

## 〈展 望〉

# 数学教育学研究に関する一考察

—— 課題と方法を中心に ——

広島大学教育学部 小 山 正 孝

キーワード：数学教育学，研究領域，研究方法，研究課題，数学教育学論

### 〔要 旨〕

本稿の目的は、「数学教育学」の今日の発展につながる過去及び現在を，数学教育学に関する学術雑誌，学位論文及び研究著書・論文等を通して振り返ることによって，これからの「数学教育学」の研究課題と方法を展望するための礎とすることである。

まず，学問としての数学教育学は，数学教育を対象とする基礎的・科学的研究の体系であり，それは昭和30年代中頃に構想され，現在では成立し得たと言ってよい状況にあることを述べる。次いで，数学教育学は数学教育を対象とし，数学を通しての人間形成を追求するという目的をもつ，二面性や統合性といった性格の学問であることを確認する。そして，研究の蓄積と発展に伴って，現在では多様な研究領域や研究方法があることを示す。最後に，学際的アプローチによって取り組むべき数学教育学におけるいくつかの研究課題を示唆する。

## 0. 序

今日，中原忠男（1993，p. 224）が述べているように，数学教育（算数教育を含む）を研究する学問分野としての「数学教育学」は，制度的・内容的・社会的側面のいずれからみても成立したと言える状況にある。しかし，数学教育学は数学などに比べて若い学問であり，それだけにその基盤に関わる検討課題が多く存在していることも事実である。

本稿では、「数学教育学」の今日の発展につながる過去及び現在を振り返ることによって，これからの「数学教育学」の研究課題と方法を展望するための礎としたい。そのため，ここでは主として数学教育学に関する学術雑誌，学位論文及び研究著書・論文等を通してこのことを考察する。

以下では，まず，数学教育学成立の歴史的経緯を明らかにする。次いで，数学教育学の性格，研究領域並びに研究方法について整理し，考察を加える。そして，これらのことと最近の研究動向を踏まえて，これからの数学教育学における研究課題と方法を示唆する。

## 1. 数学教育学成立の歴史的経緯

昭和36年2月、当時の日本数学教育会（現在の日本数学教育学会）は、その月刊誌『日本数学教育会誌』の特別号として、『数学教育学論究』を刊行した。その創刊号の「序」で、当時の会長佐藤良一郎（1961）は本誌発行の目的を、《数学教育の基礎的研究・科学的研究と称するに値する論著を編集してこれを公にし、数学教育の研究者はもとより、広く数学教育の実際に当たる諸彦の参考に供しようとするものである》（p. 1）と述べている。

このように数学教育の基礎的研究・科学的研究の体系としての「数学教育学」を構想したものであったが、誌名『数学教育学論究』に「学」の一字を挿入するだけでも、当時は相当な議論を呼んだらしい。その様子を、平野智治（1970）は次のように述べている。

《その当時数学教育界には数学教育の研究を学の体系に整えなければならないという必要性を感じている人も少なかったし、学の体系に対して目を向けている人達の中でも、そんな体系が成立するかどうかに対して否定的であり、疑問的であった人も少なくなかった。》（p. 1）

このようないわば暗中模索の状態で、学問としての数学教育学の成立の可能性を期待して、発行された『数学教育学論究』ではあったが、平成4年3月現在で、号を重ねること58号まで刊行されている。そしてその中には、合計86編の数学教育の研究論文が掲載され、公表されている。そして、昭和54年に平林一榮がわが国では初めて数学教育学の論文で博士の学位を取得してから現在まで、9名がわが国の大学において数学教育学の論文で博士の学位を取得している。

これらのことと昭和40年代初期の大学院博士課程数学教育学専攻の設置等から判断して、その明確な成立時期については定かではないが、少なくとも、学問としての「数学教育学」は昭和30年代中頃に構想され、現在では、それは成立し得たと言ってよい状況にある。

## 2. 数学教育学の性格

ところで、数学教育学とはいかなる性格の学問であろうか。わが国で最初にこのことについて論考したのは、塩見健之祐（1967）であろう。塩見は、数学教育の学的構成の理想像を「数学教育学」と呼び、数学教育学は「数学教育」と「学」との結びつきと考えるべきで、そうすることによってその学的独自性のあり方が自覚されてくると述べている（p. 2）。そして、数学教育学は、数学と教育学の両者と強く関連するものではあるが、その研究目的や方法さらには研究領域において、それらとは異なった独自性を有する分野であるということを主張している。この主張の要点を整理すると次のようになる。

- (1) 数学教育学は、事象科学的な性格が強いものであり、数学的思考の実体と現象に関する真实性を追求して自ら理論の構成を企図しようとするものである。（研究目的）
- (2) 数学教育学は、まず思考過程を実存的なものとして認識し、これを誘起する心的機構の様相を漸近的に追求し、可能な限りその真相に接近しようとするものである。（研究方法）

このような、数学教育学が数学や教育学とは異なった独自の性格を有するという考えは、ストリャールの翻訳書『数学教育学』（1976）の中にもみられる。ストリャールは、数学教育学の研究

対象は数学の学習指導，すなわち，数学的活動と呼ばれる一定の思考活動の学習指導であると述べている（pp. 17-18）。そして，こうした研究対象をもつ数学教育学の構造を，次のような図に表している（図1）。ここでは，数学的活動の学習指導のための教育内容としての数学と，数学に特有な方法としての方法とが位置づけられており，数学教育学の独自性が示唆されていると考えられる。

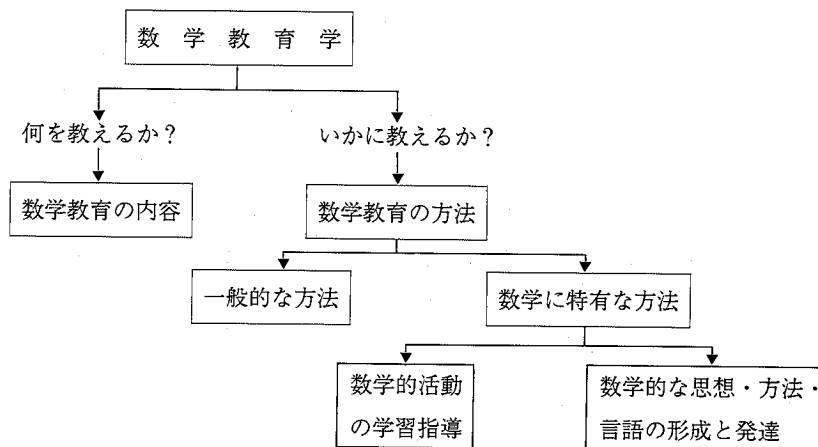


図1 数学教育学の構造（ストリヤール，1976，p. 29）

こうした数学教育学の独自性について，石田忠男（1992）は，塩見等の論考を踏まえて考察し，数学教育学の性格を次の5つに整理している。

- ◀①数学教育学は，数学教育を対象とする学問である。  
 ②数学教育学は，数学を通しての人間形成を追求する学問である。  
 ③数学教育学は，規範性と実証性とを有する学問である。  
 ④数学教育学は，数学教育の理論と実践の統合的研究を行う学問である。  
 ⑤数学教育学は，数学教育の思想と方法の統合的研究を行う学問である。▶（p. 15）

これらの指摘には，数学教育学の対象や目的，さらには二面性や統合性といった，その本性が明確にとらえられていると考える。

### 3. 数学教育学の研究領域

さて，このような性格をもつ数学教育学の研究領域には，どのようなものがあるのでしょうか。

昭和34年5月に発足した数学教育学会では，当時，専門分野とその領域は科学としての数学教育の発展とともに上げられ分化されていくものであると断ったうえで，少数の大まかな研究分野を設定している。これに対して，数学教育学を構想した塩見健之祐（1967）は，◀数学教育学は狭い科学性のみに制約することよりも，もっと広く「学問的性格」をおびるものとしてその分野を上げた

い」と考え、これらの研究分野に教育哲学的分野と言語学的分野を加えるなどの修正をして、次のような研究分野を示している。

◀(A) 専門的研究分野

1. 数学教育の教育哲学的分野
2. 数学教育の心理学的分野
3. 数学教育の言語学的分野
4. 数学教育の社会学的分野
5. 数学教育史
6. 数学史の教育的考察
7. 数学教育の比較教育学的研究

以上の諸分野の成果を総合したものとして、次の分野を考える。

8. 教育内容の理論的研究
9. 教授過程の理論的研究

(B) 主として関連する分野

1. 教育学
2. 心理学
3. 哲学
4. 社会学
5. 数学
6. 物理学その他の自然科学

その後、日本数学教育学会は『数学教育学論究』の創刊十周年と二十周年に記念号を発刊し、それまでに掲載された論文を、それぞれ8領域と9領域に分類している。川口延(1981)によれば、論究の創刊当初から、数学教育についての基礎的科学研究はどのような性格のものか、数学教育学を科学として建設するにはどのような条件を満たすものとして確立すればよいか、ということが問題となり、これについて論議されたようである。その結果、数学教育学という新しい学問分野を建設するには、◀そのような性格や条件を予め設定して研究を進めるような演繹的アプローチは適当でなく>、むしろ、それぞれの研究者の自由な発想による研究の◀成果から、数学教育学を科学として成立させるための性格や条件を帰納的に抽出するといったアプローチがよいのではないかと>という見解にいたったようである(p. 2)。

そして、このいわゆる帰納的アプローチによって、次のような9つの研究領域が抽出されている。

◀A. 数学教育の目標論，内容論，教育課程論に重点をおく研究

B. 数学教育の指導方法論，評価論に重点をおく研究

C. 数学教育についての教育史，文化史，比較教育学に重点をおく研究

D. 子どもの数学的概念の形成過程，問題解決の思考過程等の心理的過程の探究に重点をおく研究

E. 数学教育事象の究明に対して，統計学的あるいは数学的手法を用いることに重点をおく研究

F. 数学教育の研究方法論に重点をおく研究

- G. 数学教育の研究や指導に、教育器具等の教育工学的手法を用いることに重点をおく研究
- H. 数学教育事象の究明に対し、一般または学生、生徒対象のアンケート、または、テスト等による調査、実験等の結果を判断の基準に展開した研究
- I. 以上のどの領域にも入りにくいと思われる研究》(p. 4)

これらは、全体としては数学教育学の研究領域を示してはいるが、研究対象、研究アプローチ、研究方法等の様々な観点が混在したかたちで設定されており、カテゴリ的なものとは言い難い。実際、「～に重点をおく研究」という表現がこのことを端的に物語っている。とはいえ、数学教育学の性格上、実際、ある研究がどの領域に属するかを確定することが困難な場合も多い。

一方、平林一榮 (1990) は、《局所的視点と大域的視点との均衡を失ってはならない》と注意を促したうえで、第一の次元を数学教育の基礎的研究と実践的研究の区別にとり、第二の次元を研究のテーマにとって、次の図2のような「研究課題のカテゴリー」を提案している。ここでの第一の次元の2つの区別は、数学教育学の基礎的性格と実践的性格の二面性を考慮してなされていると考えられる。そして、第二の次元の目標論、内容論、方法論は、それぞれ数学教育の成分である社会、数学、子どもに対応しており、それに、これらが関連する領域として評価論が付け加えられている。さらに教師論という領域が考えられるが、これは別の次元の分野であると平林は考えている。

いずれにしても、ここに示されている8つのカテゴリーは大きなものであり、これらをさらに細分化することもできる。実際、平林は、特に第一の次元について、基礎的研究は、歴史的、比較的、実験的（とくに心理学的）、理論的（とくに論理的）などと細分されるであろうし、実践的研究には、授業研究法、教材構成論などがはいるであろうと述べている。ここでの基礎的研究の細分化の基準は、その研究アプローチにあると考えられる。

	目標論	内容論	方法論	評価論
基礎的研究				
実践的研究				

図2 研究課題のカテゴリー (平林一榮, 1990, p. 15)

さらに、石田忠男 (1992) は、数学教育学の研究対象は数学教育、とりわけ算数・数学の授業であると、その構造と研究領域の関連を次のような図に表している (図3)。

ここには合計10個の領域が示されているが、この分類の特徴は、これらの領域を数学教育学の研究対象である算数・数学の授業との関連で設定していることである。研究対象の左右に配置されている5つの領域は、「横断的視座」から授業を構成する各要素に焦点を当てたものである。一方、下部に配置されている4つの領域は、「縦断的視座」から、左右に配置されている領域を総合しようとするものである。そして、上部に配置されている数学教育学論という領域は、すべての研究領域と関わり、それらを対象とし、それらを基礎づけるものである (石田忠男, 1992, p. 20)。

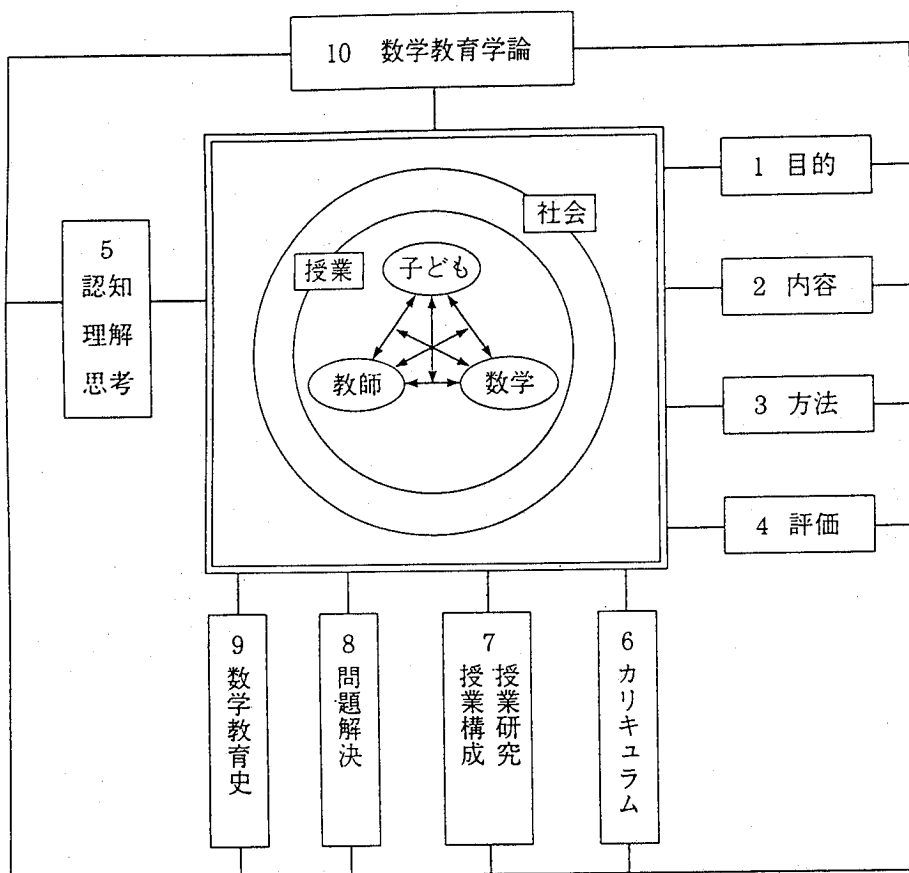


図3 数学教育学の研究対象と各研究領域の関連 (石田忠男, 1992, p. 19)

これまでみてきたように、数学教育学の研究領域には多様なものがあり、まさに数学がそうであったように、それは研究の蓄積と発展に伴って変化し、また細分化され得るものである。この意味で、研究領域を設定する作業は、少なからず「帰納的アプローチ」によらざるをえないであろう。しかしながら、数学教育学を大局的にとらえ、数学教育の発展のために研究すべき領域を明確にするという作業も一方では必要であると考え。そうするうえで、平林一榮 (1990) に示されているカテゴリー的思考や、石田忠男 (1992) の横断的・縦断的視座は重要な示唆を与えてくれる。

#### 4. 数学教育学の研究手法

数学教育学の研究手法には、上に述べたような研究領域の多様性を反映して、様々なものがある。むしろ、逆に、研究方法の多様性に比例して多様な研究領域が生ずると言ってもよいであろう。このように、研究領域と研究方法とは相互に密接な関係がある。しかし、ここでは、それらを便宜的に一応切り離して、数学教育学における研究方法についてみていくこととする。

すでに引用した研究領域の中にみられる、例えば、教育哲学的、心理学的、言語学的、社会学的の研究などは、数学教育学と関連する諸学問分野から研究方法を援用する研究とみなすことができる。

塩見健之祐（1967）は、こうした観点とは別に、数学教育学の研究方法を次のように大別している。

《(A) 科学的研究方法 (1) 実験的方法 (2) 統計的方法

(B) 内省的観察法, 内省的考察法》(p. 7)

ここでは研究方法が大きく2つに分けられているが、これは次のような塩見の立場や考えによるものと考えられる。つまり、数学教育学は狭義の科学性だけに力点を置くべきではなく、より広く「学問的性格」をおびるものであるべきだという立場である (p. 5)。そして、こうした数学教育学の性格から考えて、分析的な客観的方法のみに局限せず、総合的方法をも採用し、両者が協力することによって研究成果を発展させることができるという考えである (p. 6)。

しかし、このような塩見の指摘からすでに四半世紀が経過し、数学教育学それ自身の発展と関連諸学問の発展とが相俟って、今日では、さらに多くの研究方法を同定することができる。例えば、中原忠男（1993, pp. 230-231）は、数学教育学の研究を大きく2つ、つまり「理論的、規範的研究」と「実践的、実証的研究」とに分けて、それぞれの研究で主として用いられる方法として、次のものを挙げている。

- |               |               |
|---------------|---------------|
| (1) 理論的、規範的研究 | (2) 実践的、実証的研究 |
| A1 哲学的方法      | B1 実験授業       |
| A2 解釈的方法      | B2 授業研究       |
| A3 歴史学的方法     | B3 問題・アンケート調査 |
| A4 比較教育学的方法   | B4 プロトコール分析   |
| A5 記号論的方法     |               |

ここには、現在、数学教育学において用いられている主要な研究方法がほとんどすべて列挙されている。しかし、これらにさらに多くの研究方法を付け加えて、別の観点で整理することもできる。Romberg, T.A. (1992, pp. 56-58) は、数学教育学のそれに限らず一般的な研究方法として、次に示すようなものを挙げている。

(A) 既存の証拠に基づいて用いられる方法

①史料編集 (Historiography) ②内容分析 (Content analysis) ③動向分析 (Trend analysis)

(B) ある状況が存在し証拠を収集すべきときに用いられる方法

①回顧的調査 (Retrospective survey) ②集団記述的調査 (Mass-descriptive survey)

③構造化インタビュー (Structured interviews) ④臨床インタビュー (Clinical interviews)

⑤投影的調査 (Projective surveys) ⑥構造化観察 (Structured observations)

⑦臨床観察 (Clinical observations) ⑧長期的研究 (Longitudinal study)

⑨横断的研究 (Cross-sectional designs) ⑩因果関係モデリング (Causal modeling)

⑪事例研究 (Case studies) ⑫活動研究 (Action research)

⑬民族誌的研究 (Ethnography)

(C) 実験

- ①教授実験 (Teaching experiments)                      ②比較実験 (Comparative experiments)
- ③継続的時系列実験 (Interrupted time-series experiments)

(D) 評価

- ①要求評価 (Needs assessment)                      ②形成的評価 (Formative evaluation)
- ③総括的評価 (Summative evaluation)              ④啓蒙的評価 (Illuminative evaluation)

これらの中には、現在の、特にわが国の数学教育学の研究ではあまり用いられていない方法も含められており興味深い。殊に、(C)は中原の(2)に対応すると思われるが、調査、インタビュー、観察等の詳細な研究方法が示されており、これらはこれからの数学教育学の研究に対して示唆に富むものである。とはいえ、実際に研究を行う際には、まず研究課題や目的を設定し、そのための適切な研究方法を選択・採用しなければならないというのは当然のことである。Romberg は、どの研究方法を用いるかは、少なくとも次の5つの要因に依存すると述べている (p. 56)。

- ① 研究者はどのような世界観をもっているか。(世界観・パラダイム)
- ② 課題が過去、現在、未来のいずれに方向づけられているか。(課題の時間的方向性)
- ③ 状況がすでに存在するか否か。(状況の存在)
- ④ 証拠を文献から収集するか観察等から収集するか。(証拠の源)
- ⑤ 研究の所産は有用かどうか。(所産の評価)

## 5. 結語—数学教育学におけるこれからの研究課題と方法に対する展望

これまでみてきたように、数学教育学は数学教育をその研究対象とする一つの学問であり、その対象の特質や二面性や統合性といった数学教育学の性格から、そこには多様な研究領域と研究方法がある。これまでも数多くの研究が行われてきており、最近では、ますます学際的・国際的に行われるようになった。こうした状況において、これからの研究課題と方法に対して、数学教育学界の大多数の合意が得られるような展望を述べることは容易なことではない。

このことは、10年ほど前に Wheeler, D. (1984a, b, c) が行った一つの試みの結果をみれば肯首できるであろう。Wheeler は、1900年のパリ国際数学会議で Hilbert, D. が23の「数学の問題」を挙げたのに倣い、60人余りの数学教育研究者に対して「数学教育の問題」を提出するように求めた。そして、約20人から回答を得ているが、それらを見ると次のようなことがわかる。

- (1) 「数学教育における問題とは何か」、「その問題の解とは何か」というような、要請そのものに対して疑問を投げかける者がかなりいる。
- (2) 回答の中で提出された「数学教育の問題」は、研究者の興味・関心を強く反映した多種多様なものであり、共通な問題は少ない。

したがって、個人的な興味・関心にかなり依存することは否めないが、以下では、これまでに考察してきたことと最近の研究動向等を踏まえて、研究課題と方法に対する展望を述べたい。その手



がかりとして、まず、平林一榮（1990）の指摘する次のような研究課題に注目したい。というのは、これらは数学教育学の根本に関わる課題であるがゆえに、かなりの程度合意の得られるものであると考えるからである。

それは、数学教育の思想、人間教育としての数学教育の存在意義に関わる課題であるといえる。より具体的には、①数学教育の「自己照合（self-reference）」、つまり、わが国の数学教育の歴史的基調を点検すること、②人間の教育全般に数学教育を位置づけること、③人間と数学との基本的な関係を明らかにすることである。さらに、平林は、これらの課題と関連して、「研究課題のカテゴリー」のそれぞれの領域の課題を次のように述べている。

目標論的分野の課題：数学教育の目標を、社会・人間全体をみすえた上で設定すること。（p. 17）

内容論的分野の課題：数学教育の目的に照らして、教育内容を選択する基準をつくること。

そしてさらに方法論との関連において、実践的にも可能な教材構成を示すこと。（p. 20）

方法論的分野の課題：心理学的研究として、具体的にメタ認知の本性を追求し、その組織づけをすること。さらに、実践的研究としての構成主義に関する研究を通して、授業という固有の教育手続きに関する研究をすること。（p. 25）

これらの課題の指摘には説得力がある。というのは、例えば、論究の第1号から第58号に掲載されている86編の論文を約10年毎に区切って、前述の9つの領域にしたがって整理したもの（表1）をみると、これらの課題がより鮮明に意識されるからである。事実、この表の領域Aには数学教育の目標論、内容論、教育課程論に重点をおく研究が含まれるが、その後は僅かに4編にすぎない。これには、数学教育の狭い意味での目標、内容、教育課程が学習指導要領に示されているという、わが国に固有の事情が大きく影響していることは確かである。しかしながら、今日のようないわゆる数学教育受難の時代にあっては、小手先の教育方法の研究だけではもはや困難な問題点を克服できそうにない。それゆえ、数学教育の思想、人間教育としての数学教育の存在意義に関わる課題に取り組む必要がある。

表1 『数学教育学論究』（第1号～第58号）に掲載された論文86編の分類

領域	A	B	C	D	E	F	G	H	I	合計
第1号～第19号	1	3	7	24	8	1	3	0	7	54
第21号～第37号	2	1	3	1	0	1	0	5	3	16
第39号～第58号	1	2	1	5	1	2	0	2	2	16
合計	4	6	11	30	9	4	3	7	12	86

こうした課題に対してはいろいろなアプローチや研究方法があり得るし、またそうした種々のアプローチや研究方法による研究が行われなければならない。そして、それらを統合するような研究も必要となるであろう。ここでは、このような研究の一例として、Ernest, P. (1991)の研究に注目しておきたい。それは、科学哲学的かつ認識論的アプローチによって、社会的構成主義という立場で、数学的知識の主観性と客観性の二側面を関連づけ、統合的にとらえようとしている、と要約

できる。もちろんこの研究によって課題が解決されたわけではなく、不明瞭な点多々あるが、数学と個人及び人間社会の関係をとらえようとしている点で、この研究は高く評価されるべきものであると考える。

このような数学教育学の根本的な研究課題に取り組むには、まさに学際的とでも呼べるアプローチと研究方法が要求される。そして、こうした学際的研究を個々の研究者が独力で行うことには限界があるので、国内外の共同研究やセミナーのかたちで組織的に行う必要があると考える。さらに、石田忠男（1992）の言う、数学教育の理論と実践あるいは思想と方法の統合的研究を、いかに行うかなど、いわゆる「数学教育学論」の領域に含まれる研究課題が残されている。

### 〈引用・参考文献〉

- Ernest, P. (1991) *The Philosophy of Mathematics Education*, The Falmer Press.
- 平林一榮（1990）「数学教育学の回顧と展望」、『数学教育学のパースペクティブ』，聖文社，pp. 1-28.
- 平野智治（1970）「論究創刊十周年記念号によせて」、『数学教育学論究』第20号，日本数学教育学会，p. 1.
- 石田忠男（1992）『数学教育における「構成的アプローチ」による授業過程の研究』，広島大学学位論文.
- 川口延（1981）「数学教育学の建設と論究の使命」、『数学教育学論究』第38号，日本数学教育学会，pp. 2-3.
- 中原忠男（1993）「数学教育の研究」，数学教育学研究会編『新数学教育の理論と実際〈中学校〉』，pp. 224-233.
- Romberg, T.A. (1992) Perspectives on Scholarship and Research Methods, Grows, D.A. (Ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, NCTM, pp. 49-64.
- 佐藤良一郎（1961）「創刊のことば」、『数学教育学論究』第1号，日本数学教育会，pp. 1-2.
- 塩見健之祐（1967）「数学教育研究の性格と領域に関する考察——数学教育学の構想——」、『数学教育学論究』第14号，日本数学教育会，pp. 1-9.
- ストリヤール著／宮本敏雄・山崎昇訳（1976）『数学教育学』，明治図書.
- Wheeler, D. (1984a) Research Problems in Mathematics Education I, *For the Learning of Mathematics 4, 1*, pp. 40-47.
- Wheeler, D. (1984b) Research Problems in Mathematics Education II, *For the Learning of Mathematics 4, 2*, pp. 39-44.
- Wheeler, D. (1984c) Research Problems in Mathematics Education III, *For the Learning of Mathematics 4, 3*, pp. 22-29.

(1993年11月9日受理)

[Abstract]

## A Study on Research in Mathematics Education as a Science; Its Tasks and Methods

Masataka Koyama

The aim of this paper is to lay a foundation for perspectives on mathematics education as a science in the future. In order to do it, we reviewed the past and present state of affairs related to the development of research in mathematics education. Then, the features of mathematics education as a science and the interdisciplinary characteristics of its fields and methods are shown. Moreover, some perspectives on the tasks and methods of research in mathematics education in the future are suggested.