広島大学教育学部・関係附属学校園共同研究体制研究紀要
＜第28号 2000.3＞

中学校・高等学校における新しい数学科教育課程の研究開発(3)
―新しい教育課程実施に向けての課題の検討―

中原 忠男 小山 正孝
井上 芳文 井ノ迫泰弘 宇佐川信行
河野 芳文 酒井 秀二 砂原 徹
富永 和宏 長尾 篤志 仲渡 雅史

1．はじめに

本研究の第1年次においては，算数・数学科教育課程の基本理念，現行教育課程の諸問題を検討の上，小・中・高12年一貫の教育課程の基本的枠組みを作成し，小・中および中・高の連接への配慮を重視した小学校算数科，中学校および高等学校数学科の教育課程の試案を提示した。

教育課程編成にあたっては，学校週5日制や総合的な学習の時間の導入，教科の授業時間数の削減に対応しながらも，ゆとりある主体的な学習の実現を志向しなければならない。また，時代の要請に応えるためには，じっくりと考える力を養い，学力低下や知識・技能の不足は何としても避けなければならない。

これらの問題に対してわれわれが提案してきたのは，教育内容の重点化の考え方である。従来の算数・数学科教育課程では，一般にスパイラル方式が多く採用され，そのよさも十分認められてきた。しかし，授業時間数大幅削減の問題を克服し，かつ教育内容の水準を保持するためには，重点化方式を取り入れた教育課程への移行が1つの方法であると考える。そのために，小学校・中学校・高等学校の全体を見通し，教育内容の関連について検討し，重点化の実施に向けた具体的な検討が必要である。

このような観点から2年目の研究では，スパイラル方式から重点化方式に移行した教育課程を再検討しながら，教育内容の厳選・削減に向けて小学校・中学校・高等学校の学校間での学習内容を整理し，特にその取り扱いに関して検討を要する項目として「文字と式」「比例と反比例」「整数の性質」の3つをとりあげ，具体的に授業を実施しながら，小・中の連接の問題を中心に考察を加えた。本研究が進行している中で，折しも次期学習指導要領の告示をみることになったが，これも念頭におきながら，教育課程運用上の諸問題を中心に本年度も研究を続けている。

2．本年度の研究内容

本年度は，各学年での「図形」，「確率」について，授業研究を通して，小学校・中学校・高等学校の連接を考えながら，教育課程の見直しを継続している。

本稿では「図形」，「確率」について，昨年と同様に教育課程上の問題点や実践を踏まえて検討した課題について報告する。「図形」，「確率」の項目を取り上げたのは，昨年度取り上げなかった内容であるということもあるが，個別には以下の考えに基づく。

［1］「図形」について

小学校・中学校・高等学校における算数・数学の中で占める割合も大きいが，小学校，中学校，高等学校の図形学習は別個のものであるように思っている生徒が多く，戸惑いも少なくない。連接が現状でよいのかどうか十分に検討しておく必要がある。また，新学習指導要領においては小学校・中学校・高等学校の指導内容が移動して大幅な変更がなされていることもあり，取り扱いについて検討しておく必要がある。

［2］「確率」について

確率は日常生活に密接に関係した内容であり，その考え方の基礎的な部分である順列・組合せ，自然数の列は，多くの生徒が学年に関係なく興味・関心をもつ内容であり，直感的に考えさせたり，深く考えさせるには好都合な教材である。また，コンピュータの発達にともなって，考え方の重要性が強調されるようになった離散数学にかかわる内容でもあり，教育課程の中で時代の要請にどう応えていくのか明らかにしていかなければならない。

Tadao Nakahara, Masataka Koyama, Yoshifumi Inoue, Yasuhiro Inosako, Nobuyuki Usagawa, Yoshifumi Kohno, Shuji Sakai, Toru Sunahara, Kazuhiro Tominaga, Atsushi Nagao, and Masafumi Nakato：
A Study on Curriculum Development of Mathematics in Junior and Senior High Schools (3)
―An Investigation on Issues in Implementation of the New Curriculum―

なお，以下では小・中，中・高の連接が顕著に現れる項目を取り上げている。それぞれの教育課程上の問題点を指摘し，実際の授業を通して検討した教育課程改善の方策と今後の課題を提起している。

3．図形についての研究

(1) 平面図形　ー中学校第1学年の場合ー

a．教育課程上の問題点

小学校における図形領域の学習において最も重要視されるべきことの一つに，具体的操作活動を通しての学習がある。図形について学習するにあたって，具体物を扱うなど「実際に行う」ことが重要視され，具体物の操作活動を通して次第にそれを抽象化していき，数学的な図形として認識していく。そして，これをうけて中学校1年においては，まず図形の基本的な性質を学習し，図形を操作の対象として，移動という概念を通して図形どうしの関係に着目していく。これは，中学校の上級学年における図形の合同や相似の概念につながるものであり，そこにいたる中間的な段階として，重要な役割を果たすと考えられる。

新学習指導要領では，中学校1年の図形領域から「図形の移動」は削除されることになる。しかし，この題材に関しては，具体的な操作や既習の内容を用いて，自己の主張の正当性を他者に説明するような場面を多く設定することができる。数学的なコミュニケーションの育成を見据えたなかで，図形領域に関する教育課程を考えたとき，このような学習場面は重要な段階であろう。そこで，われわれは「図形の移動」は中学校1年段階に必要な教材であると考え，選択学習や総合学習の形であっても残していかなければならないと考えている。

b．授業の実際

日　時：1999年11月19日（金）第2限

授業者：井上　芳文

題　目：図形の移動

目　標：同じ種類の2つの移動を合成したものが，1つの移動で表されることを理解させる。

指導過程：

（導　入）

<u>基本的な図形の移動</u>

○基本的な移動とその性質の確認

・基本的な移動として，平行移動，回転移動，対称移動の性質を確認する。

○平行移動された図形の作図

・△ABCが△A′B′C′へと平行移動されているワークシートを配付し，その図形をさらに平行移動したものを作図させる。

・△ABCが2回の平行移動によって△ABC→△A′B′C′→△A″B″C″と移動していることを確認させ，△ＡＢＣを1回の移動で△A″B″C″へ移動させることはできないかという問題を提起する。

・各自が自分の考えをまとめさせ，その理由を，対応する辺の関係などを用いて，明確に説明させる。

（展　開）

<u>対称移動の合成</u>

○対称移動を2回おこなって移される図形の作図

・対称軸の取り方を限定せずに，2回の対称移動によって△ＡＢC→△A′B′C′→△A″B″C″と図形を移動させる。

・平行移動の場合と同様に，△ＡＢＣを1回の移動でA″B″C″へ移動させる方法について考えさせる。

○結果の予想と理由の説明

・各自に結果を予想させ，移動の性質などをもとにしながらその理由について説明させる。

・2本の軸が交わる場合について，ＯＨＰシートを実際に動かして，その予想を確認してみる。

・ある1点（軸の交点）を中心にして，一定の角度（2本の軸がなす角の大きさの2倍）だけ回転していることから，求める移動が回転移動であることを確認する。

・各自の作図したものについても，実際に回転させてみる。

・「図形の移動」に関して，今後どのような探求をしたいかを考えさせる。

（まとめ）

c．今後の課題

<u>①　議論の場としての学習形態の設定</u>

数学的なコミュニケーション能力の育成のためには，自分なりの意見を持ち，その正当性を他者に伝えるような場面が重要視されるべきである。また，多少の曖昧さや柔軟性を許容しながらも，中学校1年の段階でこのような学習を重視することで，論証の意義や方法の理解につなぐことができると思われる。

<u>②　図形教材の配列について</u>

中学校1年での図形領域の学習の重要性は，直感的な理解が中心であった小学校と，論証を中心とする上級学年の図形学習の中間段階としての役割にある。以前に学習した内容を主張の根拠として，新しい事実が学習できるような，そういった題材の配列が重要な課題となる。合同条件や平行四辺形の成立条件を学習していないことなどを考慮しながら，どの部分を直感的な理解とし，どの部分を論理的に探求させるのかといったことを考えたうえでの題材の配列が重要な課題となってくる。

(2) 空間図形 ―中学校第1学年の場合―

a. 教育課程上の問題点

空間図形は，箱や筒などの容器のように身近なところにいくらでも見受けられる。われわれは空間の中に生活しているのであり，空間概念を養うことが大切であることはいうまでもない。その反面，性質を考察するのは平面図形ほど容易ではない。現行の教育課程では，小学校において，直方体や立方体，角柱や円柱，角錐や円錐について学習するようになっているが，新学習指導要領では，これらのうち柱体の表面積・体積，錐体についての内容が中学校に移されることになる。また，これに続く中学校でも現行の指導内容のうち，立体の切断，球の表面積・体積が削除されている。

この新学習指導要領に基づく新しい教育課程においては，次のような問題点が考えられる。

- 具体物をもとに操作的な活動を行う小学校において空間図形の扱いが少なくなり，空間図形のイメージを構成する力が弱くなること。
- 中学校2年以降，空間図形の性質を考察する機会がなく，また，高等学校でも座標空間における平面や直線の方程式を学習しない状況のなかで，空間図形を論理的演繹的にとらえる視点が弱くなること。
- 図形の計量では立体の切断を考える必要があるのにこれが削除され，空間図形を分析する力が弱くなること。

これらのことを考えると，空間図形を中学校1年でこれまで以上に重点化して扱うことの必要性がうかびあがってくる。その根拠は，次のとおりである。

- 空間図形の学習は，論理的な推論で議論するより，模型などを用いた操作的な活動を行う小学校における指導の手法が適しており，学習内容の連接を考えれば中学校1年が適当である。
- 中学校2年からはじまる図形の論証の前段階として，直観だけでなく論理的に図形の性質を考察する視点の重要性を感じとらせるのに適当である。
- 指導内容の厳選・重点化の視点から，空間図形は中学校に重点化して指導することが適当である。

これらをふまえて，空間図形の面，辺，頂点の数について，主体的に考える態度を育てることを目指した次のような授業を行った。

b. 授業の実際

日　時：1999年11月26日（金）第5限

授業者：富永　和宏

題　目：多面体

目　標：多面体のもつ性質を帰納的に発見させ，理解させる。また，多面体のもつ性質を利用することを通して，数学的な見方・考え方のよさ（論理性，一般性）を理解させ，課題解決に学習内容を活用する態度を養う。

指導過程：

（導　入）

<u>多面体のもつ性質の確認</u>

○正多面体が5種類しかない理由と，多面体の面，辺，頂点の個数の関係を復習する。

・展開図にしたとき，1つの頂点に集まる正多角形の内角の総和が360°以上になると，多面体は作れなかったことをおさえる。

（展　開）

<u>多面体のもつ性質の考察（不足角の総和）</u>

○正多面体において，1つの頂点に集まる正多角形の内角の総和が360°にいくら足りないかを求めさせ，それを不足角と定義する。

○5種類の正多面体について，不足角の大きさを求めて表にまとめ，気づいたことを発表させる。

・頂点の個数と不足角の大きさが反比例の関係になっていることを確認する。

・比例定数の720°は，正多面体における「不足角の総和」ともいえることを指摘する。

○他の多面体においても不足角の総和は720°になるかどうかを調べさせる。

・三角柱，四角錐などを例にとって調べさせる。

・調べた結果から，多面体一般の性質とみることができることを確認する。

<u>準正多面体の決定</u>

○今までの学習内容を利用し，準正多面体をつくる正多角形の個数について考えさせる。

○一つの頂点に正三角形3つと正方形1つが集まる準正多面体の面の個数を考えさせる。

・正三角形と正方形の個数を x，y として，頂点と辺の個数を x，y で表させ，不足角の総和とオイラーの定理から方程式を立て，x，y を求めさせる。

・実際に，その x と y で準正多面体がつくることができることを教具で確かめさせる。

（まとめ）

○多面体の性質の発見とその利用による課題解決の学習の流れを振り返り，数学的な見方・考え方のよさと，学習内容を活用する態度の大切さを確認する。

c. 今後の課題

<u>① 中学校第2学年以降との連接</u>

今回の授業は課題学習として位置づけるほうがよいと思われる部分もある。例えば，準正多面体を決定するときに連立方程式を利用するが，連立方程式は中学校2年の指導内容である。結局は y が消去されて1次

方程式になるのではあるが，中学校１年の正規の教科内容として扱う必要があるかどうかは検討の余地がある。

しかし，単に多面体の面，辺，頂点の個数の関係を発見して性質とするだけでなく，その性質からさらなる性質が導かれることを扱うことは，数学的な見方・考え方のよさを認識させるよい機会である。

これらの点をふまえ，教科課程と課題学習での位置づけについて，詰めていく必要がある。

② 他領域との連接

多面体の学習には「個数の処理」や「連立方程式」と関連の深い内容が含まれている。一見関連がないようにみえることがらを，他の領域との関連性を明らかにすることによって，数学的な見方・考え方のよさ（一般性，普遍性）を認識させることができる。同一領域の学校間・学年間だけでなく，領域間の連接についても，検討を進める必要がある。そして，総合的な教材開発をより一層すすめなければならない。

（３）図形の計量　ー中学校第３学年の場合ー

ａ．教育課程上の問題点

新学習指導要領では，内容の厳選の立場から，中学校の図形について，「円周角の定理」を中学校２年に，「方べきの定理」や「四角形が円に内接する性質」を高等学校数学Ａに移している。ところで，平面図形の問題はこれらの定理を駆使しなければ解くことができないものが多い。またそのような問題を解くことに生徒は大変興味をいだく。従って，実際の授業では教育課程の指導内容を固定的に考えるのではなく，生徒の興味・関心，理解の程度に応じて，指導内容を弾力的に考えて，必要に応じて次の内容も含めて指導し，発展的に考えさせるような扱いも必要である。このような立場から以下の授業を実施した。興味・関心をもたせるシミュレーションにより，解決の糸口を自然に発見させ，それまでの学習内容を駆使して課題を解決させようとする実践例である。この内容は「選択学習」や「総合学習」として位置づけることも考えられる。

ｂ．授業の実際

日　時：1999年11月19日（金）第１限

授業者：井ノ迫泰弘

題　目：三平方の定理の利用

－方べきの定理の一定値を考える－

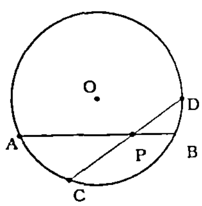
目　標：コンピュータを活用し，方べきの定理の一定値の図形的意味を発見的に考えさせる。

指導過程：

（導　入）

AP・PBが一定値になること

○以下の作業により「方べきの定理」を想起させ，「一定値になること」を確認させる。



① 半径５cmの円の内部に点Ｐが記入されたプリントがある。このプリントに点Ｐを通る弦ＡＢをひき，AP・PBを計算してみる。

② 点Ｐの位置が同じである生徒どうしが計算した値を比較することによって，ＡＰ・ＰＢは一定値になることを予想する。

③ シミュレーションで，ＡＰ・ＰＢ は一定値になっている，Ｐの位置により ＡＰ・ＰＢ の値も変わる等の確認を深める。

④ 「一定値はどんな一定値であるかを見つける」ことを，本時の課題として確認する。

（展　開）

一定値の特徴の発見と確認

○点Ｐの位置と一定値の増減：ソフト「Cabri」を利用し，点Ｐの位置を変え，一定値の特徴を探求する。

＜予想される特徴＞

㋐ 一定値は，点Ｐが中心Ｏに近くなるにつれて大きくなり，点Ｏと重なるときが最大となる。

㋑ Ｏから等距離の２点は，一定値も等しい。

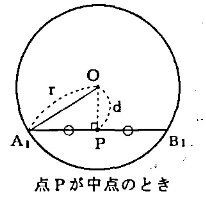
○一定値の意味：上記㋐，㋑等を利用し，方べきの定理の一定値がどんな一定値であるかを考える。

例えば，ＡＰ・ＰＢ の値は点Ｐと原点Ｏの距離によって変わるので，２点ＯＰを結んで考える，あるいは，点Ｐが決まると値ＡＰ・ＰＢも決まるので，点Ｐを通る弦ABが特別な場合を考える，等。

① Ｐが中点のとき

$AP \cdot PB$

$= AP^2 = r^2 - d^2$

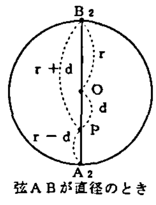


点Ｐが中点のとき

② ＡＢが直径のとき

$(r+d)(r-d)$

$= r^2 - d^2$



弦ＡＢが直径のとき

（まとめ）

○本時の学習内容を「一定値は r^2-d^2 である」としてまとめ，確認させる。

（備考）使用ソフト：CabriGeometry Ⅱ for Windows

ｃ．今後の課題

図形の発展問題を扱い，また一方ではコンピュータ利用に慣れさせるため，この授業の前に数時間で，「三角形の２頂点を固定し，残りの頂点をこの三角形の外

接円上で動かしたときの重心，垂心の軌跡や，外心を込めた位置関係」等を，シミュレーションを利用して発見的に考えさせ，三角形の五心の定義や性質を，中学生なりの扱い方で考えさせることができた。思考の道具としてシミュレーションができるソフトは，種類も増えて使いやすくなってきている。自然な発想で発見的に理解させる指導方法や教材の開発を進めるとき，指導内容の配列を考えることも必要になってくる。理路整然と展開する指導のみを固守するのではなく，厳密性は若干欠けることがあっても，例えばシミュレーションを通して理解させられる内容を扱っていくことを考えてもよいであろう。

生徒の主体性が発揮できるように教材の配列を工夫し，例えば「数学総合学習」として導入し，個々の興味関心や能力に応じて扱うことも考えられる。このような扱いは，自律性の育成や数学的な見方・考え方の育成のためにも，教育課程上に位置づけることを考えていきたい。

(4) 三角比　－高等学校第１学年の場合－

a．教育課程上の問題点

新学習指導要領においては，図形の計量について，中学校２年で三角形の合同条件や平面図形の性質，円周角と中心角の関係の学習を通して証明の意義としくみを学習し，図形の性質について推論する方法を学習する。また中学校３年で図形の相似と三平方の定理を学習し，推論や平面図形・空間図形の計量ができるようにする。ここでは三角比を学習し，三角形を解くことや三角比を利用した図形の計量ができるようにするが，数学Ａの「平面図形（三角形の性質，円の性質)」と密接な関係があり，取り扱いに注意が必要である。

b．授業の実際

日　時：1999年10月４日(火) 第３限

授業者：井ノ迫泰弘

題　目：三角形の解法－電卓を数表として利用－

目　標：正弦定理・余弦定理等を利用して，三角形を解くことができることを理解させ，三角比の有用性を理解させる。

指導過程：

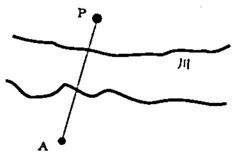
(導　入)

<u>正弦定理と距離</u>

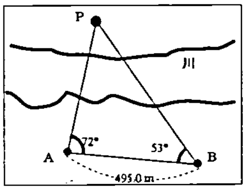
○三角比を利用して距離を求める。

・導入として以下の課を考える。

右の図のように，川をはさんだ２つの地点Ａ，Ｐ間の距離を，川を渡らないで測りたい。点Ａの側で距離と角度を測定できるとして，どのようにすればよいか



・点Ａの側で適当な点Ｂをとることを利用して，距離ＡＰを求める方法について次のように理解させる。



①距離ＡＢを測定する。

②２つの角∠ＰＡＢ，∠ＰＢＡを測定する。

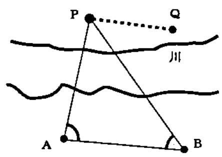
③正弦定理を利用して，距離ＡＰを求める。

$$\mathrm{AP}=\frac{\sin 72^\circ}{\sin 53^\circ}\times 495.0$$

(展　開)

<u>余弦定理と距離</u>

○川の対岸にある２点Ｐ，Ｑ間の距離を測定する方法を考えることにする。

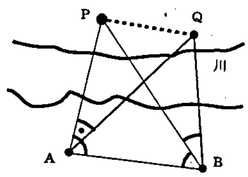


・点Ｑの位置が求められれば，距離ＰＱは求められるとして，次のようにまとめさせる。

①∠ＱＡＢ，∠ＱＢＡを測定する。

②正弦定理を利用して，距離ＡＱを求める。

③∠ＰＡＱがわかるから，余弦定理を利用して距離ＰＱを求める。

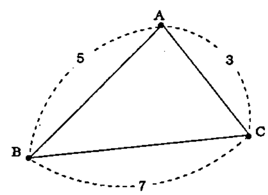


<u>三角形の解法</u>

○三角形を解くことが必要になってくることを理解させ，ここまでの問題について，三角形の解法とそのために使われている定理について確認させておく。

・３辺がわかっているときの三角形の解法

３辺が与えられた三角形を解く場合として，右の三角形の解法を考えさせる。



①３つの角のすべてを求めることを考える。

②電卓の逆関数キーを利用して角を求める。

(まとめ)

○本時の学習内容の確認と次時の学習

・三角形が与えられたとき，正弦定理や余弦定理を利

用して三角形を解くことができたことを確認する。次時は，与えられた三角形を解く手順をまとめることを告げる。

（備考）準備物：関数電卓を各自に用意する。

c．今後の課題

① 三角比の有用性

30°，60°等の都合のよい角度だけでなく，電卓を数表として利用し，任意の三角形を正しく解くことを経験させるのが本授業のねらいである。正弦定理・余弦定理ひいては三角比の有用性・実用性を強調することができ，学習の目的が明確になるから，これまでの指導方法よりは理解しやすい内容にできる。

② 高等学校第２学年以降との関連

「三角比」の学習は，数学Ⅱの「三角関数」や数学Ｂの「ベクトル」等，数学Ⅲの「三角関数の微分・積分」等の学習につながるように，明確な目的と強い意欲を与える学習の動機づけが必要で，そのような配慮がなされた指導を工夫する必要がある。

４．確率についての研究

（１）自然数の列 －中学校第１学年の場合－

a．教育課程上の問題点

「個数の処理」は現行の教育課程では，高等学校数学Ⅰで，身近なものの個数や場合の数を正しく数え上げる工夫をしたり，また，場合の数などを数え上げる場面に現れる自然数からなる列の規則性を発見したりすることを通して，事象を数学的にとらえ，処理する能力を高めていくことを意図して設定されている。今回の学習指導要領の改訂では，高等学校から学習内容としては削除され，中学校においてもまとまった学習内容としては取り上げられないことになった。しかしながら，以後の「関数」，「数列」，「確率」等の学習の素地を培う観点からも，早い段階で学習させておきたい内容である。

身近に興味深い題材も多く，操作的な活動を取り入れた図形的な考察ならば，中学生でも十分取り組めると考え，扱い方や位置づけを検討する試みとして，次のような授業を実施した。

b．授業の実際

日　時：1999年２月24日（水）第３限

授業者：宇佐川信行

題　目：五角数と三角数，四角数との関係

目　標：五角数と三角数，四角数との関係を理解させる。

前時の学習の概要

三角数，四角数について，次の学習をしている。

① n番目の四角数はn^2であることを確認する。

② n番目の三角数について，自由に考えさせ発表させる。（次のようなものが出た。）

・（n番目の三角数）×2＝$n(n+1)$

・（n番目の四角数）＝（n番目の三角数）×2－n

・（n番目の三角数）＝$\dfrac{n(n+1)}{2}$

このことから，以下のことを理解させた。

$$1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$$

指導過程：

（導　入）

課題の確認

○15番目の五角数を求めることにする。

（展　開）

４番目の五角数

○例として４番目の五角数を求めさせる。

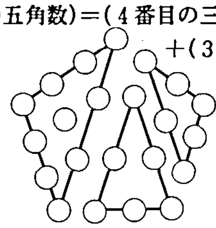
・自由に考えさせる。

・前時に，四角数と三角数との関係を調べたことを想起させる。

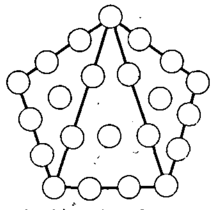
○n番目の三角数，四角数は求めることができることを確認する。

○考え方を発表させる。（次のようなものが出た。）

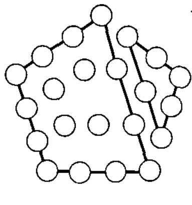
・（４番目の五角数）＝（４番目の三角数）＋（３番目の三角数）×２



・（４番目の五角数）＝（４番目の三角数）×3－2×4



・（４番目の五角数）＝（４番目の四角数）＋（３番目の三角数）



課題の解決

○15番目の五角数を求める。

（15番目の五角数）＝（15番目の三角数）×3－15×2

$=120 \times 3-2 \times 15=330$

c．今後の課題

「個数の処理」については，「数え上げの原則」の内容もあるが，本実践は「自然数の列」の内容である。

初めに述べたように，「自然数の列」には，身近に興味深い題材が多くあり，中学生での学習も十分可能であるが，生徒が興味をもちかつ自律的に学習できるように，扱う内容と学年には十分配慮が必要である。

本実践でも，五角数は15番目にとどめたが，中学校2・3年で式の計算に慣れていれば，一般の n 番目を求めさせることは可能である。

「個数の処理」については，「場合の数」，「自然数の列」を含めて，内容を厳選するとともに，教育課程上の位置づけとして，ある学年のある時期に固定することなく，中学校1年から高等学校1年を通して，適宜学習させていく方法も考慮すべきである。個性化に対応するためには，「選択学習」や「総合学習」としての扱いも検討する必要があろう。

(2) 個数の処理　ー高等学校第1学年の場合ー

a．教育課程上の問題点

現行の高等学校数学Ⅰ「個数の処理」は「数えあげの原則」，「自然数の列」，「場合の数」の3つの内容から構成されている。

しかし，「自然数の列」の取り扱いは，数学A「数列」と内容が大きく重なることもあり，取り扱いに難しさを感じる。ただ，場合の数を求める場合，それぞれの場合の数が生じる規則を発見し，それを利用して問題に適する場合の数を求めることは有用であると同時に，数学のおもしろさを感得させる内容でもある。

そこで，今回従来の指導順序を変更し「数えあげの原則」を指導した後，「場合の数（順列，組合せ）」を指導し，場合の数を求めるのに数列を作り，それを利用するという立場で「自然数の列」を取り扱うことを試み，授業を行うことを計画した。

指導時数は次の通りである。

数えあげの原則………4時間
順列　　　　………5時間
組合せ　　　………5時間
数の列　　　………3時間

なお，授業は，生徒の考えを発展させるかたちで，数の列を作り，場合の数を求めるという方針で行った。

b．授業の実際

日　時：1999年11月25日(木) 第3限
授業者：長尾　篤志
題　目：数の列
目　標：一定の規則から数の列を作り，それを利用して場合の数を求める方法を理解させる。
指導過程：

○前時までの学習内容（順列・組合せ）について簡単に振り返り，その後，次のような課題を生徒に提示する。

> 10段の階段がある。この階段を1度に1段または2段上がるとして，階段の上がり方は何通りあるか。

・十分，生徒に時間をおいて考えさせた後で，数名の生徒の答えを聞く。
・答えのみを板書した後，それぞれの答えに至った考え方や計算を発表させる。
・正解（89通り）を確認する。
・別の方法で課題を解決した生徒の有無を確認し，とくに数の列を作り課題を解決した生徒がいれば説明をさせた後，その解法の正当性を確認する。

実際，一人の生徒が数の列を作って課題を解決しており，その生徒は次のような説明をした。

「1段目の上がり方が1通り，2段目の上がり方が2通り，3段目の上がり方は1段目の上がり方と2段目の上がり方の数を足して3通り，4段目の上がり方は2段目の上がり方と3段目の上がり方を足して5通り，後はそれを繰り返して89通りである。」

○場合の数を求めるのに，順に数の列を作り求める方法があることを確認し，次の課題を提示する。
(本質的には先の課題と同じものである。)

> 縦20cm，横100cmの長方形の床に，縦10cm，横20cmの長方形のタイルを張る方法は何通りあるか。

・しばらく時間をおいた後，数名の生徒の答えを聞く。
・答えのみを板書した後，それぞれの答えに至った考え方や計算を発表させる。

実際，一人の生徒が課題の提示した後すぐに89通りと答えを出し，次のような発言をした。

「タイルを横にして置くと，必然的にその下にも同じようにタイルを置かなければならない。結局，縦10cm，横100cmの床にタイルを0枚，1枚，……，5枚と置く方法の数を考えればいいけど，それはさっきの階段の上がり方の総数と同じである。」

この発言をもとに，2つの課題が本質的に同じもの

であることを確認し，その上で数の列を作　り解答を確かめた。

c．今後の課題

<u>① 数の列の取り扱い</u>

現行の学習指導要領にそって，数学A「数列」を履修する場合，「個数の処理」「自然数の列」の取り扱いは前述のような扱いで十分ではないかと思われる。「数列」の履修がこの後に行われるなら詳しい内容はそちらに譲り，ここでは「数列」を学習する動機づけとするのが適当であろう。

<u>② 中学校・高等学校にまたがる柔軟な扱い</u>

この授業で提示した2つの課題は，昨年度中学1年生に実験的に「個数の処理」の授業を行ったときに提示した課題と同じものである。昨年度は実質的には8時間の授業を行った。授業を終えた後，生徒に感想を求めると「ずっとこんな授業ならいいのに」と述べる生徒もおり概ね好評であったが，個々の問題を生徒に自由に考えさせるという姿勢で授業を行ったため，ややまとまりに欠ける点があった。また，中学1年生では，高校生と比べて自由に発想するという長所もあったが，その反面，自分の考えた道筋を他に説明するという点では不満の残るものであった。

「個数の処理」で扱う内容は，いずれの学年で取り扱っても生徒に興味は持たせることが可能な内容である。指導者が「どのような内容を系統的に取り扱うのか」「生徒の課題は何で，生徒をどうしたいのか」ということを明確にすることによって，生徒の実態に合わせて適切な学年で取り扱うことができる内容であろう。

(3) 確率　ー中学校第3学年の場合ー

a．教育課程上の問題点

確率の内容は，学習指導要領の改定の度にその位置が移動しているといっても過言ではない。例えば，新しい学習指導要領では，小学校には場合の数的な部分はなく，中学校では2年で軽く学習することになり，また，高等学校では数学Iから数学Aに移動した。

それは，この内容がどちらかというと他の分野との関連が少なく，独立して扱えることに起因しているのかもしれない。逆にいえば，一つの数学的な見方や考え方の育成ということからすると，重要な一分野であるといえる。

実際，「同じさいころ2個を投げた場合に，目の数の和が5になる確率」と「大小2個のさいころを投げた場合に，目の数の和が5になる確率」の同異や，「同時に2個投げた場合に，目の数の和が5になる確率」と「時間差をつけて2個投げた場合に，目の数の和が5になる確率」の同異を討論させると実に面白い場面が展開される。そこは，生徒に数学的なコミュニケーション能力の育成の場面としても最適なものとなる。

現行の学習指導要領では，確率の考えは，中学校では3年の終わりの単元で初めてでてくるのであるが，「同様に確からしい」ことの意味を理解させ，統計的確率や数学的確率の考えを定着させるためには，上記のような例も有用であろう。

本時は，日常的な興味を引く例を用いながら，確率の考えの有用性を感じさせるために，多少レベルは上がるが次のような例を用いて展開した。

このあとは高等学校数学Iの個数の処理や確率の単元でさらにくわしく学習し，そこでは期待値の考えも学び，数学的な扱いをさらに深めていくことになる。

b．授業の実際

日　時：1998年12月8日(火) 第2限

授業者：酒井　秀二

題　目：くじ引きの確率

目　標：具体例を用いて，確率の積の法則・和の法則を理解させる。また，くじ引きの確率を用いて，確率の考え方のおもしろさを体験させる。

指導過程：

(導　入)

○前時の，袋から玉を1つ1回取り出す場合の確率について復習する。

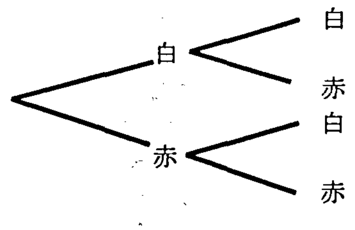
(展　開)

<u>課題1</u>

○袋の中に白と赤の玉が2つずつ入っている。この袋の中から1つずつ2個の玉を取り出すときの，いろいろな確率について調べてみよう。

・起こりうる全ての場合をかき上げるために，樹形図をかくように指示する。

○黒板に，次のような間違った樹形図をかく。



・この樹形図がなぜ間違いかを考察させ，いろいろ発表させる。

・正しい樹形図をかき，次に応用する。

<u>積の法則</u>

○1回目が白で，2回目が赤である場合を用いて，積の法則を発見させる。(名称は出さない。)

和の法則

○1回目がなんでもよくて，2回目が赤である場合を用いて，和の法則を発見させる。(名称は出さない。)

課題2

○20本のくじの中に，2本の当たりくじがある。A，B，Cの3人がこの順にくじを引くとき，誰が一番有利か。

・自由に考えさせた後，確率の樹形図をかき，生徒と共に解決する。

(まとめ)

○課題2について，常識的には先に引いた方が有利と考えられやすいが，そうではないことをおさえ，確率の考えの有用性を確認する。

c．今後の課題

① 本時の授業について

・間違った樹形図を提示したことの意味が多少曖昧であるとの指摘があった。

・中学校3年でここまで扱うのは，やはり少しレベルが高いとの意見があった。

② 確率の考えについて

一部の生徒に非常に確率を苦手とするものがいる。それらの声を聞くと，結果を出してみたとき，それが正しいかどうか分からないことがたびたびあるというのである。そして，正しい解答をきくとそれは分かるが，自分の考えがなぜ間違いなのかを理解するのに時間がかかるともいう。そこに，確率の考えの重要性があると同時に，生徒の発達段階に十分即した教育課程や授業展開の抜本的な工夫が求められるところである。

(4) 確率 ー高等学校第1学年の場合ー

a．教育課程上の問題点

確率の学習は，その重要性や意義が主張されて，高等学校では必修科目である数学Ⅰの項目として位置づけられ，第1学年で履修することになっている。1978年告示の旧学習指導要領による教育課程では，他の内容に押されてはみ出してしまった形で，実質的に理系の生徒しか履修しなかったことから考えれば，大きく前進したといえる。しかしながら，すべての生徒が履修する数学Ⅰの内容であるから，基本的な項目が厳選されており，条件つき確率などの難しいと思われることがらは扱わないことになっている。

ところで，中学校での確率の学習は現行では第3学年に位置づけられている。用語・記号などに差があるにしても，数学Ⅰの確率との内容の実質的な部分での違いがはっきりとはつけにくいといった点が指摘されよう。数と式のように，2年間繰り返して学習してスパイラル方式の学習効果を期待しているとも考えにくい。

また，この後の確率・統計の学習としては，数学Bでの確率分布，数学Cでの統計処理などへと発展させていくことになっているが，これらはいずれも理系の生徒でさえほとんど履修することが現実的には不可能である。これが内容厳選のためにはやむを得ないとすれば，数学Ⅰでの学習が確率について学ぶ最後の機会となるケースがほとんどであることを意識した指導が必要ということになろう。

確率は生徒にとっても非常に身近なテーマであるが，上のような問題点を考慮に入れ，高等学校では確率の値を求めることに終始するのではなく，統計的な推測などとも関連させながら，確率の有用性が認識されるような扱いを取り入れるようにする必要があると考え，次のような授業を実施した。

b．授業の実際

日　時：1999年2月25日(木) 第4限

授業者：砂原　徹

題　目：反復試行

目　標：反復試行の確率を求められるようにする。

指導過程：

(導　入)

独立な試行の確率

○さいころを2回投げるとき，1回目には1の目が出て，2回目には偶数の目が出る確率を求めさせる。

・全事象が36通りあり，その中の3つの場合であるから確率は3/36=1/12であるとする。

・1/6×1/2=1/12として求める生徒から，その計算方法の理由を尋ねる。

○独立な試行の定義をする。

○さいころを投げる試行を2回繰り返すとき，1回目の試行の結果は2回目に影響を及ぼすとは考えられないことから，1/6×1/2の計算の正当性を確かめる。

(展　開)

反復試行における確率

○さいころを5回投げるとき，1の目が1回出る確率を求めさせる。

・何回目に1の目が出るかを考える必要があることを指摘する。

○反復試行の確率についてまとめる。

1回の試行で，事象Aの起こる確率がp，起こらない確率がqであるとき，この試行をn回行ったとき，Aがちょうどr回起こる確率は　${}_nC_r p^r q^{n-r}$

統計的な推測

○多数の製品があり，その中には不良品が5％あるといわれている。5個の製品を抜き出したとき，2個の不良品があった。この結果について考える。

・正確には反復試行ではないが，反復試行と考えてもほとんど差がないことを指摘する。
・この事象が起こる確率を考えさせる。
・確率のきわめて小さいことがらが起きていることを理解させ，不良品率が疑わしいことを結論とする。また，確率が総計的な推測において重要な役割を果たしていることを知らせる。
・不良品率や抜き取る製品数を変更した場合の確率のいくつかの計算例を提示して，不良品率が疑わしいかどうかの判断を考える。

（まとめ）

○独立な試行と反復試行における確率についてまとめる。

c．今後の課題

① 統計的な推測の考えの扱いについて

既習事項との関連からは比率の推定で考えるのが自然だともいえ，ここではそのギャップを埋める配慮が必要である。また，2％という確率をほとんど起こらないことだと考えるかどうかなど，数値の設定をもう少し工夫しながら考える場面をつくらなければならない。5本中2本である場合と，10本中4本である場合の結果がどう違ってくるかなど，電卓やコンピュータも利用しながら調べてみるのも興味あるところとなろう。時間配当を工夫して，そのような学習の時間を3時間程度を目安に確保したい。

② 独立試行の確率の扱いについて

本授業では全事象を表にして独立の意味がとらえやすくなるように工夫し，樹形図も利用した。生徒は自然に乗法定理を使っているが，本来は条件つき確率を扱わないで確率が積で求められることを説明できない。全員必修の内容とはしないにしても，きちんとした扱いで学習させる場面を設定することも必要である。第1学年においては，乗法定理の説明をつける程度で条件つき確率について触れるようにする必要があろう。

5．本年度の研究のまとめ

新しい教育課程実施に向けてわれわれが検討してきた課題は，次のようにまとめられる。

(1) 図形について

中学校1年での図形領域は，直感的理解中心の小学校と，論証中心の上級学年の中間段階として位置づけられる。既習内容を推論の根拠として，新しい事実を学習していくのであるが，教具やコンピュータ利用も考慮に入れて，直感的に理解させる部分と論理的に考察させる部分を見直した教材の再構成が必要であろう。

具体物を扱うことで生徒が興味をもちやすいだけでなく，知識を総合的に利用する場面，数学的なコミュニケーション能力を育成する場面も多く取り入れて，内容を弾力的・発展的に扱うことができるよう，教育課程上に位置づけておく必要がある。こうしたことを目標としつつ，内容の一部を編成しなおして「選択学習」や「総合学習」に位置づけることも考えていかなければならない。

図形領域には限らないが，コンピュータ等の機器やソフトが，以前にも増して格段に使いやすい環境が整いつつある。思考の道具としての機器利用に対応した教材やその指導方法を開発し，教育課程に位置づけていくことも必要となる。

(2) 確率について

数え上げの原則に関係する「自然数の列」には，身近な題材で中学生の学習にも十分学習可能なものがある。生徒に興味を持たせ，主体的に学習させることができる。場合の数，自然数の列を含む「個数の処理」は，中学校1年から高等学校1年を通して，「選択学習」や「総合学習」としての扱いにも適した題材であるともいえる。いずれの学年で取り扱っても生徒に興味をもたせることができる。ただし，漫然と指導するのではなく，指導者が指導目標を明確にし，生徒の実態を考慮しながら指導する必要がある。

「確率」については，結果を出したとき，それが正しいかどうか，また自分の考えの誤りがどこにあるか理解されにくいことが多い。論理性をどこまでつめていく指導が妥当であるかを生徒の思考の発達段階をふまえていく必要がある。

6．おわりに

教育課程は固定的なものととらえるのではなく，生徒の興味・関心，理解の程度など，実際に指導している生徒の実状をふまえながら，必要に応じて，内容の一部を発展させたり削除したりすることができるような弾力化をはかることが望ましいというのが，われわれの結論である。教育課程の弾力化を具現化する「選択学習」や「総合学習」の実施，その内容の工夫が今後の課題である。