子ども達が広め作り出す算数科の学習

―第3学年「かけ算」Ⅰ・Ⅱの学習を通して―

川　上　公　範

1　はじめに

今回の中教審の答申で，「生きる力」が強く打ち出されている。飽食の時代，少子の時代において，子ども達は能動的に他の人や物に働きかける必要がないように思える。今は，我慢をしなくても，知恵を出して工夫しなくても欲求を満足させられる時代なのである。さらに困ったことは，子どもが欲しなくても与えられることが多いことだ。このような実態からは，当然のことながら子ども達に真の喜び（苦労して「生きる喜び」「人生のめあて」「社会的有能感」などを勝ち取る）は生まれにくく，刹那の喜びを追い求めることになりがちである。子ども達が置かれているこのような状況から今回の答申が出されたのであろう。

本校においても，研究テーマを「自立に向かう子どもたち」，副題を「自分で決める場を大切に」とし，生きる力を備えた，言い換えると「たくましさ」を備えた子どもを育てることに取り組み始めた。算数科においては，「生きる力＝たくましさ」を備えた子ども像を，問題に気づき，対象に働きかけ，解決し活用していく姿と捉えている。

2　算数科において「たくましさ」をどのように身に付けさせるか

それでは，算数科において，子ども達に「生きる力＝たくましさ」を身に付けさせるための指導は，どうあればよいのだろうか。それは，1単位時間の授業を構成するレベル・単元を構成するレベル・もっとマクロ的に教科観を通じて，可能な限り子ども達の手に委ねる部分を多くすることだと考える。ここで委ねるとは，放任の意味ではなく，子ども達の手で学習を進め，内容を築き上げていかせることを指している。

今回，子ども達に「生きる力＝たくましさ」を身に付けさせる1つの方法（単元構成レベル）を，3年生「かけ算」の単元で実践した。ここでは，「生きる力＝たくましさ」の具体的な姿は，2年生で学習した「九九」を基にして，かけ算の範囲を子ども達の手で拡張していくという姿に現れる。今回の単元構成のやり方をこれまでの構成のし方と比較しながら説明する。これまでの単元の構成のやり方は，図1のように学習を可能ならしめる考えをまとめて先に指導しておき，その後，学習内容を順序よく並べていくものである。

単　元		単　元		単　元	
支えとなる考え	学習内容	支えとなる考え	学習内容	支えとなる考え	学習内容

図1

このやり方では，その後の学習を進めて行く上で支えとなる考えをまとめて指導するので時間を節約できるかもしれないが，本来の算数・数学的な態度（問題解決を通して，子ども達が数学的な考えを獲得する）が育成されにくい。また，この支えとなる考えは，実は認識の発達（今回は⑩，(100)の内包的見方）によるものが多い。従来のやり方は，認識の発達は促すものではなく教え込むとい

う色彩が強く納得しがたいところがある。この認識の発達こそ人間の文明をここまで発展させ，これからもさらに発展させていく土台であり,大事に考えていかなければならないことだからである。このような従来のやり方に対し，今回単元の構成を図２のように考えた。かけ算の範囲を拡張するという一貫しためあての元に，一歩一歩かけ算を拡張していくのである。

かけ算の範囲を拡張するという一貫しためあて

支えの考え	学習内容	支えの考え	学習内容	支えの考え	学習内容	支えの考え	学習内容	支えの考え	学習内容

図２

それぞれの問題解決過程で必要とされる考えは，それぞれの過程で子ども達が獲得していく。このようにすれば，課題解決と支えとなる考えとがより密接に関わることになるので，認識の発達も可能になりやすいと思われる。

今回の試みを可能にする大事なことがもう１つある。それは，ふり返りである。ふり返ることにより，子ども達が獲得した考えのよさ・限界が見えてくる。また，自分たちが行った拡張をふり返ることにより子ども達は，自信と次なる課題をつかむことができるのである。

3　実　践　Ｉ（かけ算Ｉ）

(1)　指導計画とふり返りによる認識の発達・思い

学習課題	子どもが獲得する数学的な考え	ふり返りによる認識の発達・思い
０の段のかけ算 ５×０	• 累加（０×ａ） • 累加（ａ×０）	• 積が０になることから０のかけ算の不思議さ
10の段のかけ算 ４×10 10×４	• 累加　４×10＝４×９＋４ • 交換　４×10＝10×４ • 分配　４×10＝４×６＋４×４ （乗数）	• 表記面から10のかけ算の簡単さ • アレイ図のブロック化（２分化）
12の段のかけ算 12×４	• 累加　12×４＝12＋12＋12＋12 • 交換累加　12×４＝４×12＝４×10＋４＋４ • 分配　12×４＝７×４＋５×４ • 交換結合　12×４＝４×12＝４×２×６ • 内包的見方　⑩　①	• 式から操作の大変さをイメージする（限界） • アレイ図のブロック化（２分化） • アレイ図のブロック化（数等分化） • 外延的見方から内包的見方へ
14の段のかけ算 14×４	• 筆算	• 筆算の意味（アルゴリズムではなく子ども達の考えを整理したもの）
32の段のかけ算 32×4	• 内包的見方による乗法操作 ⑩の数　３×４＝12 ①の数　２×４＝８	• かけ算の範囲が99まで拡張される • 内包的見方のよさ
311の段のかけ算 311×４	• ２けたのかけ算を基に自主的に解決方法を考える態度 • 内包的見方　100　⑩　①①	• かけ算の範囲999まで拡張される

(2) 学習過程

学習活動	指導・支援活動	認識の発達・思い
1　前時想起	1．◎0のかけ算，10のかけ算をふり返ることにより，かけ算が拡張されたことを確かめさせる。 •ふり返りをやりやすいようかけ算表を提示する	•0のかけ算の不思議さ •10のかけ算の便利さ・簡単さ
2　課題把握	$\boxed{\text{10より大きな数のかけ算のやり方を考えよう}}$	•自分たちの手で拡張していく不安と期待
3　場面設定	3．何の段のかけ算をするか子ども達に投げかける。乗数は繰り上がりがないよう教師が決める。 12×4	
4　見通し	4．結果の見通しが立てやすいように，各段乗数4の所を追う •40よりも大きくなりそうだ	iiiアレイ図のブロック化（2分化） ivアレイ図のブロック化（数当分，かけ算のかけ算） v外延的見方から内包的見方への発達
5　自力解決	i 累加 12×4＝12＋12＋12＋12 ii 交換累加 12×4＝4×12＝4×10＋4＋4 iii 分配法則 12×4＝6×4＋6×4 iv 結合法則 12×4＝4×12＝4×2×6 v 内包的見方 ⑩　①① ◎縦12段，横4列のアレイ図を配付する	
6　共同解決	乗数・被乗数が大きくなっても使えそうな方法を考える	•式から操作の大変さがイメージできる（念頭操作）
7　定着問題	•12×2　•12×3　•13×3　•14×2(繰り上がりなし)	
8　ふり返り	それぞれの考えのすばらしさをふり返る	
9　次時予告	12，13，14の段の空いている所を調べよう	

(3) ふり返り

今回の実践を子ども達はどう受け止めているのか単元終了後に行ったふり返りを載せる。

> 2年生のとき，1×9から9×9までだったのに，こんなにかけ算が広がるとは思いませんでした。もっともっと広げてみたいです。

> かけ算は，すごいんだなあと思いました。なぜかというと999×9まで広がったからです。僕は，もっと広がるんじゃないかと思いました。

> 999×9の3けたまで広げていったとき，こんな計算できるのかなと思いどきどきしながら説明や友達のアイデアを聞いていたらすごくかんたんでした。

> 999の段までできたので，もう何の段でもできるなあと思いました。100のたば，10のたば，1のばらに分けて計算するとみやすかったです。

今は999×９までしか広がっていないけれど，今度は99999×９などいろいろな問題をみんなで考えていきたいです。それまで先生は楽しみにしていてください。

4　かけ算Ⅱ（２桁のかけ算）の実践

(1)　かけ算Ⅰとのつながり

前章でのべたように，（２桁，３桁）×（１桁）の計算は，数の認識の深まりや数学的な考え方によって理解され，範囲が拡張される。それに対して，（２桁，３桁）×（２桁）の計算では，累加の法則により理解され拡張される。したがって拡張の範囲は，右図３のように前者のかけ算が縦拡張となり，後者のかけ算が横拡張になる。

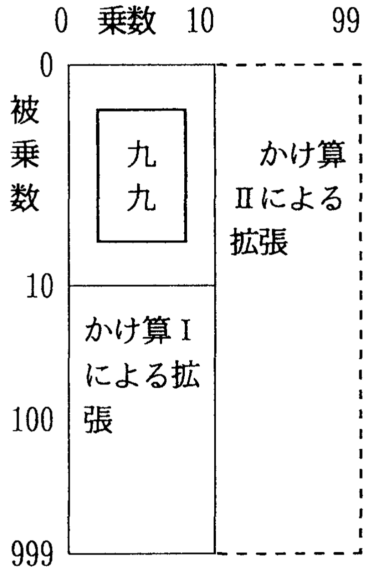

図３

(2)　この単元の指導で考察したこと

①　筆算の意味（アルゴリズムから構成主義へ）

以前の紀要（平成６年度）において少し触れたが，筆算の意味はアルゴリズム（形式的な操作をくり返すことによって答えを求めていく仕組み）ではなく，子ども達の考えをまとめ・整理したものである。そのように考えると，かけ算の配列を変える必要がある。下の表からもわかるように教科書の配列の根本にあるのは，「一般から特殊へ」という原則である。そのためまず筆算の一般型から入り，その後で空位のある筆算へと進む。それに対し，筆算を子どもの考えをまとめ・整理したものと考える立場からすると，筆算の不必要な段階で導入するのは納得のいかないところである。あくまで筆算の必要感に裏打ちされた導入でないと，筆算のよさが味わえないだけでなく，子ども達が自ら拡張していくという意識も育たないと思われる。

	教科書の配列	今回変更した配列
かけ算の配列	4×30	3×40
	40×30	15×40
	23×12	50×70
	35×70	300×50
	123×32　筆算	45×43
	508×40	300×53
	200×70	435×12　筆算

表１

②　操作の発達について（思考の重層化）

３×40を考えるとき，３×10×４あるいは３×４×10とし，×10を作るよさを味わうのであるが，３×４×10の式にも理解の仕方（次元）がいろいろある。例えば，今回設定した場面は，給食時に出されるシュウマイの全員分の個数を求めるものであるが，子ども達は，身近なもの（号車；２列で10人，班単位：５人組）を基に考える。これは具体的レベルである。次に，教科書が扱っているシール（アレイ図に近く半具体的である）では，すでに10列３段に並べられた挿し絵が提示されて

いるため，自然と $3\times4\times10$ は出てくる。これは半具体的レベルと言えるだろう。さらに，具体的レベルでもなく，半具体的なレベルでもない，完全に式を形式操作するレベルがある。これは，40を 4×10 と見る考え方で，抽象的なレベルである。このようにする子ども達は確かにいる。彼らは，×10にすると計算が楽であるから意図的にやっているというよりも，数の認識の発達の応用化それともブロックの数等分化から考え出したと思われる。これらが，式をどのレベルで理解するかという思考の重層化ということである。この3つのレベルは，ばらばらに存在するのではなく，下図のように認識の発達の系統を成すものと思われる。

具体的レベル	→	半具体的レベル	→	抽象化レベル
• 身の回りのものを頼りに考え出す		• 10列×段という並べ方をする。		• ×10の便利さを生かすために意図的に×10を作る式操作をする

今回，これらのレベルから具体的レベルを選んだ理由は，×40の意味（累加）を基に，40人分は，4人分や5人分，さらに10人分を基にすれば求められるという数学的な態度を身に付けさせたかったからである。また，×10のよさは，子ども達のやり取りの中から気付いてくれるものと考えた。

③　桁数をどこまで広げればよいかについて

かけ算Ⅰにおいて，かけ算は九九から0のかけ算・10のかけ算へと，さらには（2桁，3桁）×1桁へと拡張された。それを受け，かけ算Ⅱにおいては，（2桁，3桁）×（2桁）へと拡張される。ここで問題になるのが，乗数，被乗数の桁数をどこまで扱えばよいかということである。指導要領にどのように載っているかは別として，原則として，子ども達が「同じ考え方でやれば，桁数が何桁になってもやっていける」と感じるまでであろう。しかし，そんな時間的なゆとりはないのが現状である。その解決策としては，数の認識の発達を基に子ども達が自ら学習を進めていくとき，原理（仕組み）に焦点が当たるように工夫したり，さらには節目には自分たちが築いてきた学習をふり返り，そこに一貫した原理を発見する場を設けることである。そうすることによって子ども達は，発見した原理を基にさらなる発展への可能性と自信とを持つことができる。

また，この姿勢は，数学における関数や情報処理の考えへと発展する大事な態度であると思われる。

(3)　学習過程

学習活動	指導・支援活動	認識の発達・思い
1　場面設定 立式	今日，給食でシュウマイがでます。1人に3こずつだそうです。3年1組のホールには何こ入っているでしょうか。	• 1単位3こ 教師入れて10人
	立式　3×40 演算決定の理由を尋ねる	• 累加（3この40人分）
2　課題把握	かける数が何十の掛け算を考えよう	
3　自力解決	(1)号車の考え　3×10×4 (2)班ごとの考え　3×5×8 (3)交換法則　40×3 (4)ブロック化　3×4×10	• ブロック化のやり方の児童には3×4の意味をきく • (1)，(2)，(4)ができない場合は，提示する
4　共同解決	楽に計算ができるのはどの考え方だろう	• ×10のよさを味わう
5　まとめ	• ×10を作ると計算が簡単 • 拡張図で3×40を確認する	
6　定着	①3×70　②7×80　③9×80	• 自分たちで拡張していく心構えをもつ
7　次時予告	いろんな型の計算を考えて拡張していこう	

(4)　授業の考察

先に述べたように，3×40を具体的な手がかり（号車や班等）によって考えさせたいとの意図で，このような場面を設定したが，その結果以下の考え方が子ども達から出された。

- 号車の考え　$3\times10\times4$
- 交換法則　40×3
- 式操作　$3\times4\times10$
- 乗数と積の関係の発展型

$3\times10=30$
$3\times20=60$
$3\times30=90$
$3\times40=120$

乗数が1増えれば積は3増える。だから，乗数が10増えれば積は30増える。

共同解決の場において，式操作による方法の $3 \times 4 \times 10$ の 3×4 の意味を尋ねた。子ども達は，直観的にやったものと思われるが，3こが4つと支援しなければ理解できなかった。しかし，それに気がつけばそれに続く $\times 10$ の意味は容易に理解された。また，$\times 10$ のよさを感じさせるために教師のほうから $3 \times 5 \times 8$ の式を提示し意味を考えさせた。これは，班を単位にした考えであることを容易に理解し，先の考え方と比べ効率が悪いことに気が付いた。この過程により，子ども達は，かける数が大きな数のときは，より少ない数に相当する大きさを基にすれば簡単に求まること。また，$\times 10$ を作れば簡単であることを理解したのである。

(5) 子ども達による拡張

3×40 の学習の後，オリエンテーションで告げた範囲内で，子ども達にどんな計算のパターンがあるか考えさせた。計算のパターンは，子ども達から出されたものであるが，学習の順序は教師が整理をした。整理の基準は，筆算の意味に基づくものである。(表で提示したもの)

$\times 10$ のよさを味わった子ども達は，15×40, 50×70, 300×50 の計算において，巧みに $\times 10$, $\times 10 \times 10$ を作り出し答えを導き出していた。そして，筆算を使わなくても簡単に計算できることに気付いていた。

4 おわりに

かけ算Ⅰ・かけ算Ⅱの学習を終えて，子ども達は「九九」から始まったかけ算が，かけられる数では999の段まで，そしてかける数では99人分まで広がったことに驚きと，さらなる拡張の可能性を感じていた。子ども達は，「こんな計算が本当にできるのか」という心配と期待が交差した緊張さえも伴った気持ちで学習を進めていたが，この心情こそ探求的態度である。このような内面まで伴った学習により，子ども達は，お互いのよさを感じ，より深いところで絆を結び，協同の学習者としての自覚を深めたことであろう。そして，個人として，集団としての「生きる力＝たくましさ」を身に付けたことと思われる。