

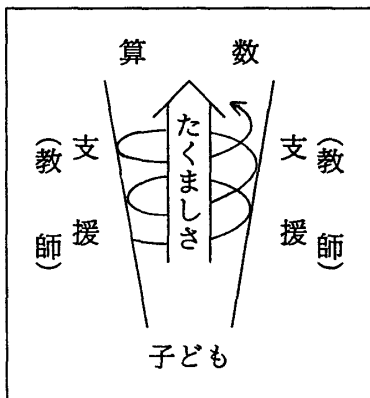
たくましさを育てる算数学習

—第3学年 かけ算の指導を通して—

川上公範

1. はじめに (新しい学習観について)

算数科の内容は、非常に強い系統性を持っている。そこで教師は、授業をするために一生懸命に教材研究をして系統性を調べる。そして、子ども達にステップごとに問題を与える。それに対して子ども達は、その与えられた問題を一生懸命に解く。その過程で子ども達に数学的な考え方や技能が身につくという授業になる。算数科においては、このような授業に陥りやすいのではないであろうか。しかし、これでは教師がいくらいい問題を子ども達に与え、その結果、子ども達に数学的な考え方や技能が身についたとしても『与えられたものをやる』という受け身的な態度が形成され続けるものと思われる。



そこで今回、子ども達が、教師の支援のもと『自分達で学習を切り開き、算数を創りあげていく』という態度で、学習に取り組むことのできる実践を試みた。この実践をするためには、教師の立場(既成)からの系統性に着目するのではなく、学習を切り開いていこうとする子どもの立場(内面)からの系統性に着目する必要がある。このような学習を積み重ねることにより、子ども達に『生きる力=たくましさ』が身についていくのではないかと考える。

2. 学習を切り開いていくための観点

では、どうやって学習を切り開き、算数を創り上げていくのかと言うと、今回取り上げた方法は、拡張である。3年生のかけ算では、2年生の『九九』(1けた) × (1けた) を出発点として、(3けた) × (2けた) まで拡張を行う。拡張には、意味の拡張と範囲の拡張とがあるが、ここでは範囲の拡張である。拡張の過程は、大きく分けて被乗数の拡張(かけ算I)と乗数の拡張(かけ算II)に分けられる。

被乗数を拡張するにしても、乗数を拡張するにしても『かけ算を広げよう』というめあての下、自分達の手で一步一步範囲を広げていく子ども達の心理状態は、不安と期待の混じったものであろう。知的好奇心をくすぐるとともに、自分を信じて未知の世界に挑んでいくことによる自尊心も呼び覚まされるものとする。このように拡張の観点を基にした学習は、自分達で学習を切り開いていくという態度面だけでなく、子ども達の内面までを育てる人間教育へとつながるものである。

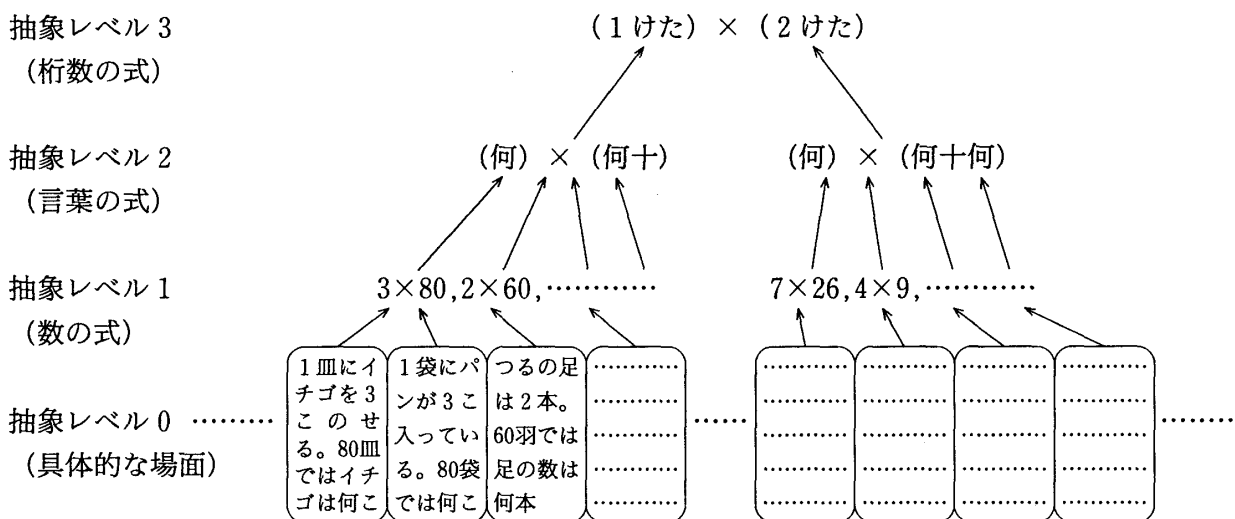
3. 拡張のやり方とねらい

	被乗数の拡張 (かけ算I)	乗数の拡張 (かけ算II)
拡張のさせ方	・数を少しずつ大きくしていく実感のともなった拡張	・取り組もうとする範囲を見渡し、吟味して拡張する方法
ねらい	・数学的な法則 ・数の見方(内包的, 外延的) ・筆算の意味	・数学的な法則 ・式の抽象化理解 ・筆算の意味
認識のされ方	・帰納的	・演繹的

先で述べたように、3年生のかけ算の拡張には、被乗数の拡張(かけ算I)と乗数の拡張(かけ算II)があるが、両者とも同じ拡張ではあるが、拡張のさせ方もねらいも異なっている。それを表にまとめ、その後でくわしく述べることにする。

(2) 乗数の拡張 (かけ算II)

乗数の拡張で用いる方法は、まずはパターン {例 (3けた) × (2けた) [抽象レベル3]} に該当する言葉の式 {例 (何百何十何) × (何十何) [抽象レベル2]}、さらには数の式 {例 897×23 [抽象レベル1]} を考える。次に、いくつかある言葉の式に該当する数の式のすべてについて解決方法を考える必要があるかどうか吟味をする。そして、考える必要があると判断したもののみ解決策を考えるというものである。この方法は、被乗数の拡張が帰納的に行われるのに対して、演繹的に行われる。子ども達がこの方法を理解できるかどうかは、下図で示すような3段階の式の抽象化を理解できるかどうかにかかっている。



乗数の拡張の流れ

4. 拡張を支えるものとその成果

当然のことであるが、子ども達だけに任せて拡張が行えるものではない。そこには、教師の支援としてのなんらかの場の設定が必要である。そこで今回、かけ算IIにおいて、「出発点となる場」、「扱う範囲の身渡しと吟味の場」、「算数の内容を既成のものとは見ない態度」、「学習課題を連続させる場」の設定を支援として設定した。

(1) 「出発点となる場」の設定

「出発点となる場」というのは、単元の導入段階で提示する具体的な場面のことである。この問題を解決するために考え出されたアイデアが基になって、その後のかけ算が拡張されていく。この場が具体的であるので、子ども達は抽象化された式を具体的なイメージを伴って理解できるのである。また、この場を別の言い方をすれば、かけ算を拡張しているときに、行き詰まって困ったときには、いつでも戻って基になっていた考えを確かめることができる場でもある。この困ったときにはいつでも戻ることができる場は、拡張によって算数を築き上げて行く上で大変重要である。今回の出発点とした場面設定を示す。

給食室の先生がからあげを1人に3こ出そうと思います。3年2組のボールの中に何こからあげをいれればよいでしょうか

どうしてこのような場にしたらかという、その理由は、子ども達の解決策の中に見出せる。

① $3 \times 5 \times 8$
1班の人数 班の数

② $3 \times 10 \times 4$
1号車の人数 号車の数

$$\textcircled{3} \quad \begin{array}{r} 3 \times 4 \times 10 \\ \text{グループの人数} \quad \text{グループの数} \end{array}$$

$$\textcircled{4} \quad \begin{array}{r} 3 \times 4 \times 10 \\ \times 10 \text{を作るための工夫} \end{array}$$

$$\textcircled{5} \quad \begin{array}{r} 40 \times 3 \\ \text{交換法則} \end{array}$$

①, ②, ③の考え方からもわかるように, 子ども達の思考は, その場面, ここでは教室であるがその構造(1つの班が5人構成である。2人が並び5列で1号車を構成。号車が4つある。)に束縛される。この束縛には, 良い面と悪い面があるが, ③の何人分かのからあげのこ数を調べそれを10倍すればよいというイメージは以後のかけ算の拡張に生きて働くものである。生きて働いた場面を示す。

けた数の式(3けた)×(2けた), 言葉の式(何百何十何)×(何十), 数の式 391×80 の計算を考えていたとき, 子ども達はその解決方法として, $391 \times 8 \times 10$ という式を立て, 以下の説明をした。「この式の意味(具体的な場面は示さず式のみで考えていた)は, 1人分のからあげが391こで, その80人分を出すということです。だからK君のやり方で8人分のからあげのこ数を調べてそれを10倍すればよいと考えました」と。

また, この出発点となる場の設定は, 筆算のやり方までに効果をもたらした。それは, けた数の式(2けた)×(2けた)の4つのパターンの1つ, 83×27 の筆算のやり方を考えた後のことである。これもパターンの1つである, 74×80 も筆算できること(本来筆算は必要ないが)を経験させるために行ったのであるが, 何人もの子どもが, 筆算の書き方を左に示すようにしていた。その理由を尋ねると「8分を求めて10倍すればいい」と答えた。これは, 出発点となる場が生きていることを示している。つまり, この子達は, 「1人分74このからあげの80人分を出すには, まず8人分のこ数を調べ, それを10倍すればよい」と考えたのであろう。その説明を聞いてからわがクラスでは, その後筆算のやり方についていろいろな工夫が見られた。

$\begin{array}{r} 74 \\ \times 80 \\ \hline 5920 \end{array}$	$\begin{array}{r} 391 \\ \times 60 \\ \hline 23460 \end{array}$	$\begin{array}{r} 500 \\ \times 39 \\ \hline 19500 \end{array}$
---	---	---

(2) 扱う範囲を見渡し吟味する場の設定

従来の学習観では, 子ども達が計算技能を身につける場合, 最も一般的なパターンを授業で取り上げ, それを一般型とし, それを基にして筆算を導入し, その他のパターンは特殊なものとし見なし取り上げられることはなかった。その代わりに, それらはよく練られた問題(教科書の練習問題やドリルなど)をやっていけば知らず知らずのうちに身につけていくと考えその問題をやらせていた。しかし, これでは子ども達が「自分達で学習を切り開き, 算数を創り出していく」というたくましさは育たないとする。そこで今回, 扱う範囲を見渡し吟味する場を設定した。具体的な場面で説明する。(1けた)(2けた)の学習の後, (2けた)×(2けた)の学習へと進む。この(2けた)×(2けた)の「けた数の式」に該当する「言葉の式」と「数の式」を子ども達に考えさせる。

言葉の式	数の式
① (何十) × (何十)	× 30×50
② (何十) × (何十何)	× 40×63
③ (何十何) × (何十)	× 74×80
④ (何十何) × (何十何)	○ 83×27

(2けた)×(2けた)には, 以上の4つのパターンがある。言い換えると, この4つのパターンを解決すれば(2けた)×(2けた)の計算をすべて解決したことになる。この式を見つけ出す場

が「扱う範囲を見渡す場」である。そして、4つのパターンをみても、①、②、③は、これまでの学習で解決できるものであり、新たに解決方法を模索しなければならないものは、④のみであることがわかる。子ども達に尋ねてみても同じ結果となったが、これが吟味の場である。その後の学習の流れは、①、②、③の式をこれまでのやり方で解き、その後④の解決方法の模索へと移る。

学習というものは、それまでの学習となんらかのつながりを持っているものであるが、拡張という方法により内容を広げていく場合は、それまでの学習とつながりがあるというだけでなく、新しい内容の大部分がそれまでの方法によって解決されるのである。

(3) 算数の内容を既成のものに見ない態度 (筆算の場合)

かけ算に限らず、筆算を扱う価値は、アルゴリズムにあるのではなく、筆算とは子ども達の考えをまとめて整理したものとして観ること、そして全体を分割しそれを集計して全体を求めるといった算数的な手法にある。この筆算を子ども達の考えをまとめて整理したものとして観るということは、算数の内容を外部から与え身につけさせるのではなく、子どもの内部から現れたものを算数としてまとめ上げることである。さらに 87×27 をもとに具体的に説明をしていく。この計算の意味は、87が27にあるということであるが、子ども達は27を20と7に別けて計算し、それを合計する方法を考える。

$$\begin{array}{r} 83 \times 20 = 1660 \\ 83 \times 7 = 581 \end{array}$$

$$\text{合計} \quad 2241$$

これを形式にまとめたものが筆算であるが、この手法は子ども達の未熟なアイデアではなく、数学の分配法則そのものであることは周知のことである。

$$83 \times 27 = 83 \times (20 + 7) = 83 \times 20 + 83 \times 7$$

このような数を扱っての具体的な理解の後、次に示す文字を使っての抽象理解となるわけである。

$$a \times (b + c) = a b + a c$$

また、この計算の解決策として、83と27の両方を別けて、 80×20 、 80×7 、 3×20 、 3×7 の4つに別けて合計する方法を考える子どもが必ずいるが、これを文字を使って表すと、

$$(a + b)(c + d) = a c + a d + b c + b d$$

となる。この考え方は、筆算にまとめる方法としては、効率はよくないが、抽象的で一般化された数学の内容を理解するための基礎体験としては大変重要なことがわかる。最近、算数から数学へ進む段階で困難を感じる子どもが多いと聞かすが、小学校教師のほうが、時間数の関係か、それとも算数とは効率を求める教科だというふうに誤解して、このような基礎体験を省いていることに原因があるのではないかと考える。新しい学習指導要領において、算数的な活動という言葉が使われているが、それはこのような子どもの発想を基にした基礎体験を豊富に積むということではないかと考える。

さらに、全体を分割して計算し、それを合計して求めるといった算数的手法は、かけ算に限らず、わり算や面積(多角形の求積)の学習においても子ども達が考え出してくるものである。ということは、この手法は子ども達の発達段階に根ざしたものだと考えられる。知識を詰めこむことよりも子ども達の認識の発達を促していくほうが大切なことだと考える。以上の述べたことからわかるように、筆算を扱う理由は、アルゴリズムではなく、子ども達の考えを整理したものとして観ること、さらに分割・集計の手法にあると考えるのである。

(4) 学習課題を連続させていく場の設定

かけ算Iでは、かけられる数を少しずつ大きくしていく実感を大切にして拡張を行ったが、かけ算IIでは、扱おうとする範囲の身渡しと吟味をする態度を大切にした拡張であった。このように両

者は同じ拡張でありながら、ねらいとするものがずいぶんと違っている。それ故、両者をつなぐかけ橋となる場が必要である。今回は、そのジョイント部分として、かけ算IIの導入段階にオリエンテーションとして1時間を設定した。その内容は、かけ算Iで行った拡張の振り返りである。その

(1けた) × (1けた)	手順は、まず数の式レベルで拡張の流れを思い出させる。そして、その
(2けた) × (1けた)	数の式に該当する言葉の式やけた数の式を対応させていく。それに
(3けた) × (1けた)	よりかけ算Iの拡張は、左のようにけた数の式にまとめられる。その後、振り返りとして今までのような数の見方をして行けば、かけられる数がいくら大きくなっても計算を行って行けることができることを確認する。そして、これから
かけ算Iのまとめ	後、振り返りとして今までのような数の見方をして行けば、かけられる
(1けた) × (2けた)	どのようかけ算を広げていくかと子ども達に投げかけた。すると、
(2けた) × (2けた)	子ども達は今度はかける数を2けた、3けたにしていけばいいと答えた。そこで、先程のかけ算Iのけた数の式に対応させて左のような
(3けた) × (2けた)	かけ算IIの学習課題
かけ算IIの学習課題	学習課題を設定した。

5. おわりに (実践の振り返り)

「九九」を出発点として、(3けた) × (2けた) までかけ算を拡張したのであるが、この拡張の仕方が理解されているかどうか、評価の意味も込めて(3けた) × (2けた) には、どんな言葉の式や数の式があるだろうと子ども達に投げかけた。すると子ども達は以下の式をそれぞれ考え出してきた。

言葉の式	数の式
・(何百何十何) × (何十)	× 3 9 2 × 5 0
・(何百何十) × (何十)	× 5 3 0 × 4 0
・(何百何) × (何十)	× 3 0 4 × 6 0
・(何百) × (何十)	× 5 0 0 × 2 0
・(何百何十何) × (何十何)	○ 9 9 9 × 9 9
・(何百何十) × (何十何)	× 5 5 0 × 3 5
・(何百何) × (何十何)	× 5 0 5 × 1 4
・(何百) × (何十何)	× 5 0 0 × 3 9

さらにこの数の式の中で、今までのやり方でできるものはないかと尋ねると、999×99以外は、すべてできると答えた。しかし、今までのやり方でできると判断した式を1つ1つやっていったのであるが、計算の正確さやかかる時間にかかなりのばらつきが見られた。中には、どうやってよいのか教師の支援がないとわからない者もいたが、その子どもに本当に今までのやり方でできると思ったのかと尋ねてみるとそう思ったということである。その子は、その場の雰囲気ですう思ったとも考えられるが、直観あるいはセンスというものが育ってきているのではないかと思う。

また、出発点として場の設定を行ったが、最終段階(3けた) × (2けた) までからあげの問題に置き換えて考えていたことや、筆算の工夫を行ったことを考えると意義があったと考える。筆算とは、極端な言い方をすれば、統一された形式を皆が守ってやるというのではなく、一人一人が自分で理解しやすいように工夫すればいいものであると考えるが、子ども達は自分達で考え出した方法を基にそれが少しずつ行えるようになったと考えられる。

そして、何よりも重要なことは、与えられた問題を解いているうちに知らず知らずのうちに知識や技能が身についていくというのではなく、主体的・意識的に自分達の力で拡張を行い算数を築き上げていく経験をしたことだと考える。