広島大学教育学部・関係附属学校園共同研究体制研究紀要
＜第28号　2000.3＞

算数学習における理解過程に関する研究（Ⅰ）
― 数学理解の２軸過程モデルの理論的再検討 ―

小山　正孝　中原　忠男　武内　恒夫
赤井　利行　宮本　泰司　脇坂　郁文
（協力者）二宮　裕之　影山　和也　吉田　香織
橋本　三嗣　和田　信哉

１．目的と方法

本研究は，算数学習における児童の理解過程を，理論的・実証的に解明しようとするものである。数学的概念や原理・法則などを理解するということは，本質的には，個々の児童の心的活動であり，それは複雑で力動的な過程である。しかし他方では，教室で行われる算数学習においては，児童の理解過程はその児童と教師，児童同士の相互作用の影響を受けることも確かである。そこで，本研究では，算数学習における理解過程を，これら個人的側面と社会的側面を視野に入れて解明することを目的とする。

小山は，数学教育における直観に関する研究[1]において，直観と論理が相補的な関係にあるとき思考は生産的かつ確実に進展し得るということを理論的に解明した。このことを踏まえて，数学教育における理解に関する研究[2]では，理解のモデルについての考察を行った。その結果，数学理解の過程モデルの１つとして，理解の階層的水準と学習段階をそれぞれ縦軸と横軸にもつモデルを理論的に構築し，それを「２軸過程モデル(Two-Axes Process Model)」と命名した[3]。そして，このモデルの妥当性の実証的検討を，算数・数学科の授業分析を通して行っている[4,5]。

一方，世界に目を転じてみると，近年，国際的な視座から数学教育の研究成果や展望を整理した大部の書物が発行されている[6,7]。そこでは，数学教育における理解に関するこれまでの研究や現在の数学教育研究におけるアプローチ等が包括的に整理されている。

そこで，本稿では，これらの文献をもとに，文献解釈的方法によって，小山が構築した数学理解の２軸過程モデルを理論的に再検討することを目的とする。そのために，まず，われわれが理解研究において前提としている理解のとらえ方や理解のモデル化の必要性を述べる。次に，数学理解の２軸過程モデルの概要とその特徴を要約する。そして，この２軸過程モデルの理論的再検討として，このモデルの根底にあるパラダイムや認識論と，数学理解の階層的水準と学習段階をそれぞれ縦軸と横軸に設定することの妥当性を，文献解釈的方法によって理論的に再検討することとする。

２．理解とそのモデル化

(1) 理解の基本的なとらえ方

児童生徒が数学を理解するとはどういうことであろうか。また，どのようなメカニズムで理解が深化するのか。これらの問いは理解研究において解明すべき究極的な問題で，かなり以前から精力的に研究されてきた数学教育研究の主要な問題の１つである。

われわれは，理解に関する認知心理学的研究の成果をもとに，理解（understanding）を次のようにとらえ，これらを理解研究における前提としている。

(1)あることを理解するとは，それを既有のシェマあるいは認知構造と認知的に関係づけることである。
(2)理解は本質的には個人的な心的活動であり，複雑で力動的な現象である。
(3)数学の理解にはいくつかの階層的水準がある。

(2) 理解のモデル化の必要性

理解するということは児童生徒の内面的な複雑な活動であるから，それをとらえるためには，この内面的で直接見ることのできない理解という現象を何らかの方法によって顕在化させることが必要である。しかし，いかなる方法によろうとも，理解という現象，理解するという活動は個人的で内面的なものであるから，それを直接とらえることはほとんど不可能である。

それゆえ，理解の構造や機能を間接的にとらえるための理論的・解釈的枠組みが必要になる。その枠組み

Masataka Koyama,Tadao Nakahara, Tsuneo Takeuchi, Toshiyuki Akai, Yasushi Miyamoto, and Ikufumi Wakisaka: Research on the Process of Understanding in Elementary School Mathematics Learning (I) ―A Reexamination of the Two-Axes Process Model of Understanding Mathematics.

は，原型としての理解の構造や機能をよりとらえやすくするものであるから，それを「理解のモデル」と呼ぶことができる。したがって，理解のモデルを構築すること，つまり理解のモデル化は，児童生徒の数学理解を解明するために必要不可欠である。

(3) 理解のモデル化の観点

これまで数学教育研究において理解のモデル化が試みられてきた。その結果いろいろなモデルが提案されているが，それらはモデル化の観点の違いから大きく次の２つの類型に分けられる。

第１の類型は，児童生徒が既に理解している状態，すなわち理解の様相を記述しようとするものであり，「様相モデル」と呼ばれる。それに対して，第２の類型は，児童生徒が理解しつつある過程を記述しようとするものであり，「過程モデル」と呼ばれる。

さらに，数学理解のモデル化においては，理解の対象は何かということが重要であるから，それが数学的内容（概念，演算，手続き，性質，関係等）である場合と，数学的形式（具体的表現，操作的表現，図的表現，言語的表現，記号的表現）である場合とに分けることができる。また，児童生徒の主として頭の中の変化（認知構造の変容）に焦点を当てる場合と，主として観察可能なものの変化（行動の変容）に焦点を当てる場合とが考えられる。

３．数学理解の２軸過程モデル

(1) 理解のモデルの特性

―「記述的特性」と「規範的特性」―

これまでに提案された数学理解のモデルの多くは，児童生徒が数学をどのように理解しているか，その様相や過程を記述することにその力点が置かれている。それらは，児童生徒の数学理解にはいかなる種類があるかを記述したり，理解という内面的な現象がどのように起こっているかを記述したりする。その意味で，これらのモデルは「記述的特性」を備えているといえる。

しかしながら，数学教育においては，児童生徒の理解の様相や過程の実態を把握し記述するだけでは不十分である。なぜなら，数学教育というものは，本来，教師が教えるという活動（教授活動）と児童生徒が学ぶという活動（学習活動）の２つから成立するものである，と考られるからである。したがって，数学理解のモデルが，教授活動＝学習活動としての数学教育において真に有効なものであるためには，記述的特性だけでなく規範的特性をも備えていなければならない。この「規範的特性」とは，児童生徒に数学を理解させるにはどのような状況を設定すればよいか，また，理解をどのような方向に深化させればよいかなどについての教授学的原理を示唆し得るという特性である。

(2) 理解の深化における反省的思考の役割

小山は，これら両方の特性を備えた，数学理解の過程モデルを構築しようと試みた。そこでまず注目したのが，児童生徒の数学理解の深化における「反省的思考」の役割である。反省的思考を，《学習者が自らの無意識的な活動や操作に注意を向け，それらやその結果を意識化して，図や言葉によって表現することを目的とする思考》ととらえ，次の３点が重要であると考えている。

(1)反省的思考は，学習者自身による活動や操作をその前提とする。

(2)反省的思考の対象は，その活動や操作およびその結果である。

(3)反省的思考の目的は，無意識的な活動や操作を意識化し，それを表現することである。

そして，このような反省的思考が数学理解において果たす役割を，ファン・ヒーレの幾何学の「学習水準モデル」[8]とピリーとキーレンが提案した理解の「超越的再帰モデル」[9]とに着目して考察した。その結果，これらは水準の飛躍あるいは移行に関する考えにおいて本質的に同じであり，この飛躍や移行に反省的思考が関与しているといえる。

(3) 数学理解の２軸過程モデル

児童生徒の数学理解が深化する過程を解明するためには，①数学理解はどのような水準に沿って深化するか，②ある水準において，どのように思考が展開するか，という２つの点を明らかにすることが重要であると考える。こうした認識に基づいて，小山は，児童生徒の数学理解の深化の過程を解明し，その深化を促進するための１つの理論的枠組みとして，理解のいくつかの階層的水準と各水準における学習段階をそれぞれ縦軸と横軸にもつ，数学理解の「２軸過程モデル」を構築した。[3] このモデルは概ね次のようなものである。

このモデルの縦軸は理解水準に関するもので，数学的対象の理解，対象間の関係の理解，関係の一般性の理解などのいくつかの階層的水準から成る。他方，このモデルの横軸は学習段階に関するもので，各々の理解水準に以下のような直観的段階，反省的段階，分析的段階の３つの学習段階を設定している。このような一連の段階を経て，必ずしも直線的にではないが，理解の水準がある水準から次の水準へと上昇し得る（深化し得る）と考えられる。

(1)直観的段階とは，学習者が具体物あるいは概念や性質などの数学的対象を操作する直観的思考を働かせる段階である。

(2)反省的段階とは，学習者が自らの無意識的な活動や操作に注意を向け，それらやその結果を意識化して，図や言葉などによって表現することを目的とする反省的思考を働かせる段階である。

(3)分析的段階とは，学習者が表現したものをより洗練して数学的に表現したり，他の例で確かめたり，それらのつながりを分析したりすることによって，統合を図ることを目的とする分析的思考を働かせる段階である。

このような数学理解の２軸過程モデルには，次の２つの特徴がある。第１は，数学理解の深化の過程における直観と論理の相補性を反映させ，反省的思考を明確に位置づけている点である。第２の特徴は，児童生徒の数学理解の様相や過程を記述する「記述的特性」と理解を深化させるための状況設定や方向づけなどに関する教授学的原理を示唆し得る「規範的特性」の両方をこのモデルにもたせようとしている点である。

上述のことを踏まえて，以下では，この数学理解の２軸過程モデルを理論的に再検討することとする。

４．２軸過程モデルの根底にあるパラダイムや認識論の再検討

まず，この２軸過程モデルの根底にあるパラダイムや認識論について再検討してみたい。

(1) パラダイムについて

ヒーバートとカーペンター[10]は，認知科学の立場に立って，次の２つの前提をもとに，理解するということについて考察するための１つの枠組みとして「表象し関連づけること」を提案している。

前提１：外的表現と内的（心的）表象との間には，何らかの関係がある。

前提２：内的（心的）表象は，有用な方法で，相互に関連づけられ得る。

第１の前提は，内的（心的）表象は外的表現によって影響され制限され，逆に，外的表現をどのように取り扱ったりつくったりするかということがいかに内的に表象しているかを明らかにする，ということを意味する。そして，第２の前提は，外的表現の異なった表現様式間の関連づけや同じ表現様式内での関連づけに加えて，内的表象間の関連づけができるというこを意味し，内的表象間の関係が構成されたとき，それらは知識のネットワークをつくる，ということを意味する。

このように理解するということを「表象し関連づけること」としてとらえる枠組みが，数学理解について考えるための１つの有用な方法であるという理由として，彼らは次のような３つの理由をあげている。

(1)その枠組みは，理論的な認知的問題点と実践的な教育的問題点の両方に接触できる程度の水準の分析を提供する。

(2)その枠組みは，過去と現在の数学の教授・学習についてのいろいろな問題点を関連づけるような首尾一貫した枠組みをつくり出す。

(3)その枠組みは，学校内外の児童生徒の成功や失敗を説明するのに役立つ，児童生徒の学習についての解釈を示唆する。

そして，理解するということを「表象し関連づける」ことによる内的ネットワークづくりととらえ，理解が成長することを，内的ネットワークがより大きくなったり，より組織化されたりするここととしてとらえている。それゆえ，理解するということは全か無かという現象ではなく，理解が成長するということはネットワークへの新しい心的表象の追加とネットワーク内での変化の両方として特徴づけられる。このような彼らの理解のとらえ方は，上述のわれわれのとらえ方と基本的には同じである。

ところで，ヒーバートとカーペンターの理解のとらえ方は，内的（心的）表象をできる限り正確にモデル化することを重視する認知科学に基礎を置くものである。しかしながら，他方で，理解を伴った学習に関する最近の研究には，状況に埋め込まれた知識や社会的認知を強調する人類学や社会学に基礎を置くものもある。このことについて，彼らは，理解するということを完全に記述するためにはこれら両方の研究が必要でことを，次のように述べている。[10]

《理解するということを内的（心的）な知識構造によって十分に記述することができるかどうかについては，近年いろいろと論議されている。理解するということを完全に記述するためには，おそらく，状況に埋め込まれた活動や社会的相互作用の分析をも含める必要があるであろう。》

このように，数学教育における理解の研究に限らず，数学教育研究において意味のある探究は，何らかの理論に基づいて行われる。そして，その理論の根底には，意識的にせよ無意識的にせよ，研究者の数学観や数学教育についての価値観や信念のようなものがあると考えられている（図１）。もちろんすべての研究者が全く同じ数学観や数学教育観をもっているわけではないが，研究者集団の中にはいくつかの共通したものがある。このように，ある集団の成員が共通して持っている信念，価値，テクニックなどの全体的構成を意味する言葉がパラダイムである。[11]

したがって，数学教育研究の領域においても異なったパラダイムがあり，それゆえ異なった理論があり得る。しかも，どの理論がより進歩的であるかを合理的

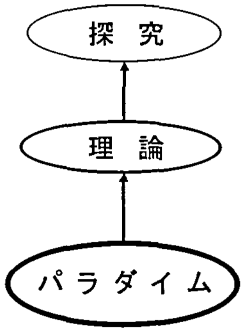

図1　パラダイムと理論及び探求

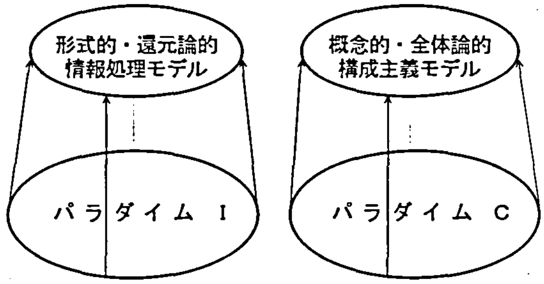

図2　数学学習に関する「情報処理モデル」と「構成主義モデル」

に判断し，選択することが困難であるという問題もある。この「理論の合理的選択」の問題は科学哲学の主要な問題であり，クーンとラカトシュはこれについて異なった考えを述べている。クーン[11]は，異なったパラダイムの非通約性を理由に，異なったパラダイムに基づく理論を合理的に選択することは不可能であると言う。一方，ラカトシュ[12]は，異なった理論は異なったパラダイムを表現するものであるかもしれないが，どの理論が進歩的であるかを判断する基準は存在すると言う。

オールトン[13]は，このようなクーンとラカトシュの考えに基づいて，数学教育における4つの基本的な論点ー①数学指導の価値，②数学学習を研究するための方法，③精神の理論，④数学的実体ーのそれぞれについて，学習の転移についての異なった2つの理論を比較考察している。その結果，オールトンは，①については「人間形成的価値」が，③については「精神の活動理論」がそれぞれ適していると述べている。しかしながら，②と④についてはそうした判断をすることは困難で，「形式的・還元論的な情報処理モデル」と「概念的・全体論的な構成主義モデル」は方法論と数学的実体については異なった仮説を有しており，いずれが進歩的であるかは現時点では明らかでないと論じている。

この論考は，数学学習に関する理論に限定されてはいるが，近年の数学教育研究における情報処理モデルと構成主義モデルの基底として異なったパラダイムがあることを示唆していると考えられる（図2）。

(2) 認識論について

また，シールピンスカとレーマン[14]は，現在の数学教育研究における異なったアプローチとして，①構成主義的アプローチ，②社会・文化的アプローチ，③相互作用主義的アプローチ，④文化人類学的アプローチを挙げ，これらは知識についての異なった認識論に基づいていると述べている。

①構成主義的アプローチでは，知識は認識主体によって能動的に構成されるものであるとみなし，個々の児童生徒が数学的知識を構成する過程と教師の役割に研究の注意が払われる。②社会・文化的アプローチでは，個々の児童生徒はある文化や社会的状況の中に置かれているとみなし，数学教室の社会的文脈に注目する。③相互作用主義的アプローチでは，相互作用を発達の単なる補助的で有用な要因としてではなく，発達と相互作用とは不可分のものとみなし，個々の児童生徒よりもむしろ児童生徒間や児童生徒と教師間の数学についての相互作用に研究の焦点が当てられる。そして，④文化人類学的アプローチでは，認識主体にとって知識が存在し意味をなすのは，その知識がある制約のもとでの最良の解を表しているからであるととらえ，数学教育における教授学的状況の解明に取り組むことが主眼となる。

これらの数学教育への多様なアプローチとその基盤となる認識論との関連を図に表すと，図3のように示すことができるであろう。

以上のように，数学教育に関する研究を国際的視座からみれば，異なったパラダイムや認識論に基づく多様なアプローチがあることがわかる。そして，2軸過程モデルの構築は，主として認知心理学的パラダイムを基底とし，構成主義的認識論に立って数学理解の解明にアプローチしようとする研究に位置づく，といえる。しかしながら，そのモデルを用いて授業での算数・数学の学習における児童生徒の理解過程を解明するためには，その他の社会学的パラダイムや人類学的パラダイムに基づくアプローチによる研究によってそれを補完する必要がある，ということが示唆される。

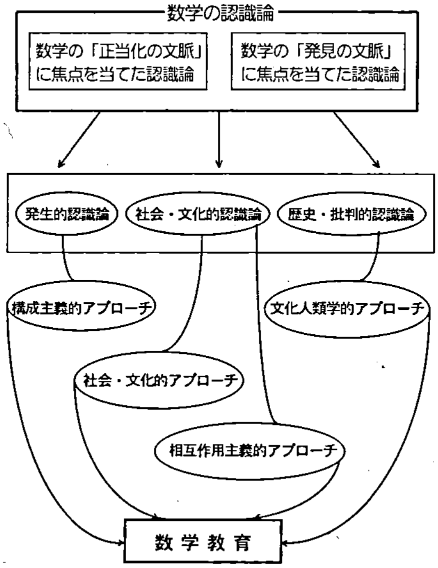

図３　数学教育への多様なアプローチ
（シールピンスカとレーマンの論文[14]をもとに作成）

５．２軸過程モデルに縦軸と横軸の２軸を設定することの妥当性の再検討

さて次に，２軸過程モデルにおいて，数学理解の階層的水準と学習段階をそれぞれ縦軸と横軸に設定することの妥当性について再検討してみたい。

ヒーバートとカーペンター[10]は，上述のように，「表象し関連づける」ということを理解するということについて考察するための１つの枠組みとして提案しているが，知識のネットワークを次の２つの異なったメタファーでとらえられると述べている。１つはクモの巣のように構造化されたものであり，もう１つは垂直的階層のように構造化されたものである。そして，学習者が知識の心的ネットワークをつくるために行う関連づけには，類似性と相違性に基づいて行うものと，包含と包摂に基づいて行うものとがあり，それらはそれぞれクモの巣状ネットワークと垂直的階層的ネットワークとにみられる，と述べている。なぜならば，類似性と相違性に基づく関連づけは，ほぼ同じ水準で表象される情報の断片を結びつけること（クモの巣構造）であるのに対して，包含と包摂に基づく関連づけは，ある数学的事実や手続きが他のものの特別な場合としてみられる（垂直的階層構造）ということを示唆するからである。

このような指摘は，小山が２軸過程モデルを構築した際に設定した２軸と密接に関連する。なぜならば，垂直的階層的ネットワークは２軸過程モデルの縦軸である数学理解の階層的水準に対応し，クモの巣状ネットワークは横軸である学習段階に対応するからである。横軸は理解の拡がりを，縦軸は理解の深まりを意味する。このことよって，２軸過程モデルに数学理解の階層的水準と学習段階を２軸として設定することの妥当性がある程度裏づけられる。

しかしながら，小山の２軸過程モデルの縦軸と横軸は，ヒーバートとカーペンターの枠組みよりも規範的特性をより強く意図したものになっている。この相違点は，ビショップ[15]の指摘する数学教育研究における３つの伝統―①教育学的伝統，②哲学的伝統，③経験科学的伝統―の区別を用いて説明することができる。これら３つの研究の立場はいずれも数学教育の発展を意図したものであるという点では共通しているが，表１のように，探究の目的や方法において異なった特色を有している。

このような数学教育研究における３つの伝統の区別を用いれば，ヒーバートとカーペンターの枠組みは，主として，現実を説明するための標準化された研究方法を開発することによって，教育的現実を説明することを探究の目的とする経験科学的伝統に属する，とい

表１　数学教育研究における３つの伝統の特徴
（ビショップの論文[15]をもとに作成）

	目　的	方　法	特　色
教育学的伝統	新しい指導方法や教育実践の開発によって，直接的に指導を向上させること	教授実験 観察など	優れた教育実践家(教師)の知恵や指導方法を明らかにし，それらを蓄積し共有されうる形に体系化しようとする点
哲学的伝統	教育に対する新しい考えや洞察を得るために，厳密に議論された理論的立場を構築すること	論理的分析 批判 合理的理論化など	論理的分析，批判及び合理的理論化などの方法によって，教育が理想とすべき状況を論理的に示そうとする点
経験科学的伝統	現実を説明するための標準化された研究方法を開発することによって，教育的現実を説明すること	教育的現実についての客観的なデータの収集と分析	データに基づいてテストされ得るような教育的現実についての説明を行おうとする点

える。それに対して，小山の２軸過程モデルは，主として，新しい指導方法や教育実践を開発することによって，直接的に指導を向上させることを探究の目的とする教育学的伝統に属するものを志向している。しかし，これらはいずれも数学教育の発展にとって欠くことのできない研究の立場としての伝統であり，数学の理解に関する研究においてもこれらのバランスをとることが重要であると考える。

６．結語

本稿では，文献解釈的方法によって，小山が構築した数学理解の２軸過程モデルについて，その根底にあるパラダイムや認識論と，数学理解の階層的水準と学習段階をそれぞれ縦軸と横軸に設定することの妥当性の理論的再検討を行った。その結果，次のことが明らかになった。

(1)数学教育研究には，異なったパラダイムや認識論に基づく多様なアプローチがあり，２軸過程モデルの構築は，主として認知心理学的パラダイムを基底とし，構成主義的認識論に立って数学理解の解明にアプローチしようとする研究に位置づく。しかしながら，そのモデルを用いて授業での算数・数学の学習における児童生徒の理解過程を解明したり，そのモデルを授業構成に適用したりするためには，その他の社会学的パラダイムや人類学的パラダイムに基づくアプローチによる研究によってそれを補完する必要がある。

(2)ヒーバートとカーペンターは，理解するということを「表象し関連づける」ことによる知識の内的ネットワークづくりととらえ，クモの巣状ネットワークと垂直的階層的ネットワークの２つがあるという。これは，小山が２軸過程モデルを構築した際に設定した２軸と密接に関連する。なぜならば，クモの巣状ネットワークは２軸過程モデルの横軸である学習段階に対応し，垂直的階層的ネットワークは縦軸である数学理解の階層的水準に対応するからである。つまり，横軸は理解の拡がりを，縦軸は理解の深まりを意味する。このことによって，２軸過程モデルに数学理解の階層的水準と学習段階を２軸として設定することの妥当性がある程度裏づけられる。

しかしながら，ヒーバートとカーペンターの理解するということをとらえる枠組みは経験科学的伝統に属するのに対して，小山の２軸過程モデルは教育学的伝統に属するものを志向している，という相違点がある。これらはいずれも数学教育の発展にとって欠くことのできない研究の立場としての伝統であり，数学の理解に関する研究においてもこれらのバランスをとることが重要である。

今後は，本稿における数学理解の２軸過程モデルについての理論的再検討の結果を踏まえて，社会学的パラダイムや人類学的パラダイムに基づくアプローチによる研究を行い，算数学習における児童の理解過程を実証的に解明したい。

【付記】

本稿は，平成11年度科学研究費補助金基盤研究(C)(2)（代表者小山正孝，課題番号10680277）の研究成果の一部であり，平成11年度日本教科教育学会第25回全国大会（平成11年11月27・28日，兵庫教育大学）で発表した論文を加筆・修正したものである。

引用・参考文献

1) 小山正孝（1990）「数学教育における直観に関する研究」，平林一榮先生頌寿記念出版会編『数学教育学のパースペクティブ』，聖文社，pp. 175-193.

2) 小山正孝（1992）「数学教育における理解のモデルについて」，岩合一男先生退官記念出版会編『数学教育学の新展開』，聖文社，pp. 172-184.

3) Koyama, M. (1993) Building a Two-Axes Process Model of Understanding Mathematics, *Hiroshima Journal of Mathematics Education,* Vol. 1, pp. 63-73.

4) 小山正孝（1997）「数学学習と理解過程」，日本数学教育学会編『学校数学の授業構成を問い直す』，産業図書，pp. 135-149.

5) Koyama, M. (1997) Research on the Complementarity of Intuition and Logical Thinking in the Process of Understanding Mathematics, *Hiroshima Journal of Mathematics Education*, Vol. 5, pp. 21-33.

6) Grouws, D. (ed.) (1992) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning,* Macmillan Publishing Company.

7) Bishop, A., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. & Laborde, C. (eds.) (1996) *International Handbook of Mathematics Education*, Kluwer Academic Publishers.

8) van Hiele, P. M. & van Hiele-Geldof, D. (1958) A Method of Initiation into Geometry at Secondary Schools. In Freudenthal, H. (ed.) *Reports on Methods of Initiation into Geometry*, Groningen Wolters, pp. 67-80.

9) Pirie, S. & Kieren, T. (1989) A Recursive Theory of Mathematical Understanding, *For the Learning of Mathematics,* Vol. 9, No. 3, pp. 7-11.

10) Hiebert, J. & Carpenter, T. (1992) Learning and Teaching with Understanding. In Grouws, D. (ed.)

Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning, Macmillan Publishing Company, pp. 65-97.
11) クーン，T. S. 著／中山茂訳（1971）『科学革命の構造』，みすず書房.
12) ラカトシュ，I. 著／佐々木力訳（1980）『数学的発見の論理ー証明と論駁ー』，共立出版.
13) Orton, R. (1988) Two Theories of "Theory" in Mathematics Education: Using Kuhn and Lakatos to Examine Four Foundational Issues, *For the Learning of Mathematics,* Vol. 8, No. 2, pp. 36-43.
14) Sierpinska, A. & Lerman, S. (1996) Epistemologies of Mathematics and of Mathematics Education. In Bishop, A., Clements, K., Keitel, C., Kilpatrick, J. & Laborde, C. (eds.) *International Handbook of Mathematics Education,* Kluwer Academic Publishers, pp. 827-876.
15) Bishop, A. (1992) International Perspectives on Research in Mathematics Education. In Grouws, D. (ed.) *Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning,* Macmillan Publishing Company, pp. 710-723.