

考えを推し進めている内面に目を向けて

— 第5学年「面積」の実践から —

大松 恭 宏

1 はじめに

面積は、基本単位となる正方形の個数で表されている。その個数を能率的に求めるために計算するのであり、その先に求積公式が存在するのである。

本学年で扱う基本的な平面図形においては、単位正方形の個数を数えにくい部分、つまり、斜辺によって半端となっている部分の処理の仕方を考えることが共通の課題となる。この課題を解決していくなかで、子どもたちの図形に対する見方・考え方が豊かになり、形を見抜く直観力も養われていくことであろう。また、図形を合成したり分解したりする活動と式に表したり式をよんだりする活動が、一人一人の論理的な考え方を伸ばしていくことにもつながっていくと考える。

そのために授業者は、その子がどんな考えでその活動を行っているのか、どういう見通しでその活動を行っているのかを的確に把握することが必要になってくる。それが単元の学習計画を決めるもととなり、より深い学習へ導いてくれる材料となるのである。

また、子どもたちは、自分の考えた方法と友だちの考えた方法とを比較検討することにより、着眼点の共通性や違い、解決方法の共通性や違いに気づき、よりよい考え方を身につけていくことができるであろう。積極的な意見交換が、物事を統合的にとらえようとする力、多様な方法で対象に働きかける力となり、あらたな意見交換を生むものと考えられる。

2 基本的な平面図形の面積を求める

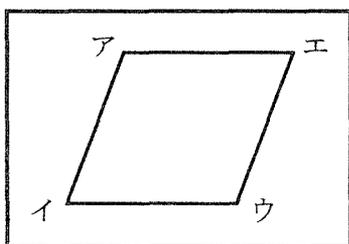
新しく出会った平面図形の面積を求めるときに使える考えは、すでに知っている面積の求め方である。そのため、いかにして既習の形に変形するのかが、子どもたちにとっての考えどころとなる。学習活動や発表も、その点を中心になっていくのであるが、ここでは「測定」に焦点をあて、子どもたちがどこの長さを活用して面積を求めようとしたのかについて述べていきたい。面積を求めるために必要な部分とはどこなのか、それが明らかになったとき、平面図形の面積の公式が子どもたちの本当の力として身についたと判断できると考えるからである。

(1) 長さを2か所だけ測定して

これまでに子どもたちが学習してきたことは、縦と横の長さを測って長方形の面積を求めること、一辺の長さを測って正方形の面積を求めることである。どちらも面積を求めるために、2か所の長さを活用したと言える。

そこで、平行四辺形も三角形も、面積を求めるために「長さを2か所だけ測定して」という条件をつけて学習を進めることとした。

① 平行四辺形



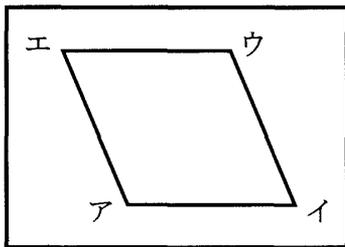
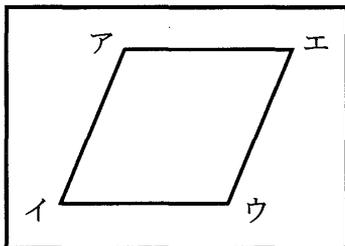
一番子どもたちの反応として多かったのが、「底辺イウ」の長さで「辺アエと辺イウを結ぶ垂線」の長さである。

大きく2つの理由がそこに考えられる。1つは、その2か所が、最も安定した場所で安心して測定できることである。もう1つは、他の場所も測定したが、そこは残念ながら整数値ではなかったことである。

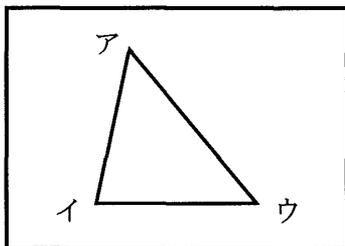
実際に、この平行四辺形を長方形に変形するとき、「辺イウを基準」にする方が一番楽なのである。垂線も取りやすく、面積を求めにくくしている斜線を分断して考えるのにも適しているといえる。

困り果てていたのが、「辺アイ」と「辺イウ」の長さを測定した子である。どんなに分解しても、どんなに合わせようとも「斜線アイ」の長さが役に立たない。「斜線アイ」と「斜線エウ」は合わせることができる、しかし、その長さは面積を求めるために活用することができない。この子たちの活動をみんなに広めることが、これから学習を進めていく上でおおいに役立つこととなる。

「平行四辺形では、隣り合った辺の長さが求められても、面積を求めることはできない」これが子どもたちのまとめである。大きな意味をもつまとめが、みんなのものにできた。正解だけが、まとめではない。「できないこと」が正しさを強調するのである。



② 三角形



続いて、斜辺が整数値になっている平行四辺形の面積を求める問題を設定した。予想以上に反応がよく、斜辺を底辺として、そこから向かい合った辺までの距離を測定するという方法しか見られなかった。確かに向きを変えれば、最初に考えた平行四辺形と同じで、なんら抵抗もなく考えることができるであろう。ただし、これもいろいろな操作をしていたからこそできる発想である。「切る、合わせる、移動する、裏返す」などの活動が活かされたといえる。

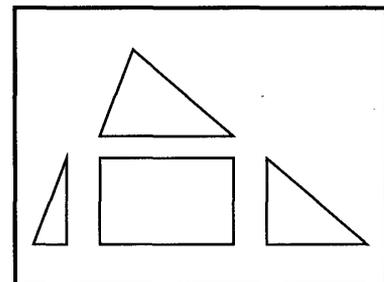
特に、最初の平行四辺形で「辺アイ」の長さと「辺アイと辺ウエを結ぶ垂線」の長さを測定しようと苦労を重ねた子どもにとっては、自分のアイデアを出す絶好のチャンスとなった。前出の平行四辺形では、小数值になったため認められにくかった方法が、よみがえったのである。

いつもそうだが、最初の段階での試行錯誤は、次の活動へも結びついていき、考えを深めたり広げたりする上での基礎基本になっていると言える。

平行四辺形を学習した子どもたちにとっての関心は三角形をどんな形に変形させるかに移っていった。「隣り合う辺の長さを求めても、面積を求めることができない形」をすでに経験しているため、冒険をしようという考えは起こらないらしい。測定するところは、「1つの底辺」と「高さ」にしぼられていた。同じ三角形をもう1つくっつけて平行四辺形にしたり、高さが半分の平行四辺形をつくったり、イウの長さを一辺とする長方形の半分と見たり、というように与えられた三角形を違う形に置き換え、そこから面積を求めようという姿勢が見られるようになってきた。

その中であえて取り上げたのが右のように長方形1つと三角形3つに分けて考えた方法である。三角形の中にある長方形とその外側にできる3つの三角形。わざわざこんな分解のしかたをしなくても効率性の点から考えると無駄としか言いようがない。しかも、分解のしかたによっては、測定場所は2か所どころではなくなる。

しかし、単位正方形の個数を数えることが面積を出す



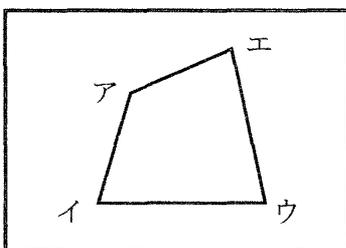
ということであり、斜辺によって半端となっている部分の処理の仕方を考えることが課題であるならば、この考え方にふれないで学習を進めることはできない。「円の面積」や「概形の面積」を求めるときに、きっと役立つ考え方である。

繰り返すが、平面図形を、面積を求めることができる既習の形にいろいろ変えているのは、半端な部分进行处理するために変形させているのであり、それは、計算で求めることができるようにするために行っていることである。三角形が半端な形でなくなるのは、もう少し後からでいい。

(2) 長さを3か所だけ測定して

どんな平行四辺形も、どんな三角形も「底辺」と「高さ」が測定できれば面積を求めることができることを学習してきた。今度は、測定か所が2か所から3か所へ緩和される。それが条件となる。どんな複雑な図形かと子どもたちの目が光る。

① 四角形



普通の四角形かという安心した目、なんだという目がだんだんと真剣になる。4か所測定してもいいのなら、簡単に求められるのに。まだまだすぐには、対角線を底辺として見るができないらしい。三角形2つ分と見て面積を求めることができることは、もちろん素晴らしいことである。だけど、測定する所はなるべく少ないほうがいいということにも気づいて欲しい。だからこそ条件は3か所にしてあるのだ。

「そのうちに、気づいてくる。少し待つだけでこの問題は大丈夫。」と予想して待っていた。四角形の中に三角形が2つ見えることはすでに体験済みだし、三角形が2つ見れば、あとはどこを底辺にすれば測定か所が3か所ですむのかを考えるだけである。測定値が整数か小数かは、もうそんなに問題ではないはずである。

平行四辺形や三角形の「高さ」と同じように、目に見える図形の「辺」だけでなく、目に見えない線「対角線」が見えるようになってきた。「見えないものが見える」「見えないものを引くことによって新しいものが見える」これが図形に対する感覚を豊かにし、図形に対する見方・考え方を伸ばした子どもの姿である。

(3) なるべく少ない回数の測定で

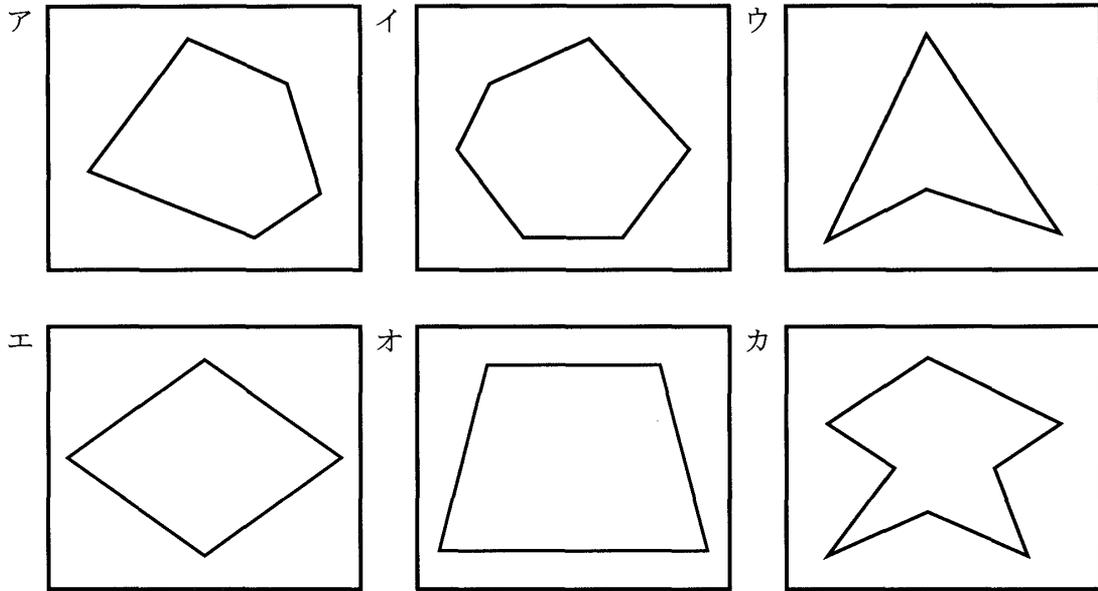
この時点で、基本的な平面図形の面積を求めることは、ほとんどできるようになったと言える。計算で面積を求めるということの意味、そのとき必要となる部分、「高さ」の概念、さらには「三角形」と「四角形」との関係など、今まで考えてきたことをもとに、これからは自分で学習を進めていけばいい。いろいろと発展的に考えながら、実はこれまでの学習の復習やまとめとなる活動を行っていくのである。与えられた問題から、自分で創る問題へ。これまでの学習が、学びへと変わる時間である。

① 問題づくり

「直線で囲まれた図形の面積を求める問題を作ろう。」ただし、図形は自分で書くこと、面積の求め方はなるべく少ない回数の測定で行うことを条件とする。こんな場面を設定してみた。

この活動の中で、子どもたちが新しく何に気づくのか、これまでの学習のどこでつまずき、何を疑問として残しているのかを見取りながら整理し、また一緒に考える場を設ければいいのである。子どもたちの様々な反応を期待して見守る。

子どもたちの考えた図形をいくつか次に挙げる。



② 子どもたちのかいた図形から

アとイのような多角形は、教科書にも出てくる図形である。三角形の公式を用いることにより、どんな多角形でも面積を求めることができるという大きな展開が期待できる。一般四角形の面積を求めた学習が活かされていると言えるであろう。また、頂点の数が増えれば増えるほど、円に近づき、円の面積の学習にも使える図形である。実際に限りなく円に近い多角形を書いた子どももいる。対角線を活用した面積の求め方が復習できる基本的な図形である。

ウは、2つの三角形が見えやすい図形である。左と右の三角形を合わせる方法が一般的に見えやすいかもしれない。両サイドの頂点を結んで底辺とし、大きな三角形から小さな三角形を引いて面積を求める方法と、図形の中にへこんでいる辺を延長して底辺とし、分割された三角形の面積を合わせる方法の両方に気づくことができるかどうか、図形を見る目を養えたかどうかの判断材料になるであろう。どの方法も、3か所の測定で求めることができる。

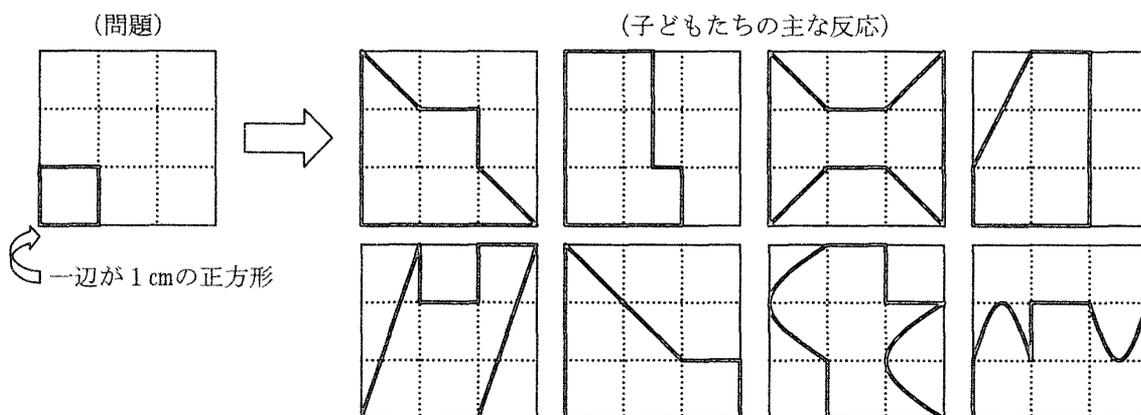
エはひし形、オは台形である。ともに小学校の学習内容から移行された図形ではあるが、子どもたちの中には存在する形である。公式として一般化を図らなければ、気楽にふれたい図形である。四角形の仲間であるため、三角形2つと考えることが自然にできる図形である。また、エは3か所でなく、2か所の測定で面積を求めることができることを子どもたちは見つけていた。三角形は四角形の半分の面積であることをしっかりつかんでいると言えるであろう。

カのような形を子どもたちは好んで書いていた。三角形に分割すればどんな複雑な形も面積は求められるという安心感がそうさせたのであろう。「面積の公式は三角形だけでいい」という子どもの声からもそれがうかがえる。このような、一見遊び感覚の図形をかいて面積を求めるという活動は、興味関心が高いととらえたい。どんなに複雑に見える図形も面積を求めることができるという自信につながっていき、一つの図形をいろいろな形の集合体としてとらえることができるようになるからである。

(4) 発展として

面積に興味をもった子どもたちの関心を、授業だけでなくもっと広げていきたい。学習して身につけたことを、さらに確かなものにするために、一人一人の感覚をきたえていきたい。そんな思いから、次のような学習場面を設定した。

「次の正方形の中に、 5cm^2 になる図形をかこう」



図からわかるように、子どもたちは単純に 5cm^2 を作るのではあきらまず、斜線や曲線を活用して、問題に取り組んでいる。さらに、子どもたちの考え方を聞くことにより、子どもの学習の足跡がわかる。出来上がった図形だけを見ると、どれも出っ張った部分だけ同じ形でへこませたということになるが、それぞれ発想や着想が違っているのである。単位正方形の半分を作ろうとしたもの、長方形の半分で考えようとしたもの、 3cm^2 の半分だから 1.5cm^2 になると計算したもの、 4cm^2 を作ろうと考えたものなど。子どもたちの考え方の多様性に驚いてしまう。

3 まとめにかえて

本実践は、子どもの学習活動には、何らかの思いや考え・見通しが働いていることを前提に、その子の考えを推し進めているものは何なのかを把握し、それを授業に取り入れてきたものである。

「長さを2か所だけ測定して面積を求める」場面では、「安定」と「安心」という心情面が多くの子どもたちにはたらいっていると考えられる。平行四辺形を変形させて作ろうとした形が長方形であり、補助線の引き方や図形の分解の仕方は平行や垂直の関係を追い求めていた。測定か所も整数値になるところを探しており、これらは、感覚的に安定した形を望み、自分の活動に安心を求めている姿だと言える。また、「隣り合う辺の長さを測定しても、面積は求めることができない」というまとめも、子どもたちの心に「安心」を生んだものと考えられる。多くの操作活動も、経験として蓄えられ、次の学習活動へと活かされていく姿が見られた。

「なるべく少ない回数の測定で」と「発展」の場面では、「これはどうだろう」「これもそうかな」といった、次へ次へと興味を広げていく姿が見られた。複雑な形に挑戦したり、曲線を使って考えたりという態度は、これまでの学習を、味わいながら確かめている姿として目に映る。また、学習したことがここでも使える、こんな場面でも活かされると言う、新たな驚きと大きな自信にもつながっていったものと考えられる。

話し合いの場面では、子どもたちの考えを整理し、特徴を目に見えるように示すことで、「整理して考える」「同じもの考える」「分けて考える」さらには、「統合して見る」といった態度が身についてきた。また、子どもたちの疑問や思いを話し合いの対象にあげ、意見交換の中で価値を与えることで、「素直に思うこと」「ふっと思うこと」「それを表現すること」に大きな価値を感じ、学習意欲の継続も図ることができたものと考えられる。