

アメリカの算数教育における「見積り」指導

—その現状と基本的な考え方について—

小山正孝
(1991年9月30日受理)

Teaching and Learning “Estimation” in USA Mathematics Education
—The Present State of Affairs and Fundamental Conception—

Masataka Koyama

The emphasis of the teaching and learning estimation (TLE) in mathematics education is a recent common feature to Japan and USA. The purpose of this paper is to make clear the present state of TLE in USA and its fundamental conception.

By analysing four mathematics textbook series published before the “STANDARDS” (1989), all of them deal with estimation in relation to measurement, computation, and problem solving. Therefore, the intention of emphasising TLE in the “STANDARDS” is not to introduce estimation as a new topic into mathematics curriculum but to improve TLE. It is the fundamental conception of TLE to develop the individual student’s estimation mind-set.

0. はじめに

平成元(1989)年には、奇しくも日米両国において、算数教育の歴史上の一つの動きがあった。その年、わが国では、文部省から『小学校学習指導要領』¹⁾(以下、指導要領と略称する)が告示され、アメリカでは、NCTM(全米数学教師協議会)から『学校数学のためのカリキュラムと評価の基準(Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics)』²⁾(以下、スタンダードと略称する)が公表されたのである。

わが国の場合、この指導要領の改訂は、戦後約10年ごとの改訂の一環として行われたのであって、それほど驚くことではない。しかし、アメリカにおける『スタンダード』の公表は、それまで全国統一の基準がなかっただけに、画期的な出来事であるといってもよいであろう。このような日米両国の「動き」は、算数教育の歴史におけるその意味合いは多少異なっているが、これまでの算数教育の反省を踏まえて来る21世紀を展望しているという点では共通しているように思われる。

このような「動き」の中で、日米両国の算数教育に

おいて見積りの指導が強調されるようになった。それは、コンピュータの急速な進歩に代表される今日の社会的・時代的要請によるものと考えられる。いわゆる情報化社会において、何を機械に任せ人間は何をすべきか——が問われている。そして、算数教育においても、限られた時間の中で、生徒に何をねらってどのような内容を指導すべきかが問われている。見積りの指導はこのような根源的な問いに対する一つの答えでなければならない、と筆者は考える。

ところで、この見積りの指導に対してまったく問題がないわけではない。例えば、わが国で従来指導されてきている概数・概算と見積りとはどこが違うのか、見積りを導入する時間が確保できるのかなどの問題点が指摘されている。また、アメリカでは見積りがどのように指導されているのか、その基本的な考え方は何かなど、ほとんど知られていない。

本稿では、アメリカの算数教育における「見積り」指導に焦点を当てて、その現状や基本的な考え方を明らかにしたい。このことは、わが国の算数教育における見積りの位置づけや指導について考えるための基礎

になる、と考えるからである。

そこで以下では、まず1.で、主に『スタンダード』において「見積り」がどのように位置づけられているかをみる。そして、2.では、研究論文において「見積り」がどのように捉えられているかを明らかにする。次に、3.では、アメリカの一つの教科書を取り上げ、そこでどのような「見積り」の指導がなされているか、その現状を示す。そして、4.で、アメリカの算数教育における「見積り」指導の基本的な考え方を述べることにする。

1. 『スタンダード』における「見積り」の位置づけ

『スタンダード』は、幼稚園(K)から第12学年までの学校数学をその対象としている。その中では、K-4、5-8、9-12の三つの学年段階に分けて、それぞれ13、13、14項目のカリキュラムの基準が具体的に示されている。

これら三つの学年段階の基準のうち最初の4項目は共通しており、それらは①問題解決、②コミュニケーション、③推論、④コネクションとしての数学である。^(2), pp. iii-iv)

そして、K-4学年段階の基準5と5-8学年段階の基準7に「見積り estimation」ということばがみられる。基準5では、生徒が次のことをできるように、カリキュラムの中に「見積り」を含めるべきであるとしている。^(2), p. 36)

- (1) 見積りの方略を探求すること
- (2) 見積りが適切な場合を明確に理解すること

- (3) 結果の妥当性を決定すること
- (4) 量、測定、計算、および問題解決の学習に、見積りを利用すること

また、基準7では、生徒が次のことをできるように、カリキュラムではさまざまな文脈における計算や見積りの基礎となる概念を発達させるべきであるとしている。^(2), p. 94)

- (1) 全数(0と自然数)、分数、小数、整数、有理数の計算をすること
- (2) 計算の手続きや見積りの仕方を創り出し、分析し、説明すること
- (3) 比例(に関する問題)を解決する方法を創り出し、分析し、説明すること
- (4) 暗算、筆算、電卓、コンピュータによる計算方法の中から、適切なものを選択して用いること
- (5) 問題を解決するために、計算、見積り、比例を用いること
- (6) 結果の妥当性をチェックするために見積りを用いること

この『スタンダード』では、わが国の指導要領のように各学年の目標や、各領域(「数と計算」「量と測定」「図形」「数量関係)の内容を示すという形式とはちがって、各学年段階の基準が列挙されているにすぎない。しかし、上述の三つの学年段階に共通する4項目はわが国の学年の目標と、それ以外の項目はわが国の各領域の内容と、それぞれ対応させることができるであろう。そうだとすれば、上で引用した基準5と7は「数と計算」領域の内容に相当し、『スタンダード』において「見積り」は、いわば「数と計算」領域の内容

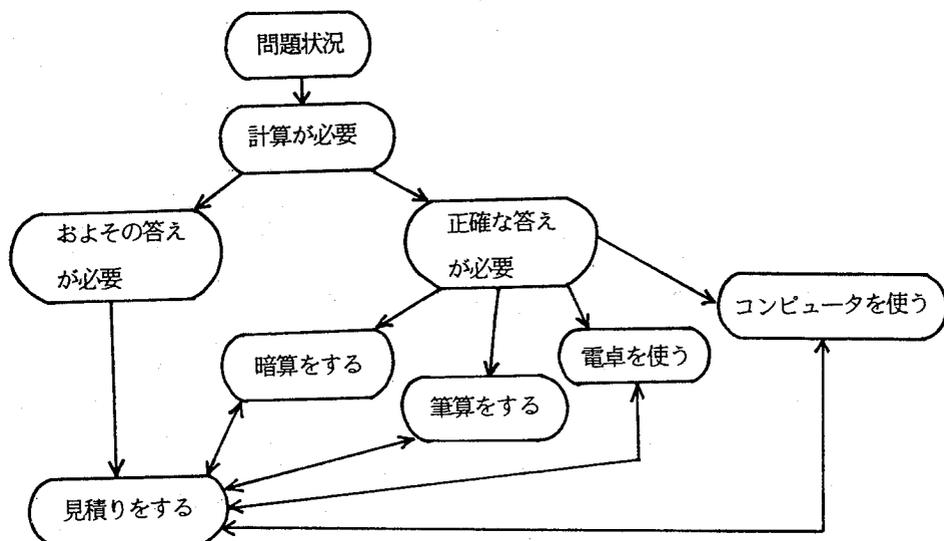


図1 数に関する問題解決における計算手続きの決定

として位置づけられているといえる。

しかし、「見積り」の位置づけはそれほど単純ではない。というのは、基準5(4)や基準7(5)に表されているように、「見積り」は「量と測定」領域や問題解決とも関連したものと位置づけられているからである。

さらに、『スタンダード』では基準5(3)(4)や基準7(4)(5)(6)との関連で、「見積り」と問題解決あるいは暗算、筆算、電卓、コンピュータによる計算との関係が、図1のように捉えられている。(2),p.9)

この図1の一方の矢線(↓)は、ある問題状況において、特に計算が必要とされる場合に、どのような答えが必要か、その答えを得るためにはどのような計算をしたらよいか、またその計算手段として何を選択すればよいか、という一連の意志決定の過程を示しているものと考えられる。

また、両方向の矢線(↔)が何を意味しているかは、次の記述をもとに解釈できるであろう。

《図1においては、正確な答えを得るための計算手続きとの関連で、いかなる計算をすべきかを見通したり、計算結果の妥当性を判断したりするのに、見積りを利用することができるし、またそうすべきであるということに注意しなさい。》(2),p.9)

この注意書きから、「見積り」に集中している両方向の矢線(↔)は、次の二つのことを意味していると考えられる。

- (1) 正確な答えが必要なときでも、どの計算手段(暗算、筆算、電卓、コンピュータ)を選択すべきかを見通すために「見積り」が利用できるということ(→)。
- (2) 正確な答えが必要なとき、いずれかの計算手段によって結果を得た後で、その結果が妥当かどうかを判断するために「見積り」が利用できるということ(←)。

2. 「見積り」とは何か

これまで、『スタンダード』における「見積り」の位置づけについてみてきた。ここでは、もっと素朴な疑問、すなわち「見積り」とは何か、について考えてみたい。

ここでの「見積り」の原語は、英語の“estimate”“estimation”である。これらのことばは、アメリカでは日常生活でもよく用いられるようである。その一般的な意味は、辞典(3),p.345)の説明をもとにすると、あるものの性質、値、大きさ、量などを、大まかに判断したり計算したりすること、あるいはその結果としての判断や計算であるといえる。

アメリカの算数教育に目を転じてみると、ここでもこれらは上述の意味を表すことばとして用いられている。そして、「見積り」に関するアメリカの研究論文では、「見積り」はそれがどのような場面で用いられるかによって分類されている。

例えば、『スタンダード』²⁾やB.J. ReysとR.E. Reys⁴⁾は、「見積り」を「計算見積り computational estimation」と「測定見積り measurement estimation」(広義)とに分類している。この分類の基準は、計算場面での見積りか、あるいは測定場面での見積りかにある。また、J. Sowder⁵⁾は、さらに、測定場面での見積りを、連続量の見積りを「測定見積り measurement estimation」(狭義)と呼び、分離量の見積りを「数値見積り numerosity estimation」と呼んで区別して、合計三つに細分している。これらを整理すると、図2のようになる。

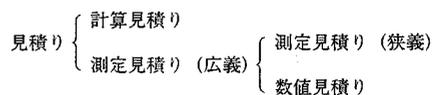


図2 「見積り」の分類

そして、これらの「見積り」が要求される場面としては、それぞれ次のような例が考えられる。

[計算見積り]

例1 243円の菓子と479円の本を買った。代金はいくらになるだろうか。

例2 800円もって買物に行く。243円の菓子と479円の本を買いたいが、足りるだろうか。

[測定見積り(狭義)]

例3 勉強部屋に長方形の机がある。この机の幅はどれだけだろうか。

例4 壁にペンキを塗りたい。ペンキはいくらいるだろうか。

[数値見積り]

例5 瓶の中に豆が入っている。何個の豆が入っているだろうか。

例6 列車のある車両に乗った。この車両には何人いるだろうか。

このような分類に基づいて、最近では、各タイプの「見積り」の研究が行われているが、最も進んでいるのは「計算見積り」の研究のようである。例えば、B. J. Reys⁶⁾は「計算見積り」の上手な生徒がどのような方略を用いるかを研究して、いくつかの方略を見出ししている。それらを、一つの例とともに列挙すると、次のようになる。

- (1) フロント・エンド方略 (Front-End Strategy)

(例) 243+479 の見積り

仕方1: 最も大きな位の数字に着目して,
 $200+400=600$

仕方2: 最も大きな位の数字に着目して,
 $200+400=600$ (フロント・エンド計算)
さらに, 43と79は約100 (調整)
したがって, $600+100=700$

(2) クラスタリング方略 (Clustering Strategy)

(例) 53+48+51+52+45+49 の見積り

仕方: 平均約50と見積り, $50 \times 6 = 300$

(3) 丸め方略 (Rounding Strategy)

(例) 243+479 の見積り

仕方: 243を200に丸める。479を500に丸める。
したがって, $200+500=700$

(4) 相性数方略 (Compatible Number Strategy)

(例) 53+48+51+52+45+49 の見積り

仕方: 合わせて約100になる相性のよい数の組を見つける。

$$(53+45) + (48+52) + (51+49)$$

したがって, $100+100+100=300$

(5) 特殊数方略 (Special Number Strategy)

(例) $\frac{7}{8} + \frac{12}{13}$ の見積り

仕方: $\frac{7}{8}$ は約1, $\frac{12}{13}$ は約1

したがって, $1+1=2$

これらの方略は, その例からもわかるように, まったく別々のものではなく, 丸め方略はその他の方略と密接に関連している。また, クラスタリング方略や相性数方略が有効に使えるかどうかは, 問題のタイプに依存する。さらに, 丸め方略を用いるにしても, どのような数に丸めるか, またどのような数に丸めるのが適切かということ, は, 暗算力や問題状況によって決まると考えられる。

例えば, 生徒に「243+479はおよそいくらになるか。」といったとしよう。すると, 暗算にあまり自信のない生徒は, ①「243はだいたい200, 479はだいたい500, だからだいたい700です。」と答えるか, ②「243はだいたい300, 479はだいたい500, だからだいたい800です。」などと答えるだろう。一方, 暗算に少し自信のある生徒は, ③「243はだいたい240, 479はだいたい480, だからだいたい720です。」などと答えるだろう。このように, 暗算で見積るときには, どのような数に丸めるかは, 見積りをする生徒の暗算力に大きく左右されるといえる。

さて, もし上の問題状況でこれら三つの答え①②③を評価するとしたら, どうなるであろうか。この場合, どれだけ正確な答え(722)に近かによって, 優劣をつ

けることになるであろう。そうすると, ③, ①, ②の順になる。ところが, 最初の問題状況が, 「800円もって買物に行く。243円の菓子と479円の本を買いたい, 足りるだろうか。」であったならどうであろうか。この問題状況では, 「800円で足りるかどうか」を的確に判断することが大切である。しかも, 計算が容易な方がよい。したがって, 243と479の両方を少し多めに見積って, 300と500に丸めるやり方②が, この問題状況においては最適であるといえる。このように, どのような数に丸めるのが適切かということは, 問題状況によって決まることである。

「計算見積り」においては, この例のように, 切り上げ, 切り捨て, 四捨五入などの方法によって数を丸めてから暗算して判断を下すという過程が一般的である。J. Sowder⁷⁾は, この点に着目して, 暗算は計算見積りのための基礎的な技能であることと, 計算見積りにとって数感覚が重要であるということを指摘している。また, B.J. ReysとR.E. Reys⁸⁾は, 「ある数をその数に最も近い何十, 何百, 何千などの数に丸める」という型にはまった学校での指導に対して, 注意を呼びかけている。そして, 彼らは, 教師は生徒が状況に応じて適切で柔軟な見積りができるように指導すべきであると主張している。

3. 教科書『数学への招待』にみる「見積り」指導

次に, アメリカの算数教育で「見積り」がどのように指導されているか, その現状を教科書を通してみたい。周知の通り, 一口にアメリカの教科書といっても, 多くの教科書があって, それぞれに特徴がある。

そこで, 筆者の手元にある4社の教科書⁹⁾¹⁰⁾¹¹⁾で, 「見積り」がどのように取り扱われているかを調べてみた。その結果, 「見積り」はいずれの教科書にも盛り込まれており, 特に教科書『数学への招待』が「見積り」を最も力を入れて取り扱っていることがわかった。そこで, 以下では, この教科書を通して, 「見積り」指導の系統と具体的な取扱いとをみていくことにする。

この教科書のK-8学年での「見積り」指導の系統は, 表1のようにまとめられる。この表から, この教科書では, 測定, 計算, 問題解決における「見積り」が指導され, 指導開始学年は内容によって異なるが, 一度開始されればそれ以降はずっと指導されていることがわかる。また, K-2学年では測定における「見積り」が主体であり, 第3, 4学年で計算における「見積り」の指導が開始され, 第5学年以降ではすべての内容が指導されている。さらに, 問題解決との関連では, 「答えが意味のあるものかどうか」をチェックする

表1 「見積り」指導の系統表

見積り場面	指導内容	K	1	2	3	4	5	6	7	8
測定における 見積り方略	妥当な推測									
	あるものと既知の尺度との比較									
	標本抽出と予測									
	表やグラフのよみ									
計算における 見積り方略	丸めることの利用									
	フロント・エンド数字の利用									
	相性のよい数に置き換えること									
	クラスタリングの利用									
問題解決にお ける見積り	基準となる数との比較									
	意味のある答え									
	見積りをいつすべきかの選択									

注) 表中の は、各内容を当該学年で指導することを表す。

指導はKから始められ、「どのようなときに見積りをすべきか」の判断の指導は第3学年から開始されている。

さて、「見積り」をなぜ指導するかについては、この教科書の教師用書の中に述べられている。^{(8),p.42(8)}それをまとめると、次のようになる。

第一の理由は、筆算や電卓による計算の答えが妥当かどうかをチェックするのに、「見積り」が有効であるということである。第二の理由は、正確な答えを得ることが不可能な場合には「見積り」をせざるをえないし、正確な答えが役に立たない場合には「見積り」を

(1) 測定における見積り方略

- ① 妥当な推測をすること：もののおよその長さ、量、距離を見積ったり、妥当な測定尺度(単位)を選択する。

右の例1は、第2学年の測定における「見積り」の一例である。^{(8),p.59}



例1

- ② あるものを既知の尺度と比較すること：

もののおよその長さ、量、距離を、既知の尺度で測定する。

右の例2は、第2学年の測定における「見積り」の一例である。^{(8),p.62}



例2

- ③ 標本を抽出して予測すること：あるものの数や量を、その標本を抽出して調べて、予測する。

下の例3は、第5学年の確率における「見積り」の一例である。^{(8),p.258}

実験カードAを読みなさい。各問いに答えなさい。

例3

実験 A

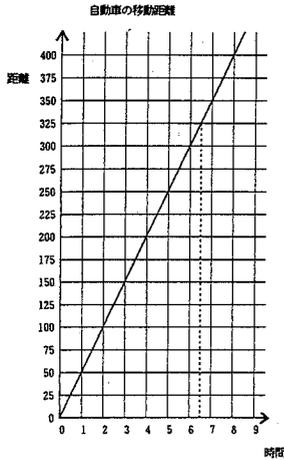
広口瓶の中を見ずに、その中からビー玉一つ取り出します。もしそのビー玉が赤なら、その日の朝食の時にオレンジジュースを飲むことができます。もしそのビー玉が青なら、グレープジュースを飲むことができます。そのビー玉を瓶の中に戻しなさい。



- a. ビー玉が赤である割合はいくつですか。
- b. 5日間でおよそ何回オレンジジュースを飲むことができると思いますか。
- c. 10日間でおよそ何回オレンジジュースを飲むことができると思いますか。

- ④ グラフや表をよむこと：既知の値をグラフに表したり，表に表したりして，それをもとに，未知の値を見積る。下の例4は，第5学年のグラフと比における「見積り」の一例である。(8),p.350)

例4



9. 見積り この自動車は9時間でどれくらい移動できますか。

10. 見積り 425マイル進のに何時間かかりますか。

(2) 計算における見積り方略

- ⑤ 丸めることを利用すること

下の例5は，第4学年の加法と減法における和の「見積り」の一例である。(8),p.52)

1955年には，レイクビュー学校に476人の生徒がいました。
現在レイクビューには，1955年よりも113人多くの生徒がいます。現在レイクビューにはおおよそ何人の生徒がいるでしょう。

476+113 を見積りなさい。

476+113
↓ ↓
500+100=600
476と113を最も近い
百の位の数に丸めなさい。
それから，たしなさい。

現在レイクビュー学校には，おおよそ600人の生徒がいる。

例5

- ⑦ 相性のよい数に置き換えること

下の例7は，第4学年の除法における商の「見積り」の一例である。(8),p.246)

984÷6 を求めなさい。

相性のよい数を用いて見積り
なさい。1,000÷5=200

$\frac{1}{6} \overline{) 984}$ 割りなさい
9の中に6はいくつありますか。1
 $\frac{6}{6}$ かけなさい
 $\frac{3}{3}$ 引きなさい
そして，くらべなさい

例7

- ⑥ フロント・エンド数字を利用すること

下の例6は，第4学年の小数における和の「見積り」の一例である。(8),p.119)

大ざっぱな見積りは，フロント・エンド数字 (頭の数字) を用いることによって得られます。
その見積りは，残りの数字をまとめることによって調整できます。
費用の合計を見積りなさい。

1+5+4+2+4+6=\$22

ソックス	\$ 1	.19	←おおよそ\$1
スカーフ	5	.79	
手袋	4	.25	
リング	2	.29	←おおよそ\$1
プレスレット	4	.49	
財布	6	.00	
消費税	0	.95	←おおよそ\$1

費用の合計: おおよそ\$25

例6

- ⑧ クラスティングを利用すること

下の例8は，第6学年の除法における平均の「見積り」の一例である。(8),p.68)

ホームランの数をたしなさい。

年数で割りなさい。

46
25
47
60
54
46
49
46
+41
414

$\frac{46}{9} \overline{) 414}$ ←平均
 $\frac{36}{54}$
 $\frac{54}{0}$

これらの数は50の近くに集まっている。
見積り: $9 \times 50 = 450$

例8

⑨ 基準となる数と比較すること

右の例9は、第6学年の分数の加法・減法における和の「見積り」の一例である。(8),p.248)

例9

$$\frac{1}{2} + \frac{5}{6} \text{ はいくつか。}$$

$$\begin{array}{r} \frac{1}{2} = \frac{6}{12} \\ + \frac{5}{6} = \frac{10}{12} \\ \hline \frac{16}{12} = 1 \frac{4}{12} = 1 \frac{1}{3} \end{array}$$

見積り：両方の数は1より小さい。
和は2より小さい。

(3) 問題解決における見積り

⑩ 答えが意味のあるものか

どうかをチェックすること：
ある問題を解決した後の「振り返り」段階で、その問題に対する答えが意味のあるものかどうかをチェックする。

右の例10は、第3学年の問題解決におけるこの種のチェックの一例である。

(8),p.52)

例10

読む

ジェレミアは\$5しかもっていませんでした。

彼はおもちゃの飛行機を買いました。お金はいくら残っているでしょうか。

\$2 \$12 \$22

計画を立てる

三つの選択肢のそれぞれについて考えてみなさい。最も意味のある答を選びなさい。

解きなさい

ジェレミアは初めに\$5しかもっていなかったことに注意しなさい。

その飛行機を買った後には、初めにもっていたお金より少なくなります。

\$5より小さい答は\$2だけです。

答える

\$2残っています。

振り返る

\$12と\$22はどちらも\$5より多いので、それらは意味のある答ではありません。

⑪ どのようなときに見積りをすべきかを判断すること：ある問題を解決するとき、まず、その問題を見積りで解決すべきかどうか判断する。

下の例11は、第3学年の時間とお金におけるこの種の判断の一例である。(8),p.141)

例11

計算方法の選択

筆算、暗算、見積り

各問題を解くのに、最もよい方法を用いなさい。用いた方法を言いなさい。

21. ジムは\$8.50もっていました。彼は\$6.00の木製の雪かきを買いました。お金はいくら残っていますか。
22. エミリーは\$4.29の二股手袋と\$3.87のスカーフを買いました。彼女は全部でいくら使ったでしょうか。
23. アンディーは\$10.00もっていました。彼は一枚\$5.95のレコードを2枚買えますか。

4. まとめ—「見積り」指導の基本的な考え方

これまで、『スタンダード』における「見積り」の位置づけ、「見積り」の概念や方略、『スタンダード』が公表される以前の1987年版の教科書での「見積り」指導の実際についてみてきた。そこで、ここでは、アメリカの算数教育における「見積り」指導について明らかになったことをまとめて述べるとともに、その基本的な考え方について考察することにする。

アメリカの算数教科書では、「見積り」、すなわち“estimate”“estimation”ということばが頻繁に用いられている。しかも、そのことばの意味はきわめて広い。実際、「見積り」とは、「あるものの値、大きさ、量など

を、大まかに判断したり、計算したりすること、あるいはその結果としての判断や計算」を意味する。それゆえ、その意味を限定するために、「計算見積り」「測定見積り」や「計算における見積り」「測定における見積り」などのように、見積りの対象や見積りを必要とする場面を明示している。

また、このたびアメリカの4社の教科書を調べたが、いずれの教科書でも「見積り」は取り扱われている。その中でも、特に教科書『数学への招待』は「見積り」を強調しているようである。実際、この教科書では、わが国の算数教科における4領域のうちの「数と計算」、「量と測定」、「数量関係」に相当するところで、「見積り」を取り扱っている。また、「問題解決」との関連でも「見積り」を取り扱っており、この点がこの教科書

の最大の特徴であり、注目すべき点である。

さらに、興味深い点は、1987年版の教科書の教師用書中に書かれている、「見積り」を指導する四つの理由である。これらは、1989年に公表された『スタンダード』に書かれているK-4学年段階の基準5の内容にほぼ対応する。実際、第一の理由「計算の答えの妥当性のチェック」は、基準5(3)「結果の妥当性を決定すること」に対応する。また、第二・第三の理由「実用性や有用性」は、基準5(2)「見積りが適切な場合を明確に理解すること」に対応する。そして、第四の理由「数感覚、位取り、問題解決との関連」は、基準5(4)「量、測定、計算、および問題解決の学習に、見積りを利用すること」に対応する。

したがって、『スタンダード』の「見積り」に関する基準は、それほど目新しいものではないといえるかもしれない。しかし、基準5(1)「見積りの方略を採求すること」は、ある意味で新しいことと考えられる。というのは、この項目は生徒自身が柔軟に見積りの方略を考えだすことを意味しているが、上で例示したように教科書『数学への招待』では型にはまった「見積り」方略の指導がなされており、このことに対して注意がはらわれていないように思われるからである。

以上のことから、『スタンダード』に示されている「見積り」に関する基準は、「見積り」を新しい内容として学校数学のカリキュラムに取り入れようというのではなく、従来から取り入れられている「見積り」の指導を改善せよという趣旨のものであると考えられる。そして、このような趣旨の提言の背後にある基本的な考え方は、「見積り」指導においては生徒の見積りの考え方 (estimation mind-set) を発達させることが重要であるということである。つまり、見積りとは何か、どのような場合に見積ることが適切か、ある与えられた状況においてどの程度の見積りが要求されるか、ということを生徒がわかるように指導するということである。延いては、生徒が「見積り」を数学の正当な一部として受け入れられるようになることを、アメリカでは「見積り」指導に期待している。(2),p.36)

5. おわりに

今後、わが国の算数教育における見積りの位置づけや指導の在り方について考える際には、以下の点から考えてみる必要があろう。

- (1) 見積りと数量の感覚や概念との関連
- (2) 生徒自身による見積り方略の採求と創造

- (3) 暗算、筆算、電卓、コンピュータを含めた計算指導全体での見積りの位置づけ
- (4) 問題解決における見積りの役割と機能

付記：本稿は第41回西日本数学教育学会（平成3年2月2・3日、松江市むらくも会館）で口頭発表した内容の一部を修正したものである。

<引用・参考文献>

- 1) 文部省、『小学校学習指導要領』、大蔵省印刷局、1989。
- 2) National Council of Teachers of Mathematics, *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, Reston, VA: NCTM, 1989.
- 3) Longman, *Dictionary of Contemporary English (New Edition)*, Essex, England: Longman Group UK Limited, 1987.
- 4) B. J. Reys and R. E. Reys, Estimation: Direction from the Standards, *Arithmetic Teacher*, Vol. 37, No. 7, NCTM, 1990, pp.22-25.
- 5) J. T. Sowder, *Estimation and Related Topics*, 1989. (This paper is a draft to be published in D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of Research on Teaching and Learning*.)
- 6) B. J. Reys, Teaching Computational Estimation: Concepts and Strategies, In H. L. Schoen and M. J. Zweng (Eds.), *Estimation and Mental Computation (1986 Yearbook)*, Reston, VA: NCTM, 1986, pp.31-44.
- 7) J. T. Sowder, Mental Computation and Number Sense, *Arithmetic Teacher*, Vol.37, No. 7, NCTM, 1990, pp.18-20.
- 8) L. C. Bolster, W. Crown, V. Hasen, and M. M. Lindquist et al. (Eds.), *Invitation to Mathematics (K-8)*, Scott Foresman and Company, Glenview, Illinois, 1987.
- 9) A. J. Altamuro, S. P. Clarkson, and J. Gann et al. (Eds.), *Mathematics (K-8)*, Laidlaw Brothers' Publishers, River Forest, Illinois, 1987.
- 10) T. Thoburn, J. Forbes, and R. Bechtel et al. (Eds.), *Mathematics (K-8)*, Macmillan Publishing Company, New York, 1987.
- 11) L. J. Orfan, B. R. Vogeli, S. Krulik, and J. A. Rudnick et al. (Eds.), *Mathematics (K-8)*, Silver Burdett Company, Morristown, NJ, 1987.