

中学校・高等学校における新しい数学科教育課程の研究開発(1)

—小・中・高等学校12年一貫の教育課程をめざして—

中原 忠男 小山 正孝
平岡 賢治 砂原 徹 井ノ迫泰弘
宇佐川信行 河野 芳文 酒井 秀二
富永 和宏 長尾 篤志 仲渡 雅史

0. はじめに

広島大学附属中・高等学校は、広島大学の附属学校として同附属小学校と同じ翠キャンパス内に位置している。この利点を活かして、われわれは、小・中・高12年一貫構想に基づく算数・数学科の教育課程の開発を大学、附属中・高等学校及び附属小学校とで協議をしながら研究を行っている。本稿では、児童・生徒の発達段階や認知学習過程に配慮した算数・数学科の教育課程の編成について考察し、提案を行う。

1. 算数・数学科の教育課程の構成原理

今日、「教育課程」という用語は、単に教育内容を配列したものだけではなく、教育の目的・目標、内容・方法そして評価を含めたものを意味するようになってきている。したがって、算数・数学科の教育課程の構成原理を検討するにあたっては、目的、内容、方法等に関わる原理を総合的に検討・考察することが求められる。そうした認識に基づいて、筆者の一人は10年前に、算数・数学科のカリキュラムの構成原理を構築したことがある。¹⁾ 本研究では、それをベースにして、今日的な考察を加えて、次のような算数・数学科の教育課程の構成原理を構築した。なお、主要な修正点はB6とC4を加えたことである。

〈算数・数学科教育課程の構成原理〉

〈A. 目的について〉

A1. 人間主義

人間形成を第一とするもの。主に、諸能力の陶冶をねらいとするもの、訓育をねらいとするものなどが考えられる。

A2. 実用主義

実用性を第一とするもの。日常生活、社会への適応や改革をねらいとするもの。科学技術への応用、コミュニケーション機能を重視するもの等々が考えられる。

A3. 文化主義

数学という文化の伝達、享受、発展を第一とするもの。知識そのものに力点をおくものとその形成・応用の方法に力点をおくもの、文化としての数学の伝達に重きをおくもの、享受に重きをおくものなどが考えられる。

〈B. 内容選択・配列について〉

B1. 系統・経験

B11. 系統主義：数学の系統性を重視

B12. 経験主義：子供の経験を重視

B2. 論理・心理

B21. 論理主義：数学の論理性を重視

B22. 心理主義：子供の心理発達性を重視

B3. 現代・歴史

B31. 現代主義：現代性、最新性を重視

B32. 歴史主義：歴史的な発達の順序を重視

B4. 構造・累積

B41. 構造主義：教材の構造化を重視

B42. 累積主義：分析・系統化、累積を重視

B5. 分化・統合

B51. 分化主義：教科、領域の分化を重視

B52. 統合主義：教科、領域の統合を重視

B6. 螺旋・集約

B61. 螺旋主義：素地、本格、発展のように繰り返しの・分散的な配列を重視

Tadao Nakahara, Masataka Koyama, Kenji Hiraoka, Toru Sunahara, Yasuhiro Inosako, Nobuyuki Usagawa, Yoshifumi Kohno, Shuji Sakai, Kazuhiro Tominaga, Atsushi Nagao, and Masafumi Nakato :

A Study on Curriculum Development of Mathematics in Junior and Senior High School (1)

— Development of a Consistent Mathematics Curriculum from the First to the Twelfth Grade —

B62. 集約主義：内容の集約的な配列を重視
(方法について)

- C 1. 連合主義：連合理論に立ち、説明・練習を基本的とするもの。
- C 2. 認知主義：認知理論に立ち、子供の思考・理解を基本とするもの。
- C 3. 活動主義：活動主義に立ち、子供の操作活動を基本とするもの。
- C 4. 構成主義：構成主義に立ち、活動・相互作用、反省的思考を基本とするもの。

本研究においては、上記の原理の中で、目的についてはA 1の人間主義を、また内容選択・配列についてはそれぞれの調和をとることを、さらに方法についてはC 4の構成主義を、それぞれを基本とすることとした。

2. 算数・数学科教育課程の理念

(1)算数・数学教育の目的の観点から

算数・数学教育の目的の中で、われわれは次の3つの観点を教育課程編成の基本理念とした。

- ① 人間形成とりわけ自律性の育成
- ② 数学的な見方や考え方の育成
- ③ 数学的なコミュニケーション能力の育成

21世紀を生きる児童・生徒たちには、これまで以上に、場面に応じて的確な判断をすることが要求される。われわれはその力を育成しなければならない。人間形成とりわけ自律性の育成は、どの教科においても重視される。なかでも特に、算数・数学科は、論理性の育成や普遍性を見抜く力の育成に関して重要な役割を担っている。生徒自身の数学的な活動を通して一つの文化が形成されることを考えるとき、そこに人間形成の根幹に関わる要素が存在していると考えられる。

授業における活動の中で「考えること」や「創り出すこと」は、まさに「生きる力」である。単に与えられた問題を解けばよいということではない。その根底にある数学的な見方や考え方の価値や役割を認識すること、別の場面でもその考え方を使うこと、自分でも新しい考え方を見つけだそうとすることなど、このような豊かな発想ができることは、多様化する社会生活においても重要である。

特にこれからの社会においては、自分の考えを伝えるという確かなコミュニケーションが要求される。筋道のある意志や思考の伝達ができなければ他者には理解されない。論理的な組み立てとコミュニケーション能力を持ち、社会の構成員として自他共に成長することをめざす人間が求められる。

①～③の理念を達成するためには、ゆとりを持って

数学的な考察をすることができるようにすること、個に応じた学習ができるようにすること、コンピュータなどの機器を利用しながら数学的な考察ができるようにすること、数学を創造する達成感をもたせる学習ができるようにすることなどが特に配慮されなければならない。

(2)指導内容の重点化・厳選の観点から

学校週5日制に近い将来に実施される状況の中で、授業時間数を増加することは実際問題として困難である。そのため、指導内容の重点化・厳選を考える必要に迫られることになる。また、従来の教育課程の問題点として、小学校と中学校、中学校と高等学校の接続部分における配慮が必ずしも十分ではなかったことは否定できない。主たる問題点としては、小学校と中学校においては、整数の性質や x や y などの文字の扱いや比例と反比例の扱い、中学校と高等学校においては、図形(ユークリッド幾何と解析幾何)の扱いや2次方程式・2次関数の扱いなどがあげられる。これらの題材について、数学的な理念や歴史を考察し、小・中・高の接続に配慮しながら、指導内容の重点化・厳選が行われなければならない。

数学的な考え方の一つに一般化がある。例えば、整数について、具体的な数に関して考察される性質と、一般性を念頭に考察される性質がある。両者の段階を踏まえることが数学的な考察力を高めるには重要であるが、具体的なものは小学校、一般的なものでは中学校と位置づけることを提案したい。小学校では a や b のような文字を扱わず、中学校の整式の計算のなかで整数の性質に関する考察も扱うことにしたい。スパイラル方式も大切なのであるが、時間数の限られた状況を考えるとき、重点の置き方を明確にして厳選された教育課程を開発することが必要である。

教育課程に対する発想の転換も必要である。教育課程に柔軟性をもたせ、多様な個性をもった生徒がそれぞれのもつ能力を十分に引き出すことが要求されてくる。そのためには、選択学習できる内容を多く設けるとともに、生徒一人ひとりが内容をきめて学習をすすめる部分も必要とされるであろう。この理念を実現するために、高等学校の教育課程にはコア・オプション方式を現行に引き続いて導入するとともに、小学校では算数総合学習、中学校から高等学校第1学年までには数学総合学習を導入し、個に応じた選択学習ができるようにしたい。算数・数学総合学習については、後で詳しく述べる。

(3)個性を生かす観点から

数学的な見方や考え方のよさには、問題解決へのアプローチの多様性、異なることから数学的な表現によって定式化や一般化を導くことができることなどがあり、これらは重要な内容である。そういった考え方が発揮される代表例として、個数の処理や数え上げなどの題材が開発されている。しかし、従来は主として時間的な制約のために、画一的な方法により授業が行われることが多かった。一般に、授業を理解し、問題を解くことが数学の学習目的として考えられてきた感がぬぐえない。しかし、個性を生かす教育では、一人ひとりの考え方を尊重し、お互いの意見を認めあうことが基本となる。数学総合学習の形態を導入することによって、それぞれの課題を通してその中にある規則性や不変性を見つけ、生徒一人ひとりに数学を創りあげることを体感させる数学教育が展開されよう。

3. 数学科教育課程の基本構想

(1)生徒による課題の設定と数学化への多様なアプローチ

われわれは算数・数学の学習を「考える力」「創造的思考力」の源泉と考える。生徒自らが課題を設定し数学化し、数学的な考察を通して「考える力」を育成したい。既存の数学を学ぶのではなく、生徒自らがそれぞれの数学を創っていく過程を体験することにより、創造的思考力を養っていききたい。

課題の設定、その解決へのアプローチには多様性がある。解決に至る過程を自分で考えることは無論大切なことである。これと同じように自分の考えを他者に説明できるようにすることも重要である。自分のアプローチの方法を説明すること、相手の方法を理解すること、このような数学的コミュニケーション活動を通して、そこにある共通語としての数学的な用語や記号、数学的な知識や考え方を理解させていきたい。

(2)基礎・基本の重視

数学的な見方や考え方を育成するためには、数学教育における基礎・基本は何なのか。さらに、その基盤となる適切な教材はどんなものか。このことの検討が必要になってくる。

小学校・中学校・高等学校それぞれの指導目標・指導内容について、小学校と中学校における算数から数学への接続、中学校と高等学校の数学の接続に視点をあて、小学校・中学校・高等学校に共通する基礎・基本、またそれぞれに特有な基礎・基本を見直し、それらに該当しないものは削除、あるいは選択学習の項目とすることが必要である。

(3)コア・オプションの考え方

多様な能力を有する生徒に対応するには、各学年の内容をコアとオプションに分ける必要がある。基礎・基本にあたる部分のみをコアとして位置づけ、必須扱いにして、柔軟性のある学習環境が継続して保証される必要がある。高等学校では現行の教育課程で取り入れられているが、残念ながら各科目間の接続が必ずしもスムーズには行われていないところもある。高等学校では指導内容が多く、逆に授業時間数が非常に限られているという困難さがあるが、この点は是非とも克服されなければならない。

(4)コンピュータの活用

コンピュータは、各種のデータ処理による課題解決や処理データの保存に使われるのが一般的である。授業においても同様の観点で活用しなければならない。特に、確率や統計の授業においては、積極的に利用すべきである。

シミュレーションや試行錯誤など、コンピュータを思考の道具として活用することも有効である。課題に対して新しい事実を予測したり新しい数学的な定理を発見したりするというアプローチの方法がとれるし、定理相互の関係の理解を深めたりすることができるからである。予測することは数学的な活動の課題が設定されるスタートであり、それまでに学習した数学的な考え方を積極的に活用できる場面にもなる。授業の中にも予測する活動を取り入れることによって、数学を創造するという立場での教授＝学習過程が展開されてくる。

さらに、簡単なプログラミングを扱えば、数学的な考え方や手順（アルゴリズム）を明確化したり、その素晴らしさを感じさせたりすることもできる。

コンピュータを活用することによって、説明がむずかしい定理などをシミュレーションをとりいれた模擬実験を通して理解させることもできる。コンピュータは、数学における思考の道具として、数学科の授業でこれまで以上に積極的に利用されるべきである。

(5)数学総合学習

課題への多様なアプローチとして、従来の課題学習からさらに踏み込んだ数学総合学習を導入したい。ここでいう「総合」の意味としては、次の3点を考えている。

- ① 教育目的の総合、すなわち認知面や情意面にわたって自律性やコミュニケーション能力などを総合的に育成すること
- ② 領域間の総合、すなわち一領域のまとめとしての

学習に限定しないでいくつかの領域に関わって、場合によっては他教科にまたがった学習内容に取り組めるようにすること

③ シツエーションの総合、すなわち数学と現実的状况との総合

各学年で継続的に自分で課題を見つけさせるか、必要によってはいくつかの課題を提示して、生徒が自分で課題を選択し、学期または年間を通して学習活動や研究活動を続けるようにさせる。授業の形式としては一斉指導形式もあるが、それ以上にレポート発表やゼミナール形式なども積極的に取り入れていくことになる。このような学習をわれわれは数学総合学習と称し、年間2～3のテーマを設定して、教育課程の中に位置づける。これを実現するには、学習環境の整備として、ティームティーチングの導入、コンピュータ室の開放、数学教室・資料室の充実などが必要になり、指導者の

負担の問題もあるが、それらの問題点は是非とも克服して、数学総合学習を2.の(1)で掲げた①～③の理念を実現するための新基軸として定着させたい。

4. 算数・数学科の指導内容

小・中・高12年一貫の観点を基本に、これまでに述べてきた構想に基づき、特に小・中および中・高の連接への配慮を重視して編成した小学校算数科、中学校および高等学校数学科の教育課程の試案を以下に掲げる。この試案においては、算数・数学科総合学習を各学年に設定し、児童・生徒の発達段階に応じた数学的な考え方やコミュニケーション能力を高めることに配慮している。算数・数学総合学習は個人による学習を基本に考えているが、グループ学習による取り組みも可能であろう。

(算数・数学科の目標)

数量や図形についての基礎的な知識と技能を身につけるとともに、算数・数学の概念や原理・法則について考察し、事象を筋道立てて数学的に処理する能力を高めることによって、数学的な見方や考え方のよさを認識し、それを日常生活や社会生活の様々な場面で積極的に活用する態度を育成する。

(各学年の内容)

〈注〉ただし、この表以外に各学年に総合学習を設定する。

小学校1～6学年の内容は2学年ごとに設定し、柔軟性をもたせている。

学年	数 と 計 算	量 と 測 定	図 形	数 量 関 係
小1・2	数の意味、表し方 4位数(万の単位) 加法・減法、乗法九九	時刻・時間 日・時・分・秒 長さ m, cm, mm かさ l, dl	形あそび 長方形・正方形 直角三角形 箱の形、一次元の位置	式表現と読み
小3・4	十進位取り記数法 概数 整数の乗法・除法 小数の加法・減法 小数の簡単な乗法・除法 分数の加法・減法	長さ km 重さ g, kg 面積(長方形) 角度	二等辺三角形・正三角形 ・台形・平行四辺形・ひし形 円・球 直方体・立方体 平行・垂直 展開図・見取図 2・3次元の位置	乗数と積の関係 2つの数量の依存関係 式表現と読み ()の利用 □△の利用と数あて 棒グラフ・折れ線グラフ
小5・6	奇数・偶数、素数 約数・倍数、最大公約数 ・最小公倍数 小数の乗法・除法 異分母分数の加法・減法 分数の乗法・除法	面積(既習図形) 体積(既習立体) 割合としての量 平均・概測 メートル法のしくみ	正多角形・おうぎ形 角柱・円柱 角錐・円錐 合同、拡大・縮小 線対称・点対称 円周率	式表現と読み 比と比の値 比例関係 正比例・反比例 円グラフ・帯グラフ

学年	数と式	図形	数量関係	コンピュータ
中 1	正の数・負の数 文字と式 一次方程式	作図 図形の移動 空間図形	比例・反比例 個数の処理	コンピュータの基本的操作
中 2	式の計算 不等式 連立方程式	角と平行線 図形の合同・相似 三角形・四角形	一次関数 統計	コンピュータによる計算
中 3	式の展開と因数分解 平方根 二次方程式	円の性質 三平方の定理 図形の計量	2乗に比例する関数	コンピュータの利用

学年	コア (第3学年は教科間選択)		オプション (※印の内容から2項目選択)	
高1 数学I・A	数と式 2次関数 図形と計量 確率	数 整式 2次関数とグラフ 2次関数と値の変化 三角比 三角比と図形 場合の数と順列・組合せ 確率とその基本的な法則 独立な試行と確率 期待値	※図形と方程式 ※ベクトル ※計算とコンピュータ	点と直線 円 平面上のベクトル 空間におけるベクトル コンピュータによる計算 簡単なプログラミング
高2 数学II・B	いろいろな関数 数列 関数の値の変化	分数関数・無理関数 三角関数 指数関数・対数関数 数列とその和 漸化式と数学的帰納法 二項定理 微分係数と導関数 導関数の応用 積分の考え	※複素数平面 ※行列 ※算法とコンピュータ	複素数の図表示 ド・モアブルの定理 行列とその計算 一次変換 いろいろな算法とプログラム 数式処理ソフトによる計算
高3 数学III・C	極限 微分法 積分法	数列の極限 関数の極限 合成関数と逆関数 導関数とその応用 不定積分と定積分 積分の応用	※いろいろな曲線 ※確率分布 ※コンピュータの利用	2次曲線 媒介変数表示と極座標 確率分布 二項分布と正規分布 数値計算 統計処理

数学総合学習を設定することを除いて、中学校・高等学校における現行の学習指導要領との主な相違点は、次の通りである。

〈中学校〉

- ①「個数の処理」は、高1から中1へ。数え上げの原則、自然数の列、簡単な順列・組合せ、確率などを扱う。中3の「確率」は削除する。
- ②「文字と式」は、小学校では削除して、中1に統合する。
- ③「比例・反比例」については、小学校ではグラフを扱わず、中1で扱う。
- ④「数の表し方」は削除して、数学総合学習の題材とする。
- ⑤「素数」は、小学校の「約数・倍数」へ吸収する。
- ⑥整数についての簡単な論証は、中3の「式の展開と因数分解」で扱う。

〈高等学校〉

- ①「数と式」は、高1のコア（数学I）へ。数の拡張として、虚数単位を導入し、複素数の四則演算も扱う。因数定理と高次方程式は独立した項目として扱わず、高2の数学IIで3次関数のグラフを扱う中で適宜触れる。逆と対偶、必要条件と十分条件は扱うが、等式・不等式の証明は削除する。
- ②「個数の処理」のうち、数え上げの原則、自然数の列は、中学校第1学年へ。場合の数、順列・組合せは、高1の「確率」で扱う。
- ③「数列」は、高2のコア（数学II）へ。
- ④「平面幾何」は、中学校に統合する。
- ⑤「図形と方程式」「ベクトル」は、高1のオプション（数学A）へ。
- ⑥高2の「いろいろな関数」で、分数関数、無理関数も扱う。合成関数、逆関数は、高3の「微分法」で扱う。
- ⑦「行列」は、高2オプション（数学B）へ。一次変換も扱う。行列の計算におけるコンピュータの活用は、「算法とコンピュータ」に含める。
- ⑧「確率分布」は、高3オプション（数学C）へ。二項分布と正規分布も扱う。
- ⑨「統計処理」「統計的な推測」は、「コンピュータの活用」に統合し、表計算ソフトなどを用いた実習を中心に扱う。

算数・数学総合学習の具体的なテーマ例としては、次のような内容を構想している。実態に応じて、学校教育の現場を離れた教材や地域の特性を活かすことも重要である。

- ①算数・数学の領域から

小町算、数の表現（ n 進法）、魔方陣、整数の性質（mathematica, ubasicなどの利用）、虫食い算や覆面算、有理数の小数表示（電卓・コンピュータの利用）、ピタゴラス数、二項定理と遺伝の法則、一筆書き、多角数（個数の処理）、多面体、三角形の五心

- ②日常生活の領域から

暗号、道の数、バーコード、手紙、修学旅行、巡回路問題、配達順路の決定、折り紙と数学、簡単なゲームのからくりと必勝法、交通信号と交通量、社会における統計処理（各種調査など）

算数・数学総合学習によって児童・生徒は個々に応じた数学を創る過程を経験することができる。その経験を通して自律性を育成し、数学的な見方・考え方や数学的なコミュニケーションの能力を一層高めることをねらいとしている。

5. 数学総合学習について

われわれが提案する数学総合学習の実践例として中学1年で指導した空間図形の場合を取り上げてみよう。

「空間図形—正多面体の性質—」²⁾（中学校1年）

これは中学1年に対して実践した事例であるが、中1から高1までのどの学年でも実施可能である。生徒には教具として、多面体説明器³⁾（辺の長さが共通の正三角形32枚、正方形6枚、正五角形12枚と各面をとめるための多数のクリップからなり、すべての種類の正多面体がつくれるようになっているもの）を与える。実際に生徒自身がいろいろな多面体を組み立てることを通して多面体の構成要素や性質の発見ができるように、指導者の役割も自覚しながら指導をすすめる。

(1)授業の目的と実施計画

授業の中では次の2つの課題に取り組ませる。それぞれの課題を通して、個人やグループで気づいたこと、発見できたことをその時間の中でまとめて提出させる。次時には、提出した内容について討議（質問や自分の考えを発表）する。これらの活動を通して、多面体に関する興味・関心を高めさせる。教具を使用しながらの授業展開では、お互いに話し合いながら、工夫することや作業分担をすることが可能になる。そして、数学的な見方や考え方のよさの一つである共通性の発見、特殊化や一般化を生徒が自身行い、数学を創り、語り合う場面が設定される。

〈課題1〉

正三角形板を利用して多面体を組み立ててみよう。

三角形板を使って多面体を組み立て、その枚数と見取り図を描かせる。この課題に対する生徒の反応は様々である。例えば、4枚、6枚、8枚、…と偶数枚の面で多面体ができることに気づいて奇数枚の多面体にチャレンジする生徒、偶数枚でしかできない理由を考える生徒、また、できるだけ多くの三角形板を使って立体を組み立てようとする生徒、1つの頂点に6枚を集めると平面ができることに気づいて大きな面をもつ多面体を組み立てる生徒、凹凸の多面体を作る生徒、……などのいろいろな生徒がいる。そこで、様々な多面体とそれについて考えたことをレポートにまとめさせる。共通点や興味ある課題について考察させる授業が次時に展開でき、数学総合学習の課題が設定される。すなわち、組み立てた多面体についての生徒個々の疑問やそれに対する理由づけから学習内容を構成される。

〈課題2〉

美しい多面体を組み立ててみよう。

数学の中の美しさについても考察させることができる。どんな多面体が美しいといえるのか、この議論だけでも調和ある立体を説明する方法として、対称性を導くことが可能になる。教具には正方形、正五角形などがあり、これらを利用して多面体を組み立てることができる。さらに、何組かの教具を併せて使用することにより、様々な多面体、特に対称性を持った多面体を作ることへのチャレンジも可能になる。

いろいろと作った立体を観察し、頂点・辺・面の数を数え上げることによって、オイラーの定理に気づくようになる。

頂点・辺・面の位置関係、さらにこれらの相互関係、すなわち1つの辺を延長した直線が交わる面の数、1つの面と交わる直線の数などについても考察を深めることができる。

見取り図を描くことからシュレーゲル図(形相図)、さらにハミルトン閉路(すべての頂点を通る辺の路)とそれに対応した多面体の分解なども数学総合学習の展開例になる。

(2)課題への取り組み例

〈課題1〉において面の数に着目した生徒Aの場合

正三角形板を使っていろいろな多面体を組み立てたが、枚数を数えるとなぜか偶数枚になってしまう。今度こそは奇数枚と思って組み立てるがどうしても偶数枚になってしまう。不思議だし、くやしかった。なぜ

なのか、よく分からなかったが、先生から分解したらどうなるかというヒントをもらって考えた。最初は先生のヒントの意味が分からなかったが、三角形の枚数を数えて辺の数を表に書いていくと次のようになった。

三角形板	4枚	6枚	8枚	10枚	12枚	14枚
辺の数	6本	9本	12本	15本	18本	21本

この表から面は2ずつ、辺は3ずつ増えることが分かるが、なぜ面の数は偶数なのかがよく分からなかった。先生が面の数をx枚、辺の数をy本としたらどんな式ができるか考えなさいと言われた。もう一度、表を見て考えると、 $3x = 2y$ であることに気づいた。しかし、この式からなぜxが偶数になるのか、不思議だ。

$3x = 2y$ から、xは2の倍数、yは3の倍数になることに気づかせるには少し時間がかかった。数の性質がなぜ図形の勉強にでてくるのか、理解に苦しんでいるようである。例えば、 $5a = 3b$ の式から、aは3の倍数、bは5の倍数ということはすぐに導かれるのだが、実際の図形を目の前にすると、直接の結びつきがなかなかできないようである。これは各領域に分けた数学科の教育課程の構成に関する問題点である。さまざまな領域を総合した考え方を身につけさせる必要性を感じる。

〈課題2〉に取り組んだ生徒Bの場合

三角形、四角形、五角形を使って美しい多面体を作ること考えた。友達が作っているのを参考にしながらはじめは塔をつくったが、正十二面体からその間に正三角形を入れたり、正方形を入れたりして立体はどんどん大きくなっていく。球に近づいているような感じもしてきた。ロボットに似たものをつくっていたので透明な板も使ってみた。

先生から面の数、辺の数、頂点の数を数えなさいと言われたとき、大きなものを組み立てていたので大変困った。辺の数はクリップをはずして、数を数えればよかったが、頂点の数には大変困った。もっと簡単なものにすれば良かったと思った。しかし、授業のまとめで、C君が

$$(\text{面の数}) - (\text{辺の数}) + (\text{頂点の数}) = 2$$

を発見し、みんなの多面体でも同じ式が成り立っていたが、僕のロボットの立体でも同じ式になったときはうれしかった。

美しい多面体を組み立て、美しいと思う理由を述べよといったとき、美しさというあいまいな観点到戸惑う生徒も多いが、それでもなんとなくバランスのとれ

た多面体を作っている。美しい理由が比較的明確なものとしては、ダイヤモンドなど何か具体物の形に似ている、面がすべて同じ形でできている、どの頂点から見ても同じ形（面や辺の位置関係が同じ）、対称な形（面対称、回転対称）であるといったものがある。

さらにいろいろな性質をもつ多面体を観察する中で、あらゆる多面体に共通な性質は何だろうかという観点から、面、辺、頂点の数を調べ、表に整理していく中から、何人かの生徒がオイラーの定理を発見するに至った。

(3)この他の主な取り組みのポイント

○立体の凹凸性に着目する。

頂点の周りに集まる正三角形・正方形・正五角形の数により、多面体の凹凸を決定することができる。このことを多面体を組み立てながら考察させた。

○正多面体の規則性に着目する。

正多面体の相互関係について考えさせることにより多面体の双対性を考察させた。また、正六面体を切り取って正多面体を作ることを考えさせたり、正四面体や正六面体などについて、図形の対称性から点や軸による回転や面による折り返しの相互関係などを考察させたりした。

○展開図や断面図に着目する。

正四面体をはじめ正六面体、正八面体の展開図を考えさせた。さらに、例えば、正六面体の場合は1, 2, 3, 4, 5, 6の数字を展開図に同じ方向で書き込むと何通りのさいころができるかななどの課題を考えさせながら学習を進めた。

(4)数学総合学習の課題・評価

生徒の多くが多面体を漠然と組み立てる。しかし、課題1, 課題2を考察することを通して、多面体の1つの頂点に集まる面の形や数、凹凸性、対称性、……などに着目を始める。個人やグループの中での試行錯誤を通して、組み立て方に工夫が見られるようになる。例えば、正多面体の中でも正二十面体は複雑な多面体であるという思いで組み立てると、いつまでも組み立てることはできない。しかし、その構造がはっきりすると素早く組み立てることが容易になる。

数学総合学習では、共通な学習内容をベースにして、生徒が興味・関心を持った学習内容への取り組みを自主的に行うことができる環境が必要である。われわれ指導者の興味・関心がそのまま生徒に反映することにもなる。一教員だけに関わるのではなく、数学科教員が協力して取り組む指導形態が必要になってくる。

数学総合学習によって生徒は自分自身に応じた数学

を創る過程を経験することができる。そして、その経験を通して自律性が育成され、数学的な見方や考え方や数学的なコミュニケーションの能力が一層高められ、またよさやおもしろさも体験させることができる。それをすすめるためにも学習環境の整備とわれわれの意識改革が必要である。

6. おわりに

本稿においては、算数・数学科の教育課程の構成原理を構築し、それを踏まえて、12年一貫の算数・数学科の教育課程の第1次案を作成し、さらにその特徴である「数学総合学習」の具体例を提示した。構成原理は種々の算数・数学科の教育課程の特徴の分析・把握等に役立つし、第1次案は今日進行している学習指導要領の改訂作業に対するわれわれなりの案でもあり、また、数学総合学習は今日的な課題である「生きる力」の育成につながる新しい数学の学習方法の1つになり得ると考えている。

これらをもとに、今後引き続き、次のようなことを考えていきたい。その1つは12年一貫のよさをさらに徹底させ、具体化させることである。本稿においては、例えば算数科においては2年間ごとの内容編成を提起した。しかし、中高においてはそこまで踏み込んではいない。12年一貫のよさを追求する中でそうした可能性を検討してみる必要があると考えている。次に、本稿で掲げた①～③の3つの基本理念＝目的やそのもとで編成された指導内容に関わる指導方法の研究に取り組む必要がある。これは、構成主義的方法を基本に考えているけれども、その具体的な研究は今後の課題である。さらには、数学総合学習の新しいそして魅力的な教材開発も残された研究課題である。これらの研究を進めて、12年一貫の算数・数学科の教育課程をより精緻で具体的なものとしていきたい。

付記

本研究はプロジェクトのメンバーの他、広島大学附属小学校の赤井利行先生、宮本泰司先生、脇坂郁文先生とも協力して行っているものである。

参考文献・資料（教具）

- 1) 石田忠男, 「算数・数学科」カリキュラム構成の原理の考察, 『算数・数学科におけるカリキュラムの関連性に関する研究』(研究代表者 沢田利夫), 国立教育研究所, 1988, pp.5-19
- 2) 村上一三, 「美しい多面体」明治図書, 1982
- 3) 「多面体説明器」三和製造所