広島大学教育学部・関係附属学校園共同研究体制研究紀要
<第27号 1999. 3>

数学的概念の認識過程についての基礎研究（XX）
－構成的アプローチに基づく算数科授業の検討(4)－

小山 正孝　中原 忠男　武内 恒夫
赤井 利行　宮本 泰司　脇坂 郁文
（協力者）加藤 久恵　二宮 裕之　影山 和也
吉田 香織

1．はじめに－本稿の位置づけとねらい－

これまで我々は本研究の一環として，7年間にわたって算数・数学教育における構成主義に関する研究を行ってきている。

第1年次は，算数・数学教育における構成主義の基本原理及びその哲学的・認識論的側面について考察し，構成主義に基づく実験的研究の分析を行った[1]。第2年次は，構成主義に立つ算数・数学教育の授業構成論を比較・検討して，その結果に基づいて授業を実験的に設定し，そこでの討議の様相の解明に取り組んだ[2]。そして，第3年次は，構成主義に基づく授業構成論の1つである「構成的アプローチ」[3] に基づいて，小学校第1学年における「繰り上がりのあるたし算」の授業を計画・実践し，それを通して，繰り上がりのあるたし算に関する子どもたちの認識過程の様相を明らかにしながら，構成主義に立つ授業の実践的研究を行った[4]。

その後，これら最初の3年間の理論的・実践的研究を踏まえて，対象学年や数学的概念を変えて，算数科授業における構成的アプローチによる授業過程の実践可能性や有効性について検討してきた。

第4年次は，第3学年における「はしたの表し方」の授業を計画・実践して，子どもたちがどのようにして，既有の学習や日常経験を生かしてはしたを表していくか，また，授業を通してはしたのよりよい表し方を認識していくかを検討した[5]。第5年次は，第4年次と同様に分数概念に焦点を当てて，第5学年における「分数の大きさ比べをしよう」という授業を計画・実践して，高学年の子どもたちが分数をどのように理解しているか，また，それまで学習したり経験してきたりした分数に関わる概念や方法をどの程度活用できるかを検討した[6]。そして，第6年次は，それまでの「数と計算」領域とは別の「図形」領域の数学的概念を対象にして，第2学年における授業「三角形と四角形」を計画・実践し，子どもたちがそれまでに学習したり経験してきたりした三角や四角に関わる概念をもとにして三角形や四角形の概念をいかに構成するかを検討した[7]。

こうした一連の研究のまとめとして，第7年次は，小学校低・中・高学年の異なる領域において構成的アプローチに基づく算数科授業の実践的研究を行うこととした。具体的には，第1学年「積み木」，第4学年「角」，第6学年「分数と小数・整数」の3つの授業を計画・実践した。そこで，本稿では，これら3つの授業の概要を報告し，各々の授業で子どもたちが当該の数学的概念をいかに構成するかを明らかにするとともに，構成的アプローチによる授業過程の実践可能性や有効性について検討することを目的とする。

2．構成的アプローチ－本稿の理論的背景－

本稿において検討する3つの授業はいずれも，構成主義に基づく授業構成論の1つである「構成的アプローチ」に基づいて計画・実践された。そこで，授業について述べる前に，まず，理論的背景としてのこの構成的アプローチについてみておこう。

「構成的アプローチ」とは5つの原理に基づく授業構成論の名称であるが，本稿の授業と特に関連の強いものは次の2つの原理である。

C2．子どもは数学的知識を，基本的には意識化，操作化，媒介化，反省化，協定化の過程を通して構成し，獲得する。

C4．子どもは数学的知識を，教師とのあるいは子どもどうしの相互作用を通して，構成し，批判し，修正し，そして生存可能な(viable)知識と

Masataka Koyama, Tadao Nakahara, Tsuneo Takeuchi, Toshiyuki Akai, Yasushi Miyamoto, and Ikufumi Wakisaka: A Basic Study on Cognitive Process of Mathematical Concepts (XX) -An Examination of Elementary School Mathematics Classroom Based on the Constructive Approach (4).

して，それを協定する。

そして，構成的アプローチにおいては，Ｃ２に基づいて次のような授業過程を基本としている。

Ｐ１：意識化……第１段階で，子どもが，構成しようとする数学的知識の発生源と出会い，そこから問題を意識化し，その解決に向けて見通しを立てる段階。

ここでの教師の役割は，子どもたちの興味・関心を高め，問題へと意識や注意を焦点化することである。

Ｐ２：操作化……第２段階は，問題に対する見通しに基づいて，その解決をめざして操作的活動を行い，構成しようとする知識の原型をつくりだす段階。

教師は，そうした操作的活動のために有効な教具，学習具を用意することが求められる。

P2.5：媒介化……次の媒介化は，操作化と反省化の懸隔を埋め，両者を媒介することを主要なねらいとして，教材や子どもに応じて必要な場合に設ける段階。はじめの問題と関連のある新たな内容をもつ問題に取り組む，操作化の段階の活動と類似した活動を行う，などの学習活動を行う。

Ｐ３：反省化……次は，操作化や媒介化の段階における活動を振り返って数学的抽象を行い，数学的知識を構成する段階。

したがって，教師は，子どもたちがそうした思考ができるように，発問を用意したり，相互作用の場を設けたりすることが求められる。

Ｐ４：協定化……最終段階は協定化であり，ここでは反省化において構成された数学的知識を整理し，生存可能性などを検討・協議し，その結果を協定する。

教師は，子どもたちのそうした活動を推進する。

本稿において検討する３つの授業は，上述のような主要な原理と基本的な授業過程に基づいて計画・実践されたが，その際，構成的アプローチの次の５つの特徴を反映するように留意した。

①社会的相互作用を重視する。
②教師は，子どもの反応を直接的には評価しない。
③個人の活動からクラス全体の活動へという流れを基本的な授業過程とする。
④数学的知識の構成の方法論として，反省的思考，社会的相互作用，表現様式の３つを重視する。
⑤個人の構成した数学的知識のクラスにおける協定をめざす。

３．構成的アプローチに基づく算数科授業の検討

以下では，低・中・高学年の異なる領域において計画・実践した３つの授業の各々について検討する。

３．１ 第１学年「積み木」の授業の検討

(1) 構成的アプローチに基づいた授業の計画

《計画の概要》

第１学年の子どもたちは，積み木を用いて楽しそうに遊んでいる。そのときの子どもたちの意識は，主に家や動物あるいは大きなものを作ろうすることが中心である。また，作りながらどんどん形を変えていっている。そのとき，子どもたちは一方向のみ見て全体を見ていないのではないか。目に見えないところを子どもたちはどのように推測するのか。このような疑問が発端となって，構成的アプローチの立場から第１学年単元「積み木」を設定し，実践研究を行った。

本授業の計画の概要は次のとおりである。

【授業担当者】広島大学附属小学校　赤井　利行
【授業学年】　広島大学附属小学校　１部１年
（男子20名　女子20名　計40名）

①単元名　積み木

②指導目標
○　積み木をもとに，身の回りにある形や建物などを意欲的に構成しようとする。
○　積み木を用いて，身の回りにある形や建物を表現することができる。
○　立方体積み木によって作られたものを見て，使われた積み木の数を判断することができる。
○　立方体積み木の数の違いによって，構成できる形の違いがわかる。

③指導計画（全３時間）
第１時　積み木あそび
第２時　立方体積み木の形づくり
第３時　積み木の数あて…………（本時）

《事前研究》

①教材分析

空間を意識的にとらえる１つの手段として，見えない部分を推測することをねらいとした。子どもたちに，積み木で作られたいろいろな形を提示し，使われている積み木の数を考えさせる。まず，規則正しく並んだ形について推測させる。次に，より複雑な形について考えさせる。このとき，１段ずつ数えるなど，筋道立った考え方を養う。さらに，子どもから積み木の存在が見えない部分のある形について考えさせる。このとき，見えないところに回って観察するなど，空間をいろいろな位置から観察する必要性を子どもたちに意識させる。

②子どもの実態

幼児のおもちゃ売場にも積み木があり，子どもたちは，幼い頃からいろいろな積み木を用いて遊んでいる。そして，幼稚園でも，積み木を用いた保育が計画され

ている。このように，積み木は子どもたちにとって親しみのある道具である。第1学年の子どもたちは，積み木を与えられると，それらをいろいろな建物や顔の部分に見立てて，自分で想像して積み木を並べ，形を作っている。このとき，子どもたちは形の大きさにはこだわるが，自分から見て後ろ側など，目に見えない部分にはあまりこだわらない。

《授業づくりの工夫》

①社会的相互作用

第1学年の子どもたちにとって，自分の考えたことを筋道立てて話し合うことは，まだ困難である。したがって，子どもたちが考えたことや思ったことを教師がつなぎ合わせて，1つの考え方に作り上げていくことが重要である。また，子どもたちの質問についても，質問した子どもだけがわかるのではなく，すべての子どもにわかるように，補足しながら言い直すことが重要である。このことから，子ども同士の対話が生み出され，自分たちの考えを修正しながら，1つの方向を生み出していくことができる。

②ゲームを生かした協定化

第1学年の子どもたちに，図形の考察の方法を言葉で確認しても，暗記を強いるだけで図形の見方・考え方を高めることにはつながらない。したがって，子どもたちが理解した図形の考察の方法を活用することを通して協定化を図っていきたい。活用の方法として，友だち同士で積み木の数を当てる問題を出し合う。そうすることにより，子どもたちは自分の考えられるレベルにあった場面を設定することができる。そして，相手を困らそうと，数えにくい複雑な形を作る。その際，複雑な形を作るために，問題を出す自分自身も複雑な形の全体をイメージしなければならない。それと同時に，友だちにとってはどうなのかと，自分と反対側の視点に立って積み木の配置を推測しなければならない。この問題を出し合う活動を通して，直接見えない部分も推測することを協定化できる。

(2) 授業の実際

《本時の目標》

○ 積み木を用いて形を作ることを楽しむことができる。
○ 目に見えない部分の状況を推測することができる。
○ 使われている立方体積み木の数を調べる方法を考えることができる。

《授業の流れ》

①準備物

立方体積み木　児童用（1辺2㎝）1人12個
　　　　　　　教師用（1辺5㎝）

②授業の展開

［意識化］

T1　これ（図1），積み木いくつで作ったと思う。

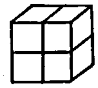


図1

C1　4個です。
T2　どうして，4個ってわかったの。
C2　線が4つある。
T3　後ろにあったらどうする。
C3　前だけでなく，後ろに回ったら見える。
C4　4個に区切れる。
T4　次のこれ（図2）はどうですか。

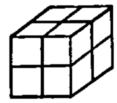


図2

C5　簡単です。
C6　8個です。
T5　どうしてですか。
C7　後ろにも，4つある。
T6　次はどうかな。
C8　6個です。
T7　どうしてかな。
C9　後ろに，2個あるからです。
C10　8個から，2個取ったからです。

［操作化］

T8　（図3のように，1段目6個，2段目3個，3段目1個の立方体を3段に積み重ねたものを見せて）これはいくつかな。

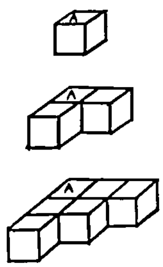


図3

C11 8，10，11，12（12は2人)。
T9　8個の人，説明して下さい。
C12 裏に，2個ある。
C13 （後ろを指して）3個ある。前に，5個ある。
T10 10個の人は，どうですか。
C14 （下の部分を指して）2個と3個で5個。
（1ずつ数えて）10個。
C15 （左の外側から）こちら側から見たら6個，
（右の外側から）そして，こちらから見たら4個で，合わせと10個。
T11 次は，11個の人どうですか。
T12 いなくなったの。
C16 縦に3個，2個，2個，そして，1，2，3
（考え込んでしまう)。
T13 いくつになったのかな。
C17 10個です。
［媒介化］
T14 同じものを作って下さい。
C18 12個もっているから，2個余ったらいい。
C19 （喜んで作り出す。）
C20 難しいな。
T15 先生，いっしょに作るよ。できている人は，自分のを確かめて下さい。
［反省化］
T16 次（図4）はどうかな。

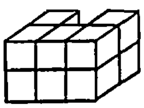


図4

C21 12個です。
C22 10個です。
C23 11個です。
T17 12個の人，なぜ12個になるか，説明して下さい。
C24（1列ずつ，前から数えて）ここが3個，ここが3個，後ろのここが3個，ここが3個で，12個です。
C25 前が6個で，後ろが6個で，12個です。
C26 4個と，4個と，4個で12個です。
T18 11個という人は，どうしてですか。
C27 ここ（前）は6個で，ここ（後ろ）は5個だから合わせて11個です。
T19 後ろ，5個っていうのはどうして。
C28 後ろを見せて下さい。
T20 10個という人は，なぜ。
C29 前は6個で，後ろの真ん中は見えないから4個。それで10個です。
C30 後ろに無いかもわからないから見たい。
C31 1個，抜けている。
T21 どうしたら，わかるかな。
C32 後ろを見たらわかる。
T22 （ゆっくり，回転させる。）いくつですか。
C33 11個です。
［協定化］
T23 今から，先生に代わって，隣の人に問題を出します。
T24 男の子から問題を出して下さい。女の子が答えます。次は，逆に女の子から問題を出して，男の子が答えます。2回繰り返します。どんな問題を出すか，考えて下さい。
T25 女の子は，目をつむって，男の子は問題を作ろう。
T26 女の子は目を開けて，考えて下さい。
C34 やった，勝った。(歓声が上がる。)
T27 次は，女の子が問題を出して下さい。
C35 （男子は目をつむり，女子は作り出す。）
C36 やった，わかった。(歓声が上がる。)
T28 2回戦をします。

③子どもの感想

A．きょうつみ木をしました。たのしかったです。でも，ぜんぶあてられました。こんどは，わからないようにしようとおもいます。
B．きょうもつみきをつかって，ゲームをしました。4かいたいせんをしました。ぼくは，ひとつあいだをあけといてTさんがだまされて，2たい2になりました。

(3) 授業の考察

《社会的相互作用について》

本授業の操作化の段階で，子どもたちは自分の考えた方法を発表した。この時期の子どもたちは，1つの方法を見つけると安心してしまう傾向がある。そのとき，友だちの違った方法を聞くことで，まだもっと考えることができることに気づくことができた。

そして，反省化の段階で，見えない部分を見えているところから推測して，発言した子どももいる。一方，見えない部分は後ろに回って見なければわからないとした子どももいる。この両者の発言から，実際に後ろ側を観察し，全体を考えるには見えない部分も観察しなければならないことを理解することができた。

《ゲームを生かした協定化について》

子どもたちは，立体を見えるところだけでなく，見えない裏側にまで注意して観察しなければならないことを反省化を通して獲得した。しかし，ここで，言葉による協定化をすれば，第1学年の子どもたちにとっ

ては，記憶にとどめておくだけになってしまう。したがって，ゲームを通して裏側を意識することを試みた。このことは，子どもの感想Bのように，「ひとつあいだをあけといて」というように，理解したことをゲームを通して確認することができた。つまり，ゲームを通して，理解したことを活用し，「立体を裏側まで推測して観察すること」を協定化した。

3.2 第4学年「角」の授業の検討

(1) 構成的アプローチに基づいた授業の計画

《計画の概要》

子どもたちは図形としての「角」から，量としての「角」をどのようにとらえていくのか，これが研究の出発点である。図形の1つの構成要素でしかない角を量としての角の見方へ統合させていくためには，どのような活動の場が必要になってくるのか。その認識の仕方を明らかにするために，構成的アプローチの立場から第4学年単元「角」を設定し，事例研究及び授業の実践研究を行った。

本授業の計画の概要は次のとおりである。

【授業担当者】広島大学附属小学校　　宮本　泰司
【授業学年】　広島大学附属小学校　　2部4年
　　　　　　　　（男子19名　女子18名　計37名）

①単元名　　　角

②指導目標

○　身の回りの角を進んで調べたり，必要な角を選んでつくったりすることができるようにする。
○　角を重ねたり，測ったりして，角の大きさが形や辺の長さに関係ないことを見つけ出すことができるようにする。
○　分度器を用いて，角を測ったりかいたりすることができるようにする。
○　回転角や1直角・2直角，半回転の角などの意味を理解し，角の大きさを表す単位をとらえることができるようにする。

③指導計画（全7時間）

第1次　いろいろな角づくり・・・・・・・・・2（本時1/2）
第2次　角のものさしづくり・・・・・・・・・3
第3次　角を使った迷路づくり・・・・・・・2

《授業づくりの工夫》

構成的アプローチに基づく授業をつくるための教材分析を通して，次のことに留意しながら授業を構成していくことにする。

①課題の提示と課題追求の場の工夫

ア．子どもたちに与える学習具とその提示の工夫

子どもたちの身近にある物で角を意識させる物に三角定規がある。これまでも，直角の学習において図形の構成要素を確かめる道具として利用したり，図形の作図の時に活用したりしてきている。三角定規の6つ，4種類の角を基にして，「もっと他の角をつくれないかな」という活動場面を設定した。このような角の提示をすることにより，形として見ていた角をつなげたり，重ねたりしながら「いくつかの定規を使ったら，他の角ができる」という課題意識で活動を展開させていくように考えた。新しい角をつくり出そうとする時，角と角を合わせたりひいたりする操作が生まれるように工夫したのである。

イ．三角定規を基にした直接・間接比較の追求活動

子どもたちに新しい角をつくり出させるためには，定規をそのまま使うことも可能だが，数が必要な場合は当然他の紙に同じ角を写し取る必要が出てくる。そこで定規の角を利用した直接比較，間接比較が行われることになる。これは，いくつかの角を与えて大きさを比べさせたり測定させる活動よりも，より主体的な子どもの活動になると考えた。

②表現方法の関連を図ること

子どもたちが表出する，表現方法の中の数学的知識を発見させ，より価値ある数学的知識へと高めさせていくためには，子どもから出てくる多様な発想を意味づけたり関連づけたりしていくことが大切である。そのための視点として，「全ての表現方法を表出させ，共通点や相違点を見つけ出しながら，より価値ある数学的知識へと高めていく方法」が考えられる。

本時においては例えば，「2つ以上の角を合わせていけばよい」，「大きい角から小さい角をひいたらよい」，「1つの直角を4等分したり，5等分したりすればよい」という反応がこれに相当する。

(2) 授業の実際

《本時の目標》

○　三角定規のそれぞれの角を基にして，他の角を多様につくり出すことができるようにする。

《授業の流れ》

[意識化]

ここでは三角定規を提示し，「角づくり」という本時の活動の方向性を確認する段階である。

T1　みなさん，今日はこの三角定規で研究をしたいんだけど。
C1　何か形をかくんですか。
C2　長さを測って調べる研究ですか。
C3　何かを測ったり，かいたりできます。
T2　三角定規を使ったら，何がかけるかな。
C4　長さです。
C5　角もかけます。
T3　2種類の三角定規だと，いくつの角がかけるかな。

C6　6種類です。
C7　直角があるから，4種類です。
T4　4種類しかかけないかな。
C8　4種類だと思います。
C9　角をそのまま使ってかくんですか。
T5　いや，使い方を工夫してもいいですよ。
C10 かけます。この角（30度）とこの角（60度）を使ったらもう1つかけます。合わせていいんですか。
T6　いいことにしようか。
C11 だったら，たくさんかけます。
T7　いくつぐらいかけそうですか。
C12 10個はかけます。（多様な予想が出てきた）
※子どもたちは，かなり多くの種類をかけそうだということをとらえていた。

［操作化］

ここでは，一人一人が三角定規を使っていろいろな角をつくり出す工夫を行い，整理する段階である。

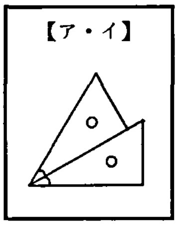
児童全体の反応

ア）1つの角を使って同じ角と2倍の角をつくっている ―――― 2名／37名（5%）
イ）1つの角を基準にして，2倍，3倍と何種類かの角をかいている ―――― 14名／37名(38%)
ウ）2種類以上の角を使って組み合わせながらたし合わせた角をつくっている ―――― 8名／37名(22%)
エ）2種類以上の角を使って組み合わせながら1つの角から1つの角をひいた角もつくっている ―――― 9名／37名(24%)
オ）1つの角を写し取り，自分で半分に等分したり，4つに等分したりして角をつくっている ―――― 4名／37名(11%)

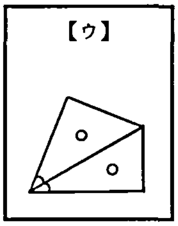
［反省化］

ここでは，子どもたちの多様な工夫について吟味を行い，共通点や差異点の気づきを出しながら，より価値あるものに高めていった。表現方法の関連づけを図り，数学的な知識をつくり出していく段階である。

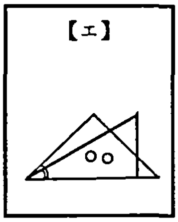
（アとイの方法を発表させる）



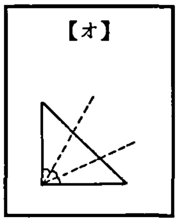
C13 1つの角を使えば，2倍や3倍とたくさん角をつくっていくことができます。
C14 何倍でもできるから，もっとたくさんの角をつくれます。
（ウの方法を発表させる）
C15 同じ角でなく，違う角を組み合わせて角をつくりました。
C16 その角を2倍，3倍していけばもっと角をつくることができます。



C17 だったら，無限にできます。
T8　無限とはどのような意味ですか。
C18 どんどん角をつくっていくと，終わりがないことです。
T9　そんなにつくれるかな。
C19 つくれると思います。
※ただこの段階では，180度以内の角を対象としている。
（エの方法を発表させる）



C20 みんなは角を足したりかけたりしてつくっていたけど，ぼくはひいてつくりました。
C21 ひいたら，さっきよりもっとたくさん角をつくれます。
T10 この考えは今までと違うね。みんなはどう思いますか。
C22　いいと思うけど，そうしたら角の種類が増えすぎます。
（オの方法を発表させる）



C23 ぼくは，2つの角を使わずに，1つの角を2つに分けたり4つに分けてつくりました。
T11 これ(オ)も角と言えるのかな。
C24 エの角もよかったんだから，いいと思います。
C25　いいと思います。直角とここの角(45度)をひいたら同じになるからです。
T12　そうですね。確かに同じ考えになりますね。アからオまでの意見について賛成しますか。
C26 賛成です。でも，もっとたくさんの角ができます。
T13 出てきた角では，どの角が一番大きいかな。
C27 この角（60度）を3倍した角です。
※この段階では，180度は角ではないと思っている子が数名いた。
T14 順番に並べられないかな。
C28 できます。角と角と合わせて比べればいいです。

［協定化］

T15 この5つの考えどれにも入っているものはなんでしょう。
C29 どれも角をたしたり，ひいたり，かけたり，わったりしているところです。
C30　1つの角で他の角をつくっているところです。
T16 では次の時間は，どのような研究ができますか。
C31 三角定規を使わないで角をつくってみたいです。
T17 どうやってつくりますか。

C32 自分で１つの角をかいたらいいと思います。

T18 次の時間は自分で角をつくってから，他の角をつくっていきましょうか。そして，その大きさを比べてみましょう。

⑶ 授業の考察

《課題提示と課題追究の場の工夫について》

三角定規という学習具と，それを活用した角をつくり出す場の設定である。本単元の指導では，いくつかの角を与え，その角で「大きさ比べ」をすることが多い。本実践では，子どもたちに角をつくり出させ，つくり出した角で（次時以降）大きさ比べをさせる計画である。角を量的にとらえさせるために，１つの角と角の間にも角があるという稠密性を伴った角を意識させながら活動させたことで，角も量なんだという気づきをとらえさえることができていた。この点については，「角と角から別の角ができる」という発想や，子どもたちの反応から有効であったと判断できる。構成要素としての角から，いろいろな大きさを持った角へ着目し直しているのである。

しかし，本活動は次の時間の「角の大きさ比べ」と一体化して初めて価値づけられる。しかし次の時間の活動から判断すると，「構成要素の角」→「多様な大きさの角」→「無限の角」→「量としての角」という見方の変容が見られた。さらに，量の加法性については，合わせる（たす），ひく，かける，わるという和，差，倍，分割の操作が出てきた。角をつくり出すという観点では，活動の場の有効性がうかがえる。

《表現方法の関連を図ることについて》

授業づくりの工夫の部分で述べたように，多様な角の表現の関連づけを行った。つくり出した全ての角を出し合い，その操作の共通点や相違点に着目させながら考えを整理させていった。児童の発表や発言，及び学習ノートなどの反応から判断して，角をつくり出した種類が多くなればなるほど，「ここところの間にも角がある」という意識で角をとらえてくるようになっていった。活動の前提条件として角の加法性があることにより，より動的な角への着目が可能になっていったようである。

ただし，課題として，子どもたちが活動する中で，180度を越えると「角ではない」と思っている子への対処の仕方があげられる。本時で取り上げることも可能であったが，大きさ比べが出てきた段階で取り上げ，子どもたちに問いかけるように考えた。すると子どもたちからは「角と角を合わせてつくっているから角だと思う」という意見と「真っ直ぐになると，角ではなくなる」という意見が対立し，その結果学級の結論として「180度も角である」とまとめていった。

以上のことから，課題は残ったが構成的アプローチによる授業によって，子どもたち一人一人が既知の知識・技能を活用しながら，より高次な内容へ高めていくことができたと考える。

3.3 第６学年「分数と小数・整数」の授業の検討

⑴ 構成的アプローチに基づいた授業の計画

《計画の概要》

子どもたちは，これまでに，操作分数や割合分数を学習してきている。そのまとめとして，第６学年の学習内容として商分数がある。この取り扱いについては，小数では商がきちんと表すことのできない除法の場面を提示し，商が分数で表せることに気づかせていく過程を取っていたが，これは教師のあまりにも意図的すぎる方法であった。なぜならば，小数で表すことのできない商を，子どもたちが分数で表そうとするか疑問であるからである。多くの子どもたちは，商を求めるすべをもたずに，困ってしまうのではないだろうか。教師に「きちんと表すことができないから，どうしようか？」と問われても，子どもにとってみれば，考え込んでしまう悩みの種に過ぎないのである。そこで，子どもたちが，これまでの経験を生かしながら，商分数を創っていくことはできないだろうか。このことを明らかにするために，構成的アプローチの立場から第６学年単元「表してみよう（分数と小数・整数）」を設定し，実践研究を行った。

本授業の計画の概要は次のとおりである。

【授業担当者】広島大学附属小学校　　脇坂　郁文

【授業学年】　広島大学附属小学校　　１部５年

（男子20名　女子17名　計37名）

①単元名　　表してみよう（分数と小数・整数）

②指導目標

○ 分数・小数・整数の大小比較をしたり数直線上に並べたりすることを通して，分数・小数・整数の相互関係を理解することができる。

○ 小数で表せない分数を追究していく中で，小数には循環小数が存在することに気づくことができる。

○ 整数同士のわり算の商を求めていくことで，整数の除法の結果は分数でも表せることがわかる。

③指導計画（全６時間）

第１次　１人分の量は・・・・・・・・・・・・・・・・１（本時）

第２次　小数で表せない分数さがし・・・・２

　第１時　分数つくり

　第２時　ひみつさがし

第３次　分数と小数・整数の関係・・・・・・３

　第１時　大小比較

　第２時　数直線上に表す

第3時　いろいろな計算

《授業づくりの工夫》

構成的アプローチに基づく授業をつくるために教材分析及びそれに関する子どもの意識に留意しながら授業を構成していくことにする。

①問題場面の提示の工夫

2÷3のように商が循環小数になってしまう問題場面を提示すると，子どもたちは商を分数で表わそうとするのであろうか。子どもたちは，商が0.666･･･となることにあまり不思議さを感じることはないであろう。なぜならば，これまでの学習でわり切れるまで計算したり，わり切れない場合は余りとして残したりしてきている。このような学習をしてきている子どもたちは，わり切れることのない小数があってもなんら不思議ではないのである。ましてや，「0.666･･･では，はっきり表すことができないから分数で表してみよう」と言って考えさせると，循環小数に対して子どもたちが違和感を覚えてしまう可能性がある。また，「循環小数は役に立たない数」と子どもたちが意識してしまっては，数の拡張が図れなくなってしまうのである。

そこで，商が分数と小数で表すことのできる3÷4になる問題場面を提示していくことにする。

子どもたちは，これまでに，0.1＝1／10であることや0.01＝1／100であることを学習してきている。また，面積図を用いて，1つのものを3つに分けたり5つに分けたりしながら1／3や1／5をつくる中で，1÷3や1÷5の式に表せることや，1リットル2つ分をそれぞれ1／3にして合わせると2／3リットルになることにも気づいてきている。

このようなことから，子どもたちの3÷4の商の表し方として，小数表示（0.75）と分数表示（3／4）の2通りが考えられる。

②子どもの意識

子どもたちに，整数のわり算の商は，小数でも分数でも表せることに気づかせていくことが大切であると考える。そうすることで，子どもたち自身が，整数のわり算の商を小数や分数で表していく中で，商を簡潔に表すことができる商分数の便利さを実感できるであろう。また，小数の中に，ずっと続く小数（循環小数）が存在することに気づき，どんな場合がずっと続くのか追究してみたり循環小数に隠されたきまりに気づいたりしながら小数と分数，整数との関係を考え，同じ数として拡張を図ることができるであろう。

上記の①問題場面の提示の工夫，②子どもの意識をとらえることで，子どもの認識過程に沿った授業が構成されるものと考えて授業を実践した。

(2)　授業の実際

《本時の目標》

○　3÷4の商を求めていく中で，分数でも表せそうなことに気づき，表せる理由を説明することができる。

《授業の流れ》

[意識化]

3ℓのジュースを4人で等しく分けると， 1人分はどれだけになるでしょうか。

※今日は，ジュースを分けてみようと問いかけながら板書していった。

[操作化]

※子どもたちは，各自ノートに図を描いたり，計算したりしながら，それぞれ1人分の量を求めていった。この問題場面に対する子どもの求めた商は，次のとおりである。

7.5デシリットル 750ミリリットル 0.75リットル 3／4リットル

※ここで問題になったのは，3／4リットルということについてである。

C1　質問があります。なんで3／4リットルになるのですか。

C2　やっぱり，おかしいよ。4／3リットルだと思うよ。

C3　4／3リットルだったら納得する。

C4　3／4リットルだよ。

C5　いや4／3リットルだよ。

※ざわざわとお互いの考えを言い出し，次の学習課題が設定された。

3／4リットルでいいのだろうか。

[反省化]

※各自で考えた結果の理由を，お互いに話し合った。

〈4／3リットルの理由〉

C6　例えば1／2だと2つに分けた1つ分だから，もし，3／4リットルだと4人に分けた3リットルになってしまうから意味が分からないからです。

T1　4人に分けた3リットルということが納得できないということだね。

C7　3／4リットルの理由。

T2　3／4リットルの理由の前に，4／3リットルについてちょっと考えてみよう。

C8　じゃ，4／3リットルが違うという理由。

C9　4／3リットルがあっているという理由。

T3　あっている理由から聞いてみよう。

C10 4／3リットルではなくて，4／3リットル人。

T4 リットル人？

C11 なんだ，それ。

C12 だってね，3リットルが下でしょ。4人が上でしょ。だから，どっちとも1つにしぼらないといけないけど，単位をどちらか1つにしぼるのは難しいから最後にリットル人になる。

C13 1人と1／3リットルみたい。

T5 さっきの人と同じ考えみたいだね。

〈4／3リットルが違う理由〉

C14 4／3リットルが違う理由なんだけど，4／3リットルを4回たすと4リットルになって，3リットルを4人で分けることになっていないから。

C15 もっと分かりやすく。

T6 今，言葉で言ったからね。

C16 式でもいい？

4／3＋4／3＋4／3＋4／3＝16／3＝5と1／3になって4リットルを越えてしまうからおかしいと思います。

C17 いいです。

T7 4／3リットルを1人分だとすると，4人分は，これがいくつ分あるということ？

C18 4つ分。

T8 それが4つ分あると考えると，16／3リットル。つまり，5と1／3リットルになって，最初あった3リットルのジュースをオーバーしてしまう。だから1人分は4／3リットルということは？

C19 ない。

T9 なるほど，だから，これは違いそうだということだね。

〈3／4リットルの理由〉

C20 3／4リットルは75／100リットル。これは，0.75リットルになるからです。

C21 いいです。

C22 えっ，質問。75／100リットルが0.75リットルとどんな関係があるのですか。

C23 1／10というのは0.1よね。これは分かるでしょ。1／100が10個集まれば1／10になり，0.01が10個集まれば0.1になる。分かる？だから，1／100が0.01ということは，75／100の場合は，これが（0.01を指して）75個あるということ。だから，0.01×75で0.75。

C24 うん，分かった。

C25 他に質問。3／4はなぜ75／100になるのですか。

C26 答えられます。3／4は6／8よね。6／8は12／16よね。12／16は24／32よね。次は48／64。その次は，えっと，（75／100を越えることに気づき笑う）96／128。まあ，もどって，48／64に3／4をたして51／68。これをずっと続けて，51／68＝54／72＝57／76＝60／80＝63／84＝66／88＝69／92＝72／96＝75／100。

C27 もっと簡単に，分かりやすく。

T10 これは，間違っているの？

C28 そうじゃなくて，面倒くさいだって。

T11 この考えを使って，すぐ出るんじゃないの？

C29 出るよ。48／64たす24／32は72／96。これに3／4をたして75／100。

C30 なんでそうなるの？

C31 下が100になるじゃん。

C32 たし算の考え方だったらおかしいよ。下をたしたらいけんもん。それをさっきから言いたかったのよ。

C33 それはたし算じゃなくて，3／4を何倍したかをずっと書いていったものだよ。

T12 たし算したわけではない。じゃどうしたの？

C34 3／4の分母と分子を2倍することを3／4たす3／4は6／8と言っているのだよ。

C35 あっ，そういうことか。なんだ。

T13 そしたら，3／4リットルと75／100リットルは同じということだね。ということは，3／4リットルと0.75リットルは？

C36 同じ。

[協定化]

※面積図を用いた説明には，ほとんどの子どもたちが納得していった。

T14 他に3／4リットルになる理由は？

C37 図を使って。（1リットルの面積図を3つかき）この1リットルを4人に分けたら1人分は1／4リットル。同じように他のもそれぞれ4人に分けると1／4リットルが2つ分。全部で3つ分になるので1人分は3／4リットルになります。

C38 いいです。

T15 何か質問や意見は？

C39 ありません。

T16 今の考えは，3リットルは1リットルが3つ分あると考えて，4人で分けていくということは，それぞれの1リットルを4人で分けることと同じだから，1／4リットル。1人分はそれが3つ分で3／4リットルになるということだね。

C40 はい。

T17 なるほどね。じゃ，ここでまとめておくよ。

3÷4などの整数÷整数の計算の答えは，何で表せたかな？

C41 小数，整数（はっきりと聞き取れない）

T18 うん，何々。小数や整数や
C42 分数
T19 そうだね。小数や整数や分数で
C43 表すことができる。
T20 今日は，ここで終わりますが，この次はどうしようかな。今日は，3÷4だけについて調べてみたよね。整数÷整数が小数や整数や分数で表せることをもっとはっきりさせるためにはどうしようかな。
C44 他の数でも確かめてみなければならないよ。
T21 では，この次はいろいろな整数で確かめてみましょう。

(3) 授業の考察

《問題場面の提示の工夫について》

子どもたちの考えを見てみると，分数になる理由を小数を分数に変換させて説明している。このことから，説明の拠り所になる，小数が必要であることが分かる。また，小数でしか表すことができないと思っていた子どもたちが，分数表示に驚きを感じ，なぜそうなるのかを納得しようと一生懸命であることもうかがえる。これらは，商が小数で表せる3÷4という問題場面を提示したことによると思われる。

《社会的相互作用について》

また，子どもたちは，自分の論理を相手に理解してもらおうと必死になっていることがうかがえる。3÷4を分数にすると3／4になると考えている子どもたちは，分数をかく手順と除法の式と対応づけて考えているからで，子どもたちが間違う大きな原因である。本授業においても子どもの素朴な疑問により，そのことが指摘されている。その考えをもとに，子どもたちの相互作用により，考えが修正されていっている。中でも，面積図を用いての説明は，とても分かりやすく，みなが納得する解決の方法であった。

4．おわりに

本稿では，構成的アプローチに基づく算数科授業に関する実践的研究のまとめとして，小学校低・中・高学年の異なる領域において計画・実践した3つの授業の検討を行った。その結果，小学校の算数科授業において，構成的アプローチによる授業過程を通して，子どもたち自身が当該の数学的概念を構成し得ることが明らかになった。特に，問題場面の提示を工夫すること，多様な表現方法の関連を図ること，社会的相互作用を促進することが，構成的アプローチに基づく算数科授業において重要であることが示唆された。

今後は，これまで7年間にわたって行ってきた研究の成果と課題を踏まえて，子どもたち自身が数学的概念を構成していくその変容過程を継続的に追跡し，探求していきたいと考えている。

〈参考文献〉

1) 小山正孝，中原忠男他，「数学的概念の認識過程についての基礎研究（XⅣ）－構成主義に立つ数学教育の基本原理と実験的研究の分析－」，広島大学教育学部，『学部・附属共同研究体制研究紀要』，第21号，1993，pp. 31-40.
2) 中原忠男，小山正孝他，「数学的概念の認識過程についての基礎研究（XⅤ）－構成主義に立つ算数・数学教育の実践的研究－」，広島大学教育学部，『学部・附属共同研究体制研究紀要』，第22号，1994，pp. 31-40.
3) 中原忠男，『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』，聖文社，1995.
4) 森保之，中原忠男他，「数学的概念の認識過程についての基礎研究（XⅥ）－構成主義に立つ授業の実践的研究－」，広島大学教育学部，『学部・附属共同研究体制研究紀要』，第23号，1995, pp.77-86.
5) 脇坂郁文，小山正孝他，「数学的概念の認識過程についての基礎研究（XⅦ）－構成的アプローチに基づく算数科授業の検討(1)－」，広島大学教育学部，『学部・関係附属学校園共同研究体制研究紀要』，第24号，1996，pp. 95-101.
6) 宮本泰司，小山正孝他，「数学的概念の認識過程についての基礎研究（XⅧ）－構成的アプローチに基づく算数科授業の検討(2)－」，広島大学教育学部，『学部・関係附属学校園共同研究体制研究紀要』，第25号，1997，pp. 85-93.
7) 赤井利行，小山正孝他，「数学的概念の認識過程についての基礎研究（XⅨ）－構成的アプローチに基づく算数科授業の検討(3)－」，広島大学教育学部，『学部・関係附属学校園共同研究体制研究紀要』，第26号，1998，pp. 73-82.