

数学的概念の認識過程についての基礎研究 (X IX)

—構成的アプローチに基づく算数科授業の検討(3)—

赤井 利行 小山 正孝 中原 忠男
武内 恒夫 脇坂 郁文 宮本 泰司
(協力者) 加藤 久恵 井上 芳文 岡田恵美加
影山 和也 横山 達弘 吉田 香織

1. はじめに—本稿の位置づけとねらい—

これまで我々は本研究の一環として、6年間にわたって算数・数学教育における構成主義に関する研究を行ってきた。第1年次は、算数・数学教育における構成主義の基本原則及びその哲学的・認識論的側面について考察するとともに、構成主義に基づく実験的研究の分析を行った¹⁾。第2年次は、構成主義に立つ算数・数学教育の授業構成論を比較・検討して、その結果に基づいて授業を実験的に設定し、そこでの討議の様相の解明に取り組んだ²⁾。

そして、第3年次は、構成主義に基づく授業構成論の1つである「構成的アプローチ」³⁾に基づいて、小学校第1学年における「繰り上がりのあるたし算」の授業を計画・実践し、それを通して、繰り上がりのあるたし算に関する子どもたちの認識過程の様相を明らかにしながら、構成主義に立つ授業の実験的研究を行った⁴⁾。第4年次は、小学校第3学年における「はしたの表し方」の授業を計画・実践して、子どもたちがどのようにして、既存の学習や日常経験を生かしてはしたを表していくか、また、授業を通してはしたのよりよい表し方を認識していくかを明らかにするとともに、構成的アプローチによる授業過程の実践可能性や有効性について検討した⁵⁾。さらに、第5年次は、第4年次と同様に分数概念に焦点を当てて、小学校第5学年における「分数の大きさ比べをしよう」という授業を計画・実践して、高学年の子どもたちが分数をどのように理解しているか、また、それまで学習したり経験してきたりした分数に関わる概念や方法をどの程度活用できるかを明らかにするとともに、構成的アプローチによる授業過程の実践可能性や有効性について検討した⁶⁾。

こうした一連の研究をうけて、第6年次は、これまで対象としてきた「数と計算」領域とは別の「図形」領域の数学的概念を対象にして、構成的アプローチに基づいた算数科授業の実験的研究を行うことにした。本稿は、構成的アプローチに基づいて小学校第2学年における授業「三角形と四角形」を計画・実践し、授業後のインタビューを通して、低学年の子どもたちが基礎的な平面図形である三角形や四角形の概念を認識する過程を明らかにしようとするものである。本稿では、特に、子どもたちがそれまでに学習したり経験してきたりした三角や四角に関わる概念をもとにして三角形や四角形の概念をいかに構成するかを明らかにするとともに、構成的アプローチによる授業過程の実践可能性や有効性について検討することを目的とする。

2. 構成的アプローチ—本稿の理論的背景—

本稿において検討する授業は、上述のように、構成主義に基づく授業構成論の1つである「構成的アプローチ」に基づいて計画・実践された。そこで、授業について述べる前に、まず、理論的背景としてのこの構成的アプローチについてみておこう。

「構成的アプローチ」とは5つの原理に基づく授業構成論の名称であるが、本稿の授業と特に関連の強いものは次の2つの原理である。

C2. 子どもは数学的知識を、基本的には意識化、操作化、媒介化、反省化、協定化の過程を通して構成し、獲得する。

C4. 子どもは数学的知識を、教師とのあるいは子どもどうしの相互作用を通して、構成し、批判し、修正し、そして生存可能な (viable) 知識として、それを協定する。

Toshiyuki Akai, Masataka Koyama, Tadao Nakahara, Tsunéo Takeuchi, Ikufumi Wakisaka, and Yasushi Miyamoto: A Basic Study on Cognitive Processes of Mathematical Concepts (X IX) — An Examination of Elementary School Mathematics Classroom Based on the Constructive Approach (3).

そして、構成的アプローチにおいては、C2に基づいて次のような授業過程を基本としている。

P1：意識化……第1段階で、子どもが、構成しようとする数学的知識の発生源と出会い、そこから問題を意識化し、その解決に向けて見通しを立てる段階。

ここでの教師の役割は、子どもたちの興味・関心を高め、問題へと意識や注意を焦点化することである。

P2：操作化……第2段階は、問題に対する見通しに基づいて、その解決をめざして操作的活動を行い、構成しようとする知識の原型をつくり出す段階。

教師は、そうした操作的活動のために有効な教具、学習具を用意することが求められる。

P2.5：媒介化……次の媒介化は、操作化と反省化の懸隔を埋め、両者を媒介することを主要なねらいとして、教材や子どもに応じて必要な場合に設ける段階。はじめの問題と関連のある新たな内容をもつ問題に取り組む、操作化の段階の活動と類似した活動を行う、などの学習活動を行う。

P3：反省化……次は、操作化や媒介化の段階における活動を振り返って数学的抽象を行い、数学的知識を構成する段階。

したがって、教師は、子どもたちがそうした思考ができるように、発問を用意したり、相互作用の場を設けたりすることが求められる。

P4：協定化……最終段階は協定化であり、ここでは反省化において構成された数学的知識を整理し、生存可能性などを検討・協議し、その結果を協定する。

教師は、子どもたちのそうした活動を推進する。

以上のような主要な原理と基本的な授業過程に基づいて、本稿では、小学校第2学年の授業「三角形と四角形」を計画し、実践した。その際、構成的アプローチの次の5つの特徴を反映するように留意した。

- ①社会的相互作用を重視する。
- ②教師は、子どもの反応を直接的には評価しない。
- ③個人の活動からクラス全体の活動へという流れを基本的な授業過程とする。
- ④数学的知識の構成の方法論として、反省的思考、社会的相互作用、表現様式の3つを重視する。
- ⑤個人の構成した数学的知識のクラスにおける協定をめざす。

3. 構成的アプローチに基づいた授業の計画

(1) 計画の概要

第2学年の子どもたちは、三角形・四角形をどのように理解していくのか。また、小学校入学以前に獲得したり、第1学年で学習したりしてきた三角・四角という図形をどのように作り変えていくことがで

きるのか、これが研究の出発点である。

第1学年では、子どもたちの生活体験の中から獲得してきた、三角・四角という概念を明確にし、折り紙から切り取るなどの具体的操作活動を重視して取り扱ってきた。第2学年では、それらの概念をどのように活用しながら三角形・四角形の新たな概念を獲得していくのか、どのようなこだわりをもって転換していくのか。その認識の仕方を明らかにするために、構成的アプローチの立場から第2学年単元「三角形と四角形」を設定し、事前研究及び授業の実践研究、授業後のインタビュー調査を行った。授業の計画の概要は、次の通りである。

【基本計画・助言者】

広島大学教育学部 教授 中原 忠男

広島大学教育学部 助教授 小山 正孝

【調査・授業担当者】

広島大学附属小学校 赤井 利行

【授業学年】

広島大学附属小学校 1部2年
(男子20名 女子20名 計40名)

【実施日】

1997年12月1日～17日

①単元名 三角形と四角形

②指導目標

- 三角形・四角形及び、直角三角形、長方形・正方形を構成要素に着目して分類したり、処理したりする。
- 具体的操作活動を通して、図形を構成したり、組み合わせたりして図形のもつ美しさを味わうことができる。
- 「辺」や「頂点」などの構成要素の数や大きさに着目して図形を分析し、その図形の相違点や共通点、及び性質を考察することができる。
- 構成要素に着目して、三角形・四角形及び直角三角形、長方形・正方形を分類したり、作図したりすることができる。
- 直線・直角の概念を理解し、三角形・四角形の定義や性質、頂点・辺の意味、直角三角形、長方形・正方形の定義や性質を理解できる。

③指導計画(全9時間)

第1時 ジョボードによる形作り

第2時 三角形、四角形の分類……授業の実際

第3時 四角形作り

第4時 三角形作り

第5時 直角

- 第6時 長方形
- 第7時 正方形
- 第8時 直角三角形
- 第9時 まとめの練習

調査対象：広島大学附属小学校1部2年
 男子3名 女子3名 計6名
 調査日時：1997年12月1日

(2)構成的アプローチに基づく事前研究

①教材分析

第2学年の子どもたちのなかには、四角形を真四角や長四角など整った形を「しかく」ととらえている。その上、同一の図形であっても、その図形が傾いていたりすると、同じ図形としてとらえられないこともある。

本単元では、図形の頂点や辺という構成要素に着目して三角形や四角形をとらえなければならない。また、「ながしかく」や「まししかく」としてとらえていた長方形や正方形も構成要素に着目して見直さなければならない。子どもたちにとって、長方形や正方形が子どもから見て水平な位置にないと、長方形や正方形でなくなる。そのときも、4つ全ての角が直角なのか。さらに、4つの辺の長さが全て等しいのか構成要素から判断しなければならない。このように、子どもたちが四角としてすでに獲得している真四角や長四角など、限定された水平な位置にある図形から、辺や角という構成要素のみに立脚して図形を考察するという心理的なギャップも乗り越えなければならない。

そこで、本単元で重要なことは、位置によって、正方形と見えなくなることを克服することである。そこで、ジオボードを用いて、正方形を構成させる。そのジオボードを自由に動かし、正方形の位置を変える。このことから、不安定な位置になっても構成要素に着目して正方形と認識することができる。ジオボードを用いた図形の構成は、子どもの視点を頂点に集めがちである。そこで、ジオボードと同じように点を打った紙を用意し、その用紙にジオボードに作った形と同じ形をかき写させる。このことから辺へと視点を転換させたい。

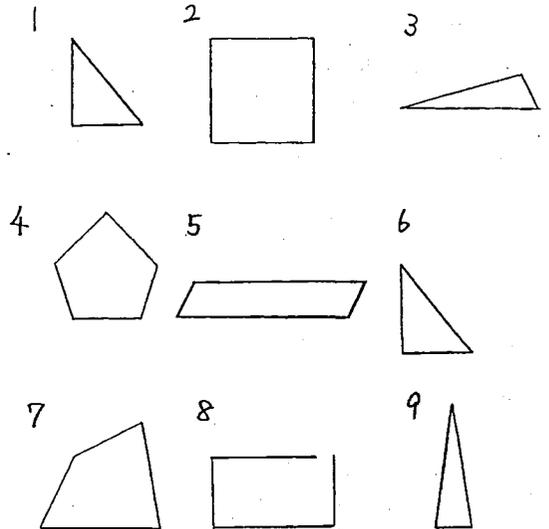
また、図形を分類することから、その根拠を明確にさせる。このことで、数学的な表現を用い、図形を考察する態度を養う。

②子どもの実態

本教材を指導するにあたって、子どもたちが既習内容をどの程度理解しているのか把握するために指導学級の実態を調査した。また、この単元を通して子どもたちがどのように変化していくのかその過程を分析するために代表児童を抽出し継続的に観察をした。

調査対象、日時及び調査内容については次の通りである。

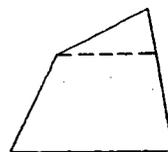
調査問題は、「さんかくに○をつけなさい。しかくに×をつけなさい。どちらでもないものはそのままにしておく。」という内容である。



「7」の図形について、抽出児のうちF児、O児、N児、Y児の4名がどちらでもない判断している。

そこで、これら4名の児童に対して、個別インタビュー調査をした。以下、Tはインタビューである教師の発言を表すことにする。

F児「こういう形は見たことないし、(底辺と平行に切って)上は三角だけけど下は三角になっていないから」



T「三角か、四角かどっちの形？」

F児「三角。四角だったら、こんなふう(長四角を示唆する)になっていないとおかしい。」

T「形が長四角だったらいいのだね。」

O児「角は4つあっても、これは、四角形は四角形でもこれは、直すと、(4)これみたいになっているけど、四角になっていない。」

T「何故、四角になっていない？」

O児「四角は、真っ直ぐになっているけどなっていない。」

N児 調査日は、どちらでもないにしていたが、第1時が終わった時点で

T 「7番どう思う？」

N児 「四角。」

T 「何故、そう思うようになったの？」

N児 「名前を見ても四角だから、4個角があると思ったから。」

T 「昨日は、何故？」

N児 「(正方形を描きながら) 四角っという形だと思ったけど、名前をいうと四角だから角が4個あると思った。」

T 「それで違うようになったのか。」

Y児 「4つ角があるけれど、変な形だから四角じゃない。」

T 「4つ角があっても変な形はダメで、こういうきれいな形(8)はいいの。これは(5)変な形じゃないの？」

Y児 「これは、長四角みたいでも直角が4つあっても、長四角になって、四角ぼくなっていて、これは全然違う形に見えるから。印を付けなかった。」

T 「これは、どうしてダメなの？」

Y児 「(正方形を描きながら) こうなっていないし、(5)こんな風になっていないから。」

このインタビュー調査を基に、抽出児が授業の中でどのように変化していくか、その過程を明らかにしていく。

(3)構成的アプローチに基づく授業づくりの工夫

構成的アプローチに基づく授業を作るための教材分析及びそれに関する子どもの実態から、次のことに留意しながら授業を構成していくことにする。

①課題構成の場の工夫

数学的事象に出会ったとき、「不思議だな」、「解決してみたい」と興味・関心をもち、自らの課題を見つけて出す子どもを育成したい。

ア. 数学的シチュエーション

子どもは課題をもつために、数学的事象に出会わなければならない。その数学的事象に出会う場を数学的シチュエーションと考えている。この数学的シチュエーションの中から子どもたちは興味・関心をもち、自分の解決したい課題を見つけていることができる。しかし、子ども個々の興味・関心や学習レベルを考えればこの数学的シチュエーションから様々な課題が生まれる場を設定しなければならない。ただ1つしか生まれなければ子どもの思考を強制し、子どもの主体的な学習活動を推進することができないからである。

第2時では、第1時にジオボードに子どもたちが作った形を自分なりの考え方で分類する。ここでは、子どもたちは、「三角と四角」「似た形」という見方から分類するであろう。たとえば「三角と四角」の観点から分類しても、個々の子どもによってその観点は異なる。辺の数で見るのか、頂点の数なのか、角の数なのか子どもの観点は様々であり、見方を明確にする必要がある。この明確にすることで、図形の考察の観点を分析的にとらえることができ、既習の「三角」「四角」という見方から、構成要素に着目した見方・考え方へと転換することができる。ジオボードを用いたことから子どもたちの観点は角にいきがちである。そこで辺の数を意識させる発問をしたり、辺について発表する子どもの発言を強調する必要がある。

イ. 課題の連鎖

子どもは最初の課題を解決する。この解決の中から、もっと解決してみたい課題を見つけることができる。

子どもたちは、提示された数学的シチュエーションから観点を決めて2つに分類することは可能である。しかし、分類のとき「この形」はどちらに入れたらいいの疑問にもつ形がある。その形をどう見るのかということが新たな課題となってくる。この課題を解決することで、図形を考察する見方・考え方を高めることにつながる。

また、三角形と四角形を分類する中で、子どもたちの観点は、辺を動かせば形が変わるということに着目する。このことに興味を持たせ、どのように変化するのかという新たな課題を生み、この課題を解決する中から、図形を動的に考察する観点を育成したい。

②社会的相互作用

子どもたちは問題の解決をする。子どもたちが始めに考えた解決には、当初不十分であったり誤りを含んでいることが多い。そこで、自分たちの解決を発表し、友だちとの話し合いを通してより確かなものへと近づけていく。

ア. 意識の明確化

子どもたちは、友だちと話し合う前に課題に対して自分はどのように考えているか、自分なりの考えをもっていないからではない。

子どもたちは、すでに「三角」と「四角」ということを知っている。ここで、図形を「三角形」と「四角形」に分類する。この分類の観点を経験的に知っている三角と四角とは何が違うのかとらえさせたい。そこで、友だちとの社会的相互作用を通す前に自分自身がどういう観点から分類しているのか明確にさせる。それと同時にどんな考え方から分類したのか、考え方を書かせる。この活動をもつことから子どもは数学的表

現を試みる。その結果、子どもの分類に対する考え方を数学的に明確化することができる。ここに数学的知識を獲得する第1歩である意識化がなされる。このことが構成的アプローチの授業構成にとって重要な過程である。

イ. 相互交流

算数科の授業は子どもたちの発表の連続だといっても過言ではない。

本時では、四角形について考察をすすめていくが、子どもたちの既習の知識では「ながしかく」「ましかく」が四角なので、この四角形と四角について、相互交流を進める。この相互交流を通して、既習の四角の観点とこれから定義する四角形の観点が違うのか明確にすることができる。ここで、子どもたちの考察の対象が見方・考え方の対立する「ながしかく・ましかく」なのか、「四角形」なのか。このお互いの相違点を埋めるために、相互交流が生まれる。ここで子どもたちは自分の考え方を積極的に発言し、相手の考え方を説得しようとする。このことから図形に対する見方・考え方を深めることができる。ここに、協定化を通して数学的知識を獲得するという構成的アプローチに基づく授業の重要性がある。

4. 授業の実際及びインタビュー

(1) 本時の目標

- 構成要素に着目して、三角形と四角形を分類することができる。
- 三角形と四角形の分類を社会的相互作用を通して追究することができる。

(2) 授業の流れ

T 昨日作ったものをマジックでかいて黒板にはりませうね。

T 同じものないね。

C ある。

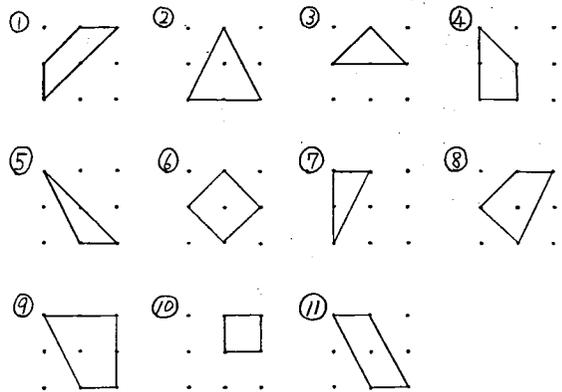
T あった。

C 近いものならあるよ。

T 番号をかくから、これを2つの仲間に分けます。分け方は、こういう分け方でしたと言ってください。約束は1つ。1番が入っているのを先にかいて順番にかいてください。

C (取り組み出す)

T 発表してもらいます。



- A 「①④⑥⑧⑨⑩⑪」 「②③⑤⑦」
 B 「①④⑨」 「②③⑤⑥⑦⑩⑪」
 D 「①②③④⑤⑦」 「⑥⑧⑨⑩⑪」

T じゃ、Aはどう並べた。

C 四角と三角です。

C 角が4つあるのと3つあるもの。

O 直線が3つあって、ぴったりとくっついているものと、直線が4つくっついてくるもの。

T 角が3つか4つ。直線が3つか4つ。三角か四角。じゃ、Bはどうかな。

C 私は点(ジオボードのくぎ)が5つと6つあるものを上にして、点が4つあるものを下にしました。(黒板上に、点が5つ、6つの図形を上、点が4つの図形を下に並べて分類したことをさす。)

T すごい考え方ですね。

C 私は、4個、5個、6個に分けました。

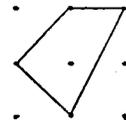
T Dはどうかな。

C 上の方は三角に近くて、下の方は四角に近いと思ったからです。

T Aの人は、三角と四角に分けたと言ったけど、これに何か反対意見はないかな。

T たとえば、8番これ四角?四角と思う人?

C (挙手)



T いや、おかしいと思う人?

C (挙手)

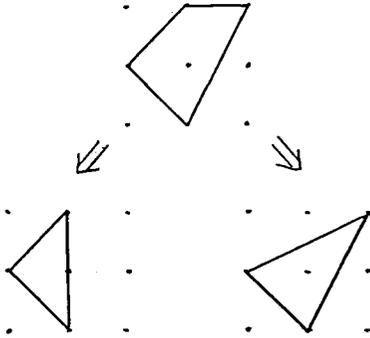
T ジオボードで8番を作ってください。

T 四角だと思う人?

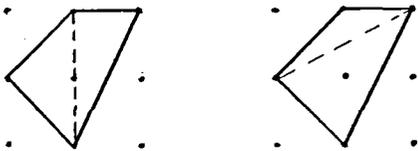
C (挙手)

T 四角だと思わない人?

- C 12名。(O君, F君, Y君を含む。)
 T 8番は四角だと思わない。今、言った人Aの仲間分けしていない。
 C しています。
 T どうしてそう思うの。
 M ここをはずして三角になるし、ここをはずしても三角になる。



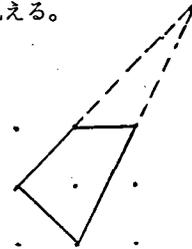
- T はずしたら三角になるから、三角じゃない。
 C2 ここで、半分にやったら、三角になるし、ここで分けたら三角は三角になるから。



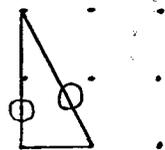
- C 四角というのは、角が4つあることで、直角みたいなのが4つあることで、これは直角みたいなのがないの。
 T 直角というのは、教科書とかノートのこういう所(かどの部分をさす)のこういう形を直角と言います。これは今度勉強するけどそういうのがないからおかしいのですね。
 T 反対意見ないかな。
 C M君が言ったのは、こことか取ったけど、今日はこれを取ってはいけない。
 I 四角とは4個角があることだから、4個あるから四角だと思います。
 T 四角は、かく。かく。かく。かく。と4つある。
 C いまの、I君のと似ているんだけど、四角というのは、漢字で書くと四角と書くから4個の角があって四角です。
 T I君と一緒にだね。
 C 直線が4個なっているから。
 T 逆に、四角じゃない人。
 O 四角というのは、こういうふうな形で、横と横が同じ長さで縦と縦が同じ長さでないと四角とはい

- ない。
 T Nさんどう思うの。
 N 角が4個あるから。
 F これね、I君たちはここ(頂点をさす)が4個あったら、四角っていうけれど、これがもしここから離れて(ゴムをかけかえて)、また、ここからやっているかもしれないから、5個かもしれないし四角か五角になってるか分からないから、四角。
 T 今から、四角に賛成の人は、手をあげるときパー、反対の人はグー。

- C (挙手)
 C1 (8番の2辺を延長して)このように見たら三角の1部に見える。



- C O君は、縦も横も同じ長さじゃないと四角じゃないと言うけど、長四角だったら縦は短くて横は長いんじゃないんですか。
 O ぼくは、縦と縦、横と横が同じだと言った。
 T O君が言ったのは、全部が一緒とは言っていない、横と横、縦と縦が同じだったら同じだといったんだね。
 C こうやって、斜めから見ると四角に似ているから四角です。
 K O君たちが言ったけど、この長さ(4辺の長さ)が全部違うから、やっぱり四角でないと思います。
 C 長四角は、横と縦は長さが違うのに、これは長さが全部違うけど角が4つあるから四角。
 C O君が言ったのは、こうだけど(縦と縦、横と横の辺の長さが同じであることを示す。)こういうのも四角じゃないという意味。ぼくは四角だと思う。
 C K君に言い返します。ここをこうやって、ここをはずしたら四角になるし、こうやっても上に四角の仲間ができるので、四角になると思います。
 T これで最後にします。四角だと思っている人。
 C3 横の長さと縦の長さが同じだと言いましたが、三角でもこの長さと、この長さは違うので三角とはいわないのですか。



O ぼくが言ったのは、それが四角の場合のことです
から。

C 3 四角と三角は形だから同じです。

C I 君が言ったけどこれを四角にして、ここにも、
ここにも4個角があるからこれは四角です。

T これが四角じゃないと説明する人いない？

Y K君と少し似ているけれど、ここここ(縦同士、
横同士を示す)、全部長さが違うので四角でないと思
います。

T 今日は、まだ話が決まっていないから四角とか三
角という分け方は別として、この2つの分け方、こ
れだけは皆認めるんだね。

Aは、角が4つあるものと、3つあるもの、これ
はいいね。O君が言ったように、これは直線が4つ
できていてものと3つできていてものという仲
間分けはいい。この2つの分け方はいいね。今日は
そこまでだね。ここでもう一度聞くけれど、8番が
四角じゃないと言う人立ってごらん。

C 12人立つ。(O児、F児、Y児を含む)

T この続きは、明日しましょう。

(3)授業後のインタビュー

授業の後に5人の抽出児に対して、「8番の図形を
どう考えるかを中心にして」個別インタビューを行っ
た(抽出児のうち、1名は当日欠席)。以下、Tはイン
タビュアーである教師の発言を表すことにする。ま
た、C1、C2、C3は授業の中で発言した児童をさす。

O児

T「今日の勉強どうだった。」

O児「面白かった。分けるのが面白かった。」

T「8番、四角だと思う。四角じゃないと思う。」

O児「前も言ったけど、(上下の横の線をさし)横の
線と、横の線が同じ長さでないし、縦の線も同じ長
さじゃないから。」

T「四角じゃないって言った人の中で、誰の意見が1
番よかった。」

O児「1番いいのは全部良かった。」

T「これは、四角だと言った中で誰が1番分かった」

O児「角が4つあるから四角だというの。けど、ぼく
は、角が4つあっても線が曲がっていたら四角じゃ
ないと思う。」

T「これは(8番)、線曲がってないよ。」

O児「曲がっていないけど、角が4つあっても、こう
いうよう(長方形をさす)にきれいな四角じゃない
し、他の形に見えてくる。」

T「他の形に見えてくるのはおかしい。四角って言っ
た人の中で、意見が1番おかしかったのはどれ。」

O児「ぼくの意見を勘違いして、ぼくは言ってないか
もしれないけど、縦と縦が同じ、横と横が同じ長さ
のものを四角だと言ったのだけど、線が全部同じ
だと言ったのがおかしかった。」

T「C3が言ったのはどう？」

O児「言っていないけど、四角のことを言ったのだけ
ど、三角だったら1番短い線以外、違うか三角だっ
たら横に長い三角だとか縦に長い三角だとか、あっ
て、同じじゃない。」

T「三角は、横と横が同じでなくてもいいの。四角は
横と横、縦と縦が同じでないダメなのですね？」

T「明日、話して決めるけど、どちらに決まると思う？」

O児「意見が多かった四角になると思う。」

T「いいの？」

O児「いいえ。」

T「反対するの？」

O児「うん。」

I児

T「今日、どんな勉強面白かった。」

I児「11人の人が紙にかいて、仲間分けしたこと。」

T「何故、8番、四角だと思う？」

I児「まず、直線が4つあるし、角も4つあるから。」

T「それを四角というの。O君が言っていた向かい合
うのが同じなら四角だというのんどう思う？」

I児「それもいいと思うけど、石鹸箱など横から見
たら四角でもいいのだけど、これも四角だと思う？」

T「明日どちらに決まると思う？」

I児「四角だと思う。」

T「誰の意見が1番よかった。」

I児「C3の三角だったらどうなのですかとか、よく
質問がでているからよかった。」

F児

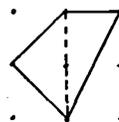
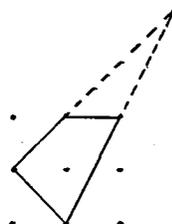
T「今日の勉強でどんなことが楽しかった。」

F児「こんな事が反対というのが楽しかった。」

T「8番は、どっちだと思う？」

F児「三角、授業中にもやった
けど、C1が言ったように、
こっちから見たら三角の1部
になる。

(分割して)こっちにも三角
になるし、こちらにも三角に
なる。」



T「四角って、どんなの。」
 F児（正方形を図示する。）
 T「（長方形をさし）これとかか？」
 F児「うん。」
 T「8番は、三角のちょん切れたの。本当はここにあるのがなくなったの。」
 T「四角って言った中で、誰のがよく分かった。」
 F児「I君の4つの角があるの。それはそうでも（正方形をかき、3つの角をカーブさせ）1つしか角になっていない。」
 T「四角じゃないのは誰のが1番良かった。」
 F児「O君始めは良かったけど、みんなに言われて分からなくなったから。C2くん。」
 T「どうして？」
 F児「ぼくが言おうとした事を何個も何個も言うから。」
 T「明日は、これどちら？」
 F児「三角に似ているから、三角。」

Y児

T「8番は、どっちと思う？」
 Y児「四角じゃない。4つ直角があっても、4つの長さが全然違うし、変な形だから。」
 T「四角というのは、どんなの？」
 Y児（正方形や長方形をかく。）
 T「言葉で、言って。」
 Y児「長さが同じ。ちゃんとした形になっている。」
 T「8番は、4つ角があるけどダメなの。Oが言うように長さが同じでないとダメなの。」
 Y児「うん。」
 T「今日の授業でどんなことが面白かった。」
 Y児「1とか2とか決めて、仲間分けするのが面白かった。」
 T「明日、話し合いしてどちらに決まると思う。」
 Y児「分からない。」
 T「どちらに決まってほしい。」
 Y児「四角じゃないほう。」
 T「四角って言ってた人のどの意見が1番よく分かる。」
 Y児「直角が4つあるって言うの。」
 T「線の長さを考えていないからダメなの。」
 Y児「うん。」
 T「おかしいって言った人の中で誰が1番よく分かった。」
 Y児「O君。4つの長さが違う。」
 T「明日、どんなことを言う。」
 Y児「直角が4つあっても、変な形で長さがあんまり

あってないから。」

N児

T「今日の勉強どうだった。」
 N児「楽しかった。」
 T「どんなことが楽しかった。」
 N児「四角か三角か話し合いすることが楽しかった。」
 T「8番を、Nさんは、どちらだと思ったの？」
 N児「四角だと思った。」
 T「昨日四角だと思ったの？」
 N児「角が4つあったら四角で、3つあったら三角。」
 T「それは、どんな形でもいいの。形が大きくても、角が3つか4つで決まるの。」
 N児「うん。」
 T「四角じゃないっていった人、どんなことがおかしかったかな。」
 N児「O君がいったけど、4つ角があったらいい。」
 T「向かい合うのが同じなら四角だと言ったけど、向かい合うのが同じでなくてもいいのですね。」
 T「明日、どちらに決まる。」
 N児「四角。」

5. 授業の考察

(1) 課題構成の場の工夫について

A. 数学的シチュエーション

第2時では、子どもたちが第1時に作った三角形と四角形の中から11種類の図形を選び、2つの観点から分類する問題を提示した。子どもたちは、この11種類の図形の数学的シチュエーションから、A、B、Dの3種類の課題を生み出すことができた。このうち、分析的な見方Aと視覚的な見方Dは、分類が重なるものも多くあるが、観点の相違から構成要素に着目させることができた。さらに、Aは辺の数と角の数という2種類の観点を含んでいる。このように本時の導入時に提示した数学的シチュエーションは子どもの多様な課題を構成することができ、子どもたちが考えの相違を意識化する構成的アプローチの出発点といえよう。

I. 課題の連鎖

子どもたちは、「三角」と「四角」というすでに理解しているAの立場に立って、図形を分類することはできた。しかし、三角みたいな形と四角みたいな形という視覚的な観点から図形を分類していることから、8番の図形をどう考えるかということが課題となった。この8番をどう考えるかについて、授業後のインタビューに対する抽出児O児、F児、Y児の反応からも明らかなように、真四角や長四角が四角だという子どもたちの既習の経験による考えがある。8番をどう見るかという課題を解決することを通して、子どもたち

のもつこの固定観念を打ち破る必要があった。

結果的には、本時ではこの課題を解決するにいたらなかったが、図形をどのような観点から考察していくかということとはつかめた。その結果、授業後の抽出児Oの反応からも明らかのように、自分の考え方と違うが、意見の多かった四角になると判断している。このことから、最初の課題を解決し、その中からでてくる新たな課題を解決していくことは、結果的に最初の課題のよりよい解決につながっていった。つまり、課題の連鎖は自らの理解をより高めていくための重要な学習方法であるといえる。

(2) 社会的相互作用について

ア. 意識の明確化

子どもたちの数学的コミュニケーションによる社会的相互作用をはかる前に、各自の意識を明確にするために、「8番を四角と思う人？」と質問を試みた。このことで、子どもたちの中に、これから考察の対象になる8番の図形をおぼろげにイメージさせることを試みた。そこで、さらに8番の図形を構成するという具体的操作活動を試みることで、その図形に対する意識を明確にした。このことで、子どもたちは図形に対する見方を明確にし、違う考え方をしている相手にどのように説得を試みようかと考えることができる。そして、四角だと説明するのにも、角が4つだとか、辺が4つだとか1つのことをいろいろな観点から考察することにつながった。構成的アプローチの操作化によって意識の明確化をはかり、ここでも図形の構成要素から考察していくということを身につけることができた。

イ. 相互交流

提示された数学的シチュエーションの8番の図形をめぐる子どもたちの考え方の相互交流が進められた。四角形と考える子どもは、4つの角があるから四角である。一方、四角でないと考えた子どもは、四角とは向かい合う辺の長さが同じでなければならない、図形を分割しても三角になる、三角の一部だと言う考え方である。ここで子どもたちは、各自の立場に立って相互交流をはかっている。授業の中では各自の主張を一歩もゆずらず、本時では解決がつかなかった。

しかし、抽出児の授業後の反応の中で、お互いの考えを十分に聞き、I児はC3児の三角を例に出して反論していることを評価している。F児は、対立するI児の意見がよく分かるとしている。しかし、さらにインタビューのときに反論するなど、相手の考えをよく理解して取り組んでいる。一方で、同意見のO児に対しては当初高く評価していたが、途中から分からなくなり否定的見解を述べている。このように同意見であっ

ても冷静に対応することもできている。最後は、より近い考え方をC2児だと分析している。F児は、興奮して相互交流を行っていても、数学的知識の構成へ向けて正確に交流の推移を観察している。ここにも、構成的アプローチの協定化に向けた取り組みが試みられている。

本時では協定化できなかったが、O児が考えているように四角になると、自分の立場ではないが、相互交流の流れを冷静に判断している。一見対立が続くように見える相互交流も子どもたちの議論を中心に進めていくことで、数学的知識の協定化がはかれる。ここに、算数科の授業における構成的アプローチの意義があると考えられる。

6. おわりに

本稿では、構成的アプローチに基づく算数科授業の実践的研究として、小学校第2学年における授業「三角形と四角形」を構成的アプローチに基づいて計画し、実践した。そして、授業後に5名の抽出児に対して、個別インタビューを行った。

その結果、第4、5節で述べたように、構成的アプローチによる授業過程を通して、子どもたち自身が頂点や辺という構成要素に着目して三角形や四角形を図形としてとらえようとするようになることが明らかになった。

本実践では、第一に、子どもたちがジオボードを使って作った11種類の三角形や四角形を分類するという数学的シチュエーションを設定した。この数学的シチュエーションは子どもの多様な課題を構成することに寄与し、子どもたちが考えの相違を意識するのに有効であった。そして、最初の課題を解決し、その中からでてくる新たな課題を解決していくこと（課題の連鎖）が、子どもの理解をより深めていくことにつながり得ることが示唆された。

第二に、本実践では、特に子どもたちの判断の分かれる図形（8番）をめぐる、子どもたちどうしの社会的相互作用を行わせた。その結果、本時の授業中には協定化できなかったが、子どもたちは各自の分類の基準についての考えを主張でき、またそれとは対立する意見も理解しようとしていることが、授業記録や授業後のインタビューから明らかになった。本授業で扱ったような図形概念の構成に関する授業では、特に、子どもどうしの社会的相互作用が重要であることが示唆された。

最後に、本実践からも、1時間の授業で「意識化」から「協定化」までのすべての段階を必ずしも終わらせる必要はないということが明らかになった。特に、

小学校低学年の算数科授業において、子ども自らの数学的概念の構成を重視する際には、このことは重要な意味をもってくる。

〈参考文献〉

- 1) 小山正孝, 中原忠男他, 「数学的概念の認識過程についての基礎研究 (XIV) - 構成主義に立つ数学教育の基本原則と実験的研究の分析 -」, 広島大学教育学部, 『学部・附属共同研究体制研究紀要』, 第21号, 1993, pp. 31-40.
- 2) 中原忠男, 小山正孝他, 「数学的概念の認識過程についての基礎研究 (XV) - 構成主義に立つ算数・数学教育の実践的研究 -」, 広島大学教育学部, 『学部・附属共同研究体制研究紀要』, 第22号, 1994, pp. 31-40.
- 3) 中原忠男, 『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』, 聖文社, 1995.
- 4) 森保之, 中原忠男他, 「数学的概念の認識過程についての基礎研究 (XVI) - 構成主義に立つ授業の実践的研究 -」, 広島大学教育学部, 『学部・附属共同研究体制研究紀要』, 第23号, 1995, pp.77-86.
- 5) 脇坂郁文, 小山正孝他, 「数学的概念の認識過程についての基礎研究 (XVII) - 構成的アプローチに基づく算数科授業の検討(1) -」, 広島大学教育学部, 『学部・関係附属学校園共同研究体制研究紀要』, 第24号, 1996, pp. 95-101.
- 6) 宮本泰司, 小山正孝他, 「数学的概念の認識過程についての基礎研究 (XVIII) - 構成的アプローチに基づく算数科授業の検討(2) -」, 広島大学教育学部, 『学部・関係附属学校園共同研究体制研究紀要』, 第25号, 1997, pp. 85-93.