

# 図形的な構造の把握を軸に一般化の概念形成を図る算数科の学習

－第4学年「形から数へ、数から形へ」の実践より－

松浦 武人

## 1 はじめに

本稿では、図形的な構造の把握を軸に一般化の概念形成を図るための方途として、図形的なとらえと数的なとらえの関連を意識した教材の開発と、その教材を用いての学習指導の在り方を提案する。具体的には、まず、第2節において、一般化の概念を形成する上で大切にしたい点を指摘する。第3節では、第2節で指摘した点を意識して特設した単元の概要と開発した教材、それを扱う授業づくりのポイントを具体的に示す。その際、本年度の本校の研究テーマ「自立に向かう子どもたち～人やものとかかわることを大切に～」との関連（ものとかかわり、自分自身とかかわり、他者とかかわり）も併せて示唆する。第4節では、開発した教材を用いて行った授業後に子どもたち自身がつくった問題を考察し、本実践の評価を行う。

## 2 一般化の概念を形成する上で大切にしたい点

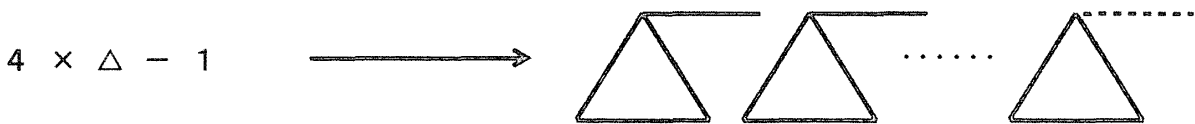
第4学年において、□や△を用いて数量関係の一般化を行う指導は、次の二つの指導過程を踏んで行うことが多い。一つは、数量の関係を表にあらわし、その表を横に見ることによって変化のきまりを見つけたり、縦に見ることによって対応のきまりを見つけたりして、それらの関係を式表示させる方法である。例えば、図のように三角形を色棒で並べて構成していくときの底の辺の数と全



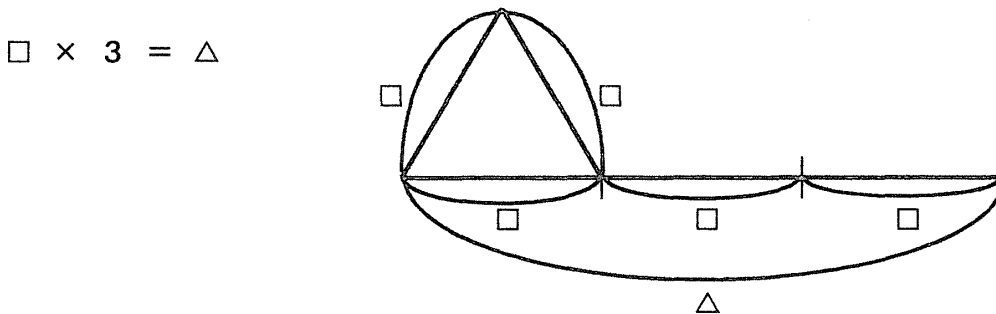
体の辺の数との関係を表にあらわし、底の辺が1本増えるごとに全体は4本ずつ増えていくというきまりや、全体は常に底の辺の数の4倍より1少ないという対応のきまりを見つけさせて、 $\square = 3 + 4 \times (\triangle - 1)$  や、 $\square = 4 \times \triangle - 1$  という式表示（ $\square =$  全体の数、 $\triangle =$  底の数）につなげていくという指導である。もう一つは、対応する関係について、対応する組ごとに具体的な数値で式に表現し、その複数の式を考察し、その共通性から、さらに一般化した式を導く方法である。例えば、正三角形の一辺の長さともわりの長さとの関係を具体的に、 $1\text{ cm} \times 3 = 3\text{ cm}$ 、 $2\text{ cm} \times 3 = 6\text{ cm}$ 、 $3\text{ cm} \times 3 = 9\text{ cm}$ ・・・というように式で表現していき、 $\square \times 3 = \triangle$ （ $\square =$  一辺の長さ、 $\triangle =$  まわりの長さ）という式を導き、さらに、正方形の場合は、 $\square \times 4 = \triangle$  で表現できることから、 $\square \times \bigcirc = \triangle$ （ $\square =$  一辺の長さ、 $\bigcirc =$  辺の数、 $\triangle =$  まわりの長さ）というように、外延を広げていく方法である。

ここで留意しなければならないことは、いずれも、数や式の上で子どもたちがきまりを発見して立式できたことで一般化させることができたと思ってしまう虞があるということである。真に一般化の概念をもたせるためには、次図に示したように、その式の意味を図形的な構造の把握を通して、具体的にイメージ（表現）させる必要があると考える。

【三角形を△こ並べて構成する場合の図的なイメージの例】



【正三角形の一辺の長さ□ cmとのまわりの長さ△ cmのイメージの例】



### 3 特設単元「形から数へ，数から形へ」について

#### (1) 単元設定の意義

本単元は、「日常の事象の中に存在する形や数のリズム（パターン）を見つめ，その関係について追究することを通して，一般化の概念形成を図る」ことをねらいとして特設したものであり，第4学年の指導内容「伴って変わる二つの量」の学習を土台として，その延長線上に展開していくものである。

直観的に図形的なリズムをとらえることができる事象を数的に見つめ直すとき，そこには同時に数の美しいリズムが存在する。また，この数のリズムは，「一般化」という大切な数学的な考えに直結するものでもある。このような形や数のリズムがもつ美しさを感じさせる素材として，「ガードレールの柱」，「図書室の机といす」，「オルガンの鍵盤」など，身近な事物の教材化を図った。

本単元の学習を通して，子どもたちが主体的に数学的な観点から日常の事象を見つめなおし，対象とのかかわり方を広げ，深めていく姿を具現化することを期待している。

#### (2) 育てたい資質・能力

##### ① 形や数のリズムをとらえる力

本単元では，具体的な事例を通して，二つの数量の変化の仕方の特徴や対応関係をとらえる力を育てていく。その際，もともと事象の動きや変化が目に見えるものについては，それを受けてとらえればよいのであるが，静的な事象の中に存在する二つの数量の関係についてとらえる場合は，積極的にその対象にかかわり，自ら一方の数量を変化させて調べていく必要性が生じる。例えば，直観的に図形的なリズムをとらえることができる構造物を数的に見つめ直すときなどである。

本単元では，そのような静的な事象にまで働きかけ，一般化の考えにつながる形や数のリズムの美しさを感じさせたいと考えた。

##### ② 図，表，式を関連づけてとらえる力

本単元の学習を進める中で，子どもたちは様々な表現方法を用いることになる。問題場面を具体的に表現する絵図，個々の数量を簡単に把握することができ，さらにきまりを見つけだすことにもつながる表，簡潔明瞭で一般化にもつながる式，このようなそれぞれの表現方法のよさを感じさせることも大切である。子どもたちがそれぞれの表現方法のよさを実感することができれば，

他の領域や単元の学習においても、それらの表現方法を積極的に活用するであろう。また、これらの表現を関連づけて見る場を多く設定したい。例えば、図や表をもとにして式を考えるだけでなく、式を見つめてその具体的な場面を図で表現したり、表に示された数値の変化を図的にとらえたりする活動などである。このような活動を通して、数理的なものの見方をより一層豊かなものにしていくことができると考えている。

(3) 指導と評価の計画……全4時間

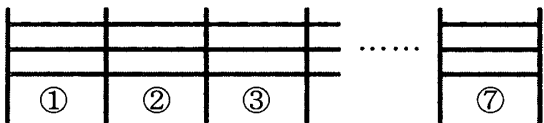
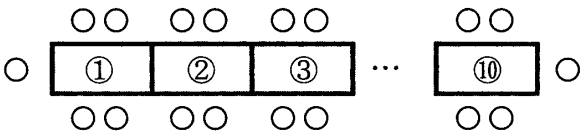
(◎は重点項目)

次(時)	学習内容	主に育てたい学力	評価の観点			
			関	考	表	知
一 (3) 身の回りの形と数	ガードレールの柱の数え方	数や形のリズムへの興味関心	◎	○	○	○
	図書室のいすの数え方	工夫して数える力	○	◎	○	○
	オルガンの鍵盤の数え方	数と形を関連させる観方	○	◎	◎	○
二 (1) 問題づくり	自分のオリジナルな問題づくり	日常の事象に数や形のリズムを見いだそうとする態度	◎	○	○	○

(4) 本單元における授業づくりのポイント

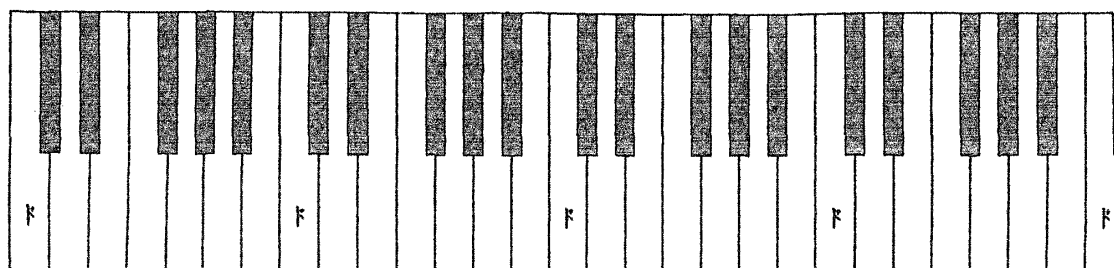
① 日常の事象の教材化 ～ものとのかかわりの視点から～

□や△を用いて、数量関係を一般化していく際の学習素材として、色棒などで正三角形や正方形を構成し、その図形の数と棒の本数の関係を考察するものがよく見られる。文部省の指導書にも、「例えば、正方形の一边の長さとの間の関係を□×4=△と一般的に表したりする場合が考えられる」<sup>1)</sup>と例示されている。これらの基本的な図形の教材は、変量を□や△としてその数量関係を簡潔に式に表現するための素材としては扱いやすいものであるが、子どもたちの日常生活との関連から見た場合、整い過ぎた特殊なモデルであり、一般化の外延を広げる際にも、他の正多角形を対象とする(辺の本数を増やしていく)方法をとることとなり、さらに、極めて特殊な世界での一般化に終始してしまうという虞を感じている。このような思いから、本單元では、子どもたちが日常の生活場面で目にする生の素材を教材化した。次にその具体を示す。

<p>【第1時：柱状ガードレール】</p> <p>問題：縦の柱と柱の間が7の時、柱は全部で何本あるか。</p> 	<p>【第2時：図書室の机といす】</p> <p>問題：机が10この時、いすは何個あるか。(○がいす)</p> 
---	--

【第3時：オルガンの鍵盤】

問題：4オクターブの鍵盤の枚数は何枚か。



これらの教材を用いた学習において、日常生活の中で数理の目を働かせて事物を「観る」ことのおもしろさを自覚することができれば、そこからまた、子ども自身による真の追究活動が展開されるであろう。日常の事象の教材化は、「自己学習力」「自己教育力」につながる数理の目を育てるための手だてとなるであろう。

② 練り上げの観点の提示 ～自分自身とのかかわりの視点から～

自力解決の場においては、多様な考え方を自分自身で練り上げるために、次のようなことばがけを行い、板書した。

○もっと簡単で、分かりやすい方法はないか？（簡潔・明瞭を求めて）

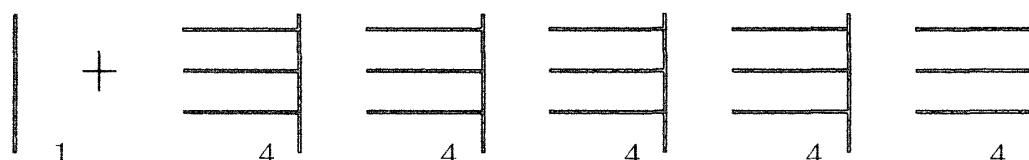
○もっとおもしろい方法はないか？（数学的アイデアを求めて）

○問題場面の数が増えても、使える方法はないか？（一般化を求めて）

開発した問題自体は、本来、いずれも「非収束型のオープンプロセス」<sup>注1)</sup>の問題であるが、練り上げの観点①③を提示することによって、最終的に育てたい「一般化の考え」に向けて、思考の儉約化や構造化、統合化を図る「収束型のオープンプロセス」<sup>注2)</sup>へと子どもたちの思考を導くことにもなる。

③ 数や式を図形的にとらえる発表形態 ～他者とのかかわりの視点から～

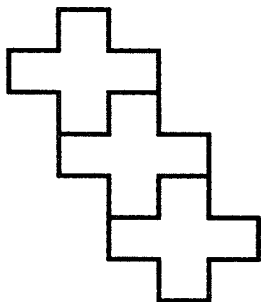
オープンプロセスの問題について、多様な考え方を出し合うときには、一般的に、それぞれの考え方を発表する子どもが、他の子どもたちに理解してもらうことができるように最後まで説明し、他の子どもたちはそれを聞く、という形態が進められることが多い。このような一方通行的な形態では、活発なコミュニケーションは期待できない。本実践では、考え方を最後まで本人が説明するのではなく、まず、式のみを発表させて、その式の意味するもの（図形的な構造の把握）について、説明を聞いている子どもたちが考え、発表する場を設定した。例えば、ある児童が「 $1 + 4 \times 5$ 」という式を発表した時点で、教師が「この式の意味を図で表すことができるかな？」とたずねるのである。こうすることにより、説明を聞いている子どもたちは、式の中の数や演算記号と問題場面の図形に着目して、「1はこの1だろうか？」「4本が5セットあるというのは…」というように、クイズでも解いているかのように積極的に他児童の考え方にかかわっていくのである。そして、他の児童が、図形棒を用いて黒板に次のような図式を構成するのである。



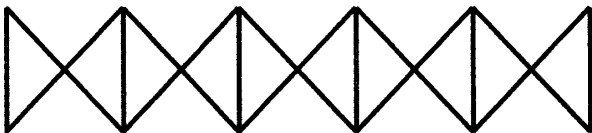
#### 4 形と数に関連づけて観る眼の育ち

前節に示した3つの教材による学習の後、問題づくりの時間を設定した。子どもたちがつくった問題の一例を紹介する。

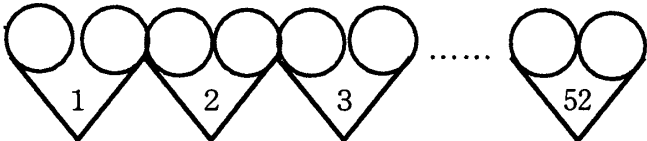
図のように病院マークが  
つながっています。  
このマークが43こつな  
がっているとすると、線は  
何本になるでしょうか？



渡り廊下には、図のような柱があります。  
柱は何本ありますか？

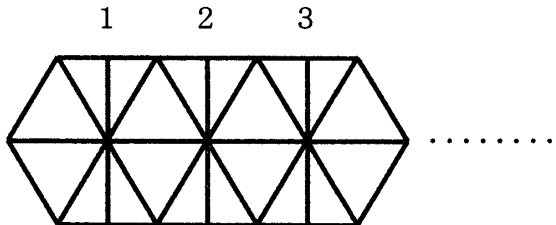


中庭にこんな形のさくが52こ並んでいます。  
円は、何こありますか？



その他、パソコンルームのキーボードの数とキーの数、いすの数とキャスターの数、鉄筋の鍵の数、窓の数と枠の数、本棚の段数と本の数、鉄棒の数と柱の数階段の数と高さ、階数と手すりの柱の数、体育館のさん木遊具の棒の本数、音楽室の楽器置き棚の数、など、37名中35名の児童が、身の回りの形や数のリズムに着目した問題をつくった。一方、右図のように、生活とは直接結びつかない幾何学的な模様を素材にした児童も2名いた。

このような模様が101こつながると、  
三角形は何こあるでしょうか？



このように、教師の手を借りることなく、37名の児童全員が、形と数のリズムに着目したオリジナル問題をつくることができた。算数の学習を基にして、自ら学びを広げ、深めている姿が、ここに映し出されているように思う。

#### 【注及び引用文献】

注1) 2) 手島勝朗氏の分類(手島勝朗著『オープンエンドアプローチの新しい展開』, 明治図書, 1995, pp.9-57)による。

1) 文部省, 『小学校指導書算数編』, 東洋館出版, 1989, p.129

#### 【参考文献】

○佐藤 学, 『「学び」から逃走する子どもたち』, 岩波ブックレットNO.524, 2000, pp.54-62

○日本数学教育学会編, 『算数教育指導用語辞典』, 新数社, 1992, p.20

○岩崎秀樹, 「図的表記の意味と指示」, 平林一栄先生頌寿記念出版会編, 『数学教育学のパーспекティブ』, 聖文社, 1990, pp.108-126

○松浦武人, 「日常の事象に数理を観る眼を育む算数」, 梶田叡一・加藤明編, 『新しい学力観に立つ授業づくり』, 東京書籍, 1995, pp.94-117