広島大学教育学部　学部附属共同研究体制研究紀要
〈第23号　1995. 3〉

数学的概念の認識過程についての基礎研究（XVI）

――構成主義に立つ授業の実践的研究――

森　保之　中原　忠男　小山　正孝
山口　武志　武内　恒夫　赤井　利行
脇坂　郁文
（協力者）清水　紀宏　山田　篤史　岡崎　正和
吉村　直道　久保　眞理　加藤　久恵
田中　和俊　山口潤一郎

1．はじめに――本稿のねらい――

我々は本研究の（XIV）[1]（XV）[2]において，数学教育における構成主義の基本原理及びその哲学的・認識論的面について考察するとともに，構成主義に立つ算数・数学教育の授業構成論を比較・検討してきた。

本稿はそれに続くものである。ここでは構成主義に基づく授業構成論の１つである「構成的アプローチ」に基づいて，小学校１年生における「繰り上がりのあるたし算」の授業を計画・実践し，それを通して，繰り上がりのあるたし算に関する子どもたちの認識過程の様相を明らかにしながら，構成主義に立つ授業の実践的研究を行うこととする。

2．構成的アプローチについて[3]

（1）基本的立場

我々の研究グループの一人である中原は構成主義を踏まえて，次の５つの原理に基づく授業構成論を構築し，それを「構成的アプローチ」と呼んでいる。

Ｃ１．子どもは数学的知識を，根源的には，子ども自身による心的構成によって獲得する。

Ｃ２．子どもは数学的知識を，基本的には意識化，操作化，媒介化，反省化，協定化の過程を通して構成し，獲得する。

Ｃ３．子どもによる数学的知識の構成過程においては，対象への働きかけ，すなわち操作的活動とその反省的思考が中心的な働きをする。

Ｃ４．子どもは数学的知識を，教師とのあるいは子どもどうしの相互作用を通して，構成し，批判し，修正し，そして生存可能な(viable)知識として，それを協定する。

Ｃ５．子どもによる数学的知識の構成過程においては，５つの表現様式すなわち，現実的表現，操作的表現，図的表現，言語的表現，記号的表現が重要な働きをする。

（2）授業過程と教師の役割

構成的アプローチにおいては，Ｃ２に基づいて次のような授業過程を基本としている。

Ｐ１：意識化……第１段階で，子どもが，構成しようとする数学的知識の発生源と出会い，そこから問題を意識化し，その解決へ向けて見通しを立てる段階。

ここでの教師の役割は，子どもたちの興味・関心を高め，問題へと意識や注意を焦点化することである。

Ｐ２：操作化……第２段階は，問題に対する見通しに基づいて，その解決をめざして操作的活動を行い，構成しようとする知識の原型をつくりだす段階。

教師は，そうした操作的活動のために有効な教具，学習具を用意することが求められる。

P2.5:媒介化……次の媒介化は，操作化と反省化の懸隔を埋め，両者を媒介することを主要なねらいとして，教材や子どもに応じて必要な場合に設ける段階。はじめの問題と関連のある新たな内容をもつ問題に取り組む，操作化の段階の活動と類似した活動を行う，

Yasuyuki Mori, Tadao Nakahara, Masataka Koyama, Takesi Yamaguchi, Tsuneo Takeuchi, Toshiyuki Akai & Ikufumi Wakisaka (Cooperators, Norihiro Shimizu, Atushi Yamada, Masakazu Okazaki, Naomichi Yoshimura, Mari Kubo, Hisae Kato, Kazutoshi Tanaka & Junichiro Yamaguchi:A Basic Study on Cognitive Processes of Mathematical Concepts (XVI) – Practical Study of Mathematics Classroom Based on the Constructive Approach –

などの学習活動を行う。

Ｐ３：反省化……次は，操作化や媒介化の段階における活動を振り返って数学的抽象を行い，数学的知識を構成する段階。したがって，教師は，子どもたちがそうした思考ができるように，発問を用意したり，相互作用の場を設けたりすることが求められる。

Ｐ４：協定化……最終段階は協定化であり，ここでは反省化において構成された数学的知識を整理し，生存可能性などを検討・協議し，その結果を協定する。

教師は，子どもたちのそうした活動を推進する。

３．仮説授業の計画

(1) 計画の概要

本稿においては，小学校１年における「繰り上がりのあるたし算」を取り上げ，中原の先行研究[4]とほぼ同じ枠組みで事前調査を行い，授業を構成・実践する。それによって，先行研究を補強し，その問題点を改善しようとするものである。授業の計画の概要は次のとおりである。

［基本計画・助言者］

広島大学教育学部　教授　中原　忠男

［調査・授業担当者］

広島大学附属小学校　　森　　保　之

［授業学年］

広島大学附属小学校１部１年

（全39名／男子19名，女子20名）

［実施日］　平成６年　10月14日（金）

①単元名　繰り上がりのあるたし算

②指導目標

○たし算を用いて計算したり，たし算を問題解決に役立てたりすることができる。

○10をこえるたし算の仕方を工夫し，自分の考えをきちんと説明することができる。

○１位数どおしのたし算で和が11になるたし算の計算の原理・方法を理解することができる。

○友達と一緒に考えを深め合うことを通してを課題を発展的に追求することができる。

③指導計画

第１次　繰り上がりのあるたし算　　5時間

（繰り上がりのあるたし算のいろいろな方略を考え出し，自分なりによいと思う方法を選択決定し，活用する。）

第１時　「８＋６」のたし算　（本時１時）

第２時　「９＋７」「９＋４」のたし算（本時２時）

第３時　「３＋８」「７＋８」「６＋６」のたし算

第４時　繰り上がりのあるたし算の仕方

第５時　第１次のまとめと計算練習

第２次　繰り上がりのあるたし算の文章題　　２時間

第３次　繰り上がりのあるたし算の計算カードづくり，遊び　　２時間

第４次　まとめと練習　　２時間

・18＋６，28＋６などを取り上げることにより学習の広がりを体験させたい。

(2) 構成的アプローチに基づく事前研究

【教材について】

単元に関しては，これまでに「10までの数」「繰り上がりのないたし算」「10より大きい数」で次のような学習をしている。

・10までに数の合成・分解（３と５で８，８は５と３など）

・和が10以下の加数（３＋４＝７）

・10より大きい数をとらえるのに，10ずつのまとまりをつくって数を数えたり，表現したりできる。（10が２つとあと４で「24」）

・10に１位数を加える繰り上がりのない加法（10＋３＝13）

・第１項と第２項の和が10になる３口の加法（３＋７＋２＝12）

また，加法の意味として，

・同時に存在する２つの数をいっしょにまとめた大きさを求める。

・初めにある数量に追加したり，それから増加したりしたときの大きさを求める。

本単元ではこれらの既習経験をもとにして，繰り上がりのある場合の１位数どおしのたし算の計算の仕方を理解させ，その計算力を高めるとともに，加法を適用して，問題を解決できる範囲を拡張できるようにすることをねらいとしている。また，筆者は，本教材のような１位数どおしをたして10をこえるたし算は，（この逆の13－７のようなひき算と合わせて）１学年で特に重視されなければならない指導内容であると考えている。それは，ここでの計算がこれから子どもたちが算数を学習していくために欠かすことのできない基本的な技術であるからというだけではない。この学習を特に大切にしたいのは子どもたちが自分たちの力でそのやり方を考え，それを説明したり，よりよい方法をめざして計算方法を改良したり，そういう算数的な活動を展開するよい場だからである。１年生なりに計算を自分たちの考える対象としてとらえ，問題解決をしていく学習が期待できる内容だからである。

そういう意味でこれから始まる本格的な算数学習の第一歩だと位置づけることもできる。

では，子どもたちは，既習の数概念やたし算の知識

を活用してどのような方略によって追求していくのであろうか。
子どもの発想は実に多様であり，方略も多種多様に考えられるが，先行研究をもとにして，その方略を整理しその扱いについて考察する。

繰り上がりのあるたし算の方略についての分類

①数えたしの方法
　ア．1から数えていく
　イ．加数のみ数えたし
　ウ．被加数のみ数えたし
　エ．10までは念頭で計算して，後は数えたし
　オ．2とびで数えていく
　カ．小さい方の数のみ数えたし
②5ずつに分解する方法（五・二進法）
③10についての補数を利用する方法
　ア．加数分解
　イ．抜加数分解
　ウ．小さい方の数を分解して
④既知の結果を利用する方法
　ア．増加方略（9＋6で　9＋5＝14から1大きくして15）
　イ．減少方略（9＋8で　9＋9＝18から1小さくして17）
　ウ．同数方略（9＋7で　8＋8＝16から9＋7＝16とする）

以上のような方略があげられる。

これらの方略については，一般的には③の10の補数を利用する方法が重要視されている。それは，①の場合は，めんどうであり，②は一般性に欠ける点で問題があるからである。しかし，③の中のどれを最も重要視するかについては一考を要する。これについては，「加法分解の方略を最も重要視する考え」「小さい方の数を分解して，10の補数をつくる方略を最も重要視する考え」の2つの立場がある。それぞれに一理あり，どちらに決めるという決定的な理由はない。どちらかというとそれらを子どもに押し付けたり，強要したりすることの方がむしろ問題である。③の中のどれかを子どもに強いることの弊害の面が多い。そこで，構成的アプローチの立場に立つ本教材の指導においては，子どもたちが，一人一人の持ち味を生かし，①，②，③，④の方略つくり，その中から③の方略を構成し，それを活用していけるようにすることを重要な目標とする。

しかし，③に関しては，その中のどれを選ぶかは，基本的には子供の自由であり，自分の得意とする方法を選択させるべきであると考える。また，場に応じて②や④の考え方ができることも大切なことである。追求の過程においてはそれぞれのよさをわからせ，場に応じた使い分けができるようにしたい。

このように構成的アプローチでは，子どもの発想，構成，選択を可能な限り活用していくことを基本とするものである。

【指導学級の子どもの実態】

本教材を学習するにあたっての必要な既習内容（「10までの数の合成・分解」「10の補数」「和が10以下のたし算」）の習得状況，及び，未習の「繰り上がりのあるたし算」がどの程度可能か，どのような方略で答えを求めるかを把握するために指導学級の子どもの実態を調査した。
調査対象，日時は次の通りである。

調査対象：広島大学附属小学校1部1年　男子19名　女子20名　計39名
調査日時：1994年9月26日（月）　調査時間，2分～7分

調査問題およびその結果は，資料－1に示すとおりである。
なお，資料におけるⅣの★は未習であり，その数値は次のことを考慮して選択したものである。
　9＋3＝・・・数えたしでもできる
　9＋6＝・・・5に分解することもできる。
　9＋8＝・・・数値が複雑である。
　4＋7＝・・・抜加数が加数より小さい

資料－1からわかるように，ほとんどの子どもが既習内容を習得していることがわかる。この結果に基づいて，既習内容ができていない子どもには，具体物などを使って個別指導をした。さらに，未習のたし算については，調査後にどのような方略で答えを出したか個別に説明させた。その結果は資料－2に示すとおりである。それを方略別に整理したのが資料－3である。

なお，先の方略の①－カ，②－ウは複数の問題における一貫性を通して，はじめて同定されるものである。したがって，個々の問題における判別を中心とする資料－2，資料－3においては，それらは加数あるいは，被加数の数えたし，分解に含めることとする。資料－4，資料－5においても同様とする。

資料－2，資料－3から，未習の繰り上がりのあるたし算においても多くの子どもが正答を出していることがわかる。しかし，「10の補数を見つけること」はできても，それを繰り上がりのあるたし算に生かすことのできる子どもは半数程度であり，残りのものはほ

とんどが，数えたしによる方略であった。４＋７のように披加数の方が加数より小さくなる場合は，47％の子どもが披加数分解に変化しているが，13％の子どもは，加数が変化しても着想に変化は見られず，同じ方略で求答している。数えたしの場合も似たような傾向にある。また，数えたしをした子どもの方に誤答が見られる。

以上のような実態から，数えたししかできない子どもには，まず加数分解の方略を習得すること。加数分解をある程度習得している子どもには，その意味をより確実に理解すること。さらに，披加数分解や他の方略を習得し，それらが場に応じて適宜活用できるようにしたい。

(3) 構成的アプローチに基づく授業の改善

上記のような教材の解釈や子どもの実態を踏まえて，本教材の指導においては，構成的アプローチの視点からいくつかの指導の工夫を試みた。以下，第１時についてその要点を述べる。

①課題設定の工夫（導入題の導入の工夫）

子どもの主体的な学習を実現させるためには，子どもの活動性を自然な形で顕在化し，意欲的に追求できるような展開を工夫しなければならない。そのために本時の導入の場面設定を以下に示すように工夫した。

このたし算の学習は，一般的に考えれば，まず教師が具体的な問題場面を提示し，次にどんな式が成り立つかを考え，そしてどんな計算方法で答えを導くかという形で展開されることが多い。この一連の流れを端的に表現するならば，1.具体的問題→2.演算決定→3.操作的理解→4.言語化，記号化となる。しかし，この流れを見直してみるといくつかの問題を感じる。
たとえば授業の冒頭で教師が繰り上がりのあるたし算の具体的な問題を持ち込む必要があるのかという点である。突然繰り上がりの問題を示されたのでは，この種の問題を考えていく必要性が感じられない。教師の方では繰り上がりが意識されても子どもの方ではそれが意識されない状態にある。加法の用いられる場についてはすでに繰り上がりのないたし算で学習ずみである。９＋４，８＋６の繰り上がりを指導しようとするならばそれに先だって既習事項の３＋４，２＋５などとは異なることを子ども自らに見出させる必要があろう。

そこで，本時では，５＋１や４＋３，７＋２の既知の計算カードと９＋４や７＋６，４＋７の未知の計算カードを示し，「２つの仲間分け」という活動から出発させた。子どもたちは，自分なりの観点で仲間分けをしていく。当然その中に答えが10をこえる仲間とそうでない仲間（未知と既知の仲間）分けも出てくる。そして，未知の内容である繰り上がりのあるたし算に着目し「答えが10をこえるたし算の仕方はどうすればいいのか」という課題が設定されるのである。仲間分けの活動をすることによって，なぜこのような課題を考えなければならないのかということを子ども自身に感じさせることができるし，単元全体を含んだ課題設定であるので，単元の見通しも立てやすくなるであろう。

②単元の導入題の数値について

繰り上がりのあるたし算の指導における第１時の導入題の数値については検討に値する。この数値は，子どもの思考を左右する働きを持っているからである。このことについて６社の算数の教科書を分析すると次のようになっている。
９＋４……４社　９＋３……１社　８＋３……１社
披加数が10に近く，加数が５より小さい数値である。

これは，基本的には加数分解の方略をストレートに導こうとするものである。しかし，先に示した事前調査における「９＋３」「９＋６」の正答率はそれぞれ９５％，８９％と高く，子どもたちにとってこれらの数値はやさしすぎると考えられる。また「９＋４」「９＋３」の場合，披加数が９であるために10の補数を用いるメリットが少なく，これまでの実践から考えると数えたしをする子どもも多く見られ，あまり加数分解のよさを感じとることができない。これらのことを踏まえて検討した結果，次のような理由から「８＋６」を導入問題の数値とすることにした。

ア．子どもたちにとってある程度抵抗があること。
イ．数えたし，加数分解，五・二進法など最も多様な方略が生まれやすいこと。
ウ．数えたしと加数分解を比べた場合，子どもに後者の方のよさが感じ取られること。

つまり，９＋４，８＋３などよりも８＋６の方が，数学的な見方・考え方を培う上でも，10のまとまりを意識づける上でも効果的と判断したからである。

③表現様式について

８＋６に対していろいろな方略があることはこれまで考察したとおりである。そこで，第１時の指導においては，一人一人の子どもに，二色のおはじきを与えたり，たっぷりと表現活動ができる時間の確保をしたりして，５つの表現様式を自由に活用できるようにした。おはじきを使って，操作的表現をしたり，図的表現で表したり，手続きや結果を言語的表現，記号的表現で表したりして，自分なりの方略をつくるであろう。

④反省的思考について

個々の操作的活動をした後，それを振り返って何をしたのか，なぜそうなるのかなどの反省的思考をすることが，概念や原理の構成にとって重要である。

先行研究においては，この面が弱かったことを踏まえて，今回はそうした場面を強化する。

そこで，第１時においては，８＋６＝１４となることを求めた後で，「なぜ，８＋６＝１４となるかを説明してください。」という発問によって第１の反省的思考を促すことにする。そして，さらに，ここで出された方略を９＋７の類似題にあてはめる自己選択の活動をさせることにより，自分なりによりよい方略を選択させる。第２の反省的思考である。

⑤構成的（社会的）相互作用について

構成的アプローチに基づく授業を構築する上で，集団の力は欠かすことのできないものである。自分なりの方略でとにかく解決することは基本的に重要だけれども，それを他の人の考えと比較検討しながらよりよいものへと練り上げていくことはさらに重要なことである。そして，それは，教師の押し付けではなく，子ども自身が十分考え，自分なりに納得したものであることが望ましい。しかし，この点でも先行研究ではその場が十分に設けられなかった。

したがって，本時においては，子どもが考え出したいろいろな方略を十分に発表させ，十分に討議させるようにする。そしてそれを理解し合い，それを手がかりに，自分なりによりよいものを考えるようにする。

以上のことから，仮説授業は，十分な時間を確保するために通常の２時間分を１単位時間とすることとした。

なお，ここでの話し合いでは，教師は通常の指導よりも少し控えた立場を取ることとし，場を設定したり，発表を明確化したりはするけれど，方略に対する善し悪しの評価はしないこととする。そうすることによって，子供達に自己決定をさせることができると考える。

(4) 研究仮説

以上の諸点に基づき，本稿の研究仮説として，次の２つを設定する。

仮説１．構成的アプローチにおける，意識化，媒介化，反省化，協定化からなる授業過程は，有効に機能する。

仮説２．上述の構成的アプローチに基づく授業の改善（導入題の導入の工夫，導入題の数値，表現様式，反省的思考，構成的相互作用）などにより，子どもたちは，繰り上がりのあるたし算のよりよい方略を構成し，理解し，それを用いることができるようになる。

4．仮説授業の実際

(1) 本時の目標

○　自分なりの方略で８＋６のような繰り上がりのある計算をすることができる。

○　自分なりの方略をきちんと説明したり，友達の説明をしっかり理解したりすることができる。

(2) 授業の実際　　第１，２時を中心に

（意識化）

T1.今日使う道具を見せましょう。

（５まいのたし算カードを見せる。）

７＋２，４＋３，５＋１，３＋８，９＋７

T2．この５枚のたし算カードをよく見て，２つのお部屋に仲間分けしてみましょう。紙に書いたら前に出して下さい。

※意味の分からない子が多いので補足説明をする。

T3.では，発表してもらいましょう。

C1.７＋２，４＋３，５＋１，９＋７と３＋８にわけました。

T4.Ａさんはどのように仲間分けしたんだろうね。

C2.左の方は，全部右の数より左の方の数が大きい。３＋８は，８の方が大きいです。

C3．３＋８，４＋３，５＋１と７＋２，９＋７です。左の方は，３，４，５と数が続いているけど，右の方は，続いていません。

C4.５＋１，４＋３と７＋２，３＋８，９＋７です。左の方は答えが６，７と続いているけど，右は，そうなっていません。

（略）

C5.７＋２，４＋３，５＋１と３＋８，９＋７です。

T5.Ｂさんは，どのように仲間分けしたんだろうね。

C6.答えが10をこえないものとこえるものです。

C7.右の方は，繰り上がります。

T6.８＋６は，どちらに入りますか。

C8.右の方だよ。

T7.では，左の方の10をこえない方は，もう習っているので答えもすぐ分かるでしょう。

C9.簡単だよ。７＋２＝９，４＋３＝７，５＋１＝６

T8.では，こっち（右）の方はどうなるんでしょうね。今日からこっちの10をこえるたし算について研究していきましょう。

（板書；10をこえるたしざん）

T9.それでは，まず，８＋６の計算から考えていきましょう。※赤色と黄色のおはじきを準備させる。

（操作化）

T10.必要な人は，おはじきを使ってもいいから，答え　がいくつになるか求めて下さい。

（各自，簡単に答えを求める。おはじきを並べて確かめている子もいる。）

T11.８＋６はいくつになりますか。

C10.１４です。

T12.ほんとだね。どうして１４になるの。そのわけがお話できますか。少し時間をあげるので，考えてみましょう。

（おはじきを使ったり，紙に書いたりして考えている）
～自己活動～

※操作的表現，図的表現，記号的表現が旺盛に行われる。

T13. それでは，どうして14になるのか？みんなにお話しましょう。

以下，８つの考え方が発表される。

１．1から順に数える。

「左から，１，２…と数えると，14になります。」

●●●●●●●●○○○○○○

２．９から数える。

「９（左端の）から数えると、14になります。」

●●●●●●●●
9→○○○○○○

３．２とびで数える。

「２つずつ並べて、に、し、…と数えると14になります。」

●●　●●　●●　●●
○○　○○　○○

４．10のまとまり

「８たす２が10で、残りの４をたして14になります。10のまとまりをつくります。」

$\boxed{●●●●●●●●○○}$
○○○○

５．知っているたし算

「６たす６は12,残りの２をたして14。」

$\boxed{\begin{matrix}●●●●●● \\ ○○○○○○\end{matrix}}$　●●

６．５のまとまり

「５と５で10，残りの３と１で４，合わせて14。」

$\boxed{\begin{matrix}●●●●● \\ ○○○○○\end{matrix}}$　●●●
　○

７．４ずつ並べる

「縦から数えていっても，横から数えていっても14になります。」

○○○○
○○●●
●●●●
●●

８．10のまとまり

「６に４をたして10,残りの４をたして14。」

●●●●
$\boxed{○○○○○○●●●●}$

９．知っているたし算

「上のおはじきを下に１つ動かす。７たす７が14」

●●●●●●●
○○○○○○●

T14.いろいろな考え方があるんだね。みんなよく考えたね。黒板いっぱいになったよ。すごいね。

（媒介化）

T15.８＋６については，よくわかったね。でも，どのやり方が簡単なんだろうね。まだ，残っているたし算（９＋７のカードを提示して）９＋７で考えてみましょう。

※ここで１時間が終わる。
第２時

T16.９＋７はどうなるか考えましょう。少し時間をあげるので，各自で昨日出されたやり方で簡単なやり方だと思うものをメモ用紙にやってみて下さい。
（自己活動）

（反省化）

T17.実際にやってみてどうでしたか。どのやり方が簡単でしたか。発表してもらいましょう。

C11.（２のやり方）10から10,11,…と16まで数えました。すると初めから数えなくても簡単にわかります。

C12.（３のやり方）２，４，６…と２とびで数えるともっと早くわかるよ。

C13.（４のやり方）わざわざ数えなくてもいい，もっと簡単な方法があるよ。９は10に１たらないから７から９に１やって，10と６になるから16です。

T18.M君は，どうして９の方に１やったのかな。

C14.10のかたまりをつくるためです。

T19.10のかたまりをつくると簡単なんですか？

C15.そうだよ。８＋６でもやったように10と４だったら，14とすぐわかるでしょう。

C16.他にもあるよ。（８のやり方）さっきの反対で，

9から3だけ7の方にやって10をつくって，6と10になるから16です。

T20.よく考えているね。

C17.でも僕は，3こもやらないといけないからM君のやり方の方が簡単です。

C18.僕はどちらでもいいと思います。

C19.他にもあります。10＋7は17だから1ひいて16です。

C20.そのやり方，簡単だ。

C21.他にもあります。(6のやり方) 9を5と4に分けて，7を5と2に分けて，5と5で10，あと4と2で6，合わせて16です。

C22.これは，後から5と5をたして10にするので，4のやり方と同じになると思います。

C23.同じではありません。最初に5のかたまりをつくって考えるからです。

C24.それなら，最初から10のかたまりをつくった方が簡単です。

C25.他にもあります。9＋7の9から1とって7の方に動かせば8＋8にして計算すると16になります。

C26.8＋8の計算を知らない人はできないよ。

※どのやり方がよいか自分の考えを出させたが，実に多様でいろいろな説明がなされた。

(協定化)

T21.そろそろまとめをしましょう。繰り上がりのあるたし算の研究をやっていますが，みんながやってくれたように答えのだし方はいろいろありましたね。どんなやり方がありましたか。

C27.10のかたまりをつくるやり方です。

C28.知っている計算を使うやり方。

C29.数えるやり方など

T22.その中でどのやり方がいいですか。

C30.僕は，10のかたまりをつくるやり方が見てすぐ分かるからいいです。

C31.途中から数えるやり方も簡単です。　　など

T23.そうだね。じゃ，ここで出された考えをもとにしてまた，他のたし算もやっていきましょう。

※最後に，類題9＋4のたし算をさせて，この授業を終えた。

5．構成的アプローチによる本教材の授業の考察

授業の研究仮説1，2に従って，第1，2時を中心にしながら授業の考察をする。

(1) 研究仮説1について

第1，2時の授業は，指導の実際に示したように，構成的アプローチによる授業過程である意識化，操作化，媒介化，反省化，協定化の流れに従って，□で囲んであるような発問，場の設定で構成した。そして，その構成に基づいて実践することができた。

それぞれの段階は，授業の実際から分かるように十分有効・適切に機能しており，子どもの心的構成や発表などを促進させることができたと考える。

このことから仮説1については例証されたと言える。しかし，いくつかの問題点も指摘される。

その1つは，意識化の段階の仲間分けの活動である。教師の意図としては，仲間分けの観点も子ども自身に考えさせて，子どもの自由な発想を大切にして課題意識を焦点化しようと考えていたが，実際では，子どもにとって仲間分けの活動自体難しく，ましてや自分で観点を決めて仲間分けをするということで戸惑ってしまった子どもが半数いた。子どもの実態に合わない活動であった。改善案として，「いくつかの計算カードの中から仲間外れになるものを探そう。」「この中からまだ習っていないものを探そう。」などある程度観点が分かる中で選び出す活動で意識化を図る方法が考えられる。

また，操作化の段階における，おはじき（具体物）の使用も検討を要する点がある。低学年の子どもは，具体物や図を使って自分の考えを表現することが可能になるため，この段階においておはじきは重要な役割を果たす。実際，その活用によって授業においては多様な考えがつくり出された。

しかし，おはじきを使うことによって思考を方向づけてしまったり，限定したりする点も見られる。本時の場合，7番目に出された4つずつ並べる考えはその一例であろう。

さらに式の活用も十分になされなかった子どもの実態をもとに学習具の用い方についてはさらに工夫する必要があろう。

次に，媒介化で9＋7の類似題でのよりよい方略の自己選択をさせたが，その前に，8＋6でもう一度，多様に出された考えをとらえ直す場が必要があったのではないかと考える。そこでの反省的思考によって子どもの心的構成が可能になりやすいと考える。

(2) 仮説2について

繰り上がりのあるたし算に対する子どもたちの方略が，授業を通してどのように変容したかを，先の資料－3の枠組みに従って，個人別と，クラス全体とに分けて，整理してみた。

クラス全体（資料－４）の方を見てみると，第２時の「９＋７」の結果は第１時の８＋６の学習の成果を反映したものである。そうした視点からその結果をもう少し詳細にみると，次のことがいえる。第１時において数えたしをしていたものが，第２時の「９＋７」のときには15.4%ほど加数分解をするようになっている。また，１から全部を数えたしていた子どもは，加数からの数えたしのやり方や，一気に加数分解のやり方に変わり，９＋７の計算を１から数えたす子どもはいなかった。さらに，加数分解の意味が分からなかった子どもたちも第１時の学習においてそれを理解するようになった。これらは，第１時の成果といえるものである。しかし，第２時のはじめにおいて10.4%の子どもが数えたしをし69.2%の子どもしか10の補数による方略を使っていない。これは，第１時の学習の中心が８＋６の計算の方略をいろいろ出させることであり，どの方略がよいのかといったよさを追求する場を設定していなかったからであろう。

実際に，いろいろな方略を子どもたちに比較検討させ，お互いの意見を討議させる構成的相互作用（これを構成的アプローチでは構成的討議と呼ぶことにしている）の場は，第２時の９＋７の追求の段階（反省化）で行わせた。実際の討議の様子は，指導の実際のｐ82～83からの子どもの反応を参照してほしい。どのやり方がよいか子どもなりの根拠付けがなされた。そして，この話し合いの後に，９＋４の計算をさせたが87.2%の子どもが加数分解の方略を使用している。

教師が一方的によさを宣言することなく，構成的相互作用によって，子ども自らが加数分解のよさを感得できているといえる。構成的相互作用の重要性を再認識することができる。最終的に学習が進んだ第１次の５時において，87.1%のものが加数分解をおこなっていた。これらのことを考え合わせると仮説２に関しても例証されたと判断する。これらの結果は，先行研究における問題点（反省的思考や構成的相互作用の場が少なかった点）の改善を示すものである。

しかし，討議の子どもの発言や，子どもの方略の変容の個人別（資料－５）からもわかるように，子どもの中には，初めに自分でつくった方略に固執する傾向にあるものも数人見受けられた。（男子19，女子１，９，13，19の子ども）こうした子どもの存在は先行研究においてもみられた。これらの子どもにどんな手だてを工夫するかは，なお，残された課題である。　また，子どもの方略は，追求する対象にかなり影響されることも分かる。例えば，第３時の３＋８の計算は被加数分解で，６＋６の計算は５・２進法で解決する子どもがふえている。

最後に，単元の第１次の終りに「４＋８」「７＋７」「６＋９」などの繰り上がりのある加法の計算テスト（20問中）を行い，平均正答率98%の高い結果を得た。（子どもの方略の変容（個人別）の資料－５を参照）このことは，構成的アプローチによる授業によって，子どもたち一人一人が既習の知識・技能を十分活用し，より高次な方略へと高めることができたことを示すものであると考える。

５．おわりに

本稿では，構成主義（構成的アプローチ）に立つ授業の実践的研究として，１学年の『繰り上がりのあるたし算』を取り上げ，構成的アプローチによる立場から授業を構成，実践し，それを通して構成的アプローチによる授業過程の実践可能性，有効性について検討した。その考察により，次のことが明らかになった。

① 構成的アプローチにおける，意識化，操作化，媒介化，反省化，協定化からなる授業過程を通して，子どもは，数学的知識を構成することができる。
② その際，構成的アプローチにおける重要な方法的原理である「反省的思考」「表現方法」「構成的相互作用」が有効に機能する。

特に，本実践は，先行研究を踏まえて，反省的思考，構成的相互作用を十分に機能させる工夫をし，それを実践することができた。

他方，はじめの方略を変えない，あるいは，変えることのできない子どもの存在や，教具の活用などにおける問題点も示された。これらの点も含めて，今後，なお実践的研究を進め，構成的アプローチをよりよいものにしていきたい。

<引用，参考文献>

１）小山正孝，中原忠男他，「数学的概念の認識過程についての基礎研究（XIV）－構成主義に立つ数学教育の基本原理と実験的研究の分析－」，広島大学学部附属共同研究体制紀要，第21号，1993 P31-40
２）中原忠男，小山正孝他，「数学的概念の認識過程についての基礎研究（ＸＶ）－構成主義に立つ算数・数学教育の実践的研究－」，広島大学学部附属共同研究体制紀要，第22号，1994 P30-40
３）中原忠男，「算数，数学教育における構成的アプローチの研究」，聖文社，1995
４）同上
５）石田忠男『数学教育における「構成的アプローチ」

による授業過程の研究』，広島大学学位論文，1992
6)中原忠男「数学教育における構成主義の研究(2)－構成主義に立つ授業へのアプローチの比較研究－」西日本数学教育学会資料，1994
7)C.カミイ／G.デクラーク著「子どもと新しい算数－ピアジェ理論の展開－」北大路書房
8)文部省，「小学校算数科指導書」平成元年
9)川口廷・一松信ほか，「小学校算数１年」学校図書，1992　P70-75

資料－１　　事前調査問題とその正答率　(N＝39)

番	号	問　　題	正答者	正答率	誤答例
I	1	３と(　)で10です。	39	100	
	2	３と(　)で10です。	39	100	
	3	３と(　)で10です。	39	100	
	4	３と(　)で10です。	39	100	
	5	(　)と９で10です。	38	97	無答
	6	(　)と５で10です。	39	100	
II	7	2 ＋ 3 ＝	39	100	
	8	4 ＋ 2 ＝	37	95	5，7
	9	3 ＋ 3 ＝	39	100	
	10	3 ＋ 6 ＝	39	100	
	11	7 ＋ 2 ＝	38	97	7
	12	7 ＋ 3 ＝	38	97	11
	13	4 ＋ 6 ＝	38	97	11
	14	5 ＋ 5 ＝	38	97	11
	15	8 ＋ 2 ＝	38	97	11
	16	9 ＋ 1 ＝	39	100	11
III	17	7 ＋ 3 ＋ 4 ＝	38	97	13
	18	4 ＋ 6 ＋ 5 ＝	38	97	10
	19	5 ＋ 5 ＋ 3 ＝	39	100	
	20	8 ＋ 2 ＋ 6 ＝	38	97	10
	21	7 ＋ 3 ＋ 7 ＝	38	97	14
	22	9 ＋ 1 ＋ 3 ＝	38	97	14
IV	23	★9 ＋ 3 ＝	37	95	11,13
	24	★9 ＋ 6 ＝	35	89	3,14,13,16
	25	★9 ＋ 8 ＝	36	92	1,18,12
	26	★4 ＋ 7 ＝	38	97	10

資料－２
未習の加法の方略（○:正解　×:不正解）　１部１年

番号	9+3	9+6	9+8	4+7	どんなやり方をしたのか？
1	○	○	○	○	23,24は加数分解，25は(9+9-1=17)，26は抜加数分解
2	○	○	○	○	23～25とも加数分解，26は抜加数分解
3	○	○	○	○	23～25とも加数分解，26は抜加数分解
4	○	○	○	○	23～25とも９から４から加数のみ数えたし(10,11,12……)
5	○	×	○	○	23～25とも加数分解，26は抜加数分解
6	○	○	○	○	23は加数分解，24,25,26は９から７からそれぞれ数えたし
7	○	○	○	○	23～25とも加数分解，26は抜加数分解
8	○	○	○	○	23～25とも加数分解，26は抜加数分解
9	○	○	○	○	23,24,25,26は９から７からそれぞれ数えたし
10	○	○	○	○	23,24は９から数えたし、25は加数分解、26は４から数えたし
11	○	○	○	○	23～25とも加数分解，26は抜加数分解
12	○	○	○	○	23～25とも加数分解，26は抜加数分解
13	○	○	○	○	23～25とも加数分解，26は抜加数分解
14	○	○	○	○	23～25とも加数分解，26は抜加数分解
15	○	○	○	○	23～25とも加数分解，26は抜加数分解
16	○	×	×	○	23,24,25,26は９から７からそれぞれ数えたし
17	○	○	○	○	23～25とも加数分解，26は抜加数分解
18	○	○	○	○	23～26とも加数分解，
19	○	×	○	○	23,24,25,26は９から７からそれぞれ数えたし
1	○	○	○	○	23,24,25,26は９から７からそれぞれ数えたし
2	×	○	○	○	23～25とも加数分解，26は抜加数分解
3	○	○	○	×	23,24,25,26は９から７からそれぞれ数えたし
4	○	○	○	○	23,24,25,26は９から７からそれぞれ数えたし
5	○	○	○	○	23,24,25,26は９から４からそれぞれ数えたし
6	○	○	○	○	23,24,25は、(10+3)-1　26は抜加数分解
7	○	○	○	○	23～25とも加数分解、26は抜加数分解
8	○	○	○	○	23,24,25,26は９から４からそれぞれ数えたし
9	○	○	○	○	23,24,25,26は９から７からそれぞれ数えたし
10	○	○	○	○	23～26は加数分解
11	○	○	○	○	23～26は加数分解
12	○	○	○	○	23～25は加数分解　26は抜加数分解
13	○	○	○	○	23,24,25は，(10+3)-1　26は(5+7)-1
14	○	○	○	○	23,24,25,26は９から７からそれぞれ数えたし
15	×	×	×	○	23,24,25,26は９から７からそれぞれ数えたし
16	○	○	○	○	23は９から数えたし、24～26は加数分解
17	○	○	×	○	23,24,25,26は９から７からそれぞれ数えたし
18	○	○	○	○	23は加数分解、24、25は抜加数分解　26は加数分解
19	○	○	○	○	23,24,25は、(10+3)-1　26は抜加数分解
20	○	○	○	○	23～25は加数分解　26は抜加数分解

資料－3 **未習のたし算をする方略**(クラス全体) N＝39

方略 ＼ 問題		9＋3 %	9＋6 %	9＋8 %	4＋7 %
①数えたし	ア．1から	0	0	0	0
	イ．加数から	37	37	34	11
	ウ．抜加数から	0	0	0	26
②5ずつに分解(五・二進法)		0	0	0	0
③10の補数	ア．加数分解	55	52	52	13
	イ．抜加数分解	0	3	3	47
④既知利用	ア．増加	0	0	0	0
	イ．減少	8	8	11	3
	ウ．相殺	0	0	0	0

資料－4 **子どもの方略の変容** (N＝39) 1部1年 (クラス全体)

	第1時	第 2 時		第 3 時			第5時
方略 問題	8＋6	9＋7	9＋4	3＋8	7＋8	6＋6	9＋3
①数えたし	%	%	%	%	%	%	%
ア．1から	7.7	0	0	0	0	0	0
イ．加数(被加数)から	10.3	7.7	5.1	12.8	7.7	5.1	10.3
ウ．2つずつ	7.7	2.6	0	2.6	2.6	5.1	0
②5・2進法	5.1	5.1	0	0	7.7	20.5	0
③10の補数							
ア．加数分解	48.7	64.1	87.2	5.1	10.3	41.1	87.1
イ．被加数分解	5.1	5.1	0	71.8	66.5	25.6	0
④既知利用	7.7	7.7	7.7	7.7	2.6	2.6	2.6
例)8+6=10+6-2							
9+7=10+7-1							
⑤その他	7.7	7.7	0	0	2.6	0	0
例)8+6=7+7							
9+7=7+7+2							
9+7=8+8							

資料－5 **子どもの方略の変容**(N＝39) 1部1年 (個人別)

	第1時	第2時	第2時	第3時	第3時	第3時	第5時	形成的評価	
番号	8＋6	9＋7	9＋4	3＋8	7＋8	6＋6	9＋3	20問中	
1	③－ア	③－ア	③－ア	③－イ	③－イ	③－ア	③－ア	0	100%
2	③－ア	③－ア	③－ア	③－イ	③－イ	③－ア	③－ア	0	100%
3	③－ア	③－ア	③－ア	③－イ	③－イ	②	③－ア	0	100%
4	③－ア	④	④	④	③－イ	③－イ	③－ア	0	100%
5	③－ア	③－イ	③－ア	③－イ	③－イ	③－イ	③－ア	0	100%
6	③－ア	③－ア	③－ア	③－イ	③－イ	③－ア	③－ア	-1	95%
7	③－イ	③－ア	③－ア	③－イ	③－イ	③－イ	③－ア	0	100%
8	③－ア	③－ア	③－ア	③－イ	③－イ	③－ア	③－ア	0	100%
9	①－イ	③－ア	③－ア	③－イ	②	②	①－イ	-2	90%
10	①－ア	③－ア	③－ア	③－イ	③－イ	③－ア	③－ア	0	100%
11	⑤	⑤	③－ア	③－イ	③－イ	③－ア	③－ア	0	100%
12	③－ア	③－ア	③－ア	③－イ	③－ア	③－ア	③－ア	-1	95%
13	④	③－ア	③－ア	③－イ	③－イ	③－ア	③－ア	0	100%
14	③－ア	③－ア	③－ア	③－イ	③－イ	③－イ	③－ア	0	100%
15	③－イ	③－イ	③－ア	③－イ	③－イ	③－ア	③－ア	0	100%
16	③－ア	③－ア	③－ア	③－イ	③－ア	③－ア	③－ア	0	100%
17	⑤	⑤	③－ア	③－ア	③－イ	③－イ	③－ア	0	100%
18	①－ウ	③－ア	③－ア	③－イ	③－イ	③－ア	③－ア	0	100%
19	②	②	③－ア	③－イ	②	②	①－イ	-1	95%
1	①－イ	①－イ	③－ア	①－イ	③－イ	③－イ	③－ア	-2	90%
2	③－ア	③－ア	③－ア	③－イ	③－イ	③－イ	③－ア	0	100%
3	①－イ	⑤	③－ア	①－ウ	①－イ	①－ウ	③－ア	0	100%
4	①－ウ	①－ウ	③－ア	①－イ	①－ウ	①－ウ	①－イ	-2	90%
5	①－イ	①－イ	①－イ	①－イ	①－イ	①－イ	③－ア	-1	95%
6	③－ア	③－ア	③－ア	③－イ	③－ア	③－ア	③－ア	0	100%
7	③－ア	③－ア	③－ア	③－イ	③－イ	②	③－ア	0	100%
8	③－ア	③－ア	③－ア	③－イ	③－イ	②	③－ア	0	100%
9	④	④	④	④	④	④	③－ア	0	100%
10	③－ア	③－ア	③－ア	③－イ	③－イ	②	③－ア	0	100%
11	③－ア	③－ア	③－ア	③－イ	③－イ	③－ア	③－ア	0	100%
12	③－ア	③－ア	③－ア	③－イ	③－イ	③－ア	③－ア	0	100%
13	②	②	③－ア	④	②	②	③－ア	0	100%
14	①－ア	③－ア	③－ア	③－イ	③－イ	③－イ	③－ア	0	100%
15	①－ア	①－イ	①－イ	①－イ	①－イ	①－イ	①－イ	-3	85%
16	③－ア	③－ア	③－ア	③－イ	③－イ	③－イ	③－ア	0	100%
17	⑤	③－ア	③－ア	①－イ	③－イ	③－イ	③－ア	0	100%
18	③－ア	③－ア	③－ア	③－イ	③－イ	③－ア	③－ア	0	100%
19	④	④	④	③－イ	⑤	②	④	0	100%
20	①－ウ	③－ア	③－ア	③－ア	③－ア	③－ア	③－ア	-1	95%

①数えたし………ア．1から　イ．加数（被加数）から　ウ．2つずつ
②5・2進法　③10の補数……ア．加数分解　イ．被加数分解
④既知利用（8+6=10+6-2など）　⑤その他（8+6=7+7、9+7=7+7+2、9+7=8+8など）