広島大学教育学部・関係附属学校園共同研究体制研究紀要
〈第25号　1997．3〉

数学的概念の認識過程についての基礎研究(XVIII)

── 構成的アプローチに基づく算数科授業の検討(2) ──

宮本　泰司　小山　正孝　中原　忠男
武内　恒夫　赤井　利行　脇坂　郁文
（協力者）岡﨑　正和　加藤　久恵　山口潤一郎
秋本　豪　植　直之　椎木　一也
二宮　裕之　FUJITA M.MIE　渡辺　豊隆

1．はじめに－本稿のねらい－

これまで我々は本研究の一環として，算数・数学教育における構成主義に関する研究を行ってきている。まず，算数・数学教育における構成主義の基本原理及びその哲学的・認識論的側面について考察するとともに，構成主義に基づく実験的研究の分析を行った[1]。次に，構成主義に立つ算数・数学教育の授業構成論を比較・検討して，その結果に基づいて授業を実験的に設定し，そこでの討議の様相の解明に取り組んだ[2]。

そして，構成主義に基づく授業構成論の1つである「構成的アプローチ」に基づいて，小学校第1学年における「繰り上がりのあるたし算」の授業を計画・実践し，それを通して，繰り上がりのあるたし算に関する子どもたちの認識過程の様相を明らかにしながら，構成主義に立つ授業の実践的研究を行った[3]。さらに，前稿[4]では小学校第3学年における「はしたの表し方」の授業を計画・実践して，子どもたちがどのようにして，既有の学習や日常経験を生かしてはしたを表していくか，また，授業を通してはしたのよりよい表し方を認識していくかを明らかにするとともに，構成的アプローチによる授業過程の実践可能性や有効性について検討した。

本稿はこうした研究に続くものであり，1つの実践的研究である。ここでは，前稿[4]と同様に分数概念に焦点を当てて,「構成的アプローチ」に基づいて小学校第5学年における「分数の大きさ比べをしよう」という授業を計画・実践して，高学年の子どもたちが分数をどのように理解しているか，また，それまで学習したり経験してきたりした分数に関わる概念や方法をどの程度活用できるかを明らかにするとともに，構成的アプローチによる授業過程の実践可能性や有効性についてさらに検討することを目的とする。

2．構成的アプローチ－本稿の理論的背景－

本稿において検討する授業は，上述のように，構成主義に基づく授業構成論の1つである「構成的アプローチ」に基づいて計画・実践された。そこで，授業について考察する前に，まず，理論的背景としてのこの構成的アプローチについてみておこう。なお，ここでは本稿と関連が強い部分のみにとどめるので，詳しくは中原の研究[5]を参照されたい。

「構成的アプローチ」とは5つの原理に基づく授業構成論の名称であるが，本稿の授業と関連の強いものは次の3つの原理である。

C2．子どもは数学的知識を，基本的には意識化，操作化，媒介化，反省化，協定化の過程を通して構成し，獲得する。

C4．子どもは数学的知識を，教師とのあるいは子どもどうしの相互作用を通して，構成し，批判し，修正し，そして生存可能な（viable）知識として，それを協定する。

C5．子どもによる数学的知識の構成過程においては，5つの表現様式すなわち，現実的表現，操作的表現，図的表現，言語的表現，記号的表現が重要な働きをする。

そして，構成的アプローチにおいては，C2に基づいて次のような授業過程を基本としている。

P1：意識化……第1段階で，子どもが，構成しようとする数学的知識の発生源と出会い，そこから問題を意識化し，その解決に向けて見通しを立てる段階。

ここでの教師の役割は，子どもたちの興味・関心を高め，問題へと意識や注意を焦点化することである。

Yasushi Miyamoto, Masataka Koyama, Tadao Nakahara, Tsuneo Takeuchi, Toshiyuki Akai, and Ikufumi Wakisaka: A Basic Study on Cognitive Processes of Mathematical Concepts (XVIII)－An Examination of Elementary School Mathematics Classroom Based on the Constructive Approach (2)－.

Ｐ２：操作化……第２段階は，問題に対する見通しに基づいて，その解決をめざして操作的活動を行い，構成しようとする知識の原型をつくりだす段階。

教師は，そうした操作的活動のために有効な教具，学習具を用意することが求められる。

Ｐ2.5：媒介化……次の媒介化は，操作化と反省化の懸隔を埋め，両者を媒介することを主要なねらいとして，教材や子どもに応じて必要な場合に設ける段階。はじめの問題と関連のある新たな内容をもつ問題に取り組む，操作化の段階の活動と類似した活動を行う，などの学習活動を行う。

Ｐ３：反省化……次は，操作化や媒介化の段階における活動を振り返って数学的抽象を行い，数学的知識を構成する段階。

したがって，教師は，子どもたちがそうした思考ができるように，発問を用意したり，相互作用の場を設けたりすることが求められる。

Ｐ４：協定化……最終段階は協定化であり，ここでは反省化において構成された数学的知識を整理し，生存可能性などを検討・協議し，その結果を協定する。

教師は，子どもたちのそうした活動を推進する。

以上のような主要な原理と基本的な授業過程に基づいて，本稿では，小学校第５学年の授業「分数の大きさを比べよう」を計画し，実践した。その際，構成的アプローチの次の５つの特徴を反映するように留意した。

①社会的相互作用を重視する。

②教師は，子どもの反応を直接的には評価しない。

③個人の活動からクラス全体の活動へという流れを基本的な授業過程とする。

④数学的知識の構成の方法論として，反省的思考，社会的相互作用，表現様式の３つを重視する。

⑤個人の構成した数学的知識のクラスにおける協定をめざす。

３．構成的アプローチに基づいた授業の計画

(1) 計画の概要

子どもたちは分数をどのように理解しているか，また学習してきた分数の内容をどの程度次の学習に転移させることができるのか，これが研究の出発点である。第４学年までの分数は，１を越えた範囲を扱い，操作分数や分割分数から，次第に数としの分数の扱いに変わっていく段階にある。では，４年生までに学習した経験をどのように活用しながら分数を見ていくのか，新たな課題を乗り越えるために，どのような分数の見方を生み出していくのか。その認識の仕方を明らかにするために，構成的アプローチの立場から第５学年単元「分数」を設定し，事例研究及び授業の実践研究を行った。授業の計画の概要は，次の通りである。

【基本計画・助言者】

広島大学教育学部　教授　中原　忠男

広島大学教育学部　助教授　小山　正孝

【調査・授業担当者】

広島大学附属小学校　宮本　泰司

【授業学年】

広島大学附属小学校　１部５年

（男子19名　女子18名　計37名）

【実施日】

平成８年11月８日（金）

①単元名　「分数の大きさ比べをしよう」

②指導目標

○自ら進んで分数の仕組みや大小・相等関係を絵図で調べることができるようにする。

○分数の大小・相等関係を調べる時は，共通単位のいくつ分かで調べればよいことに気付くことができるようにする。

○分数の約分の意味や通分の意味を絵図を用いて説明することができるようにする。

○約分や通分の意味を知り，計算に活用することができるようにする。

③指導計画（全４時間）

第１時　分数の大きさ比べ（本時１時＋$\frac{1}{2}$時）

第２時　等しい分数づくりの研究

第３時　共通の単位分数づくりの研究

第４時　まとめの練習（$\frac{1}{2}$時）

(2) 構成的アプローチに基づく事前研究

これまでに子どもたちは，分母が等しい分数同士の大きさ比べをしたり，分母は異なるが分子が等しい分数同士の大きさ比べをしたりしてきている。その大きさ比べを判断する根拠として「○に分けた□つ分」という，分数の分子の大きさ□に着目した大小判断を学習してきている。また,「○に分けた□つ分と，△に分けた□つ分」という分子同士が等しい分数の大小比較の時は「単位分数が大きい分数の方が大きくなる」という分数の単位分数の大きさに着目した大小判断をする学習も積み上げてきている。

そこで本単元では，２つ以上の異分母分数から共通した単位分数をつくりながら，約分や通分の意味をとらえさせたい。また，約分や通分の方法までとらえさせることもねらっている。この活動こそ，分数の意味を深めながら，数としての分数の概念を確かにしていく活動になるのである。

本単元で特に大切な内容となるのが,「分数が等しいとはどういう意味なのか」ということである。今まではどちらかというと，分数を「１をある数で分けたそのいくつ分」という見方(分割分数・操作分数）であったのが，本単元からは量を手がかりにしながら，割合的な分数の見方（基準量に対する比較量の表現の多様性）が重要になってくるのである。まさに，数としての分数の基礎・深化段階に当たると考えられる。分数のたし算やひき算，さらには第６学年の「分数のかけ算，わり算」で四則演算を統合しながら，分数も数として次第に深化・統合されていくのである。

以上のように，分数を「大きさ比べ」という観点で学習してきているからこそ，本単元の導入においても大きさ比べの活動（どちらが大きいか，どちらがどれだけ大きいか）から入ろうと考えた。ただ，あくまで構成的アプローチに基づいた授業を構築していくために，指導内容の中核である「共通の単位分数づくり」だけにこだわりたくない。子ども一人一人の自由な比べ方の発想を生かしながら，分数の大きさ比べをさせていきたいと考える。つまり，小数の世界に置き換えて証明してもよいし，今まで学習してきた分数の世界の見方を変えて（観点変更）証明をしてもよい。「こちらの方が大きい」という証明を，子どもが今まで経験してきたあらゆる学習内容を根拠として，提示した分数の中で一番大きい分数がどれかを証明していく研究を位置付けた。

【指導学級の子どもの実態】

本教材を指導するにあたって，必要な既習内容を子どもたちがどの程度理解できているか把握するために指導学級の子どもたちから代表を数名抽出し，実態を調査した。

調査対象，日時及び調査内容については次の通りである。

調査対象：広島大学附属小学校１部５年
　　　　　男子３名　女子３名　計６名
調査日時：1996年11月７日（木）
調査時間：５分～８分

調査問題は,「分数の全体量（基準量）を１ととらえることができるのか，また理解はどの程度か」という内容である。さらに具体的に述べれば，次の２つの

①量分数は絶対的な性質を持っている。
（１mは１つしかないか？）
②一般の分数は相対的な性質を持っている。
（分数の１は，どれも大きさは同じか？）

内容を理解できているかということである。学級の子どもたちが，算数の学習の理解度についてどの程度の差があるのか知るための簡単な調査である。合計６名の子どもたちは，上位群（２名），中位群（２名），下位群（２名）に分けて調査をした。その結果，次のようなことが明らかになった。

○上位群，中位群は分数の絶対的な性質や相対的な性質を理解できている。下位群についてのみ，１mはいくつもあると答えた子どもが１名いた。
○分数の全体の１については，全員がたくさんあると答えた。

このことから，課題の提示の場では，あえて量分数でなく，一般の分数で導入し，子どもからの反応をみてみたい。

(3) 構成的アプローチに基づく授業づくりの工夫

構成的アプローチに基づく授業をつくるための教材分析及びそれに関する児童の実態から，次のことに留意しながら授業を構成していくことにする。

①課題提示と課題追究の場の工夫

ア．子どもたちに与える分数とその提示の工夫

子どもたちは，同分母分数か同分子分数の大きさ比べの学習しか経験していない。そこで，子どもたちに異分母分数を提示する順序として，同分母分数→同分子分数→異分母分数を考え,「数の大きさ比べ」をするという問題場面を設定することにした。このような提示をすることにより，異分母に着目させ，分数の大きさ比べをするためには分母をそろえる必要性があることに着目させたい。また，追究課題を明確にするためにも，このような提示順序を考えた。実際に提示した３つの分数の数値と提示順序は次の通りである。

$$\frac{4}{5} \rightarrow \frac{3}{5} \rightarrow \frac{3}{4}$$

この３つの分数の数値に，次のような内容を持たせて，①→②→③の順に提示することにした。

① $\frac{4}{5}$ と $\frac{3}{5}$ →同分母異分母分数の比較
② $\frac{3}{5}$ と $\frac{3}{4}$ →異分母同分子分数の比較
③ $\frac{4}{5}$ と $\frac{3}{4}$ →異分母異分子分数の比較

また，異分母分数の分母と分子の差をそれぞれ１

（$\frac{4}{5}$と$\frac{3}{4}$）にすることにより，１からの差がそれぞれ単位分数になるように工夫した。また，２つの共通の単位分数を絵や図を用いて説明しやすくなるように，20分の１になるようにした。さらに，２つの異分母分数は分母と分子の差をどちらも１とし，多様な発想で課題解決できるように工夫した。

例えば,「ある分数より分母と分子が１ずつ大きい分数は，ある分数より１に近づく」等の根拠も想定した。また，小数に直しやすい数値という点にも考慮した。このように，子どもたちに提示した分数の大きさとその提示の仕方の２点を工夫したのである。

イ．共通単位分数にこだわらない証明の場の工夫

第５学年「分数」の指導は，初めに大きさの等しい分数づくりを教え，次に約分の仕方を指導する。その後に分数の大小比較として，分母が異なる２つの分数の共通した単位分数づくりを行う指導が多い。したがって，等しい分数づくりと約分の学習が終わった後に共通の単位分数づくりを学習するのである。しかしこの内容の構成だと，子ども自身の課題解決という視点で考えても条件が整いすぎており，子どもの課題追究の意識が弱くなりやすい。また，分母の最小公倍数という点だけに着目した数処理中心の活動に陥りやすい。

そこで本実践の指導では，子どもたちに初めから「分数の大きさ比べ」という場を与え，何とかして２つの分数の大きさを比べたい，という課題意識を持たせたい。また，子どもの活動の中から「等しい分数をつくればよい」という反応が出てくれば，さらに子どもの追究意識や追究意欲を高めさせられると考えた。必然性がないまま全員に共通単位分数の意味を考えさせる場を与えるのではなく,「大きさ比べをするにはお互いの分母同士をそろえればいい」「そのためにはどう工夫すればいいのだろう」という，子どもの課題意識の流れを大切にしたいのである。この流れは，子ども自身が数学的な内容や方法，考えを構成していくことを重視する，構成的アプローチと合っていると考えられる。

②表現様式

①の課題提示と課題追究の場の工夫のところで述べたように，子ども一人一人の自由な発想を生かし，表現様式にはこだわらない。そのため，課題設定を行う時にこちらから,「３つ以上の方法で証明しよう」という条件設定を行うことにした。テープ図や線分図，面積図や数直線など，今まで学習したすべての方法を許し，また学習プリントもそれらの方法が使えるような工夫（点線の方眼の目盛り）をする。しかも，たっぷりと表現活動ができるように時間を確保するように心がける。

③表現方法の関連を図ること

子どもたちが表出する，表現方法の中の数学的知識を発見させ，より価値ある数学的知識へと高めさせていくためには，それぞれの表現の方法を関連づけていくことが大切であると考える。関連づける方法としては次のようなことが考えられる。

ア．１つの表現方法を吟味し，その方法に，より価値あることを加味しながら，より価値ある数学的知識へと高めていく方法

イ．すべての表現方法を表出させ，共通点や相違点を見つけ出しながら，より価値ある数学的知識へと高めていく方法

これらの方法は，数学的により価値あるものを子どもたちに納得させ，数学的知識へと変換しながら身につけさせていく上で重要な学び方である。しっかりと子どもたちに考えさせなければならない。具体的には，子どもたちが表出する表現方法の不十分なところについては,「なぜ不十分なのか」「どうすればより価値あるものになるか」を考えさせる。また，価値ある表現方法については,「なぜ価値があるのか」「どの部分に価値があるのか」を考えさせる。つまり表現方法同士を比較・検討しながら共通点や相違点を見付け，表現方法の不十分なところやその改善策，あるいは表現方法の価値を発見していくのである。これが，目標とする数学的知識を獲得した子どもの姿である。

そこで，①課題提示と課題追究の場の工夫，②表現様式，③表現方法の関連を図るという３つの視点から構成的アプローチに基づく授業づくりを試みることにする。

４．授業の実際（本時１）

(1)　本時の目標

○　分数の大小比較をする時は，２つの分数の共通単位分数をつくったり，基準となる数をもとに比べたりすれば比べられることに気づくことができるようにする。

○　分数の大小比較を進んで追究していくことができるようにする。

(2)　授業の流れ

［意識化］

①　課題の設定（３つの分数の大きさをとらえ，大きさ比べの課題をつくる）

ここでは，１を全体の大きさとして３つの分数をイメージさせ，簡単に大小比較できるものとできないものがあることに気づかせ，本時の課題をつくり出させていった。

※$\frac{4}{5}$を板書する。
T１．さあみんな，これで今日はどのような研究ができますか。
C１．たし算ができます。
T２．たし算ですか。では，これではどうですか。
※$\frac{4}{5}$の横に$\frac{3}{5}$を板書する。
C２．$\frac{4}{5}$と$\frac{3}{5}$の等しい分数さがしができます。
C３．わり算とかけ算ができます。
C４．先生，まとめて計算にすればいいよ。
C５．かっこを使った式の研究ができます。例えば，$\left(\frac{4}{5}+\frac{3}{5}\right)\times\frac{4}{5}\times\frac{3}{5}\div\frac{4}{5}$なんかもできます。
T３．そうですか。では，もう１つ分数が出てきたらどうする。
※$\frac{3}{5}$の横に$\frac{3}{4}$を板書する。
T４．分数が１つ増えました。さて，どんな研究ができるかな。
C６．小さい順に並べることができます。
T５．大きさ比べですね。
C７．大きい順に並べることもできます。
T６．分数の大小を調べたいということですか。
C８．例えば，$\frac{4}{5}$だったら，分母や分子の大きさをいろいろ変えて，大きさ比べをしたいです。
T７．今日の学習課題を出して下さい。$\frac{3}{5}$と$\frac{4}{5}$はどちらが大きいですか。
C９．$\frac{4}{5}$です。
T８．それはなぜですか。
C10．$\frac{3}{5}$は１を５こに分けた３つ分で，$\frac{4}{5}$は１を５こに分けた４つ分だからです。
T９．では，$\frac{3}{5}$と$\frac{3}{4}$はどちらが大きいですか。
C11．$\frac{3}{4}$です。
T10．それはなぜですか。
C12．$\frac{3}{4}$は１を４つに分けた３つ分で，$\frac{3}{5}$は１を５つに分けた３つ分だから，４つに分けた方が１この大きさは大きいからです。
C13．分数の大きさ比べは，分母を等しくする必要があります。だから，分母の４と５の最小公倍数の20を分母にして考えればいいです。
T11．２人はそれぞれ，分子に着目したり，分母に着目したりしているんですね。では，学習課題をまとめてみましょう。
C14．$\frac{4}{5}$と$\frac{3}{4}$はどちらが大きいか調べよう。
C15．分母と分子の差が１の時，どちらが大きいか調べよう。
※めあてを板書する。
C16．今の考えにつけ加えですが，分母が違う分数同士を比べようにしたいです。
T12．先生の方から，条件設定したいと思います。
※条件：「３つ以上の方法で証明する」と板書する。
※学習プリントを配る。
　他に質問ありませんか。では，始め。
C17．この方眼紙は使わなくていいんですか。
T13．使いにくかったら，紙の裏や学習ノートを使っていいですよ。

［操作化］
② 課題の追究（各自の方法で，分数の大きさ比べを説明し，その根拠について話し合う）
　ここでは，子ども一人一人がテープ図や線分図，面積図などを使って見つけ出した大きさ比べの結果についてお互いに検討し合うことで，よりよい大きさ比べをまとめていった。子どもたちが考え出した，大きさ比べの説明は次の通りである。

児童の全体の反応

ア）小数で説明
　―――― 12名／37名（32%）

イ）１からの差の大きさで説明
　―――― ３名／37名（８%）

ウ）線分図で説明
　―――― 19名／37名（51%）

エ）テープ図で説明
　―――― 28名／37名（76%）

オ）公倍数を使った等しい分数づくりで説明
　―――― 31名／37名（84%）

カ）面積図を使った同値分数づくりで説明
　―――― 17名／37名（46%）

キ）別の分数（18／20）を設定し，この分数と２つの分数の大きさ比べをして説明
　―――― １名／37名（３%）

［反省化］
　ここでは，多様な追究方法について吟味を行い，それぞれの方法の価値を取り出したり，より価値あるものに高めたりしていった。表現方法の関連を図り，数学的な知識をつくり出していく過程である。
（アの解決方法を発表させる）

【解決方法ア】

$\frac{4}{5}$ を小数にすると　$4 \div 5 = 0.8$

$\frac{3}{4}$ を小数にすると　$3 \div 4 = 0.75$

0.8と0.75では0.8が大きいので

$\frac{4}{5}$ の方が大きい

C18. $\frac{4}{5}$ と $\frac{3}{4}$ を小数にすると，0.8と0.75になって，2つを比べると，0.8の方が0.05大きくなります。だから $\frac{4}{5}$ の方が $\frac{1}{20}$ 大きくなります。

T14. みんなは，この考えに賛成ですか。

C19. $\frac{4}{5}$ は1を5こに分けた1つ分だから，$5 \div 4$ は1より大きくなってしまうから，$4 \div 5$ でいいと思います。

T15. 補足説明をしてくれたんですね。

C20. $\frac{1}{2}$ は全体が1と考えると，$1 \div 2 \times 1$ で，1÷分母×分子で，小数が出ます。

C21. 分子÷分母と，1÷分母×分子は，同じになります。

T16. 分子÷分母と1÷分母×分子は等しい答えになるということですね。これでいいか，意見を聞かせて下さい。Aくんはどう思いますか。

C22. $\frac{4}{5}$ は，1を5こに分けた4つ分だから，$1 \div 5$ で0.2，その4つ分で0.8になるから，合っていると思います。

T17. では次の考えを発表して下さい。(イの解決方法)

【解決方法イ】

$1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$　　　$1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4}$

※残りが少ない方が1に近いので $\frac{1}{5}$ と $\frac{1}{4}$ では

$\frac{1}{5}$ の方が小さいので1に近いのは $\frac{4}{5}$

C23. $1 - \frac{4}{5}$ で残りを出して $\frac{1}{5}$，$1 - \frac{3}{4}$ で残りを出して $\frac{1}{4}$，$\frac{1}{5}$ と $\frac{1}{4}$ を比べると，残りが小さい方が1に近いです。だから，$\frac{1}{5}$ の方が小さいので，$\frac{4}{5}$ が大きいと思います。

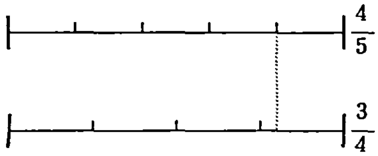
C24. 付け加えです。$\frac{4}{5}$ は5こに分けた4つ分だから，全体を $\frac{5}{5}$ として考えています。

C25. でも,「どちらが大きいか」は出るけど,「どちらがどれだけ大きいか」は出ません。

C26. 小さい方が1に近いという説明なんだけど，10は8と7のどちらに近いかを考えると，10－8は2で10－7は3で，余っている方が小さい2の方が近いので，考えは合っていると思います。

T18. では，次の発表をして下さい。(ウの解決方法)

【解決方法ウ】



$\frac{16}{20}\left[\frac{4}{5}\right] - \frac{15}{20}\left[\frac{3}{4}\right] = \frac{1}{20}$

5と4が1番最初に合う数…20

$20 \div 4 = 5$　分子も5倍

$20 \div 5 = 4$　分子も4倍

C27. ぼくは図に表してみました。$\frac{4}{5}$ は，1を5こに分けた4つ分で，$\frac{3}{4}$ は1を4つに分けた3つ分です。差は，5と4が最初に合う数は20で，分母を20にそろえたら，$\frac{4}{5}$ は分母と分子を4倍して $\frac{16}{20}$，$\frac{3}{4}$ は5倍して $\frac{15}{20}$ になりました。

C28. 1に当たるものを20にしたんですか。

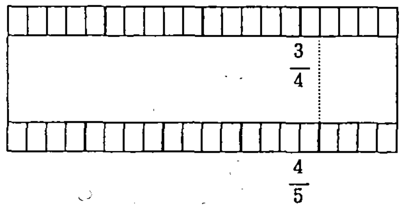
C29. アとイの考えは同じで，小数と分数の違いだけです。

C30. アの単位は $\frac{1}{20}$ で，ウは $\frac{1}{20}$ です。

T19. アの単位は何ですか。今20と言いましたね。あ，$\frac{1}{20}$ ですね。アは小数だから，0.1ですね。0.1と $\frac{1}{20}$ になりますね。

T20. では，次の発表をして下さい。(エの解決方法)

【解答方法エ】



C31. $\frac{4}{5}$ と $\frac{3}{4}$ の分母の最小公倍数が20だから，$20 \div 5$ をします。$\frac{4}{5}$ は4こずつのますに区切るから，$4 \times 4 = 16$ となって，$\frac{3}{4}$ は5こずつのますに区切るから，$5 \times 3 = 15$ となって，16から15を引くと1になり，$\frac{1}{20}$ 多いことになります。

C32. 単位のことを考えると，今まで出た小数で考える方法や1から引く方法や，線分図で考える方法と同じところがあります。

C33. ウとエはまったく同じです。ただ線分図がテープ図になっただけです。

T21. そうですね。みんなも同じ考えですか。

C34. 同じ考えです。

T22. それでは，最後の考えの発表をして下さい。

（オの解決方法）

【解決方法オ】

$$\frac{4}{5}=\frac{8}{10}=\frac{12}{15}=\frac{16}{20}$$

$$\frac{3}{4}=\frac{6}{8}=\frac{9}{12}=\frac{12}{16}=\frac{15}{20}$$

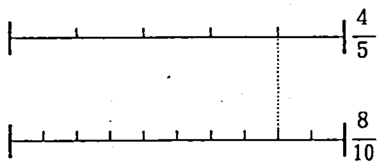
$$\frac{16}{20}-\frac{15}{20}=\frac{1}{20}$$

C35. $\frac{4}{5}$は$\frac{8}{10}$で，$\frac{8}{10}$は$\frac{12}{15}$で，$\frac{12}{15}$は$\frac{16}{20}$というように等しくなります。$\frac{3}{4}$は$\frac{6}{8}$で，$\frac{6}{8}$は$\frac{9}{12}$で，$\frac{9}{12}$は$\frac{12}{16}$で，$\frac{12}{16}$は$\frac{15}{20}$になります。だから，$\frac{4}{5}$は$\frac{16}{20}$で，$\frac{3}{4}$は$\frac{15}{20}$だから，引くと$\frac{1}{20}$になります。

C36. どうして分母が２倍になれば分子も２倍になるのですか。

C37. それは，全体の大きさは変わらないからです。

（※下の図を使って説明をした）



［協定化］

③ 課題の発展（いろいろな大きさ比べの方法があることに気づき，どれも比べ方は単位となる基準の数を変えて分母を等しくしているだけなんだという意識を持たせる）

ここでは，多様な追究方法を単位となる数の大きさに着目させながら，それぞれの方法の価値と，どれも二つの分数の単位（小数も含め）をそろえていることに気づかせていった。

T23. ５つの考えどれにも入っているものは何でしょうか。

C38. 小数にして単位を合わせたり，分母を同じにして分数を比べたりしているところです。

C39. どれも共通の単位を合わせようと，工夫しているところです。

T24. それぞれに良い考えがでましたね。では，次の時間はどのような研究ができますか。

C40. 等しい分数について，もっとくわしく調べてみたいです。

C41. 分数の計算ができるように，もっと他の分数でも大きさ比べをしてみたいです。

T25. 次の時間は，等しい分数についての研究をしていきましょうね。

５．授業の考察

(1) 課題提示と課題追究の場の工夫について

初めは，子どもたちに与える分数提示の工夫についてである。同分母分数同士の大きさ比べ→同分子分数同士の大きさ比べ→異分母分数同士の大きさ比べという順に子どもたちに提示していった。

その結果，子どもは異分母の分数により着目し，強い課題意識（めあて）を持たせることができた。それは自己追究活動の子どもの反応や，誰一人としてめあての意味が分からない子どもがいなかったことからも判断できる。ただこの成果は，３段階の順序提示だけが有効に働いているわけではない。子どもから出た発言をゆさぶり，常に「どうしてそうなるのか」という一貫した追究課題の意識化のプロセスにその理由があると考える。つまり，３段階の分数の順序提示以外に子どもに対する「なぜ」を大切にした問いかけも，課題設定の有効性に含まれると考えることができる。それは，子どもの強い課題追究意識が伺える，C14からC16の反応が実証している通りである。

しかし，問題点も出てきた。時間の問題である。初めから一単位時間を設定して計画していたため，課題の設定に思わぬ時間をとってしまった。子もどたちの追究活動の時間が，少し不足したようである。課題設定を重視する単元の導入段階では，子ども自身が課題に関わる時間の確保という視点で，子どもの反応を十分予想した授業計画を立案する必要性がある。

次に，共通単位分数にこだわらない証明の場の工夫についてである。授業の実際における子どもの反応から分かるように，子どもの多様な追究方法が出てきた。これにも，いくつかの手だてが有効に働いたと考えられる。まず，子どもが絵図に置き換えやすく，多様な追究方法が出る数値の工夫，次に，どのような追究方法も認める構成的アプローチの手法である。その結果，多様な子どもの発想を生かした追究方法を生み出すことができたと考える。

しかし，課題提示と課題追究の場でも問題が出てきた。学級の子どもの実態調査の結果から，量分数ではない分数で課題を提示したいと先に述べた。しかし，めあてが出てしまってからも，２つの分数の全体の大きさが等しくなければ比べられないという指摘が子どもから聞けなかった。量分数でもないのに，全体の１の大きさが等しいということがあいまいなまま，学習が進んでいったのである。提示の段階で，ゆさぶり発問をすべきであった。ただ，子どもの説明を後で考察してみると，ほとんどの子どもは全体を１にそろえることができていた。多様な追究方法を生み出すためには，有効に働いたかもしれないが，課題の設定のとこ

ろで明確にしなければならないことであった。

(2) 表現様式について

(1)の内容とも関連するが，表現様式については，子ども自身が様々な方法で課題を追究していったと判断できる。それは，授業の実際の子どもの反応例からも明らかである。また，この様式に関しては，一人に「3つ以上の方法で調べよう」という条件制御がきいていたためであろう。1つから2つ，2つから3つと連続した活動を生み出すことができたと考える。

さらに，テープ図や線分図，面積図や数直線など，およそ子どもたちが学習してきた追究方法が出揃った。これは，学習プリントに点線の方眼の目盛りが入っていたため，子どもも使いやすかったからではないだろうか。しかし，児童の反応から伺えるが，「先生，プリントの裏（白紙）を使ってもいいですか」という発言が数名から出てきた。この子どもたちは，まず計算が念頭にあり，計算式を書くのに邪魔になると判断したようである。計算以外の方法で確かめる時は，他の子と同じように，学習プリントの点線の方眼目盛りを使って調べていた。先にも述べたが，もう少し活動の時間を確保してやりたかった。

(3) 表現方法の関連を図ることについて

授業づくりの工夫の部分で述べた，イの方法にしたがって表現方法の関連づけをさせた。すべての表現方法を表出させ，共通点や相違点を付加しながら考えを高めていったのである。児童の発表及び他の反応から判断できるが，1つの考え・方法の不十分さを見つけては他の子どもが補い，自分と同じ意見だったら補足説明をしていくという展開が見られた。構成的討議という視点では，子どもたちはよく活動することができたと考える。

分数を小数に直す場面では，分数を小数に直して考えるよさが出た。また，分数の（分子÷分母）という計算式の証明を，他の子どもが（1÷分母×分子）と置き換えたり，具体的な整数を使って説明したりした。ただし，整数の性質がそのまま分数にあてはまるのかどうかまでは気づいていなかった。また，それぞれの分数を1から引いて，その数が小さい方が大きいと考えることができた子どももいた。ここで，方法によっては「どちらが大きいか」「どちらがどれだけ大きいか」の違いがあることまで気づいている。等しい分数をつくって考察している子どもの中には，分数で考えても小数で考えても，結局単位となる数（分数は$\frac{1}{20}$で小数は0.1になる）の違いに気づいている子どももいた。最後には，どの方法も表現の違いだけでほとんど同じ考えであることでまとめることができた。

本事例では，いくつかの対立する方法が出てくる。子どもたちは「大きさ比べはできるが，どちらが大きいかまでは分からない」方法を，他の「どちらがどれだけ大きいか分かる」方法に結び付けながら，分数の大きさ比べの方法としての価値を取り出し，まとめようとしていた。このことから，教師の方が一方的に分数の大きさ比べの価値を説明する学習でなくても，子どもの構成的相互作用により，子どもたち自らが二つの分数の単位をそろえるよさを感得することができるということが分かる。

本論文には述べていないが，第2時には第1時の学習の成果が見られた。第2時では，「等しい分数の公式づくり」を行ったのであるが，追究方法として全体の8割の子どもが面積図を用いて公式づくりの説明をしていた。また，他の子どももテープ図や線分図を用いて課題を解決することができていた。計算ミスをした1人を除けば，全員が正解を求めることができていた。「等しい分数の公式づくり」で何が分かるのか，子どもの説明を観察したところでは，面積図が一番分かりやすいということらしい。それを考えると，証明する内容によって，子どもたちは柔軟にしかも適切に課題解決の方略を取捨選択できていたことになる。

これらの成果が見られた反面，いくつかの課題も出てきた。整理すると，次のようになる。

① 「異分母分数の大きさ比べ」で学習の導入を行ったが，どの子も最低2つ以上の方法で課題を解決することができていた。子どもの実態にもよるが，抵抗がありすぎる子どもに対しては，あらかじめ教師の側がつまずきに対する手だてを用意しておく必要があった。

② 一部の子どもの素晴らしい発見が出てきても，その発見の意味を十分理解させる手だてが不足していた。視覚的事象提示などの工夫がいる。

しかしながら，以上のことから，構成的アプローチによる授業によって，子どもたち一人一人が既習の知識・技能を十分活用しながら，より高次な解決方法へと高めていくことができたと言えよう。

6．おわりに

本稿では，構成的アプローチに基づく算数科授業の実践的研究として，小学校第5学年における授業「分数の大きさ比べをしよう」を，構成的アプローチに基づいて計画し，実践した。その結果，第4，5節で述べたように，構成的アプローチによる授業過程は本授

業の教材でも実践可能であり，こうした授業過程を通して，子どもたち自身が分数に関わる既有の概念や方法を活用して，異分母分数の大きさを比べるための共通単位の考えや多様な説明方法を構成することができるということが明らかになった。

本実践では，第一に，既習内容を踏まえて，授業の導入場面で子どもたちに提示する分数として3つの分数（$\frac{4}{5}$，$\frac{3}{5}$，$\frac{3}{4}$）を選択し，それらを同時に提示するのではなく順次提示した。そして，子どもの発言に対して教師が「どうしてそうなるのか」という発問を意識的に行った。こうした工夫によって，子どもたち自らが異分母分数の大きさを比較するという課題を意識することができた。

第二に，2つの異分母分数（$\frac{4}{5}$と$\frac{3}{4}$）のどちらがどれだけ大きいか，という課題に対する子どもたちの判断の根拠を，「3つ以上の方法で証明しよう」と要求することによっていろいろな方法で説明させるようにした。さらに，点線の方眼の目盛りの入った学習プリントを配布し，可能な限り多くの時間を確保するように努めた。その結果，第4節で示したように，小数になおす，1からの差の大きさ，線分図，テープ図，公倍数を使った等しい分数づくり，面積図を使った同値分数づくり，別の分数との比較，などの多様な方法を子どもたちは考え出すことができた。こうした表現方法は，子どもたちの構成活動の産物であり，分数を有意味な数学的概念として認識するために必要不可欠である。また，個々の子どもがいくつかの方法を考え出すことは，その後のクラス全体での活動において，それらの共通点や相違点を比較・検討して，より価値のある数学的知識へ高めていくうえでも重要である。

第三に，本実践では，「すべての表現方法を表出させ，共通点や相違点を見つけ出しながら，より価値ある数学的知識へと高めていく」方法によって，子どもたちが考え出した5つの表現方法を関連づけるようにした。その結果，ある1つの表現方法のよさや不十分さに気づいてそれを指摘したり補ったりする子どもたちの活動が見られた。また，いくつかの表現方法の共通点と相違点に気づき，それを指摘する子どももいた。こうしたことは，子どもたちが各自の方法をクラスの他の仲間に分かるように説明することができ，その説明を注意深く聞いてその表現方法に込められている数学的な考えをとらえることができて，はじめて可能となる。その意味で，このクラスにはこれまでの授業を通して，数学的な内容を深めていくにふさわしい構成的討議の雰囲気ができていると考えられる。

しかしながら，第5節で述べたように，本実践を通していくつかの検討課題も明らかになった。第一の主要な課題は，構成的アプローチによって授業を計画・実践する際には，子どもたちが構成活動をするための十分な時間を確保する必要があるので，1時間の授業で「意識化」から「協定化」までのすべての段階を必ずしも終わらせる必要はないということである。第二の検討課題は，個々の子どもの考えや方法を教師がいかに的確に把握して，それらを授業の中で生かすかということである。

今後は，こうした課題とともに，これまで対象としてきた「数と計算」領域とは別の「図形」領域の数学的概念を対象にして，構成的アプローチに基づいた算数科授業の検討を行うことによって，子どもたちの数学的概念の認識過程を解明していきたいと考えている。

〈参考文献〉

1）小山正孝，中原忠男他，「数学的概念の認識過程についての基礎研究（XⅣ）－構成主義に立つ数学教育の基本原理と実験的研究の分析－」，広島大学教育学部，『学部・附属共同研究体制研究紀要』，第21号，1993，pp. 31－40.
2）中原忠男，小山正孝他，「数学的概念の認識過程についての基礎研究（XⅤ）－構成主義に立つ算数・数学教育の実践的研究－」，広島大学教育学部，『学部・附属共同研究体制研究紀要』，第22号，1994，pp.31－40.
3）森保之，中原忠男他，「数学的概念の認識過程についての基礎研究（XⅥ）－構成主義に立つ授業の実践的研究－」，広島大学教育学部，『学部・附属共同研究体制研究紀要』，第23号，1995，pp.77－86.
4）脇坂郁文，小山正孝他，「数学的概念の認識過程についての基礎研究（XⅦ）－構成的アプローチに基づく算数科授業の検討－」，広島大学教育学部，『学部・関係附属学校園共同研究体制研究紀要』，第24号，1996，pp. 95－101.
5）中原忠男，『算数・数学教育における構成的アプローチの研究』，聖文社，1995.