bar{P}_{22} \\ \hat{Q}_{12} &= Q_{12} + A_{21}^T \bar{P}_{22} \end{aligned}$$

次に, 以下の仮定を導入する。

[仮定 2] 方程式 (17a) は, 行列 $A_P - S_P\bar{P}_{11}$ を安定とするような唯一の準正定解 $\bar{P}_{11}$ をもつ。

次に偏差 E を定義する。

$$P_{11} = \bar{P}_{11} + \varepsilon E_{11} \quad \cdots\cdots (18a)$$

$$P_{21} = \bar{P}_{21} + \varepsilon E_{21} \quad \cdots\cdots (18b)$$

$$P_{22} = \bar{P}_{22} + \varepsilon E_{22} \quad \cdots\cdots (18c)$$

以上を方程式 (13a)∼(13c) に代入する。

0−オーダ方程式 (17a)∼(17c) を用いて, 偏差 E についての方程式 (19a)∼(19c) がえられる。

$$\begin{aligned} &E_{11}^T D_0 + D_0^T E_{11} + V^T H_{P1}^T + H_{P1} V \\ &\quad - V^T H_{P3} V - \varepsilon H_{P2} = 0 \end{aligned} \quad \cdots (19a)$$

$$E_{11}^T D_2 + E_{21}^T D_4 + D_3^T E_{22} - H_{P1} = 0 \quad \cdots\cdots (19b)$$

$$E_{22}^T D_4 + D_4^T E_{22} - H_{P3} = 0 \quad \cdots\cdots (19c)$$

ただし

$$\begin{aligned} H_{P1} &= -A_{11}^T P_{21}^T + P_{11}^T S_{11} P_{21}^T + P_{21}^T S_{12}^T P_{21}^T \\ &\quad + \varepsilon(E_{11}^T S_{12} E_{22} + E_{21}^T S_{22} E_{22}) \\ H_{P2} &= E_{11}^T S_{11} E_{11} + E_{21}^T S_{22} E_{21} \\ &\quad + E_{11}^T S_{12} E_{21} + E_{21}^T S_{12}^T E_{11} \\ H_{P3} &= -A_{12}^T P_{21}^T - P_{21} A_{12} + \varepsilon P_{21} S_{11} P_{21}^T \\ &\quad + \varepsilon E_{22}^T S_{22} E_{22} + P_{21} S_{12} P_{22} \\ &\quad + P_{22}^T S_{12}^T P_{21}^T \\ D_0 &= D_1 - D_2 D_4^{-1} D_3,\ V = D_4^{-1} D_3 \\ D_1 &= A_{11} - S_{11}\bar{P}_{11} - S_{12}\bar{P}_{21} \\ D_3 &= A_{21} - S_{12}^T \bar{P}_{11} - S_{22}\bar{P}_{21} \end{aligned}$$

したがって偏差 E についての以下の再帰的アルゴリズム (20a)∼(20c) が導出される。

$$\begin{aligned} &E_{11}^{(j+1)T} D_0 + D_0^T E_{11}^{(j+1)} = -V^T H_{P1}^{(j)T} \\ &\quad - H_{P1}^{(j)} V + V^T H_{P3}^{(j)} V + \varepsilon H_{P2}^{(j)} \end{aligned} \quad \cdots (20a)$$

$$E_{11}^{(j+1)T} D_2 + E_{21}^{(j+1)T} D_4 + D_3^T E_{22}^{(j+1)} = H_{P1}^{(j)} \quad (20b)$$

$$E_{22}^{(j+1)T} D_4 + D_4^T E_{22}^{(j+1)} = H_{P3}^{(j)} \quad \cdots\cdots (20c)$$

ただし

$$\begin{aligned} H_{P1}^{(j)} &= -A_{11}^T P_{21}^{(j)T} + P_{11}^{(j)T} S_{11} P_{21}^{(j)T} \\ &\quad + P_{21}^{(j)T} S_{12}^T P_{21}^{(j)T} \\ &\quad + \varepsilon(E_{11}^{(j)T} S_{12} E_{22}^{(j)} + E_{21}^{(j)T} S_{22} E_{22}^{(j)}) \\ H_{P2}^{(j)} &= E_{11}^{(j)T} S_{11} E_{11}^{(j)} + E_{21}^{(j)T} S_{22} E_{21}^{(j)} \\ &\quad + E_{11}^{(j)T} S_{12} E_{21}^{(j)} + E_{21}^{(j)T} S_{12}^T E_{11}^{(j)} \\ H_{P3}^{(j)} &= -A_{12}^T P_{21}^{(j)T} - P_{21}^{(j)} A_{12} + \varepsilon P_{21}^{(j)} S_{11} P_{21}^{(j)T} \\ &\quad + \varepsilon E_{22}^{(j)T} S_{22} E_{22}^{(j)} + P_{21}^{(j)} S_{12} P_{22}^{(j)} \\ &\quad + P_{22}^{(j)T} S_{12}^T P_{21}^{(j)T} \\ P_{11}^{(j)} &= \bar{P}_{11} + \varepsilon E_{11}^{(j)},\ P_{21}^{(j)} = \bar{P}_{21} + \varepsilon E_{21}^{(j)} \\ P_{22}^{(j)} &= \bar{P}_{22} + \varepsilon E_{22}^{(j)},\ E_{11}^{(0)} = E_{21}^{(0)} = E_{22}^{(0)} = 0 \end{aligned}$$

ここで, $^{(j)}$ は j 番目の値, $^{(j+1)}$ は $j+1$ 番目の値を意味する。したがって, j 番目の値が求まれば, 逐次的に $j+1$ 番目の値が定まり, これを再帰的に求めれば良い。

〈4・2〉偏差 E の収束性の証明 まず, 定理をあげる。

[定理 1] 2 つの [仮定 1], [仮定 2] における条件のもとで, アルゴリズム (20a)∼(20c) は, 偏差 E の正確な値に $O(\varepsilon^k)$ の高精度で収束する。すなわち,

$$\|E - E^{(k)}\|_2 = O(\varepsilon^k), \quad (k = 1, 2, \cdots) \quad \cdots\cdots (21)$$

または

$$\|E - E^{(k+1)}\|_2 = O(\varepsilon)\|E - E^{(k)}\|_2 \quad \cdots\cdots (22)$$

$(k = 1, 2, \cdots)$

ただし

$$E = \begin{bmatrix} E_{11} & E_{21}^T \\ E_{21} & E_{22} \end{bmatrix}, E^{(k)} = \begin{bmatrix} E_{11}^{(k)} & E_{21}^{(k)T} \\ E_{21}^{(k)} & E_{22}^{(k)} \end{bmatrix}$$

ここで, マトリクスノルム $\|\cdot\|_2$ は, 任意の行列 X について $\|X\|_2 \equiv [\lambda_{\max}(X^T X)]^{1/2}$ をあらわす。以下も同様に定義される。

(定理の証明) 再帰的アルゴリズム (20a)∼(20c) において, $\varepsilon = 0$ の近傍における収束解 E の存在は陰関数定理により証明できる。陰関数定理を適用するために, アルゴリズム (20a)∼(20c) に対するヤコビ行列を計算する。

[ヤコビ行列]

$$J^1|_{\varepsilon=0} = \begin{bmatrix} J_{11}^1 & 0 & 0 \\ J_{21}^1 & J_{22}^1 & J_{23}^1 \\ 0 & 0 & J_{33}^1 \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots (23)$$

ただし

$$J_{11}^1 = I\otimes D_0 + D_0^T\otimes I$$
$$J_{22}^1 = I\otimes D_4$$
$$J_{33}^1 = I\otimes D_4 + D_4^T\otimes I$$

$\otimes$はクロネッカ積である．ここで，$D_4 = A_{22} - S_{22}\bar{P}_{22}$はリカッチ方程式 (17c) が，[仮定 1] から安定化解をもつので安定である。同様に，$A_P - S_P\bar{P}_{11}$は，リカッチ方程式 (17a) が，[仮定 2] から安定化解をもつので安定である。したがって，

$$\begin{aligned}
&A_P - S_P\bar{P}_{11}\\
&= A_{11} + N_1A_{21} + S_{12}N_2^T + N_1S_{22}N_2^T\\
&\quad -(S_{11} + N_1S_{12}^T + S_{12}N_1^T + N_1S_{22}N_1^T)\bar{P}_{11}\\
&= A_{11} + N_1A_{21} - S_{11}\bar{P}_{11} - N_1S_{12}^T\bar{P}_{11}\\
&\quad +S_{12}N_2^T + N_1S_{22}N_2^T\\
&\quad -S_{12}N_1^T\bar{P}_{11} - N_1S_{22}N_1^T\bar{P}_{11}\\
&= A_{11} - S_{11}\bar{P}_{11} + N_1(A_{21} - S_{12}^T\bar{P}_{11})\\
&\quad -S_{12}(-N_2^T + N_1^T\bar{P}_{11})\\
&\quad -N_1S_{22}(-N_2^T + N_1^T\bar{P}_{11})\\
&= A_{11} - S_{11}\bar{P}_{11} - S_{12}\bar{P}_{21}\\
&\quad +N_1(A_{21} - S_{12}^T\bar{P}_{11} - S_{22}\bar{P}_{21})\\
&= D_1 - D_2D_4^{-1}D_3 = D_0
\end{aligned}$$

となるので，D_0は安定となる。以上より，ヤコビ行列が非特異であるから，陰関数定理を適用して再帰的アルゴリズムの収束性が証明される。□

〈 4・3 〉 Wの一般化リカッチ方程式の再帰的アルゴリズム　Pと同様に，リカッチ方程式 (15a)~(15c) において$\varepsilon = 0$ とする。

次の連立方程式 (24a)~(24c) について考える。このとき，方程式 (24c) について以下の仮定を導入する。

[仮定 3]　方程式 (24c) は，行列 $A_{22} - \bar{W}_{22}U_{22}$を安定とするような唯一の準正定解$\bar{W}_{22}$をもつ。

[仮定 3] から，方程式 (24c) が安定化解$\bar{W}_{22}$ をもつ。したがって $A_{22} - U_{22}\bar{W}_{22}$が非特異であることから $(A_{22} - U_{22}\bar{W}_{22})^{-1}$は存在する。

以上から$\bar{W}$についての 0−オーダ方程式 (24a)~(24c) を得る。ここで，0−オーダ方程式の解を$\bar{W}_{11}, \bar{W}_{21}, \bar{W}_{22}$とおく。

$$\bar{W}_{11}A_W^T + A_W\bar{W}_{11}^T - \bar{W}_{11}U_W\bar{W}_{11}^T + Q_W = 0 \quad (24a)$$

$$\bar{W}_{12} = -M_2 + \bar{W}_{11}M_1 \quad \cdots\cdots (24b)$$

$$\begin{aligned}&\bar{W}_{22}A_{22}^T + A_{22}\bar{W}_{22}^T\\ &\quad - \bar{W}_{22}U_{22}\bar{W}_{22}^T + G_2V_1G_2^T = 0\end{aligned} \quad \cdots (24c)$$

ただし

$$\begin{aligned}
A_W &= A_{11} + A_{12}M_1^T + M_2U_{12}^T + M_2U_{22}M_1^T\\
U_W &= U_{11}^T + U_{12}M_1^T + M_1U_{12}^T + M_1U_{22}M_1^T\\
Q_W &= G_1V_1G_1^T - A_{12}M_2^T - M_2A_{12}^T - M_2U_{22}M_2^T\\
M_2^T &= T_4^{-1}\hat{V}_{12},\ M_1^T = -T_4^{-1}T_2\\
T_2 &= A_{21} - \bar{W}_{22}U_{12}^T,\ T_4 = A_{22} - \bar{W}_{22}U_{22}^T\\
\hat{V}_{12} &= \bar{W}_{22}A_{12}^T + G_2V_1G_1^T
\end{aligned}$$

次に，以下の仮定を導入する。

[仮定 4]　方程式 (24a) は，行列 $A_W - \bar{W}_{11}U_W$を安定とするような唯一の準正定解$\bar{W}_{11}$をもつ。

次に偏差 Fを定義する。

$$W_{11} = \bar{W}_{11} + \varepsilon F_{11} \quad \cdots\cdots (25a)$$

$$W_{12} = \bar{W}_{12} + \varepsilon F_{12} \quad \cdots\cdots (25b)$$

$$W_{22} = \bar{W}_{22} + \varepsilon F_{22} \quad \cdots\cdots (25c)$$

以上を方程式 (15a)~(15c) に代入する。0−オーダ方程式 (24a)~(24c) を用いて，偏差 Fについての以下の再帰的アルゴリズム (26a)~(26c) が導出される。

$$\begin{aligned}&T_0F_{11}^{T(j+1)} + F_{11}^{(j+1)}T_0^T = \varepsilon H_{W2}^{(j)}\\ &\quad - Z_2H_{W1}^{T(j)} - H_{W1}^{(j)}Z_2^T + Z_2H_{W3}^{(j)}Z_2^T\end{aligned} \quad \cdots (26a)$$

$$F_{11}^{(j+1)}T_2^T + F_{12}^{(j+1)}T_4^T + T_3F_{22}^{T(j+1)} = H_{W1}^{(j)} \quad \cdots (26b)$$

$$T_4F_{22}^{T(j+1)} + F_{22}^{(j+1)}T_4^T = H_{W3}^{(j)} \quad \cdots\cdots (26c)$$

ただし

$$\begin{aligned}
H_{W1}^{(j)} &= -A_{11}W_{12}^{(j)} + W_{11}^{(j)}U_{11}W_{12}^{(j)}\\
&\quad +W_{12}^{(j)}U_{12}^TW_{12}^{(j)}\\
&\quad +\varepsilon(F_{11}^{(j)}U_{12}F_{22}^{T(j)} + F_{12}^{(j)}U_{22}F_{22}^{T(j)})\\
H_{W2}^{(j)} &= F_{11}^{(j)}U_{11}F_{11}^{T(j)} + F_{12}^{(j)}U_{22}F_{12}^{T(j)}\\
&\quad +F_{11}^{(j)}U_{12}F_{12}^{T(j)} + F_{12}^{(j)}U_{12}^TF_{11}^{(j)}\\
H_{W3}^{(j)} &= -A_{21}W_{12}^{(j)} - W_{12}^{T(j)}A_{21}^T\\
&\quad +\varepsilon W_{12}^{T(j)}U_{11}W_{12}^{(j)} + \varepsilon F_{22}^{(j)}U_{22}F_{22}^{T(j)}\\
&\quad +W_{12}^{T(j)}U_{12}W_{22}^{T(j)} + W_{22}^{(j)}U_{12}^TW_{12}^{(j)}\\
W_{11}^{(j)} &= \bar{W}_{11} + \varepsilon F_{11}^{(j)},\ W_{12}^{(j)} = \bar{W}_{12} + \varepsilon F_{12}^{(j)}\\
W_{22}^{(j)} &= \bar{W}_{22} + \varepsilon F_{22}^{(j)},\ F_{11}^{(0)} = F_{12}^{(0)} = F_{22}^{(0)} = 0\\
T_0 &= T_1 - T_3T_4^{-1}T_2,\ Z_2 = T_3T_4^{-1}\\
T_1 &= A_{11} - \bar{W}_{12}U_{12}^T - \bar{W}_{11}U_{11}^T\\
T_3 &= A_{12} - \bar{W}_{12}U_{22}^T - \bar{W}_{11}U_{12}
\end{aligned}$$

〈 4・4 〉 偏差 Fの収束性の証明　まず，定理をあげる。

[定理 2]　2 つの [仮定 3],[仮定 4] における条件のもとで, アルゴリズム (26a)~(26c) は, 偏差 Fの正確な値に $O(\varepsilon^k)$ の高精度で収束する。すなわち,

$$||F - F^{(k)}||_2 = O(\varepsilon^k), \quad (k = 1, 2, \cdots) \quad \cdots\cdots(27)$$

ただし

$$F = \begin{bmatrix} F_{11} & F_{12} \\ F_{12}^T & F_{22} \end{bmatrix},\ F^{(k)} = \begin{bmatrix} F_{11}^{(k)} & F_{12}^{(k)} \\ F_{12}^{(k)T} & F_{22}^{(k)} \end{bmatrix}$$

(定理の証明)　[定理 1] と同様に再帰的アルゴリズム (20a)~(20c) において, $\varepsilon = 0$ の近傍における収束解 Fの存在は陰関数定理により証明できる。ヤコビ行列は以下のように計算される。

[ヤコビ行列]

$$J^2|_{\varepsilon=0} = \begin{bmatrix} J_{11}^2 & 0 & 0 \\ J_{21}^2 & J_{22}^2 & J_{23}^2 \\ 0 & 0 & J_{33}^2 \end{bmatrix} \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(28)$$

ただし

$$J_{11}^2 = I \otimes T_0 + T_0^T \otimes I$$
$$J_{22}^2 = I \otimes T_4$$
$$J_{33}^2 = I \otimes T_4 + T_4^T \otimes I$$

ここで, $T_4^T = A_{22}^T - U_{22}\bar{W}_{22}^T$はリカッチ方程式 (24c) が, [仮定 3] から安定化解をもつので安定である。同様に, $A_W^T - U_W\bar{W}_{11}^T$は, リカッチ方程式 (24a) が, [仮定 4] から安定化解をもつので安定である。したがって,

$$\begin{aligned} & A_W^T - U_W\bar{W}_{11}^T \\ =\ & A_{11}^T + A_{12}M_1^T + M_2U_{12}^T \\ & +M_2U_{22}M_1^T - (U_{11}^T + U_{12}M_1^T \\ & +M_1U_{12}^T + M_1U_{22}M_1^T)\bar{W}_{11} \\ =\ & A_{11}^T - U_{11}\bar{W}_{11}^T - U_{12}\bar{W}_{12}^T \\ & +M_1(A_{12}^T - U_{12}^T\bar{W}_{11}^T - U_{22}\bar{W}_{12}^T) \\ =\ & T_1^T + M_1T_3^T = T_1^T - T_2^TT_4^{-T}T_3^T = T_0^T \end{aligned}$$

となるので, T_0は安定となる。以上より, ヤコビ行列が非特異であるから, 陰関数定理を適用して再帰的アルゴリズムの収束性が証明される。□

5. 数値例

数値例に対して上述のアルゴリズムを適用し, 解を求める。システムは次のように記述される。

$$\dot{x}_1 = x_2 + w \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (29a)$$

$$\varepsilon\dot{x}_2 = x_1 + u + w \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (29b)$$

$$y = 2x_1 + x_2 + v \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots(29c)$$

ただし, w, vは正規白色雑音であり,

$$\begin{aligned} \mathcal{E}\{w(t)\} &= \mathcal{E}\{v(t)\} = 0 \\ \mathcal{E}\{w(t)w^T(\tau)\} &= V_1\delta(t-\tau) \\ \mathcal{E}\{v(t)v^T(\tau)\} &= V_2\delta(t-\tau) \\ \mathcal{E}\{w(t)v^T(\tau)\} &= 0 \\ V_1 = V_2 &= 1.0 \end{aligned}$$

を満たす。このとき, 最小化する評価関数は (30) である。

$$J = \lim_{T\to\infty}\frac{1}{T}\mathcal{E}[\int_0^T(x_1^2 + x_2^2 + u^2)dt] \cdots\cdots\cdots\cdots(30)$$

システム (29b) において, システム (1b) における (2,2) 成分すなわち小行列 A_{22}は 0 なので非標準特異摂動システムである。本論文で提案されたアルゴリズムを上述の問題に適用すれば, 2 つの一般化リカッチ方程式の解を得ることができる。

まず, $\varepsilon = 1.0 \times 10^{-4}$における計算結果は以下のとおりである。一般化リカッチ方程式 (10a)~(10b) の解 Pは, 4 回の繰り返し計算によって得られる。収束の判定は $||P^{(j+1)} - P^{(j)}||_2 < 10^{-7}, j = 1, 2, \cdots$ となったところで計算を打ち切る。以下の収束の判定は同様に行う。

$$\begin{aligned} P_{pro} &= \begin{bmatrix} P_{11} & \varepsilon P_{21}^T \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1.41455 & 2.41421\times 10^{-4} \\ 2.41421 & 1.00024 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

このとき, フィードバックゲイン K_{pro}は,

$$K_{pro} = \begin{bmatrix} -2.41421 & -1.00024 \end{bmatrix}$$

と求められる。

一方, 一般化リカッチ方程式 (11a)~(11b) の解 Wは, 4 回の繰り返し計算によって得られる。

$$\begin{aligned} W_{pro} &= \begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ \varepsilon W_{12}^T & W_{22} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1.62491\times 10^{-1} & 1.83693 \\ 1.83693\times 10^{-4} & 9.99816\times 10^{-1} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

このとき, フィルタゲイン L_{pro}は,

$$L_{pro} = \begin{bmatrix} 2.16191 & 1.00018\times 10^4 \end{bmatrix}$$

と求められる。

ここで, レギュレータリカッチ方程式 (7) を分割計算, つまり, 提案したアルゴリズムを使用しないで直接解いた解 P_{exa}と (6) 式で与えられるフィードバックゲイン K_{exa}は, 次式のように計算される。

$$\begin{aligned} P_{exa} &= \begin{bmatrix} P_{11} & \varepsilon P_{21}^T \\ \varepsilon P_{21} & \varepsilon P_{22} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} 1.41455 & 2.4142\times 10^{-4} \\ 2.4142\times 10^{-4} & 1.00024\times 10^{-4} \end{bmatrix} \\ K_{exa} &= \begin{bmatrix} -2.4142 & -1.0002 \end{bmatrix} \end{aligned}$$

同様に，フィルタリカッチ方程式 (9) を直接解いた解 W_{exa}と (8) 式で与えられるフィルタゲイン L_{exa}は，次式のように計算される。

$$W_{exa}=\begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ W_{12}^T & W_{22}/\varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.6249\times10^{-1} & 1.83693 \\ 1.83693 & 9.99816\times10^{3} \end{bmatrix}$$

$$L_{exa}=\begin{bmatrix} 2.16191 & 1.00018\times10^{4} \end{bmatrix}$$

提案型の再帰的アルゴリズムと直接型の 2 つの結果を比較する。再帰的アルゴリズムを用いて解いた 2 つの一般化リカッチ方程式 (10a)~(10b), (11a)~(11b) の解 P_{pro}, W_{pro}, および 2 つの最適ゲイン K_{pro}, L_{pro}は，分割計算せず直接解いたリカッチ方程式 (7), (9) の解 P_{exa}, W_{exa}と 2 つの最適ゲイン K_{exa}, L_{exa}について 10^{-4}オーダの範囲で，行列の各要素について一致する。したがって，Gajic らが文献 (5) で提案した従来型と異なり，係数行列 A_{22}が特異であっても，提案型のアルゴリズムが有効であることがわかる。

続いて，$\varepsilon=1.0\times10^{-8}$における計算結果は以下のとおりである。一般化リカッチ方程式 (10a)~(10b) の解 Pは，3 回の繰り返し計算によって得られる。

$$P_{pro}=\begin{bmatrix} P_{11} & \varepsilon P_{21}^T \\ P_{21} & P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.41421 & 2.41421\times10^{-8} \\ 2.41421 & 1.00000 \end{bmatrix}$$

このとき，フィードバックゲイン K_{pro}は，

$$K_{pro}=\begin{bmatrix} -2.41421 & -1.00000 \end{bmatrix}$$

と求められる。また，一般化リカッチ方程式 (11a)~(11b) の解 Wは，3 回の繰り返し計算によって得られる。

$$W_{pro}=\begin{bmatrix} W_{11} & W_{12} \\ \varepsilon W_{12}^T & W_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.62278\times10^{-1} & 1.83772 \\ 1.83772\times10^{-8} & 1.00000 \end{bmatrix}$$

このとき，フィルタゲイン L_{pro}は，

$$L_{pro}=\begin{bmatrix} 2.16228 & 1.0\times10^{8} \end{bmatrix}$$

と求められる。

ここで，レギュレータリカッチ方程式 (7) を直接解いた解 P_{exa}と (6) 式で与えられるフィードバックゲイン K_{exa}は，次式のように計算される。

$$P_{exa}=\begin{bmatrix} P_{11} & \varepsilon P_{21}^T \\ \varepsilon P_{21} & \varepsilon P_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.4142 & 2.4142\times10^{-8} \\ 2.4142\times10^{-8} & 1.0000\times10^{-8} \end{bmatrix}$$

$$K_{exa}=\begin{bmatrix} -2.4142 & -1.0000 \end{bmatrix}$$

一方，フィルタリカッチ方程式 (9) は，係数行列である $G_\varepsilon V_1 G_\varepsilon^T$と $C^T V_2^{-1} C$のオーダの違いから直接解くことは困難である。しかし，εが十分小さいシステムにおいても提案型の再帰的アルゴリズムでは，容易に 2 つのリカッチ方程式 (7), (9) の解が得られた。したがって，この数値例の場合，提案型が有効であることが示された。

6. まとめ

本論文では，A_{22}^{-1}が存在しない非標準特異摂動システムにおける LQG 問題を扱っている。本論文では，次の 2 つの大きな特徴がある。

1) 2 つのリカッチ方程式の解の存在性を保証する仮定に，A_{22}が非特異である必要がない。

2) 2 つの最適ゲインを求める際に，解く必要のある 2 つのリカッチ方程式を一般化リカッチ方程式に変換し，この一般化リカッチ方程式を解く。

したがって，非標準特異摂動システムの LQG 問題について，Gajic らと異なった仮定で再帰的アルゴリズムを導出できた。また，このアルゴリズムの収束性の証明に陰関数定理を用いることにより，十分小さな正のパラメータ (ε) に対し，収束解の存在を証明することができた。

さらに，本論文では，導出されたアルゴリズムの有効性を検証するために数値例を示した。この数値例によって，A_{22}が特異行列の場合でも解が得られることが示された。また，εが十分小さくても，収束解が得られることが示された。

以上の得られた結果は，数値例からも妥当なものであることがわかる。

最後に，本研究を進めるにあたり多大な御協力を頂いた広島大学の Dr. Hua Xu に感謝いたします。また，本稿に関して有益なご指摘，ご指導を頂いた査読者に感謝いたします。

(平成 7 年 9 月 8 日受付，同 8 年 4 月 26 日再受付)

文　献

(1) Z.Gajic, D.Petkovski, and X.Shen : "Singularly Perturbed and Weakly Coupled Linear System-a Recursive Approach, Lecture Notes in Control and Information Sciences", Vol.140, Berlin, Springer-Verlag (1990)

(2) A.H.Haddad : "Linear Filtering of Singularly Perturbad Systems", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.AC-21, 515/519 (1976)

(3) A.H.Haddad and P.V.Kokotovic : "Stochastic Control of Linear Singularly Perturbad Systems", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.AC-22, 815/821 (1977)

(4) H.K.Khalil and Z.Gajic : "Near-Optimum Regulator for Stochastic Linear Singularly Perturbad Sys-

tems", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.AC-29, 531/541 (1984)

(5) Z.Gajic : "Numerical Fixed-Point Solution for Near-Optimum Regulators of Linear Quadratic Gaussian Control Problems for Singular Perturbed Systems", Int. J. Control. Vol.43, No.2, 373/387 (1986)

(6) P.V.Kokotovic, H.K.Khalil, and J.O'Reilly : "Singular Perturbation Methods in Control, Analysis and Design", Academic Press (1986)

(7) H.K.Khalil : "Feedback Control of Nonstandard Singularly Perturbed Systems", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.AC-34, 1052/1060 (1989)

(8) Y.Y.Wang, S.J.Shi and Ż.J.Zhang : "A Descriptor-System Approach to Singular Perturbation of Linear Regulators", IEEE Transactions on Automatic Control, Vol.AC-33, 370/373 (1988)

(9) Y.Y.Wang and P.M.Frank : "Complete Decomposition of Sub-Optimal Regulators for Singularly Perturbed Systems ", Int. J. Control, Vol.55, No.1, 49/60 (1992)

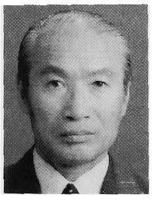
(10) H.Xu, K.Mizukami and Y.Y.Wang : "Connection Between the Generalized Riccati Equations and the Standard Reduced-Order Riccati Equations" ; (1994) (submitted)

(11) H.Xu and K.Mizukami : "The Linear-Quadratic Optimal Regulator for Continuous-Time Descriptor Systems, a Dynamic Programming Approach", Int. J. Systems Sciences, No.11, 1889/1898 (1994)

向谷博明

(学生員) 1969 年 11 月 14 日生。1992 年広島大学総合科学部数理情報学専攻卒業。94 年同大学大学院工学研究科情報工学専攻博士課程前期修了。現在同博士課程後期在学中。ロバスト制御, アルゴリズムに関する研究に従事。計測自動制御学会学生会員。

水上孝一



(正員) 1936 年 3 月 30 日生。1958 年広島大学工学部電気工学科卒業。60 年京都大学大学院工学研究科電気工学専攻修士課程修了。63 年同博士課程修了。63 年京都大学工学部助手, トロント大学客員研究員などを経て, 68 年広島大学工学部助教授, 77 年同総合科学部教授, 同大学院工学研究科担当, 現在に至る。関数解析, 最適制御, 微分ゲーム, 情報検索などの研究に従事 (工学博士)。情報処理学会, システム制御情報学会などの会員。