自分で決めることを大切にした算数科の学習

川　上　公　範

1．はじめに

本校の研究テーマ「自立に向かう子どもたち」を実現するため，算数科の役割を「主体的な学習者」の育成と考えている。そして，算数科を指導していく上で，教科観を“算数科の学習内容を既成のものと観るのではなく，子どもが創り上げていくもの”という立場を取っている。

これは，内に2つのことを含んでいる。その1つは，子どもは歴史や文化を受け入れるだけの存在ではないということである。現在の社会においては，人が生まれて，ものを「1つ，2つ，……,」と数えることから集合数を，お風呂で「1つ，2つ，……,」と数えることから時間的な順序数を獲得していく初歩的な内容から，スペースシャトルを打ち上げるために用いられる最先端の数学の内容までが，混在している。言わば，この社会の中に人類何千年の歴史・文化が凝縮しているのであるが，子ども達は，それを1つ1つを与えられ，それを受容していくだけの存在ではなく，その1つ1つを創り出していく存在であるということである。もう1つは，1時間1時間の算数の授業は，一人ひとりの子どもの個性を覚醒し伸ばしていく，自己実現・人間形成の過程の1こま1こまであるということだ。

このような教科観に立ち，授業を行っていくために必要となるのが，子ども達一人ひとりが“自分で決める”ということ，そして“集団で決めていく”ということである。子どもが，新しい内容を学習するとき，まずはいろいろな操作活動を（視点を変えたり，分割・統合など）を行い，それについての豊かなイメージや属性を発見する。そして，それらを一括りにした概念に仕立て挙げる。さらに，その概念にラベリング（定義など）を行うのであるが，このラベリングの方法は，本校の教科観に立って行う場合，図や言葉（垂直・平行）と，豊かなイメージや属性の中から自分が一番納得のいくものとを結びつける作業となる。その際，子ども一人ひとりの認知構造が違うので，自分が一番納得のいくものが違ってくる。そのため，クラス40人いれば，40通りの結びつけ方（イメージや属性が40もあればの話であるが）が存在し，収拾のつかない状態になる。これでは，授業として成立しないのであるが，この学習以後，図や用語と出会ったとき，子どもの内面で，それに反応するのは，まさにそのイメージや属性なのであり，それらが他のイメージや属性を芋づる式に思い出させるのである。それは，そのイメージや属性が知的なレベルだけでなく，情意的的なレベルのすべてを通しての感じ取りだからである。この感じ取りがその子の個性を伸長し，人間形成に貢献するのである。これとは反対の場合を考えてみると，操作活動を通して自分の納得のいくイメージや属性を発見したにもかかわらず，教師の方から，算数・数学では昔からこのように決まっていますという提示のし方をするならば，子ども達は算数という教科は，覚え込む教科と感じるだけでなく，子ども達の人間形成は，その時点でストップししてしまうことになる。このように，学習の一段階として，自分の納得のいく定義づけが必要なのである。しかし，これで終わったのでは，学習は，混乱しただけで成立はしない。そのために，第2段階，一人ひとりが納得した定義を出し合い，これまでの学習に沿ったものや一般性を備えたものを吟味する知的な作業が必要となる。この段階を経ることにより，一人ひとりの子どもの定義は，修正されたり，補完されるとともに，よ

り客観性や普遍性を備え，学習としてまとめ上げることができるのである。第1段階がなければ，人間性はストップし，第2段階がなければ，学習として成り立たないのである。今回，この両段階を備えた学習づくりを実践してみた。

以上述べたように，本校の研究テーマ「自立に向かう子ども達」と教科観とは，サブテーマ「自分で決める場」で強くつながれているのである。

2．自分で決める場を設定するために

以上述べたように，算数科の学習においては，「自分で決めること」，また，そのための「場」が大変重要である。しかし，決める場を無作為に設定したり，行き当たりばったりで設定しても効果は期待できない。より大きな効果を上げようと思えば，この場の設定に至るまでにどのような決める場があったのか。そして，今回の決める場においては，どんな手立てがより有効か，そして，それが以後の決める場にどのように有効に働くかということを吟味して設定する必要がある。今回，自分で決める場をより質の高いものにするための手立として考え実践したのが，①操作活動の場の設定と，②コミュニケーションの場の設定の2つである。

3．実践

(1) 4年生；単元「分数」(活動の場の設定)

①この場に至るまでになされてきたこととこの場の概略

子ども達は，これまでに，1年生で，10こ集まればくり上がるという，「くり上がりの原理」を学習してきている。そして，3年生では，小数は整数と表現は違うが，10進法という観点からは，同じ仲間になる，つまり，10進法の観点から統合されること。そして，小数の学習を進めるときに，整数で学習したことが役に立つという経験をしている。一方，整数・小数と分数の関係は，整数と小数の間以上に違ったものに感じられる。しかし，この両者も「くり上がりの原理」という観点から観ると見事に統合される。その結果，小数を学習するときに整数が役に立ったのと同じように，分数を学習するときにも整数や小数で学習したことが役に立つのではないかという予想を立てることができる場を設定した。

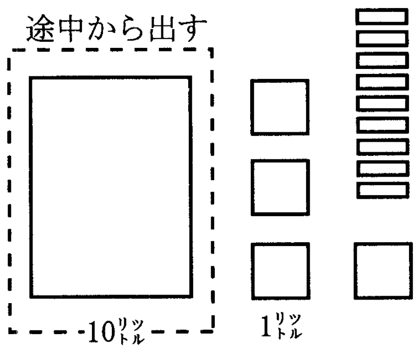
②自分で決める場の工夫

自分で決める場がより効果を上げるためには，設定の仕方に工夫がいる。そのためにの手立てとして，操作活動を取り入れ，分数・小数との共通性に気づく場を設定した。操作活動を取り入れたのは，操作活動をすることにより，子どもたちの目は，表面的なものではなく，その奥にある仕組みに向きやすくなることと，同じ仕組みをもつことに気づくことにより，既習の内容を元に新しい内容を理解していこうとする構えができなすくなると考えたからである。

③自分たちで決める場の様子

子ども達が，整数・小数と分数との共通性（くり上がりの原理）に気づく場をどのように設定し，子ども達がそれぞれの分数をどのように定義したのかということについて説明する。

1時間目に，$\frac{4}{5}+\frac{3}{5}$の計算を通して，答えが$\frac{7}{5}$あるいは，$1\frac{2}{5}$と表せること，仮分数・帯分数・真分数という呼び名を知らせた2時間目に行った。めあては，「仮分数，帯分数，真分数の関係をつかもう」である。まず，下のような升図と色画用紙を長方形に切ったものを使う。その長方形を升図の中に入れ，4つで1 ℓ にあることを調べ，長方形の1こが1/4 ℓ になることを，そして，全体では9こあるので，$\frac{9}{4}\ell$ になること知る。そして，$\frac{1}{4}\ell$ ずつ升図に入れていき，一杯になったところで，「一杯になったけどどうする」と尋ねた。すると子ども達は，「隣の升に移す」と答えた。さらに，空になった升図に$\frac{1}{4}\ell$ を入れ続け一杯になったところで「一杯になったけどどうする」と



尋ねた。すると今度も「隣の升に移す」という答えが返ってきた。結局，$\frac{9}{4}\ell$ は $2\frac{1}{4}\ell$ と同じ量であることを確認することとなるが，操作活動をやっている途中，子ども達から「これ前にやったことがある」という声が出されたので，「いつやったことがあるのか」と聞くと「整数や小数のとき」という返事が返ってきた。それを全員で確認した後，「へえ，分数も整数や小数と同じところがあるんだ」と驚いてみせた。このとき，子ども達の中には，何か新しいことを発見したとか，複雑に絡んでいたものがすっきりしたという表情をした者もいれば，不思議そうにじっと黒板を見つめている者もいた。その後，子ども達が見つけた整数・小数との共通点である「くり上がりの原理」を使って，昨日名前を知った3つの分数を説明をしようというふうに導き，3つの分数の定義を行った。教科書で行われているものと，今回行ったものとの違いを示す。

・教科書でなされている定義

真分数………分子が分母より小さい分数

仮分数………分子が分母に等しいか，分子が分母より大きな分数

帯分数………整数と真分数の和になっている分数

それに対し，**子ども達が気づいた「くり上がりの原理」を基にした定義では，**

真分数………$\frac{1}{4}$が何こあるか「くり上がりの原理」を用いずに表した分数

仮分数………「くり上がりの原理」を用いて表した分数

帯分数………くり上がりまで行かない分数

以上のように，「くり上がりの原理」を用いた定義の仕方をすると，定義する分数の順序も異なってくる。この後，分数のくり上がりを整数・小数のくり上がりとさらに強く結びつけるための支援として，「1 ℓが10こ集まって一杯になったらどうする」「10ℓが10こ集まっていっぱいになったらどうする」という問いかけを行った。この問いかけにより，子ども達は，分数を整理・小数とを強く結びつけて捉えることができたのではないかと考える。

④成　果

このような，自分たちで決める場を設定することにより，以下の2つの成果が見られた。

・自分たちで学習計画を立てることができたこと。

・自分たちの力で整数の場合を参考にして分数の計算を考えることができたこと。

自分達で学習計画を立てられたことについて説明する。先の操作活動により，分数は整数・小数と同じ「くり上がりの原理」をもつことがわかった後，小数について勉強するとき整数について学習したことが役に立ったことを思い出す場を設けた。そして，「この後，分数の学習を自分達だけで進められそうか」と子ども達に尋ねると，「整数・小数のときのことを思い出せばやって行けそうだ」という返事が返ってきた。学習の順序については，くり上がりのないたし算やくり下がりのないひき算を先にやろうとか，たし算をやった後ひき算をやろうとか意見が出たが，算数の苦手な子どもから「たし算，ひき算，たし算，ひき算という順になったら，頭の中がこんがらがってわからんようになる」という発言が出たので，その理由を元に教師のほうから「たし算の後，ひき算をやるということでいいか」と尋ねると，反対していた者も納得し，その結果，たし算をやった後ひき

算をすることになった。

次に，自分達の整数の場合を参考にして分数の計算を考えることができたことについて説明する。以上の4つの学習計画を立て，その順に学習を進めていったが，それぞれの学習の流れは，すべて同じである。①整数のときの計算パターンにはどのようなものがあったか思い出す。②それに対応する分数の式を考える。③パターンに該当するものを全員の中から1つ挙げさせ，それを代表式とする。④出された式を見渡し，すべてやる必要があるかどうかを吟味する。子ども達の意見をまとめた結果「入れ替えると同じパターになるもの」「両方に分数部分がないもの（片方にあるものは良）「くり上がりのないもの」「既にやったもの」は必要ないということになった。⑤代表式を解き，答え合わせをする。⑥最後に，自分が考えた式を解くという流れになる。整数のときどんなパターンがあったかについては，（何）＋（何）から始まり，（何＋何）＋（何＋何）まで9パターン11種類が出されたが，紙面の都合上，子ども達が吟味の末，考えてみる必要があると判断したもののみを載せる。

どんなパターンがあったか	整数の式	分数の式
（何）　＋（何＋何）	8＋36	$\frac{7}{8}+2\frac{5}{8}$
（何＋）　＋（何＋何）	50＋63	$8+6\frac{3}{4}$
（何＋何）＋（何＋何）	38＋24	$3\frac{3}{4}+2\frac{3}{5}$
	82＋31	$7\frac{3}{5}+4\frac{1}{5}$
	98＋23	$9\frac{4}{6}+3\frac{5}{6}$

⑤ふり返り

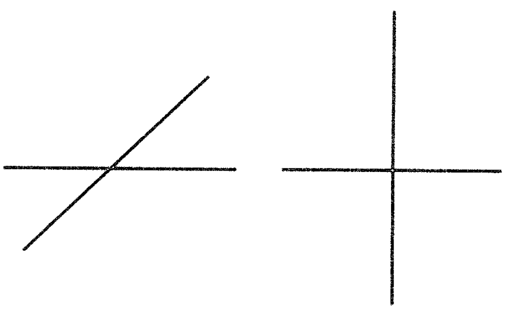
分数の学習は、帯分数のたし算ひき算以外にも「大きさの同じ分数」「分数と整数・小数の共通点と相違点」についても行った。そのなかで、子ども達が自分達の手で、計画を立て、学習を進めていったのは、4つの計算場面だけであったが、子ども達に任せることにより、子ども達にやる気が見られ、理解も深まったように思う。また、計算技能についても、該当する式にはどのようなものがあるのかということを自覚をもって調べ、それらを見渡し吟味する態度が身についたものと思われる。この態度は、主体的な学習者として必要だと考える。以上のことから、自分で決める場の手立として操作活動を設定したことは有効であったと考える。

(2) 4年生単元「四角形」

①自分決める場の説明

教科書に載っている道路が垂直に交差した図とそうでない図とを直線の交わり方として捉え直した後、子ども達に左に示す2本の直線の交わり方をどのように表したらいいか尋ねた。子ども達は、①と②の2本の直線の交わり方を次のように表した。

①　　②



①について

ｱ) ななめに交わっている

ｲ) バッテンに交わっている。

ｳ) 向かい合う角が同じになるように交わっている

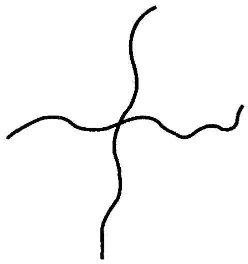
ｴ) 直角に交わっていない

②について

ｵ) まっすぐに交わっている。

ｶ) 4つの角が直角になるように交わっている

子ども達に、この中でどの表し方が、違いをよく表していて、すっきり（的確）しているかと尋ねた。すると、ア）とイ）は、②を動かしたら（回転させたら）、斜めあるいは、バッテンになって同じになるからだめ。ウ）は、②の方も同じように向かい合う角がお同じになっているからだめ、ということになり、①の方の交わり方は、あっさりエ）直角に交わっていないに決定した。そこで、②の方へ移ったが、①の方が直角ということを元に捉えていたので、当然②も直角を元にして捉えるだろうと思われが、実際は、オ）まっすぐに交わっているという方にほとんどの子が賛成する状態であった。そこで、教師の方から「では、まっすぐでない交わり方とは、どんな交わり方かな」と尋ねた。すると、左に示す交わり方を板書した。それに対して今度もほとんどの子どもが賛成をした。どのように子ども達の考えに切り込みをかけようかと考えているとき、ある子がそれは、まっすぐでない交わり方ではなく、まっすぐでない線の交わり方であると発言した。この意見の後、ほとんどの子ども達が、まっすぐでない交わり方と、まっすぐでない線の交わり方とは違うことを理解した。それでようやく、②の交わり方は、４つすべての角が直角になるように交わっているという表し方に落ち着いた。



②成　果

この学習の後、単元「直方体と立方体」の学習へと進んだときのことである。直方体（長方形でできている）と立方体の性質について調べさせた後、側面は長方形であるが底面は正方形の形をどちらの仲間に入れたらよいかと子ども達に尋ねた。すると、子ども達は、立方体はすべての面が同じ大きさ、同じ形の正方形でできているので、長方体の仲間とすることに決めた。これは、「垂直と平行」のこの決める場で垂直に交わる場合とそうでない場合とを比べさせたとき、子どもたちは、「４つのすべての角」がというよりも、「まっすぐ」という言葉にこだわったが、この決める場を経ることにより、すべての○○が揃うこうが特殊な場合であり、算数・数学の対象のなるものであることが習得出たと考えられる。さらに、自分で定義をする際、子ども達の発表を聞いていると、双方の違いがより表されて、イメージしやすいかという視点で定義の内容を選択していることがわかった。それもこの決める場の成果だと考えられる。

③ふり返り

子ども達は、最初②の交わり方を「まっすぐに交わっている」と表したが、その後の話合いの段階での子ども達の発表を聞いていると、じれったくはっきりしないが、子ども達は内面では、正しい感じ取り方をしていることがわかった。問題は、それをどう表すかということであった。じれったくはっきりしなかったのは、子ども達が一生懸命に自分の語彙の中から適切な言葉を探そうとしながら悩んでいる姿だった。その混沌とした状況からより算数・数学的な言葉へと導いたのは、子ども同士や教師をも含めたコミュニケーションであった。このように考えると、自分達で決めるための手立てとして、コミュニケーションの場は有効であったと考えられる。