

確率概念の発達を促す算数科の学習

松 浦 武 人

1 生活的概念と科学的概念

現在、我が国では、「確率」は中学校第2学年において初めて学習する内容となっている。その指導においては、経験的確率による定義づけを行うとすぐに数学的確率へと繋ぎ、場合の数に基づく計算処理によって解決される問題を数多く提示して解かせるという学習展開が一般的である。このような展開は、子どもたちの認知過程に基づいて、子どもたちが有する生活的概念としての直観的・主観的な確率概念と、科学的概念としての数学的確率や経験的確率の概念を統合させていく過程を重視したものとは言えないであろう。学校教育においては確率に関して未習段階である小学校段階の子どもたちも、これまでの生活経験から、直観的・主観的な確率概念を有しているのである。この直観的・主観的な概念は、数学的・科学的概念の側面からみると、漠然としたものであったり、非体系的であったり、「誤認知」・「誤概念」と称されるものであったりするが、そのような概念を有しているということが子どもたちの現実の姿であり、カリキュラムの内容・方法を構築していく際の大変重要な手がかりとなるものである。特に、「誤概念」・「誤認知」を含む生活的概念と科学的概念との間に生じるずれは、子どもたちの思考活動において、葛藤を生み出し、目的意識をもつて取り組む学習活動の原点となり得るものである。

2 確率概念の発達を促す算数科の学習

ここでは、第5学年の単元「割合」の学習の一場面を紹介したい。

(1) 本時の目標

割合を活用して、不確定な事象の起こりやすさを予想したり比較したりすることができる。

(2) 授業設計の焦点

本時の学習素材である玉引きは、遊びの要素を含む身近な素材であり、遊びの特性

の一つである不確定さが、児童の興味・関心を引き出すものと思われる。玉引きの導入では、条件不足の発問から児童の問いを引き出すとともに、赤玉と白玉の2量の関係への着目を促していく。比較の対象となる4つの箱は、事前調査における共通認知経路の検定 (Vinner, S. & Hershkowitz, R. 1980.) において認知経路が認められた比較の問題を組み合わせで構成したものである。赤玉と白玉の比が1:1の箱 (AとD) の当たりやすさの比較についての思考が、1:2の箱 (BとD) の当たりやすさの比較についての思考へと発展していくことを期待している。終末部分では、児童の予想を実際に確かめる場を構成する。ここでは、試行前の予想に表れると思われる数学的確率の概念や直観的・主観的な確率概念と、標本抽出による統計的確率がいかに統合されていくのか、また、予想とずれた結果となったときに児童がどのような追究姿勢を見せるのか、楽しみである。

(3) 評価の観点

関心・意欲・態度	当たりやすさを予想し、自ら確かめようとする。
数学的な考え方	割合を活用して、当たりやすさを比較する方法を考えることができる。
観察・洞察力	赤玉と白玉の絵図をもとに、当たりやすさを予想することができる。
表現力	当たりやすさを、言語や数、図を用いて表現することができる。
知識・技能	割合を活用すれば、当たりやすさを予想したり、比較したりすることができるということが分かる。

(4) 授業の実際

4つの箱A、B、C、Dを提示し、それぞれの箱の中に赤玉 (当たり玉) と白玉 (はずれ玉) が入っていることを告げる。そして、それぞれの箱に入っている赤玉の数だけ (箱A 1個、箱B 1個、箱C 2個、箱D 5個) を赤いマグネットで示した (図1)。

ここで、次のように問う。

「どの箱が、当たりやすいでしょうか？」

唐突な発問に、「えっ」という声を出す子、首をかしげて考えている子、「わかった」と弾むような声を出す子、反応は様々である。

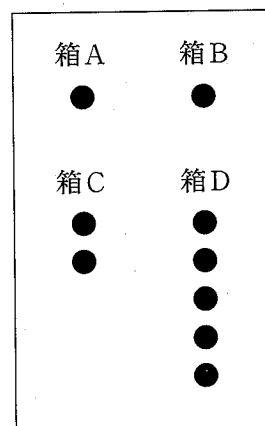


図1 赤玉の数

「はい。当たりやすいのはDだと思います。理由は、当たりの玉がたくさん入っているから。」

「Dの当たりは確かに多いんだけど、でも、もし、Dにはずれが100個入っているとすると当たりにくくなるんじゃないですか。」

「もし、Dにはずれが5個入っていて、Cにはずれが2個なら、DとCは同じになるんじゃないかな。」

「似ているんだけど、もし、はずれの玉が、Aに1個、Bに1個、Cに2個、Dに5個だとしたら、全部当たりとはずれが半分ずつで、当たる確率は半々にあると思います。」

「AとBは当たり玉の数が同じなので、はずれ玉の数が1つでなくてもいくつでも、同じであれば、当たる確率は同じになると思います。」

「さっき、Mくんが、Dにはずれが5個でCにはずれが2個なら同じといたんだけど、Cのはずれの数がDのはずれの5分の2になっていけば、当たる確率は同じになると思います。」

これらの児童の反応にも表れているように、赤玉の数だけを示して当たりやすさを問うことで、白玉の数への着目を促すことができた。

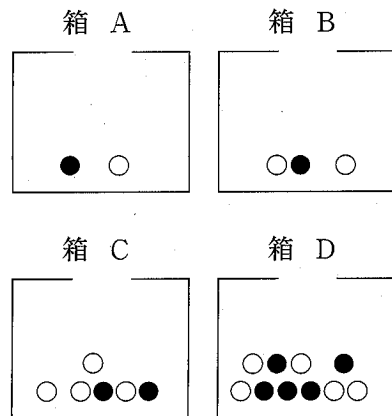
「すごいなあ。赤玉（当たり玉）の絵だけを見て、もしこうだったら……、もしこうだったら……と、色々な場面をイメージして話し合うことができたね。結局、白玉の数が分からないと、判断することができないということかな？」

子どもたちが大きく頷いている。

「さあ、箱の中の様子を見てみよう。」

「(図2を示し) 絵をじっくり見て判断してください。どの箱が当たりやすいと思いますか。」

「分数で表すと、Aは2分の1、Bは3分の1、Cは6分の2、Dは10分の5になって、Cの6分の2は3分の1、Dの10分の5は2分の1と等しいので、AとDの箱が当たりやすいと思います。」



割合の意味を確認するために問い返す。

図2 玉の構成 (●当たり玉, ○はずれ玉)

「何に対する何の割合を分数で表したの？」

「全部の玉の数に対する赤玉の数の割合です。」

「等しい分数を使ってさらに分母を揃えると、Aは30分の15、Bは30分の10、Cも30分の10、Dは30分の15となって、比べると、やはり、AとDが当たりやすいと思います。」

表面的な数処理上の話し合いに陥らせないように、ここでも数の意味を問い返す。

「確かに、分母を30に揃えると大きさを比べやすいね。ところで、30分のいくつという分数は、何を意味しているのかな？」

「それぞれ、30回玉を引いたら、何回当たるかということ。例えば、Aの箱なら、30回玉を引くと、15回当たるということ。」

数学的確率を通分した値に統計的確率の意味を持たせた面白い発言である。しかしながら、統計的確率を絶対的な結果と考えているのかのような自信を持った応答であった。）

「30回引いたら、ちょうど15回当たるの？」

「計算上はそうんだけど、これは確率なので……、だいたいそのくらい当たるんじゃないかなあと思う。」

「私は、小数で表してみました。Aは0.5、Bは約0.3、Cも約0.3、Dは0.5となりました。私もAとDがよく当たると思います。」

全体の玉の数に対する当たり玉（赤玉）の数の割合を根拠とした話し合いが続いた。異なる視点（二量）の割合も出させたいと考え、ノートに表記されていたS児の表現を引き出した。

「Sくんも分数をかいて比べていたよね。でも、これまで出てきたものとはちょっと違ってみたいだね。説明をしないで、分数だけ紹介してくれるかな。」

「Aは1分の1で1になって、Bは2分の1、Cは4分の2で、2分の1になって、Dは5分の5で1として考えました。」

説明を加えずに分数のみを表現させることで、その分数の意味（何に対する何の割合を意味しているのか）を他児童に言語を用いて表現し直させたいと思った。Sが発表した分数を板書し、改めて他児童に問う。

「今、Sくんが発表した分数の意味がわかりますか。Sくんは、4つの箱をどのように観ているのだろうか。」

「わかった。分母が白玉の数で、分子が赤玉の数になっています。」

「うん。何をもとにしたときの何の割合？」

「白玉の数をもとにしたときの赤玉の数の割合です。」

「Sくん。そういう観方でいいのかな？」

「はい。小数でも考えてみたんだけど、BとCは、0.5になるので、1と0.5と0.5と1で、AとDが当たりやすいと考えました。」

H児が首を傾げているのが目に入った。

「Hくん、どうかしたの？」

「どうも納得できないことがあるんだけど・・・，計算すれば、Aの箱とDの箱が同じ答えになって、当たりやすいんだけど・・・，Dの箱の方が当たりの玉が多いから、やっぱりDの方がよく当たると思います。」

面白い。数学的な確率と直観的・主観的な確率が錯綜して、葛藤しているのである。この発言から、さらに次のような発言が生まれた。

「Hくんと反対の考えです。例えば、箱の中を覗かずに、両手を入れて1つずつ玉を持ったとするよ。Aの箱の場合は、必ず右手か左手のどちらかに赤玉を掴んでいるけれど、Dの箱だったら、両方とも白玉を掴む可能性もあるじゃない。だから、ぼくはAの箱の方がよく当たると思います。」

H児が反論する。

「それはそうだけど、両方とも、赤玉を掴む可能性もあるじゃない。だから、やっぱり、ぼくはDの箱の方が当たりやすいと思います。」

これらの発言はいずれも一面的で主観的なものであるが、具体的な場面を想定して、確率的なもの見方、考え方をしていることが伺える発言でもある。

実際の試行前の話し合いだけで、1時間があっという間に過ぎてしまった。

「次の算数の時間にみんなで玉引きをして、予想を確かめてみよう。」

授業を終えようとしたが、子どもたちは翌日まで待つことができなかった。

授業後、すぐに箱の前に集まり、玉引きを始めているのである。

「先生、実験して記録を取っています。」

「楽しみにしているよ。」

次時は実際に全員で玉引きの試行を行い、予想を確かめた。

試行をくり返すうちに、当たる回数が、AとDの箱では試行回数の2分の1に、B

とCの箱では3分の1に徐々に近づいていくことを確かめた。休憩時間に実験を繰り返していた子どもたちのデータも同様なものであった。

3 確率概念の発達を促す学習材開発の理念

本実践を通して、確率概念の形成を促す学習材開発の理念として、次のものがあげられる。

I. 主に、学習目標（確率概念の形成）に関する理念

理念① 試行実験を通して統計的確率に基づく確率の概念形成を重視する。

II. 主に、学習内容・素材・用語に関する理念

理念② 不確定要素を対象とする遊びを学習活動に取り入れる。

理念③ 共通認知経路が認められた問題を経路順に、または、並列して提示する。

理念④ 他の現行のカリキュラムの内容との関連づけを図る。

III. 主に、学習方法・学習過程に関する理念

理念⑤ 試行結果の予想，試行・記録，記録に基づく話し合い（予想のふり返し）という学習過程を基本とする。

理念⑥ 児童が有する直観的・主観的な確率概念と，科学的概念としての確率概念のずれを生かす。

4 結 語

筆者は、不確定な事象に自らかかわり追究する子どもたちの姿をこれまでもにも多く目にしてきた。社会的な要請，国際的な見地，さらに現在の日本の学習指導の実態（松浦，2004）からも，初等教育段階において児童の確率概念の発達を促す学習指導を行う必要性を強く感じる。その具体的な手だてとして，上述した学習材開発の理念を提案したい。

【参考・引用文献】

松浦武人. 2004. 学習材としての「確率」の重要性と特性. 初等教育84号. pp.37-41.

Vinner, S. & Hershkowitz, R. 1980. Concept Image and Common Cognitive Paths in the Development of Some Simple Geometrical Concepts. *Proceedings of the 4th International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. pp.177-184.