

数学的な見方や考え方のよさを 認識させる授業の開発

—中学校数学の内容に関する数学的な見方や考え方のよさを認識させる授業—

石田 忠男	小山 正孝	山口 武志
片山 一法	新上 勇	宇佐川信行
酒井 秀二	井ノ迫泰弘	平岡 賢治
河野 芳文	藤本 義明	砂原 徹

1. はじめに

本稿は、本テーマに関わる共同研究の第3報に当たるものであり、中学校数学の内容に関わる数学的な見方や考え方に焦点を当て、それらのよさを認識させる授業を試みたものである。以下においては、1年、2年、3年の授業をそれぞれ2つずつ取り上げ、テーマから見た授業の工夫やその結果について述べていく。

2. 第1学年における授業実践

(1)図形の移動

①授業の概要

新学習指導要領では、現在中学2年で指導されている「図形の移動」が中学1年に移される。そこで、次頁の指導案1-1の授業は、「図形の移動」の題目で次の観点から指導内容を構成した。

1. 合同な2つの図形を実際に移動させて、重ねあわせる方法を見つけさせる。
2. 全員が同じ操作で図形を移動させて重ねあわせる方法を説明できるようにする。
3. 合同な2つの図形は平行移動・回転移動・対称移動の3つの移動で重ねあわせることができることを理解させる。

図形の移動方法を説明する場合、生徒はとかく「こうやって」とか「このように」など代名詞を使って説明することが多い。ところで、小学校では図形の移動の説明は「ずらす」、「まわす」、「裏返す」の3つの言葉を使って説明している。本時ではこれらの言葉と関連させながら、平行移動(方向と長さ)、回転移動(中

心と回転角)、対称移動(対称軸)を理解させ、実際に合同な2つの図形を重ねあわせる方法を全員が同じように重ねあわせる説明ができるようにさせたい。

②授業を終えて

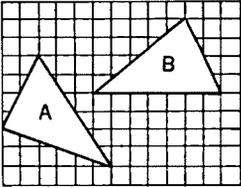
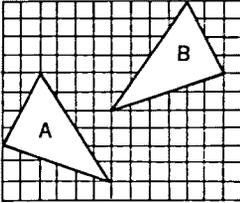
「図形の移動」は、平行移動・回転移動・対称移動の定義を行い、それぞれの移動方法について理解させる指導がよく行われる。しかし、これでは「数学的な見方・考え方」の一つである観察や実験を通して移動方法の分類を通して数学的なアイデアを指導することはなかなか困難である。本時ではグラフ用紙を利用して格子点に頂点をもつ合同な三角形を移動によって重ねあわせる方法を実際に図形を操作させながらその方法の説明を考えさせた。はじめはグラフ用紙から図形を離して2つの図形を重ねていたが、できるだけ平面上で移動させる方法を考えるように指示を出すと、ほとんどの生徒が自然に次のような観点から移動の方法を考えていった。

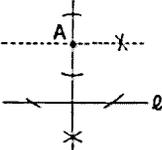
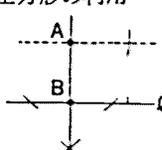
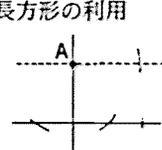
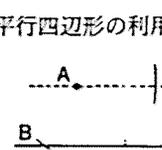
1. 対応点として頂点に着目する。
2. 平行移動の方向として格子の縦軸、横軸を利用する。

ここで、グラフ用紙を利用したことは上記の方法を示唆したことになるが、移動方法の説明を考えさせる点においては大変効果的であった。

さらに、移動方法の説明、移動の分類、それぞれの移動の定義や重ねあわせる方法の説明などを通して数学的態度を養うことを目標に授業を展開した。今後、数学的考え方と授業のかかわりをより分析し、考え方のよさの定着をはかる方法の研究の必要性があろう。

Tadao Ishida, Masataka Koyama, Takeshi Yamaguchi, Kazunori Katayama, Isamu Shinkami, Nobuyuki Usagawa, Shuji Sakai, Kenji Hiraoka, Yoshifumi Kono, Yasuhiro Inosako, Yoshiaki Fujimoto & Toru Sunahara: A Study on Teaching for Appreciation of Mathematical Thinking and Ideas; Teaching Practice for Appreciation of Mathematical Ideas on the Contents of Junior High School Mathematics.

学習内容	指導過程・学習活動	指導上の留意点
<p>(導入) ○合同の定義</p> <p>(展開) ○問題提起</p> <p>○操作活動</p> <p>○移動の説明</p> <p>○移動の種類</p> <p>(まとめ)</p>	<p>●2つの図形を移動によって重ねあわせることができるとき、2つの図形は合同であるという。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p style="text-align: center;">課題</p> <p>図のような合同な2つの図形A, Bがある。 図形Aを移動して図形Bに重ね合わせる方法を見つけ、それを説明せよ。</p> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="text-align: center;">  <p>ア. 平行移動 ウ. 対称移動</p> </div> <div style="text-align: center;">  <p>イ. 回転移動 エ. その他の移動</p> </div> </div> <p>●生徒による移動方法の説明</p> <ol style="list-style-type: none"> ①図形の対応点に着目させる。 ②できるだけ図形を平面から離さない移動の方法を考えさせる。 ③全員が同じ方法で操作できる移動の説明を考えさせる。 <p>●移動の種類のまとめ</p> <p>発表させた移動の方法の共通点に着目させながら、移動の種類をまとめる。</p> <p>平行移動：図形のすべての点を同じ方向にきまった長さだけ移動</p> <p>回転移動：図形のすべての点をきまった点のまわりにある角度だけ回転させる移動</p> <p>対称移動：図形のすべての点をきまった直線を軸として線対称になるような移動</p> <p>●課題を3つの移動を使って説明する。 2つの合同な図形は3つの移動の組み合わせによって重ねあわせることができることを理解させる。</p>	<p>・グラフ用紙に合同な2つの図形を印刷したプリント配布。</p> <p>・プリントは半透明なデルミナ紙を利用。</p> <p>・座標を利用して説明させる。</p> <p>・自由な操作活動により2つの図形を重ね合わせる方法を見つけさせる。</p> <p>・移動方法の着眼点</p> <ol style="list-style-type: none"> ①格子点に着目 ②移動の向き, 長さに格子点を利用 <p>・2つの図形の対応する点に着目させながら移動の方法を考えさせる。</p>
備考	デルミナ紙	

学習内容	指導過程・学習活動	指導上の留意点
導入 ●前時の復習	<ul style="list-style-type: none"> ・作図において、コンパスの役目を確認する。 ○定規は直線をひく。 ○コンパスは1点から等距離にある点の集まり(円)をかく。 ・角二等分線、垂線の作図の復習 	<ul style="list-style-type: none"> ・作図方法とその理由の確認をする
展開 ●平行線の作図	<p style="text-align: center;">— 問題提起 —</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; display: flex; align-items: center; justify-content: space-between;"> <div style="width: 60%;"> <p>点Aを通り直線ℓに 平行な直線を作図せよ。</p> </div> <div style="width: 30%; text-align: center;"> <p>A・</p> <p>———— ℓ</p> </div> </div>	<ul style="list-style-type: none"> ・直線と定点Aを印刷した紙を配布する ・配布した紙に作図をさせる ・それぞれ平行線になる理由を考えさせる
●作図方法	<ul style="list-style-type: none"> ・自由に作図方法を考えさせる ・折り紙で平行線を折る方法 ・平行線を持つ図形の特徴 <p>いくつかの作図方法</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・代表的な作図方法を指名して板書させる。 ・それぞれ平行線になる理由を説明させる。 ・2本の垂線を引くことに気付かせる。
その1	<p style="text-align: center;">作図</p> <p>①折り紙の利用</p> 	<p style="text-align: center;">理由</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) 点Aを通り、ℓに垂線を引く。 2) 1)の直線に点Aを通り、垂線を引く。
その2	<p>②正方形の利用</p> 	<ol style="list-style-type: none"> 1) 点Aを通り、ℓに垂線を引く。交点をBとする。 2) 線分ABを1辺とする正方形をつくる。 <ul style="list-style-type: none"> ・正方形の対辺が平行
その3	<p>③長方形の利用</p> 	<ol style="list-style-type: none"> 1) 点Aを通り、ℓに垂線を引く。交点をBとする。 2) 線分ABを1辺とする長方形をつくる。 <ul style="list-style-type: none"> ・長方形の対辺が平行
その4	<p>④平行四辺形の利用</p> 	<ol style="list-style-type: none"> 1) 点Aからℓに交線を引く。交点をBとする。 2) 線分ABを1辺とする平行四辺形をつくる。 <ul style="list-style-type: none"> ・台形の対辺が平行
まとめ	<ul style="list-style-type: none"> ・それぞれの作図方法の特徴を展開させ、平行線になる理由を理解させる。 	

(2)平行線の作図

①授業の概要

前頁の指導案1-2は、基本的作図の中で平行線の作図を指導した授業である。この授業では次の内容を目標に展開した。

1. 図形の移動や折り紙の方法を利用して、平行線の作図方法を考えさせる。
2. 平行線の作図方法が説明できるようにする。
3. 作図した直線が平行になる理由を説明できるようにする。

いままで遊びとしてとらえていた折り紙を数学的にみることができるようにする、すなわち、紙を折る操作を図形的にとらえさせ平行線の作図方法とその理由を説明できるようにする。このような数学的態度をやしなうことを目標にした。

これまで、角二等分線、垂線、垂直二等分線の作図の指導を通してコンパス・定規の作図におけるそれぞれの役割を実際の作図を通して理解させ、これらの作図方法が折り紙の操作の中で、

直線上の1点Pを中心に線を重ねて折る

…直線上の点Pを通る垂線となることを利用していることに気づかせた。このことと平行線を持つ図形の性質を使って作図方法を考えさせたい。

②授業を終えて

本時で指導した平行線の作図は、小学校で学習した平行線を持つ図形（正方形・長方形・平行四辺形・台形など）を利用したものである。われわれはこの授業を操作活動を取り入れた図形指導の応用として位置づけ、作図方法とその作図が平行になる理由の説明を他の生徒が理解できればよいものとした。生徒の考えた方法は、コンパスを使って同じ辺の長さを求めたり垂線を作図し、正方形・長方形・台形などを描いていた。

折り紙の方法から作図方法を考えさせることによりコンパス・定規の役割を見抜き、折り紙の操作活動の数学的な見方ができるようにすることをねらった。さらに、小学校で学習した図形の特徴を確認しながら作図へ応用する数学的態度をやしなうことを目標にした。今後、折り紙などの遊びやものを動かすという日常生活の中で、作図という抽象化や分類などの数学的思考方の定着ができる教材・指導法などの研究をすすめたい。

3. 第2学年における授業実践

(1)不等式の利用

①授業の概要

次頁の指導案2-1の授業は、「不等式の利用」の題目で、次の3点を目標にして実施したものである。

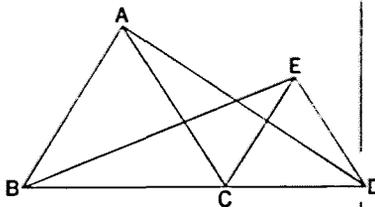
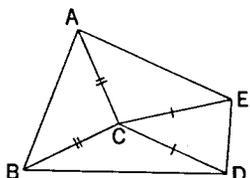
1. 身近にある不等式の問題を通して、不等式の有用さを感じさせる。
2. 不等式の表記上の便利さを認識させる。
3. 不等式を用いた問題解決ができるようにさせる。

これは、不等式について一通りの指導を終えた後に行なった授業である。不等式のよさを知らせる上では、目標1と目標2を主眼とした。目標1については、「広島市内の文化・娯楽施設における団体割引料金の問題」、「タクシーとJRの運賃の比較の問題」という、かなり実際の・日常的な問題が不等式で解決できることを意識させ、不等式のよさを印象づけようとした。とくに、タクシーとJRの問題では、不等式による解決の前に結果を予想させた。一般に、タクシー料金は高いというイメージが強いから、タクシー料金がJRの3.5倍以下になるのは、何円か以下であろうと予想しやすいのであるが、不等式を解いて予想が覆されることをみせ、不等式のよさを認識させようと考えた。

②授業を終えて

数学的な見方・考え方を「数学の内容に関係したもの」と「数学の方法に関係したもの」とに分類するとき、不等式のよさは数学の内容に関係した数学的な見方・考え方のよさである。しかし、本時の授業を計画するときに、この数学の内容に関係した数学的な見方・考え方には、数学内でのよさと数学外に向けてのよさの2つがあることが意識された。つまり、数学内のよさというのは等式に対する不等式のよさといったものであり、数学外のよさというのは本時のように日常的問題の解決に利用される不等式のよさといったものである。そして、数学の授業においても、数学内のよさは導入段階で指導しやすく、一方、授業外に向けてのよさは授業の最終段階で指導しやすいようである。したがって、今後の授業実践では数学内のよさと数学外に向けてのよさという観点も必要ではないかと反省させられた。

また、本時の授業の「タクシーとJRの運賃の比較」で、不等式を解くことによって生徒の予想を覆すというねらいは達成させられたが、タクシーの運賃がJRの「3.5倍以下」というのは、数値が恣意的すぎる感は否めないし、日常的には「何倍以下」というより、「両者の差が何円以下」とする方が自然かも知れない。この点はさらに問題の吟味をする必要がある。

学習内容	指導過程・学習活動	指導上の留意点
<p>1. 課題の提示</p> <p>2. 課題の証明</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 仮定と結論 ・ 証明 ・ 仮定の検討 <p>3. 仮定の修正</p> <p>4. より一般的な課題の認識</p> <p>5. まとめ</p>	<p>◎問題を提示する。 (問)右の図のように、BD上に点Cをとり、2つの正三角形ABCとECDをつくるときAD=BEであることを証明せよ。</p>  <p>◎仮定をすべてあげさせ、結論を述べさせる。 (仮定) $AB=BC=CA, CD=DE=EC$ $\angle BCD=180^\circ$ (結論) $AD=BE$</p> <p>◎証明を考えさせる。 (証明) $\triangle ACD$と$\triangle BCE$において、 $AC=BC, CD=CE,$ 仮定より、$\angle ECD=60^\circ, \angle BCA=60^\circ$ $\angle ACD=\angle ACE+\angle ECD=\angle ACE+60^\circ$ $\angle BCE=\angle BCA+\angle ACE=\angle ACE+60^\circ$ したがって、$\angle ACD=\angle BCE$ よって、2辺とその間の角が等しいから、 $\triangle ACD \cong \triangle BCE$ ゆえに、$AD=BE$</p> <p>◎証明に使われていない仮定を消去する。 $AB=BC=CA, CD=DE=EC, \angle BCD=180^\circ$</p> <p>◎新しい仮定のもとで問題の図をかかせる。 (例)</p>  <p>◎新しい仮定のもとでの図(例)において、先の証明と同じように、 「$AC=BC, CD=CE, \angle ACD=\angle BCE$ したがって、$\triangle ACD \cong \triangle BCE$」 という証明ができるかを考えさせ、 $\angle ACB=\angle ECD$が必要であることに気づかせる。</p> <p>◎「$\triangle ABC$と$\triangle CDE$がともに頂角Cが等しい二等辺三角形である」という仮定のもとに、$\triangle ABC$や$\triangle CDE$をいろいろな位置に変えた様子を示し、$AD=BE$がつねに成り立つことを予想させる。</p> <p>◎いろいろな場面の問題をつくらせ、証明することを宿題とする。</p> <p>◎本時のまとめを行なう。 ・証明を見直し仮定を整備することによって、より一般的な問題にも証明が適用できるということは、証明をすることの良さの1つである。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・$\angle BCD=180^\circ$が出なければ、あとで扱う。 ・正三角形の内角が等しいことは、仮定とはしないことに注意させる。 ・証明の際に目標とすべきことがらなど、適当にヒントを与えながら、証明させる。 ・生徒にいろいろな場合の図を考えさせるが、左の例の場合を取り上げて、証明ができるかを考えさせる。 ・OHPを利用して、2つの二等辺三角形ABCとCDEをいろいろな位置に移動させる。 ・本時の活動をまとめて、図形を証明することの良さを認識させる。

2) 図形の証明

① 授業の概要

前頁の指導案2-2の授業は、「仮定と証明」の題目のもと、次の2点を目標にして、「数学の内容に関係した数学的な見方・考え方」としての「図形の証明」のよさを知らせるために実施したものである。

1. 証明を見直すことにより、仮定の条件が整備できることを理解させる。
2. 仮定の条件を整備することにより、より一般的な問題に対して証明が成り立つことを理解させる。

本教材は、図形の証明の導入時期にあたる教材である。三角形の合同条件など証明の基礎となることがらを実験・実測を通して確認した後、三角形の性質を証明し、その練習をいくつか行なった。本時の授業は、証明の練習の一環であるとともに、図形の証明のよさを知らせるために実施した。とくに、目的2が図形の証明のよさを知らせるといふ目的に相当する。日常的・実証的な図形に関する問題では、証明に必要なもの以外の条件も仮定に含まれていることがよくある。そのような問題では、仮定を整備することにより、証明をさらにより広い問題にまで適用できることになる。そして、仮定を整備するには一度証明を済ませておかなければならないので、証明という行為が生かされるのである。ともすれば、導入時の図形の証明では、証明しなくても分かる性質を証明させることも多く、そのような証明では証明のよさを知らせにくい。しかし、本時の授業では、証明をすることのよさを認識させやすいと考える。

② 授業を終えて

図形の証明のよさを指導する場合、ふつう強調されることは、小学校以来の実験や実測によって図形の性質を確認する帰納的な説明と対比させ、図形の証明が演繹的な説明であり、客観性があるということである。しかしながら、図形の証明が演繹的な説明であることは、図形に限らず証明全体にいえることであるから、三角形の性質や四角形の性質を証明する活動自体のよさということは認識させにくい。この点、本時の授業はかなりの程度、図形の証明のよさを知らせることができたと思われる。演繹的な説明のよさとしては「数学の方法に関する数学的な見方・考え方」にあたり、本時の目標からは離れてしまう。また、今回、仮定を整備するとき、証明に使わなかった条件を削除するという方法をとったが、証明に必要な条件を徐々にしぼりこんでいって、 $\angle ACB = \angle DCE$ を仮定として導くという指導方法も考えられる。しかし、本時の指導方法の方がパズル的な要素があるので、生徒には面白がると思われる。

4. 第3学年における授業実践

(1) 図形と計量

① 授業の概要

次頁の指導案3-1の授業は、「球の体積」の題目で、次の点を目標にして、実施したものである。

1. 球の体積は、いくつかに分割された円柱の体積の和で近似できることを理解させる。

これは、三平方の定理について指導し、その利用として球の切り口の半径の求め方などについても指導した後に行った授業である。それまでに学習した内容をさらに応用し、コンピュータを用いて球の体積の近似値を求めさせ、公式としてしか知らなかった球の体積の求め方について、それが導かれる過程における数学的な考え方のよさを認識させようとした。

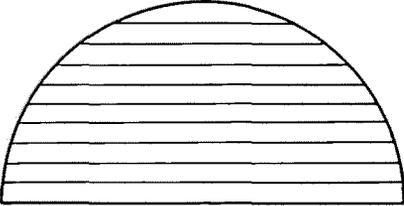
まず、球をいくつかの円盤に分割して、それぞれを円柱で近似させて体積を求め、それらの総和を球の体積の近似値とする区分求積の考え方を扱った。そして、計算するため BASIC のプログラムを生徒に考えさせ、公式と実行結果を比較した。生徒にはすでに BASIC の初歩を指導しており、基本的な操作はできるようになっている段階である。

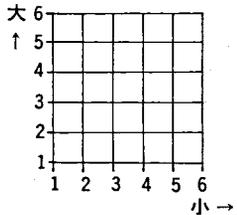
これらの過程において、これまで公式として与えられてきた球の体積の求め方を見直させること、また、未知の数量を既知のものを手がかりにして近似させる考え方、より正確なものを求めるために工夫する考え方、アルゴリズムの考え方を知らせ、それらの考え方のよさを認識させることをねらいとした。

② 授業を終えて

生徒は FOR~NEXT 文などを用いて、プログラムを完成させていた。反復計算がプログラムを組むことによって容易にでき、また、このプログラムは数行の比較的簡単なものであるため、それほど抵抗なく考えることができたようである。体積の近似値を求めるといふ目的もほぼ達成され、区分求積の考え方の理解もなされたようであった。未知の数量を既知のものによって近似させる考え方なども、実際に計算してみることによって強く認識できたのではないと思われる。

本時の内容では、求める目標が公式としてはっきりしているため、よりよい精度で公式を得るためにいろいろな考え方の工夫がなされたと考えられる。そこで、数学的な考え方のよさも認識できるものと思われる。しかし、考え方だけが理解できればよいのかという問題も当然生じる。プログラミングを考えさせる場合、よりよいアルゴリズムを考えさせる指導や、計算の誤差についての指導などが深く関わっており、これらも指導効果に大きく影響するだけに、さらに指導内容や方法の検討が必要とされよう。

学習内容	指導過程・学習活動	指導上の留意点
<p>(導入) 球の体積の公式</p> <p>課題の設定</p> <p>(展開) 球の分割の考え</p> <p>プログラムの作成</p> <p>プログラムの実行と結果の確認</p> <p>プログラムの改善</p> <p>(まとめ) 本時のまとめ</p>	<p>○半径 r の球の体積はどう表されるか、公式を確認する。</p> <p>○公式を使わないで、球の体積はどのようにして求められるか考えることを本時の課題とする。</p> <p>○円の面積を求めたようにして、次のような手順を考えさせる。</p> <div style="border: 1px dashed black; padding: 5px;"> <p>〈手順〉</p> <ul style="list-style-type: none"> ・下の図のように、半球を底面に平行な平面で n 枚の厚さの等しい立体に分割する。 ・分割された立体の厚さ(高さ)を求める。 ・下から x 枚目の分割された立体の底面積を求める。 ・1つ1つの立体を円柱とみなして、体積を求める。 ・立体の体積の総和を求める。 </div> <div style="text-align: center; margin: 10px 0;">  </div> <p>○上の考え方によって、コンピュータで体積を計算するプログラムを考えさせる。</p> <p>○円の面積を求めたプログラムと同様にして、FOR~NEXT文を用いたプログラムを作成させる。</p> <p>○プログラムを実行させる。</p> <p>○得られた値と公式を比較させる。</p> <p>○分割の数を多くすれば正確な値に近づいていくことがわかるようにプログラムを修正させる。</p> <p>○曲面で囲まれた立体の体積を近似的に求める考え方を確認し、円錐などにも利用できることを知らせる。</p>	<p>・分割して長方形で近似する方法を既に扱っている。</p> <p>・半径は1とする。</p> <p>・便宜上、半球の体積を考え、あとで2倍する。</p>
備考	コンピュータは、PC-9801Tを2人で1台使用する。	

学習内容	指導過程・学習活動	指導上の留意点
<p>導入 (10分)</p>	<ul style="list-style-type: none"> 2つの同じサイコロを同時に投げるとき、目の出方は、 $1-1, 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6,$ $2-2, 2-3, 2-4, 2-5, 2-6,$ $3-3, 3-4, 3-5, 3-6,$ $4-4, 4-5, 4-6,$ $5-5, 5-6,$ $6-6,$ の21通りであるとし、目の和が7となる確率は$\frac{1}{7}$であるとしてよいか問う。 	<ul style="list-style-type: none"> 3-4と4-3は同じであることに触れながら、すべての場合を板書する。
<p>展開 (33分)</p> <p>大小2つのサイコロを投げる場合の確率</p>	<ul style="list-style-type: none"> 大小2つのサイコロを同時に投げる場合について、目の和が7になる確率を、次の36通りをかき上げて求めさせる。 大-小 $1-1, 1-2, 1-3, 1-4, 1-5, 1-6,$ $2-1, 2-2, 2-3, 2-4, 2-5, 2-6,$ $3-1, 3-2, 3-3, 3-4, 3-5, 3-6,$ $4-1, 4-2, 4-3, 4-4, 4-5, 4-6,$ $5-1, 5-2, 5-3, 5-4, 5-5, 5-6,$ $6-1, 6-2, 6-3, 6-4, 6-5, 6-6,$ 	<ul style="list-style-type: none"> 一旦左の形でかき上げてから、 
<p>確率の相異</p>	<ul style="list-style-type: none"> 導入の例と、上の例を比較させて、確率が異なるのか、どちらか一方の求め方が間違いなのかを問う。 十分に意見を出させる。 	<ul style="list-style-type: none"> のかき方を示す。
<p>色の違う2つのサイコロを投げる場合の確率</p> <p>1つのサイコロを2回続けて投げる場合の確率</p>	<ul style="list-style-type: none"> 色の違う2つのサイコロを同時に投げる場合について、目の和が7になる確率を、上と同様に求めさせる。 1つのサイコロを2回続けて投げる場合について、目の和が7になる確率を、上と同様に求めさせる。 以上の4つの例を比較検討させる。特に、確率が異なるのか、どれかが間違いなのか、十分に意見を出させる。 	<ul style="list-style-type: none"> 時間をかけ自由に話し合わせる。
<p>まとめ (7分)</p>	<ul style="list-style-type: none"> 出てきた意見をまとめる形で、以上の4つの例について確率が同じであること、場面を換えて考えることの良さを確認する。 	<ul style="list-style-type: none"> 生徒の意見を出来るだけ大切にする。
<p>備考 使用教科書：「中学数学3」(大阪書籍)</p>		

(2) 場合の数と確率

① 授業の概要

新学習指導要領では、小学校では確率について扱わないこととなった。したがって、生徒は中学校3年生で初めて確率の概念を学ぶことになる。そこで、基本的概念をより深く理解させるための指導方法を工夫してみたのが前頁の指導案3-2の授業である。

確率は難しいという生徒が多い。その理由をたずねると、答えがあっているかどうか分かりにくい、あっていると思っけていても違うことがよくある、などが特徴的である。それは、もれなく重複なく数え上げることの難しさからくるものと考えられる。

その最も基本的なものはこの授業で取り上げた、場合の数と確率の関係であろう。「2つの同じサイコロを同時に投げる」場合の場合の数は、指導案に書いたように、1-1, 1-2..., 6-6 (左≦右) の21通りである。しかし、「異なる2つのサイコロを同時に投げる」場合や、「1つのサイコロを2回続けて投げる」場合の場合の数は36通りである。それらを比較検討させることは、確率の考え方をより深めるだけでなく、数学的な見方考え方のよさを実感させる極めてよい場になると考えた。導入は、直接展開へつながっていくだけに丁寧に、また多少時間をかけて指導する必要がある。

② 授業を終えて

導入部分を終えた段階では、多少げげんそうな生徒はいたが、声を出すまでには至らなかった。

「大小2つのサイコロを投げる」場合の説明を終えた段階で、「以上の2つの場合の確率は本当に異なるのか、あるいはどちらかの考え方が間違っているのか」との発問と同時に堰を切ったように意見が出始めた。しばらく時間をおいて、大きさでなく色の違いに設定をかえると、「2つの同じサイコロを投げていて、一方に傷がついて区別ができるようになったら確率が変わるのか」、「色の違うサイコロを投げていて、一方の色がはげて区別ができなくなったら確率が変わるのか」などの意見が活発にでた。

さらに、「1つのサイコロを2回続けて投げる」場合についても、「2つの同じサイコロを同時に投げる」場合との接点を見つける努力がなされた。例えば、「同時に投げたつもりでも、手を離れる時刻にわずかな差がある」等々。

この授業を通して、あるものの数を数える場合に、数え易い他の場面に移し換えて数えることのよさを十分に体験したと確信する。

数学的な見方考え方のよさを知らせる場面は、そう身構えなくても、どこにでもあると考える。

5. おわりに

本稿においては、6つの実践授業について述べてきた。各々における、内容に関わる数学的思考方とそれらのよさを指導する授業における工夫の要点を列記すると以下ようになる。

〈授業〉	〈数学的思考方〉	〈工夫の要点〉
図形の移動	移動方法の発見とその簡潔な表現	具体的な操作の活用とその移動方法の説明
平行線の作図	コンパス・定規の数学的役割と折り紙の数学的見方	紙を折る操作の活用と平行になる理由の説明
不等式の利用	不等式の有用性と不等式の表記上の利便さ	身近な現実的問題の活用
図形の証明	仮定と証明の関係と証明のよさ	証明の見直しとより一般的な命題の設定
球の求積	区分求積の考えとアルゴリズムの考え	コンピュータの活用
場合の数と確率	場合の数の数え方と確率の考え	同じサイコロを同時に投げた場合の数の活用

本稿におけるような指導を総合的に検討、整理して、数学的な見方や考え方のよさを認識させる一般的な指導方法を開発する研究は今後の課題としたい。