

数学に対する生徒の信念・目的・態度の基礎的研究 (II)

— 「学習成績」との相関性について —

中原 忠男 小山 正孝 後藤 俊秀

中野 俊幸 村上 和男

§1. はじめに ～数学教育における「新しい学力観」と本研究との関連について

最近教育関係で、「新しい学力観」という題目の出版物や研究題目が目につくようになって来た。「学力観」が最近になって問題にされるようになってきた背景には、「偏差値教育」「知識偏重」などの学校教育批判、そしてそれに対する文部省主導型の教育施策、とくに、中学校における業者テストの排除や高校入試の内申への観点別評価の導入があるようである。では、「新しい学力観」とは何か。数学の場合、この度の学習指導要領に目標として記された次の下線部分のことであるというのが、おおかたの主張である。

〈中学校〉『数量、図形などに関する基礎的な概念や原理・法則の理解を深め、数学的な表現や処理のし方を習得し、事象を数理的に考察する能力を高めるとともに数学的な見方や考え方のよさを知り、それらを進んで活用する態度を育てる』

〈高等学校〉『数学における基本的な概念や原理・法則の理解を深め、事象を数学的に考察し処理する能力を高めるとともに数学的な見方や考え方のよさを認識し、それらを積極的に活用する態度を育てる。』

すなわち、数学的知識の理解・技能の育成のみを目標とするのが「旧い学力観」であり、これれに対して、さらに数学的な考え方・態度をも「学力」として位置づけようとするのが「新しい学力観」というわけである。

しかし、実は、「数学的考え方や態度」を学力と考えることは決して「新しい」ことではない。従来からその育成の重要性は主張されて来たことなのである。例えば、片桐重男氏によれば、学力の定義についてのいわゆる「学力論争」において、上田薫氏や広岡亮蔵氏は、知識・技能とともに考え方や態度を重要な学力と見なすことを、すでに1960年代から主張していると指摘している。¹⁾

また、さらに片桐氏は、数学教育では、昭和10(1935)

年に編纂された緑表紙教科書の教師用の凡例において次のような記述をみだしている。

『尋常小学算数は、児童の数理思想を開発し、日常生活を数理的に正しくするように指導することに注意を置いて編纂してある。』²⁾

ここで「数理思想」というのは、塩野直道氏によれば、「数理を愛し、数理を追及把握して喜びを感じずる心を基調とし、事象の中に数理を見出し、事象を数理的に考察し、数理的な行動をしようとする精神的態度」を表現する言葉であったのである。

さて、数学的考え方・態度を学力ととらえることが数学教育史的に決して新しいことでないことをさらに検討してもあまり有意義ではない。むしろ、ここで注目すべきは、われわれにとって、なぜこの学力観がいつも新鮮に感じられるのかということである。すなわち、そのような新たな問題性を示唆するこの学力観の深淵さを認識しておくべきであろう。

上記の学習指導要領にもみられるように、多くの場合、数学的考え方・態度は、数学的知識の理解・技能に對置するものとしてとらえられているように思われる。「数学的知識の理解・技能」と「数学的考え方・態度」という2つの對置から直ちに連想されるのは、G. ライルの「事柄を知る (knowing that)」と「仕方を知る (knowing how)」という知の區別である。³⁾前者は命題の形で表現可能な「事實的知識」であるのにたいして、後者は、楽器の演奏の仕方やチェスの指し方や釣りの仕方などの「遂行的知識」である。ライルは、主知主義者を批判し、日常生活の文脈の中ではたらく知識のありかたに目を向けて、「遂行的知識」の重要性・優位性を次のように主張している。

「これまで哲学者はわれわれが採用すべき理性の本質、源泉、資格などの調査のみに専念してきたために、ある事柄を遂行する仕方を知っている knowing how ということはいかなることであるのかという問題をほとんど無視して来た。しかし、日常生活においてはむしろ

ろ逆に、我々は、教育という特別な作業の場合と同様、人々の知識の貯蔵量に対してよりもむしろ彼らの認識の能力に対してより多くの関心をもっており、また人々が習得する真理そのものよりもむしろそれをそれを得るための作業に対してより多くの関心をもっているのである。事実、ある人の知的卓越や知的欠陥を問題にしている場合においてさえも、その人がすでに獲得している真理の貯蔵量の多寡はあまり問題ではない。むしろ、みずから真理を見出す能力、さらに真理を見出した後にそれを組織的に利用する能力こそがはるかに重要なのである。」⁴⁾

ライルのこの主張は、そのまま「新しい学力観」の重要性・優位性の主張に重なるであろう。しかし、ライルの導入した「遂行的知識」という新しいカテゴリーによって、彼が上述で主張するような能力の内実が十分明らかにされたといえるであろうか。

ここで、コンピュータと人間との知能の違いについて考えてみよう。コンピュータの情報処理のとくにエキスパート・システムの考え方の中にも、ライルの二分法と同じような区別がある。それは、「宣言的知識 (declarative knowledge)」と「手続き的知識 (procedural knowledge)」である。例えば、盛り付けられた料理を「宣言的知識」とすると、それを作る調理法が「手続き的知識」である。データベースになるものが「宣言的知識」であり、それを処理するプログラム (表計算のアプリケーションならばマクロ) が「手続き的知識」である。ところが、コンピュータは、「宣言的知識」と「手続き的知識」のどちらも我々とは比較にならないほどの量を習得することができ、処理する能力をもっているのである。では、はたしてコンピュータは新しい学力観の優等生と言えるのか。明らかに、このようなコンピュータがもつ「遂行的知識」は、我々が目指そうとする学力観とは異なったものである。コンピュータの姿は、ボルヘス描くところの記憶の人「フネス」をまさしく具現化したようなもので、「博覧強記」であっても、先に引用したライルが主張するような能力をもつ「博学多識」ではない。「新しい学力観」は単に物事や方法をよく理解し暗記しているという「博覧強記」ではなく、広く深い知識をさまざまな状況に応じて創造的に活用できる「博学多識」の育成をめざすものといえる。このようにコンピュータと人間との差異を考えると、新しい学力観のめざす「博学多識」には、G. ライルの「事实的知識」と「遂行的知識」では尽きせぬ部分があることが明らかになる。

では、ライルの二分法を越える新たな次元は何か。それは、L. ヴィットゲンシュタインが「語り得ぬもの」としたものであり、M. ポランニーの「暗黙知 (tacit

knowledge)」であり、あるいは「パトス (pathos) の知」であると我々は考えている。ポランニーは、「暗黙知」について「それは隠されてはいるが、それでもわれわれが発見できるかもしれない何かについて、われわれがもっている内感である。」⁵⁾としているが、こうした次元の知は、意識化・対象化された顕在知ではなく、それをささえる潜在的な知で、言語化されていない、氷山の水面下の氷塊部分のごとき知である。プラトンの「メノン」の中で明示的に定式化された「知識のパラドックス」は、そういった知によってはじめて解決することができ、コンピュータに不可能な人間の創造的探求活動は、それによってその軌道に乗るのである。そして、「新しい学力観」の深淵さは、このような暗黙的潜在的な知のありかたを視野に入れなければならないことに起因するのである。

さて、こうした知が信念体系や目的観などと大きく関連していると考えられる。なぜなら、ポランニーが「暗黙知」にかかわって「すべて知識とは問題を知ると同じ種類の知識である。」⁶⁾と述べているように、それは、問題「発見」の能力にかかわるものであり、問題の「発見」は我々のもっている信念に疑いを生じさせること、つまり、信念システムの「再調整」を迫ることにほかならないからである。したがって、その結果としてもっている信念や目的観が「暗黙知」などの知のありかたと深くかかわっていると考えるのである。

では、数学に対する目的観・信念などが、「新しい学力観」に深くかかわるのなら、それが知識の理解・技能などの能力いわゆる「学習成績」とどのような関連性をもっているのか。これを分析するのが本研究の目的である。

分析の方法は、まず、生徒の数学に対する目的観や信念を調べる質問紙を作成し、これで生徒にアンケート調査し、その各質問項目と生徒の数学問題のテストの得点との相関係数をもとめて、それをもとに考察したものである。

なお、質問紙および質問項目の作成については、昨年度の紀要で紹介・解説したとおりである。

§2. 調査・分析結果とその考察

アンケート調査は、中学1年(42名)、中学2年(42名)、高校1年(47名)、高校2年(44名)－それぞれ1クラス分－を対象にして、1994年10～11月に行った。成績との相関係数は次のようになった。

〈調査1〉

項目	中1	中2	高1	高2
1)X1	0.221	0.014	0.090	0.270
2)X2	0.313	0.193	0.261	0.139
3)X3	0.336	0.208	0.303	0.178
4)X4	-0.095	-0.158	-0.060	0.122
5)X5	0.165	0.134	0.273	-0.062
6)X6	-0.331	-0.331	0.045	0.184
7)X7	0.230	0.166	0.435	0.146
8)X8	-0.152	-0.054	0.019	0.061
9)X9	0.133	0.037	0.254	0.035
10)X10	-0.007	-0.070	-0.018	-0.111
11)X11	-0.526	-0.003	-0.275	-0.119
12)X12	0.056	0.106	-0.095	0.075
13)X13	-0.151	-0.161	0.172	-0.111
14)X14	0.104	0.163	0.093	-0.018
15)X15	0.199	-0.184	-0.121	-0.041
16)X16	0.069	-0.296	0.213	0.062
17)X17	0.209	0.323	0.448	0.264
18)X18	-0.268	-0.137	0.151	-0.195
19)X19	0.203	0.255	0.198	-0.015
20)X20	-0.528	-0.439	-0.152	-0.397
21)X21	0.033	-0.460	-0.081	0.062
22)X22	0.393	0.051	0.138	0.246

〈調査2〉

項目	中1	中2	高1	高2
23)X1	0.031	-0.278	0.217	0.408
24)X2	0.185	0.037	0.199	-0.080
25)X3	-0.179	-0.231	-0.032	-0.359
26)X4	0.160	-0.247	0.173	0.135
27)X5	-0.063	-0.138	0.310	0.312
28)X6	-0.081	-0.271	0.102	0.058
29)X7	0.102	-0.142	0.289	0.222
30)X8	0.132	0.038	-0.126	-0.049
31)X9	0.075	-0.151	0.475	-0.235
32)X10	0.277	-0.012	0.456	0.345
33)X11	0.204	-0.317	-0.061	0.194
34)X12	0.062	0.133	0.073	0.127
35)X13	0.229	-0.218	-0.112	0.150
36)X14	0.034	-0.184	-0.044	0.168
37)X15	0.163	-0.111	0.308	0.189
38)X16	0.145	-0.163	0.078	0.162
39)X17	0.282	-0.150	0.290	0.149

(1) 調査1「数学をどのような教科と考えているか」と成績との相関性の分析

相関のある項目(相関係数0.2以上)はつぎのとおりである。

・中学1年(項目番号)／相関係数

(20)／-0.258, (11)／-0.526, (22)／0.393,
(3)／0.336, (6)／-0.331, (2) 0.313,
(17)／0.289, (18)／-0.268, (7)／0.230,
(1)／0.221, (19)／0.203

・中学2年(項目番号)／相関係数

(21)／-0.460, (20)／-0.439, (6)／-0.331,
(17)／0.323, (16)／-0.296, (3)／0.288,
(19)／0.255

・高校1年(項目番号)／相関係数

(17)／0.448, (7)／0.435, (3)／0.383,
(11)／-0.275, (5)／0.273, (2)／0.261,
(9)／0.254, (16)／0.213

・高校2年(項目番号)／相関係数

(20)／-0.397, (1)／0.270, (17)／0.264,
(22)／0.246

〈調査3〉

項目	中1	中2	高1	高2
40)X1	0.106	0.114	0.020	0.289
41)X2	0.270	-0.140	0.057	0.362
42)X3	-0.010	-0.441	-0.132	-0.413
43)X4	-0.083	-0.206	0.295	-0.033
44)X5	0.144	0.152	-0.017	0.214
45)X6	0.247	0.021	0.206	0.127
46)X7	-0.175	-0.108	0.062	0.001
47)X8	-0.107	-0.042	-0.047	-0.018
48)X9	0.227	-0.326	0.300	0.010
49)X10	0.229	0.120	0.201	0.311
50)X11	0.255	-0.096	0.141	0.174
51)X12	-0.174	-0.172	0.106	0.023
52)X13	0.063	0.086	0.229	0.356
53)X14	-0.310	-0.379	0.088	-0.101
54)X15	0.227	-0.137	0.222	0.069
55)X16	-0.024	-0.101	0.297	0.066
56)X17	0.327	0.036	0.131	0.156

①中学・高校で共通した相関性を示す項目

中学・高校で共通した相関性を示す項目としてつぎのものをあげることができよう。

「(17)7 やさしい問題よりも、難しい問題を解くときのほうがやる気がでます。」

(相関係数：中1 0.289, 中2 0.323,
高1 0.448, 高2 0.264)

「(20)いくら一生懸命頑張っても、数学ができるようになりません」

(相関係数：中1 -0.528, 中2 -0.439,
高1 -0.152, 高2 -0.397)

「(3)数学について勉強していると楽しくなります」

(相関係数：中1 0.336, 中2 0.288,
高1 0.383, 高2 0.178)

「(7)難しい数学の問題を与えられると、ファイトがわきます。」

(相関係数：中1 0.230, 中2 0.166,
高1 0.435, 高2 0.146)

このなかで、(17)、(7)から、難しい問題に挑戦する意欲は、成績と正の相関があるが、これは、そのような意欲と成績が因果関係をもっていることが現れたものと考えられる。

また、(20)は負の相関が見られるが、数学の成績の低いものほど、成績の伸長について悲観的であることがうかがえる。

(3)から、成績のよいものほど数学を楽しんでいるといえるが、ただし、高2の係数は小さいことから、おもしろくなくても勉強している姿を見ることが出来る。

②中学・高校で異なった相関性を示す項目

中学・高校で異なった相関性を示す項目として

「(6)数学ができるようになりたいと本当に思っています。」

(相関係数：中1 -0.331, 中2 -0.331,
高1 0.045, 高2 0.184)

「(19)数学の授業時間がもっと多ければと思います。」

(相関係数：中1 0.203, 中2 0.255,
高1 0.198, 高2 -0.015)

の2つをあげることができる。

(6)は中学校では負の相関があり、高校ではほとんどない。この項目のどの学年も平均が高く(中1 4.2, 中2 4.6, 高1 4.7, 高2 4.6)、標準偏差が小さい(中1 0.78, 中2 0.60, 高1 0.58, 高2 0.64)ことを考えあわせると、これは中学では成績が高い者は、問題を解く能力に対する自信をもち、できるようになりたいとはあまり思っていないものに対し、高校では、内容が高度になるので、この自信が揺らぐことが

現れているのではないかとと思われる。

③中学・高校でほとんど相関がない項目

中学・高校とも、相関係数の小さい項目は、次の7つである。

「(4)数学の問題を解くのに、新しい考えが入る余地はほとんどありません。」

「(8)数学勉強は、ほとんど暗記ばかりです。」

「(10)数量(方程式・関数など)より幾何(作図・図形の性質など)の方が好きです。」

「(12)数学は自分で新しいことを考えて行こうとする人にとって適した学問です。」

「(13)問題が分からないときは、迷路で迷って出口が見つからないときのような感じがします。」

「(14)数学の問題は、いろいろな方法で解くことができます。」

「(15)計算したり値を求めたりする問題よりも、証明問題の方が好きです。」

このなかで、(4)、(8)、(12)、(14)は、数学の教科の特性をどのように考えているかを表現したものである。そのような数学の特性に対する信念は、成績と相関がないことが示されている。

(2) 調査2「数学が楽しい、おもしろいと感じるのはどんなときか」と成績との相関性の分析

相関性の認められる項目(相関係数0.2以上)はつぎのとおりである。

・中学1年(項目番号)／相関係数

(17)／ 0.282, (10)／ 0.277, (13)／ 0.229,
(11)／ 0.204

・中学2年(項目番号)／相関係数

(11)／ -0.317, (1)／ -0.278, (6)／ -0.271,
(4)／ -0.247, (3)／ -0.231, (13)／ -0.218

・高校1年(項目番号)／相関係数

(9)／ 0.475, (10)／ 0.456, (15)／ 0.388,
(5)／ 0.310, (17)／ 0.290, (7)／ 0.289,
(1)／ 0.217

・高校2年(項目番号)／相関係数

(1)／ 0.408, (3)／ -0.359, (10)／ 0.345,
(5)／ 0.312, (9)／ -0.235, (7)／ 0.222

④中学・高校で共通した相関性を示す項目

中学・高校で共通した相関性を示す項目はない。このことは、成績上位の者あるは下位の者の数学のおもしろさの感じ方が、中学生と高校生では異なることを意味している。

②中学・高校で異なった相関性を示す項目

中学・高校で異なった相関性を示す項目として、つぎの4つをあげることができる。

「(1)自分の考え出したことが、問題を解決するのに役立つとき」

(相関係数：中1 0.031, 中2 -0.278,
高1 0.217, 高2 0.408)

「(5)他人にうまく説明できたとき」

(相関係数：中1 -0.063, 中2 -0.138,
高1 0.310, 高2 0.312)

「(7)なぜそのようになるのかを考えているとき」

(相関係数：中1 0.102, 中2 -0.142,
高1 0.289, 高2 0.222)

「(10)習った事柄によって、さらに新しい事を見つげるとき」

(相関係数：中1 0.277, 中2 -0.012,
高1 0.456, 高2 0.345)

(1), (10)は、問題解決や問題発見の活動のおもしろさで、中学では負ないしあまり相関がないが、高校では明らかに正の相関がある。これは、中学校では問題解決や問題発見のおもしろさが成績下位の生徒にも感じられているが、高校では成績上位の生徒のみが感じ、成績下位の生徒はそのような活動を楽しんでいないことを表していると考えられる。

同じように、(7)は数学的推論のおもしろさであるが、それを高校の成績下位の生徒は味わっていないことを表していると考えられる。

さて、(5)は、他人に説明する楽しさであるが、説明できるのはよく理解している生徒と考えれば、成績と正の相関があるのは当然とも考えられる。それが中学では相関がほとんど無く、高校では相関が認められるのは理解し説明する内容のレベルが高いためと考えられる。

③中学・高校でほとんど相関がない項目

中学・高校でほとんど相関がないのは次の項目である。

「(2)一生懸命問題を解いているとき」

「(8)一生懸命勉強しなくてもよいとき」

「(12)自分で新しい問題を作るとき」

「(14)答えが正解であったとき」

「(16)私の考えを、他の生徒が理解してくれるとき」

この中でとくに、(12)について、この項目の平均点が低い(中1 2.6, 中2 2.8, 高1 2.7, 高2 2.4)ことと考え合わせると、成績のどのレベルの生徒にも、数学の創造的活動の楽しさを味わわせていないということを示していると言える。これは反省しかつ課題と

すべき点である。

(3) 調査3「どのようにすれば数学がよくできるようになるか」と成績との相関性の分析

相関性の認められる項目(相関係数0.2以上とした)はつぎのとおりである。

・中学1年(項目番号)/相関係数

(17)/ 0.327, (14)/ -0.310, (2)/ 0.270,

(11)/ 0.255, (6)/ 0.247, (10)/ 0.229,

(9)/ 0.227, (15)/ 0.227

・中学2年(項目番号)/相関係数

(3)/ -0.411, (14)/ -0.379, (9)/ -0.326,

(4)/ -0.206

・高校1年(項目番号)/相関係数

(9)/ 0.300, (16)/ 0.297, (4)/ 0.295,

(10)/ 0.281, (13)/ 0.229, (15)/ 0.222,

(6)/ 0.206

・高校2年(項目番号)/相関係数

(3)/ -0.423, (2)/ 0.362, (13)/ 0.356,

(10)/ 0.311, (1)/ 0.289, (5)/ 0.214

①中学・高校で共通した相関性を示す項目

中学・高校で共通した相関性を示す項目は次の1つだけである。

「(10)問題の答えをただ得ることよりも、考え方を理解しようとする」

(相関係数：中1 0.229, 中2 0.120,
高1 0.281, 高2 0.311)

この結果は、問題解決での思考過程や推論過程を、成績が高いものほど大切にしていることを示している。これは、思考過程や推論過程を大切にするように心掛けている生徒は成績がよくなるという因果関係があることが、相関として現れたものと考えられる。大抵、数学指導では思考過程や推論過程を大切にすることを強調するが、その正当性を実証しているといえよう。

②中学・高校で異なった相関性を示す項目

中学・高校で異なった相関性を示す項目は、次の2つである。

「(13)自分の考えを他の生徒に説明しようとする」

(相関係数：中1 0.063, 中2 0.086,
高1 0.229, 高2 0.356)

「(14)練習問題をたくさん解く」

(相関係数：中1 -0.310, 中2 -0.379,
高1 0.088, 高2 -0.101)

まず、(13)について、自分の考えを他人に説明するというコミュニケーションの行為を大切にしている信念が、

中学では全く相関がないのに、高校では正の相関が認められる。これは、中学と高校の数学に質的な違いがあり、その理解・技能にコミュニケーションの行為ないし社会的次元がかかわっていることをうかがわせる。これは大変興味深い結果である。

つぎに(14)は、ドリル的学習が数学に有効であるという信念であるが、高校では相関がないが、中学では負の相関がある。これは、中学ではドリル的学習よりもむしろ問題解決学習のように解決過程を大切に学習が有効であることが示されていると考えられる。しかし、高校では概念を深めるためには、その使い方をたくさんの例で練習することも欠かせないことが示されている。

③中学・高校でほとんど相関がない項目

中学・高校でほとんど相関がない項目は、次のようなものである。

「(7)教師の示した方法で問題を解き、独自の方法は考えないようにする」

「(8)とにかく一生懸命勉強する」

「(12)解き方のパターンを覚える」

この3つの項目は、別解を考えたり、その解き方の必然性を考えたりという数学の創造的活動につながる行為を否定するような信念である。このような考え方は、時として、テスト成績を高めるために効果的であるとされることがある。しかし、それは成績とは相関がなく、少なくとも有効とは言えないことが示されていると言えよう。

§3 まとめと今後の課題

数学学習にかかわる信念・態度と成績との関連について、相関係数をもとに分析してきた。

難問への挑戦意欲と成績の正の相関のように常識的な結果も見られるが、それはそれで実証性が確認されたことで意義があるといえよう。

また、中学校で「課題学習」の実践が試みられているが、そのような問題の解決過程や問題発見を大切にする学習は、成績下位の生徒にも楽しいものとなり、かつ効果的でもあることが示唆されたことはたいへん意義深い。

さらに、前節でも述べたが、高校で数学の理解・技能に社会的次元のコミュニケーションがかかわっていることが示唆された点は、大変興味深い結果である。最近の構成主義的数学教育論の中で、数学概念の真理性・客観性が間主観的なものととらえられ、社会的相互作用がその構成に肝要なものと主張されているが、この結果はその実証的裏付けの一つとなり得るかもしれ

ない。これについては、今後さらに分析する必要があるだろう。

ところで、今回の調査では、各学年1クラスずつであったが、学年としての特徴より、そのクラスの特徴が現れたのではないかと思われる個ともあった。例えば、中学2年は負の相関が多いなどである。また、その年度の学年の集団的特性もあることも考えられる。もった多くのクラスで、また、多年にわたって調査を行う必要がある。また、一回の成績だけでなく、成績の伸長との相関性を調べてみることも行うべきであろう。さらに、これらに付け加えて、質問項目の検討や分析手法の検討などを今後の課題としたい。

＜引用・参考文献＞

- 1) 片桐重男；「数学的思考方の具体化」，明治図書，1988
 - 2) 文部省；「小学校算術 教師用」，1935
 - 3) Gilbert Ryle 著，坂本百大，宮下治子，服部裕幸 共訳；「心の概念」，みすず書房，1987
 - 4) 同上，p.27
 - 5) Michel Polanyi 著，佐藤啓三訳；「暗黙知の次元 言語から非言語へ」，紀伊国屋書店，1980，p.42
 - 6) 同上，p.45
 - 7) 国立教育研究所；「中学・高校生の数学成績と諸条件—第2回国際数学教育調査国内報告—」，第一法規出版，1982
 - 8) Paul Cobb, Terry Wood, Erna Yackel, John Nicholls, Grayson Wheatly, Beatriz Trigatti, Marcella Perlwitz; "Assesment of a Problem-Centered Second-Grade Mathematics Project", JOURNAL FOR RESEARCH IN MATHEMATICS EDUCATION, January 1991, vol. 22, no.1
- ・高木廣文，佐伯圭一郎，中井里史；「HALBAU によるデータ解析入門」，現代数学社，1989

＜使用パソコンソフト＞

基礎統計量の計算や多変量解析などのデータ解析には、現代数学社発行の書籍「多変量解析ハンドブック」（柳井，高木編）に準拠した，「多変量解析ソフト HALBAU」を使用した。