

# 鋼構造建築骨組の最適耐震設計 に関する研究

2001 年 6 月

広島大学 澤田樹一郎

## 目次

|  |      |
|--|------|
| 1. 序                                     | (5)  |
| 1.1 本研究の背景と目的                            | (5)  |
| 1.2 本論文の概要                               | (7)  |
| 2. '81年耐震基準に基づく弾性・塑性同時制約条件下の鋼構造骨組の最小重量設計 | (13) |
| 2.1 本章の目的                                | (13) |
| 2.2 基本仮定                                 | (14) |
| 2.3 弾性制約条件下の鋼構造骨組の最小重量設計                 | (15) |
| 2.3.1 部材応力度制約条件                          |      |
| 2.3.2 層間変形角制約条件                          |      |
| 2.3.3 最小重量弾性設計問題                         |      |
| 2.3.4 設計感度解析                             |      |
| 2.3.5 SLP法に基づく最適設計手順                     |      |
| 2.3.6 設計例                                |      |
| 2.4 コンパクト法による崩壊機構情報を利用した鋼構造骨組の最小重量塑性設計   | (26) |
| 2.4.1 コンパクト法の概要                          |      |
| 2.4.2 コンパクト法により得られる崩壊機構情報                |      |
| 2.4.3 崩壊荷重制約条件                           |      |
| 2.4.4 最小重量設計問題                           |      |
| 2.4.5 設計手順                               |      |
| 2.4.6 設計例                                |      |
| 2.5 弾性・塑性同時制約条件下の鋼構造骨組の最小重量設計            | (37) |
| 2.5.1 最小重量設計問題                           |      |
| 2.5.2 設計手順                               |      |
| 2.5.3 設計例                                |      |
| 2.6 本章のまとめ                               | (45) |
| 3. 鋼構造骨組の指定崩壊機構形成のための条件と崩壊機構を指定した最小重量設計  | (47) |
| 3.1 本章の目的                                | (48) |
| 3.2 基本仮定                                 | (48) |
| 3.3 最適設計問題の定式化                           | (49) |
| 3.3.1 指定崩壊機構形成のための制約条件                   |      |

|       |  |      |
|-------|--|------|
| 3.3.2 | 骨組の崩壊に対する制約条件                                  |      |
| 3.3.3 | 最小重量設計問題                                       |      |
| 3.4   | 指定崩壊機構形成時応力の解析と設計感度解析                          | (51) |
| 3.4.1 | 指定崩壊機構形成時の剛性方程式                                |      |
| 3.4.2 | 指定崩壊機構形成時応力の解析手順                               |      |
| 3.4.3 | 設計感度解析   |      |
| 3.5   | 設計手順   | (58) |
| 3.6   | 設計例  | (59) |
| 3.6.1 | 設計条件   |      |
| 3.6.2 | 設計解  |      |
| 3.6.3 | 大域的最適性・収束性                                     |      |
| 3.6.4 | 荷重増分解析   |      |
| 3.7   | 本章のまとめ   | (64) |
| 4.    | 部材の降伏強さを確率変数とした崩壊機構指定骨組のFOSM信頼性指標制約下における最小重量設計 | (67) |
| 4.1   | 本章の目的  | (67) |
| 4.2   | 基本仮定   | (68) |
| 4.3   | 最適設計問題の定式化                                     | (68) |
| 4.3.1 | 指定崩壊機構形成のための制約条件                               |      |
| 4.3.2 | 指定崩壊機構形成時応力の降伏強さに関する感度解析                       |      |
| 4.3.3 | 骨組の崩壊に対する制約条件                                  |      |
| 4.3.4 | 最小重量信頼性設計問題                                    |      |
| 4.4   | 設計手順   | (73) |
| 4.5   | 設計例  | (74) |
| 4.5.1 | 設計条件   |      |
| 4.5.2 | 設計解  |      |
| 4.5.3 | 大域的最適性・収束性                                     |      |
| 4.5.4 | モンテカルロ法による設計骨組の信頼性解析                           |      |
| 4.5.5 | 柱梁耐力比に基づく設計法との比較                               |      |
| 4.6   | 本章のまとめ   | (85) |
| 5.    | 部材の降伏強さを確率変数とした指定崩壊機構非形成確率制約下における鋼構造骨組の最小重量設計  | (87) |
| 5.1   | 本章の目的  | (87) |
| 5.2   | 基本仮定   | (88) |
| 5.3   | 最適設計問題の定式化                                     | (88) |
| 5.3.1 | 指定崩壊機構非形成確率の上・下限推定式                            |      |

|       |                                      |       |
|-------|--------------------------------------|-------|
| 5.3.2 | 骨組崩壊確率                               |       |
| 5.3.3 | 最小重量信頼性設計問題                          |       |
| 5.4   | 設計手順                                 | (92)  |
| 5.4.1 | 最小重量信頼性設計部分問題                        |       |
| 5.4.2 | 設計フロー                                |       |
| 5.5   | 設計例                                  | (94)  |
| 5.5.1 | 設計条件                                 |       |
| 5.5.2 | 設計解                                  |       |
| 5.5.3 | 大域的最適性・収束性                           |       |
| 5.5.4 | モンテカルロ法による設計骨組の信頼性解析                 |       |
| 5.6   | 軸力による曲げ耐力の低下を考慮した最小重量設計              | (99)  |
| 5.6.1 | 軸力による曲げ耐力の低下の影響                      |       |
| 5.6.2 | 最適設計問題                               |       |
| 5.6.3 | 設計手順                                 |       |
| 5.6.4 | 設計例                                  |       |
| 5.7   | 降伏強さのばらつきが崩壊機構指定骨組の経済性に与える影響         | (107) |
| 5.8   | 本章のまとめ                               | (108) |
| 6.    | 崩壊機構と累積塑性変形を制御した鋼構造骨組の最小重量設計と激震時挙動   | (111) |
| 6.1   | 本章の目的                                | (111) |
| 6.2   | 基本仮定                                 | (113) |
| 6.3   | 累積塑性変形骨組平均を制御した崩壊機構指定骨組の最小重量設計と激震時挙動 | (114) |
| 6.3.1 | 設計用応答スペクトル                           |       |
| 6.3.2 | 設計用層せん断力                             |       |
| 6.3.3 | 指定崩壊機構形成のための制約条件                     |       |
| 6.3.4 | 累積塑性変形骨組平均に対する制約条件                   |       |
| 6.3.5 | 最小重量設計問題                             |       |
| 6.3.6 | 設計手順                                 |       |
| 6.3.7 | 最小重量設計                               |       |
| 6.3.8 | 設計骨組の激震時挙動                           |       |
| 6.4   | 部材の同時降伏性を考慮した崩壊機構指定骨組の最小重量設計と激震時挙動   | (124) |
| 6.4.1 | 塑性化指定部位の同時降伏のための制約条件                 |       |
| 6.4.2 | 最小重量設計問題                             |       |
| 6.4.3 | 最小重量設計                               |       |
| 6.4.4 | 設計骨組の激震時挙動                           |       |
| 6.5   | 本章のまとめ                               | (129) |
| 7.    | 結論                                   | (132) |

# 第1章 序

## 1.1 本研究の背景と目的

最適設計とは、これまで試行錯誤的過程が不可欠とされてきた設計という作業に対して、その一部あるいは全部を数学的手法により組織的に進める設計理論であり、コンピュータの利用が極めて容易となった今日、様々な分野でこれに関連する研究が進められている<sup>例えは 1)~5)</sup>。特に、機械、自動車等の分野におけるトラス構造、骨組構造、連続体の形状最適化では、数理計画法を主に利用した種々の研究が精力的に行われ<sup>例えは 6) 7) 8)</sup>、最近では、GENESIS、NASTRAN、iSIGHT 等のような汎用構造最適化ソフトによる実務設計への適用例が示されるに至っている<sup>例えは 9)</sup>。一方、建築骨組の構造最適化に関する研究もコンピュータの利用が可能となった 1960 年以降、特に精力的に行われてきた(表 1-1 参照)。この分野における初期の研究では、許容応力度制約(弾性部材応力の制約)、剛性制約(弾性骨組変形の制約)、塑性制約(骨組崩壊荷重の制約)など特定の制約条件に限定し、比較的小規模な骨組の計算例を示したものが多かったが、近年においては、高層の骨組など大規模な構造の最適化の実現を容易にするためのモデル化や計算手法の工夫<sup>例えは 11)12)</sup>、複数の荷重レベルに対する種々の制約の考慮<sup>例えは 13)~16)</sup>など実用的な側面を考慮した研究も多く見られる。しかし、このように数多くの研究成果が報告されているにもかかわらず、建築骨組の実務設計の現場では、最適設計手法があまり利用されていないようである。これは、建築骨組の設計に特有の様々な理由があるためではないかと考えられている<sup>10)</sup>。

耐震建築骨組の構造設計問題は、主に下記のような特徴を有している。

- (1)骨組形状が、ほとんど建築計画面や意匠面から決定されるため、部材断面を決定する問題となることが多い。
- (2)施工のしやすさなど数式化が困難な要因が存在する<sup>10)</sup>。
- (3)考慮すべき制約条件が多岐にわたる。

上記特徴のうち、(2)、(3)が、実務設計における最適化手法の利用が困難な理由と考えられる。(2)に関しては、ほとんどの既往の研究でこのような影響は考慮されていない。本論文でも、この問題に対しては触れない。(3)に関しては、確かに、既往の研究において様々な制約条件が取り扱われている(表 1-1 参照)。これら複数の制約を考慮しようとする場合、特に、最適性基準法や閉形解表現に基づくアプローチ<sup>4)30)</sup>では、複数制約の同時最適化は、困難となることが多い。また、数理計画法に基づくアプローチ<sup>4)30)</sup>が採用される場合でも、制約条件数の増加、線形計画問題と非線形計画問題、不等式制約と等式制約の重複により、単独制約よりも計算量が著しく増大してしまう可能性も考えられる。考慮すべき制約がこのように多岐にわたるのは、特に耐震建築骨組を対象とする場合、弾性制約(中小地震や常時荷重)と同等かあるいはそれ以上に塑性域における制約(大地震)が重要となることも一因と考えられる。既存の耐震設計基準においても、中小地震に相当する設計地震荷重に対しては、部材応力の塑性化の防止や層剛性の確保等の弾性制約が、大地震に相当する設計地震荷重に対しては、保有水平耐力(崩壊荷重)や靱性の確保等の塑性制約が課せられ、いわゆる 2 段階の検討が行われている。

しかし、既往の研究においては、このような制約のうちの単独あるいはいくつかの制約のみが扱われることが多く、また、特定の制約に対してのみ有効な解法が示されることも多い。近年においては、前述したように、対象とする骨組を実用的なレベルのものとし、複数の制約を考慮した研究も見られる<sup>例えは 13) - 16)</sup>が、たとえ取り扱う制約条件を既存耐震設計基準の枠内に限定したとしても、複数制約条件を段階的に考慮した最適設計法に関する研究<sup>例えは 16)</sup>が見られる程度である。このような現状を考えると、耐震安全性に関して考えられる複数の制約をすべて考慮した、あるいは、そのうちのいくつかの制約に限定したとしても他の残りの制約が容易に追加可能な一般的かつ実用的な最適設計手法の開発が望まれる。本研究では、このような現状を踏まえて、最適化における種々のアプローチ<sup>4)30)</sup>のうちで、複数の制約条件の同時制約や追加制約への拡張が容易であり、一般的かつ実用的な最適設計手法の構築に最も適した数理計画法に基づくアプローチ<sup>4)30)</sup>が一貫して用いられている。

建築骨組の最適耐震設計において、もうひとつ注意すべきことは、その基本となる耐震設計理論自体が現在も発展途上にあるということである。既往の最適設計に関する研究の変遷（表 1-1）を見ても、静的な荷重から動的な外乱、塑性制約（崩壊荷重制約）から弾塑性応答制約（塑性率等の制約）へと移行していることが確認でき、これは、耐震設計理論の発展にそのまま対応した結果であるとも解釈できる。将来において、（最適）耐震設計理論が、どのような形に展開されていくかは分からないが、設計者が耐震安全性能をより明確に制御し得る方向に発展していくことは容易に推測できる。

表 1-1 鋼構造骨組の最適設計に関する先駆的研究の主なもの（1960 年～1990 年頃）

| 年    | 制約条件   |                                       |  |
|------|--|---------------------------------------|--|
|      | 静的荷重あるいは動的な外乱下における弾性部材応力、骨組の弾性変形など                     | 比例荷重下における骨組の崩壊荷重                      | 比例荷重あるいは動的な外乱下における部材又は層の塑性率、骨組の弾塑性変形など   |
| 1960 | Fully Stressed Design                                  | 塑性設計法 <sup>20)-22)</sup> 等            |  |
|      | 静的弾性応力、変形制約（感度解析・数理計画法あるいは最適性基準法） <sup>17)-19)</sup> 等 |                                       |  |
| 1970 | 応答スペクトルを利用した動的弾性応答制約（感度解析・数理計画法、24)25)等                | 最小重量塑性設計の一般的な解法（線形計画法） <sup>23)</sup> | 増分解析、時刻歴解析を利用した弾塑性応答制約（感度解析・数理計画法、28)等<br><br>応答スペクトルを近似的に利用した塑性率指定設計（最適性基準法など、27)29)等 |
| 1980 | 最小重量剛性設計の閉形解表現 <sup>3)</sup>                           | 最小重量塑性設計の閉形解表現 <sup>3)</sup>          |  |
| 1990 | 材端ひずみ指定設計の閉形解表現 <sup>26)</sup>                         |                                       |  |
|      |  |                                       |  |

このような発展的状況の中では、考慮されていない制約や耐震安全性における未解決な問題のために、いわば「制約条件ぎりぎり一杯の設計を指向する<sup>3)</sup>」最適設計が、何らかの弱点を浮き彫りにするような設計となってしまうことも予想される。従って、最適設計骨組に「共通の弱点がないかどうか調べること<sup>3)</sup>」が重要であり、そして、さらに、「そこに何らかの弱点が含まれているときにはそれを取り除くための必要な制約条件を明らかにし<sup>3)</sup>」、「その新しい制約条件をも満たすような設計方法<sup>3)</sup>」を構築していくならば、それは、最適設計分野だけでなく、耐震設計理論の発展にも寄与するものとなると考えられる。

本論文では、まず、1981年より施行されている耐震設計基準（本論文では、最近[2000年に]施行された限界耐力計算法に基づく耐震基準と区別するために、これ以降で、'81年耐震基準とよぶことにする。なお、2000年耐震基準[限界耐力計算法]については、施行されてからまだ日も浅いため、本論文では取り扱わない。）の弾性制約条件にあたる部材応力及び層間変形に関する制約条件と塑性制約条件にあたる崩壊荷重に対する制約条件の両方を段階的にではなく同時に考慮することが可能な鋼構造平面骨組の一般的最適設計手法を提案し、その有効性を検証する。

さらに、ここで取り上げた既存の耐震設計基準にとどまらず、その他に、いかなる制約条件が地震時における骨組の挙動の改善に効果的であるかを考え、それらを制約条件とした最適設計手法を提案し、その有効性を解析的に検証する。具体的には、骨組の崩壊形の制御、降伏強さのばらつきも考慮した確率理論への応用、激震時における累積塑性変形制約に対する問題など、これまでその重要性が指摘されてきたにも関わらず、既往の最適耐震設計では、取り扱われなかった様々な設計クライテリアに対する最適設計問題が取り扱われる。

## 1.2 本論文の概要

本研究は、鋼構造建築骨組を対象とした最適耐震設計手法に関する方法論的研究である。まず、最初に、1981年以降用いられてきた耐震設計基準（ここでは、'81年耐震基準とよぶ。）に基づく最適設計問題が取り扱われているが、それだけではなく、耐震安全性の観点から重要と考えられるにもかかわらず既往の最適設計の研究ではほとんど考慮されなかった種々の最適耐震設計問題が取り上げられている。そして、これら種々の問題に対して、数理計画法の適用が可能あるいは容易となる数式化処理とそれに基づく設計手法が提案されている。また、多数の数値計算例により、解の大域的最適性・収束性の調査や設計骨組の解析的検証が行われ、提案設計手法の妥当性と有効性が示されている。

本論文は、

- [1] '81年耐震基準に基づく弾性・塑性同時制約条件下の最小重量設計（第2章）
- [2] 形成される崩壊機構の形をも制約した最小重量設計（第3章）
- [3] 降伏強さのばらつきを考慮した最小重量信頼性設計（第4章、第5章）
- [4] 激震時における累積塑性変形を制御した最小重量設計（第6章）

の4つの内容に大別でき、第1章「序」と第7章「結論」を合わせて7章構成となっている。

本論文を構成する第2章以降の各章の概要を以下に示す。

第2章「'81年耐震基準に基づく弾性・塑性同時制約条件下の鋼構造骨組の最小重量設計」

では、'81年耐震基準の弾性制約条件にあたる部材応力及び層間変形に関する制約条件と塑性制約条件にあたる崩壊荷重に対する制約条件の両方を段階的にではなく同時に取り扱うことが可能な鋼構造平面骨組の一般的最適設計手法を提案する。特に、ここで提案される最適塑性設計手法は、塑性制約条件が設計変数に対して陽な、少数かつ複数の崩壊機構における制約条件群で定式化できるため、非線形数理計画法に基づく弾性制約最適化との同時最適化の計算を効率的なものにしている。

第3章「鋼構造骨組の指定崩壊機構形成のための条件と崩壊機構を指定した最小重量設計」では、比例荷重を受ける鋼構造骨組が設計者により指定される望ましい崩壊機構（指定崩壊機構）を形成するための条件を示し、指定崩壊機構が形成されるための制約条件と骨組の崩壊荷重の制約条件を取り扱った最小重量設計手法を提案する。本手法では、最適化の計算に指定崩壊機構形成時応力の設計感度係数（設計変数に関する微分係数）を利用するが、これを荷重増分解析を用いずに指定崩壊機構形成時の力の釣り合いから容易に計算する方法もあわせて提案する。さらに、種々の設計条件を有する骨組の設計例を示し、設計解の大域的最適性及び収束性に関する検証を行う。また、荷重増分解析により提案設計手法の妥当性を検証する。

第4章「部材の降伏強さを確率変数とした崩壊機構指定骨組のFOSM信頼性指標制約下における最小重量設計」では、部材の降伏強さのばらつきが大きさが骨組の崩壊形式に与える影響が特に大きいことに着目し、降伏強さを確率変数として取り扱った最小重量信頼性設計手法を提案する。ここでは、まず、FOSM法に基づく指定崩壊機構形成のための条件と最小重量信頼性設計手法を示した後、種々の設計条件を有する骨組の設計例を示し、設計解の大域性及び収束性に関する検証を行う。次に、設計された骨組の各部位の塑性ヒンジ発生確率、崩壊機構形成確率、骨組崩壊確率をモンテカルロ・シミュレーション法により計算し、設計手法の妥当性を確認する。また、通常、梁降伏型全体崩壊骨組の設計には、柱梁耐力比の概念がよく用いられるため、柱梁耐力比に基づく設計も行い、両設計法を比較して、提案設計手法の有効性を検証する。

第5章「指定崩壊機構非形成確率を制約した鋼構造骨組の最小重量設計」では、指定崩壊機構非形成確率の上限の推定式を直接導く。その上で、指定崩壊機構非形成確率の上限値を制約した最適信頼性設計問題を定式化し、その設計手順を示す。この章でも、種々の設計条件を有する骨組の設計例を示し、設計解の大域性及び収束性に関する検証を行う。また、崩壊機構形成確率、骨組崩壊確率をモンテカルロ・シミュレーション法により計算し、提案設計手法の妥当性を確認する。さらに、指定崩壊機構が形成されるための条件、指定崩壊機構非形成確率の上限推定式を部材の軸力による曲げ耐力の低下を考慮した形でも定式化する。また、本研究では、鋼材の降伏強さを確率変数として取り扱っているが、現在、建築構造用鋼材は、これまで用いられてきたSS材及びSM材から降伏強さのばらつきが比較的小さいSN材に移行されつつある。そこで、ここでは、このような降伏強さのばらつきの大さきの異なる種々の鋼材を想定し、降伏強さのばらつきが大きさが鋼構造最適設計骨組の経済性に与える影響についても考察する。

第6章「崩壊機構と累積塑性変形を制御した鋼構造骨組の最小重量設計と激震時挙動」では、崩壊機構と激震時における塑性化指定部位の損傷を制約した最適設計問題を取り扱う。まず、設計用応答スペクトルに基づき決定された層せん断力分布を有する比例荷重を受ける

鋼構造骨組が指定崩壊機構を形成するための条件および塑性ヒンジが生じることが予想される塑性化指定部位における累積塑性変形倍率の骨組平均の予測式を導く。その上で、これらの条件を制約条件とした最小重量設計法を提案し、設計例を示す。そして、設計用応答スペクトル適合人工地震動を入力地震動とした時刻歴応答解析を実行し、これらの制約条件が激震時において有効に機能することを示す。また、比例荷重下において塑性化指定部位が同時降伏するための制約条件を追加した最小重量設計と時刻歴応答解析も行い、このような制約条件が、激震時における部材の損傷分散化に大きな役割を果たすことが示される。

最後に、第7章「結論」では、各章で得られた研究成果がまとめられている。

## [発表論文リスト]

### 論文（学位論文関連）

- [1] 反復線形計画法による平面ラーメンの最適設計、鋼構造年次論文報告集、第1巻、pp.443～448、1993.7（共著 中村雄治、松尾彰）
- [2] 反復線形計画法を用いた平面ラーメンの最適弾性・塑性設計法、日本建築学会構造系論文報告集、485、pp.117-126、1996.7（共著 中村雄治、松尾彰）
- [3] 崩壊機構を指定した鋼構造骨組の最小重量信頼性設計、日本建築学会構造系論文報告集、510、pp.83-89、1998.8（共著 中村雄治、松尾彰）
- [4] 指定崩壊機構非形成確率を制約した鋼構造骨組の最小重量設計、構造工学論文集、Vol.45B、pp.259-264、1999.3（共著 中村雄治、松尾彰）
- [5] 降伏強さのばらつきを考慮した崩壊機構指定骨組の最小重量信頼性設計、鋼構造論文集、Vo.6 No.23、pp.63-70、1999.9（共著 中村雄治、松尾彰、岡崎章）
- [6] 崩壊機構と累積塑性変形を制御した鋼構造骨組の最小重量設計、鋼構造年次論文報告集、第8巻、pp.365～372、2000.11（共著 中村雄治、松尾彰、清水謙一）

### 論文（学位論文関連以外）

- [1] 幾何学的形状を設計変数に取り入れた平面ラーメンの最適設計、鋼構造年次論文報告集、第2巻、pp.411～416、1994.11（共著 中村雄治、松尾彰）
- [2] 部材せい設計変数を考慮した鋼構造建築骨組の最小重量設計に関する研究、日本建築学会構造系論文報告集、544、pp.133～139、2001.6（共著 周岩、松尾彰、中村雄治）

### 国際会議、国際シンポジウム等

- [1] Reliability-based Optimum Design of Main Column of Steel Making Plant, Proc. of Asian-Pacific Symposium on Structural Reliability and its Applications, Tokyo, Japan, pp.243-248, 1996 (With Yuji Nakamura, Akira Matsuo)
- [2] Reliability-based Minimum Weight Structural Design for Specified Collapse

Mechanism, Proc. of the Seventh International Conference on Computing in Civil and Building Engineering, Seoul, Korea, pp.519-524, 1997 (With Yuji Nakamura, Akira Matsuo)

[3] A Seismic Diagnosis and Upgrading of Existing Steel Framed Buildings, Proc. of the 12th World Conference on Earthquake Engineering, Auckland, 2000.1(CD-ROM) (With Yuji Nakamura, Akira Matsuo and T.TANAKA)

#### 研究発表（梗概）

[1] 反復線形計画法による平面ラーメンの最適設計（その2），日本建築学会大会学術講演梗概集 C, pp.1597～1598, 1993（共著 中村雄治、松尾彰）

[2] 幾何学的形状を設計変数に取り入れた平面ラーメンの最適設計，日本建築学会大会学術講演梗概集 C, pp.1269～1270, 1994（共著 中村雄治、松尾彰）

[3] 平面ラーメンの最適弾性・塑性設計に関する研究，日本建築学会大会学術講演梗概集 C-1, pp.149～150, 1995（共著 中村雄治、松尾彰）

[4] ブレース付き平面骨組の最適弾塑性設計に関する研究，日本建築学会大会学術講演梗概集 C-1, pp.689～690, 1996（共著 中村雄治、松尾彰、大塚哲也）

[5] 崩壊機構保証骨組の最小重量設計に関する研究，日本建築学会大会学術講演梗概集 B-1, pp.357～358, 1996（共著 中村雄治、松尾彰）

[6] 崩壊形式に着目した鋼構造平面骨組の最小重量信頼性設計に関する研究（その1）（その2），日本建築学会大会学術講演梗概集 B-1, pp.417～420, 1997（共著 中村雄治、松尾彰、岡崎章）

[7] 崩壊機構を指定した鋼構造骨組の最適信頼性設計に関する研究（その1）～（その3），日本建築学会大会学術講演梗概集 B-1, pp.369～374, 1998.9（共著 中村雄治、松尾彰、岡崎章、清水謙一）

[8] 激震時材端損傷量の分散化を考慮した鋼構造骨組の最小重量設計（その1）（その2），日本建築学会大会学術講演梗概集 B-1, pp.337～340, 1999.9（共著 中村雄治、松尾彰、清水謙一）

[9] 鋼構造骨組の連続・離散混合型最適設計問題の定式化とその解法に関する研究，日本建築学会大会学術講演梗概集 B-1, pp.357～358, 1999.9（共著 中村雄治、松尾彰、周岩）

[10] 最小重量設計された鋼構造梁降伏型骨組の部材の損傷予測に関する研究，日本建築学会大会学術講演梗概集 B-1, pp.417～418, 2000.9（共著 中村雄治、松尾彰、清水謙一、谷恒精）

#### [参考文献]

1) Schmit L.A. : Structural Synthesis 1959-1969 A Decade of Progress, Japan-U.S. Seminar on Matrix Analysis and Design, 1969.8

2) 田中尚，中村雄治：建築構造物の自動設計と最適設計，培風館，1973

- 3) 中村恒善：建築骨組の最適設計、丸善、1980
- 4) 土木学会：構造システムの最適化～理論と応用～、pp.260~265、1988
- 5) 日本機械学会編：構造・材料の最適設計、技法堂出版、1989
- 6) Pedersen, P. : On the Optimum Layout of Multi-purpose Trusses, Computers & Structures, Vol.2, pp.695-712, 1972
- 7) 尾田十八、山崎光悦、坂本二郎、阿部淳平、松本政秀：構造最適設計のための汎用プログラムシステムについて、日本機械学会論文集、54-500A、pp.847-853、1988
- 8) Suzuki, K. and Kikuchi, N. : A Homogenization Method for Shape and Topology Optimization, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 1991
- 9) 日本計算工学会：実務に活かす最適設計、2001.1
- 10) 辻聖晃：建築骨組のための構造設計ナビゲーションシステム、シンポジウム「創造的な構造設計を支える知恵と技術」、日本建築学会近畿支部、2000.11
- 11) 藤井大地、藤谷義信：薄肉はり置換法による高層ビルの最適設計 薄肉はり置換法による高層ビルの構造解析に関する研究(その3)、日本建築学会構造系論文報告集、No.477 ,pp.57~66 , 1995.10
- 12) 竹脇出、杉山哲彦、辻聖晃、上谷宏二：縮約モデル 骨組逆置換法に基づく骨組設計法、日本建築学会構造系論文報告集 No.512 , pp.119~125 , 1998.10
- 13) 中村恒善、小坂郁夫：弾塑性骨組の指定設計用変形指標に対する2段階地震応答制約設計法、日本建築学会構造系論文報告集 No.439 , pp.89~101 , 1992.9
- 14) 内村均、和田章：水平変形に注目した立体鉄骨骨組の部材断面変更法、日本建築学会構造系論文報告集、No.515 , pp.91~98 , 1999.1
- 15) 布山裕之ほか6名：筋違い付き骨組の最適構造設計手法と支援システムの構築(その1)～(その3)、日本建築学会大会学術講演梗概集(東海)A、pp.1239~1240、1994年
- 16) Y.Nakamura, G.Daijo and A.Matsuo : An Elastic and Plastic Design Method of Multi-Story Planar Frames on the Step by Step Procedure, Proc. of the 5th International Conference on Tall Buildings, 1, pp.474~479,1998
- 17) D.M. Brown and A.H.-S. Ang : Structural Optimization by Nonlinear Programming, J. of Struct. Eng. Div. ASCE, Vol.92, ST6, pp.319~340, 1966
- 18) Y.Nakamura : Optimum Design of Framed Structures Using Linear Programming, M.I.T. Report R66-4, 1966
- 19) K.M. Romstad and C.K. Wang : Optimum Design of Framed Structures, J. of Struct. Eng. Div. ASCE, Vol.94, ST12, pp.2817~2845, 1968
- 20) M.F.Rubinstein and J.Karagozian : Building Design Using Linear Programming, J. of Struct. Eng. Div. ASCE, Vol.92, ST6, pp.223~245, 1966
- 21) R.H.Bigelow and E.H.Gaylord : Design of Steel Frames for Minimum Weight, J. of Struct. Eng. Div. ASCE, Vol.93, ST6, pp.109~131, 1967
- 22) Y.Nakamura and W.A.Little: Plastic Design Method of Multi-Story Planar Frames with Deflection Constraints, M.I.T. Report R68-12, 1968
- 23) M.Z.Cohn, S.K.Ghosh and S.R.Parimi: Unified Approach to Theory of Plastic Structures, J. of Eng. Mec. Div., ASCE, vol.98, Em5, pp.1133~1158, 1972

- 24) B.Kato, Y.Nakamura and H.Anraku : Optimum Earthquake Design of Shear Buildings, J. Eng. Mech. Div., ASCE, 98, pp.891~910, 1972
- 25) E.Rosenblueth and A.Asfura : Optimum Seismic Design of Linear Shear Buildings, J. of Struct. Div. ASCE, Vo.102, ST3, pp.1077~1084, 1976
- 26) 中村恒善、小坂郁夫 : 水平力を受ける弾性平面建築骨組のひずみ制御設計、日本建築学会構造系論文報告集、No.363、pp.1~9, 1986.5
- 27) 山田善一、家村浩和、古川浩平、坂本幸三 : 目標塑性率に基づく最適弾塑性耐震設計法に関する研究、土木学会論文報告集 No.341, pp.87~95, 1984.1
- 28) R.J.Balling, K.S.Pister and V.Campi : Optimal Seismic-Resistant Design of A Planar Steel Frame, Earthquake Eng. Struct. Dyn. , Vol.14, pp.797~815, 1986
- 29) T. Nakamura, M.Tsuji and I.Takewaki : Design of Steel Frames for Specified Seismic Member Ductility via Inverse Eigenmode Formulation, Computers & Structures Vol.47, No.6, pp.1017-1030, 1993
- 30) 竹脇出 : 弾性地盤により支持された建築構造物の最適設計および地震時応答制約設計、京都大学博士論文、1990.9

## 第2章 '81年耐震基準に基づく弾性・塑性同時制約条件下の鋼構造骨組の最小重量設計

### 2.1 本章の目的

1981年にわが国で施行された耐震設計基準（'81年耐震基準）では、耐用年限中に数回遭遇する程度の中小地震動に対しては、修復を要するような損傷を生じさせないこととし、耐用年限中に一度遭遇するか、しないかの大地震動に対しては、人命を守り、崩壊させないことを基本的な精神としている<sup>1)</sup>。具体的には、中小地震に相当する設計地震荷重に対しては、部材応力の塑性化の防止や層剛性の確保等、大地震に相当する設計地震荷重に対しては、保有水平耐力（崩壊荷重）や靱性の確保等のいわゆる2段階の検討が行われている。また、昨年（2000年）6月には、建築基準法・施行令がさらに改正され、前述したこれまでの方法（新耐震設計法）に加えて、もう一つ別ルートとして限界耐力計算法とこれに用いる地震荷重の考え方が規定された<sup>2)</sup>。そこでは、等価線形化手法に基づく応答変形と地震荷重に対する評価方法が新しく盛り込まれてはいるが、前述の'81年耐震基準を採用することは現行設計基準の枠内でも可能である。

鋼構造耐震建築骨組の中小地震に相当する設計荷重に対する弾性部材応力、弾性層間変形、大地震に相当する設計荷重に対する崩壊荷重のいずれか、あるいは、そのうちの複数を考慮した最適設計問題に関する研究は、これまでに数多く行われてきた。特に、1960年代から1970年代にかけて、骨組の崩壊荷重を制約した最適塑性設計に関する研究が精力的に行われた<sup>例え  
ば 3)~7)</sup>。骨組構造の最適塑性設計問題では、機構条件と力の釣り合い条件に基づく、いわゆる極限解析理論の上界定理による定式化と力の釣り合い条件と塑性条件に基づく、いわゆる下界定理による定式化が一般的であり、Cohnらは、いずれの定式化でも、線形計画問題の形にすることができ、シンプレックス法により解くことができることを示している<sup>6)</sup>。一方、これと同年代に部材応力、層間変形を制約した最適弾性設計問題に関する研究も行われた。この問題における制約条件は、設計変数の陽な関数とはならないため、設計感度解析と非線形数理計画手法に基づくアプローチが多くの研究で採用されている<sup>例え  
ば 8)~10)</sup>。

これらの初期の研究では、対象とする骨組をなるべく小規模にとどめ、設計手法の手順とその有効性を論じたものが多いが、近年では、対象とする骨組を実用的なレベルのものとし、複数の制約を考慮した研究も見られる<sup>例え  
ば 11)~14)</sup>。しかし、これまでの研究では、弾性変形や崩壊荷重などの個々の制約条件のみを取り扱った最適設計法や、それらの制約条件を段階的に考慮した最適設計法に関する研究がほとんどであり、それらの制約を同時に考慮することが可能な一般的かつ実用的な解法は著者の知る限り見当たらない。

そこで、本章では、数理計画法を用いて、'81年耐震基準の弾性制約条件にあたる部材応力及び層間変形に関する制約条件と塑性制約条件にあたる崩壊荷重に対する制約条件の両方を段階的ではなく同時に取り扱うことが可能な鋼構造平面骨組の一般的最適設計手法を提案する。

前述したように、数理計画法を用いた骨組の最適塑性設計の一般的な定式化は、下界定理に基づく定式化か、あるいは、その双対問題である上界定理に基づく定式化であり、どちら

の場合でも線形計画問題として定式化できるので、シンプレックス法を用いて設計解を求めることができる<sup>6)</sup>。一方、数理計画法を用いた骨組の最適弾性設計では、応力や層間変形角の制約条件が設計変数に対して陽ではない非線形関数となるので、設計感度解析により設計変数に対する制約条件の偏微分係数を求め、非線形数理計画法を用いて、最適設計解を求める方法が一般的となる<sup>13)</sup>。これらの定式化に基づき、弾性制約条件と塑性制約条件を同時に取り扱い、数理計画法を用いて設計解を得ることは、理論的には可能と考えられるが、取り扱う最適化問題の構造が非常に複雑になり、計算時間が著しく増加することが予想される。一方、差分による設計感度解析を利用して、弾性骨組解析と弾塑性増分解析あるいはマトリックス極限解析を繰り返す方法も考えられる。実際、増分解析の繰り返しと差分による設計感度解析により骨組の最小重量塑性設計が可能であるという報告もある<sup>16)</sup>。しかし、このようなアプローチでは、取り扱う制約条件は、少なくともすむが、形成される崩壊機構の変動による塑性制約条件の微分勾配の不連続性による収束性の悪化や増分解析(あるいは極限解析)の多数回の繰り返しによる計算時間の増加が問題となる。そこで、ここでは、SLP法<sup>15)</sup>による設計変数の修正時にコンパクト法によるマトリックス極限解析<sup>17)-19)</sup>を行い、そこで得られる崩壊機構情報から塑性制約条件を記憶・蓄積していく方法を新しく提案する。この方法では、塑性制約条件が設計変数に対して陽な少数かつ複数の崩壊機構における制約条件群で定式化できるため、塑性制約条件における微分勾配の不連続性の解消や設計解を得るまでの解析回数の減少が期待できる。また、非線形数理計画法に基づく弾性制約最適化との同時最適化も容易となる。

本章の概要を以下に示す。まず2.2節で基本仮定が示された後、2.3節で'81年耐震基準の弾性制約条件にあたる部材応力、層間変形を制約した最小重量設計の設計手順とその設計例が示される。2.4節では、'81年耐震基準の塑性制約条件にあたる崩壊荷重を制約した最小重量設計問題が取り扱われる。マトリックス極限解析手法の一つであるコンパクト法の概要が示され、そこで得られる崩壊機構情報を利用した最小重量塑性設計の一般的解法が提案される。2.5節では、2.3節、2.4節の方法に基づき、弾性・塑性同時制約下の最小重量設計の設計手順とその設計例が示される。なお、2.3から2.5節のすべての設計例で解の大域的最適性・収束性が検証され、提案設計手法の有効性が論じられる。

## 2.2 基本仮定

本章では、以下の仮定を設ける。

(基本仮定 2-1) 静的な荷重あるいは準静的な比例荷重が載荷される鋼構造建築骨組を対象とする。

(基本仮定 2-2) 部材の弾性変形に関して、軸伸縮及び曲げ変形を考慮する。

(基本仮定 2-3) 部材端部が塑性化した場合には、単純塑性ヒンジ理論に従う。

(基本仮定 2-4) 塑性ヒンジの軸力による曲げ耐力の低下が考慮される。

(基本仮定 2-5) 幾何学的非線形性を考慮しない。

## 2.3 弾性制約条件下の鋼構造骨組の最小重量設計

本節では、まず、'81年耐震基準の弾性制約条件にあたる部材応力度制約条件および層間変形角制約条件を考慮した最小重量設計の設計手順とその設計例を示す。

### 2.3.1 部材応力度制約条件

部材応力度制約条件は、長期荷重（常時鉛直荷重）あるいは短期荷重（常時鉛直荷重および水平荷重）下における骨組各部材の応力度が許容値（許容応力度）を下回ることを検討するためのものであり、以下の2式で表せる。

$$\frac{|N_{Li}|}{A_i \cdot f_{NLi}} + \frac{|Mx_{Li}|}{Zx_i \cdot f_{MLi}} \leq 1 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2-1)$$

$$\frac{|N_{Si}|}{A_i \cdot f_{NSi}} + \frac{|Mx_{Si}|}{Zx_i \cdot f_{MSi}} \leq 1 \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (2-2)$$

ここで、

$N_{Li}$ : 長期荷重下における部材  $i$  の軸力

$Mx_{Li}$ : 長期荷重下における部材  $i$  の曲げモーメント

$f_{NLi}$ : 長期荷重下における部材  $i$  の軸力に対する許容応力度

$f_{MLi}$ : 長期荷重下における部材  $i$  の曲げに対する許容応力度

$N_{Si}$ : 短期荷重下における部材  $i$  の軸力

$Mx_{Si}$ : 短期荷重下における部材  $i$  の曲げモーメント

$f_{NSi}$ : 短期荷重下における部材  $i$  の軸力に対する許容応力度

$f_{MSi}$ : 短期荷重下における部材  $i$  の曲げに対する許容応力度

$A_i, Zx_i$ : 部材  $i$  の断面積および断面係数

### 2.3.2 層間変形角制約条件

層間変形角制約条件は、短期荷重下における骨組各層の層間変形角が許容値を下回ることを検討するためのものであり、下式で表せる。

$$\frac{\delta_{k+1} - \delta_k}{H_k} \leq \gamma_0 \quad (k = 1, 2, \dots, N_F) \quad (2-3)$$

ここで

$u_k$  : 第  $k$  層の水平変位

$H_k$  : 第  $k$  層の階高

$u_0$  : 制約値 (ここでは、1/200 とする。)

### 2.3.3 最小重量弾性設計問題

使用する部材断面の形状寸法比が一定であると仮定すると、断面係数  $Z$ 、断面二次モーメント  $I$ 、断面積  $A$  の間に次の関係式が成立する。

$$Z = \alpha_Z \cdot A^{1.5} \quad (2-4)$$

$$I = \alpha_I \cdot A^2 \quad (2-5)$$

上式の係数  $\alpha_Z, \alpha_I$  は、断面形状や形状寸法比に応じて異なる値をとるが、本章では、市販の角形鋼管柱断面および細幅系列 H 形鋼梁断面の断面性能を対数座標上にプロットし最小二乗法により得た以下の係数値を用いている。

表 2-1 係数  $\alpha_Z, \alpha_I$

|            |                                       |
|------------|---------------------------------------|
| $\alpha_Z$ | 0.804 (角形鋼管柱断面), 1.580 (細幅系列 H 形鋼梁断面) |
| $\alpha_I$ | 1.076 (角形鋼管柱断面), 3.648 (細幅系列 H 形鋼梁断面) |

(2-4)式、(2-5)式を用いれば、最小重量設計問題は、以下に示す制約条件付き最小化問題として定式化できる。

Find  $A_1, A_2, \dots, A_{N_D}$  which minimize

$$W = \sum_{q=1}^{N_D} C_q A_q \quad (2-6)$$

subjected to

$$G_{SLi} = \frac{|N_{Li}|}{A_i \cdot f_{N_{Li}}} + \frac{|Mx_{Li}|}{Zx_i \cdot f_{M_{Li}}} \leq 1 \quad (i = 1, 2, \dots, N_m) \quad (2-7a)$$

$$G_{SSi} = \frac{|N_{Si}|}{A_i \cdot f_{N_{Si}}} + \frac{|Mx_{Si}|}{Zx_i \cdot f_{M_{Si}}} \leq 1 \quad (i = 1, 2, \dots, N_m) \quad (2-7b)$$

$$G_{Dk} = \frac{\delta_{k+1} - \delta_k}{H_k \cdot \gamma_0} \leq 1 \quad (k = 1, 2, \dots, N_F) \quad (2-8)$$

$$A_{Lq} \leq A_q \leq A_{Uq} \quad (q = 1, 2, \dots, N_D) \quad (2-9)$$

ここで、

$$C_q = \rho L_q \quad (q = 1, 2, \dots, N_D) \quad (2-10)$$

：鋼材の単位体積重量

$L_q$ ： $q$  番目の設計変数に対応する部材長の合計

$A_L, A_U$ ：設計変数に関する上限と下限の制約条件値

また、下付き添え字  $q$  のある記号は、 $q$  番目の設計変数に関する記号であることを表す。

下付き添え字  $i$  のある記号は、 $i$  番目の部材に関する記号であることを表す。

#### 2.3.4 骨組構造解析と設計感度解析

2.3.3 節で定式化した最小重量設計問題の制約条件式に含まれる部材応力、変位等は、剛性マトリックス法に基づく骨組構造解析により計算できる。ここで示した最小重量設計問題は、非線形制約条件付最小化問題であり、数理計画法により解くことができるが、このとき、制約関数の値だけでなく、その設計感度係数（ $G_{SSi} / A_j$  など）も計算する必要がある。

設計感度係数の計算法として、部材レベルおよび骨組全体での剛性方程式を断面積  $A_j$  で微分した方程式を用いて計算する方法があるが、ここでは、計算手順が非常に簡単な次式で示す前進差分の近似式を用いて計算する。

$$\left. \frac{\partial G_{SSi}}{\partial A_j} \right|_{\{A\}=\{A_0\}} = \frac{G_{SSi} \Big|_{\{A\}=\{A_0\}+\Delta A\{I_j\}} - G_{SSi} \Big|_{\{A\}=\{A_0\}}}{\Delta A} \quad (2-11)$$

ここで、 $\{I_j\}$  は、次式で示すように、 $j$  番目の成分のみが 1 でそれ以外がすべて 0 となる列ベクトルである。

$$\{I_j\} = (0 \quad \dots \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad \dots \quad 0)^T \quad (2-12)$$

$A$  は、差分増分量を表し、設計変数の値の 1/10000 としている。

上式は、制約関数  $G_{SS}$  の場合であるが、 $G_{SL}, G_D$  についても同様に計算できる。

このような差分近似を設計感度解析に利用した最適設計は、これまでも数多くの研究者により行われ(たとえば20)~22)、その有効性が既に確かめられている。

### 2.3.5 SLP 法に基づく最適設計手順

前述した2.3.3節の最小重量設計問題を解くための方法として、ここでは、SLP法<sup>15)</sup>に基づく方法を考える。2.3.3節の最小重量設計問題は、設計変数の非線形制約条件付最小化問題となる。この問題を、ある設計解 $\{A\} = \{A_0\}$ のまわりでテーラー一次近似することにより、以下に示す近似線形計画問題に変換する。

[近似線形計画問題]

Find  $A_1, A_2, \dots, A_{N_D}$  which minimize

$$W = \sum_{a=1}^{N_D} C_a A_a \quad (2-13)$$

subjected to

$$\sum_{q=1}^{N_D} D_{SSiq} A_q + G_{SSi}(A_0) \leq 1 \quad (i = 1, 2, \dots, N_m) \quad (2-14)$$

$$\sum_{q=1}^{N_D} D_{SLiq} A_q + G_{SLi}(A_0) \leq 1 \quad (i = 1, 2, \dots, N_m) \quad (2-15)$$

$$\sum_{q=1}^{N_D} D_{Dkq} A_q + G_{Dk}(A_0) \leq 1 \quad (k = 1, 2, \dots, N_F) \quad (2-16)$$

$$A_{Lq} \leq A_q \leq A_{Uq} \quad (q = 1, 2, \dots, N_D) \quad (2-17)$$

ここで、 $G_{SSi}(A_0)$ 、 $G_{SLi}(A_0)$ 、 $G_{Dk}(A_0)$ は、 $\{A\} = \{A_0\}$ における制約関数  $G_{SSi}$ 、 $G_{SLi}$ 、 $G_{Dk}$ の値である。また、設計感度係数(設計変数に関する偏微分係数)  $D_{SSi}$ 、 $D_{SLi}$ 、 $D_{Dk}$ は、次式で表され、2.3.4で示した差分による設計感度解析法によって計算できる。

$$D_{SSiq} = \frac{\partial G_{SSi}}{\partial A_q} \quad (i = 1, 2, \dots, N_m, \quad q = 1, 2, \dots, N_D) \quad (2-18)$$

$$D_{SLiq} = \frac{\partial G_{SLi}}{\partial A_q} \quad (i = 1, 2, \dots, N_m, \quad q = 1, 2, \dots, N_D) \quad (2-19)$$

$$D_{Dkq} = \frac{\partial G_{Dk}}{\partial A_q} \quad (k = 1, 2, \dots, N_F, \quad q = 1, 2, \dots, N_D) \quad (2-20)$$

SLP 法は、設計解  $A_0$  の仮定、近似線形計画問題の設定、シンプレックス法等による設計解の計算を繰り返すことにより、最適解を得る方法である。SLP 法に基づく最適設計手順を以下に示す。また、この設計フロー・チャートを図 2-1 に示す。

- [1] 骨組形状、荷重条件、初期設計解等を設定する。
- [2] 骨組構造解析により、初期設計解の部材応力、層変位等を求める。
- [3] 設計感度解析を行う（感度係数  $D_{SSiq}$ ,  $D_{SLiq}$ ,  $D_{Dkq}$  を求める。）
- [4] 2.3.3 節で定式化した最小重量設計問題の近似線形計画問題(2.3.5 節)を設定する。
- [5] [4]で設定された近似線形計画問題の設計解をシンプレックス法により計算する。
- [6] 収束判定条件が満足されれば、計算を終了する。収束判定条件が満足されなければ、[5]で得られた設計解をもとにして、再び[2]～[5]の手順を繰り返す。

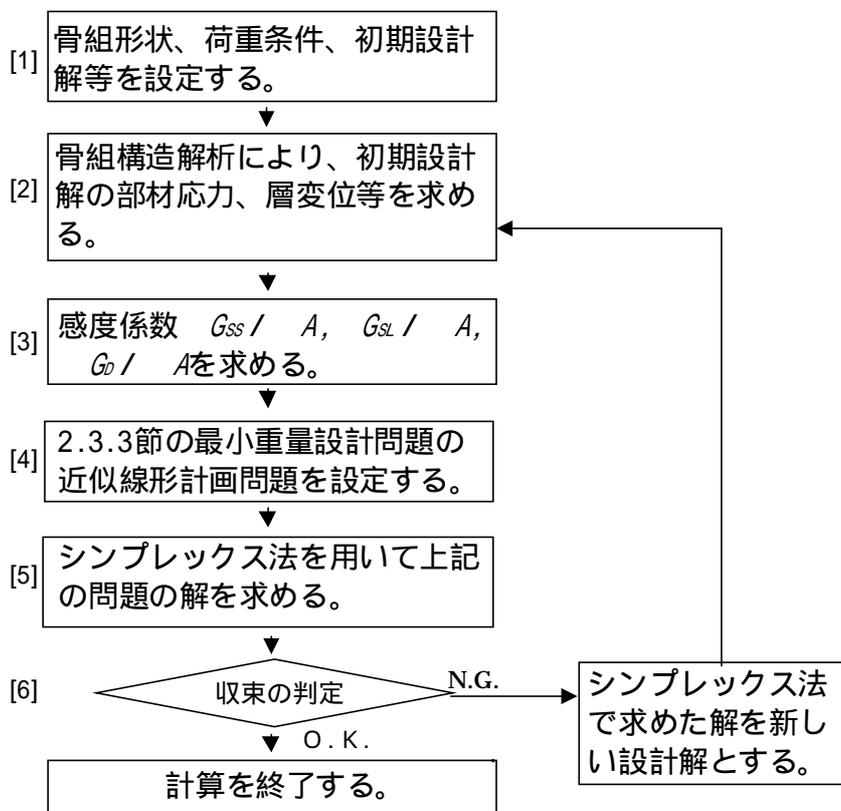


図 2-1 設計フロー・チャート

ここで、収束判定条件は、以下の2条件を同時に満たすこととする。

- (1) 得られた設計解が制約条件右辺の制限値の0.4%の誤差範囲内で満足する。
- (2) シンプレックス法の各繰り返しで得られる目的関数の変動量が0.1%以内である。

また、設計変数の変動幅制限 (Move Limit) は、一回前の繰り返しにおける近似線形計画問題の設計解  $A_q^p$  の10%とする。従って、次式の制約条件を前述の近似線形計画問題に追加する。

$$(1 - \varepsilon_M) A_q^p \leq A_q \leq (1 + \varepsilon_M) A_q^p \quad (q = 1, 2, \dots, N_D) \quad (2-21)$$

ここで、

$M$  : Move Limit (0.1 とする。)

$A_q^p$  : 一回前の繰り返しにおける近似線形計画問題の設計解

ただし、最適設計解が許容領域の端点に存在しないために収束しない場合には、次式を用いて、Move Limit  $M$  を漸減させていき、強制的に収束させる処理を行う。

$$\varepsilon_M = \alpha_M \cdot \varepsilon_M^p \quad (2-22)$$

ここで、

$M^p$  : 一回前の繰り返しにおける近似線形計画問題で用いた Move Limit

$M$  : 漸減率 (0.9 としている。)

また、線形化された制約条件と Move Limit の制約が互いに矛盾し、許容領域が存在しない場合には、上式(2-22)の  $M$  を 1.3 にして、Move Limit の範囲を一時的に増大させる操作を行う。

### 2.3.6 設計例

#### (1) 2層2スパン骨組の最小重量設計

図2-2に示す2層2スパン骨組の最小重量設計例を示す。図2-2中の丸印の数字は部材番号である。設計変数は、柱断面積と梁断面積の2変数である。設計で用いる短期荷重および長期荷重は、図2-3に示す鉛直荷重および水平荷重から決定される。図中の各変数の数値は、 $P1=4.88\text{tf}$ ,  $P2=7.02\text{tf}$ ,  $V1=6.75\text{tf}$ ,  $V2=10.5\text{tf}$ ,  $V3=12.0\text{tf}$  である。

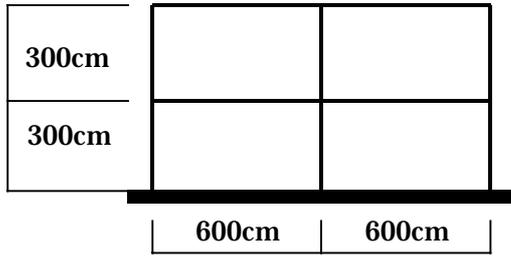


図 2-2 2層2スパン骨組

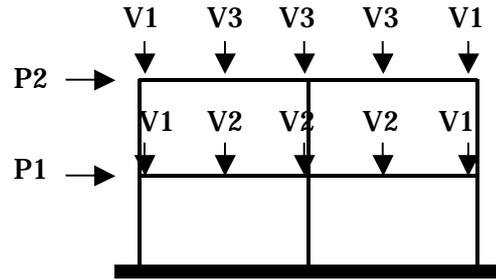


図 2-3 荷重

本問題は、設計変数が柱断面積と梁断面積の2変数であるので、設計領域上で制約条件を図示することができる。図 2-4 は、骨組構造解析を繰り返し、2分法により制約条件の等号成立時の設計点を求め、部材応力制約条件および層間変形角制約条件を図示したものである。これらの図から、部材応力制約条件は、設計変数間の相関が低いことがわかる。一方、層間変形角制約条件は、設計変数間の相関が非常に高くなっていることがわかる。これらの制約条件の図から判断すれば、形成される許容領域は、凸領域となる可能性が高いと推定できる。

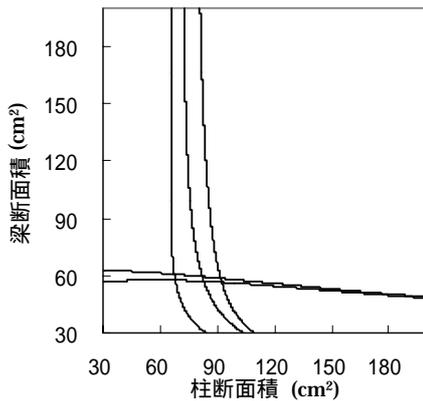


図 2-4(A) 長期荷重時部材応力制約 ~

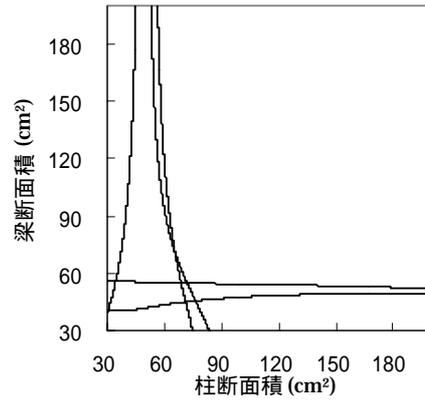


図 2-4(B) 長期荷重時部材応力制約 ~

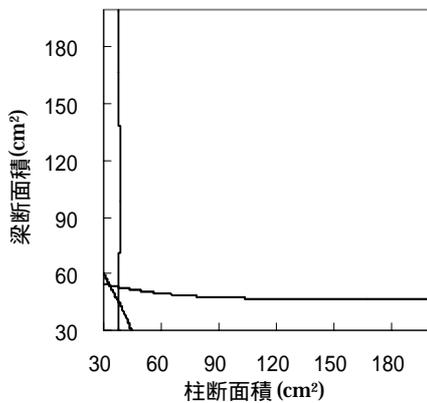


図 2-4(C) 短期荷重時部材応力制約 ~

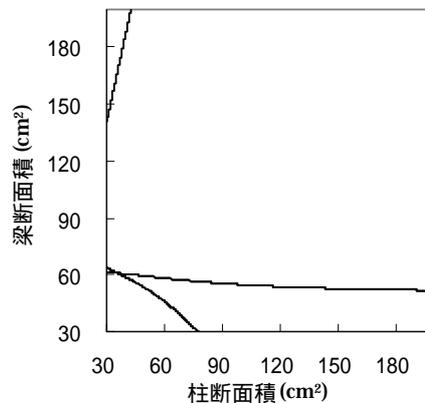


図 2-4(D) 短期荷重時部材応力制約 ~

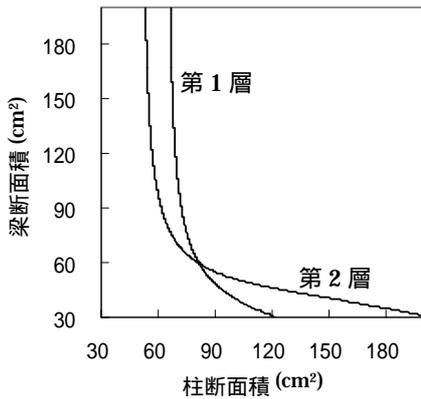


図 2-4(E) 層間変形角制約

図 2-5 は、図 2-4 の制約条件のうち、許容領域を直接形成する制約条件のみを取り出して図示したものである。同図中の斜線部分が許容領域を表すが、本問題は許容領域が明らかに凸領域となっており局所的最適解が存在しないことがわかる。同図中の斜めの点線は、目的関数（構造重量）の等高線を表す。許容領域の形と目的関数の等高線の勾配から印が最適設計解であることが分かる。図 2-6 は、初期設計解として、柱断面積 150cm<sup>2</sup>、梁断面積 150cm<sup>2</sup>(図中 )、柱断面積 150cm<sup>2</sup>、梁断面積 50cm<sup>2</sup>(図中 )、柱断面積 50cm<sup>2</sup>、梁断面積 150cm<sup>2</sup>(図中 )、柱断面積 50cm<sup>2</sup>、梁断面積 50cm<sup>2</sup>(図中 )をそれぞれ与えたときの SLP 法の収束過程を表す。この 4 つの例は、すべて最適設計解（柱断面積 91.7cm<sup>2</sup>、梁断面積 58.5cm<sup>2</sup>）に収束していることが確認できる。

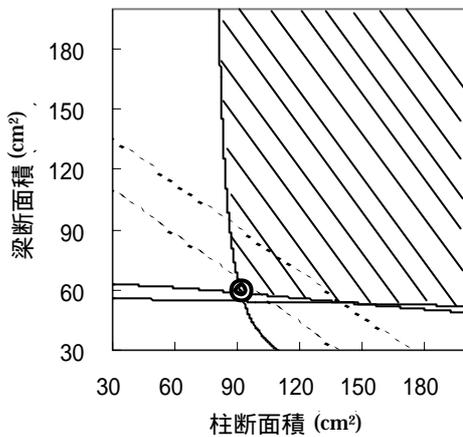


図 2-5 許容領域

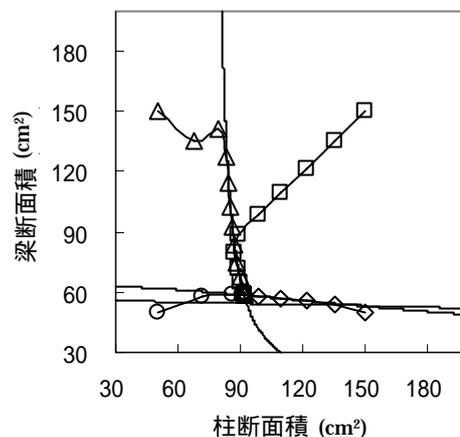


図 2-6 収束過程

## (2) 5層3スパン骨組の最小重量設計

図 2-7 に示す 5 層 3 スパン骨組の最小重量設計例を示す。設計で用いる短期荷重および長期荷重は、同図に示す鉛直荷重および水平荷重から決定される。設計変数は、1, 2 層の外柱部材、中柱部材、3 ~ 5 層の外柱部材、中柱部材、各層ごとの梁部材の断面積で、計 9 変数である。図 2-7 中の各変数の数値は、 $P_1=8.89tf$ ,  $P_2=11.9tf$ ,  $P_3=15.3tf$ ,  $P_4=19.2tf$ ,  $P_5=33.8tf$ ,

V1=8.50tf, V2=14.0tf, V3=8.75tf, V4=16.0tf である。

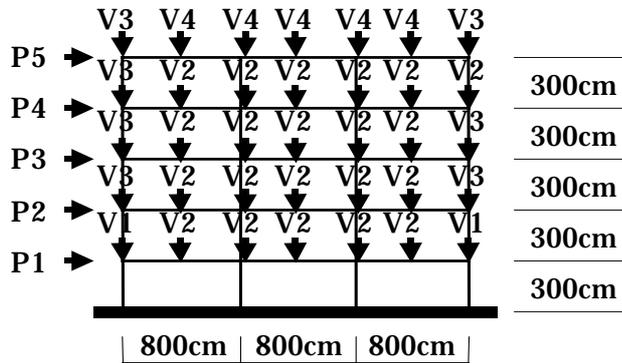


図 2-7 5層3スパン骨組

表 2-2 は、5層3スパン骨組の最小重量設計解を示したものである。SLP 法で与えた設計変数の初期値は、柱部材断面積  $200\text{cm}^2$ 、梁部材断面積  $200\text{cm}^2$  である。同表中の W は、設計解の骨組重量、N は、SLP 法の反復回数を示している。表 2-3 には、最適設計解における部材応力および層間変形に対する制約条件の満足度（太字の数字は、制約値に等しくなっていることを示す。）が示されている。この表より、すべての制約条件が満足されていることが確認できる。

表 2-2 設計解

| 部材      | A                          | I                          | 部材   | A                          | I                          |
|---------|----------------------------|----------------------------|------|----------------------------|----------------------------|
| 3-5F 外柱 | 1.29                       | 1.78                       | RF 梁 | 0.819                      | 2.45                       |
| 3-5F 中柱 | 1.84                       | 3.65                       | 5F 梁 | 0.919                      | 3.08                       |
| 1-2F 外柱 | 1.60                       | 2.75                       | 4F 梁 | 1.45                       | 7.71                       |
| 1-2F 中柱 | 3.01                       | 9.72                       | 3F 梁 | 1.57                       | 8.98                       |
|         |                            |                            | 2F 梁 | 1.07                       | 4.20                       |
| 単位      | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{cm}^4)$ | 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{cm}^4)$ |
|         | W (t)                      | N                          |      |                            |                            |
|         | 19.8                       | 40                         |      |                            |                            |

表 2-3 制約条件の満足度

|        | 柱部材応力       |          |    | 梁部材応力       |          | 層間変形角 |                  |
|--------|-------------|----------|----|-------------|----------|-------|------------------|
|        | $G_{SS}$    | $G_{SL}$ |    | $G_{SS}$    | $G_{SL}$ |       | $\times 10^{-2}$ |
| 3-5F外柱 | <b>1.00</b> | 0.67     | RF | <b>1.00</b> | 0.97     | 5層    | 0.46             |
| 3-5F中柱 | 0.95        | 0.35     | 5F | <b>1.00</b> | 0.67     | 4層    | <b>0.50</b>      |
| 1-2F外柱 | <b>1.00</b> | 0.52     | 4F | 0.71        | 0.35     | 3層    | <b>0.50</b>      |
| 1-2F中柱 | <b>1.00</b> | 0.33     | 3F | 0.77        | 0.32     | 2層    | 0.47             |
|        |             |          | 2F | <b>1.00</b> | 0.54     | 1層    | 0.33             |

表 2-4 は、各設計変数に対して表 2-5 のような 100 以上 200 以下の 5 組の初期設計解を作成し、それらの初期設計解に対して得られた設計変数の解の最大値  $A_{MAX}$ 、最小値  $A_{MIN}$  及び骨組重量の最大値  $W_{MAX}$ 、最小値  $W_{MIN}$ 、SLP 法の反復回数の最大値  $N_{MAX}$ 、最小値  $N_{MIN}$  を示したものである。 $A_{MAX}$ 、 $A_{MIN}$ 、 $W_{MAX}$ 、 $W_{MIN}$  の間には、多少の差異がみられる。一般に、非線形数理計画問題では、特別な問題を除き、大域的最適解が得られることを厳密に保証することができないが、この設計例では、大域的最適解あるいはきわめてそれに近い骨組重量の設計解が得られていると推論できる。また、収束までの SLP 法の反復回数は、最大でも 40 回程度であった。

表 2-4 設計解

| 部材      | $A_{MAX}$                   | $A_{MIN}$                   | 部材   | $A_{MAX}$                   | $A_{MIN}$                   |
|---------|-----------------------------|-----------------------------|------|-----------------------------|-----------------------------|
| 3-5F 外柱 | 1.29                        | 1.27                        | RF 梁 | 0.821                       | 0.818                       |
| 3-5F 中柱 | 1.89                        | 1.82                        | 5F 梁 | 0.919                       | 0.918                       |
| 1-2F 外柱 | 1.60                        | 1.59                        | 4F 梁 | 1.47                        | 1.43                        |
| 1-2F 中柱 | 3.01                        | 3.00                        | 3F 梁 | 1.57                        | 1.55                        |
|         |                             |                             | 2F 梁 | 1.07                        | 1.08                        |
| 単位      | $\times 10^2 (\text{cm}^2)$ | $\times 10^2 (\text{cm}^2)$ | 単位   | $\times 10^2 (\text{cm}^2)$ | $\times 10^2 (\text{cm}^2)$ |
|         | $W_{MAX}$                   | $W_{MIN}$                   |      | $N_{MAX}$                   | $N_{MIN}$                   |
|         | 19.8                        | 19.7                        |      | 40                          | 28                          |

表 2-5 初期設計解の断面積と構造重量

| 部材      | 初期解 1 | 初期解 2 | 初期解 3 | 初期解 4 | 初期解 5 | 単位                          |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|-----------------------------|
| 3-5F 外柱 | 2.00  | 2.00  | 1.00  | 2.00  | 1.00  | $\times 10^2 (\text{cm}^2)$ |
| 3-5F 中柱 | 2.00  | 2.00  | 1.00  | 1.00  | 2.00  | $\times 10^2 (\text{cm}^2)$ |
| 1-2F 外柱 | 2.00  | 2.00  | 1.00  | 2.00  | 1.00  | $\times 10^2 (\text{cm}^2)$ |
| 1-2F 中柱 | 2.00  | 2.00  | 1.00  | 1.00  | 2.00  | $\times 10^2 (\text{cm}^2)$ |
| RF 梁    | 2.00  | 1.00  | 2.00  | 2.00  | 1.00  | $\times 10^2 (\text{cm}^2)$ |
| 5F 梁    | 2.00  | 1.00  | 2.00  | 2.00  | 1.00  | $\times 10^2 (\text{cm}^2)$ |
| 4F 梁    | 2.00  | 1.00  | 2.00  | 1.00  | 2.00  | $\times 10^2 (\text{cm}^2)$ |
| 3F 梁    | 2.00  | 1.00  | 2.00  | 1.00  | 2.00  | $\times 10^2 (\text{cm}^2)$ |
| 2F 梁    | 2.00  | 1.00  | 2.00  | 1.00  | 1.00  | $\times 10^2 (\text{cm}^2)$ |
| W       | 28.3  | 18.8  | 23.6  | 20.3  | 20.3  | (t)                         |

図 2-8 は、5 組の初期設計解をそれぞれ与えたときの最適解が得られるまでの構造重量の収束過程を表したものである。また、図 2-9、図 2-10 は、初期設計解 1 を与えたときの設計変数の収束過程を表している。図 2-8 から、反復回数 10 回以降、構造重量の変化がほとんどないことが読み取れ、10 回以降の計算が無意味であるように見える。しかし、図 2-9、図 2-10 を見ると、5~10 回以降、特定の設計変数が振動していることが分かり、move limit の漸減により収束していることが確認できる。このような振動が起こる設計変数は、いずれも 3 層および 4 層に含まれる部材のものであり、最適解が許容領域の端点に存在するのではなく、非線形性の高い層間変形角制約条件の制約面上に存在するために、このような設計変数の振動が起こったと推測できる。

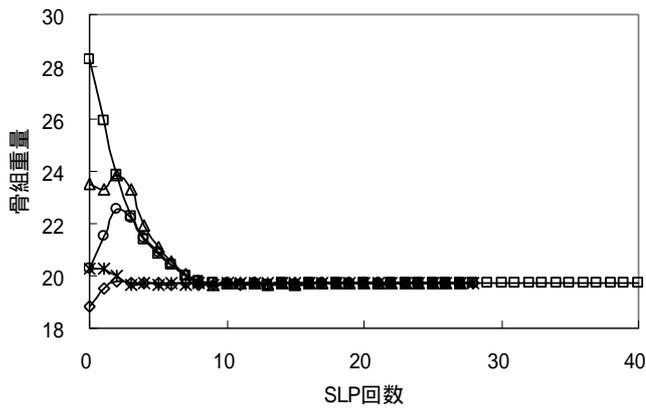


圖 2-8 収束過程 (構造重量)

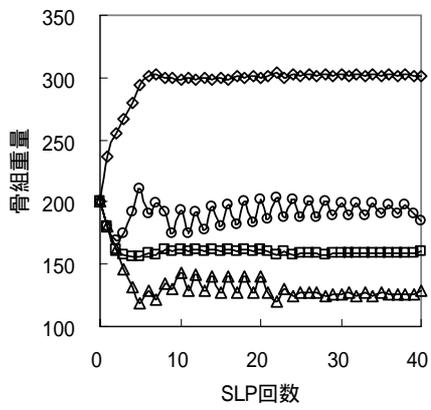


圖 2-9 収束過程 (柱斷面積)

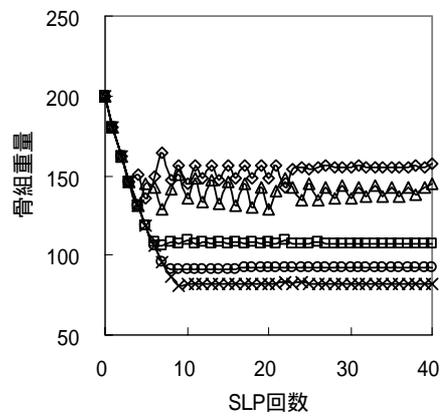


圖 2-10 収束過程 (梁斷面積)

## 2.4 コンパクト法による崩壊機構情報を利用した鋼構造骨組の最小重量塑性設計

前節では、'81年耐震基準のうち弾性制約条件にあたる部材応力度制約条件および層間変形角制約条件を考慮した最小重量弾性設計の設計手順とその設計例が示された。本節では、'81年耐震基準のうち塑性制約条件にあたる崩壊荷重制約条件を考慮した最小重量塑性設計の設計手順とその設計例が示される。2.1節でも述べたように、既往の研究において非常に多くの最小重量塑性設計法が提案されている<sup>例えば 3)-7)</sup>。しかし、これらの既往の方法では、塑性制約条件のみを考慮したり、弾性制約条件などの他の制約を段階的に考慮したりすることは可能であっても、他の制約を同時に考慮することは難しい。本節では、このような他の制約も同時に考慮することが容易な最小重量塑性設計の一般的解法が提案され、その設計例が示される。

### 2.4.1 コンパクト法の概要<sup>17)-19)</sup>

本章で提案する最小重量塑性設計法では、マトリックス極限解析法の一つであるコンパクト法が用いられる。この解析手法は、一般的に弾塑性解析でよく用いられる増分解析手法と比較して、「歪硬化を考慮できない。」「荷重変形関係が得られない。」等の短所を有するが、形成される崩壊機構の情報（形成される崩壊機構の塑性ヒンジ回転角の相対速度およびそれに対応する節点変位の相対速度）が列ベクトルの形で容易に得られるという利点がある。

軸力・曲げ相関塑性条件を無視し、下界定理に基づく極限解析理論を用いれば、解析問題は、以下のような最大化問題として定式化できる。

Find  $\lambda, \{r\}, \{m_c\}$  which maximize  $\lambda$  subjected to

$$\lambda \begin{Bmatrix} \{P_0\} \\ \{m_0\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [H] & [O] \\ [B_C] & [I] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{r\} \\ \{m_c\} \end{Bmatrix} \quad (2-23)$$

$$\begin{Bmatrix} \{r^L\} \\ \{m_c^L\} \end{Bmatrix} \leq \begin{Bmatrix} \{r\} \\ \{m_c\} \end{Bmatrix} \leq \begin{Bmatrix} \{r^U\} \\ \{m_c^U\} \end{Bmatrix} \quad (2-24)$$

ここで、

$$\{r\} = \begin{Bmatrix} n^{(1)} \\ m_1^{(1)} \\ m_2^{(1)} \\ n^{(2)} \\ m_1^{(2)} \\ m_2^{(2)} \\ \vdots \end{Bmatrix}, \quad \{r^L\} = \begin{Bmatrix} -n_p^{(1)} \\ -m_p^{(1)} \\ -m_p^{(1)} \\ -n_p^{(2)} \\ -m_p^{(2)} \\ -m_p^{(2)} \\ \vdots \end{Bmatrix}, \quad \{r^U\} = \begin{Bmatrix} n_p^{(1)} \\ m_p^{(1)} \\ m_p^{(1)} \\ n_p^{(2)} \\ m_p^{(2)} \\ m_p^{(2)} \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (2-25a-c)$$

$$\{m_C\} = \begin{Bmatrix} m_C^{(1)} \\ m_C^{(2)} \\ \vdots \end{Bmatrix}, \quad \{m_C^L\} = \begin{Bmatrix} -m_{CP}^{(1)} \\ -m_{CP}^{(2)} \\ \vdots \end{Bmatrix}, \quad \{m_C^U\} = \begin{Bmatrix} m_{CP}^{(1)} \\ m_{CP}^{(2)} \\ \vdots \end{Bmatrix} \quad (2-25d-f)$$

：荷重係数

$\{P_0\}$ ：単位載荷荷重ベクトル

$\{m_0\}$ ：中間荷重点における単位載荷荷重ベクトル

$[H]$ ：部材力ベクトル $\{r\}$ と荷重ベクトル $\{P_0\}$ の釣り合いマトリックス

$[BC]$ ：部材力ベクトル $\{r\}$ と $\{m_C\}$ の釣り合いマトリックス

$[O]$ ：零マトリックス

$[I]$ ：単位マトリックス

$n^{(i)}$ ： $i$ 番目の部材の部材軸力( $i=1,2,\dots,N_m$ )

$m_1^{(i)}$ ： $i$ 番目の部材の始端側材端モーメント( $i=1,2,\dots,N_m$ )

$m_2^{(i)}$ ： $i$ 番目の部材の終端側材端モーメント( $i=1,2,\dots,N_m$ )

$n_P^{(i)}$ ： $i$ 番目の部材の降伏軸力( $i=1,2,\dots,N_m$ )

$m_P^{(i)}$ ： $i$ 番目の部材の全塑性モーメント( $i=1,2,\dots,N_m$ )

$m_C^{(i)}$ ： $i$ 番目の中間荷重点の曲げモーメント( $i=1,2,\dots,N_{mc}$ )

$m_{CP}^{(i)}$ ： $i$ 番目の中間荷重点の全塑性モーメント( $i=1,2,\dots,N_{mc}$ )

$N_m$ ：部材総数

$N_{mc}$ ：中間荷重点総数

(2-23)式は、力の釣り合い条件、(2-24)式は、塑性条件を表している。本節では、さらに、柱部材に対して、以下に示す軸力曲げ相関塑性条件を考慮する。

$|n| \leq 0.2n_P$ のとき

$$-m_P \leq m_1 \leq m_P, \quad -m_P \leq m_2 \leq m_P \quad (2-26a,b)$$

$|n| > 0.2n_P$ のとき

$$-1 \leq \frac{4}{5} \cdot \frac{m_1}{m_P} + \frac{n}{n_P} \leq 1, \quad -1 \leq \frac{4}{5} \cdot \frac{m_1}{m_P} - \frac{n}{n_P} \leq 1 \quad (2-27a,b)$$

$$-1 \leq \frac{4}{5} \cdot \frac{m_2}{m_P} + \frac{n}{n_P} \leq 1, \quad -1 \leq \frac{4}{5} \cdot \frac{m_2}{m_P} - \frac{n}{n_P} \leq 1 \quad (2-28a,b)$$

(2-26)～(2-28)式の塑性条件は、 $j$ 番目の柱部材( $j=1,2,\dots,N_c$ )について、以下の形でマトリックス表示できる。ただし、 $u_a, u_b, u_c, u_d$ は、軸力曲げ相関塑性条件を考慮するために導入した仮想の部材力である。

$$\{O\} = \left[ \begin{array}{c} B_{MI} \\ I \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} r_M^{(j)} \\ u_M^{(j)} \end{array} \right\} \quad (2-29)$$

$$\left\{ u_M^{L(j)} \right\} \leq \left\{ u_M^{(j)} \right\} \leq \left\{ u_M^{U(j)} \right\} \quad (2-30)$$

ここで、

$$\left\{ r_M^{(i)} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} n^{(i)} \\ m_1^{(i)} \\ m_2^{(i)} \end{array} \right\}, \quad \left\{ u_M^{(i)} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} u_a^{(i)} \\ u_b^{(i)} \\ u_c^{(i)} \\ u_d^{(i)} \end{array} \right\} \quad (2-31a,b)$$

$$\left[ B_{IM}^{(i)} \right] = \left[ \begin{array}{ccc} -\frac{5m_p^{(i)}}{4n_p^{(i)}} & -1 & 0 \\ \frac{5m_p^{(i)}}{4n_p^{(i)}} & 1 & 0 \\ -\frac{5m_p^{(i)}}{4n_p^{(i)}} & 0 & -1 \\ \frac{5m_p^{(i)}}{4n_p^{(i)}} & 0 & 1 \end{array} \right] \left\{ u_M^{L(i)} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} -\frac{5}{4}m_p^{(i)} \\ \frac{5}{4}m_p^{(i)} \\ -\frac{5}{4}m_p^{(i)} \\ \frac{5}{4}m_p^{(i)} \end{array} \right\} \left\{ u_M^{U(i)} \right\} = \left\{ \begin{array}{c} \frac{5}{4}m_p^{(i)} \\ \frac{5}{4}m_p^{(i)} \\ -\frac{5}{4}m_p^{(i)} \\ \frac{5}{4}m_p^{(i)} \end{array} \right\} \quad (2-32a-c)$$

各柱部材について、(2-29), (2-30)式を作成し、それぞれを(2-23), (2-24)式に追加すると、以下に示すような軸力曲げ相関塑性条件を考慮した構造全体での釣り合い条件と塑性条件が得られる。

釣り合い条件

$$\lambda \left\{ \begin{array}{c} P_0 \\ m_0 \\ O \end{array} \right\} = \left[ \begin{array}{ccc} [H] & [O] & [O] \\ [B_c] & [I] & [O] \\ [B_t] & [O] & [I] \end{array} \right] \left\{ \begin{array}{c} r \\ m_c \\ u \end{array} \right\} \quad (2-33)$$

塑性条件

$$\left\{ \begin{array}{c} r^L \\ m_c^L \\ u^L \end{array} \right\} \leq \left\{ \begin{array}{c} r \\ m_c \\ u \end{array} \right\} \leq \left\{ \begin{array}{c} r^U \\ m_c^U \\ u^U \end{array} \right\} \quad (2-34)$$

以上より、軸力・曲げ相関塑性条件を考慮した下界定理に基づく極限解析問題は、以下の  
ような最大化問題として定式化できる。

Find  $\lambda, \{r_A\}$  which maximize  $\lambda$  subjected to

$$\lambda \{P_A\} = [C_A] \{r_A\} \quad (2-35)$$

$$\{r_A^L\} \leq \{r_A\} \leq \{r_A^U\} \quad (2-36)$$

ここで、

$$\{P_A\} = \begin{Bmatrix} \{P_0\} \\ \{m_0\} \\ \{O\} \end{Bmatrix}, [C_A] = \begin{bmatrix} [H] & [O] & [O] \\ [B_C] & [I] & [O] \\ [B_I] & [O] & [I] \end{bmatrix} \quad (2-37a,b)$$

$$\{r_A\} = \begin{Bmatrix} \{r\} \\ \{m_C\} \\ \{u\} \end{Bmatrix}, \{r_A^L\} = \begin{Bmatrix} \{r^L\} \\ \{m_C^L\} \\ \{u^L\} \end{Bmatrix}, \{r_A^U\} = \begin{Bmatrix} \{r^U\} \\ \{m_C^U\} \\ \{u^U\} \end{Bmatrix} \quad (2-37d-f)$$

(2-35)式は、および  $\{r\}, \{m_C\}, \{u\}$  を未知変数とする線形の方程式、(2-36)式は、 $\{r\}, \{m_C\}, \{u\}$  の上下制限約であり、上記の問題は、境界変数問題とよばれている。この最大化問題は、通常のシンプレックス法の手順で解くことができるが、問題を標準形に変換するときマトリックスの次元が大きくなり、非能率的である。コンパクト法は、本質的には、シンプレックス法と同一の方法であるが、境界変数問題の特徴を巧みに利用して、基底変換と荷重係数の増分計算を繰り返していき、崩壊荷重を計算する解析手法である。

#### 2.4.2 コンパクト法により得られる崩壊機構情報

解析の過程で、(2-35)式を基底変換していき、の増加がこれ以上期待できなくなった状態、すなわち崩壊荷重係数  $F$  が得られた状態における(2-35)式を以下の式で表すことにする。

$$\lambda_F \{P_A^*\} = [C_A^*] \{r_A\} \quad (2-38)$$

(2-38)式の  $[C_A^*]$  の中で、最終ステップの基底変換で制約条件(塑性条件)の上下限值に到達する基底変数が含まれる行の成分  $C_{Ak^*j}$  ( $j=1,2,\dots,N_m+N_{mc}+4N_c$ ) が、形成される崩壊機構の

塑性ヒンジのひずみ速度を表すことが知られている。また、同じ行の $\{P_A^*\}$ の成分  $P_{Ak}^*$ は、塑性ヒンジのひずみ速度に対応する荷重の仕事率を表す。コンパクト法では、これらの係数値から、形成される崩壊機構の情報が列ベクトルの形で容易に得られる。

### 2.4.3 崩壊荷重制約条件

単位比例載荷荷重 $\{P_{0j}\}$ を塑性設計荷重に等しくとれば、崩壊荷重制約条件は、次式で表せる。

$$\lambda_F \geq 1 \quad (2-39)$$

ある設計に対して、コンパクト法を適用し、形成される崩壊機構の情報  $C_{Ak}^*, P_{Ak}^*$ が得られれば、仮想仕事の原理より、以下の釣り合い式が得られる。

$$\lambda_F P_{Ak}^* = \sum_{j=1}^{N_A} C_{Ak}^* \cdot r_{Aj}^U \quad (2-40)$$

ここで、 $N_A = N_m + N_{mc} + 4N_c$

上式の  $r_{Aj}^U$ は、塑性条件の境界値であるので、上式の右辺は、全塑性モーメントおよび降伏軸力の線形和となる。上式を用いれば、崩壊荷重制約条件は、次式のようにも表せる。

$$\frac{P_{Ak}^*}{\sum_{j=1}^{N_A} C_{Ak}^* \cdot r_{Aj}^U} \leq 1 \quad (2-41a)$$

しかし、上記の制約条件を単独で SLP 法等の最適化手法に用いる場合には、形成される崩壊機構が、設計変数の変動により変化し、制約条件の勾配が不連続に変化することがあるため、収束性が悪くなることが予想される。このような制約条件の微分勾配の不連続性を解消するために、ここでは、SLP 法の設計修正のたびに、コンパクト法による崩壊機構の情報を記憶・蓄積していき、過去の設計修正の過程で得られた(2-41a)式も制約条件に追加していくことにする。従って、次式を崩壊荷重制約条件とする。

$$\sum_{j=1}^{N_A} C_{Ak}^* \cdot r_{Aj}^U \geq P_{Ak}^* \quad (r = 1, 2, \dots, N_r) \quad (2-41b)$$

ここで、 $P_{Ak}^{*(r)}$ ,  $C_{Ak}^{*j(r)}$  は、 $r-1$  回前の SLP 法の繰り返し時にコンパクト法により得られた崩壊機構情報である。 $N_r$  は、何回前までの崩壊荷重制約条件を考慮するかを指定するための変数であり、設計変数の総数以上あれば十分である。

#### 2.4.4 最小重量設計問題

前節と同様、使用する部材断面の形状寸法比が一定であると仮定すると、断面係数  $Z_P$ 、断面積  $A$  の間に次の関係式が得られる。

$$Z_P = \alpha_{ZP} \cdot A^{1.5} \quad (2-42)$$

上式の係数  $\alpha_{ZP}$  は、前節と同様の手順により得た以下の係数値を用いている。

表 2-6 係数  $\alpha_{ZP}$

|               |                                       |
|---------------|---------------------------------------|
| $\alpha_{ZP}$ | 0.949 (角形鋼管柱断面), 1.783 (細幅系列 H 形鋼梁断面) |
|---------------|---------------------------------------|

(2-42)式を用いれば、最小重量設計問題は、以下に示す制約条件付き最小化問題として定式化できる。

Find  $A_1, A_2, \dots, A_{N_D}$  which minimize

$$W = \sum_{q=1}^{N_D} C_q A_q \quad (2-43)$$

subjected to

$$G_{Pr} = \frac{P_{Ak}^{*(r)}}{\sum_{j=1}^{N_A} C_{Ak}^{*j(r)} \cdot r_{A_j}^U} \leq 1 \quad (r = 1, 2, \dots, N_r) \quad (2-44)$$

$$A_{Lq} \leq A_q \leq A_{Uq} \quad (q = 1, 2, \dots, N_D) \quad (2-45)$$

#### 2.4.5 設計手順

2.4.4 節の最小重量塑性設計問題を SLP 法により解くための設計手順を以下に示す。また、そのフロー・チャートを図 2-11 に示す。

- [1] 骨組形状、荷重条件、初期設計解等を設定する。
- [2] コンパクト法により、設計解の崩壊荷重を求める。また、崩壊機構情報を記憶・蓄積する。
- [3] 崩壊荷重係数制約条件を線形近似する。
- [4] 2.4.4 節の最小重量設計問題の近似線形計画問題を設定する。
- [5] [4]で設定された近似線形計画問題の設計解をシンプレックス法により計算する。
- [6] 収束判定条件が満足されれば、計算を終了する。収束判定条件が満足されなければ、[5]で得られた設計解をもとにして、再び[2]～[5]の手順を繰り返す。

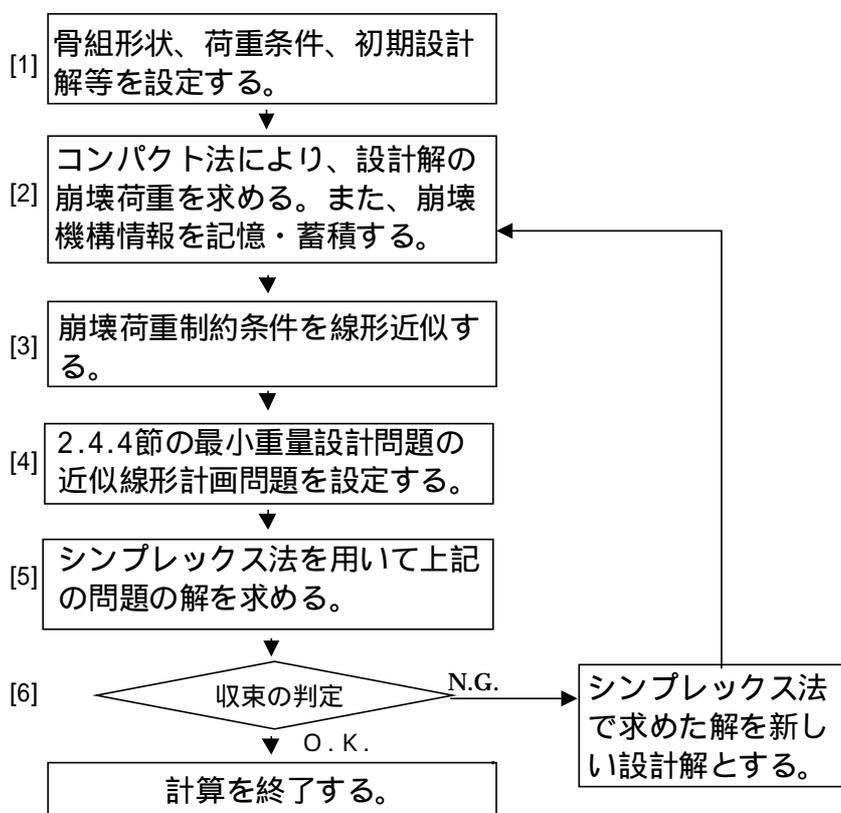


図 2-11 設計フロー・チャート

SLP 法の各反復の最初にコンパクト法によるマトリックス極限解析を行い、(2-44)式の崩壊荷重制約条件を記憶・蓄積していく。(2-44)式を直接、前進差分により線形近似するが、同式は、設計変数の直接的な陽な関数として表せるので、設計感度解析には、コンパクト法による解析計算の繰り返しは一切必要としない。収束判定条件、Move Limit の設定は、前節と同じである。

## 2.4.6 設計例

### (1) 門形ラーメンの最小重量塑性設計

図 2-12 に示す門形ラーメンの最小重量設計例を示す。設計変数は、柱断面積と梁断面積の 2 変数である。柱部材は、(2-26) ~ (2.28) 式の軸力曲げ相関塑性条件に従う。同図中の各変数の数値は、 $P=28tf, V1=55tf, V2=30tf$  である。

本問題は、設計変数が柱断面積  $A_c$  と梁断面積  $A_b$  の 2 変数であるので、設計領域上で制約条件を図示することができる。ここでは、まず、極限解析理論の下界定理を利用して図解法により、解くことにする。図 2-13 は、極限解析理論の下界定理に基づいて許容領域（斜線部分）を作成した図である。図中 a は、図 2-14(a) に示す層機構、図中 b は、図 2-14(b) に示す複合機構、図中 c は、図 2-14(c) に示す複合機構、図中 d は、図 2-14(d) に示す梁機構に関する制約条件である。その他にも想定すべき崩壊機構は多数あるが、ここでは、許容領域を直接形成する制約条件のみが図示されている。目的関数の等高線（点線）の勾配から、a と b の制約条件の交点と b と c の制約条件の交点のいずれかが、最適設計解であることがわかる。表 2-7 は、個々の崩壊機構の仮想仕事式から計算したこれら二つの交点の設計解および構造重量を表している。この表から、二つの候補点の構造重量を比較することにより、b と c の制約条件の交点（印）が最適設計解であることが分かった。

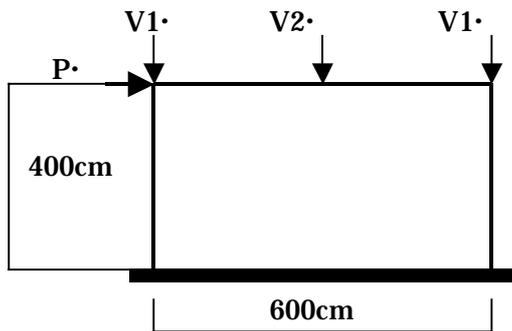


図 2-12 門形ラーメン

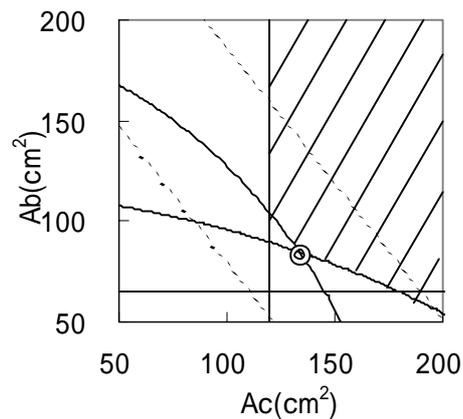


図 2-13 許容領域

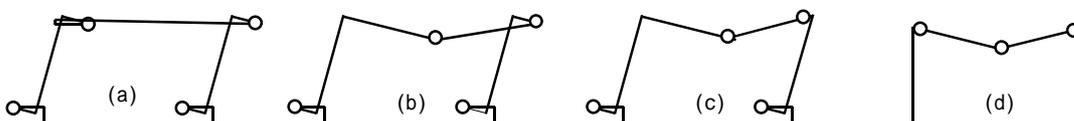


図 2-14 崩壊機構

表 2-7 二つの候補点の設計解

|           | 柱断面積                       | 梁断面積                       | 構造重量  |
|-----------|----------------------------|----------------------------|-------|
| a と b の交点 | 1.20                       | 1.05                       | 1.243 |
| b と c の交点 | 1.34                       | 0.847                      | 1.238 |
| 単位        | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | (t)   |

図 2-15 は、提案設計手法による設計解の収束過程を示している。この設計例では、異なる 4 つの初期設計解（柱梁とも 200cm<sup>2</sup>、柱 200、梁 50cm<sup>2</sup>、柱 50、梁 200cm<sup>2</sup>、柱梁とも 50cm<sup>2</sup>）を与えているが、いずれも図解法により求めた b と c の制約条件の交点に収束していることがわかり、正しい最適解が得られている。

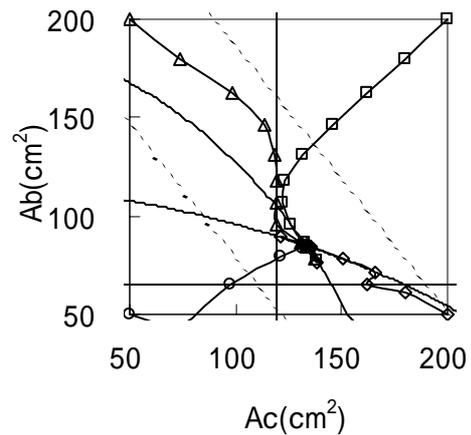


図 2-15 収束過程

(2) 5 層 3 スパン骨組の最小重量塑性設計

図 2-16 に示すような骨組のスパン、階高、荷重条件の異なる 2 種類の 5 層 3 スパン骨組 A および骨組 B の最小重量設計例を示す。設計荷重は、同図に示す鉛直荷重および水平荷重から決定される。設計変数は、1, 2 層の外柱部材、中柱部材、3 ~ 5 層の外柱部材、中柱部材、各層ごとの梁部材の断面積で、計 9 変数である。図 2-16(A) 中の各変数の数値は、 $=1.75, P1=8.89tf, P2=11.9tf, P3=15.3tf, P4=19.2tf, P5=33.8tf, V1=8.50tf, V2=14.0tf, V3=8.75tf, V4=16.0tf$  である。また、図 2-16(B) 中の各変数の数値は、 $=1.75, P1=10.6tf, P2=14.4tf, P3=18.5tf, P4=23.4tf, P5=41.4tf, V1=11.2tf, V2=16.8tf, V3=10.8tf, V4=19.2tf$  である。これらの設計例では、12 回前までの SLP 法の繰り返しにおける崩壊荷重制約を記憶・蓄積している。

表 2-8(A),(B)は、各設計変数に対して表 2-8(C)のような 100 以上 200 以下の 5 組の初期設計解を作成し、それらの初期設計解に対して得られた設計変数 A 及び骨組重量 W、SLP 法の反復回数 N、崩壊荷重係数  $F$  を示したものである。骨組 A では、得られた設計変数の間に、4 % 程度以下のわずかな差異が見られるが、構造重量 W は、有効数字 3 桁まで一致している。骨組 B では、明らかに異なる 2 種類の局所的最適解（設計解 1,2,4 と設計解 3,5）が得られていることがわかる。しかし、どの設計解も構造重量 W は、有効数字 3 桁まで一致しているため、どれを最適解として採用してもよいと判断できる。また、収束までの SLP 法の反復回数は、最大でも 35 回程度であり、良好な収束性を示している。崩壊荷重係数  $F$  は、すべて 0.996 以上であり、制約値 1.0 に対して 0.4% の誤差の範囲内となっている。

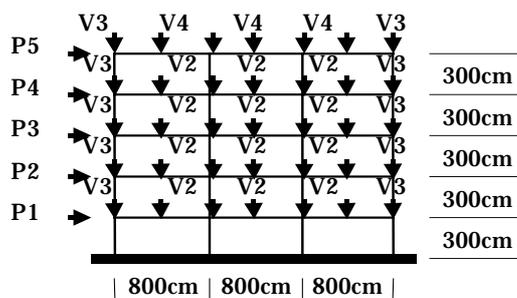


図 2-16(A) 5 層 3 スパン(骨組 A)

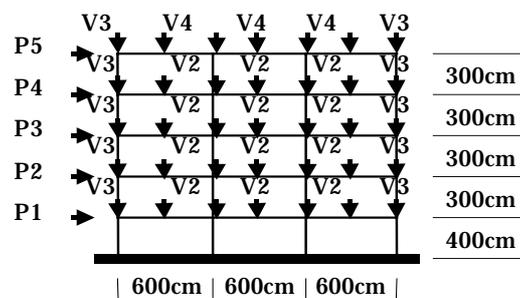


図 2-16(B) 5 層 3 スパン(骨組 B)

表 2-8(A) 設計解(骨組 A)

| 部材      | 設計解 1 | 設計解 2 | 設計解 3 | 設計解 4 | 設計解 5 | 単位                         |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------------------|
| 3-5F 外柱 | 0.940 | 0.964 | 0.964 | 0.942 | 0.961 | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 3-5F 中柱 | 1.85  | 1.84  | 1.83  | 1.85  | 1.84  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 1-2F 外柱 | 1.43  | 1.40  | 1.39  | 1.45  | 1.41  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 1-2F 中柱 | 2.16  | 2.19  | 2.20  | 2.16  | 2.19  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| RF 梁    | 0.768 | 0.771 | 0.771 | 0.772 | 0.770 | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 5F 梁    | 0.759 | 0.753 | 0.754 | 0.753 | 0.757 | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 4F 梁    | 0.948 | 0.945 | 0.944 | 0.949 | 0.943 | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 3F 梁    | 1.14  | 1.20  | 1.19  | 1.14  | 1.13  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 2F 梁    | 1.35  | 1.30  | 1.31  | 1.35  | 1.37  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| W       | 16.7  | 16.7  | 16.7  | 16.7  | 16.7  | (t)                        |
| N       | 33    | 25    | 27    | 25    | 25    |                            |
| F       | 0.998 | 0.996 | 0.997 | 0.997 | 0.999 |                            |

表 2-8(B) 設計解(骨組 B)

| 部材      | 設計解 1 | 設計解 2 | 設計解 3 | 設計解 4 | 設計解 5 | 単位                         |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------------------|
| 3-5F 外柱 | 1.40  | 1.38  | 1.39  | 1.38  | 1.40  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 3-5F 中柱 | 2.19  | 2.21  | 2.20  | 2.20  | 2.19  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 1-2F 外柱 | 2.20  | 2.19  | 1.96  | 2.20  | 1.95  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 1-2F 中柱 | 3.16  | 3.17  | 3.33  | 3.16  | 3.34  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| RF 梁    | 0.799 | 0.793 | 0.791 | 0.768 | 0.798 | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 5F 梁    | 0.712 | 0.704 | 0.712 | 0.733 | 0.702 | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 4F 梁    | 1.43  | 1.45  | 1.43  | 1.45  | 1.44  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 3F 梁    | 1.24  | 1.24  | 1.58  | 1.24  | 1.58  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 2F 梁    | 2.05  | 2.05  | 1.76  | 2.05  | 1.76  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| W       | 19.8  | 19.8  | 19.8  | 19.8  | 19.8  | (t)                        |
| N       | 26    | 26    | 29    | 35    | 24    |                            |
| F       | 0.997 | 0.999 | 0.997 | 0.998 | 0.997 |                            |

表 2-8(C) 初期設計解の断面積

| 部材      | 初期解 1 | 初期解 2 | 初期解 3 | 初期解 4 | 初期解 5 | 単位                         |
|---------|-------|-------|-------|-------|-------|----------------------------|
| 3-5F 外柱 | 2.00  | 2.00  | 1.00  | 2.00  | 1.00  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 3-5F 中柱 | 2.00  | 2.00  | 1.00  | 1.00  | 2.00  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 1-2F 外柱 | 2.00  | 2.00  | 1.00  | 2.00  | 1.00  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 1-2F 中柱 | 2.00  | 2.00  | 1.00  | 1.00  | 2.00  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| RF 梁    | 2.00  | 1.00  | 2.00  | 2.00  | 1.00  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 5F 梁    | 2.00  | 1.00  | 2.00  | 2.00  | 1.00  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 4F 梁    | 2.00  | 1.00  | 2.00  | 1.00  | 2.00  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 3F 梁    | 2.00  | 1.00  | 2.00  | 1.00  | 2.00  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 2F 梁    | 2.00  | 1.00  | 2.00  | 1.00  | 1.00  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |

図 2-17 は、骨組 A の設計解 1 において、SLP 法の各繰り返して蓄積した崩壊荷重制約条件 (2-44式) のうち Active となった制約条件の崩壊機構を表している。図中の 印は、曲げ降伏ヒンジ ( $|n| = 0.2n_P$  のとき)、 印は、軸力曲げ相関降伏ヒンジ ( $|n| > 0.2n_P$  のとき) を表す。(ただし、コンパクト法による解析結果では、柱部材の塑性軸ひずみの影響で微小に回転する塑性ヒンジも存在するが、それらの塑性ヒンジを図示していない。) 設計解 1 は、理論上は、これらの崩壊機構が同時に生じる設計と考えられるが、解析を行った場合には、数値計算上、どれか一つの崩壊機構を形成することとなる。

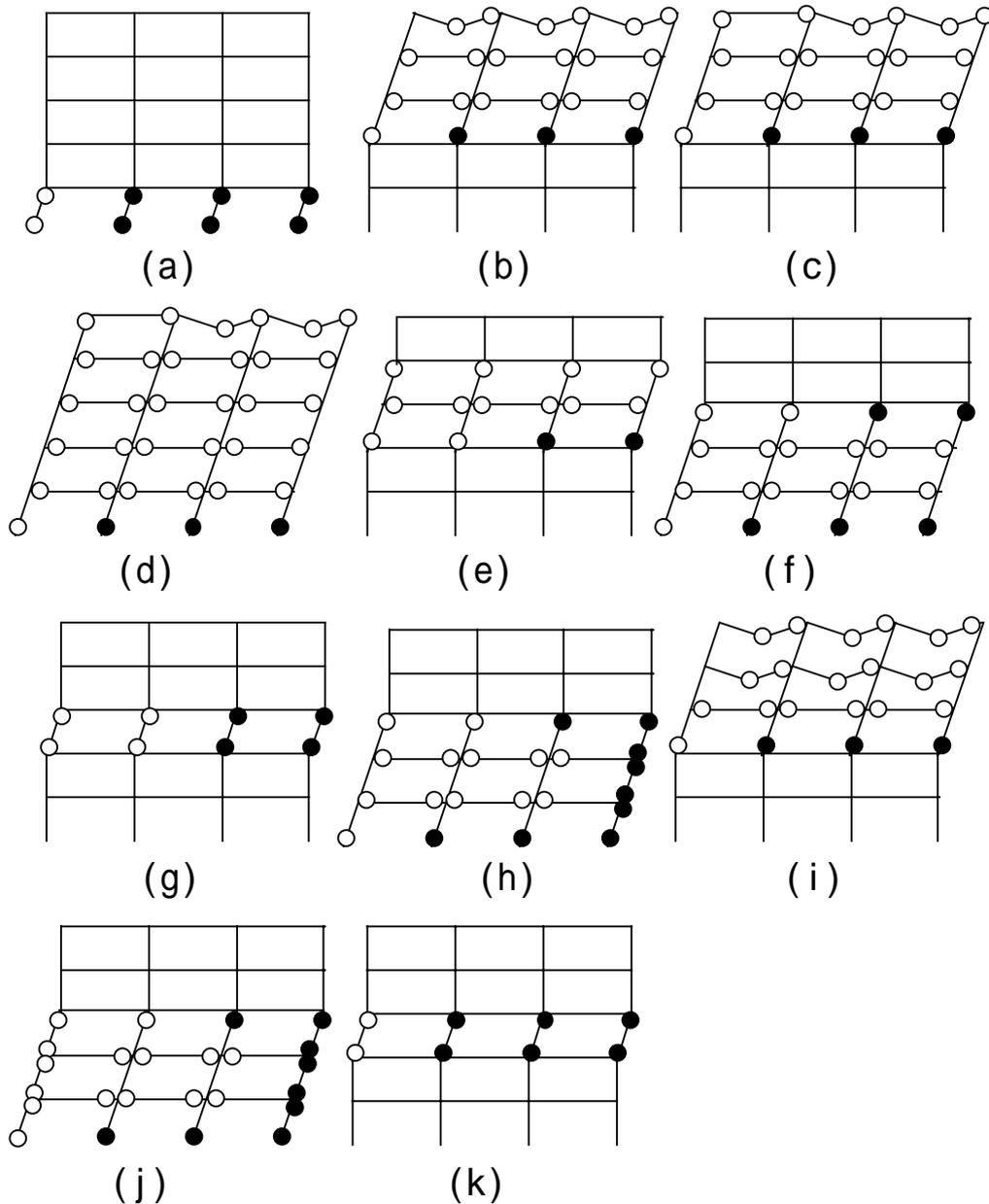


図 2-17 Active となる崩壊荷重制約条件の崩壊機構

## 2.5 弾性・塑性同時制約条件下の鋼構造骨組の最小重量設計

2.3 節では、'81 年耐震基準のうち弾性制約条件にあたる部材応力度制約条件および層間変形角制約条件を考慮した最小重量弾性設計の設計手順とその設計例が示された。また、2.4 節では、'81 年耐震基準のうち塑性制約条件にあたる崩壊荷重制約条件を考慮した最小重量塑性設計の設計手順とその設計例が示された。この方法は、塑性制約を単独で考慮する場合には、他の方法と比べて特別な長所があまり見当たらない。しかし、塑性制約条件が設計変数に対して陽な、少数かつ複数の崩壊機構における制約条件群で定式化できるため、非線形数理計画法に基づく弾性制約最適化との同時最適化が非常に容易である。本節では、前節および前々節の設計手法に基づき、弾性制約条件と塑性制約条件を同時に考慮した最小重量設計の設計手順とその設計例が示される。

### 2.5.1 最小重量設計問題

弾性・塑性同時制約条件下の最小重量設計問題は、以下に示す制約条件付き最小化問題として定式化できる。

Find  $A_1, A_2, \dots, A_{N_D}$  which minimize

$$W = \sum_{q=1}^{N_D} C_q A_q \quad (2-46)$$

subjected to

$$G_{SSi} = \frac{|N_{Li}|}{A_i \cdot f_{N_{Li}}} + \frac{|Mx_{Li}|}{Zx_i \cdot f_{M_{Li}}} \leq 1 \quad (i = 1, 2, \dots, N_m) \quad (2-47)$$

$$G_{SLi} = \frac{|N_{Si}|}{A_i \cdot f_{N_{Si}}} + \frac{|Mx_{Si}|}{Zx_i \cdot f_{M_{Si}}} \leq 1 \quad (i = 1, 2, \dots, N_m) \quad (2-48)$$

$$G_{Dk} = \frac{\delta_{k+1} - \delta_k}{H_k \cdot \gamma_0} \leq 1 \quad (k = 1, 2, \dots, N_F) \quad (2-49)$$

$$G_{Pr} = \frac{P_{Ak}^{*(r)}}{\sum_{j=1}^{N_A} C_{Akj}^{*(r)} \cdot r_A^U} \leq 1 \quad (r = 1, 2, \dots, N_r) \quad (2-50)$$

$$A_{Lq} \leq A_q \leq A_{Uq} \quad (q = 1, 2, \dots, N_D) \quad (2-51)$$

## 2.5.2 設計手順

前節で示された最小重量塑性設計手法は、弾性制約条件等のその他の制約を同時に考慮することが容易にできる。図 2-18 は、弾性・塑性同時制約条件下における最小重量設計の設計手順を示している。この方法では、SLP 法における一回の繰り返しにおいて、設計変数の総数に等しい回数の弾性構造解析（剛性マトリックス法）と一回のマトリックス極限解析（コンパクト法）の計算が必要である。収束判定条件および Move Limit の設定は、前節と同じである。

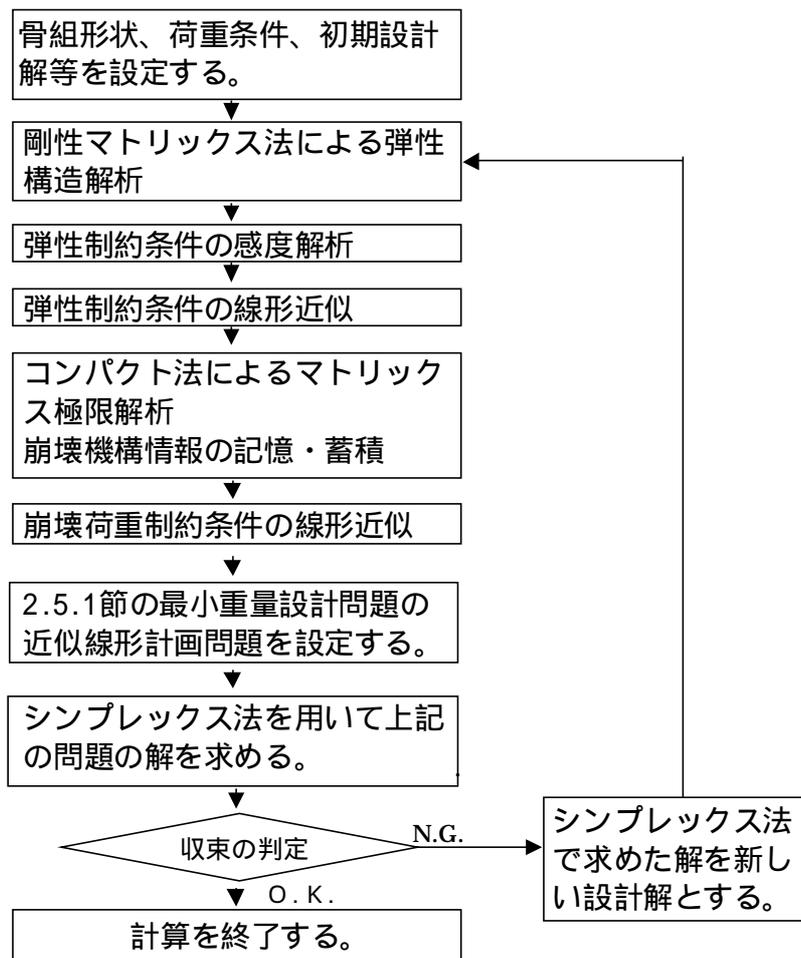


図 2-18 最適設計フローチャート

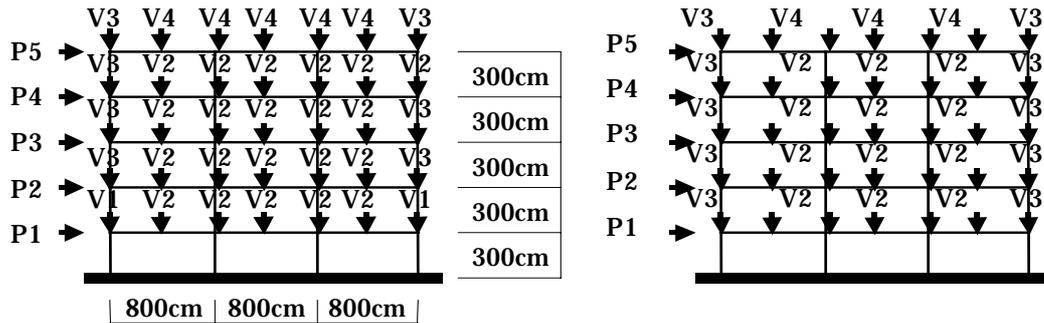
## 2.5.3 設計例

### (1) 5 層 3 スパン骨組の最小重量設計

図 2-19(A), (B) に示す 5 層 3 スパン骨組の最小重量設計例を示す。弾性制約条件における設計荷重は、図 2-19(A) に示す鉛直荷重および水平荷重から決定される。また、塑性制約条件（崩壊荷重制約条件）における設計荷重は、図 2-19(B) に示す鉛直荷重および水平荷重（

=1.75)から決定される。設計変数は、1,2層の外柱部材、中柱部材、3~5層の外柱部材、中柱部材、各層ごとの梁部材の断面積で、計9変数である。図2-19(A),(B)中の各変数の数値は、 $=1.75, P1=8.89tf, P2=11.9tf, P3=15.3tf, P4=19.2tf, P5=33.8tf, V1=8.50tf, V2=14.0tf, V3=8.75tf, V4=16.0tf$ である。前節の5層骨組の設計例と同様、12回前までのSLP法の繰り返しにおける崩壊荷重制約を記憶・蓄積している。

表2-9は、各設計変数に対して、表2-10に示す4組の初期設計解を作成し、それらの初期設計解に対して得られた設計変数の最大値、最小値  $A_{MAX}, A_{MIN}$  及び骨組重量の最大値、最小



(A) 弾性制約に対する設計荷重

(B) 塑性制約に対する設計荷重

図2-19 5層3スパン骨組

表2-9 設計解

| 部材      | $A_{MAX}$            | $A_{MIN}$            | 部材   | $A_{MAX}$            | $A_{MIN}$            |
|---------|----------------------|----------------------|------|----------------------|----------------------|
| 3-5F 外柱 | 1.50                 | 1.50                 | RF 梁 | 0.811                | 0.810                |
| 3-5F 中柱 | 2.12                 | 2.11                 | 5F 梁 | 1.01                 | 1.01                 |
| 1-2F 外柱 | 2.00                 | 2.00                 | 4F 梁 | 1.20                 | 1.19                 |
| 1-2F 中柱 | 3.47                 | 3.47                 | 3F 梁 | 1.57                 | 1.56                 |
|         |                      |                      | 2F 梁 | 1.74                 | 1.72                 |
| 単位      | $\times 10^2 (cm^2)$ | $\times 10^2 (cm^2)$ | 単位   | $\times 10^2 (cm^2)$ | $\times 10^2 (cm^2)$ |
|         | $W_{MAX}$            | $W_{MIN}$            |      | $N_{MAX}$            | $N_{MIN}$            |
|         | 20.0                 | 20.0                 |      | 15                   | 10                   |

表2-10 初期設計解の断面積

| 部材      | 初期解1 | 初期解2 | 初期解3 | 初期解4 | 単位                   |
|---------|------|------|------|------|----------------------|
| 3-5F 外柱 | 3.00 | 3.00 | 1.00 | 1.00 | $\times 10^2 (cm^2)$ |
| 3-5F 中柱 | 3.00 | 3.00 | 1.00 | 1.00 | $\times 10^2 (cm^2)$ |
| 1-2F 外柱 | 3.00 | 3.00 | 1.00 | 1.00 | $\times 10^2 (cm^2)$ |
| 1-2F 中柱 | 3.00 | 3.00 | 1.00 | 1.00 | $\times 10^2 (cm^2)$ |
| RF 梁    | 3.00 | 1.00 | 3.00 | 1.00 | $\times 10^2 (cm^2)$ |
| 5F 梁    | 3.00 | 1.00 | 3.00 | 1.00 | $\times 10^2 (cm^2)$ |
| 4F 梁    | 3.00 | 1.00 | 3.00 | 1.00 | $\times 10^2 (cm^2)$ |
| 3F 梁    | 3.00 | 1.00 | 3.00 | 1.00 | $\times 10^2 (cm^2)$ |
| 2F 梁    | 3.00 | 1.00 | 3.00 | 1.00 | $\times 10^2 (cm^2)$ |

値  $W_{MAX}, W_{MIN}$ 、SLP 法の反復回数の最大値、最小値  $N_{MAX}, N_{MIN}$  を示したものである。得られた設計変数の間には、1%程度以下のわずかな差異が見られるが、構造重量は、有効数字3桁まで一致している。収束までの SLP 法の反復回数は、最大でも 15 回程度であり、良好な収束性を示している。表 2-11 には、最適設計解(初期設計解 1 のとき)における部材応力、層間変形角、崩壊荷重係数(太字の数字は、制約値に等しくなっていることを示す。)が示されている。この表より、すべての制約条件が満足されていることが確認できる。

表 2-11 制約条件の満足度

|        | 柱部材応力       |          |    | 梁部材応力       |          | 層間変形角 |                  | 崩壊荷重係数      |
|--------|-------------|----------|----|-------------|----------|-------|------------------|-------------|
|        | $G_{SS}$    | $G_{SL}$ |    | $G_{SS}$    | $G_{SL}$ |       | $\times 10^{-2}$ |             |
| 3-5F外柱 | <b>1.00</b> | 0.52     | RF | <b>1.00</b> | 0.88     | 5層    | 0.41             | <b>1.00</b> |
| 3-5F中柱 | 0.97        | 0.36     | 5F | <b>1.00</b> | 0.52     | 4層    | 0.49             |             |
| 1-2F外柱 | <b>1.00</b> | 0.40     | 4F | 1.00        | 0.41     | 3層    | <b>0.50</b>      |             |
| 1-2F中柱 | <b>1.00</b> | 0.34     | 3F | 0.83        | 0.28     | 2層    | 0.35             |             |
|        |             |          | 2F | 0.83        | 0.25     | 1層    | 0.32             |             |

(2) 1 4 層 3 スパン骨組の最小重量設計

図 2-20(A), (B) に示す 1 4 層 3 スパン骨組の最小重量設計例を示す。弾性制約条件における設計荷重は、図 2-20(A) に示す鉛直荷重および水平荷重から決定される。また、塑性制約条件(崩壊荷重制約条件)における設計荷重は、図 2-20(B) に示す鉛直荷重および水平荷重 ( $\gamma = 1.75$ ) から決定される。設計変数は、1, 2 層、3 ~ 5 層、6 ~ 8 層、9 ~ 11 層、1 2 ~ 1 4 層の外柱部材、中柱部材、各層ごとの梁部材の断面積で、計 2 4 変数である。

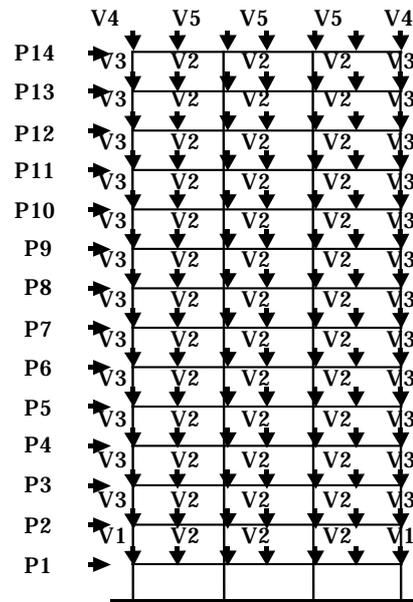
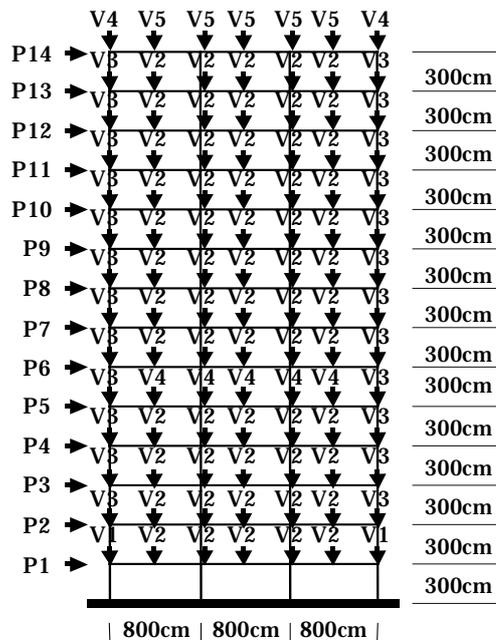


図 2-20(A) 弾性制約における設計荷重

図 2-20(B) 塑性制約における設計荷重

表 2-12 設計解

| 部材        | A <sub>MAX</sub>                     | A <sub>MIN</sub>                     | 部材    | A <sub>MAX</sub>                     | A <sub>MIN</sub>                     |
|-----------|--------------------------------------|--------------------------------------|-------|--------------------------------------|--------------------------------------|
| 12-14F 外柱 | 0.944                                | 0.905                                | RF 梁  | 0.545                                | 0.536                                |
| 12-14F 中柱 | 1.89                                 | 1.84                                 | 14F 梁 | 0.800                                | 0.789                                |
| 9-11F 外柱  | 1.62                                 | 1.54                                 | 13F 梁 | 1.34                                 | 1.32                                 |
| 9-11F 中柱  | 2.28                                 | 2.22                                 | 12F 梁 | 1.36                                 | 1.33                                 |
| 6-8F 外柱   | 2.15                                 | 2.10                                 | 11F 梁 | 1.29                                 | 1.28                                 |
| 6-8F 中柱   | 2.65                                 | 2.64                                 | 10F 梁 | 1.39                                 | 1.37                                 |
| 3-5F 外柱   | 2.78                                 | 2.72                                 | 9F 梁  | 1.57                                 | 1.54                                 |
| 3-5F 中柱   | 2.96                                 | 2.95                                 | 8F 梁  | 1.61                                 | 1.58                                 |
| 1-2F 外柱   | 3.68                                 | 3.66                                 | 7F 梁  | 1.69                                 | 1.68                                 |
| 1-2F 中柱   | 3.79                                 | 3.78                                 | 6F 梁  | 1.77                                 | 1.71                                 |
|           |                                      |                                      | 5F 梁  | 1.85                                 | 1.84                                 |
|           |                                      |                                      | 4F 梁  | 1.81                                 | 1.78                                 |
|           |                                      |                                      | 3F 梁  | 1.49                                 | 1.45                                 |
|           |                                      |                                      | 2F 梁  | 2.38                                 | 2.34                                 |
| 単位        | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) | 単位    | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
|           | W <sub>MAX</sub>                     | W <sub>MIN</sub>                     |       | N <sub>MAX</sub>                     | N <sub>MIN</sub>                     |
|           | 56.8                                 | 56.7                                 |       | 63                                   | 51                                   |

表 2-13 初期設計解の断面積

| 部材        | 初期解 1 | 初期解 2 | 初期解 3 | 初期解 4 | 単位                                   |
|-----------|-------|-------|-------|-------|--------------------------------------|
| 12-14F 外柱 | 4.00  | 4.00  | 2.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 12-14F 中柱 | 4.00  | 4.00  | 2.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 9-11F 外柱  | 4.00  | 4.00  | 2.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 9-11F 中柱  | 4.00  | 4.00  | 2.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 6-8F 外柱   | 4.00  | 4.00  | 2.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 6-8F 中柱   | 4.00  | 4.00  | 2.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 3-5F 外柱   | 4.00  | 4.00  | 2.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 3-5F 中柱   | 4.00  | 4.00  | 2.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 1-2F 外柱   | 4.00  | 4.00  | 2.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 1-2F 中柱   | 4.00  | 4.00  | 2.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| RF 梁      | 4.00  | 2.00  | 4.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 14F 梁     | 4.00  | 2.00  | 4.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 13F 梁     | 4.00  | 2.00  | 4.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 12F 梁     | 4.00  | 2.00  | 4.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 11F 梁     | 4.00  | 2.00  | 4.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 10F 梁     | 4.00  | 2.00  | 4.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 9F 梁      | 4.00  | 2.00  | 4.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 8F 梁      | 4.00  | 2.00  | 4.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 7F 梁      | 4.00  | 2.00  | 4.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 6F 梁      | 4.00  | 2.00  | 4.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 5F 梁      | 4.00  | 2.00  | 4.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 4F 梁      | 4.00  | 2.00  | 4.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 3F 梁      | 4.00  | 2.00  | 4.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |
| 2F 梁      | 4.00  | 2.00  | 4.00  | 2.00  | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) |

図 2-20(A), (B)中の各変数の数値は、 $=1.75, P1=0.778tf, P2=1.03tf, P3=1.29tf, P4=1.56tf, P5=1.84tf, P6=2.13tf, P7=2.42tf, P8=2.73tf, P9=3.07tf, P10=3.43tf, P11=3.85tf, P12=4.37tf, P13=5.17tf, P14=9.28tf, V1=6.13tf, V2=8.75tf, V3=5.88tf, V4=5.75tf, V5=10.0tf$  である。この設計例では、28 回前までの SLP 法の繰り返しにおける崩壊荷重制約を記憶・蓄積している。

表 2-12 は、各設計変数に対して、表 2-13 に示す 4 組の初期設計解を作成し、それらの初期設計解に対して得られた設計変数の最大値、最小値  $A_{MAX}, A_{MIN}$  及び骨組重量の最大値、最小値  $W_{MAX}, W_{MIN}$ 、SLP 法の反復回数の最大値、最小値  $N_{MAX}, N_{MIN}$  を示したものである。得られた設計変数の間には、5%程度以下の差異が見られるが、構造重量は、0.2%以下のわずかな差となっているため、どの設計解を最適解として採用してもよいと考えられる。収束までの SLP 法の反復回数は、最大でも 51 回 ~ 63 回とこれまでの設計例に比較してかなり多い。これは、設計変数の総数の増加によるものと考えられる。表 2-14 には、最適設計解（初期設計解 1 を与えたとき）における部材応力、層間変形角、崩壊荷重係数（太字の数字は、制約値に等しくなっていることを示す。）が示されている。この表より、すべての制約条件が満足されていることが確認できる。表 2-15 は、個々の制約条件下の最適設計解を表している。同表中の設計解 A は、部材応力、層間変形、崩壊荷重のすべての制約を同時に考慮した最小重量設計解である。また、設計解 S は、部材応力制約、設計解 D は、層間変形制約、設計解 P は、崩壊荷重制約のみをそれぞれ考慮した最小重量設計解である。図 2-21 は、それらの設計解の断面積分布である。設計解 S や設計解 P の断面積の高さ方向分布に大きな変化があるのに対して、設計解 D は、そのような変化があまり大きくないようである。表 2-16 ~ 表 2-18 は、これらの設計解における部材応力度比、層間変形角、崩壊荷重係数が示されている。表中の太字の数字は、制約値に等しくなっている値である。また、斜体の数字は、制約値を超えている数値を示している。これらの表から、層間変形角のみを制約した設計解 D は、下層部分の柱の部材応力度比が 1 を大きく上回っていることが分かる。一方、応力制約のみの設計解 S および崩壊荷重制約のみの設計解 P は、上層の層間変形角が制約値を大きく上回っていることがわかる。

表 2-14 制約条件の満足度

|          | 柱部材応力       |          |     | 梁部材応力       |          | 層間変形角 |                  | 崩壊荷重係数      |
|----------|-------------|----------|-----|-------------|----------|-------|------------------|-------------|
|          | $G_{SS}$    | $G_{SL}$ |     | $G_{SS}$    | $G_{SL}$ |       | $\times 10^{-2}$ |             |
| 12-14F外柱 | 0.95        | 0.47     | RF  | <b>1.00</b> | 0.70     | 14層   | <b>0.50</b>      | <b>1.00</b> |
| 12-14F中柱 | 0.85        | 0.24     | 14F | 0.94        | 0.33     | 13層   | <b>0.50</b>      |             |
| 9-11F外柱  | 0.96        | 0.42     | 13F | 0.72        | 0.18     | 12層   | <b>0.50</b>      |             |
| 9-11F中柱  | <b>1.00</b> | 0.35     | 12F | 0.74        | 0.17     | 11層   | 0.46             |             |
| 6-8F外柱   | 0.98        | 0.43     | 11F | 0.82        | 0.21     | 10層   | <b>0.50</b>      |             |
| 6-8F中柱   | <b>1.00</b> | 0.41     | 10F | 0.85        | 0.19     | 9層    | <b>0.50</b>      |             |
| 3-5F外柱   | 0.96        | 0.40     | 9F  | 0.77        | 0.17     | 8層    | 0.43             |             |
| 3-5F中柱   | 0.99        | 0.47     | 8F  | 0.79        | 0.18     | 7層    | 0.43             |             |
| 1-2F外柱   | <b>1.00</b> | 0.31     | 7F  | 0.77        | 0.16     | 6層    | 0.43             |             |
| 1-2F中柱   | 0.91        | 0.41     | 6F  | 0.77        | 0.16     | 5層    | 0.38             |             |
|          |             |          | 5F  | 0.75        | 0.15     | 4層    | 0.37             |             |
|          |             |          | 4F  | 0.79        | 0.13     | 3層    | 0.40             |             |
|          |             |          | 3F  | 0.88        | 0.15     | 2層    | 0.31             |             |
|          |             |          | 2F  | 0.65        | 0.07     | 1層    | 0.22             |             |

表 2-15 個々の制約条件下における最適設計解

| 部材        | 設計解 A | 設計解 S | 設計解 D | 設計解 P | 単位                         |
|-----------|-------|-------|-------|-------|----------------------------|
| 12-14F 外柱 | 0.942 | 1.03  | 0.935 | 0.879 | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 12-14F 中柱 | 1.84  | 1.55  | 1.96  | 1.84  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 9-11F 外柱  | 1.62  | 1.57  | 1.32  | 1.58  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 9-11F 中柱  | 2.22  | 2.18  | 2.36  | 2.25  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 6-8F 外柱   | 2.10  | 2.09  | 1.68  | 2.23  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 6-8F 中柱   | 2.65  | 2.63  | 2.43  | 2.56  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 3-5F 外柱   | 2.78  | 2.62  | 1.98  | 2.66  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 3-5F 中柱   | 2.95  | 2.89  | 2.37  | 3.00  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 1-2F 外柱   | 3.68  | 4.21  | 2.59  | 3.61  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 1-2F 中柱   | 3.78  | 3.48  | 2.24  | 3.44  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| RF 梁      | 0.536 | 0.539 | 0.566 | 0.449 | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 14F 梁     | 0.799 | 0.769 | 0.829 | 0.897 | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 13F 梁     | 1.32  | 0.942 | 1.39  | 0.923 | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 12F 梁     | 1.36  | 1.06  | 1.42  | 1.06  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 11F 梁     | 1.29  | 1.15  | 1.27  | 1.47  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 10F 梁     | 1.37  | 1.24  | 1.71  | 1.37  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 9F 梁      | 1.57  | 1.30  | 1.56  | 1.53  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 8F 梁      | 1.59  | 1.35  | 1.55  | 1.66  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 7F 梁      | 1.68  | 1.40  | 1.75  | 1.61  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 6F 梁      | 1.71  | 1.43  | 1.67  | 1.76  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 5F 梁      | 1.84  | 1.48  | 1.67  | 1.87  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 4F 梁      | 1.81  | 1.56  | 1.71  | 1.82  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 3F 梁      | 1.49  | 1.49  | 1.70  | 1.95  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 2F 梁      | 2.34  | 1.70  | 1.64  | 2.01  | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| 構造重量      | 56.7  | 52.4  | 50.6  | 55.8  | (t)                        |

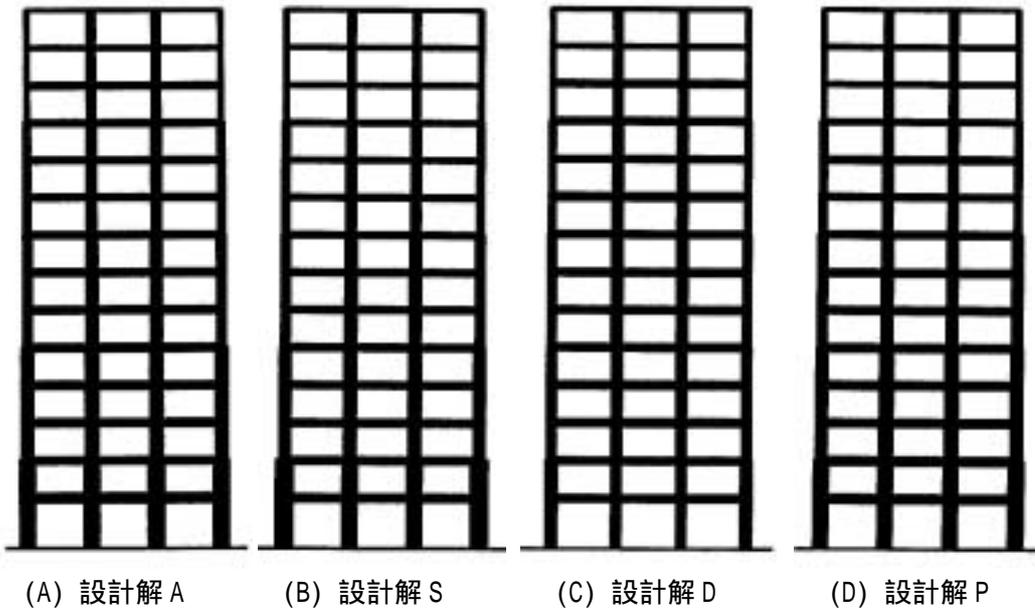


図 2-21 断面積分布

表 2-16 部材応力度比  $G_{SS}$  (短期荷重)

| 部材        | 設計解 A       | 設計解 S       | 設計解 D       | 設計解 P       |
|-----------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| 12-14F 外柱 | 0.95        | <b>1.00</b> | 0.94        | <b>1.06</b> |
| 12-14F 中柱 | 0.85        | <b>1.00</b> | 0.79        | 0.87        |
| 9-11F 外柱  | 0.96        | <b>1.00</b> | <b>1.15</b> | 0.97        |
| 9-11F 中柱  | <b>1.00</b> | <b>1.00</b> | 0.98        | 1.00        |
| 6-8F 外柱   | 0.98        | <b>1.00</b> | <b>1.27</b> | 0.95        |
| 6-8F 中柱   | <b>1.00</b> | <b>1.00</b> | <b>1.16</b> | <b>1.03</b> |
| 3-5F 外柱   | 0.96        | <b>1.00</b> | <b>1.37</b> | 0.98        |
| 3-5F 中柱   | 0.99        | <b>1.00</b> | <b>1.37</b> | 0.98        |
| 1-2F 外柱   | <b>1.00</b> | <b>1.00</b> | <b>1.70</b> | <b>1.08</b> |
| 1-2F 中柱   | 0.91        | 0.97        | <b>1.64</b> | 0.99        |
| RF 梁      | <b>1.00</b> | <b>1.00</b> | 0.94        | <b>1.20</b> |
| 14F 梁     | 0.94        | <b>1.00</b> | 0.89        | 0.92        |
| 13F 梁     | 0.72        | <b>1.00</b> | 0.68        | <b>1.07</b> |
| 12F 梁     | 0.74        | <b>1.00</b> | 0.73        | 0.99        |
| 11F 梁     | 0.82        | <b>1.00</b> | 0.86        | 0.75        |
| 10F 梁     | 0.85        | <b>1.00</b> | 0.71        | 0.85        |
| 9F 梁      | 0.77        | <b>1.00</b> | 0.79        | 0.78        |
| 8F 梁      | 0.79        | <b>1.00</b> | 0.82        | 0.75        |
| 7F 梁      | 0.77        | <b>1.00</b> | 0.76        | 0.79        |
| 6F 梁      | 0.77        | <b>1.00</b> | 0.79        | 0.75        |
| 5F 梁      | 0.75        | <b>1.00</b> | 0.85        | 0.72        |
| 4F 梁      | 0.79        | 0.97        | 0.85        | 0.75        |
| 3F 梁      | 0.88        | <b>1.00</b> | 0.94        | 0.72        |
| 2F 梁      | 0.65        | 0.92        | <b>1.10</b> | 0.74        |

表 2-17 層間変形角

| 層   | 設計解 A       | 設計解 S       | 設計解 D       | 設計解 P       | 単位                      |
|-----|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------------------|
| 14層 | <b>0.50</b> | <b>0.54</b> | <b>0.50</b> | <b>0.53</b> | $\times 10^{-2}$ (rad.) |
| 13層 | <b>0.50</b> | <b>0.62</b> | <b>0.50</b> | <b>0.58</b> | $\times 10^{-2}$ (rad.) |
| 12層 | <b>0.50</b> | <b>0.68</b> | <b>0.50</b> | <b>0.64</b> | $\times 10^{-2}$ (rad.) |
| 11層 | 0.46        | <b>0.56</b> | 0.49        | 0.49        | $\times 10^{-2}$ (rad.) |
| 10層 | <b>0.50</b> | <b>0.57</b> | <b>0.50</b> | 0.48        | $\times 10^{-2}$ (rad.) |
| 9層  | <b>0.50</b> | <b>0.58</b> | <b>0.50</b> | <b>0.50</b> | $\times 10^{-2}$ (rad.) |
| 8層  | 0.43        | <b>0.52</b> | <b>0.50</b> | 0.43        | $\times 10^{-2}$ (rad.) |
| 7層  | 0.43        | <b>0.52</b> | <b>0.50</b> | 0.44        | $\times 10^{-2}$ (rad.) |
| 6層  | 0.43        | <b>0.52</b> | <b>0.50</b> | 0.44        | $\times 10^{-2}$ (rad.) |
| 5層  | 0.38        | 0.48        | <b>0.50</b> | 0.37        | $\times 10^{-2}$ (rad.) |
| 4層  | 0.37        | 0.46        | <b>0.50</b> | 0.37        | $\times 10^{-2}$ (rad.) |
| 3層  | 0.40        | 0.45        | <b>0.50</b> | 0.35        | $\times 10^{-2}$ (rad.) |
| 2層  | 0.31        | 0.37        | <b>0.50</b> | 0.30        | $\times 10^{-2}$ (rad.) |
| 1層  | 0.22        | 0.26        | 0.49        | 0.25        | $\times 10^{-2}$ (rad.) |

表 2-18 崩壊荷重係数  $F$

|     | 設計解 A       | 設計解 S       | 設計解 D       | 設計解 P       |
|-----|-------------|-------------|-------------|-------------|
| $F$ | <b>1.00</b> | <b>0.81</b> | <b>0.63</b> | <b>1.00</b> |

## 2.6 本章のまとめ

本章では、'81年耐震基準のうち弾性制約条件にあたる部材応力度制約条件および層間変形角制約条件、塑性制約条件にあたる崩壊荷重制約条件をそれぞれ考慮した最小重量設計の設計手順とその設計例が示された。特に、ここで提案した最小重量塑性設計手法は、弾性制約条件も同時に考慮することが容易であり、弾性制約条件と塑性制約条件を同時に考慮した設計も示された。本章で得られた研究成果を以下に示す。

[1] '81年耐震基準のうち弾性制約条件にあたる部材応力度制約条件および層間変形角制約条件を考慮した最小重量設計問題を定式化し、SLP法に基づく設計手順およびその設計例を示した。2層2スパン骨組の設計領域を図示し、本問題における弾性制約下の許容領域は、凸領域となる可能性が高いと推論できる結果を得た。複数の初期設計解を与えることにより設計解の大域的最適性およびSLP法の本問題における収束性を検証したが、それらの性状は、良好であった。

[2] '81年耐震基準のうち塑性制約条件にあたる崩壊荷重制約条件を考慮した最小重量設計問題を定式化し、SLP法に基づく設計手順およびその設計例を示した。ここでは、コンパクト法により得られる崩壊機構情報を蓄積・記憶することで塑性制約条件を作成する方法が提案されている。この方法の長所は、塑性制約条件が設計変数に対して陽な、少数かつ複数の崩壊機構における制約条件群で定式化できるため、非線形数理計画法に基づく弾性制約最適化との同時最適化が容易となることである。門形ラーメンの設計例において設計領域を図示し、本問題における塑性制約下の許容領域が、非凸領域となることを確認した。複数の初期設計解を与えることにより設計解の大域的最適性および収束性を検証したが、予想通り、複数の明らかに異なる局所最適解が得られた。しかし、構造重量の差異は、非常に小さく、どの設計解を最適解としてもよいと判断できる結果であった。また、SLP法の本問題における収束性状は、良好であった。

[3] '81年耐震基準における弾性制約条件と塑性制約条件を同時に考慮した最小重量設計問題を定式化し、SLP法に基づく設計手順およびその設計例を示した。この問題でも複数の初期設計解を与えることにより設計解の大域的最適性および収束性を検証したが、複数の局所最適解が得られた。しかし、ここでも、構造重量の差異は、非常に小さく、どの設計解を最適解としてもよいと判断できる結果が得られた。また、SLP法の本問題における収束性状は、良好であった。ただし、対象とする骨組の規模が大きくなり設計変数が増加する場合には、その収束性状が若干悪化した。

## 参考文献

- 1) 椋代仁朗、黒羽啓明：鉄骨構造、森北出版、1990
- 2) 中田慎介：限界耐力計算法による耐震設計の理解、建築技術、No.610、pp.100-107、2000.12
- 3) M.F.Rubinstein and J.Karagozian：Building Design Using Linear Programming, J. of Struct. Eng. Div. ASCE, Vol.92, ST6, pp.223-245, 1966

- 4) R.H.Bigelow and E.H.Gaylord : Design of Steel Frames for Minimum Weight, J. of Struct. Eng. Div. ASCE, Vol.93, ST6, pp.109~131, 1967
- 5) Y.Nakamura and W.A.Little: Plastic Design Method of Multi-Story Planar Frames with Deflection Constraints, M.I.T. Report R68-12, 1968
- 6) M.Z.Cohn, S.K.Ghosh and S.R.Parimi: Unified Approach to Theory of Plastic Structures, J. of Eng. Mec. Div., ASCE, vol.98, Em5, pp.1133~1158, 1972
- 7) 中村恒善 : 建築骨組の最適設計、丸善、1980
- 8) D.M. Brown and A.H.-S. Ang : Structural Optimization by Nonlinear Programming, J. of Struct. Eng. Div. ASCE, Vol.92, ST6, pp.319~340, 1966
- 9) Y.Nakamura : Optimum Design of Framed Structures Using Linear Programming, M.I.T. Report R66-4, 1966
- 10) K.M. Romstad and C.K. Wang : Optimum Design of Framed Structures, J. of Struct. Eng. Div. ASCE, Vol.94, ST12, pp.2817~2845, 1968
- 11) Y.Nakamura, G.Daijo and A.Matsuo : An Elastic and Plastic Design Method of Multi-Story Planar Frames on the Step by Step Procedure, Proc. of the 5th International Conference on Tall Buildings, 1, pp.474 ~ 479,1998
- 12) 内村均、佐藤和英、和田章、黒正清治 : 水平変形に注目した鉄骨骨組の部材断面変更法、日本建築学会構造系論文報告集、No.485 , pp.73 ~ 80 , 1996.7
- 13) 内村均、和田章 : 水平変形に注目した立体鉄骨骨組の部材断面変更法、日本建築学会構造系論文報告集、No.515 , pp.91 ~ 98 , 1999.1
- 14) 布山裕之ほか6名:筋違い付き骨組の最適構造設計手法と支援システムの構築(その1)~(その3),日本建築学会大会学術講演梗概集(東海)A,pp.1239~1240,1994年
- 15) 田中尚, 中村雄治 : 建築構造物の自動設計と最適設計, 培風館, 1973
- 16) 山本憲司、春日康博、平田裕一、藤井大地、藤谷義信 : 保有水平耐力の制約を考慮した鉄骨建物の最適設計、第47回応用力学連合講演会講演予稿集 , pp.249 ~ 250 , 1998.1
- 17) R.K.Livesley: A Compact FORTRAN Sequence for Limit Analysis,Int.J.of Num. Meth. Eng., Vol.5, No.3, pp.446 ~ 449,1973
- 18) 青山博之,上村智彦:マトリックス法による構造解析,培風館,pp.283~314,1988年
- 19) 深井豊,滝野文雄:軸力の影響を考慮したリミット・アナリシス,第一回電子計算機利用シンポジウム,pp.283~287,1979年
- 20) 大久保禎二、谷脇一弘 : 鋼斜張橋のケーブル配置および部材断面の最適設計法、土木学会論文集、No.428 / I-15、1991.4
- 21) 中村雄治, 松尾彰, 澤田樹一郎 : 幾何学的形状を設計変数に取り入れた平面ラーメンの最適設計、鋼構造年次論文報告集、第二巻、pp.411 ~ 416、1994.11
- 22) 藤井大地、藤谷義信 : 薄肉はり置換法による高層ビルの最適設計 薄肉はり置換法による高層ビルの構造解析に関する研究(その3) 日本建築学会構造系論文報告集、No.477 ,pp.57 ~ 66 , 1995.10

## 第3章 鋼構造骨組の指定崩壊機構形成のための条件と崩壊機構を指定した最小重量設計

### 3.1 本章の目的

骨組の崩壊荷重は、耐震安全性を評価するための重要な指標であり、前章でも述べたように、既存耐震基準においても、保有水平耐力(崩壊荷重)に関する検討が課せられている<sup>22)</sup>。比例荷重下の骨組の崩壊荷重を制約条件とし、その制約条件下で骨組重量を最小にする部材断面を求める最適塑性設計問題を取り扱った研究は、これまでに数多く行われてきた<sup>1)-5)</sup>。骨組構造の最適塑性設計問題では、機構条件と力の釣り合い条件に基づく、いわゆる上界定理による定式化<sup>1)2)4)</sup>と力の釣り合い条件と降伏条件に基づく、いわゆる下界定理による定式化<sup>3)4)</sup>が一般的であり、Cohnらは、いずれの定式化でも、線形計画問題の形にすることができ、シンプレックス法により解くことができることを示している<sup>4)</sup>。一方、シンプレックス法に代表される数理計画手法を用いない方法として以下の研究が挙げられる。Y.Nakamura and Littleらは、下界定理に基づく建築骨組の最適塑性設計問題に対して、感度ファクターという概念を用いて必要な曲げモーメントを重量が少なくてすむ部材に配分していくことにより、力の釣り合い条件を満足する塑性曲げモーメント分布を計算し、部材断面を決定するアルゴリズムを提案している<sup>3)</sup>。中村<sup>(恒善)</sup>は、建築骨組の最適塑性設計問題の閉形解を導出している<sup>5)</sup>。上述の2つの方法は、いずれも建築骨組の形状の規則性を有効に利用していることが大きな特徴である。

このように、建築骨組の崩壊荷重を制約条件とした最適設計に関する研究は、数多く行われてきたが、骨組の崩壊形式もまた、耐震安全性を左右する重要な要因となることが多くの研究者により指摘されている<sup>6)-11)</sup>。Wapole and Shepherd<sup>6)</sup>、Anderson and Gupta<sup>7)</sup>らは、梁を先行降伏させ、柱を弾性範囲にとどめる梁降伏型骨組とすることの有効性を説き、このような設計が可能であることを地震応答解析により示している。また、寺本らは、層の高さ方向に不連続な耐力分布を有する梁降伏型骨組と柱降伏型骨組の地震時挙動の違いを調査し、不連続な耐力分布を有する場合でも、梁降伏型骨組では損傷が分散化される傾向にあることを明らかにしている<sup>8)</sup>。

最適設計問題において、形成される崩壊機構の形をも制御しようとした研究については、数が少ないが、いくつか存在する。Rubinstein and Karagozian<sup>1)</sup>らは、高層骨組の最適塑性設計問題に対して、梁降伏型全体崩壊機構(図3-1)を指定した設計手法を提案している。この方法は、梁降伏型全体崩壊機構を指定することにより、まず梁全塑性モーメントをシンプレックス法により決定し、その後に、層レベルにおける力の釣り合いから柱全塑性モーメントを求める設計手法である。しかし、この方法では、単一層での部分崩壊機構(図3-2)を防止できるが、複数層における部分崩壊機構を防止することはできない。Federico and Vincenzo<sup>13)</sup>らは、最適設計手法ではないが、全体崩壊機構を指向した塑性設計手法を提案している。そこでは、上界定理に基づき全体崩壊機構における崩壊荷重係数が最小となる条件式を直接導いている。ただし、全ての部分崩壊機構を防止する条件を導いているわけではない。竹脇<sup>14)</sup>らは、建築骨組の最適設計問題において、柱梁耐力比の制限を付加することによ

り、梁降伏型骨組を指向した設計を行っている。また、小坂<sup>15)</sup>らは、柱の安全率を梁の安全率に比べて大きくすることにより、梁降伏型骨組を指向した設計を行っている。しかし、これらの設計手法で用いられる柱梁耐力比や安全率などの制限値は、過去の解析結果等から経験的に決定されるものであり、梁降伏型全体崩壊機構の形成を直接的かつ厳密に制御し得る条件とは言えない。

そこで、本章では、比例荷重を受ける鋼構造骨組の指定崩壊機構の形成を直接的かつ厳密に判定する方法として、荷重増分解析に基づく方法を採用し、指定崩壊機構形成のための制約条件と崩壊荷重に対する制約条件を取り扱った最小重量設計手法を提案する。この方法では、崩壊機構形成時において塑性ヒンジの発生を許容する塑性化指定部位と塑性ヒンジの発生を防止する非塑性化指定部位を設定し、非塑性化指定部位には一切塑性ヒンジを発生させないことを目標にしているため、指定崩壊機構形成の判定には、非塑性化指定部位の曲げモーメント 曲率関係を線形弾性と仮定した荷重増分解析が用いられる。また、最適化手法には、反復線形計画法 (SLP 法)<sup>21)</sup> が用いられる。

本章では、まず 3.2 節で基本仮定が示された後、3.3 節で指定崩壊機構形成のための条件が示され、最小重量設計問題が定式化される。また、3.4 節では、設計感度解析の方法が示され、3.5 節で SLP 法に基づく最適設計手順が示される。3.6 節では、設計例が示され、設計解の大域的最適性・収束性の検討および設計された骨組の荷重増分解析により、提案設計手法の妥当性が検証される。

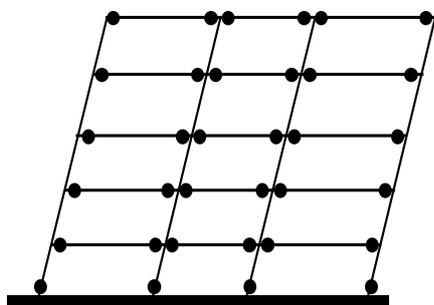


図 3-1 梁降伏型全体崩壊機構

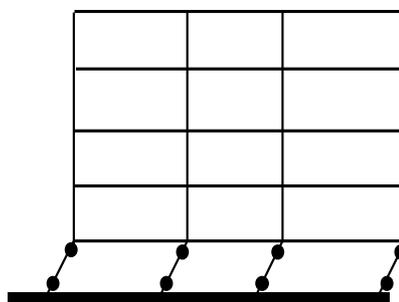


図 3-2 部分崩壊機構の一例

## 3.2 基本仮定

本章では、以下の仮定を設ける。

(基本仮定 3-1) 一定の設計用鉛直荷重  $\{P_0\}$  が載荷された後、設計用水平荷重  $\{P_H\}$  を単位荷重とする比例荷重が載荷される鋼構造骨組を対象とする。

(基本仮定 3-2) 部材の弾性変形に関して、軸伸縮及び曲げ変形を考慮する。

(基本仮定 3-3) 単純塑性ヒンジ理論を適用する。

(基本仮定 3-4) 塑性ヒンジの軸力による曲げ耐力の低下は考慮しない。

(基本仮定 3-5) 幾何学的非線形性を考慮しない。

### 3.3 最適設計問題の定式化

#### 3.3.1 鋼構造骨組の指定崩壊機構形成のための制約条件

比例載荷荷重下の鋼構造平面骨組が終局状態において指定崩壊機構を形成するためには、すべての非塑性化指定部位に関して、塑性ヒンジが発生しないことが保証されればよい。そこで、ここでは、すべての非塑性化指定部位に関して次式が成立することを指定崩壊機構が形成されるための条件として用いる。

$$V_{Ei} = Z_{Pi} s_{yi} - |m_{Xi}| > 0 \quad (i = 1, 2, \dots, Ne) \quad (3-1)$$

ここで、

$Ne$  : 非塑性化指定部位の総数

$s_y$  : 降伏強さ

$Z_P$  : 塑性断面係数

また、下付き添え字  $i$  のある記号は、 $i$  番目の非塑性化指定部位に関する記号であることを表す。(3-1)式中の  $m_X$  は、非塑性化部位には塑性ヒンジが発生しない(弾性域を越えても、常に線形弾性)という条件のもとで荷重増分解析し、指定崩壊機構の形成にいたるまでの非塑性化指定部位の曲げモーメントの最大値を表す。

#### 3.3.2 骨組が設計荷重のもとで崩壊しないための制約条件

骨組が設計荷重のもとで、崩壊しないためには、次式が成立すればよい。

$$V_{EMr} = \sum_{j=1}^{Nm} Z_{Pj} s_{yj} \left( |\dot{\theta}_{PArj}| + |\dot{\theta}_{PBrj}| \right) - \sum_{k=1}^{Nn} P_{Hk} \dot{\delta}_{Hrk} > 0 \quad (r = 1, 2, \dots, N_F) \quad (3-2)$$

ここで、

$Nm, Nn$  : 部材総数、荷重成分の数

$N_F$  : 起こり得る崩壊機構の総数

$\dot{\delta}_{Hrk}$  :  $r$  番目の崩壊機構を有する運動学的許容速度場<sup>16)</sup>における節点変位速度

$\dot{\theta}_{PArj}, \dot{\theta}_{PBrj}$  :  $r$  番目の崩壊機構を有する運動学的許容速度場<sup>16)</sup>における部材の始端あるいは

は終端の塑性ヒンジ回転角速度(ただし、塑性ヒンジが生じない場合には、 $\dot{\theta}_{PArj}$  あるいは

$\dot{\theta}_{PBrj}$  は 0 とする。)

また、下付き添え字  $j$  のある記号は、 $j$  番目の部材に関する記号であることを表す。下付き添え字  $k$  のある記号は、 $k$  番目の荷重成分に対応する記号であることを表す。下付き添え字  $r$  のある記号は、 $r$  番目の崩壊機構に関する記号であることを表す。

上式は、崩壊機構形成時の力の釣り合いから導ける。一般的な塑性設計問題では、起こりうるすべての崩壊機構に対して上式を作成する必要があるが、ここでは、指定崩壊機構が形成されることが保証されるため、指定崩壊機構形成時における力の釣り合い式のみを考慮すればよい。従って、骨組の崩壊に対する制約条件として次式を用いる。

$$V_F = \sum_{j=1}^{N_m} Z_{Pj} S_{y_j} \left( \dot{\theta}_{PAj} + \dot{\theta}_{PBj} \right) - \sum_{k=1}^{N_n} P_{Hk} \dot{\delta}_{Hk} > 0 \quad (3-3)$$

ここで、

$\dot{\delta}_{Hk}$  : 指定崩壊機構を有する運動学的許容速度場<sup>16)</sup>における節点変位速度  
 $\dot{\theta}_{PAj}, \dot{\theta}_{PBj}$  : 指定崩壊機構を有する運動学的許容速度場<sup>16)</sup>における部材の始端あるいは終端の塑性ヒンジ回転角速度 (ただし、塑性ヒンジが生じない場合には、 $\dot{\theta}_{PAj}$  あるいは  $\dot{\theta}_{PBj}$  は 0 とする。)

### 3.3.3 最適設計問題の定式化

使用する部材断面の形状寸法比が一定であると仮定すると、塑性断面係数  $Z_p$ 、断面二次モーメント  $I$ 、断面積  $A$  の間に次の関係式が成立する。

$$Z_p = \alpha_{Zp} \cdot A^{1.5} \quad (3-4)$$

$$I_j = \alpha_I \cdot A_j^2 \quad (3-5)$$

上式を用いれば、最小重量設計問題は、以下に示す制約条件付き最小化問題として定式化できる。

*Find*  $A_1, A_2, \dots, A_{N_D}$  *which minimize*

$$W = \sum_{q=1}^{N_D} C_q A_q \quad (3-6)$$

*subjected to*

$$G_{Ei} = \frac{|m_{Xi}|}{Z_{Pi} S_{yi}} \quad 1 \quad (i = 1, 2, \dots, Ne) \quad (3-7)$$

$$G_F = \frac{\sum_{k=1}^{Nn} P_{Hk} \delta_{Hk}}{\sum_{j=1}^{Nm} Z_{Pj} S_{yj} (|\theta_{PAj}| + |\theta_{PBj}|)} \quad 1 \quad (3-8)$$

$$A_{Lq} \leq A_q \leq A_{Uq} \quad (q = 1, 2, \dots, N_D) \quad (3-9)$$

ここで、

$$C_q = \rho L_q \quad (q = 1, 2, \dots, N_D) \quad (3-10)$$

：鋼材の単位体積重量

$L_q$ ： $q$  番目の設計変数に対応する部材長の合計

$A_L, A_U$ ：設計変数に関する上限と下限の制約条件値

また、下付き添え字  $q$  のある記号は、 $q$  番目の設計変数に関する記号であることを表す。  
下付き添え字  $j$  のある記号は、 $j$  番目の部材に関する記号であることを表す。

### 3.4 指定崩壊機構形成時応力の解析と設計感度解析

前述したように、(3-1)式中の  $m_X$  は、非塑性化指定部位には塑性ヒンジが発生しない（非塑性化指定部位の曲げモーメント-曲率関係が常に線形弾性）という条件下で比例荷重を作用させたとき、指定崩壊機構が形成されるまでの非塑性化指定部位の曲げモーメントの最大値を表す。著者らの研究によると、この  $m_X$  は、指定崩壊機構形成時の曲げモーメント  $m_S$  と一致する場合が多く、一致しない場合でも、 $m_X$  は、 $m_S$  の 1.2 倍程度以下で、両者の間にあまり大きな差はない。また、 $m_X$  は、塑性ヒンジの発生順序に微妙に影響し、非塑性化指定部位の曲げモーメント-曲率関係を常に線形弾性と仮定した荷重増分解析により計算が可能である。一方、 $m_S$  は、塑性ヒンジの発生順序には影響せず、指定崩壊機構形成時の力の釣合いから容易に計算することができる。

3.3.3 節で定式化した最小重量設計問題は、非線形制約条件付最小化問題であり、数理計画法により解くことができるが、このとき、前述の曲げモーメント  $m_X$  だけでなく、その設計感度係数  $m_X / A$  も計算する必要がある。この  $m_X / A$  は、計算することが困難であり、たとえ計算できたとしても、 $m_X$  が、塑性ヒンジの発生順序に微妙に影響し、 $m_X / A$  が設計変数  $A$  の不連続関数となるため、数理計画手法を適用する上で、解の収束性が非常に悪くなることが予想される。そこで、ここでは、 $m_X / A$  の代わりに、 $m_S / A$  を用

いて制約関数の設計感度係数を計算する。

本節では、指定崩壊機構形成時応力  $m_s$  とその設計感度係数の解析方法を示す。

### 3.4.1 指定崩壊機構形成時の剛性方程式

(1) 始端、終端ともに非塑性化指定部位の場合の部材レベルでの剛性方程式

始端、終端ともに曲げモーメント曲率関係を常に線形弾性とする。従って、弾性部材の剛性方程式と同じになる。

$$\{F_M\} = [K_M]\{U_M\} \quad (3-11)$$

ここで、

$$\{F_M\} = (f_{MU_i} \ f_{MV_i} \ f_{M\theta} \ f_{MU_j} \ f_{MV_j} \ f_{M\theta_j})^T \quad (3-12)$$

$$\{U_M\} = (u_{M_i} \ v_{M_i} \ \theta_{M_i} \ u_{M_j} \ v_{M_j} \ \theta_{M_j})^T \quad (3-13)$$

$$[K_M] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{L} & 0 & 0 & -\frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} & 0 & -\frac{12EI}{L^3} & \frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ -\frac{EA}{L} & 0 & 0 & \frac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} & 0 & \frac{12EI}{L^3} & -\frac{6EI}{L^2} \\ 0 & \frac{6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} & 0 & -\frac{6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (3-14)$$

$f_{MU_i} \ f_{MV_i} \ f_{M\theta} \ f_{MU_j} \ f_{MV_j} \ f_{M\theta_j}$  : 部材の始端及び終端側の部材座標系における部材端作用力

$u_i \ v_i \ \theta_i \ u_j \ v_j \ \theta_j$  : 部材の始端側及び終端側の節点の節点変位成分 (部材座標系)

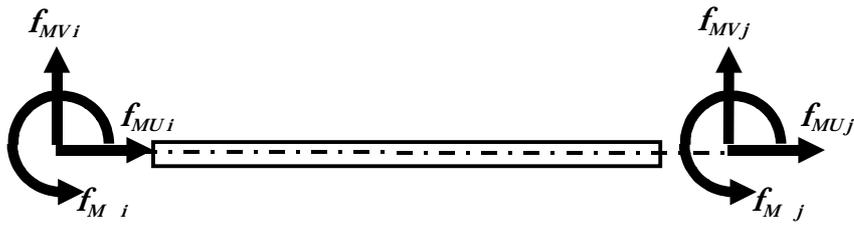


図 3-3 部材端作用力

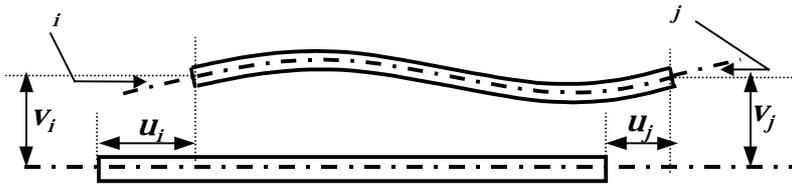


図 3-4 節点変位成分

(2) 始端側が塑性化指定部位、終端側が非塑性化指定部位の場合の部材レベルでの剛性方程式

部材の始端側に塑性ヒンジが形成され、その曲げモーメントの絶対値は全塑性モーメントに等しい。塑性ヒンジの回転角を  $\rho^{(h)}$  とすると、始端側の部材端部の回転角は、 $\theta_i + \rho^{(h)}$  となり、部材の剛性方程式は次式で表せる。

$$\{F_{Mpe}\} = [K_{Mpe}] \{U_{Mpe}\} \quad (3-15)$$

ここで、

$$\{F_{Mpe}\} = \begin{Bmatrix} \{F_M\} \\ m_{ph} \end{Bmatrix} \quad (3-16)$$

$$\{U_{Mpe}\} = \begin{Bmatrix} \{U_M\} \\ \theta_{ph} \end{Bmatrix} \quad (3-17)$$

$$[K_{Mpe}] = \begin{bmatrix} [K_M] & \{K_{Mi}\} \\ \{K_{Mi}\}^T & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (2-18)$$

$$\{K_{Mi}\} = \left( 0 \quad \frac{6EI}{L^2} \quad \frac{4EI}{L} \quad 0 \quad -\frac{6EI}{L^2} \quad \frac{2EI}{L} \right)^T \quad (3-19)$$

(3) 始端側が非塑性化指定部位、終端側が塑性化指定部位の場合の部材レベルでの剛性方程式

部材の終端側に塑性ヒンジを発生させるので、部材の剛性方程式は(2)と同様に次式で表せる。

$$\{F_{Mep}\} = [K_{Mep}] \{U_{Mep}\} \quad (3-20)$$

ここで、

$$\{F_{Mep}\} = \begin{Bmatrix} \{F_M\} \\ m_{ph} \end{Bmatrix} \quad (3-21)$$

$$\{U_{Mep}\} = \begin{Bmatrix} \{U_M\} \\ \theta_{ph} \end{Bmatrix} \quad (3-22)$$

$$[K_{Mep}] = \begin{bmatrix} [K_M] & \{K_{Mj}\} \\ \{K_{Mj}\}^T & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (3-23)$$

$$\{K_{Mj}\} = \left( 0 \quad \frac{6EI}{L^2} \quad \frac{2EI}{L} \quad 0 \quad -\frac{6EI}{L^2} \quad \frac{4EI}{L} \right)^T \quad (3-24)$$

(4) 始端側、終端側ともに塑性化指定部位の場合の部材レベルでの剛性方程式

$$\{F_{Mpp}\} = [K_{Mpp}] \{U_{Mpp}\} \quad (3-25)$$

ここで、

$$\{F_{Mpp}\} = \begin{Bmatrix} \{F_M\} \\ m_{ph1} \\ m_{ph2} \end{Bmatrix} \quad (3-26)$$

$$\{U_{Mpp}\} = \begin{Bmatrix} \{U_M\} \\ \theta_{ph1} \\ \theta_{ph2} \end{Bmatrix} \quad (3-27)$$

$$[K_{Mpp}] = \begin{bmatrix} [K_M] & \{K_{Mi}\} & \{K_{Mj}\} \\ \{K_{Mi}\}^T & \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} \\ \{K_{Mj}\}^T & \frac{2EI}{L} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad (3-28)$$

ここで、(3-16),(3-21),(3-26)式の  $m_{ph}$  は、次式で表される。

$$m_{ph} = S_{gh} \cdot z_{ph} \cdot S_{yh} \quad (3-29)$$

$s_{gh}$  :  $h$  番目の塑性化指定部位に作用する曲げモーメントの符号

$z_{ph}$  :  $h$  番目の塑性化指定部位の塑性断面係数

$s_{yh}$  :  $h$  番目の塑性化指定部位の降伏強さ

#### (5) 骨組全体での剛性方程式

すべての部材について、(3-11),(3-15),(3-20),(3-25)のいずれかの剛性方程式を作成し、座標変換マトリックスを乗じて、部材座標系を全体座標系に変換し、各節点に対応する部材力成分について足しあわせることで、次式で示す構造全体での剛性方程式が得られる。

$$\{F\} = [K]\{U\} \quad (3-30)$$

ここで、

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} \{F_E\} \\ \{M_P\} \end{Bmatrix} \quad (3-31)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} [K_E] & [K_{P12}] \\ [K_{P21}] & [K_{P22}] \end{bmatrix} \quad (3-32)$$

$$\{U\} = \begin{Bmatrix} \{U_E\} \\ \{U_P\} \end{Bmatrix} \quad (3-33)$$

$$\{F_E\} = (f_{U1} \ f_{V1} \ f_{\theta1} \ f_{U2} \ \dots \ f_{U_{Nn}} \ f_{V_{Nn}} \ f_{\theta_{Nn}})^T \quad (3-34)$$

$$\{U_E\} = (u_1 \ v_1 \ \theta_1 \ u_2 \ \dots \ u_{Nn} \ v_{Nn} \ \theta_{Nn})^T \quad (3-35)$$

$$\{M_P\} = (m_{P1} \ m_{P2} \ \dots \ m_{P_{Nh}})^T \quad (3-36)$$

$$m_{Pi} = Z_{Pi} S_{yi} \quad (3-37)$$

$$\{U_P\} = (\theta_{P1} \ \theta_{P2} \ \dots \ \theta_{P_{Nh}})^T \quad (3-38)$$

ここで、 $Nn$  は節点総数、 $Nh$  は塑性化指定部位の総数である。 $[K_E]$ は、弾性骨組の剛性マトリックスに等しい。 $[K_{P12}]$ ,  $[K_{P21}]$ ,  $[K_{P22}]$ は、部材レベルでの剛性方程式の  $p$  に対応する係数を重ね合わせるにより得られる。 $[K_{P12}]$ ,  $[K_{P21}]$ は、正方マトリックスにはならないが、互いに転置の関係にある。 $[K_{P22}]$ は、対称正方マトリックスである。従って、 $[K]$ も対称正方マトリックスである。 $\{U_E\}$ は、節点変位ベクトルである。 $\{F_E\}$ は、指定崩壊機構が形成されたときの比例載荷節点荷重ベクトルであり、次式により計算できる。

$$\{F_E\} = \lambda_F \{P_H\} + \{P_0\} \quad (3-39)$$

$\{P_0\}$ は、固定荷重等の一定の鉛直荷重を考慮するための荷重ベクトルである。 $\{P_H\}$ は、設計用水平荷重をあらわすための荷重ベクトルであり、本論文では、これを単位比例荷重としている。

$F$  は、指定崩壊機構が形成されるとき荷重係数であり、指定崩壊機構形成時の力の釣り合いから次式で与えられる<sup>16)</sup>。

$$\lambda_F = \frac{\sum_{j=1}^{Nm} Z_{pj} s_{yj} \left( \left| \dot{\theta}_{PAj} \right| + \left| \dot{\theta}_{PBj} \right| \right)}{\sum_{k=1}^{Nn} P_{Hk} \dot{\delta}_{Hk}} \quad (3-40)$$

(3-40)式を(3-39)に代入すると次式が得られる。

$$\{F_E\} = \frac{\sum_{j=1}^{Nm} \alpha_{Nj} Z_{pj} s_{yj} \left( \left| \dot{\theta}_{PAj} \right| + \left| \dot{\theta}_{PBj} \right| \right)}{\sum_{k=1}^{Nn} P_{Hk} \dot{\delta}_{Hk}} \{P_H\} + \{P_0\} \quad (3-41)$$

### 3.4.2 指定崩壊機構形成時応力の解析手順

ところで、(3-30)式は、 $[K]$ の行列式が $0$ となるためそのままの形では解けないが、骨組が崩壊機構を形成するとき最後に形成される塑性ヒンジ（ラストヒンジ）の回転量を $0$ にする と解ける<sup>17)</sup>。しかし、崩壊機構形成時の変形量を求める必要がない場合には、ラストヒンジ を選ぶ必要はなく、他のどの塑性ヒンジ回転量を $0$ にしても正しい部材力が得られる。こ こでは、 $P_{Nh}$ 及び拘束節点変位成分に対応する行及び列を(3-30)式から削除した式を解くこ とにより、指定崩壊機構形成時の部材力を計算する。この式を次式で表すことにする。

$$\{F_D\} = [K_D] \{U_D\} \quad (3-42)$$

ここで、

$$\{F_D\} = \begin{Bmatrix} \lambda_F \{P_{HD}\} + \{P_{OD}\} \\ \{M_{PD}\} \end{Bmatrix} \quad (3-43)$$

骨組の幾何学的形状,各部材の断面積,断面二次モーメント,ヤング係数,塑性化指定部位及 び非塑性化指定部位の位置,塑性化指定部位の塑性断面係数,降伏応力度等が定まれば、(3-42) 式の $\{F_D\}$ 及び $[K_D]$ は既知量となり、(3-42)式は $\{U_D\}$ を未知量とする線形連立方程式となる。 (3-42)式の連立方程式を解き、得られた解 $\{U_D\}$ を部材レベルでの剛性方程式である(3-11), (3-15),(3-20),(3-25)式に代入することにより、指定崩壊機構が形成されたときの非塑性化指 定部位の曲げモーメント $\{m_s\}$ が得られる。

### 3.4.3 設計感度解析

3.3.3 節で定式化した最小重量設計問題は、非線形制約条件付最小化問題であり、数理計画法により解くことができるが、このとき、曲げモーメント  $m_X$  だけでなく、その設計感度係数  $m_X / A_j$  も計算する必要がある。前述したように、ここでは、 $m_X / A_j$  の代わりに、 $m_S / A_j$  を用いて制約関数の設計感度係数を計算する。

$m_S / A_j$  の計算法として、部材レベルでの剛性方程式(3-11),(3-15),(3-20),(3-25)および骨組全体での剛性方程式(3-42)式を断面積  $A_j$  で微分した方程式を用いて計算する方法があるが、ここでは、計算手順が非常に簡単な次式で示す前進差分の近似式を用いて計算する。

$$\left. \frac{\partial \{m_S\}}{\partial A_j} \right|_{\{A\}=\{A_0\}} = \frac{\{m_S\}_{\{A\}=\{A_0\}+\Delta A\{I_j\}} - \{m_S\}_{\{A\}=\{A_0\}}}{\Delta A} \quad (3-44)$$

ここで、 $\{I_j\}$  は、次式で示すように、j 番目の成分のみが 1 でそれ以外がすべて 0 となる列ベクトルである。

$$\{I_j\} = (0 \quad \dots \quad 0 \quad 1 \quad 0 \quad \dots \quad 0)^T \quad (3-45)$$

$\Delta A$  は、差分増分量を表し、設計変数の値の 1/10000 としている。

このような差分近似を設計感度解析に利用した最適設計は、これまでも数多くの研究者により行われ<sup>18)~20)</sup>、その有効性が確かめられている。

### 3.5 設計手順

前述した 3.3.3 節の最小重量設計問題を解くための方法として、ここでは、前章と同様、SLP 法<sup>21)</sup>に基づく方法を考える。最適設計手順を以下に示す。また、この設計フロー・チャートを図 3-5 に示す。

- [1] 骨組形状、指定崩壊機構の形式、荷重条件、初期設計解等を設定する。
- [2] 荷重増分解析により、指定崩壊機構が形成されるまでの非塑性化指定部位の曲げモーメントの最大値  $m_X$  を求める。
- [3] 設計感度解析を行う（制約関数  $G_{Ei}, G_F$  の部材断面積に関する感度係数を求める。）。
- [4] 3.3.3 節で定式化した最小重量設計問題の近似線形計画問題(2.5.1 節)を設定する。
- [5] [4] で設定された近似線形計画問題の設計解をシンプレックス法を用いて計算する。
- [6] 収束判定条件が満足されれば、計算を終了する。収束判定条件が満足されなければ、[5] で得られた設計解をもとにして、再び[2]~[5]の手順を繰り返す。

設計変数の変動幅制限 (Move Limit) の設定および収束判定条件は、前章と同じである。

ただし、この収束判定条件に関して、本章では、制約条件に対して 0.4%の許容誤差が生じても得られた設計解が確実に許容領域内に入るように、制約関数  $G_{Ei}, G_F$  にあらかじめ 1.004 を乗じて最適設計問題を解いている。

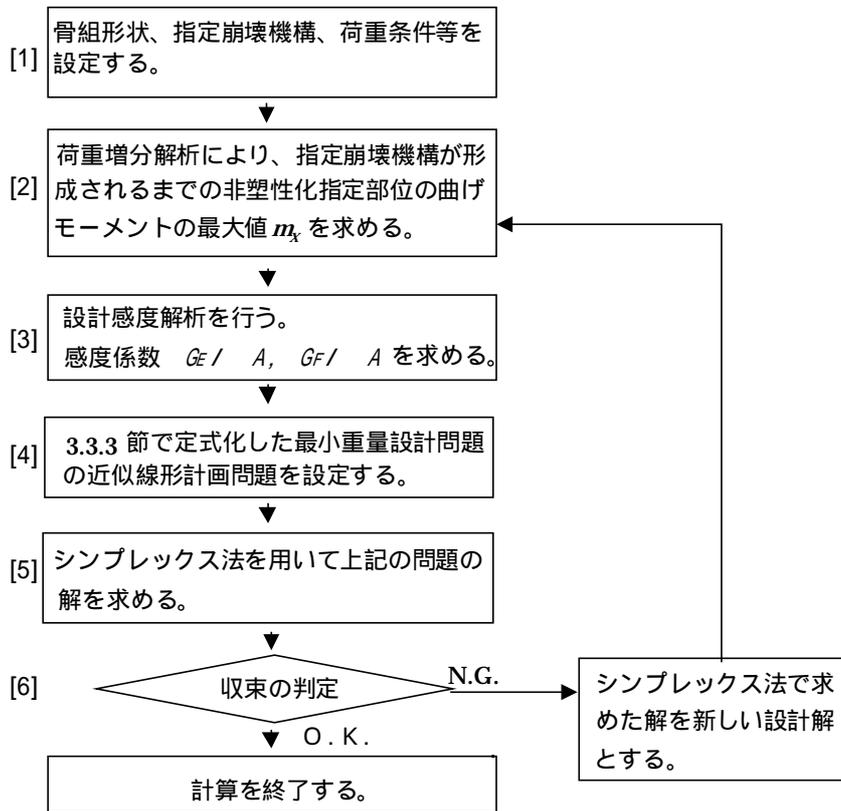


図 3-5 設計フロー・チャート

## 3.6 設計例

### 3.6.1 設計骨組

設計に関する諸条件を表 3-1、表 3-2 に示す。設計骨組は、図 3-6(A)~(C)に示す 5 層及び 8 層の鋼構造純ラーメン架構である。指定崩壊機構は、表 3-1 で示したように梁降伏先行型全体崩壊機構としている。従って、梁端部および第 1 層柱脚部が塑性化部位、第 1 層柱脚部を除く柱端部及び梁中央部が非塑性化部位となる。荷重は、一定の鉛直荷重下で、水平荷重を比例载荷する形式としている。骨組 A 及び B は、1, 2 層の柱部材、3 ~ 5 層の柱部材、各層ごとの梁部材をそれぞれ同一断面としている。また、骨組 C も、1, 2 層の柱部材、3 ~ 5 層の柱部材、6 ~ 8 層の柱部材、各層ごとの梁部材をそれぞれ同一断面としている。従って、設計変数の総数は、骨組 A、骨組 B で 7、骨組 C で 11 である。

表 3-1 荷重条件

|          |                            |
|----------|----------------------------|
| 設計用床荷重   | 0.8 (tf / m <sup>2</sup> ) |
| 奥行き方向支配幅 | 8 (m)                      |
| 層せん断力分布  | Ai 分布                      |
| ベースシャー係数 | 0.4                        |

表 3-2 設計に関する諸条件

|           |                             |
|-----------|-----------------------------|
| 指定崩壊機構    | 梁降伏先行形全体崩壊機構                |
| 塑性化指定部位   | 梁端部, 第 1 層柱脚部               |
| 非塑性化指定部位  | 第 1 層柱脚部を除く柱端部, 梁中央部        |
| <i>ZP</i> | 0.949 (角形鋼管柱), 1.783 (H形鋼梁) |
| <i>I</i>  | 1.076 (角形鋼管柱), 3.648 (H形鋼梁) |

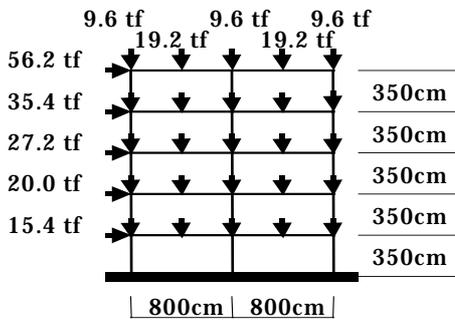


図 3-6(A) 骨組 A

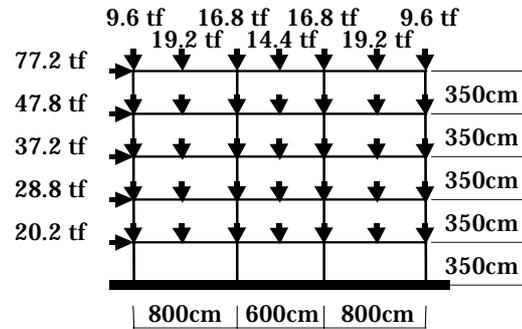


図 3-6(B) 骨組 B

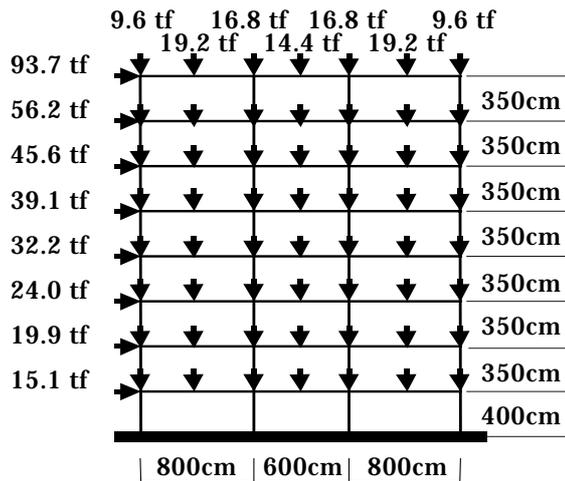


図 3-6(C) 骨組 C

### 3.6.2 設計解

表 3-3(A)~(C)は、骨組 A~C の設計解を示したものである。SLP 法で与えた設計変数の初期値は、柱部材断面積  $200\text{cm}^2$ 、梁部材断面積  $100\text{cm}^2$  である。いずれの骨組も柱断面が梁断面に比して大きくなっている。同表中の W は、設計解の骨組重量、N は、SLP 法の反復回数を示している。表 3-4(A)~(C)には、最適設計解における各層の柱あるいは梁の非塑性化指定部位における制約関数  $G_{Ei}$  及び骨組の崩壊荷重に対する制約関数  $G_F$  の値が示されている。この表より、中柱および最上層の梁が制約条件ぎりぎりとなっていることが確認できる。また、 $G_{Ei}$  及び  $G_F$  は、いずれも制約条件値 1 を超えることはなく、すべての制約条件が満足されていることが確認できる。

表 3-3(A) 設計解(骨組 A)

| 部材   | A                          | $m_p^*$                    | 部材   | A                          | $m_p^*$                    |
|------|----------------------------|----------------------------|------|----------------------------|----------------------------|
| 5F 柱 | 2.24                       | 1.05                       | RF 梁 | 0.75                       | 0.386                      |
| 4F 柱 | 2.24                       | 1.05                       | 5F 梁 | 1.13                       | 0.715                      |
| 3F 柱 | 2.24                       | 1.05                       | 4F 梁 | 1.19                       | 0.731                      |
| 2F 柱 | 2.53                       | 1.27                       | 3F 梁 | 1.50                       | 1.09                       |
| 1F 柱 | 2.53                       | 1.27                       | 2F 梁 | 1.40                       | 0.982                      |
| 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfcm})$ | 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfcm})$ |
|      | W (t)                      | N                          |      |                            |                            |
|      | 17.3                       | 7                          |      |                            |                            |

表 3-3(B) 設計解(骨組 B)

| 部材   | A                          | $m_p^*$                    | 部材   | A                          | $m_p^*$                    |
|------|----------------------------|----------------------------|------|----------------------------|----------------------------|
| 5F 柱 | 2.24                       | 1.05                       | RF 梁 | 0.754                      | 0.386                      |
| 4F 柱 | 2.24                       | 1.05                       | 5F 梁 | 1.03                       | 0.618                      |
| 3F 柱 | 2.24                       | 1.05                       | 4F 梁 | 1.12                       | 0.702                      |
| 2F 柱 | 2.54                       | 1.27                       | 3F 梁 | 1.44                       | 1.01                       |
| 1F 柱 | 2.54                       | 1.27                       | 2F 梁 | 1.39                       | 0.96                       |
| 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfcm})$ | 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfcm})$ |
|      | W (t)                      | N                          |      |                            |                            |
|      | 22.3                       | 7                          |      |                            |                            |

表 3-3(C) 設計解(骨組 C)

| 部材   | A                          | $m_p^*$                    | 部材   | A                          | $m_p^*$                    |
|------|----------------------------|----------------------------|------|----------------------------|----------------------------|
| 8F 柱 | 2.36                       | 1.14                       | RF 梁 | 0.75                       | 0.386                      |
| 7F 柱 | 2.36                       | 1.14                       | 8F 梁 | 1.20                       | 0.783                      |
| 6F 柱 | 2.36                       | 1.14                       | 7F 梁 | 1.29                       | 0.865                      |
| 5F 柱 | 3.10                       | 1.71                       | 6F 梁 | 1.51                       | 1.10                       |
| 4F 柱 | 3.10                       | 1.71                       | 5F 梁 | 1.98                       | 1.65                       |
| 3F 柱 | 3.10                       | 1.71                       | 4F 梁 | 1.93                       | 1.58                       |
| 2F 柱 | 3.36                       | 1.94                       | 3F 梁 | 2.08                       | 1.78                       |
| 1F 柱 | 3.36                       | 1.94                       | 2F 梁 | 2.05                       | 1.74                       |
| 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfcm})$ | 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfcm})$ |
|      | W (t)                      | N                          |      |                            |                            |
|      | 48.1                       | 9                          |      |                            |                            |

表 3-4(A) 制約関数の値(骨組 A)

| $G_E$ |      |      |      |      |     |      |
|-------|------|------|------|------|-----|------|
| 部材    | 外柱   |      | 内柱   |      | 部材  | 梁中央  |
|       | 柱脚   | 柱頭   | 柱脚   | 柱頭   |     |      |
| 5F柱   | 0.25 | 0.37 | 0.46 | 0.74 | RF梁 | 1.00 |
| 4F柱   | 0.32 | 0.66 | 0.63 | 1.00 | 5F梁 | 0.54 |
| 3F柱   | 0.56 | 0.61 | 1.00 | 1.00 | 4F梁 | 0.50 |
| 2F柱   | 0.52 | 0.50 | 1.00 | 1.00 | 3F梁 | 0.35 |
| 1F柱   | -    | 0.33 | -    | 0.60 | 2F梁 | 0.39 |
| $G_F$ |      |      |      |      |     |      |
| 1.00  |      |      |      |      |     |      |

表 3-4(B) 制約関数の値(骨組 B)

| $G_E$ |      |      |      |      |     |      |      |
|-------|------|------|------|------|-----|------|------|
| 部材    | 外柱   |      | 内柱   |      | 部材  | 外梁   | 内梁   |
|       | 柱脚   | 柱頭   | 柱脚   | 柱頭   |     | 梁中央  | 梁中央  |
| 5F柱   | 0.22 | 0.39 | 0.46 | 0.79 | RF梁 | 1.00 | 0.56 |
| 4F柱   | 0.32 | 0.69 | 0.64 | 1.00 | 5F梁 | 0.62 | 0.35 |
| 3F柱   | 0.57 | 0.61 | 1.00 | 1.00 | 4F梁 | 0.55 | 0.31 |
| 2F柱   | 0.49 | 0.50 | 1.00 | 1.00 | 3F梁 | 0.38 | 0.21 |
| 1F柱   | -    | 0.41 | -    | 0.70 | 2F梁 | 0.40 | 0.23 |
| $G_F$ |      |      |      |      |     |      |      |
| 0.97  |      |      |      |      |     |      |      |

表 3-4(C) 制約関数の値(骨組 C)

| $G_E$ |      |      |      |      |     |      |      |
|-------|------|------|------|------|-----|------|------|
| 部材    | 外柱   |      | 内柱   |      | 部材  | 外梁   | 内梁   |
|       | 柱脚   | 柱頭   | 柱脚   | 柱頭   |     | 梁中央  | 梁中央  |
| 8F柱   | 0.26 | 0.34 | 0.54 | 0.68 | RF梁 | 1.00 | 0.56 |
| 7F柱   | 0.32 | 0.64 | 0.68 | 1.00 | 8F梁 | 0.49 | 0.28 |
| 6F柱   | 0.64 | 0.62 | 1.00 | 1.00 | 7F梁 | 0.45 | 0.25 |
| 5F柱   | 0.53 | 0.30 | 1.00 | 0.71 | 6F梁 | 0.35 | 0.20 |
| 4F柱   | 0.44 | 0.50 | 0.91 | 1.00 | 5F梁 | 0.23 | 0.13 |
| 3F柱   | 0.53 | 0.54 | 1.00 | 1.00 | 4F梁 | 0.24 | 0.14 |
| 2F柱   | 0.45 | 0.49 | 1.00 | 1.00 | 3F梁 | 0.22 | 0.12 |
| 1F柱   | -    | 0.53 | -    | 0.84 | 2F梁 | 0.22 | 0.12 |
| $G_F$ |      |      |      |      |     |      |      |
| 0.96  |      |      |      |      |     |      |      |

### 3.6.3 大域的最適性・収束性

表 3-5(A) ~ (C)は、各設計変数に対して 50 以上 500 以下の一様乱数を割り当て、30 組の SLP 法の初期設計解を作成し、それらの初期設計解に対して得られた設計変数の解の最大値  $A_{MAX}$ 、最小値  $A_{MIN}$  及び骨組重量の最大値  $W_{MAX}$ 、最小値  $W_{MIN}$ 、SLP 法の反復回数の最大値

$N_{MAX}$ 、最小値  $N_{MIN}$  を示したものである。骨組 A、骨組 B は、 $A_{MAX}$ 、 $A_{MIN}$  及び  $W_{MAX}$ 、 $W_{MIN}$  の値が有効数字 3 桁まですべて一致している。骨組 C では、 $A_{MAX}$ 、 $A_{MIN}$  の間に多少の差異がみられるが、 $W_{MAX}$ 、 $W_{MIN}$  は、有効数字 3 桁まで一致している。一般に、非線形数理計画問題では、特別な問題を除き、大域的最適解が得られることを厳密に保証することができないが、この設計例では、大域的最適解あるいはきわめてそれに近い骨組重量の設計解が得られていると推論できる。また、収束までの SLP 法の反復回数は、最大でも 20 回程度であり、収束性は良好であった。

表 3-5(A) 設計解の大域性・収束性(骨組 A)

| 部材   | $A_{MAX}$                          | $A_{MIN}$                          | 部材   | $A_{MAX}$                          | $A_{MIN}$                          |
|------|------------------------------------|------------------------------------|------|------------------------------------|------------------------------------|
| 5F 柱 | 2.24                               | 2.24                               | RF 梁 | 0.75                               | 0.75                               |
| 4F 柱 | 2.24                               | 2.24                               | 5F 梁 | 1.13                               | 1.13                               |
| 3F 柱 | 2.24                               | 2.24                               | 4F 梁 | 1.19                               | 1.19                               |
| 2F 柱 | 2.53                               | 2.53                               | 3F 梁 | 1.50                               | 1.50                               |
| 1F 柱 | 2.53                               | 2.53                               | 2F 梁 | 1.40                               | 1.40                               |
| 単位   | $\times 10^2$<br>( $\text{cm}^2$ ) | $\times 10^2$<br>( $\text{cm}^2$ ) | 単位   | $\times 10^2$<br>( $\text{cm}^2$ ) | $\times 10^2$<br>( $\text{cm}^2$ ) |
|      | $W_{MAX}$                          | $W_{MIN}$                          |      | $N_{MAX}$                          | $N_{MIN}$                          |
|      | 17.3 t                             | 17.3 t                             |      | 12                                 | 20                                 |

表 3-5(B) 設計解の大域性・収束性(骨組 B)

| 部材   | $A_{MAX}$                          | $A_{MIN}$                          | 部材   | $A_{MAX}$                          | $A_{MIN}$                          |
|------|------------------------------------|------------------------------------|------|------------------------------------|------------------------------------|
| 5F 柱 | 2.14                               | 2.14                               | RF 梁 | 0.754                              | 0.754                              |
| 4F 柱 | 2.14                               | 2.14                               | 5F 梁 | 1.03                               | 1.03                               |
| 3F 柱 | 2.14                               | 2.14                               | 4F 梁 | 1.12                               | 1.12                               |
| 2F 柱 | 2.43                               | 2.43                               | 3F 梁 | 1.43                               | 1.43                               |
| 1F 柱 | 2.43                               | 2.43                               | 2F 梁 | 1.38                               | 1.38                               |
| 単位   | $\times 10^2$<br>( $\text{cm}^2$ ) | $\times 10^2$<br>( $\text{cm}^2$ ) | 単位   | $\times 10^2$<br>( $\text{cm}^2$ ) | $\times 10^2$<br>( $\text{cm}^2$ ) |
|      | $W_{MAX}$                          | $W_{MIN}$                          |      | $N_{MAX}$                          | $N_{MIN}$                          |
|      | 22.3 t                             | 22.3 t                             |      | 13                                 | 21                                 |

表 3-5(C) 設計解の大域性・収束性(骨組 C)

| 部材   | $A_{MAX}$                          | $A_{MIN}$                          | 部材   | $A_{MAX}$                          | $A_{MIN}$                          |
|------|------------------------------------|------------------------------------|------|------------------------------------|------------------------------------|
| 8F 柱 | 2.36                               | 2.36                               | RF 梁 | 0.75                               | 0.75                               |
| 7F 柱 | 2.36                               | 2.36                               | 8F 梁 | 1.20                               | 1.20                               |
| 6F 柱 | 2.36                               | 2.36                               | 7F 梁 | 1.29                               | 1.29                               |
| 5F 柱 | 3.10                               | 3.10                               | 6F 梁 | 1.51                               | 1.51                               |
| 4F 柱 | 3.10                               | 3.10                               | 5F 梁 | 1.98                               | 1.98                               |
| 3F 柱 | 3.10                               | 3.10                               | 4F 梁 | 1.93                               | 1.93                               |
| 2F 柱 | 3.36                               | 3.36                               | 3F 梁 | 2.08                               | 2.08                               |
| 1F 柱 | 3.36                               | 3.36                               | 2F 梁 | 2.05                               | 2.05                               |
| 単位   | $\times 10^2$<br>( $\text{cm}^2$ ) | $\times 10^2$<br>( $\text{cm}^2$ ) | 単位   | $\times 10^2$<br>( $\text{cm}^2$ ) | $\times 10^2$<br>( $\text{cm}^2$ ) |
|      | $W_{MAX}$                          | $W_{MIN}$                          |      | $N_{MAX}$                          | $N_{MIN}$                          |
|      | 52.5 t                             | 52.5 t                             |      | 13                                 | 21                                 |

### 3.6.4 荷重増分解析

図 3-7(A)~(C)は、2.6.2 節で設計された骨組に対して、図 3-6(A)~(C)で示した設計用鉛直荷重を載荷した後、設計用水平荷重を単位荷重として比例載荷した荷重増分解析を行い、その荷重係数 と骨組頂部変位の関係を図示したものである。また、そのとき形成された崩壊機構を図 3-8(A)~(C)に示す。3 例とも、指定崩壊機構が確実に形成されていることが確認でき、提案設計手法の妥当性が確認された。

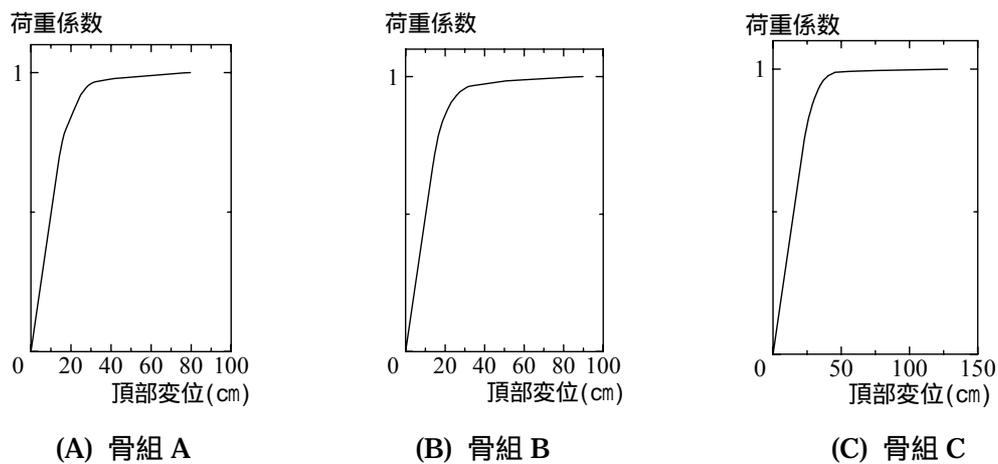


図 3-7 荷重係数 頂部変位関係

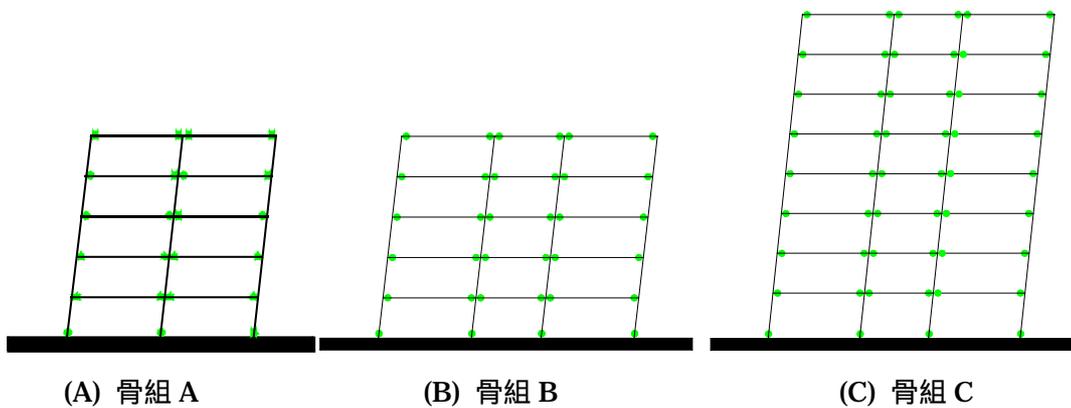


図 3-8 形成された崩壊機構

### 3.7 本章のまとめ

本章では、比例荷重下の鋼構造骨組が指定崩壊機構を形成するための条件を明らかにし、骨組の崩壊荷重のみならず形成される崩壊機構の形をも確実に制御し得る最小重量設計手法を提案した。本章で得られた研究成果を以下に示す。

[1] 比例荷重下の鋼構造骨組が指定崩壊機構を形成するための条件を明らかにし、指定崩壊機構形成のための制約条件と崩壊荷重に対する制約条件を取り扱った最小重量設計問題を定式化した。

[2] 定式化された最小重量設計問題に対して、設計感度解析および SLP 法に基づく最適設計の手順とその設計例を示した。

[3] 乱数を用いて、SLP 法で与える初期設計解を 30 組作成して、設計解の大域的最適性に関する検証を行った。得られた設計解はいずれもほぼ同じ値となることが確認できた。従って、本設計例では、大域的最適解あるいは骨組重量がそれにきわめて近い設計解が得られていると推論できる。また、SLP 法の収束までの回数は、最大でも 20 回程度であり、収束性は良好であった。

[4] 設計骨組の荷重増分解析結果から、指定崩壊機構が確実に形成されていることが確認でき、提案設計手法の妥当性が確認された。

## 参考文献

- 1) M.F.Rubinstein and J.Karagozian : Building Design Using Linear Programming, J. of Struct. Eng. Div. ASCE, Vo.92, ST6, pp.223~245, 1966
- 2) R.H.Bigelow and E.H.Gaylord : Design of Steel Frames for Minimum Weight, J. of Struct. Eng. Div. ASCE, Vo.93, ST6, pp.109~131, 1967
- 3) Y.Nakamura and W.A.Little: Plastic Design Method of Multi-Story Planar Frames with Deflection Constraints, M.I.T. report R68-12, 1968
- 4) M.Z.Cohn, S.K.Ghosh and S.R.Parimi: Unified Approach to Theory of Plastic Structures, J. of Eng. Mec. Div., ASCE, vol.98, Em5, pp.1133~1158, 1972
- 5) 中村恒善 : 建築骨組の最適設計、丸善、1980
- 6) Wapol,W.R., and Shepherd, R., : Elasto-Plastic Seismic Response of Reinforced Concrete Frame, J. of Struct. Eng. Div. ASCE, 95, ST10, pp.2031~2055, 1969
- 7) Anderson, J.C., and Gupta, R.P. : Earthquake Resistant Design of Unbraced Frames, J. of Struct. Eng. Div. ASCE, 98, ST11, pp.2523~2539, 1972
- 8) 寺本隆幸, 北村春幸 : 鋼構造ラーメン架構の強震時弾塑性応答性状, 日本建築学会構造系論文報告集 No.363, pp.57~66, 1986.5
- 9) 秋山宏 : 地震時における鋼構造ラーメン骨組の損傷分布則, 日本建築学会論文報告集 No.309, pp.53~59, 1981.11
- 10) 小川厚治 : 鋼構造骨組構成部材の適正強度分布に関する研究 ( その 1 動的崩壊特性とエネルギー吸収能力 ) 日本建築学会論文報告集 No.323, pp.13~22, 1983.1
- 11) 関弘義 : 梁崩壊形 R C 架鋼を実現するための条件と等価一自由度系簡易解析の有効性検証、構造工学論文集、Vol.31B、pp.237~242、1985.3
- 12) Han-Seon Lee : Revised Rule for Concept of Strong-Column Weak-Girder Design, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.122, ST4, pp.359 ~ 364, 1996.4

- 13) Federico M. Mazzolani and Vincenzo Piluso : Plastic Design of Seismic Resistant Steel Frames, Earthquake Eng. Struct. Dyn. , Vol.26, pp.167~191, 1997
- 14) 竹脇出、杉山哲彦、辻聖晃、上谷宏二：縮約モデル-骨組逆置換法に基づく骨組設計法、日本建築学会構造系論文報告集、No.512 , pp.119 ~ 125 , 1998.10
- 15) 中村恒善、小坂郁夫：水平力を受ける弾性平面建築骨組のひずみ制御設計、日本建築学会構造系論文報告集 No.363 , pp.1~9 , 1986.5
- 16) 田中尚：構造物の極限解析, 彰国社, 1966
- 17) 加藤美喜子、中島正愛、森保宏、辻文三：鉄骨骨組の要求塑性変形とその変動の定量化(その1)、構造物の安全性および信頼性 Vol.3、pp.219 ~ 224、1995.11
- 18) 大久保禎二、谷脇一弘：鋼斜張橋のケーブル配置および部材断面の最適設計法、土木学会論文集、No.428 / I-15、1991.4
- 19) 中村雄治、松尾彰、澤田樹一郎：幾何学的形状を設計変数に取り入れた平面ラーメンの最適設計、鋼構造年次論文報告集、第二巻、pp.411 ~ 416、1994.11
- 20) 藤井大地、藤谷義信：薄肉はり置換法による高層ビルの最適設計 薄肉はり置換法による高層ビルの構造解析に関する研究(その3)、日本建築学会構造系論文報告集、No.477 , pp.57 ~ 66 , 1995.10
- 21) 田中尚、中村雄治：建築構造物の自動設計と最適設計, 培風館, 1973
- 22) 日本建築センター：建築物の構造規定 建築基準法施行令第3章の解説と運用 1997年版、1998

## 第4章 降伏強さを確率変数とした崩壊機構指定骨組のFOSM信頼性指標制約下における最小重量設計

### 4.1 本章の目的

第3章では、比例荷重を受ける鋼構造骨組の指定崩壊機構の形成を直接的かつ厳密に判定する方法として、荷重増分解析に基づく方法を採用し、骨組の崩壊荷重のみならず形成される崩壊機構の形をも確実に制御し得る最小重量設計手法を提案した。また、設計解の大域的最適性・収束性の検討や荷重増分解析による検討を行い、提案設計手法の妥当性を示した。

ところで、鋼構造骨組の設計で使用される鋼材の材料強度には、変動係数5~10%程度のばらつきが存在することが報告されており<sup>1)2)</sup>、地震による外力分布、建物重量等にもばらつきが存在することが考えられる。このような確率統計的な不確定要因を考慮した上で、骨組構造の崩壊あるいは部材の降伏に対する信頼性を制約した最適塑性信頼性設計に関する研究は、これまでに数多く行われてきた<sup>例えば3)4)5)6)</sup>。

一方、確率統計的な意味での不確定要因を考慮した上で、形成される崩壊機構の形をも制御しようとした骨組構造の設計手法に関する研究としては、以下が挙げられる。桑村ら<sup>7)8)</sup>は、鋼構造梁降伏型骨組を柱梁耐力比に基づく方法により設計し、部材の降伏強さ、地震荷重、建物重量などの不確定要因が鋼構造骨組の崩壊形式や動的挙動に及ぼす影響をモンテ・カルロ法を用いて調査し、部材の降伏強さのばらつきによる影響が特に大きいことを指摘している。また、小野ら<sup>9)10)</sup>は、静的な荷重を受ける骨組構造物に対して、確率論に基づく極限解析を行い、梁降伏型全体崩壊機構の実現に必要な柱梁耐力比の値を調査している。しかし、これらの研究で用いられた柱梁耐力比に基づく設計法は、信頼性理論に立脚した設計手法ではない。従って、同じ柱梁耐力比を指定した場合でも、柱の耐力を割り増す前の初期の部材設計、骨組の形状、使用する鋼材の強度のばらつきの大きさによって梁降伏型骨組の実現度は大きく異なるため、一般に柱梁耐力比の必要値としてかなり大きめの値が設定されなければならない。

小浜ら<sup>11)</sup>は、信頼性理論に基づいて、望ましい崩壊機構を卓越させることが可能な最小重量信頼性設計法を提案している。この方法では、個々の崩壊機構における限界状態に対応する信頼性指標をFOSM法<sup>13)14)</sup>により評価し、望ましい崩壊機構における信頼性指標の制約条件値に対して、その他の崩壊機構における信頼性指標の制約条件値を　　だけ大きく設定することにより、望ましい崩壊機構の形成される確率を卓越させている。また、孫、大井ら<sup>12)</sup>も、望ましい崩壊機構における信頼性指標とその他の崩壊機構における信頼性指標との差を指定することにより、指定崩壊機構形成時における最小ノルム応力場に対する柱の安全係数を決定する設計方法を提案している。しかし、これらの研究では、卓越させる崩壊機構の信頼性指標とその他の崩壊機構の信頼性指標との差　　と卓越させる崩壊機構が形成される確率との関係については述べられていない。

このように、材料強度のばらつき等の不確定要因を考慮した上で、形成される崩壊機構の形をも制御しようとした設計手法あるいは最適信頼性設計手法に関する研究は、いくつか存在するが、指定崩壊機構の形成確率を直接制約し得る設計手法を提案した例は、著者の知る

限りでは、見当たらない。

そこで、本章では、指定崩壊機構の形成確率を直接制約し得る最適設計手法を構築するための基本的な方法として、まず、部材の降伏強さを確率変数として取り扱った上で、崩壊機構形成時の個々の非塑性化指定部位における塑性ヒンジ発生と骨組の崩壊に対する信頼性をFOSM法に基づく信頼性指標により評価し、これらの信頼性指標を制約した最小重量設計手法を提案する。ここで示す最適設計問題では、指定崩壊機構形成に対して、個々の非塑性化指定部位レベルでの信頼性制約条件が取り扱われ、設計荷重下の骨組の崩壊に対して、個々の崩壊機構レベルでの信頼性制約条件が取り扱われる。骨組のシステム全体における確率を制約した最適化問題は、後の第5章で展開される。

本章の概要を示す。まず、4.2節で、基本仮定が示された後、4.3節で、指定崩壊機構の形成と骨組の崩壊に対するFOSM信頼性指標制約条件が導かれ、崩壊機構指定骨組の最適信頼性設計問題が定式化される。4.4節では、降伏強さに関する感度解析法の手順が示される。この降伏強さに関する感度解析は、指定崩壊機構の形成および骨組の崩壊荷重に関する信頼性を評価する上で非常に重要となる。4.5節では、設計手順が示され、4.6節では、種々の設計条件を有する骨組の設計例が示される。また、この節では、設計解の大域的最適性及び収束性に関する検証とモンテカルロ法による設計骨組の信頼性解析が行われ、設計手法の妥当性が検証される。また、通常、梁降伏型全体崩壊骨組の設計には、柱梁耐力比の概念がよく用いられるため<sup>7)8)9)10)15)16)</sup>、柱梁耐力比に基づく設計も行い、両設計法を比較して、提案設計手法の有効性を検証する。

## 4.2 基本仮定

第3章の基本仮定(3.2節)に加えて、以下の仮定を追加する。

(基本仮定 4-1) 骨組を構成する各部材の降伏強さ  $s_y$  を平均値  $s_{y^*}$ 、標準偏差  $s_y$  の正規分布確率変数とする。

(基本仮定 4-2) 外力は、確定変数とする。

## 4.3 最適設計問題の定式化

### 4.3.1 指定崩壊機構形成のための FOSM 信頼性指標制約条件

3章で示したように、崩壊機構形成時において非塑性化指定部位に塑性ヒンジが発生しないための条件は、確定論的には、次式で表せる。

$$V_{Ei} = Z_{Pi} s_{yi} - |m_{Xi}| \geq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, Ne) \quad (4-1)$$

個々の非塑性化指定部位において、(4-1)式の等号成立時を限界状態として設定し、FOSM

法 13)14)に基づく信頼性指標の概念を用いれば、指定崩壊機構形成のための FOSM 信頼性指標制約条件は、次式で表すことができる。

$$E[\tilde{V}_{Ei}] \geq \beta_{VE0} D[\tilde{V}_{Ei}] \quad (i = 1, 2, \dots, Ne) \quad (4-2)$$

ここで、 $E[\tilde{V}_{Ei}]$ 、 $D[\tilde{V}_{Ei}]$ は、関数 $\tilde{V}_{Ei}$ の平均値、標準偏差をそれぞれ表す。また、関数 $\tilde{V}_{Ei}$ は、確率変数（降伏強さ）の平均値回りのテーラー一次近似関数である。

$\tilde{V}_{Ei}$ 、 $E[\tilde{V}_{Ei}]$ 、 $D[\tilde{V}_{Ei}]$ は、次式で表せる。

$$\tilde{V}_{Ei} = \sum_{j=1}^{Np} \frac{\partial V_{Ei}}{\partial s_{y_j^*}} \cdot (s_{y_j} - s_{y_j^*}) + V_{Ei^*} \quad (4-3)$$

$$E[\tilde{V}_{Ei}] = Z_{Pi} s_{y_j^*} - |m_{X^*i}| \quad (4-4)$$

$$D[\tilde{V}_{Ei}] = \sqrt{\sum_{j=1}^{Nm} \left\{ \left( \frac{\partial V_{Ei}}{\partial s_{y_j^*}} \right)^2 \cdot \sigma_{s_{y_j^*}}^2 \right\}} \quad (4-5)$$

上式において、下付添え字  $i$  のある記号は、 $i$  番目の非塑性化指定部位に関する記号であることを表す。また、下付添え字  $j$  のある記号は、 $j$  番目の部材に関する記号であることを表す。下付添え字  $*$  のある変数は、降伏応力度  $s_y$  に平均値  $s_{y^*}$  が代入されていることを表す。

また、 $V_{Ei} / s_{y_j}$  は、 $i$  番目の非塑性化部位が部材  $j$  に属しない場合には、次式で表せる。

$$\frac{V_{Ei}}{s_{y_j}} = -\text{sign}(m_{X^*i}) \frac{m_{Xi}}{s_{y_j}} \quad (4-6)$$

また、 $i$  番目の非塑性化部位が部材  $j$  に属する場合には、次式で表せる。

$$\frac{V_{Ei}}{s_{y_j}} = Z_{Pi} - \text{sign}(m_{X^*i}) \frac{m_{Xi}}{s_{y_j}} \quad (4-7)$$

前述した(4-2)式は、(4-1)式の限界状態に対して、関数 $\tilde{V}_{Ei}$ の標準偏差 $D[\tilde{V}_{Ei}]$ の  $VE0$ 倍の

信頼性の余裕を確保した制約条件と言える。(4-2)式は、次式のようにも表せる。

$$\beta_{VE_i} \geq \beta_{VE0} \quad (i = 1, 2, \dots, Ne) \quad (4-8)$$

ここで、 $v_{Ei}$  は、次式で表せる。また、 $v_{E0}$  は、制約条件値である。

$$\beta_{VE_i} = \frac{E[\tilde{V}_{E_i}]}{D[\tilde{V}_{E_i}]} \quad (i = 1, 2, \dots, Ne) \quad (4-9)$$

信頼性理論の分野では、(4-1)式の関数  $V_{Ei}$  のような限界状態を設定するために用いられる関数は、一般に限界状態関数とよばれている。また、(4-9)式の  $v_{Ei}$  のような限界状態関数の平均値と標準偏差の比は、一般に信頼性指標とよばれている。

#### 4.3.2 指定崩壊機構形成時応力の降伏強さに関する感度解析

4.3.1 節における限界状態関数  $V_{Ei}$  のテーラー一次近似には、 $m_{Xi} / s_{yj}$  の計算が必要である。しかし、3章と同様の理由から、ここでは、 $m_{Xi} / s_{yj}$  の代わりに、指定崩壊機構形成時応力  $m_s$  の降伏強さ  $s_y$  に関する感度係数  $m_{si} / s_{yj}$  を用いて限界状態関数  $V_{Ei}$  のテーラー一次近似が行われる。

指定崩壊機構形成時応力  $m_s$  の降伏強さ  $s_y$  に関する感度係数  $m_s / s_{yj}$  は、次の(1)~(3)のように場合分けされた(4-10)~(4-12)式より求めることができる。

(1)  $i$  番目の非塑性化指定部位が部材の始端側にあり、終端側も非塑性化指定部位の場合、あるいは、 $i$  番目の非塑性化指定部位が部材の終端側にあり、始端側も非塑性化指定部位の場合

$$\frac{\partial \{F_M\}}{\partial s_{yj}} = [K_M] \frac{\partial \{U_M\}}{\partial s_{yj}} \quad (4-10)$$

(2)  $i$  番目の非塑性化指定部位が部材の終端側にあり、始端側が塑性化指定部位の場合

$$\frac{\partial \{F_{Mpe}\}}{\partial s_{yj}} = [K_{Mpe}] \frac{\partial \{U_{Mpe}\}}{\partial s_{yj}} \quad (4-11)$$

(3)  $i$  番目の非塑性化指定部位が部材の始端側にあり、終端側が塑性化指定部位の場合

$$\frac{\partial\{F_{Mep}\}}{\partial s_{yj}} = [K_{Mep}] \frac{\partial\{U_{Mep}\}}{\partial s_{yj}} \quad (4-12)$$

(4-10),(4-11),(4-12)式は、第3章の(3-11),(3-15),(3-20)式をそれぞれ部材  $j$  の降伏応力度  $s_{yj}$  で偏微分した式である。

$\{U_M\} / s_{yj}$ ,  $\{U_{Mpe}\} / s_{yj}$ ,  $\{U_{Mep}\} / s_{yj}$  は、次式から全体座標系における変位ベクトルの感度係数  $\{U_D\} / s_{yj}$  を求め、それを部材座標系に変換することにより計算できる。

$$\frac{\partial\{U_D\}}{\partial s_{yj}} = [K_D]^{-1} \frac{\partial\{F_D\}}{\partial s_{yj}} \quad (4-13)$$

上式は、(3-42)式を  $s_{yj}$  で偏微分することにより、得られる。ここで、 $\partial\{F_D\} / \partial s_{yj}$  は、(3-43)式を降伏強さで偏微分した次式で表せる。

$$\frac{\partial\{F_D\}}{\partial s_{yj}} = \left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial \lambda_F}{\partial s_{yj}} \cdot \{P_{HD}\} \\ \frac{\partial\{M_P\}}{\partial s_{yj}} \end{array} \right\} \quad (4-14)$$

ここで、

$\{M_P\} / s_{yj}$  は、 $j$  番目の確率変数（降伏強さ）に対応する成分が塑性断面係数  $Z_{Pj}$  でそれ以外が0の列ベクトルとなる。また、 $F / s_{yj}$  は、次式で表せる。

$$\frac{\partial \lambda_F}{\partial s_{yj}} = \frac{Z_{Pj} \left( \left| \dot{\theta}_{PAj} \right| + \left| \dot{\theta}_{PBj} \right| \right)}{\sum_{k=1}^{Nn} P_{Hk} \dot{\delta}_{Hk}} \quad (4-15)$$

ところで、(4-13)式中の  $\{F_D\}$  は、降伏強さの線形関数、 $[K_D]$  は、降伏強さに無関係な係数マトリックスとなるため、変位ベクトル  $\{U_D\}$  は、降伏強さの線形関数となる。従って、 $m_{Si}$  も  $s_{yj}$  ( $j=1,2,\dots,Nm$ ) の線形関数となるため、 $m_i / s_{yj}$  は、 $s_{yj}$  の値に関係なく一定となる。

以上より、以下に示す計算手順により指定崩壊機構形成時応力の降伏強さに関する感度解析が実行できる。

- [1] 剛性マトリックス $[K_D]$ ,列ベクトル  $\{F_D\} / s_{yj}$ を作成する。
- [2] (4-13)式より  $\{U_D\} / s_{yj}$ を計算する。
- [3] 各部材における部材剛性マトリックス $[K_M],[K_{Mpe}],[K_{Mep}]$ を作成する。
- [4]  $\{U_D\} / s_{yj}$ を部材座標系に変換することにより、 $\{U_M\} / s_{yj}$ ,  $\{U_{Mpe}\} / s_{yj}$ ,  $\{U_{Mep}\} / s_{yj}$ を計算する。
- [5] (4-10)~(4-12)式より  $m_{Si} / s_{yj}$ を求める。

#### 4.3.3 骨組の崩壊に対する FOSM 信頼性指標制約条件

3章で示したように、骨組が設計荷重のもとで、崩壊しないための条件は、確定論的には次式で表せる。

$$V_F = \sum_{j=1}^{Nm} Z_{Pj} s_{yj} \left( \dot{\theta}_{PAj} + \left| \dot{\theta}_{PBj} \right| \right) - \sum_{k=1}^{Nn} P_{Hk} \dot{\delta}_{Hk} > 0 \quad (4-16)$$

上式における等号成立時を限界状態として設定し、4.3.1節と同様の手順を用いれば、骨組の崩壊に対する FOSM 信頼性指標制約条件は、次式で表すことができる。

$$\beta_{VF} \geq \beta_{VF0} \quad (4-17)$$

ここで、 $\beta_{VF}$  は、次式で表せる。また、 $\beta_{VF0}$  は、制約条件値である。

$$\beta_{VF} = \frac{E[V_F]}{D[V_F]} \quad (4-18)$$

$E[V_F], D[V_F]$  は、それぞれ次式で表せる。

$$E[V_F] = \sum_{j=1}^{Nm} Z_{Pj} s_{yj} \left( \dot{\theta}_{PAj} + \left| \dot{\theta}_{PBj} \right| \right) - \sum_{k=1}^{Nn} P_{Hk} \dot{\delta}_{Hk} \quad (4-19)$$

$$D[V_F] = \sqrt{\sum_{j=1}^{Nm} \left\{ Z_{Pj}^2 \left( \dot{\theta}_{PAj} + \left| \dot{\theta}_{PBj} \right| \right)^2 \cdot \sigma_{sy}^2 \right\}} \quad (4-20)$$

一般的な塑性信頼性設計問題では、確率変数の変動により様々な崩壊機構が形成される可能性があり、起こりうるすべての崩壊機構に対して限界状態関数を作成する必要がある。しかし、ここでは、指定崩壊機構が形成されることを確率論的に保証する設計を行うため、指定崩壊機構に対する限界状態関数のみを用いて骨組の崩壊に対する信頼性を評価する。この方法の妥当性は、後の節の設計例で検討されている。

#### 4.3.4 最小重量信頼性設計問題

3章と同様に、使用する部材断面の形状寸法比が一定であると仮定すると、塑性断面係数  $Z_{pj}$ 、断面二次モーメント  $I_j$ 、断面積  $A_j$  の間に(3-4)式、(3-5)式の関係式が成立する。

この式を用いれば、最小重量信頼性設計問題は、以下に示す制約条件付き最小化問題として定式化できる。

Find  $A_1, A_2, \dots, A_{Nm}$  which minimize

$$W = \sum_{j=1}^{Nm} A_j L_j \quad (4-21)$$

subjected to

$$\beta_{VEi} \geq \beta_{VE0} \quad (i = 1, 2, \dots, Ne) \quad (4-22)$$

$$\beta_{VF} \geq \beta_{VF0} \quad (4-23)$$

$$A_{Lj} \leq A_j \leq A_{Uj} \quad (j = 1, 2, \dots, Nm) \quad (4-24)$$

#### 4.4 設計手順

4.3.4 で定式化された最小重量設計問題の設計解は、2章、3章と同様に SLP 法<sup>17)</sup>を用いて計算することができる。設計フローを以下に示す。

- [1] 指定崩壊機構の形式、荷重条件、初期設計解、信頼性指標の制約条件値、降伏強さの平均値、標準偏差等を設定する。
- [2] 荷重増分解析により指定崩壊機構形成時における非塑性化指定部位の部材力  $m_X$  を求める。

- [3] 部材力の降伏強さに関する感度係数  $m_{Si} / s_{yj}$  を計算する。
- [4] 制約関数の設計変数に関する感度係数  $VEi / A_j, VEi / A_j$  を求める。
- [5] 4.3.4 で定式化した最小重量信頼性設計問題の近似線形計画問題を設定する。
- [6] シンプレックス法を用いて[5]の近似線形計画問題の設計解を求める。
- [7] 収束判定条件(2章と同じ)が満足されれば、計算を終了する。収束判定条件が満足されなければ、[6]で得られた設計解をもとにして、再び[2]~[6]の手順を繰り返す。

## 4.5 設計例

### 4.5.1 設計条件

設計に関する諸条件を表 4-1 に示す。この表に示すように、信頼性指標の制約条件値  $VEO, VFO$  は、両方とも 2.0 としている。また、同表中の  $s_{y*}, s_y$  の値は、文献 1)2)を参考にして決定した。設計骨組は、図 4-1(A)~(C)に示す 5 層及び 8 層の鋼構造純ラーメン架構である。指定崩壊機構は、表 4-1 で示したように梁降伏先行型全体崩壊機構としている。従って、梁端部および第 1 層柱脚部が塑性化部位、第 1 層柱脚部を除く柱端部及び梁中央部が非塑性化部位となる。荷重は、一定の鉛直荷重下で、水平荷重を比例載荷する形式としている。骨組 A 及び B は、1, 2 層の柱部材、3 ~ 5 層の柱部材、各層の梁部材をそれぞれ同一断面としている。また、骨組 C も、1, 2 層の柱部材、3 ~ 5 層の柱部材、6 ~ 8 層の柱部材、各層の梁部材をそれぞれ同一断面としている。従って、設計変数の総数は、骨組 A、骨組 B で 7、骨組 C で 11 である。また、同一断面の指定がされている部材同士の降伏応力度は、互いに完全相関であると仮定しているため、独立な確率変数の総数は、設計変数の総数と等しくなっている。さらに、本論文では、梁及び柱断面の高さ方向分布を滑らかなものとするために、下層の断面が上層の断面より小さくならないような制約条件を付け加えている。

表 4-1 設計に関する諸条件

|               |  |
|---------------|--|
| 設計用床荷重        | 0.8 (tf / m <sup>2</sup> )                         |
| 層せん断力分布       | Ai 分布  |
| ベースシャー係数      | 0.4  |
| 指定崩壊機構        | 梁降伏先行型全体崩壊機構                                       |
| 塑性化部位         | 梁端部, 第 1 層柱脚部                                      |
| 非塑性化部位        | 第 1 層柱脚部を除く柱端部, 梁中央部                               |
| $S_{y*}, s_y$ | $S_{y*} = 3.7, s_y = 0.37$ (tf / cm <sup>2</sup> ) |
| $VEO, VFO$    | $VEO = 2.0, VFO = 2.0$                             |
| ZP            | 0.949 (角形鋼管柱), 1.783 (H形鋼梁)                        |
| I             | 1.076 (角形鋼管柱), 3.648 (H形鋼梁)                        |

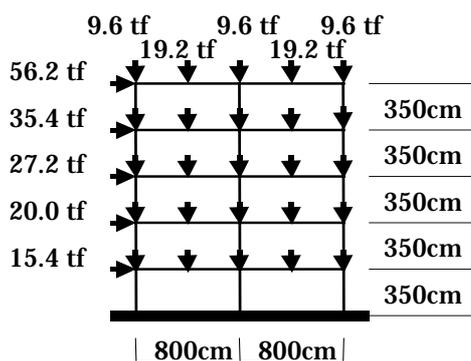


図 4-1(A) 骨組 A

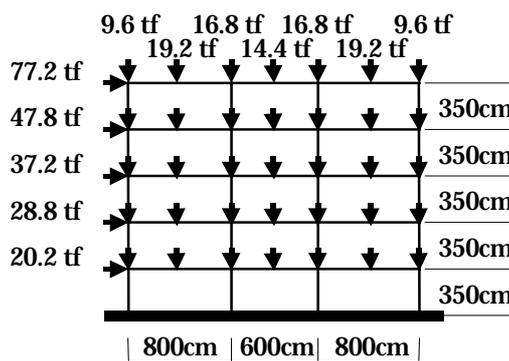


図 4-1(B) 骨組 B

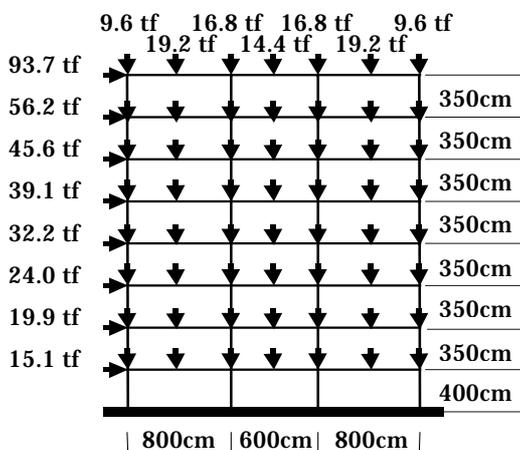


図 4-1(C) 骨組 C

#### 4.5.2 設計解

表 4-2(A)~(C)は、骨組 A~C の設計解を示したものである。SLP 法で与えた設計変数の初期値は、柱部材断面積  $200\text{cm}^2$ 、梁部材断面積  $100\text{cm}^2$  である。いずれの骨組も柱断面が梁断面に比して大きくなっている。同表中の W は、設計解の骨組重量、N は、SLP 法の反復回数を示している。表 4-3(A)~(C)には、各層の柱あるいは梁の非塑性化部位の信頼性指標  $V_E$  及び崩壊荷重に対する信頼性指標  $V_F$  が示されている。 $V_E$  及び  $V_F$  は、いずれも制約条件値 2.0 を上回っており、すべての制約条件が満足されていることが確認できる。

表 4-2(A) 設計解(骨組 A)

| 部材   | A                                | $m_p^*$             | 部材   | A                                | $m_p^*$             |
|------|----------------------------------|---------------------|------|----------------------------------|---------------------|
| 5F 柱 | 2.57                             | 1.45                | RF 梁 | 0.878                            | 0.554               |
| 4F 柱 | 2.57                             | 1.45                | 5F 梁 | 0.992                            | 0.654               |
| 3F 柱 | 2.57                             | 1.45                | 4F 梁 | 1.12                             | 0.786               |
| 2F 柱 | 3.13                             | 1.95                | 3F 梁 | 1.28                             | 0.953               |
| 1F 柱 | 3.13                             | 1.95                | 2F 梁 | 1.28                             | 0.953               |
| 単位   | $\times 10^2$ (cm <sup>2</sup> ) | $\times 10^4$ (tfc) | 単位   | $\times 10^2$ (cm <sup>2</sup> ) | $\times 10^4$ (tfc) |
|      | W                                | N                   |      |                                  |                     |
|      | 18.5 t                           | 5                   |      |                                  |                     |

表 4-2(B) 設計解(骨組 B)

| 部材   | A                                | $m_p^*$             | 部材   | A                                | $m_p^*$             |
|------|----------------------------------|---------------------|------|----------------------------------|---------------------|
| 5F 柱 | 2.51                             | 1.40                | RF 梁 | 0.807                            | 0.480               |
| 4F 柱 | 2.51                             | 1.40                | 5F 梁 | 0.946                            | 0.609               |
| 3F 柱 | 2.51                             | 1.40                | 4F 梁 | 1.07                             | 0.731               |
| 2F 柱 | 2.86                             | 1.70                | 3F 梁 | 1.35                             | 1.04                |
| 1F 柱 | 2.86                             | 1.70                | 2F 梁 | 1.39                             | 1.09                |
| 単位   | $\times 10^2$ (cm <sup>2</sup> ) | $\times 10^4$ (tfc) | 単位   | $\times 10^2$ (cm <sup>2</sup> ) | $\times 10^4$ (tfc) |
|      | W                                | N                   |      |                                  |                     |
|      | 24.6 t                           | 4                   |      |                                  |                     |

表 4-2(C) 設計解(骨組 C)

| 部材   | A                                | $m_p^*$             | 部材   | A                                | $m_p^*$             |
|------|----------------------------------|---------------------|------|----------------------------------|---------------------|
| 8F 柱 | 2.86                             | 1.70                | RF 梁 | 0.976                            | 0.638               |
| 7F 柱 | 2.86                             | 1.70                | 8F 梁 | 1.02                             | 0.686               |
| 6F 柱 | 2.86                             | 1.70                | 7F 梁 | 1.17                             | 0.837               |
| 5F 柱 | 3.81                             | 2.62                | 6F 梁 | 1.71                             | 1.48                |
| 4F 柱 | 3.81                             | 2.62                | 5F 梁 | 1.75                             | 1.53                |
| 3F 柱 | 3.81                             | 2.62                | 4F 梁 | 1.83                             | 1.64                |
| 2F 柱 | 4.07                             | 2.89                | 3F 梁 | 1.83                             | 1.64                |
| 1F 柱 | 4.07                             | 2.89                | 2F 梁 | 1.83                             | 1.64                |
| 単位   | $\times 10^2$ (cm <sup>2</sup> ) | $\times 10^4$ (tfc) | 単位   | $\times 10^2$ (cm <sup>2</sup> ) | $\times 10^4$ (tfc) |
|      | W                                | N                   |      |                                  |                     |
|      | 52.5 t                           | 5                   |      |                                  |                     |

表 4-3(A) 設計解の信頼性指標(骨組 A)

| VE   |      |      |      |      |     |      |
|------|------|------|------|------|-----|------|
| 部材   | 外柱   |      | 内柱   |      | 部材  | 梁中央  |
|      | 柱脚   | 柱頭   | 柱脚   | 柱頭   |     |      |
| 5F柱  | 7.95 | 5.85 | 7.16 | 2.00 | RF梁 | 3.20 |
| 4F柱  | 6.54 | 3.74 | 4.50 | 2.00 | 5F梁 | 4.22 |
| 3F柱  | 3.97 | 4.24 | 2.00 | 2.00 | 4F梁 | 5.13 |
| 2F柱  | 8.04 | 5.16 | 2.00 | 3.33 | 3F梁 | 5.89 |
| 1F柱  | -    | 2.22 | -    | 4.55 | 2F梁 | 5.89 |
| VF   |      |      |      |      |     |      |
| 2.00 |      |      |      |      |     |      |

表 4-3(B) 設計解の信頼性指標(骨組 B)

| VE   |      |      |      |      |     |      |      |
|------|------|------|------|------|-----|------|------|
| 部材   | 外柱   |      | 内柱   |      | 部材  | 外梁   | 内梁   |
|      | 柱脚   | 柱頭   | 柱脚   | 柱頭   |     | 梁中央  | 梁中央  |
| 5F柱  | 7.79 | 6.34 | 6.60 | 2.81 | RF梁 | 2.00 | 5.50 |
| 4F柱  | 6.12 | 3.78 | 4.42 | 2.00 | 5F梁 | 3.88 | 6.56 |
| 3F柱  | 4.03 | 4.13 | 2.00 | 2.00 | 4F梁 | 4.80 | 7.08 |
| 2F柱  | 7.84 | 4.58 | 2.00 | 2.82 | 3F梁 | 5.85 | 7.67 |
| 1F柱  | -    | 4.90 | -    | 3.92 | 2F梁 | 5.85 | 7.67 |
| VF   |      |      |      |      |     |      |      |
| 2.00 |      |      |      |      |     |      |      |

表 4-3(C) 設計解の信頼性指標(骨組 C)

| VE   |      |      |      |      |     |      |      |
|------|------|------|------|------|-----|------|------|
| 部材   | 外柱   |      | 内柱   |      | 部材  | 外梁   | 内梁   |
|      | 柱脚   | 柱頭   | 柱脚   | 柱頭   |     | 梁中央  | 梁中央  |
| 8F柱  | 6.77 | 5.88 | 7.08 | 2.04 | RF梁 | 4.68 | 7.01 |
| 7F柱  | 6.15 | 3.35 | 4.75 | 2.00 | 8F梁 | 4.68 | 7.01 |
| 6F柱  | 4.06 | 3.91 | 2.00 | 2.00 | 7F梁 | 5.45 | 7.44 |
| 5F柱  | 5.31 | 4.63 | 3.38 | 2.00 | 6F梁 | 7.36 | 8.51 |
| 4F柱  | 4.71 | 3.94 | 2.67 | 2.00 | 5F梁 | 7.43 | 8.55 |
| 3F柱  | 3.89 | 4.17 | 2.00 | 2.12 | 4F梁 | 7.60 | 8.65 |
| 2F柱  | 8.08 | 4.00 | 2.00 | 2.47 | 3F梁 | 7.60 | 8.65 |
| 1F柱  | -    | 4.40 | -    | 3.31 | 2F梁 | 7.60 | 8.65 |
| VF   |      |      |      |      |     |      |      |
| 2.00 |      |      |      |      |     |      |      |

#### 4.5.3 大域的最適性・収束性

表 4-4(A) ~ (C)は、各設計変数に対して 50 以上 500 以下の一様乱数を割り当て、30 組の SLP 法の初期設計解を作成し、それらに対して得られた設計変数の解の最大値  $A_{MAX}$ 、最小値  $A_{MIN}$  及び骨組重量の最大値  $W_{MAX}$ 、最小値  $W_{MIN}$ 、SLP 法の反復回数の最大値  $N_{MAX}$ 、最小値  $N_{MIN}$  を示したものである。骨組 A、骨組 B は、 $A_{MAX}$ 、 $A_{MIN}$  及び  $W_{MAX}$ 、 $W_{MIN}$  の値が有効数字 3 桁まですべて一致している。骨組 C では、 $A_{MAX}$ 、 $A_{MIN}$  の間に多少の差異がみられるが、 $W_{MAX}$ 、 $W_{MIN}$  は、有効数字 3 桁まで一致している。以上のことから、この設計例では、大域的最適解あるいはきわめてそれに近い骨組重量の設計解が得られていると推論できる。また、収束までの SLP 法の反復回数は、最大でも 20 回程度であり、収束性は良好であった。

表 4-4(A) 設計解の大域性・収束性(骨組 A)

| 部材   | $A_{MAX}$                  | $A_{MIN}$                  | 部材   | $A_{MAX}$                  | $A_{MIN}$                  |
|------|----------------------------|----------------------------|------|----------------------------|----------------------------|
| 5F 柱 | 2.57                       | 2.57                       | RF 梁 | 0.878                      | 0.878                      |
| 4F 柱 | 2.57                       | 2.57                       | 5F 梁 | 0.992                      | 0.992                      |
| 3F 柱 | 2.57                       | 2.57                       | 4F 梁 | 1.12                       | 1.12                       |
| 2F 柱 | 3.13                       | 3.13                       | 3F 梁 | 1.28                       | 1.28                       |
| 1F 柱 | 3.13                       | 3.13                       | 2F 梁 | 1.28                       | 1.28                       |
| 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
|      | $W_{MAX}$                  | $W_{MIN}$                  |      | $N_{MAX}$                  | $N_{MIN}$                  |
|      | 18.5 t                     | 18.5 t                     |      | 12                         | 20                         |

表 4-4(B) 設計解の大域性・収束性(骨組 B)

| 部材   | $A_{MAX}$                  | $A_{MIN}$                  | 部材   | $A_{MAX}$                  | $A_{MIN}$                  |
|------|----------------------------|----------------------------|------|----------------------------|----------------------------|
| 5F 柱 | 2.51                       | 2.51                       | RF 梁 | 0.807                      | 0.807                      |
| 4F 柱 | 2.51                       | 2.51                       | 5F 梁 | 0.946                      | 0.946                      |
| 3F 柱 | 2.51                       | 2.51                       | 4F 梁 | 1.07                       | 1.07                       |
| 2F 柱 | 2.86                       | 2.86                       | 3F 梁 | 1.35                       | 1.35                       |
| 1F 柱 | 2.86                       | 2.86                       | 2F 梁 | 1.39                       | 1.39                       |
| 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
|      | $W_{MAX}$                  | $W_{MIN}$                  |      | $N_{MAX}$                  | $N_{MIN}$                  |
|      | 24.6 t                     | 24.6 t                     |      | 13                         | 21                         |

表 4-4(C) 設計解の大域性・収束性(骨組 C)

| 部材   | $A_{MAX}$                  | $A_{MIN}$                  | 部材   | $A_{MAX}$                  | $A_{MIN}$                  |
|------|----------------------------|----------------------------|------|----------------------------|----------------------------|
| 8F 柱 | 2.86                       | 2.86                       | RF 梁 | 0.976                      | 0.807                      |
| 7F 柱 | 2.86                       | 2.86                       | 8F 梁 | 1.14                       | 1.02                       |
| 6F 柱 | 2.86                       | 2.86                       | 7F 梁 | 1.20                       | 1.17                       |
| 5F 柱 | 3.81                       | 3.81                       | 6F 梁 | 1.71                       | 1.71                       |
| 4F 柱 | 3.81                       | 3.81                       | 5F 梁 | 1.75                       | 1.75                       |
| 3F 柱 | 3.81                       | 3.81                       | 4F 梁 | 1.83                       | 1.83                       |
| 2F 柱 | 4.07                       | 4.07                       | 3F 梁 | 1.83                       | 1.83                       |
| 1F 柱 | 4.07                       | 4.07                       | 2F 梁 | 1.83                       | 1.83                       |
| 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
|      | $W_{MAX}$                  | $W_{MIN}$                  |      | $N_{MAX}$                  | $N_{MIN}$                  |
|      | 52.5 t                     | 52.5 t                     |      | 13                         | 21                         |

#### 4.5.4 モンテカルロ法による設計骨組の信頼性解析

この節では、前述してきた設計手法の妥当性を検証するために、モンテカルロ・シミュレーション法を用いた荷重増分解析を行う。モンテカルロ・シミュレーション法<sup>19)</sup>は、乱数を用いて数多くの試行を繰り返すことによって破壊確率等を求める数値実験手法の一つである。本研究では、設計骨組の非塑性化指定部位の塑性ヒンジ発生確率、指定崩壊機構形成確率及び崩壊確率をモンテカルロ・シミュレーション法により計算し、設計手法の妥当性の検証を行う。モンテカルロ・シミュレーション法に基づく計算手順を以下に示す。

##### (1) モンテカルロ法による信頼性解析の手順

モンテカルロ法による設計骨組の信頼性解析の手順を以下に示す。なお、試行回数は、コンピュータによる計算時間の都合から 4000 回とした。

- [1] 設計により出力された骨組形状、外力、部材等の解析条件を入力する。
- [2] 一様乱数を発生させる。
- [3] [2]で求めた一様乱数を、正規分布を有する乱数に変換し、各部材の降伏強さを決定する。
- [4] 以上の解析条件を用いて荷重増分解析を行う。
- [5] 各非塑性化指定部位の塑性ヒンジ発生回数、形成された崩壊機構が指定崩壊機構と一致する回数、崩壊荷重係数が 1 を下回る回数をカウントする。
- [6] [1]～[5]を必要な試行回数だけ繰り返す。
- [7] 各非塑性化指定部位の塑性ヒンジ発生確率、指定崩壊機構形成確率、骨組崩壊確率を出力する。

## (2) モンテカルロ法の試行回数と精度

図 4-2 は、確率  $P(X+Y+Z > 2\sqrt{3})$  をモンテカルロ・シミュレーション法を用いて計算し、得られた確率と試行回数との関係を示している。ここで、 $X, Y, Z$  は、互いに独立でかつ平均 0 標準偏差 1 の正規分布確率変数である。なお、この確率の精解は、2.28% である。この例では、10000 回までの試行を乱数列を変更して 10 回行っている。試行回数を 4000 回としたときのモンテカルロ法による確率は、与える乱数列によって変化し、必ずしも高い精度で精解と一致するとは言えないが、0.3% 前後の誤差の範囲内に有ることが分かる。

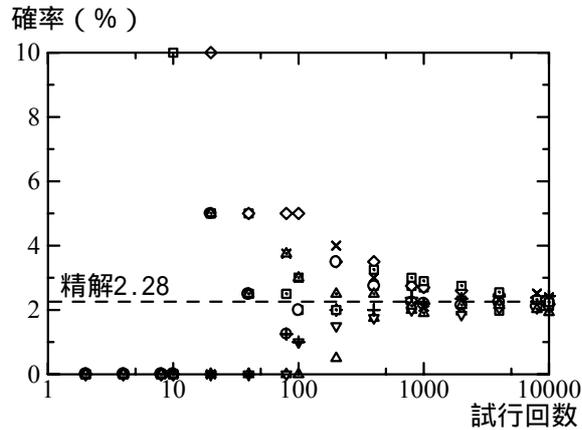


図 4-2 試行回数-確率関係

## (3) 崩壊機構形成時における非塑性化指定部位の塑性ヒンジ発生確率

表 4-5(A)~(C) は、4.5.2 節の最適設計骨組の崩壊機構形成時における各部位の塑性ヒンジ発生確率を表したものである。これらの確率は、前述したモンテカルロ・シミュレーション法の手順に基づき、乱数の発生による降伏応力度の決定と塑性ヒンジ法を用いた荷重増分解析を繰り返すことにより計算している。これらの表より、塑性化指定部位（梁端部、最下層柱脚部）の塑性ヒンジ発生確率は、ほぼ 100% となっていることが分かる。非塑性化指定部位（最下層柱脚を除く柱端部、梁中央部）の塑性ヒンジ発生確率は、最も確率の大きい部位でも  $V_E$  の制約条件値  $V_{E0} = 2.0$  に対応する確率 2.28% を若干上まわる程度となっていることが確認でき、非塑性化指定部位の塑性ヒンジ発生確率をおおむね制御可能であることが分かる。

表 4-5(A) 崩壊機構形成時における塑性ヒンジ発生確率(骨組 A)

| 部材  | 外柱    |       | 内柱   |       | 部材  | 梁端   | 梁中央   |
|-----|-------|-------|------|-------|-----|------|-------|
|     | 柱脚    | 柱頭    | 柱脚   | 柱頭    |     |      |       |
| 5F柱 | 0     | 0     | 0    | 2.40  | RF梁 | 97.5 | 0.100 |
| 4F柱 | 0     | 0.100 | 0    | 1.98  | 5F梁 | 100  | 0     |
| 3F柱 | 0.025 | 0     | 1.35 | 2.08  | 4F梁 | 100  | 0     |
| 2F柱 | 0     | 0     | 2.08 | 0.050 | 3F梁 | 100  | 0     |
| 1F柱 | 100   | 0     | 100  | 0     | 2F梁 | 100  | 0     |

[単位%]

表 4-5(B) 崩壊機構形成時における塑性ヒンジ発生確率(骨組 B)

| 部材  | 外柱    |       | 内柱   |       | 部材  | 外梁   |      | 内梁   |     |
|-----|-------|-------|------|-------|-----|------|------|------|-----|
|     | 柱脚    | 柱頭    | 柱脚   | 柱頭    |     | 梁端   | 梁中央  | 梁端   | 梁中央 |
| 5F柱 | 0     | 0     | 0    | 0.050 | RF梁 | 97.8 | 2.03 | 99.9 | 0   |
| 4F柱 | 0     | 0.050 | 0    | 2.03  | 5F梁 | 100  | 0    | 100  | 0   |
| 3F柱 | 0.025 | 0.100 | 1.23 | 2.08  | 4F梁 | 100  | 0    | 100  | 0   |
| 2F柱 | 0     | 0     | 2.05 | 0.200 | 3F梁 | 100  | 0    | 100  | 0   |
| 1F柱 | 100   | 0     | 100  | 0     | 2F梁 | 100  | 0    | 100  | 0   |

[単位%]

表 4-5(C) 崩壊機構形成時における塑性ヒンジ発生確率(骨組 C)

| 部材  | 外柱    |       | 内柱    |       | 部材  | 外梁   |     | 内梁   |     |
|-----|-------|-------|-------|-------|-----|------|-----|------|-----|
|     | 柱脚    | 柱頭    | 柱脚    | 柱頭    |     | 梁端   | 梁中央 | 梁端   | 梁中央 |
| 8F柱 | 0     | 0     | 0     | 2.13  | RF梁 | 99.6 | 0   | 97.7 | 0   |
| 7F柱 | 0     | 0.100 | 0     | 2.03  | 8F梁 | 99.9 | 0   | 100  | 0   |
| 6F柱 | 0     | 0.050 | 0.475 | 2.13  | 7F梁 | 100  | 0   | 100  | 0   |
| 5F柱 | 0     | 0     | 0     | 2.10  | 6F梁 | 100  | 0   | 100  | 0   |
| 4F柱 | 0     | 0.225 | 0.150 | 2.30  | 5F梁 | 100  | 0   | 100  | 0   |
| 3F柱 | 0.050 | 0.050 | 1.45  | 1.70  | 4F梁 | 100  | 0   | 100  | 0   |
| 2F柱 | 0     | 0     | 1.98  | 0.250 | 3F梁 | 100  | 0   | 100  | 0   |
| 1F柱 | 100   | 0     | 100   | 0     | 2F梁 | 100  | 0   | 100  | 0   |

[単位%]

#### (4) 指定崩壊機構形成確率、骨組崩壊確率

ここでは、4.5.1 節の設計条件のうち、 $v_{EO}$  を 0.0 から 3.0 まで 0.5 ずつ変更して計算した設計解 ( $v_{FO}$  は 2.0 とする。) の崩壊機構形成確率 (終局状態における崩壊機構が特定の崩壊機構となる確率) 及び崩壊確率 (図 4-1 で示された設計荷重のもとで崩壊する確率) を示す。図 4-3(A) は、指定崩壊機構の形成確率 (図中 , , 印) 及び全体崩壊機構 (ここでは、柱、梁に関係なく全層にわたって塑性ヒンジが発生し、かつ、それらが回転し終局状態に至る崩壊機構を全体崩壊機構としている。) の形成確率 (図中 , , 印) と与えた  $v_{EO}$  との関係を表している。この図より、骨組 A ~ C 共よく似た傾向を示し、 $v_{EO}$  の増加に伴い、指定崩壊機構及び全体崩壊機構の形成確率が著しく増加していることが確認できる。また、この例では、 $v_{EO}=2.0$  における指定崩壊機構の形成確率は 80 ~ 90% 程度となり、 $v_{EO}=3.0$  では、ほぼ 100% となっている。図 4-3(B) は、設計骨組の崩壊確率と  $v_{EO}$  との関係を表したものである。この図より、 $v_{EO}$  の値が小さい範囲では、崩壊確率は、 $v_{FO}=2.0$  に対応する確率  $1 - (2.0) = 2.28\%$  (ここで、 $(\cdot)$  は、平均 0 標準偏差 1 の確率分布関数である。) を大きく上回っていることが分かる。これは、 $v_{EO}$  の値が小さい場合には、指定崩壊機構以外の崩壊機構の形成確率が大きくなるにもかかわらず、本手法では、指定崩壊機構のみを用いて骨組の崩壊に対する信頼性を評価しているためである。しかし、指定崩壊機構の形成が概

ね保証される  $VEO=2.0$  以上の範囲では、崩壊確率は、この確率 ( $1 - (2.0)^{-2} = 2.28\%$ ) と良い対応を示している。この結果は、指定崩壊機構の形成が概ね保証されるのであれば、骨組の崩壊に対して、指定崩壊機構における FOSM 信頼性指標制約条件が、そのままシステム信頼性制約条件として利用可能であることを示唆している。

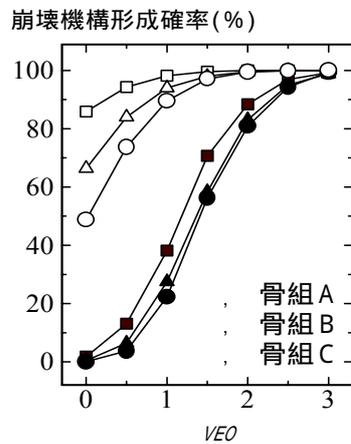


図 4-3(A)  $VEO$  - 崩壊機構形成確率関係

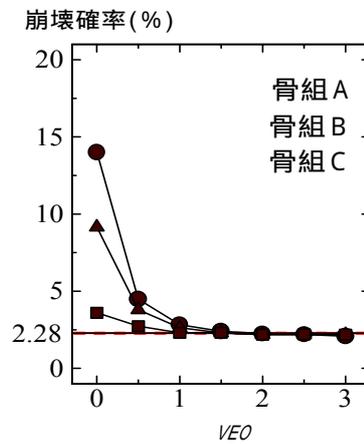


図 4-3(B)  $VEO$  - 崩壊確率関係

#### 4.5.5 柱梁耐力比に基づく設計法との比較

梁降伏型全体崩壊骨組の設計には、通常、柱梁耐力比に基づく設計法がよく用いられる。ここでは、本論文で提案した設計法と柱梁耐力比に基づく設計法を比較し、提案手法の有効性を検証する。ここでの設計対象は、4.5.2節で示した骨組 B である。設計条件も 4.5.2 節と同じである。ただし、柱の部材断面を必要に応じて増加させる柱梁耐力比に基づく設計では、梁中央の塑性ヒンジの発生する確率を低減することが困難であるため、梁中央に塑性ヒンジが発生することがないように両設計とも荷重は水平荷重のみとして比較を行う。

##### (1) 柱梁耐力比に基づく設計

柱梁耐力比に基づく設計は、以下の手順で行われる。

- [1] 第 2 章の最小重量塑性設計手法を用いて最小重量塑性設計骨組を設計する。
- [2] 柱梁耐力比が指定値を下回る場合には、柱梁耐力比が指定値を上回るまで柱の部材断面を増大させる。
- [3] [2] で増加した崩壊荷重を制約条件値に戻すために、すべての部材断面を一律に減少させる。

この設計は、確定論に基づいており、降伏強さは確定量として取り扱われるが、その値は、表 4-1 で示した降伏強さの平均値 ( $3.7 \text{ tf/cm}^2$ ) と同じ値としている。

(2) 本提案手法（4.3.4.4 節で提案された方法）による設計

4.3.4.4 節で提案された設計手法により設計される。ただし、ここでは、両設計法による骨組の崩壊荷重の平均値をほぼ同じにするために、崩壊荷重に対する信頼性指標の制約条件値  $V_{FO}$  を 0 としている。

(3) 両設計法の比較

表 4-6 は、柱梁耐力比に基づく設計法による設計解（柱梁耐力比 2.0 以上）である。また、表 4-7 は、本提案手法（2 節で提示された方法）による設計であり、表 4-6 の柱梁耐力比に基づく設計とほぼ同じ重量となった  $V_{EO}=2.5$  の設計である。表 4-6 と比較すると、梁断面は大きな差がないが、柱断面は本提案手法による設計の方が低層部分で小さく高層部分で大きな値となっていることが分かる。

図 4-4(A)は、提案手法による設計解の  $V_{EO}$  と指定崩壊機構（図中 印）及び全体崩壊機構（図中 印）の形成確率との関係を表している。 $V_{EO}$  の増加に伴い、指定崩壊機構、全体崩壊機構ともその形成確率が著しく増加する傾向が確認できる。一方、図 4-4(B)は、柱梁耐力比に基づく設計における柱梁耐力比の指定値と指定崩壊機構（図中 印）及び全体崩壊機構（図中 印）の形成確率との関係を表している。柱梁耐力比の増加に伴い、指定崩壊機構、全体崩壊機構ともその形成確率が増加する傾向が確認できるが、その増加の度合いは、図 4-4(A)ほど顕著ではない。図 4-5(A)及び(B)は、それぞれ、両設計法の指定崩壊機構（図中 印）及び全体崩壊機構（図中 印）の形成確率と骨組重量との関係を示している。この図より、指定崩壊機構、全体崩壊機構とも本提案手法による設計の方が、同じ構造重量で高い崩壊機構形成確率を達成していることが確認できる。このような差異が生じるのは、柱梁耐力比に基づく設計では、個々の非塑性化部位に塑性ヒンジが発生する確率に基づいて部材断面が決定されるわけではなく、すべての節点で一律に柱梁耐力比が指定値以上となるように部材断面が決定されるためと考えられる。また、前述した表 4-6 の設計の例では、3～5F の柱断面が本提案手法による設計（表 4-7）より小さく、モンテカルロ法による計算結果では、指定崩壊機構以外の崩壊機構として 3 層から 5 層にわたる部分崩壊機構が数多く見られた。

表 4-6 柱梁耐力比に基づく設計(柱梁耐力比 2.0 以上)

| 部材   | A                          | $m_p^*$                   | 部材   | A                          | $m_p^*$                   |
|------|----------------------------|---------------------------|------|----------------------------|---------------------------|
| 5F 柱 | 2.30                       | 1.23                      | RF 梁 | 0.500                      | 0.233                     |
| 4F 柱 | 2.30                       | 1.23                      | 5F 梁 | 0.924                      | 0.586                     |
| 3F 柱 | 2.30                       | 1.23                      | 4F 梁 | 0.943                      | 0.605                     |
| 2F 柱 | 3.26                       | 2.07                      | 3F 梁 | 1.15                       | 0.812                     |
| 1F 柱 | 3.26                       | 2.07                      | 2F 梁 | 1.35                       | 1.03                      |
| 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfc})$ | 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfc})$ |

|  |        |  |  |
|--|--------|--|--|
|  | W      |  |  |
|  | 23.7 t |  |  |

表 4-7 本提案手法による設計(  $V_{EO} = 2.5, V_{FO} = 0$  )

| 部材   | A                          | $m_p^*$                    | 部材   | A                          | $m_p^*$                    |
|------|----------------------------|----------------------------|------|----------------------------|----------------------------|
| 5F 柱 | 2.52                       | 1.41                       | RF 梁 | 0.500                      | 0.233                      |
| 4F 柱 | 2.52                       | 1.41                       | 5F 梁 | 1.06                       | 0.715                      |
| 3F 柱 | 2.52                       | 1.41                       | 4F 梁 | 1.06                       | 0.716                      |
| 2F 柱 | 2.82                       | 1.66                       | 3F 梁 | 1.25                       | 0.923                      |
| 1F 柱 | 2.82                       | 1.66                       | 2F 梁 | 1.28                       | 0.956                      |
| 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfcm})$ | 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfcm})$ |
|      | W                          |                            |      |                            |                            |
|      | 23.8 t                     |                            |      |                            |                            |

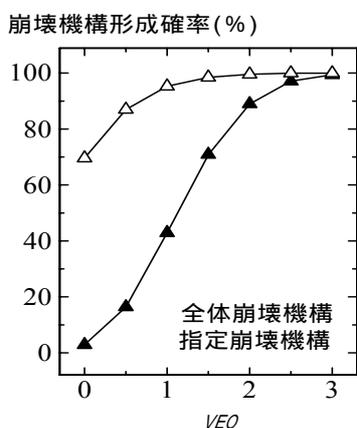


図 4-4(A) 崩壊機構形成確率  
(提案設計手法)

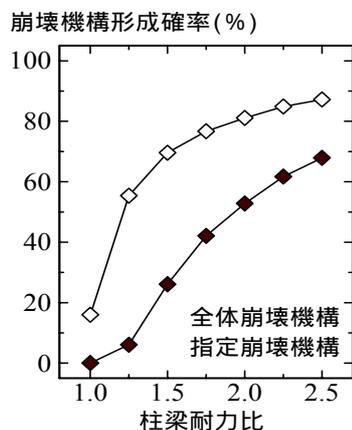


図 4-4(B) 崩壊機構形成確率  
(柱梁耐力比に基づく方法)

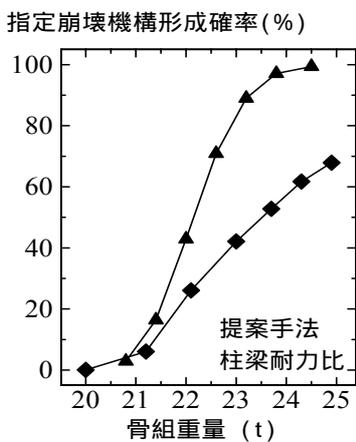


図 4-5(A) 骨組重量-指定崩壊機構形成確率

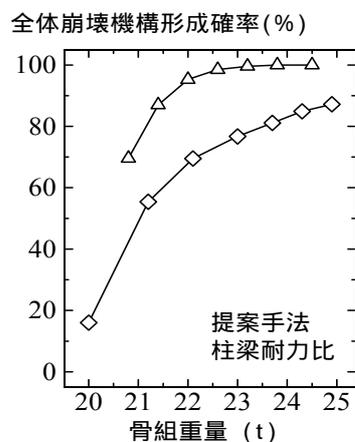


図 4-5(B) 骨組重量-全体崩壊機構形成確率

## 4.6 本章のまとめ

[1] 設計者が望ましい崩壊機構をあらかじめ指定し、非塑性化部位の塑性化に対する信頼性指標を制約することにより、指定した崩壊機構の形成確率を間接的に制約する最小重量信頼性設計手法を提示した。また、提案設計手法による最適設計例を示し、以下のような検討を行った。

[2] 乱数を用いて、SLP法で与える初期設計解を30組作成して、設計解の大域性に関する検証を行ったところ、得られた設計解はいずれもほぼ同じ値となることが確認できた。従って、本設計例では、大域的最適解あるいは骨組重量がそれにきわめて近い設計解が得られていると推論できる。また、SLP法の収束までの回数は、最大でも20回程度であり、収束性は良好であった。

[3] モンテカルロ法により計算された崩壊機構形成時における非塑性化指定部位の塑性ヒンジ発生確率は、最も確率の大きい部位でも $VE$ の制約条件値 $VEO = 2.0$ に対応する確率2.28%を若干上まわる程度となっていることが確認でき、非塑性化指定部位の塑性ヒンジ発生確率をおおむね制御可能であることが確認できた。

[4] 非塑性化部位の塑性化に対する信頼性指標の制約条件値 $VEO$ の増加に伴い、指定崩壊機構が形成される確率は、確実に増加する傾向が確認できた。また、ここで示した設計例では、 $VEO=2.0$ における設計解の指定崩壊機構形成確率は80~90%程度、 $VEO=3.0$ では、ほぼ100%となった。

[5] 本提案手法と柱梁耐力比に基づく設計法による設計骨組の崩壊機構形成確率を比較したところ、指定崩壊機構、全体崩壊機構とも、本提案手法による設計の方が、同じ構造重量で高い形成確率を達成していることが示された。

## 参考文献

- 1) 青木博文, 村田耕司: 構造用鋼材の降伏点、引張り強さ、及び降伏比に関する統計的調査, 日本建築学会構造系論文報告集 No.335, pp.157~166, 1983.9
- 2) 青木博文, 増田正之: 素材引張試験結果による構造用鋼材の力学的性質に関する統計的調査, 日本建築学会構造系論文報告集 No.358, pp.94~105, 1985.12
- 3) F.Moses, D.Stevenson: Reliability-based Structural Design, J. of Struct. Eng. Div. ASCE, 96, ST2, pp.221~244, 1970
- 4) D.M.Frangopol: A Reliability-based Optimization Technique for Automatic Plastic Design, Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng. 44, pp.105~117, 1984
- 5) Y.Kohama, A.Miyamura and T.Takada: Reliability-based Minimum Weight Design of Space Rigid Frame, 構造工学論文集 Vol.38B, pp.39~45, 1992.3
- 6) Y.Nakamura, A.Matsuo, K.Sawada: Reliability-based Optimum Design of Main Column of Steel Making Plant, Proc. of Asian-Pacific Symposium on Structural Reliability and its

Applications, Tokyo, Japan, pp.243-248, 1996

- 7) 桑村仁、佐々木道夫：部材の降伏耐力のばらつきが多層剛節骨組の崩壊メカニズムに与える影響について、構造工学論文集 Vol.34B, pp113 ~ 123, 1988.3
- 8) 桑村仁、佐々木道夫、加藤勉：降伏耐力のばらつきを考慮した全体崩壊メカニズム骨組の設計、日本建築学会構造系論文報告集 No.401, pp151 ~ 162, 1989.7
- 9) 小野徹郎、趙行剛、吉原和宏：確率極限解析法を用いた平面骨組構造物の COF 評価法、構造工学論文集 Vol.43B, pp377 ~ 382, 1997.3
- 10) 小野徹郎、趙行剛、吉原和宏：確率極限解析法を用いた平面骨組構造物の COF 評価法(2) 多層多スパン骨組への適用、構造工学論文集 Vol.45B, pp421 ~ 426, 1999.3
- 11) 小浜芳郎、高田豊文、宮村篤典、高瀬省三：システム信頼性制約下における剛接骨組の最小重量設計、構造工学論文集 Vol.41B, pp.223 ~ 229, 1995.3
- 12) 孫宏、大井謙一：目標崩壊機構を有する骨組構造物の塑性設計法、日本建築学会学術講演梗概集 B-1, pp.421 ~ 422, 1997.9
- 13) C.A.Cornell: A Probability Structural Code, J. of the American Concrete Institute, 1969
- 14) N.C. Lind : Consistent Partial Factor, J. of Struct. Eng. Div. ASCE, 97, ST6, pp.1651~1669, 1971
- 15) 寺本隆幸、北村春幸：鋼構造ラーメン架構の強震時弾塑性応答性状、日本建築学会構造系論文報告集 No.363, pp.57 ~ 66, 1986.5
- 16) 秋山宏：地震時における鋼構造ラーメン骨組の損傷分布則、日本建築学会論文報告集 No.309, pp.53 ~ 59, 1981.11
- 17) 田中尚、中村雄治：建築構造物の自動設計と最適設計、培風館, 1973
- 18) 星谷勝、石井清：構造物の信頼性設計法、鹿島出版、1993

## 第 5 章 降伏強さを確率変数とした指定崩壊機構非形成確率制約下における鋼構造骨組の最小重量設計

### 5.1 本章の目的

前章で既に述べたように、材料強度のばらつき等の不確定要因を考慮した上で、形成される崩壊機構の形をも制御しようとした設計手法あるいは最適信頼性設計手法に関する研究は、いくつか存在する<sup>1)~6)</sup>が、指定崩壊機構の形成確率を制約し得る設計手法を提案した例は、著者の知る限りでは、見当たらない。本章では、第 4 章で示した FOSM 信頼性指標制約下における最適設計手法を基にして、骨組の指定崩壊機構非形成確率と骨組の崩壊確率を制約した最適設計手法、すなわち、システム信頼性制約下における崩壊機構指定骨組の最適設計手法を提案する。

本章で考慮する指定崩壊機構非形成確率は、すべての非塑性化指定部位における塑性ヒンジ発生の和事象の確率となる。一般的な塑性あるいは弾性骨組構造の信頼性設計問題においても、システム全体での信頼性は、このような個々の生起モードにおける和事象の確率により表せる場合が多い。しかし、このような和事象の確率は、確率変数が正規分布である場合においても、個々の事象間に相関がある場合には、数学的な式の形で厳密に導くことが難しい。このため、多数の研究者により、種々の近似式が提案され、それらの近似式に基づくシステム信頼性制約下の最適設計が行われている。Cornell<sup>7)</sup>は、個々の生起モードの事象間に独立を仮定することにより、システム全体の破壊確率の上限値を表す式を導き、個々の生起モードの事象間に完全相関を仮定することにより、システム全体の破壊確率の下限値を表す式を導いた。Moses ら<sup>8)</sup>は、骨組構造物の限界状態を決定するためのモデルとして、一部材の降伏をシステム全体の限界状態とする Weakest Link Model と複数の部材の降伏（崩壊機構の形成）をシステム全体の限界状態とする Fail Safe Model の二つを示した。その上で、トラス構造の弾性設計問題に Weakest Link Model を、ラーメン構造の塑性設計問題に Fail Safe Model を適用し、システムの破壊確率の上限値を Cornell と同様の方法を用いて示した。さらに、システムの破壊確率の上限値を制約した最小重量設計を行った。Ang<sup>9)</sup>らは、事象間の相関係数を計算し、高い相関を有する場合には、完全相関とし、低い相関を有する場合には、独立を仮定することにより、システム全体の破壊確率を近似的に計算する方法を提案した。Ditlevsen<sup>10)11)</sup>は、2つの生起モードにおける事象間の相関を条件付信頼性指標<sup>11)</sup>の概念を用いて考慮することにより、Cornell<sup>7)</sup>の式よりもさらに精度の高い（すなわち、上限値と下限値の差が小さい）上下限式を導いた。Frangopol<sup>12)</sup>は、ラーメン構造の塑性設計問題において、個々の崩壊機構間の相関の影響を考慮することが構造システム全体の信頼性を考える上で重要であることを指摘し、Ditlevsen<sup>10)</sup>による確率上限式を用いた最小重量塑性信頼性設計を行った。

本章では、Ditlevsen の方法<sup>10)</sup>により、指定崩壊機構非形成確率の上下限式が導かれる。また、骨組の崩壊確率に対しては、指定崩壊機構が形成されることがおおむね保証されるため、指定崩壊機構におけるモード信頼性制約条件を、システム信頼性制約条件としてそのまま利用する。このため、本手法は、一般的な骨組構造の塑性信頼性設計問題では必要不可欠

とされてきた、起こり得る崩壊機構の探索・生成のプロセス<sup>例えば 13)-15)</sup>を一切必要としない。

本章の概要を以下に示す。まず、5.2 節で、基本仮定が示された後、5.3 節で、指定崩壊機構非形成確率の上・下限推定式および骨組崩壊確率を表す式が導かれ、指定崩壊機構非形成確率の上限値と骨組崩壊確率を制約した最適設計問題が定式化される。5.4 節では、設計手順が示され、5.5 節では、設計例が示される。また、この節では、設計解の大域的最適性及び収束性に関する検証とモンテカルロ法による設計骨組の信頼性解析が行われ、設計手法の妥当性が検証される。さらに、5.6 節では、軸力による曲げ耐力の低下を考慮した最適設計が行われ、設計手法の妥当性が検証される。5.7 節では、降伏強さに関するパラメトリックスタディが行われる。本研究では、鋼材の降伏強さを確率変数として取り扱っているが、近年、建築構造用鋼材は、これまで用いられてきた S S 材及び S M 材から降伏強さのばらつきが比較的小さい S N 材に移行されつつある状況を踏まえ、ここでは、このような降伏強さのばらつきの大きさが異なる種々の鋼材を想定し、降伏強さのばらつきの大きさが鋼構造最適設計骨組の経済性に与える影響について考察する。

## 5.2 基本仮定

第 4 章の基本仮定 (4.2 節) と同じである。ただし、5.6 節では、柱部材の塑性ヒンジの軸力による曲げ耐力の低下が考慮される。

## 5.3 最適設計問題の定式化

### 5.3.1 指定崩壊機構非形成確率の上・下限推定式

崩壊機構形成時において、骨組内のすべての非塑性化指定部位に塑性ヒンジが発生しない状態を「指定崩壊機構が形成されている」状態と定義すると、指定崩壊機構形成確率  $P_S$  は、次式で表せる。

$$P_S = P(V_{E1} > 0 \cap V_{E2} > 0 \cap \dots \cap V_{ENE} > 0) \quad (5-1)$$

また、その余事象の確率である指定崩壊機構非形成確率  $P_{NS}$  は次式で表せる。

$$\begin{aligned} P_{NS} &= 1 - P_S \\ &= P(V_{E1} \leq 0 \cup V_{E2} \leq 0 \cup \dots \cup V_{ENE} \leq 0) \end{aligned} \quad (5-2)$$

ここで、 $V_E$  は、第 4 章(4-1)式で示された関数である。この確率  $P_{NS}$  は、個々の非塑性化

指定部位における塑性ヒンジ発生の事象の和事象の確率である。非塑性化指定部位における塑性ヒンジ発生を表す関数  $V_E$ の間には、相関が存在するため、5.1節で述べたように、確率  $P_{NS}$ を数学的な式の形で厳密に導くことは難しい。しかし、Ditlevsen の方法<sup>9)</sup>を用いると、確率  $P_{NS}$ の上限値および下限値を表す式が、次式のように導ける。

[上限値(Upper Bound)]

$$P_{NSU} = \sum_{i=1}^{NE} P(V_{Ei} \leq 0) - \sum_{i=2}^{NE} \max_{j < i} \{P_L(V_{Ei} \leq 0 \cap V_{Ej} \leq 0)\} \quad (5-3)$$

[下限値(Lower Bound)]

$$P_{NSL} = P(V_{E1} \leq 0) + \sum_{i=2}^{NE} \max \left\{ P(V_{Ei} \leq 0) - \sum_{j=1}^{i-1} P_U(V_{Ei} \leq 0 \cap V_{Ej} \leq 0), 0 \right\} \quad (5-4)$$

ここで、第4章と同様に、関数  $V_E$ を降伏強さ  $s_y$ の平均値に関してテーラー1次近似すれば、(5-3),(5-4)式中の各確率は、次式のように表せる。

$$P(V_{Ei} \leq 0) = \Phi(-\beta_{VEi}) \quad (5-5)$$

$$\beta_{VEi} = \frac{E[\tilde{V}_{Ei}]}{D[\tilde{V}_{Ei}]} \quad (5-6)$$

$$E[\tilde{V}_{Ei}] = Z_{Pi} s_{y*} - |m_{X*i}| \quad (5-7)$$

$$D[\tilde{V}_{Ei}] = \sqrt{\sum_{j=1}^{Nm} \left( \frac{\partial V_{Ei}}{\partial s_{y*j}} \cdot \sigma_{s_y} \right)^2} \quad (5-8)$$

$$\frac{\partial V_{Ei}}{\partial s_{y_j}} = \begin{cases} \text{非塑性化指定部位 } i \text{ が部材 } j \text{ に属するとき} \\ Z_{P_i} - \frac{\partial |m_{X_i}|}{\partial s_{y_j}} \\ \text{非塑性化指定部位 } i \text{ が部材 } j \text{ に属しないとき} \\ - \frac{\partial |m_{X_i}|}{\partial s_{y_j}} \end{cases} \quad (5-9), (5-10)$$

$$P_L(V_{Ei} \leq 0 \cap V_{Ej} \leq 0) = q_{ij} + q_{ji} \quad (5-11)$$

$$P_U(V_{Ei} \leq 0 \cap V_{Ej} \leq 0) = \max(q_{ij}, q_{ji}) \delta_{ij} \quad (5-12)$$

$$q_{ij} = \Phi(-\beta_{VEi}) \Phi(-\beta_{VEj|i}) \quad (5-13)$$

$$\beta_{VEj|i} = \Phi \left( - \frac{\beta_{VEj} - \rho_{VEij} \beta_{VEi}}{\sqrt{1 - \rho_{VEij}^2}} \right) \quad (5-14)$$

$$\delta_{ij} = \begin{cases} 1 & (\rho_{VEij} \geq 0) \\ 0 & (\rho_{VEij} < 0) \end{cases} \quad (5-15)$$

$$\rho_{VEij} = \frac{E[\tilde{V}_{Ei} \tilde{V}_{Ej}] - E[\tilde{V}_{Ei}]E[\tilde{V}_{Ej}]}{D[\tilde{V}_{Ei}]D[\tilde{V}_{Ej}]} \quad (5-16)$$

上式において、 $(\cdot)$ は、標準正規確率分布関数、 $\beta_{VEi}$ は、テーラー1次近似された限界状態関数 $\tilde{V}_{Ei}$ の信頼性指標、 $E[x]$ は、 $x$ の期待値、 $D[x]$ は、 $x$ の標準偏差、下付添え字\*のある変数は、降伏強さ $s_y$ に平均値 $s_{y*}$ が代入されていることを表す。 $\rho_{VEij}$ は、 $\tilde{V}_{Ei}$ と $\tilde{V}_{Ej}$ の相関係数を表す。 $\beta_{VEj|i}$ は、 $V_{Ei}=0$ の条件のもとでの $V_{Ej}$ に対する条件付信頼性指標(conditional reliability index)<sup>10)11)</sup>である。

なお、上式の(5-3)式および(5-4)式において、第2項を無視すると、Cornell<sup>7)</sup>による方法と一致する。

[計算例]

第4章の4.5節で示した設計骨組(骨組B)の指定崩壊機構非形成確率の上限値  $P_{NSU}$  を(5-3)式を用いて計算した結果(図中 )を 図 5-1 に示す。また、同図中には、比較のために、(5-3)式の第一項のみを用いた上限値  $P_{NSU1}$  (図中 )及びモンテカルロ法により計算された指定崩壊機構非形成確率  $P_{NS}$  (図中 )も示す。これらの図より、 $P_{NSU}$  及び  $P_{NSU1}$  は、確実に  $P_{NS}$  の上限を示し、さらに、 $P_{NSU1}$  より  $P_{NSU}$  の方がモンテカルロ法による計算結果に近いことが分かる。

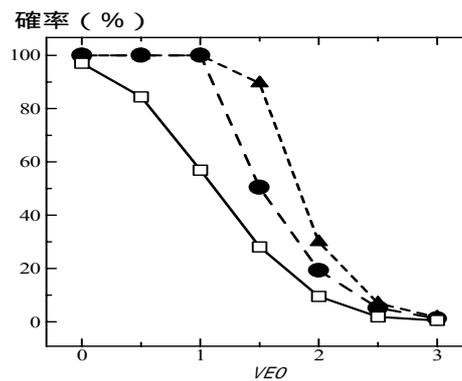


図 5-1 指定崩壊機構非形成確率上限値

### 5.3.2 骨組崩壊確率

骨組の崩壊確率  $P_F$  は次式で表せる。

$$P_F = P(V_{FM1} \leq 0 \cup V_{FM2} \leq 0 \dots \cup V_{FMN_F} \leq 0) \quad (5-17)$$

ここで、 $V_{FM1}, \dots, V_{FMN_F}$  は、個々の崩壊機構での骨組の崩壊に対する限界状態関数を表す(第3章(3-2)式参照)。本研究では、指定崩壊機構非形成確率を制約することにより、高い確率で指定崩壊機構が形成されることが期待できるため、(5-17)式の確率  $P_F$  を次式で近似する。

$$\begin{aligned} P_F &= P(V_F \leq 0) \\ &= \Phi(-\beta_{VF}) \end{aligned} \quad (5-18)$$

ここで、 $\beta_{VF}$  は、限界状態関数  $V_F$  の信頼性指標である。

### 5.3.3 最適設計問題の定式化

第3章で述べた部材断面性能間の関係式(3-4),(3-5)式を用いれば、最適設計問題は、以下に示す制約条件付き最小化問題として定式化できる。

Find  $A_1, A_2, \dots, A_{N_D}$  which minimize

$$f = \sum_{a=1}^{N_D} A_a L_a \quad (5-19)$$

subjected to

$$P_{NSU} \leq P_{NSO} \quad (5-20)$$

$$P_F \leq P_{FO} \quad (5-21)$$

$$A_{L_a} \leq A_a \leq A_{U_a} \quad (a = 1, 2, \dots, N_D) \quad (5-22)$$

ここで、 $L$ 及び $L$ は、鋼材の単位体積重量、部材長、 $A_L, A_U$ は、設計変数に関する下限と上限の制約条件値を表す。 $P_{NSO}, P_{FO}$ は、確率 $P_{NSU}, P_F$ の制約条件値である。

## 5.4 設計手順

### 5.4.1 最適信頼性設計部分問題

(5-3)式の $P_{NSU}$ は、最大値関数 $\max(\cdot)$ が含まれているため、設計変数に関する偏微分係数が不連続となり、上述した5.3.3節の最適設計問題の定式化では、設計感度解析に基づく通常の数理計画手法を適用する場合に、解の収束性が非常に悪くなることが予想される。そこで、 $v_{Ei}$ 及び $v_F$ を制約した次のような部分問題を繰り返し解き、確率 $P_{NSU}$ が $P_{NSO}$ に一致するように $v_{Ei}$ の制約条件値 $v_{EO}$ を徐々に修正していく方法を提案する。

Find  $A_1, A_2, \dots, A_{N_D}$  which minimize objective function (5-19)

subjected to

$$\beta_{VE_i} \leq \beta_{VEO} \quad (i = 1, 2, \dots, N_E) \quad (5-23)$$

$$\beta_{VF} \leq \beta_{VFO} \quad (5-24)$$

and Eq.(5-22).

ここで、 $\beta_{VEO}$  は、信頼性指標  $\beta_{VE_i}$  の制約条件値であり、次式により決定すれば良い。

$$\beta_{VEO} = -\Phi^{-1} \left[ \frac{P_{NSO}}{P_{NSU}} \Phi(-\beta_{VEO}') \right] \quad (5-25)$$

$P_{NSU}'$  : 一回前の繰り返しにおける部分問題の設計解における  $P_{NSU}$

$\beta_{VEO}'$  : 一回前の繰り返しで用いた部分問題における  $\beta_{VEO}$  の値

上式は、指定崩壊機構非形成確率  $P_{NSU}$  と信頼性指標の制約条件値  $\beta_{VEO}$  の間に次式の近似関係が成立すると仮定することにより導くことができる。

$$P_{NSU} = \alpha \cdot \Phi(-\beta_{VEO}) \quad (5-26)$$

また、 $\beta_{VFO}$  は、信頼性指標  $\beta_{VF}$  の制約条件値であり、確率  $P_{FO}$  を指定すれば、次式で与えられる。

$$\beta_{VFO} = -\Phi^{-1}(P_{FO}) \quad (5-27)$$

## 5.4.2 設計フロー

設計フローを以下に示す。

[1] 指定崩壊機構の形式、初期設計解、指定崩壊機構非形成確率および骨組崩壊確率の制約条件値  $P_{NSO}, P_{FO}$ 、信頼性指標  $\beta_{VEO}$  の初期値、降伏強さの平均値  $s_y^*$ 、標準偏差  $s_y$  等を設定する。

[2] 第4章の方法を用いて5.4.1節の部分問題を解く。

[3] (5-3)式を用いて、 $P_{NSU}$  を求める。

[4] 次式が満足されれば、計算を終了する。

$$|P_{NSU} - P_{NSO}| \leq \varepsilon P_{NSO} \quad (5-28)$$

ここでは、 $\varepsilon$  を 1/1000 としている。

[5] 上式が満足されない場合には、(5-25)式を用いて、 $v_{EO}$  を修正し、再び、[2]～[4]の手順を繰り返す。

上記の手順[2]の最適信頼性設計部分問題の解法とその妥当性は、第4章で詳述している。

## 5.5 設計例

### 5.5.1 設計条件

設計骨組は、図 5-2(A)～(C)に示す 5 層及び 8 層の鋼構造純ラーメン架構（骨組 A～C）である。これらの骨組は、第 4 章 4.5.1 節の図 3-1 で示したものと全く同じである。指定崩壊機構、塑性化指定部位、非塑性化指定部位の位置、同一部材断面の指定、設計変数の総数、確率変数の総数、降伏強さの平均値及び標準偏差、使用する部材断面形状に関する条件も 4.5.1 節と同じである。骨組の指定崩壊機構非形成確率に関する制約条件値  $P_{NSO}$  は、40、20、10、1(%)の四通りを指定する。また、それに関連する信頼性指標  $v_{EO}$  の初期値は 2.0 としている。骨組崩壊確率の制約条件値  $P_{FO}$  は、2.28(%)としている。従って、それに対応する信頼性指標  $v_{FO}$  は、2.0 である。設計条件をまとめて表 5-1 に示す。

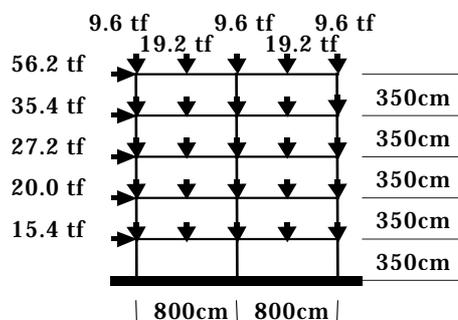


図 5-2(A) 骨組 A

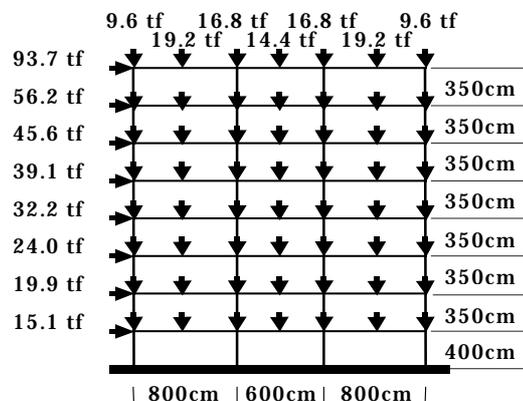
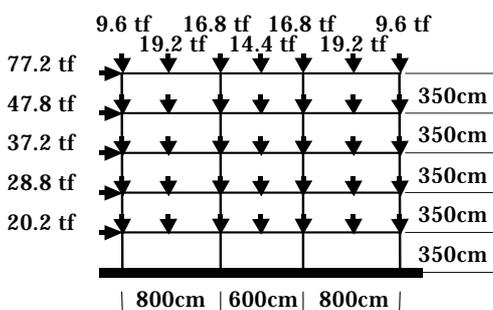


図 5-2(B) 骨組 B

図 5-2(C) 骨組 C

表 5-1 設計に関する諸条件

|                |  |
|----------------|--|
| 設計用床荷重         | 0.8 (tf / m <sup>2</sup> )   |
| 層せん断力分布        | Ai 分布  |
| ベースシャー係数       | 0.4  |
| 指定崩壊機構         | 梁降伏先行形全体崩壊機構   |
| 塑性化部位          | 梁端部, 第 1 層柱脚部  |
| 非塑性化部位         | 第 1 層柱脚部を除く柱端部, 梁中央部   |
| $S_{y^*}, s_y$ | $S_{y^*}=3.7, s_y=0.37$ (tf / cm <sup>2</sup> )                    |
| $P_{NSO}$      | $P_{NSO}=40.0, 20.0, 10.0, 1.0$ (%)<br>( $v_{EO}$ の初期値は、2.0 とする。 ) |
| $P_{FO}$       | $P_{FO}=2.28$ (%) ( $v_{FO}=2.0$ )                                 |
| $Z_P$          | 0.949 (角形鋼管柱), 1.783 (H形鋼梁)  |
| $I$            | 1.076 (角形鋼管柱), 3.648 (H形鋼梁)  |

5.5.2 設計解

表 5-2(A) ~ (C)は骨組 A ~ C の設計解を示したものである。与えた設計変数の初期値は、柱断面面積 200cm<sup>2</sup>、梁断面面積 100cm<sup>2</sup>である。指定崩壊機構非形成確率の制約条件値  $P_{NSO}$  は、20%のものを示している。同表には、部材断面面積  $A$ (cm<sup>2</sup>)、全塑性モーメントの平均値  $m_p^*$ 、設計解の骨組重量  $W$ (t)、収束までに要したシムプレックス法の繰り返し回数  $N_L$ 、 $v_{EO}$  の修正回数  $N_B$ 、設計解における非塑性化指定部位の信頼性指標  $v_{EO}$ 、(5-3)式による確率  $P_{NSU}$ 、(5-18)式の確率  $P_F$  の値が示されている。この表から、柱の全塑性モーメントが梁を大きく上回っていることが分かる。また、確率  $P_{NSU}$ 、および  $P_F$  は、制約条件値いっぱいとなっていることがわかる。

表 5-3 は、 $v_{EO}, P_{NSU}$  の修正過程を表している。この表から、 $v_{EO}$  の変更によって、指定崩壊機構非形成確率の上限値  $P_{NSU}$  が、着実に修正されていく状況が確認できる。図 5-3 は、骨組重量の修正過程を示したものである。初回から数回までの間で骨組重量が大きく増加しているが、これは、初期設計解が非許容領域にあり、制約条件を満足しない解であるためである。

表 5-2(A) 設計解 (骨組 A,  $P_{NSO}=20\%, P_{FO}=2.28\%$ )

| 部材     | A                                | $m_p^*$             | 部材       | A                                | $m_p^*$             |
|--------|----------------------------------|---------------------|----------|----------------------------------|---------------------|
| 5F 柱   | 2.55                             | 1.43                | RF 梁     | 0.899                            | 0.553               |
| 4F 柱   | 2.55                             | 1.43                | 5F 梁     | 1.00                             | 0.664               |
| 3F 柱   | 2.55                             | 1.43                | 4F 梁     | 1.13                             | 0.791               |
| 2F 柱   | 3.08                             | 1.90                | 3F 梁     | 1.28                             | 0.952               |
| 1F 柱   | 3.08                             | 1.90                | 2F 梁     | 1.28                             | 0.952               |
| 単位     | $\times 10^2$ (cm <sup>2</sup> ) | $\times 10^4$ (tfc) | 単位       | $\times 10^2$ (cm <sup>2</sup> ) | $\times 10^4$ (tfc) |
| W      | $N_L$                            | $N_B$               | $v_{EO}$ | $P_F$                            | $P_{NSU}$           |
| 18.4 t | 12                               | 2                   | 1.69     | 2.28%                            | 20.0%               |

表 5-2(B) 設計解 (骨組 B,  $P_{NSO}=20\%$ ,  $P_{FO}=2.28\%$ )

| 部材     | A                          | $m_p^*$                   | 部材    | A                          | $m_p^*$                   |
|--------|----------------------------|---------------------------|-------|----------------------------|---------------------------|
| 5F 柱   | 2.56                       | 1.49                      | RF 梁  | 0.795                      | 0.480                     |
| 4F 柱   | 2.56                       | 1.49                      | 5F 梁  | 0.996                      | 0.647                     |
| 3F 柱   | 2.56                       | 1.49                      | 4F 梁  | 1.08                       | 0.741                     |
| 2F 柱   | 2.84                       | 1.73                      | 3F 梁  | 1.35                       | 1.02                      |
| 1F 柱   | 2.84                       | 1.73                      | 2F 梁  | 1.37                       | 1.05                      |
| 単位     | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfc})$ | 単位    | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfc})$ |
| W      | $N_L$                      | $N_B$                     | $VEO$ | $P_F$                      | $P_{NSU}$                 |
| 24.8 t | 11                         | 2                         | 1.79  | 2.28%                      | 20.0%                     |

表 5-2(C) 設計解 (骨組 C,  $P_{NSO}=20\%$ ,  $P_{FO}=2.28\%$ )

| 部材    | A                          | $m_p^*$                   | 部材    | A                          | $m_p^*$                   |
|-------|----------------------------|---------------------------|-------|----------------------------|---------------------------|
| 8F 柱  | 3.10                       | 1.92                      | RF 梁  | 1.06                       | 0.480                     |
| 7F 柱  | 3.10                       | 1.92                      | 8F 梁  | 1.06                       | 0.647                     |
| 6F 柱  | 3.10                       | 1.92                      | 7F 梁  | 1.18                       | 0.741                     |
| 5F 柱  | 3.88                       | 2.68                      | 6F 梁  | 1.69                       | 1.02                      |
| 4F 柱  | 3.88                       | 2.68                      | 5F 梁  | 1.72                       | 0.647                     |
| 3F 柱  | 3.88                       | 2.68                      | 4F 梁  | 1.81                       | 0.741                     |
| 2F 柱  | 4.11                       | 2.93                      | 3F 梁  | 1.81                       | 1.02                      |
| 1F 柱  | 4.11                       | 2.93                      | 2F 梁  | 1.81                       | 1.05                      |
| 単位    | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfc})$ | 単位    | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfc})$ |
| W (t) | $N_L$                      | $N_B$                     | $VEO$ | $P_F$                      | $P_{NSU}$                 |
| 53.7  | 13                         | 2                         | 1.95  | 2.28%                      | 20.0%                     |

表 5-3(A)  $VEO, P_{NSU}$  の修正過程 (骨組 A,  $P_{NSO}=20\%$ ,  $P_{FO}=2.28\%$ )

| 修正回数 | $VEO$ | $P_{NSU}(\%)$ | W (t) |
|------|-------|---------------|-------|
| 0    | 2.000 | 10.16         | 18.68 |
| 1    | 1.698 | 19.50         | 18.42 |
| 2    | 1.685 | 19.98         | 18.41 |

表 5-3(B)  $VEO, P_{NSU}$  の修正過程 (骨組 B,  $P_{NSO}=20\%$ ,  $P_{FO}=2.28\%$ )

| 修正回数 | $VEO$ | $P_{NSU}(\%)$ | W (t) |
|------|-------|---------------|-------|
| 0    | 2.000 | 12.69         | 25.07 |
| 1    | 1.801 | 19.70         | 24.82 |
| 2    | 1.794 | 19.98         | 24.81 |

表 5-3(C)  $VEO, P_{NSU}$  の修正過程 (骨組 C,  $P_{NSO}=20\%$ ,  $P_{FO}=2.28\%$ )

| 修正回数 | $VEO$ | $P_{NSU}(\%)$ | W (t) |
|------|-------|---------------|-------|
| 0    | 2.000 | 17.59         | 53.85 |
| 1    | 1.945 | 20.10         | 53.65 |
| 2    | 1.948 | 20.00         | 53.66 |

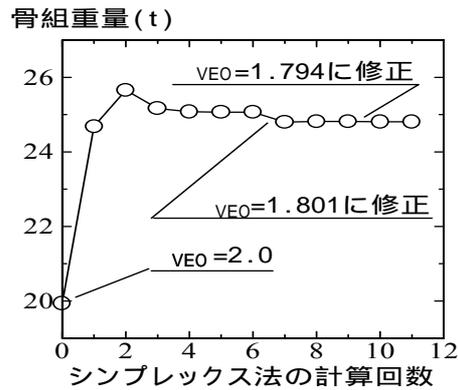


図 5-3 骨組重量の修正過程 (骨組 B,  $P_{NS0}=20\%$ ,  $P_{FD}=2.28\%$ )

### 5.5.3 大域的最適性・収束性

表 5-4(A) ~ (C)は、50 以上 500 以下の一様乱数による 30 組の初期設計解に対して得られた設計変数、骨組重量、シンプレックス法の繰り返し回数及び信頼性指標  $VE_0$  の修正回数の最大値  $A_{MAX}, W_{MAX}, N_{LMAX}, N_{BMAX}$  および最小値  $A_{MIN}, W_{MIN}, N_{LMIN}, N_{BMIN}$  を示したものである。 $P_{NS0}$  は 20% のものを示す。 $A_{MAX}, A_{MIN}$  は、骨組 C の上層の梁において若干の差が見られるが、その差は、あまり小さくなく、それ以外では、ほぼ同じ値に収束している。また、 $W_{MAX}, W_{MIN}$  の値の差は、最も悪いケースでも、 $W_{MAX}$  の 0.5% 程度以下である。このことから、これらの設計例では大域的最適解あるいはそれに極めて近い設計解が得られていると推論できる。また収束までのシンプレックス法の繰り返し回数は最大でも 32 回、信頼性指標  $VE_0$  の修正回数も最大で 2 回であり、収束性は良好であった。

表 5-4(A) 設計解の大域的最適性 (骨組 A,  $P_{NS0}=20\%$ ,  $P_{FD}=2.28\%$ )

| 部材        | $A_{MAX}$                  | $A_{MIN}$                  | 部材         | $A_{MAX}$                  | $A_{MIN}$                  |
|-----------|----------------------------|----------------------------|------------|----------------------------|----------------------------|
| 5F 柱      | 2.55                       | 2.55                       | RF 梁       | 0.899                      | 0.899                      |
| 4F 柱      | 2.55                       | 2.55                       | 5F 梁       | 1.00                       | 1.00                       |
| 3F 柱      | 2.55                       | 2.55                       | 4F 梁       | 1.13                       | 1.13                       |
| 2F 柱      | 3.08                       | 3.08                       | 3F 梁       | 1.28                       | 1.28                       |
| 1F 柱      | 3.08                       | 3.08                       | 2F 梁       | 1.28                       | 1.28                       |
| 単位        | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | 単位         | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| $W_{MAX}$ | $W_{MIN}$                  | $N_{LMAX}$                 | $N_{LMIN}$ | $N_{BMAX}$                 | $N_{BMIN}$                 |
| 18.4 t    | 18.4 t                     | 32                         | 20         | 2                          | 2                          |

表 5-4(B) 設計解の大域的最適性 (骨組 B,  $P_{NS0}=20\%$ ,  $P_{FO}=2.28\%$ )

| 部材        | $A_{MAX}$                  | $A_{MIN}$                  | 部材         | $A_{MAX}$                  | $A_{MIN}$                  |
|-----------|----------------------------|----------------------------|------------|----------------------------|----------------------------|
| 5F 柱      | 2.57                       | 2.56                       | RF 梁       | 0.795                      | 0.795                      |
| 4F 柱      | 2.57                       | 2.56                       | 5F 梁       | 0.996                      | 0.996                      |
| 3F 柱      | 2.57                       | 2.56                       | 4F 梁       | 1.08                       | 1.08                       |
| 2F 柱      | 2.84                       | 2.84                       | 3F 梁       | 1.35                       | 1.35                       |
| 1F 柱      | 2.84                       | 2.84                       | 2F 梁       | 1.37                       | 1.37                       |
| 単位        | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | 単位         | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| $W_{MAX}$ | $W_{MIN}$                  | $N_{LMAX}$                 | $N_{LMIN}$ | $N_{BMAX}$                 | $N_{BMIN}$                 |
| 24.8 t    | 24.8 t                     | 29                         | 20         | 2                          | 2                          |

表 5-4(C) 設計解の大域的最適性 (骨組 C,  $P_{NS0}=20\%$ ,  $P_{FO}=2.28\%$ )

| 部材        | $A_{MAX}$                  | $A_{MIN}$                  | 部材         | $A_{MAX}$                  | $A_{MIN}$                  |
|-----------|----------------------------|----------------------------|------------|----------------------------|----------------------------|
| 8F 柱      | 3.10                       | 3.10                       | RF 梁       | 1.06                       | 0.806                      |
| 7F 柱      | 3.10                       | 3.10                       | 8F 梁       | 1.22                       | 1.06                       |
| 6F 柱      | 3.10                       | 3.10                       | 7F 梁       | 1.22                       | 1.18                       |
| 5F 柱      | 3.88                       | 3.87                       | 6F 梁       | 1.70                       | 1.69                       |
| 4F 柱      | 3.88                       | 3.87                       | 5F 梁       | 1.73                       | 1.72                       |
| 3F 柱      | 3.88                       | 3.87                       | 4F 梁       | 1.81                       | 1.81                       |
| 2F 柱      | 4.11                       | 4.11                       | 3F 梁       | 1.81                       | 1.81                       |
| 1F 柱      | 4.11                       | 4.11                       | 2F 梁       | 1.81                       | 1.81                       |
| 単位        | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | 単位         | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| $W_{MAX}$ | $W_{MIN}$                  | $N_{LMAX}$                 | $N_{LMIN}$ | $N_{BMAX}$                 | $N_{BMIN}$                 |
| 53.7 t    | 53.5 t                     | 27                         | 15         | 2                          | 1                          |

#### 5.5.4 モンテカルロ法による設計骨組の信頼性解析

表 5-5(A) ~ (C) に設計骨組の指定崩壊機構非形成確率  $P_{NS}$ 、全体崩壊機構形成確率  $P_G$  及び崩壊確率  $P_F$  を示す。これらの確率はモンテカルロ・シミュレーション法の手順に基づき、乱数の発生による降伏強さの決定と塑性ヒンジ法を用いた荷重増分解析を繰り返すことにより計算している。試行回数は 4000 回である。指定崩壊機構非形成確率  $P_{NS}$  は、いずれも上限の制約値  $P_{NS0}$  を確実に下回っていることが確認できる。また、全体崩壊機構形成確率  $P_G$  は、全て 98% を上回っており、部分崩壊機構は、ほとんど形成されていないことがわかる。骨組の崩壊確率  $P_F$  は、制約値  $P_{FO}=2.28\%$  と良い対応を示していることが確認できる。

表 5-5(A) 指定崩壊機構非形成確率及び崩壊確率(骨組 A)

| $P_{NS0}(\%)$ | W (t) | $P_{NS}(\%)$ | $P_G(\%)$ | $P_F(\%)$ |
|---------------|-------|--------------|-----------|-----------|
| 40            | 18.1  | 28.2         | 99.6      | 2.30      |
| 20            | 18.4  | 15.2         | 99.8      | 2.25      |
| 10            | 18.7  | 7.93         | 100       | 2.20      |
| 1             | 19.5  | 0.83         | 100       | 2.23      |

表 5-5(B) 指定崩壊機構非形成確率及び崩壊確率(骨組 B)

| P <sub>NS0</sub> (%) | W (t) | P <sub>NS</sub> (%) | P <sub>G</sub> (%) | P <sub>F</sub> (%) |
|----------------------|-------|---------------------|--------------------|--------------------|
| 40                   | 24.4  | 31.7                | 98.4               | 2.33               |
| 20                   | 24.8  | 16.8                | 99.3               | 2.13               |
| 10                   | 25.2  | 8.45                | 99.8               | 2.10               |
| 1                    | 26.3  | 0.73                | 100                | 2.23               |

表 5-5(C) 指定崩壊機構非形成確率及び崩壊確率(骨組 C)

| P <sub>NS0</sub> (%) | W (t) | P <sub>NS</sub> (%) | P <sub>G</sub> (%) | P <sub>F</sub> (%) |
|----------------------|-------|---------------------|--------------------|--------------------|
| 40                   | 52.3  | 25.9                | 98.6               | 2.35               |
| 20                   | 53.7  | 12.9                | 99.5               | 2.25               |
| 10                   | 54.7  | 6.55                | 99.8               | 2.18               |
| 1                    | 57.7  | 0.45                | 100                | 2.08               |

## 5.6 軸力による曲げ耐力の低下を考慮した最小重量設計

### 5.6.1 軸力による曲げ耐力の低下の影響

強軸廻りに曲げを受ける H 形断面や箱形断面のようなウェブ部分とフランジ部分とによって構成される部材断面の軸力・曲げ相関降伏条件は、フランジ部分の板厚効果を無視すると、次式で表せる(図 5-4 参照)。

$$\left(1 - \frac{\kappa}{2}\right) \frac{m}{m_p} + \frac{1}{2\kappa} \left(\frac{n}{n_y}\right)^2 - \left(1 - \frac{\kappa}{2}\right) = 0 \quad \left(\frac{n}{n_y} \leq \kappa \text{ のとき}\right) \quad (5-29)$$

$$\left(1 - \frac{\kappa}{2}\right) \frac{m}{m_p} + \frac{n}{n_y} - 1 = 0 \quad \left(\frac{n}{n_y} \geq \kappa \text{ のとき}\right) \quad (5-30)$$

ここで、 $m$ は、作用曲げモーメント、 $m_p$ は全塑性モーメント、 $n$ は作用軸力、 $n_p$ は降伏軸力である。また、 $\kappa$ はウェブ断面積  $A_w$  と全断面積  $A$  の比である。すなわち、

$$\kappa = \frac{A_w}{A} \quad (5-31)$$

本研究の設計例では、柱部材に角形鋼管断面を使用するため、 $\kappa = 0.5$  とする。

(5-29),(5-30)式より、軸力による曲げ耐力の低下率  $N$  は次式となる。

$$\alpha_N = 1 - \frac{1}{\kappa(2-\kappa)} \left( \frac{n}{n_y} \right)^2 \quad \left( \frac{n}{n_y} \leq \kappa \text{ のとき} \right) \quad (5-32)$$

$$\alpha_N = \frac{2}{2-\kappa} \left( 1 - \frac{n}{n_y} \right) \quad \left( \frac{n}{n_y} \geq \kappa \text{ のとき} \right) \quad (5-33)$$

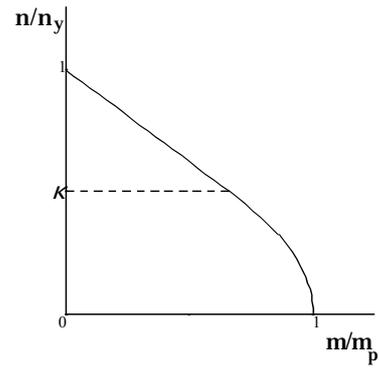


図 5-4 軸力曲げ相関降伏曲線

## 5.6.2 最適設計問題

### (1) 指定崩壊機構非形成確率上限値

指定崩壊機構非形成確率  $P_{NS}$  は、5.3.1 節と同様に次式で表せる。

$$P_{NS} = P(V_{E1} \leq 0 \cup V_{E2} \leq 0 \cup \dots \cup V_{E_{NE}} \leq 0) \quad (5-34)$$

ここで、 $V_E$  は、軸力による曲げ耐力の低下を考慮すると次式で表せる。

$$V_{Ei} = \alpha_{Ni} Z_{Pi} S_{yi} - |m_{Xi}| \quad (i = 1, 2, \dots, N_E) \quad (5-35)$$

ここで、 $N$  は(5-32),(5-33)式で定義される軸力による曲げ耐力の低下率である。

(5-34)式の確率の上限値は、次式により計算できる。

$$P_{NSU} = \sum_{i=1}^{NE} P(V_{Ei} \leq 0) - \sum_{i=2}^{NE} \max_{j < i} \{P_L(V_{Ei} \leq 0 \cap V_{Ej} \leq 0)\} \quad (5-36)$$

(5-36)式中の各確率は次式のように表せる。

$$P(V_{Ei} \leq 0) = \Phi(-\beta_{VEi}) \quad (5-37)$$

$$\beta_{VEi} = \frac{E[\tilde{V}_{Ei}]}{D[\tilde{V}_{Ei}]} \quad (5-38)$$

$$E[\tilde{V}_{Ei}] = \alpha_{Ni} Z_{Pi} s_{y*} - |m_{X*i}| \quad (5-39)$$

$$D[\tilde{V}_{Ei}] = \sqrt{\sum_{j=1}^{Nm} \left( \frac{\partial \mathcal{V}_{Ei}}{\partial s_{yj*}} \right)^2 \cdot \sigma_{sy}^2} \quad (5-40)$$

$$\frac{\partial \mathcal{V}_{Ei}}{\partial s_{yj*}} = \begin{cases} \bullet \text{非塑性化指定部位 } i \text{ が部材 } j \text{ に属するとき} \\ Z_{Pi} - \frac{Z_{Pi} n_{i*}}{\kappa(2-\kappa) A_i^2 s_{y*}} \left( 2 \cdot \frac{\partial n_i}{\partial s_{yj*}} - \frac{n_{i*}}{s_{y*}} \right) - \frac{\partial |m_{Xi}|}{\partial s_{yj*}} & \left( \frac{n}{n_{y*}} \leq \kappa \right) \\ \frac{2Z_{Pi}}{2-\kappa} \left\{ 1 - \frac{1}{A_i} \left( \frac{\partial n_i}{\partial s_{yj*}} \right) \right\} - \frac{\partial |m_{Xi}|}{\partial s_{yj*}} & \left( \frac{n}{n_{y*}} \geq \kappa \right) \\ \bullet \text{非塑性化指定部位 } i \text{ が部材 } j \text{ に属さないとき} \\ - \frac{2Z_{Pi} n_{i*}}{\kappa(2-\kappa) A_i^2 s_{y*}} \left( \frac{\partial n_i}{\partial s_{yj*}} \right) - \frac{\partial |m_{Xi}|}{\partial s_{yj*}} & \left( \frac{n}{n_{y*}} \leq \kappa \right) \\ - \frac{2Z_{Pi}}{(2-\kappa) A_i} \left( \frac{\partial n_i}{\partial s_{yj*}} \right) - \frac{\partial |m_{Xi}|}{\partial s_{yj*}} & \left( \frac{n}{n_{y*}} \geq \kappa \right) \end{cases} \quad (5-41)$$

## (2) 骨組の崩壊確率

5.3.2 節と同様の手順より、骨組の崩壊確率は、次式で近似できる。

$$\begin{aligned} P_F &= P(V_F \leq 0) \\ &= \Phi(-\beta_{VF}) \end{aligned} \quad (5-42)$$

$$V_F = \sum_{j=1}^{N_H} \alpha_{Nj} Z_{Pj} s_{yj} \dot{\theta}_{Pj} - \sum_{k=1}^{N_J} P_k \dot{\delta}_k \quad (5-43)$$

$$\beta_{VF} = \frac{E[\tilde{V}_F]}{D[\tilde{V}_F]} \quad (5-44)$$

$$E[\tilde{V}_F] = \sum_{j=1}^{N_H} \alpha_{Nj} Z_{Pj} s_{y^*} \dot{\theta}_{Pj} - \sum_{k=1}^{N_J} P_k \dot{\delta}_k \quad (5-45)$$

$$D[\tilde{V}_F] = \sqrt{\sum_{l=1}^{N_p} \left( \frac{\partial V_F}{\partial s_{yl^*}} \right)^2} \cdot \sigma_{sy}^2 \quad (5-46)$$

$$\frac{\partial V_F}{\partial s_{yl^*}} = \sum_{j=1}^{N_H} X_j \cdot Z_{Pj} \dot{\theta}_{Pj} \quad (5-47)$$

$$X_j = \begin{cases} \bullet \text{塑性化指定部位}j\text{が確率変数}l\text{の部材グループに属するとき} \\ \left. \begin{aligned} &1 - \frac{n_{j^*}}{\kappa(2-\kappa)A_j^2 s_{y^*}} \left( 2 \cdot \frac{\partial n_j}{\partial s_{yl^*}} - \frac{n_{j^*}}{s_{y^*}} \right) & \left( \frac{n}{n_{y^*}} \leq \kappa \right) \\ &\frac{2}{2-\kappa} \left\{ 1 - \frac{1}{A_j} \left( \frac{\partial n_j}{\partial s_{yl^*}} \right) \right\} & \left( \frac{n}{n_{y^*}} \geq \kappa \right) \end{aligned} \right\} \\ \bullet \text{塑性化指定部位}j\text{が確率変数}l\text{の部材グループに属さないとき} \\ \left. \begin{aligned} &-\frac{2n_{j^*}}{\kappa(2-\kappa)A_j^2 s_{y^*}} \left( \frac{\partial n_j}{\partial s_{yl^*}} \right) & \left( \frac{n}{n_{y^*}} \leq \kappa \right) \\ &-\frac{2}{(2-\kappa)A_j} \left( \frac{\partial n_j}{\partial s_{yl^*}} \right) & \left( \frac{n}{n_{y^*}} \geq \kappa \right) \end{aligned} \right\} \end{cases} \quad (5-48)$$

上式中の  $V_F$  はテーラー1次近似された限界状態関数  $\tilde{V}_F$  の信頼性指標、 $N_p$  は確率変数の総数、下付添え字  $l$  のある変数は、 $l$  番目の確率変数に関する記号であることを表す。また、 $n$  は、指定崩壊機構形成時における軸力である。

### 5.6.3 設計手順

設計フローを以下に示す。

[1] 指定崩壊機構の形式、初期設計解、指定崩壊機構非形成確率および骨組崩壊確率の制約

条件値  $P_{NS0}, P_{F0}$ 、信頼性指標  $VE0$  の初期値、降伏強さの平均値  $s_y^*$ 、標準偏差  $s_y$  等を設定する。

- [2] 指定崩壊機構形成時応力から柱部材の軸力による曲げ耐力の低下率を計算する。
- [3] 第4章の方法を用いて5.4.1節の部分問題を解く。
- [4] (5-36)式を用いて、 $P_{NSU}$  を求める。
- [5] 収束判定条件(5-28)式が満足されれば、計算を終了する。
- [6] (5-28)式が満足されない場合には、(5-25)式を用いて、 $VE0$  を修正し、再び、[2]~[5]の手順を繰り返す。(5-28)式が満足されれば、計算を終了する。

#### 5.6.4 設計例

##### (1) 設計条件

設計骨組は、先に示した図5-2(B)の5層3スパン骨組(骨組B)と図5-5に示す11層2スパン骨組(骨組D)である。指定崩壊機構、塑性化指定部位、非塑性化指定部位の位置、降伏強さの平均値及び標準偏差、使用する部材断面形状、同一部材断面の指定、設計変数の総数、確率変数の総数に関する条件は、5.5.1節と同じである。ただし、11層2スパン骨組については、1,2層柱、3~5層柱、6~8層柱、9~11層柱および各層の梁を同一断面とするため、独立な設計変数および確率変数の総数は、15となる。骨組の指定崩壊機構非形成確率に関する制約条件値  $P_{NS0}$  も、5.5.1節と同様、40、20、10、1(%)の4通りを指定する。骨組崩壊確率の制約条件値  $P_{F0}$  も、5.5.1節と同様、2.28(%)としている。

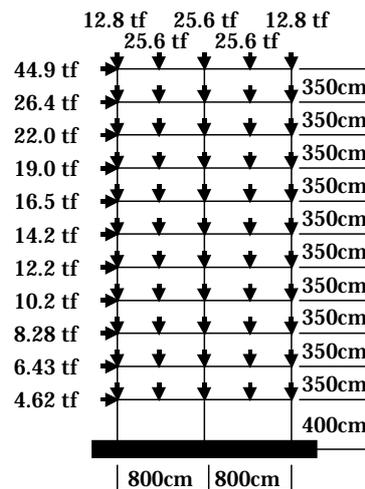


図5-5 設計骨組(骨組D)

##### (2) 設計解

表5-6(A),(B)は骨組B,Dの設計解を示したものである。与えた設計変数の初期値は、柱断面面積  $200\text{cm}^2$ 、梁断面面積  $100\text{cm}^2$  である。指定崩壊機構非形成確率の制約条件値  $P_{NS0}$  は、10%のものを示している。同表には、部材断面面積  $A(\text{cm}^2)$ 、全塑性モーメントの平均値  $m_p^*$ 、設計解の骨組重量  $W(\text{t})$ 、非塑性化指定部位の信頼性指標  $VE0$ 、収束までに要したシムプレックス法の繰り返し回数  $N_L$ 、 $VE0$  の修正回数  $N_B$ 、設計解における非塑性化指定部位の信頼性指標  $VE0$ 、(5-36)式による確率  $P_{NSU}$ 、(5-42)式の確率  $P_F$  の値が示されている。この表から、5.5節と同様、柱の全塑性モーメントが梁を大きく上回っていることが分かる。また、確率

$P_{NSU}$ 、および  $P_F$  は、制約条件値いっぱいとなっていることがわかる。

表 5-6(A) 設計解 (骨組 B,  $P_{NSU}=10\%$ ,  $P_{FO}=2.28\%$ )

| 部材     | A                          | $m_p^*$                   | 部材    | A                          | $m_p^*$                   |
|--------|----------------------------|---------------------------|-------|----------------------------|---------------------------|
| 5F 柱   | 2.76                       | 1.61                      | RF 梁  | 0.828                      | 0.497                     |
| 4F 柱   | 2.76                       | 1.61                      | 5F 梁  | 0.994                      | 0.654                     |
| 3F 柱   | 2.76                       | 1.61                      | 4F 梁  | 1.08                       | 0.744                     |
| 2F 柱   | 3.05                       | 1.87                      | 3F 梁  | 1.33                       | 1.01                      |
| 1F 柱   | 3.05                       | 1.87                      | 2F 梁  | 1.35                       | 1.04                      |
| 単位     | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfc})$ | 単位    | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfc})$ |
| W      | $N_L$                      | $N_B$                     | $VEO$ | $P_F$                      | $P_{NSU}$                 |
| 25.9 t | 12                         | 2                         | 2.27  | 2.28%                      | 10.0%                     |

表 5-6(B) 設計解 (骨組 D,  $P_{NSU}=10\%$ ,  $P_{FO}=2.28\%$ )

| 部材    | A                          | $m_p^*$                   | 部材    | A                          | $m_p^*$                   |
|-------|----------------------------|---------------------------|-------|----------------------------|---------------------------|
| 11F 柱 | 3.80                       | 2.61                      | RF 梁  | 1.24                       | 0.915                     |
| 10F 柱 | 3.80                       | 2.61                      | 11F 梁 | 1.35                       | 1.03                      |
| 9F 柱  | 3.80                       | 2.61                      | 10F 梁 | 1.47                       | 1.17                      |
| 8F 柱  | 5.45                       | 4.47                      | 9F 梁  | 1.69                       | 1.45                      |
| 7F 柱  | 5.45                       | 4.47                      | 8F 梁  | 2.59                       | 2.76                      |
| 6F 柱  | 5.45                       | 4.47                      | 7F 梁  | 2.41                       | 2.47                      |
| 5F 柱  | 6.29                       | 5.55                      | 6F 梁  | 2.47                       | 2.56                      |
| 4F 柱  | 6.29                       | 5.55                      | 5F 梁  | 2.88                       | 3.23                      |
| 3F 柱  | 6.29                       | 5.55                      | 4F 梁  | 2.79                       | 3.07                      |
| 2F 柱  | 6.26                       | 5.50                      | 3F 梁  | 2.59                       | 2.76                      |
| 1F 柱  | 6.26                       | 5.50                      | 2F 梁  | 2.43                       | 2.50                      |
| 単位    | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfc})$ | 単位    | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfc})$ |
| W (t) | $N_L$                      | $N_B$                     | $VEO$ | $P_F$                      | $P_{NSU}$                 |
| 79.5  | 17                         | 2                         | 2.43  | 2.28%                      | 10.0%                     |

### (3) 大域的最適性・収束性

表 5-7 は、50 以上 500 以下の一様乱数により 30 組の初期設計解に対して得られた設計変数、骨組重量、シンプレックス法の繰り返し回数及び  $VEO$  の修正回数の最大値  $A_{MAX}, W_{MAX}, N_{LMAX}, N_{BMAX}$  及び最小値  $A_{MIN}, W_{MIN}, N_{LMIN}, N_{BMIN}$  を示したものである。 $A_{MAX}, A_{MIN}$  は、骨組 B の上層の梁において若干の差が見られるが、その差は小さく、それ以外ではほぼ一致している。また、 $W_{MAX}, W_{MIN}$  の差は、 $W_{MAX}$  の 0.4% 程度以下である。これより、これらの設計例では大域的最適解があるいはそれに極めて近い設計解が得られていると判断できる。また、収束までのシンプレックス法の繰り返し回数は最大で 29 回、 $VEO$  の

修正回数も最大で2回であり、軸力による曲げ耐力の低下を考慮しない例と同様、収束性は良好であった。

表 5-7(A) 設計解の大域的最適性 (骨組 B,  $P_{NSD}=10\%$ ,  $P_{FD}=2.28\%$ )

| 部材        | $A_{MAX}$                  | $A_{MIN}$                  | 部材         | $A_{MAX}$                  | $A_{MIN}$                  |
|-----------|----------------------------|----------------------------|------------|----------------------------|----------------------------|
| 5F 柱      | 2.77                       | 2.76                       | RF 梁       | 0.920                      | 0.828                      |
| 4F 柱      | 2.77                       | 2.76                       | 5F 梁       | 0.994                      | 0.930                      |
| 3F 柱      | 2.77                       | 2.76                       | 4F 梁       | 1.08                       | 1.07                       |
| 2F 柱      | 3.05                       | 3.05                       | 3F 梁       | 1.33                       | 1.32                       |
| 1F 柱      | 3.05                       | 3.05                       | 2F 梁       | 1.35                       | 1.35                       |
| 単位        | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | 単位         | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| $W_{MAX}$ | $W_{MIN}$                  | $N_{LMAX}$                 | $N_{LMIN}$ | $N_{BMAX}$                 | $N_{BMIN}$                 |
| 26.0t     | 25.9t                      | 28                         | 18         | 2                          | 2                          |

表 5-7(B) 設計解の大域的最適性 (骨組 D,  $P_{NSD}=10\%$ ,  $P_{FD}=2.28\%$ )

| 部材        | $A_{MAX}$                  | $A_{MIN}$                  | 部材         | $A_{MAX}$                  | $A_{MIN}$                  |
|-----------|----------------------------|----------------------------|------------|----------------------------|----------------------------|
| 11F 柱     | 3.80                       | 3.80                       | RF 梁       | 1.24                       | 1.24                       |
| 10F 柱     | 3.80                       | 3.80                       | 11F 梁      | 1.35                       | 1.35                       |
| 9F 柱      | 3.80                       | 3.80                       | 10F 梁      | 1.47                       | 1.47                       |
| 8F 柱      | 5.45                       | 5.45                       | 9F 梁       | 1.69                       | 1.69                       |
| 7F 柱      | 5.45                       | 5.45                       | 8F 梁       | 2.59                       | 2.59                       |
| 6F 柱      | 5.45                       | 5.45                       | 7F 梁       | 2.41                       | 2.41                       |
| 5F 柱      | 6.29                       | 6.29                       | 6F 梁       | 2.47                       | 2.47                       |
| 4F 柱      | 6.29                       | 6.29                       | 5F 梁       | 2.88                       | 2.88                       |
| 3F 柱      | 6.29                       | 6.29                       | 4F 梁       | 2.79                       | 2.79                       |
| 2F 柱      | 6.26                       | 6.26                       | 3F 梁       | 2.59                       | 2.59                       |
| 1F 柱      | 6.26                       | 6.26                       | 2F 梁       | 2.43                       | 2.43                       |
| 単位        | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | 単位         | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ |
| $W_{MAX}$ | $W_{MIN}$                  | $N_{LMAX}$                 | $N_{LMIN}$ | $N_{BMAX}$                 | $N_{BMIN}$                 |
| 79.5t     | 79.5t                      | 34                         | 20         | 2                          | 2                          |

#### (4) モンテカルロ法による設計骨組の信頼性解析

表 5-8(A)~(D)は、 $P_{NSD}$ を 20,10,5,1(%)にそれぞれ指定した設計骨組の指定崩壊機構非形成確率  $P_{NS}$ 、全体崩壊機構形成確率  $P_G$  及び崩壊確率  $P_F$  を示している。また、[ ]内の数値は、確率  $P_F$  に対応する信頼性指標換算値を示す。これらの確率はモンテカルロ・シミュレーション法の手順に基づき、乱数による降伏応力度の決定と軸力による曲げ耐力の低下を考慮した塑性ヒンジ法による荷重増分解析を繰り返すことにより計算している。試行回数は 4000 回である。同表中の(A)と(B)は、比較のため、軸力による曲げ耐力の低下を考慮せずに設計した骨組の解析結果である。軸力による曲げ耐力の低下を考慮せずに設計した場合には、特

に 11 層骨組において、指定崩壊機構非形成確率および骨組崩壊確率が、制約値を大きく上回っている。このことから、指定崩壊機構非形成確率および骨組崩壊確率を制約した設計を行う上で、軸力による曲げ耐力の低下を考慮することが、非常に重要であることがわかる。一方、(C),(D)は、軸力による曲げ耐力の低下を考慮した設計骨組の解析結果であるが、 $P_{NS}$  は、いずれも制約値  $P_{NS0}$  を確実に下回っていることが確認できる。また、全体崩壊機構形成確率  $P_G$  は、99%を上回っている。 $P_F$  は骨組 B において、制約値 2.28%と良く対応している。骨組 D に関しては、この確率を若干上回っている。これは、限界状態関数における確率変数の非線形性に対するテーラー一次近似の誤差によるものと考えられる。

表 5-8(A) 指定崩壊機構非形成確率及び崩壊確率(骨組 B)  
(軸力による曲げ耐力の低下を考慮せずに設計)

| $P_{NS0}$ (%) | W (t) | $P_{NS}$ (%) | $P_G$ (%) | $P_F$ (%) [ $^{-1}(1 - P_F)$ ] |
|---------------|-------|--------------|-----------|--------------------------------|
| 20            | 24.8  | 20.7         | 99.1      | 3.38 [1.83]                    |
| 10            | 25.2  | 10.6         | 99.7      | 3.35 [1.83]                    |
| 5             | 25.5  | 4.88         | 99.8      | 3.23 [1.85]                    |
| 1             | 26.3  | 0.900        | 100       | 3.30 [1.84]                    |

表 5-8(B) 指定崩壊機構非形成確率及び崩壊確率(骨組 D)  
(軸力による曲げ耐力の低下を考慮せずに設計)

| $P_{NS0}$ (%) | W (t) | $P_{NS}$ (%) | $P_G$ (%) | $P_F$ (%) [ $^{-1}(1 - P_F)$ ] |
|---------------|-------|--------------|-----------|--------------------------------|
| 20            | 76.3  | 25.9         | 98.0      | 8.40 [1.38]                    |
| 10            | 77.7  | 14.2         | 99.3      | 8.13 [1.40]                    |
| 5             | 79.0  | 7.40         | 99.7      | 7.80 [1.42]                    |
| 1             | 81.9  | 1.33         | 100       | 7.48 [1.44]                    |

表 5-8(C) 指定崩壊機構非形成確率及び崩壊確率(骨組 B)  
(本節で示す方法による設計)

| $P_{NS0}$ (%) | W (t) | $P_{NS}$ (%) | $P_G$ (%) | $P_F$ (%) [ $^{-1}(1 - P_F)$ ] |
|---------------|-------|--------------|-----------|--------------------------------|
| 20            | 25.6  | 10.1         | 99.7      | 2.28 [2.00]                    |
| 10            | 25.9  | 4.38         | 99.8      | 2.28 [2.00]                    |
| 5             | 26.3  | 1.93         | 99.9      | 2.38 [1.98]                    |
| 1             | 27.0  | 0.525        | 100       | 2.30 [2.00]                    |

表 5-8(D) 指定崩壊機構非形成確率及び崩壊確率(骨組 D)  
(本節で示す方法による設計)

| $P_{NS0}$ (%) | W (t) | $P_{NS}$ (%) | $P_G$ (%) | $P_F$ (%) [ $^{-1}(1 - P_F)$ ] |
|---------------|-------|--------------|-----------|--------------------------------|
| 20            | 78.1  | 13.6         | 99.6      | 2.75 [1.91]                    |
| 10            | 79.5  | 6.98         | 100       | 2.63 [1.92]                    |
| 5             | 80.9  | 3.28         | 100       | 2.68 [1.92]                    |
| 1             | 83.8  | 0.500        | 100       | 2.73 [1.91]                    |

## 5.7 降伏強さのばらつきが崩壊機構指定骨組の経済性に与える影響

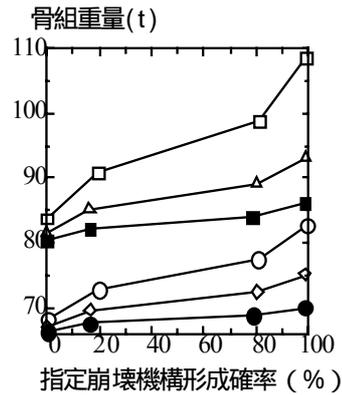
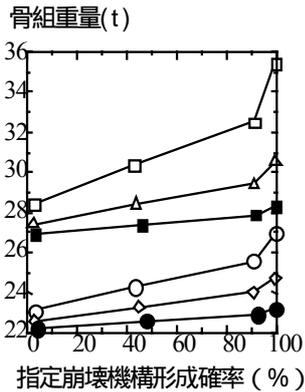
前述したように、本研究では、鋼材の降伏強さを確率変数として取り扱っているが、現在、建築構造用鋼材は、これまで用いられてきたSS材及びSM材から降伏強さのばらつきが比較的小さいSN材に移行されつつある。ここでは、このような降伏強さのばらつきの大きさが異なる種々の鋼材を想定し、降伏強さのばらつきの大きさが鋼構造最適設計骨組の経済性に与える影響について考察する。表5-9に示すように、降伏強さの平均値と変動係数がそれぞれ異なる6条件の鋼材を用いて考察する。F400 - 13 および F490 - 10 は、SS400、SM400 および SM490A の鋼材におおむね対応する。また、F400 - 7 および F490 - 6 は、SN400B および SN490B の鋼材におおむね対応する。これらの降伏強さの平均値および標準偏差は、文献 18)および某製鉄メーカーのSN鋼材の素材引張試験結果を参考にして決定している。また、F400 - 3.5 および F490 - 3 は、これらの鋼材よりさらに降伏強さのばらつきが小さい場合を参考として設定した。調査対象は、5-6節で用いられた骨組B及び骨組Dである。この節では、指定崩壊機構の形成が保証されない骨組も調査したいので、指定崩壊機構非形成確率を制約せず、 $v_{ED}$ を0.0,1.0,2.0,3.0にそれぞれ指定して設計した。その他の設計条件は、5-6節と同じである。図5-6(A),(B)は、骨組重量と指定崩壊機構形成確率との関係を、F400 - 13,F400 - 7,F400 - 3.5 および F490 - 10,F490 - 6,F490 - 3 について示したものである。これらの図より、指定崩壊機構形成確率が上がるに従い、骨組重量は確実に増加していることが確認できる。また、F490の方がF400に比べて、骨組重量が小さいことがわかる。さらに、降伏強さの平均値が同じ鋼材において、部材の降伏応力度のばらつきが大きければ、骨組重量の増加の度合いも大きいことが分かる。その逆の場合、つまり降伏強さのばらつきが小さければ、わずかの骨組重量の増加で梁降伏型全体崩壊機構の確実な形成が可能となることが分かる。表5-10は、文献19)を参考にして決定したそれぞれの鋼種の1tonあたり鉄鋼販売単価(円/t)を示している。この鉄鋼販売単価に基づいて計算した骨組コストと指定崩壊機構形成確率  $P_S$ との関係を図5-7に示す。なお、ここでの骨組コストとは鋼材の材料費のみとする。この図より、 $v_{ED}$ が小さい(指定崩壊機構形成確率が低い)場合は、F490-6,F400-7(SN材に対応)よりもF490-10、F400-13(SS及びSM材に対応)の方が骨組コストは低価格だが、 $v_{ED}$ を大きくする(指定崩壊機構形成確率を高くする)に従ってそれらの価格差は小さくなっていき、指定崩壊機構形成確率がほぼ100%に近くなるとF490-6(SN490Bに対応)が一番安くなることが分かる。これは、F490-6が最も高い単価ではあるが、降伏強さが大きくかつばらつきが小さいためであると考えられる。

表 5-9 鋼材名称

| 鋼材名称       | 降伏強さ               |      | 対応する鋼種 | 図中の記号 |
|------------|--------------------|------|--------|-------|
|            | 平均値                | 変動係数 |        |       |
| F400 - 13  | 2.8                | 13   | SS400  |       |
| F400 - 7   | 2.8                | 7    | SN400B |       |
| F400 - 3.5 | 2.8                | 3.5  |        |       |
| F490 - 10  | 3.7                | 10   | SM490  |       |
| F490 - 6   | 3.7                | 6    | SN490B |       |
| F490 - 3   | 3.7                | 3    |        |       |
| 単位         | tf/cm <sup>2</sup> | %    |        |       |

表 5-10 鉄鋼販売単価

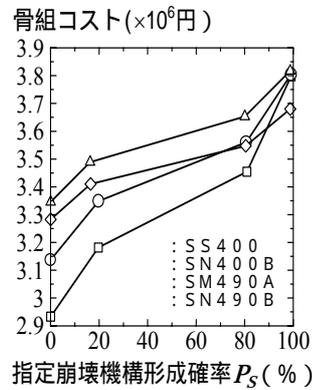
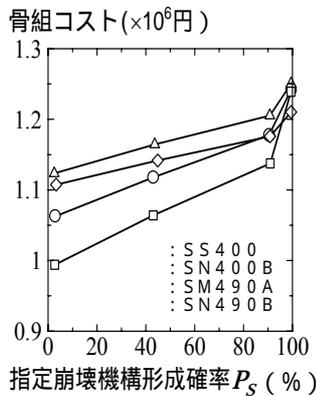
| 鋼材名称      | t 当たり単価      | 対応する鋼種 | 記号 |
|-----------|--------------|--------|----|
| F400 - 13 | 35,000 (円/t) | SS400  |    |
| F400 - 7  | 41,000 (円/t) | SN400B |    |
| F490 - 10 | 46,000 (円/t) | SM490  |    |
| F490 - 6  | 49,000 (円/t) | SN490B |    |



(A) 骨組 B

(B) 骨組 D

図 5-6 骨組重量 - 指定崩壊機構形成確率関係



(A) 骨組 B

(B) 骨組 D

図 5-7 骨組コスト - 指定崩壊機構形成確率関係

## 5.8 本章のまとめ

[1] 本章では、指定崩壊機構非形成確率および骨組崩壊確率を制約することが可能な鋼構造骨組のシステム信頼性制約下の最適信頼性設計手法を提案した。

[2] 提案設計手法を用いて、梁降伏型全体崩壊機構を指定崩壊機構とした数種類の鋼構造平面骨組の設計を行い、その設計解を示した。さらに、最適化手法の妥当性を検証するために、設計解の大域的最適性、収束性について調査を行った。大域的最適性に関しては、本設計法では大域的最適解あるいはそれと骨組重量の極めて近い設計解が得られていると推論し得る結果を得た。また収束までのシンプレックス法の繰り返し回数は最大でも 32 回、信頼性指標  $v_{E0}$  の修正回数も 2 回以内であり収束性は良好であった。

[3] 本手法により設計された骨組の指定崩壊機構非形成確率は上限の目標値  $P_{NS0}$  を確実に下回っていることが、モンテカルロ・シミュレーション法により確認できた。また、骨組の崩壊確率は、制約値  $P_{F0}$  と良い対応を示すことが確認できた。

[4] 軸力による曲げ耐力の低下を考慮した最適設計手法を示した。また、提案設計手法の妥当性を検証し、大域的最適性、収束性ともに良好な結果を得た。さらに、設計された骨組の指定崩壊機構非形成確率をモンテカルロ法により計算し、制約値  $P_{NS0}$  を確実に下回っていることが確認できた。また、骨組崩壊確率についても、制約値  $P_{F0}$  とおおむね良い対応を示すことが確認できた。

[5] 本論文で扱った設計例では、確実な梁降伏型全体崩壊機構の形成をめざす設計においては、降伏強さが高かつばらつきが小さい SN490B を使用するのが、材料費に関する限り経済的であるという結果が得られた。

## 参考文献

- 1) 桑村仁、佐々木道夫：部材の降伏耐力のばらつきが多層剛節骨組の崩壊メカニズムに与える影響について、構造工学論文集 Vol.34B, pp113 ~ 123, 1988.3
- 2) 桑村仁、佐々木道夫、加藤勉：降伏耐力のばらつきを考慮した全体崩壊メカニズム骨組の設計、日本建築学会構造系論文報告集 No.401, pp151 ~ 162, 1989.7
- 3) 小野徹郎、趙行剛、吉原和宏：確率極限解析法を用いた平面骨組構造物の COF 評価法、構造工学論文集 Vol.43B, pp377 ~ 382, 1997.3
- 4) 小野徹郎、趙行剛、吉原和宏：確率極限解析法を用いた平面骨組構造物の COF 評価法(2) 多層多スパン骨組への適用、構造工学論文集 Vol.45B, pp421 ~ 426, 1999.3
- 5) 小浜芳郎、高田豊文、宮村篤典、高瀬省三：システム信頼性制約下における剛接骨組の最小重量設計、構造工学論文集 Vol.41B, pp.223 ~ 229, 1995.3
- 6) 孫宏、大井謙一：目標崩壊機構を有する骨組構造物の塑性設計法、日本建築学会学術講演梗概集 B-1, pp.421 ~ 422, 1997.9
- 7) C.A.Cornell : Bounds on the Reliability of Structural Systems, J. of Struct. Eng. Div. ASCE, 93, ST1, pp.171~200, 1967
- 8) F.Moses, D.Stevenson : Reliability-based Structural Design, J. of Struct. Eng. Div. ASCE, 96, ST2, pp.221~244, 1970
- 9) A.H-S. Ang. : Analysis of Activity Networks under Uncertainty, J. of Eng. Mech. Div. ASCE, 101, EM4, 307-387, 1975
- 10) Ove Ditlevsen : Narrow Reliability Bounds for Structural Systems, J. Struct. Mech., 7(4), 453-472,

1979

- 11) Ove Ditlevsen : System Reliability Bounding by Conditioning, J. of Eng. Mech. Div. ASCE, 108, 708-718, 1982
- 12) D.M.Frangopol : A Reliability-based Optimization Technique for Automatic Plastic Design, Comp. Meth. in Appl. Mech. and Eng. 44, pp.105~117,1984
- 13) V.B. Watwood : Mechanism Generation for Limit Analysis of Frames, J. of Struct. Eng. Div. ASCE, 109, ST1, pp.1~158, 1979
- 14) Y.Murotsu, H.Okada, K.Taguchi, M.Grimmelt and M.Yonezawa : Automatic Generation of Stochastically Dominant Failure Modes of Frame Structures, Structural Safety, Vol.2, pp.17-25, 1984
- 15) R.E.Melchers and L.K.Tang : Dominant Failure Modes in Stochastic Structural Systems, Structural Safety, Vol.2, pp.127-143, 1984
- 16) 田中尚, 中村雄治 : 建築構造物の自動設計と最適設計, 培風館, 1973
- 17) 星谷勝、石井清 : 構造物の信頼性設計法、鹿島出版、1993
- 18) 青木博文,増田正之:素材引張試験結果による構造用鋼材の力学的性質に関する統計的調査,日本建築学会論文報告集,No.358, pp.94 ~ 105, 1985
- 19) (財)建設物価調査会編 : 建設物価,1998.12

## 第 6 章 崩壊機構と累積塑性変形を制御した鋼構造骨組の最小重量設計

### 6.1 本章の目的

第 3 章では、比例荷重を受ける鋼構造骨組の指定崩壊機構の形成を直接的かつ厳密に判定する方法を示し、指定崩壊機構形成のための制約条件と崩壊荷重に対する制約条件を取り扱った最小重量設計手法を提案した。また、第 4 章及び第 5 章では、各部材の降伏強さを確率変数とし、指定崩壊機構の形成される確率をも制約可能な最小重量設計手法を提案した。ただし、これまでの章では、外力を静的荷重としている。そこで、本章では、激震時における動的応答を考慮した崩壊機構指定骨組の最小重量設計問題が取り扱われる。

一般的な多層建築構造物の最適設計問題に対して、動的弾性応答を制約した研究は、これまでに数多く行われ<sup>1)~6)</sup>、地震外乱の応答スペクトル特性が指定されさえすれば、応答スペクトル法に基づいたこれらの提案設計手法により、かなり高い精度で層間変形や部材応力などの動的弾性応答を制約する最適設計が可能である。一方、動的弾塑性応答を直接制約した多層平面骨組の最適設計は、非線形時刻歴応答解析とその設計感度解析および数理計画法の適用により理論的には可能であるが<sup>例えば 7)~9)</sup>、現時点では、あまり有効な方法であるとは考えられていない<sup>14)17)</sup>。その主な理由として、以下が挙げられる。

#### ( 1 ) コンピュータによる計算時間

設計感度解析に基づく数理計画法を用いた最適設計では、多数回の応答解析が不可欠となる。それ自体でも計算時間のかかる時刻歴応答解析を多数回繰り返す必要が生じるため、現在のコンピュータの計算処理能力をもってしても莫大な計算時間がかかることになる。ただし、コンピュータのハードウェア面での進歩は、これから先も続くはずであり、遠くない将来、この問題が自動的に解決される可能性はないとは言えない。

#### ( 2 ) 設計用地震動 ( 加速度時刻歴 ) の選定

時刻歴応答解析に基づく最適設計では、設計用地震動の加速度時刻歴を選定しなければならない。応答スペクトル特性、位相特性にばらつきを有する地震動群の中から、特定の加速度時刻歴のみを選定し、それを採用することは、耐震設計における危険側の評価につながる。しかし、複数の地震動群への理論的拡張は困難であることが予想される。

#### ( 3 ) 大域的最適性に関する検証の困難さ

数理計画法に基づくアプローチでは、一般に、最適設計問題が非線形制約条件付最小化 ( または最大化 ) 問題として定式化されることが多い。このような問題は、特別な形でない限り、得られる解の大域的最適性が理論的に保証できない。そこで、本論文のこれまでの章で示したように、乱数等を用いて作成した多数の初期設計解を与え、設計解の大域的最適性を検証することが望ましい。しかし、前述の設計手法では、( 1 ) の理由から、このような検証が困難である。

これに対して、応答スペクトル法に基づく動的弾性応答解析の理論を基本として、弾塑性

応答を近似的に予測する方法を考え、地震時における弾塑性骨組の最大応答塑性率を間接的に指定した設計手法あるいは最適設計手法がいくつか提案されている<sup>10)~17)</sup>。

石丸らは、梁降伏型架構に対して、等価線形化法と応答スペクトル法により、梁部材塑性率が全層で同一の指定値となるような梁降伏モーメントを求める設計手法を提案している<sup>10)~12)</sup>。また、Shibata and Sozen は、RC骨組に対して、等価線形化法と応答スペクトル法を用いて、部材塑性率を目標値に近づける設計手法を提案し、記録地震波を入力地震波とした時刻歴応答解析により提案設計手法の精度を検証している<sup>13)</sup>。山田らは、多自由度せん断型構造物を対象として、Shibata and Sozen と同様、等価線形化法と応答スペクトル法を用いて、層塑性率を目標値に近づける最適設計手法を提案している<sup>14)</sup>。しかし、そこでは、提案設計手法の計算精度は検証されていない。中村、小坂は、レベル1 応答スペクトル適合地震外乱（中小地震）に対して、部材の材端縁ひずみの最大応答値が指定値となるように部材設計できる弾性応答制約設計手法を提案し、時刻歴応答解析により設計手法の精度を検証している。各層とも同一のひずみを指定した場合には、レベル2 の地震外乱（大地震）に対して、塑性変形が層方向に分散する挙動を呈することを示している<sup>15)</sup>。また、弾性限到達時の地震動のレベル2 地震動に対する比をレベル2 骨組余裕率と定義し、この骨組余裕率を用いて層塑性率を間接的に指定する設計手法を提案している<sup>16)</sup>。T.Nakamura, Tsuji and Takewaki は、大地震時における部材塑性率を Virtually Elastic Frame（弾性限を超えても線形弾性を仮定した骨組）における材端弾性ひずみ応答比（部材端ひずみ応答値の降伏ひずみ値に対する比）で近似することにより、全層でおおむね同一の部材塑性率を指定する設計手法を提案している<sup>17)</sup>。また、設計手法の精度を時刻歴応答解析により検証している<sup>17)</sup>。

このように、弾塑性骨組の最大応答塑性率を近似的かつ間接的に指定した設計手法あるいは最適設計手法が、いくつか提案されており、全層でほぼ同一でかつあまり大きくない塑性率が指定される場合、実際の（非線形時刻歴応答解析により得られる）最大応答塑性率は、指定値に近い値となることが示されている。

ところで、国内の鋼構造の研究分野では、激震時に被る部材の損傷量や部材の保有する塑性変形能力の評価のための指標としては、最大変形量よりもむしろ履歴エネルギー吸収量が有効であると考えられ、既に、累積塑性変形倍率<sup>18)</sup>が鋼構造部材の損傷量进行评估するための指標として広く用いられている<sup>例えば 19)~22)</sup>。また、国外では、マイナー則に基づく方法<sup>例えば 23)</sup>、履歴エネルギー吸収量に基づく方法<sup>例えば 24)</sup>、最大変形と履歴エネルギー吸収量を結合させた方法<sup>例えば 25)</sup>等が、鋼構造骨組あるいはRC骨組の損傷量进行评估するための指標として提案されている。

秋山らは、弾塑性多質点せん断系の時刻歴応答解析結果から各層の累積塑性変形倍率をおおむね均等にする降伏層せん断力係数分布（最適降伏せん断力係数分布）を決定し、構造物の降伏層せん断力分布の最適分布からのずれと構造物に投入されるエネルギーの釣り合いから各層の累積塑性変形倍率を簡便に予測する方法を提案している<sup>26)27)</sup>。また、それに基づいた耐震設計理論を構築している<sup>18)</sup>。しかし、このような地震時における累積塑性変形量を制約の対象とした建築骨組の設計手法に関する研究は、極めて数が少なく、また、最適設計手法に関する研究もほとんど存在しない。

本章の研究目的を以下に示す。

(1) 崩壊機構指定骨組の塑性化指定部位における一部材端あたりの平均累積塑性変形倍率の

予測式が示され、上述の予測式に基づく制約条件と応答スペクトル法に基づき決定された比例荷重下での指定崩壊機構形成のための制約条件を課した最小重量設計を行う。

(2) (1)で述べた2種類の制約条件が激震時においても有効に機能するか応答スペクトル適合人工地震動を入力地震動とした時刻歴応答解析により調査する。

(3) また、比例荷重下において塑性化指定部位が同時降伏するための制約条件を追加した最小重量設計も行い、このような制約条件が、激震時における部材の損傷分布に与える影響を調査する。

本章の概要を以下に示す。

まず、6.2節で基本仮定が述べられた後、6.3節で、応答スペクトル法(SRSS法)に基づいて決定された比例荷重のもとでの崩壊機構指定骨組の最小重量設計が行われる。制約条件としては、崩壊荷重を用いず、一部材端あたりの平均累積塑性変形倍率予測式が用いられる。また、最小重量設計骨組を対象とした、応答スペクトル適合人工地震動作用下の時刻歴応答解析が行われる。解析結果から、このような比例荷重のもとでの指定崩壊機構形成のための制約条件および前述の平均累積塑性変形倍率の予測式に基づく制約条件が、激震時においても有効に機能することが示される。しかし、たとえ梁降伏型全体崩壊機構が指定されていたとしても、個々の塑性化指定部位の累積塑性変形倍率には大きなばらつきがあることも解析結果から明らかにされる。そこで、6.4節では、塑性化指定部位の損傷分布を分散化させるための条件として、比例荷重下における部材の降伏の同時性を取り上げ、塑性化指定部位を同時降伏させる制約条件を追加した最小重量設計を行う。また、時刻歴応答解析結果からこのような同時降伏条件が、骨組部材の層方向の損傷分散化に大きな役割を果たすことが示される。

## 6.2 基本仮定

本節の最小重量設計では、以下の仮定が用いられる。

(基本仮定 6-1) 一定の設計用鉛直荷重 $\{P_0\}$ が載荷された後、設計用水平荷重 $\{P_H\}$ を単位荷重とする比例荷重が載荷される鋼構造骨組を対象とするが、その荷重分布は、後の節で示す設計用応答スペクトルに基づき、決定される。

(基本仮定 6-2) 部材の弾性変形に関して、軸伸縮及び曲げ変形を考慮する。

(基本仮定 6-3) 塑性ヒンジ理論を適用する。

(基本仮定 6-4) 塑性ヒンジの軸力による曲げ耐力の低下を第5章5.6.1節の式を用いて考慮する。

(基本仮定 6-5) 幾何学的非線形性を考慮しない。

(基本仮定 6-6) 降伏強さおよび設計荷重を確定変数とする。(本章では、確率論的展開はなされない。)

### 6.3 累積塑性変形骨組平均を制御した崩壊機構指定骨組の最小重量設計と激震時挙動

#### 6.3.1 設計用応答スペクトル

本研究では、文献 28)を参考にして作成した次式の応答スペクトルを設計用応答スペクトルとして採用する。

$$S_A(T, h) = \begin{cases} \left(1 + \frac{f_A - 1}{d \cdot Tc} \cdot T\right) \cdot \alpha(h) \cdot A & (0 \leq T \leq d \cdot Tc) \\ f_A \cdot \alpha(h) \cdot A & (d \cdot Tc \leq T \leq Tc) \\ \frac{f_A \cdot Tc}{T} \cdot \alpha(h) \cdot A & (Tc \leq T) \end{cases} \quad (6-1\sim 3)$$

$$S_V(T, h) = \frac{T}{2\pi} \cdot S_A(T, h) \quad (6-4)$$

T : 建物の固有周期

h : 建物の減衰定数

$S_A$ : 設計用加速度応答スペクトル (図 5-1 参照)

$S_V$ : 設計用速度応答スペクトル (図 5-2 参照)

上式中の各パラメータは、 $f_A = 2.5$ ,  $Tc = 0.5$ ,  $d = 0.5$  としている。

(h)は、2%減衰を基準とした減衰による応答スペクトルの低減係数を表し、次式により与えることにした。

$$\alpha(h) = \frac{R(h)}{R(0.02)} \quad (6-5)$$

$$R(h) = \sqrt{\frac{1 - e^{-4\pi h \tau}}{4\pi h \tau} [0.424 + \ln\{4\pi h \tau + 1.78\}]} \quad (6-6)$$

(6-6)式は、Rosenblueth ら<sup>20)</sup>参照により提案された無減衰応答に対する応答スペクトルの低減係数であり、地震継続時間の固有周期に対する比 (ここでは  $\tau = 10$  としている。) 減衰定数 h の関数となっている。

また、(6-1)式中の A は、1005(gal)としている。この値は、 $S_V(Tc, 0.02)$  が 200(kine) となるように決定している。

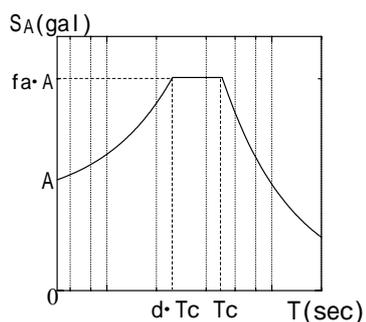


図 6-1 設計用加速度応答スペクトル

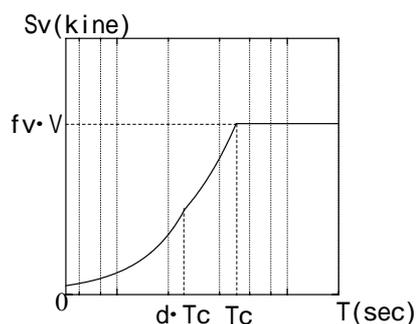


図 6-2 設計用速度応答スペクトル

### 6.3.2 設計用層せん断力

6.3.1 で示した設計用応答スペクトルを用いれば、多層建物の設計用層せん断力は、二乗和平方根法（SRSS法）により次式のように決定することができる。

$$Q_i = \sqrt{\sum_{m=1}^k \left[ \left( \sum_{j=1}^n w_j \beta_m u_{jm} \right) \cdot S_A(T_m, h_m) / g \right]^2} \quad (6-7)$$

$Q_i$ :  $i$  層のせん断力

$w_j$ :  $j$  層の重量

$m$ :  $m$  次刺激係数

$u_{jm}$ :  $j$  層の  $m$  次振動モード

$T_m$ :  $m$  次固有周期

$h_m$ :  $m$  次減衰定数 ( $h_1=0.02$ , 高次の減衰定数は、高次の固有振動数に比例するように決定。)

$n$ : 層数

$g$ : 重力加速度

### 6.3.3 指定崩壊機構形成のための制約条件

6.3.2 の設計用層せん断力を有する比例荷重作用下の鋼構造骨組の終局状態において指定崩壊機構が形成されるための制約条件を考慮する。指定崩壊機構形成のための制約条件は、第 3 章と同じ形であるが、重複を厭わず次式で示す。

$$V_{Ei} = \alpha_N \cdot Z_{Pi} s_{yi} - |m_{Xi}| > 0 \quad (i = 1, 2, \dots, Ne) \quad (6-8)$$

ここで、 $N_e$  は、非塑性化指定部位の総数を表す。また、下付き添え字  $i$  のある記号は、 $i$  番目の非塑性化指定部位に関する記号であることを表す。 $Z_p$  は、塑性断面係数、 $s_y$  は、降伏強さである。(6-8)式中の  $m_x$  は、非塑性化指定部位には塑性ヒンジが発生しない(常に弾性域)という条件下で荷重増分解析を行い、終局状態において指定崩壊機構が形成されるまでの非塑性化指定部位の曲げモーメントの最大値を表す。

### 6.3.4 累積塑性変形骨組平均に対する制約条件

崩壊機構指定骨組の塑性化指定部位における一部材端あたりの平均累積塑性変形倍率は、次式の  $\overline{\eta_s}$  で予測できる。

$$\overline{\eta_s} = \frac{E_p}{\sum_{i=1}^{N_p} m_{pi} \theta_{yi}} \quad (6-9)$$

本研究では、この  $\overline{\eta_s}$  を累積塑性変形骨組平均と呼ぶことにする。

(6-9)式の  $m_{pi}$  は、塑性化指定部位  $i$  の全塑性モーメントを表す。 $\theta_{yi}$  は、塑性化指定部位  $i$  の降伏回転角であり、次式を用いる。

$$\theta_{yi} = \frac{m_{pi} \cdot L_i}{6EI_i} \quad (6-10)$$

$L_i$ : 塑性化指定部位  $i$  が属する部材の材長

$I_i$ : 塑性化指定部位  $i$  の断面二次モーメント

(6-9)式の  $E_p$  は、地震時における骨組全体での塑性履歴エネルギー吸収量を表す。文献18)22)等の時刻歴応答解析結果から判断すれば、 $E_p$  は、次式によりおおむね予測することが可能である。

$$E_p = \frac{1}{2} \frac{W}{g} \{S_{VMAX}\}^2 \quad (6-11)$$

$W$ : 建物全重量

$g$ : 重力加速度

$S_{VMAX}$ : 設計用速度応答スペクトルの最大値

(6-11)式の $\overline{\eta}_S$ に対して、以下の制約条件を課す。

$$\overline{\eta}_S \leq \eta_0 \quad (6-12)$$

$\eta_0$  : 累積塑性変形骨組平均の制約値

### 6.3.5 最小重量設計問題

第2章で述べた部材断面性能間の関係式(3-4),(3-5)式を用いれば、最小重量設計問題は、以下に示す制約条件付き最小化問題として定式化できる。

Find  $A_1, A_2, \dots, A_{N_D}$  which minimize

$$f = \sum_{a=1}^{N_D} A_a L_a \quad (6-13)$$

subjected to eq.(6-8),(6-12) and

$$A_{L_a} \leq A_a \leq A_{U_a} \quad (a = 1, 2, \dots, N_D) \quad (6-14)$$

ここで、 $L_a$ 及び $L$ は、鋼材の単位体積重量、部材長、 $A_L, A_U$ は、設計変数に関する下限と上限の制約条件値を示す。

### 6.3.6 設計手順

設計フローを図6-3に示す。図に示すように、まず、設計条件の入力を行い、次に静的骨組解析による各層の剛性の計算と固有値解析により、応答スペクトル法に基づく設計用層せん断力分布を決定する。その後、6.3.5の最小重量設計問題を定式化し、SLP法<sup>29)</sup>により解く。このような固有値解析とSLPによる最適化を設計の変更量が十分小さくなるまで繰り返し、変更量が十分小さくなれば設計を終了する。

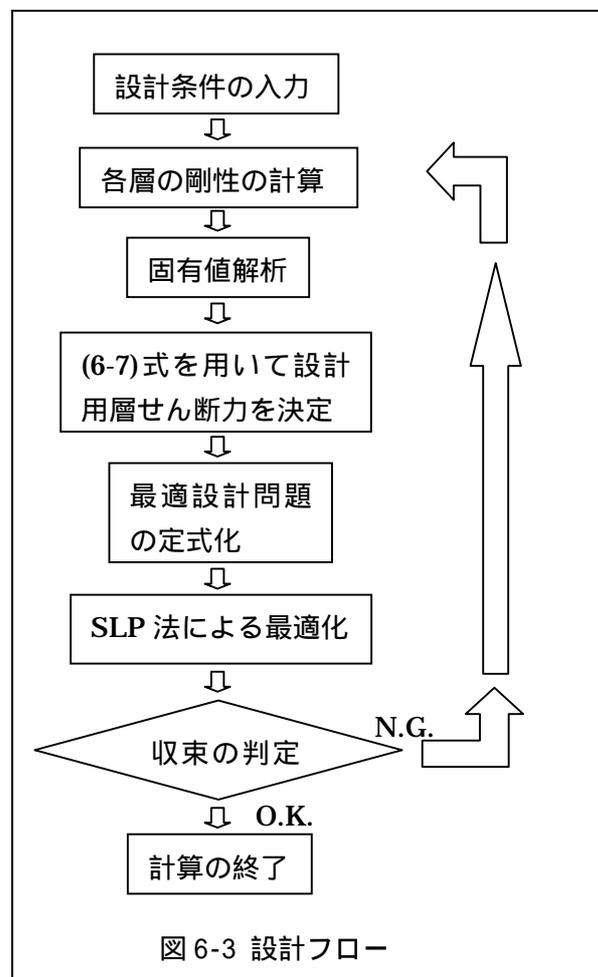


図6-3 設計フロー

### 6.3.7 最小重量設計

#### (1) 設計条件

設計骨組は、図 6-4(A)~(F)に示す 5 層 3 スパン (骨組 A)、8 層 3 スパン (骨組 B)、11 層 3 スパン (骨組 C)、8 層 2 スパン (骨組 D)、8 層 5 スパン (骨組 E) の鋼構造純ラーメン架構である。設計に関する条件を表 6-1 に示す。ヤング係数は  $2100(\text{tf}/\text{cm}^2)$ 、降伏強さは  $3.3(\text{tf}/\text{cm}^2)$  としている。また、使用する部材断面として柱は角形鋼管、梁は細幅系列の H 形鋼を想定し、第 3 章で述べた部材断面性能間の関係式(3-4),(3-5)式中の  $Z_P, I$  の値は、柱部材に対して、 $Z_P=0.95, I=1.08$ 、梁部材に対して、 $Z_P=1.78, I=3.65$  としている。部材断面のグルーピングについては、柱は、最下層のみ 2 層で 1 グループ、その他の層については、3 層で 1 グループである。梁は、各層で 1 グループとする。

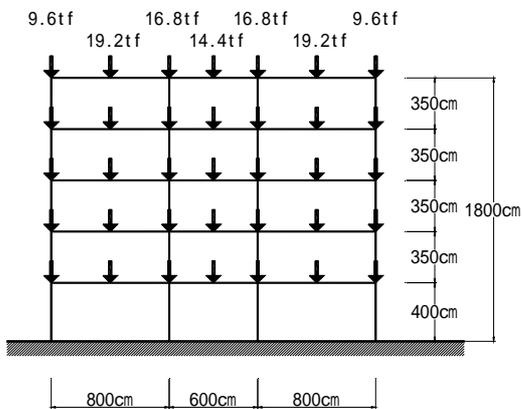


図 6-4(A)骨組 A

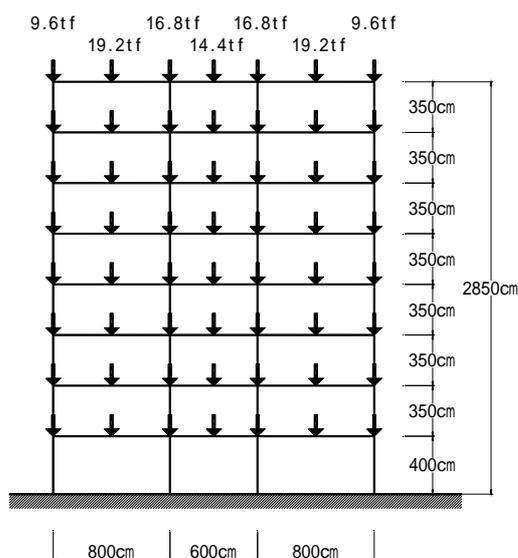


図 6-4(B)骨組 B

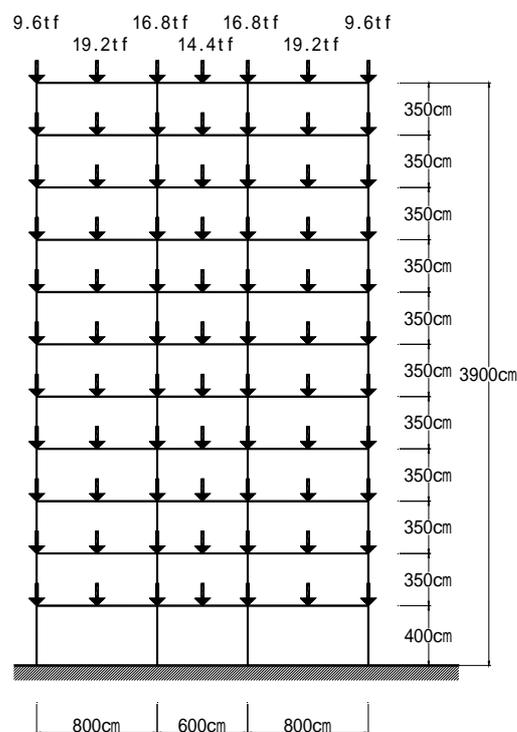


図 6-4(C)骨組 C

従って、設計変数の総数は、骨組Aが7、骨組Bが11、骨組Cは15、骨組Dは19、骨組E、骨組Fは11である。(6-8)式で用いられる累積塑性変形倍率に関する制約条件値  $\alpha$  は、3.0としている。

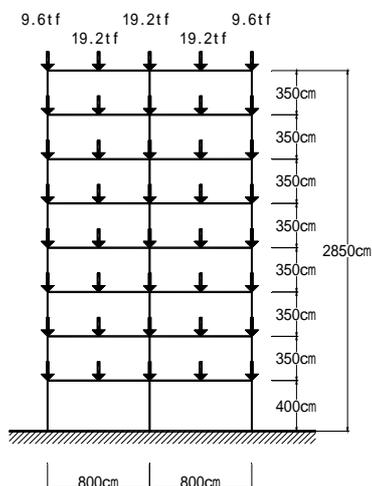


図 6-4(D)骨組 D

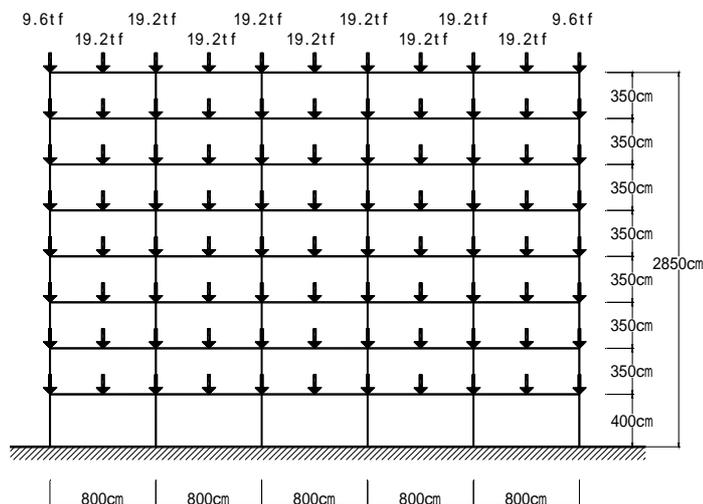


図 6-4(E)骨組 E

表 6-1 設計に関する諸条件

|            |                                     |
|------------|-------------------------------------|
| 設計用床荷重     | 0.8 (tf / m <sup>2</sup> )          |
| 層せん断力分布    | 設計用応答スペクトルに基づき計算                    |
| 指定崩壊機構     | 梁降伏先行形全体崩壊機構                        |
| 塑性化部位      | 梁端部，第1層柱脚部                          |
| 非塑性化部位     | 第1層柱脚部を除く柱端部，梁中央部                   |
| 降伏強さ $s_y$ | $s_y = 3.3$ (tf / cm <sup>2</sup> ) |
| $ZP$       | 0.949 (角形鋼管柱)， 1.783 (H形鋼梁)         |
| $I$        | 1.076 (角形鋼管柱)， 3.648 (H形鋼梁)         |

## (2) 最小重量設計骨組

表 6-2(A) ~ (E)は、最小重量設計骨組の部材断面積  $A$ (cm<sup>2</sup>)、全塑性モーメント  $m_p$ 、設計解の骨組重量  $W$ (t)、収束までに要したシンプレックス法の繰り返し回数  $N$ 、一次固有周期  $T$ (sec)、荷重増分解析による崩壊機構形成時ベースシャー比  $C_c$  を示している。与えた設計変数の初期値は、柱断面積 200cm<sup>2</sup>、梁断面積 100cm<sup>2</sup> である。ここで、崩壊機構形成時ベースシャー比  $C_c$  は、地震時における第1層弾性最大応答せん断力に対する崩壊機構形成時における第一層せん断力  $Q_1$  (6-7式) の比である。

表 6-2(A) 設計解 (骨組 A)

| 部材   | A                          | $m_p$                      | 部材   | A                          | $m_p$                      |
|------|----------------------------|----------------------------|------|----------------------------|----------------------------|
| 5F 柱 | 3.74                       | 2.27                       | RF 梁 | 0.750                      | 0.384                      |
| 4F 柱 | 3.74                       | 2.27                       | 5F 梁 | 2.11                       | 1.80                       |
| 3F 柱 | 3.74                       | 2.27                       | 4F 梁 | 2.08                       | 1.76                       |
| 2F 柱 | 4.31                       | 2.80                       | 3F 梁 | 2.57                       | 2.42                       |
| 1F 柱 | 4.31                       | 2.80                       | 2F 梁 | 2.65                       | 2.54                       |
| 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfcm})$ | 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfcm})$ |
|      | W (t)                      | N                          |      | T (s)                      | Cc                         |
|      | 40.0                       | 15                         |      | 0.651                      | 0.565                      |

表 6-2(B) 設計解 (骨組 B)

| 部材   | A                          | $m_p$                      | 部材   | A                          | $m_p$                      |
|------|----------------------------|----------------------------|------|----------------------------|----------------------------|
| 8F 柱 | 3.05                       | 1.67                       | RF 梁 | 0.750                      | 0.384                      |
| 7F 柱 | 3.05                       | 1.67                       | 8F 梁 | 1.67                       | 1.27                       |
| 6F 柱 | 3.05                       | 1.67                       | 7F 梁 | 1.72                       | 1.32                       |
| 5F 柱 | 4.07                       | 2.57                       | 6F 梁 | 1.97                       | 1.63                       |
| 4F 柱 | 4.07                       | 2.57                       | 5F 梁 | 2.63                       | 2.51                       |
| 3F 柱 | 4.07                       | 2.57                       | 4F 梁 | 2.53                       | 2.37                       |
| 2F 柱 | 4.41                       | 2.90                       | 3F 梁 | 2.75                       | 2.68                       |
| 1F 柱 | 4.41                       | 2.90                       | 2F 梁 | 2.70                       | 2.61                       |
| 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfcm})$ | 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfcm})$ |
|      | W (t)                      | N                          |      | T (s)                      | Cc                         |
|      | 62.7                       | 18                         |      | 1.013                      | 0.552                      |

表 6-2(C) 設計解 (骨組 C)

| 部材    | A                          | $m_p$                      | 部材    | A                          | $m_p$                      |
|-------|----------------------------|----------------------------|-------|----------------------------|----------------------------|
| 11F 柱 | 2.73                       | 1.42                       | RF 梁  | 0.750                      | 0.384                      |
| 10F 柱 | 2.73                       | 1.42                       | 11F 梁 | 1.67                       | 1.45                       |
| 9F 柱  | 2.73                       | 1.42                       | 10F 梁 | 1.72                       | 1.53                       |
| 8F 柱  | 3.58                       | 2.12                       | 9F 梁  | 1.97                       | 1.76                       |
| 7F 柱  | 3.58                       | 2.12                       | 8F 梁  | 2.63                       | 2.31                       |
| 6F 柱  | 3.58                       | 2.12                       | 7F 梁  | 2.53                       | 2.24                       |
| 5F 柱  | 4.20                       | 2.70                       | 6F 梁  | 1.97                       | 2.33                       |
| 4F 柱  | 4.20                       | 2.70                       | 5F 梁  | 2.63                       | 2.73                       |
| 3F 柱  | 4.20                       | 2.70                       | 4F 梁  | 2.53                       | 2.66                       |
| 2F 柱  | 4.46                       | 2.95                       | 3F 梁  | 2.75                       | 2.82                       |
| 1F 柱  | 4.46                       | 2.95                       | 2F 梁  | 2.70                       | 2.72                       |
| 単位    | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfcm})$ | 単位    | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfcm})$ |
|       | W (t)                      | N                          |       | T (s)                      | Cc                         |
|       | 85.5                       | 24                         |       | 1.389                      | 0.546                      |

表 6-2(D) 設計解 (骨組 D)

| 部材   | A                                    | m <sub>p</sub>           | 部材   | A                                    | m <sub>p</sub>           |
|------|--------------------------------------|--------------------------|------|--------------------------------------|--------------------------|
| 8F 柱 | 3.02                                 | 1.64                     | RF 梁 | 0.750                                | 0.384                    |
| 7F 柱 | 3.02                                 | 1.64                     | 8F 梁 | 1.67                                 | 1.27                     |
| 6F 柱 | 3.02                                 | 1.64                     | 7F 梁 | 1.73                                 | 1.34                     |
| 5F 柱 | 4.12                                 | 2.62                     | 6F 梁 | 1.96                                 | 1.62                     |
| 4F 柱 | 4.12                                 | 2.62                     | 5F 梁 | 2.63                                 | 2.52                     |
| 3F 柱 | 4.12                                 | 2.62                     | 4F 梁 | 2.53                                 | 2.37                     |
| 2F 柱 | 4.47                                 | 2.97                     | 3F 梁 | 2.75                                 | 2.66                     |
| 1F 柱 | 4.47                                 | 2.97                     | 2F 梁 | 2.52                                 | 2.36                     |
| 単位   | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) | × 10 <sup>4</sup> (tfcm) | 単位   | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) | × 10 <sup>4</sup> (tfcm) |
|      | W (t)                                | N                        |      | T (s)                                | Cc                       |
|      | 46.3                                 | 13                       |      | 1.069                                | 0.537                    |

表 6-2(E) 設計解 (骨組 E)

| 部材   | A                                    | m <sub>p</sub>           | 部材   | A                                    | m <sub>p</sub>           |
|------|--------------------------------------|--------------------------|------|--------------------------------------|--------------------------|
| 8F 柱 | 3.18                                 | 1.77                     | RF 梁 | 0.750                                | 0.386                    |
| 7F 柱 | 3.18                                 | 1.77                     | 8F 梁 | 1.72                                 | 1.33                     |
| 6F 柱 | 3.18                                 | 1.77                     | 7F 梁 | 1.72                                 | 1.33                     |
| 5F 柱 | 4.22                                 | 2.71                     | 6F 梁 | 1.95                                 | 1.60                     |
| 4F 柱 | 4.22                                 | 2.71                     | 5F 梁 | 2.67                                 | 2.57                     |
| 3F 柱 | 4.22                                 | 2.71                     | 4F 梁 | 2.51                                 | 2.34                     |
| 2F 柱 | 4.52                                 | 3.01                     | 3F 梁 | 2.74                                 | 2.67                     |
| 1F 柱 | 4.52                                 | 3.01                     | 2F 梁 | 2.81                                 | 2.78                     |
| 単位   | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) | × 10 <sup>4</sup> (tfcm) | 単位   | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) | × 10 <sup>4</sup> (tfcm) |
|      | W (t)                                | N                        |      | T (s)                                | Cc                       |
|      | 105.6                                | 16                       |      | 1.087                                | 0.547                    |

### 6.3.8 設計骨組の激震時挙動

#### (1) 時刻歴応答解析プログラム

時刻歴応答解析には、任意平面骨組の複合非線形解析プログラム CLAP.f<sup>30)31)</sup>を用いる。部材端作用力に対する初期降伏条件には、第 5 章で示した(5-29)~(5-30)式と同様の式が用いられている。また、塑性剛性行列の作成には、一般硬化塑性ヒンジ法<sup>30)31)</sup>参照が用いられている。数値積分法には、Newmark の 法( =1/4)が用いられている。

#### (2) 時刻歴応答解析の仮定

材料特性は、バイリニア型 (ヤング係数 2100tf/cm、降伏応力度 3.3 tf/cm<sup>2</sup>、ひずみ硬化 (弾性勾配の) 1/50) とする。数値積分の時間増分は 1/200(sec), 減衰は剛性比例型 (瞬間剛性) とし, 1 次モードの減衰定数を 0.02 とする。

### (3) 人工地震動

設計用応答スペクトルに適合する人工地震動を 10 波作成し、その平均値の挙動を調査する。これ以降に示す時刻歴応答解析結果は、すべて特に断りのない限り、人工地震動 10 波の平均応答が示されている。これらの人工地震動は、正弦波合成法<sup>32)</sup>により作成されている。計算には文献<sup>33)</sup>のプログラムが一部用いられている。包絡関数は、次式で示す Jennings 型のものを使用している<sup>33)</sup>参照。

$$E(t) = \begin{cases} (t/T_b)^2 & (0 \leq t \leq T_b) \\ 1 & (T_b \leq t \leq T_c) \\ e^{-a(t-T_c)} & (T_c \leq t \leq T_d) \end{cases} \quad (6-15)$$

上式において、 $T_b=3.8, T_c=19.4, T_d=40.96, a=0.11$ としている。

6.3.1 節の設計用速度応答スペクトルに対して、各評価点(ここでは、離散フーリエ変換における円振動数の各離散値に対応するすべての周期を評価点としている。)における自乗誤差の和の平方根が 5%以下となるよう作成している。位相特性は一様乱数を用いている。継続時間は 40.96 (sec)としている。作成した人工地震動の 1 つの加速度波形、加速度応答スペクトル及び速度応答スペクトルを図 6-5(A)~(C)に示す。

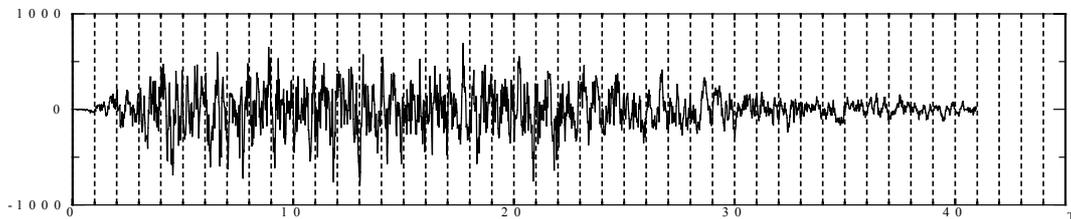


図 6-5(A) 加速度波形

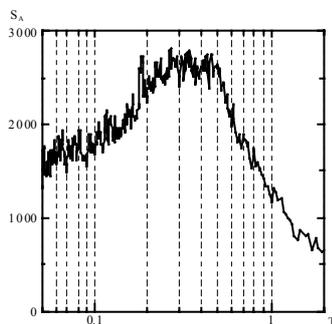


図 6-5(B) 加速度応答スペクトル

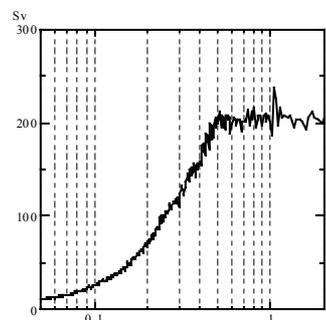


図 6-5(C) 速度応答スペクトル

#### (4) 激震時挙動

表 6-3(A)は、各最小重量設計骨組における材端累積塑性変形倍率骨組平均値 $\bar{\eta}_s$ の解析値と予測値を表している。解析値は、時刻歴応答解析により得られた地震終了時における各部材端の累積塑性変形倍率（塑性ヒンジ回転角の累積値の降伏回転角  $\theta_y$  に対する比）を骨組全体で平均した値である。予測値は、(6-9)式によるものである。予測値は、制約値  $\eta_0(=3.0)$ と一致しており、制約条件値一杯となっていることが分かる。一方、解析値は、骨組 A で、制約値を 10%程度超過しているものの、他の骨組では、制約値を下回っており、部材端の累積塑性変形倍率平均値の予測値に対する制約条件が激震時においても有効に機能していると考えられる。また、表 6-3(B)は、地震終了時における損傷に寄与するエネルギー入力/速度換算値の解析値と(6-11)式で用いた設計用速度応答スペクトルの最大値  $S_{VMAX}$  を表している。損傷に寄与するエネルギー入力の解析値は、骨組 A で  $S_{VMAX}$  を 10%超過しているものの、解析値と  $S_{VMAX}$  はよい対応を示している。図 6-6 は、時刻歴応答解析により得られた地震終了時における各柱梁部材端の累積塑性変形倍率を同一層内で平均した値を示している。非塑性化指定部位の柱の損傷（ 印）は、いずれの骨組も非常に小さく、比例荷重下における指定崩壊機構形成のための制約条件が激震作用下においても有効に機能していることがわかる。しかし、最下層柱脚および梁の損傷（ 印）は、各層でばらつきが大きく、たとえ梁降伏型全体崩壊機構の形成が比例荷重下において保証されていたとしても、梁部材端部の損傷分布は、必ずしも分散化されないことが分かる。

表 6-3(A) 部材端累積塑性変形倍率骨組平均値の解析値と予測値

|         | 骨組 A      | 骨組 B      | 骨組 C      | 骨組 D      | 骨組 E      |
|---------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|
| 解析値/予測値 | 3.37/3.00 | 2.41/3.00 | 2.28/3.00 | 2.47/3.00 | 2.39/3.00 |

表 6-3(B) 損傷に寄与するエネルギー入力の解析値と  $S_{VMAX}$ （速度換算値  $kine$ ）

|                 | 骨組 A    | 骨組 B    | 骨組 C    | 骨組 D    | 骨組 E    |
|-----------------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 解析値/ $S_{VMAX}$ | 218/200 | 181/200 | 184/200 | 189/200 | 191/200 |

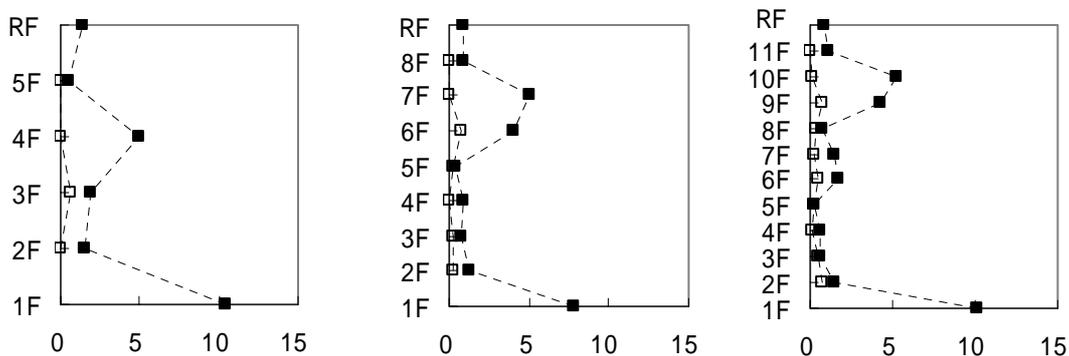


図 6-6(A) 部材端累積塑性変形倍率の層平均値（骨組 A,B,C）

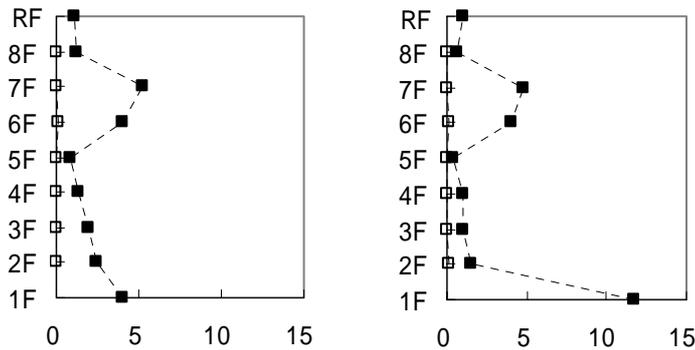


図 6-6(B) 部材端累積塑性変形倍率の層平均値 (骨組 D,E)

## 6.4 部材の同時降伏性を考慮した崩壊機構指定骨組の最小重量設計と激震時挙動

6.3 節では、応答スペクトル法に基づき決定された設計用比例荷重下において指定崩壊機構が形成されるための制約条件および塑性化指定部位における部材端累積塑性変形倍率平均値の予測値に対する制約条件を課した最小重量設計を行った。さらに、応答スペクトル適合人工地震動を入力地震動とした最小重量設計骨組の時刻歴応答解析を行い、部材端の累積塑性変形倍率平均値の予測値に対する制約条件が激震時においても有効に機能していることが確認された。また、柱の損傷は、いずれの骨組も最下層柱脚を除き、非常に小さく、比例荷重下における指定崩壊機構形成のための制約条件も激震作用下において有効に機能していることが確認された。しかし、梁部材端部の累積塑性変形倍率は、各層でばらつきが大きく、たとえ梁降伏型全体崩壊機構の形成が比例荷重下において保証されていたとしても、最下層柱脚部および梁部材端部の損傷分布は、必ずしも分散化されないことも明らかとなった。そこで、本節では、塑性化指定部位が比例荷重下において同時に降伏するための制約条件を示し、それを追加した最小重量設計を行う。また、時刻歴応答解析により、この制約条件が塑性化指定部位の損傷分布に与える影響を調査する。

### 6.4.1 塑性化指定部位の同時降伏のための制約条件

ここでは、塑性化指定部位の同時降伏のための制約条件として、(6-7)式の層せん断力分布を有する静的荷重作用下における材端弾性曲げモーメントの最大値の全塑性モーメントに対する比  $m_{MAXCi} / m_{PCK}$ 、 $m_{MAXBi} / m_{PBi}$  が、塑性化指定部位を含むすべての設計変数部材で同一となる条件を用いる。この制約条件は、文献 17) や 15) の方法と式の形やアプローチの仕方は異なるが、ほぼ同様の効果を有すると考えられる。また、この制約条件は、応答スペクトル法に基づいて決定した設計用比例荷重下において塑性化指定部位を同時降伏させることを意味する。

(1) 梁部材の塑性化指定部位

$$\frac{m_{pB_i} / m_{\max B_i}}{\left( m_{pB} / m_{\max B} \right)_M} \geq 1 - \varepsilon_B \quad (i = 1, 2, \dots, N_{DB}) \quad (6-16)$$

$$\left( m_{pB} / m_{\max B} \right)_M = \frac{\sum_{i=1}^{N_{DB}} \left( m_{pB_i} / m_{\max B_i} \right)}{N_{DB}} \quad (6-17)$$

$m_{pB_i}$ :  $i$  番目の梁部材設計変数の全塑性モーメント

$m_{\max B_i}$ :  $i$  番目の梁部材設計変数に作用する材端モーメントの最大値

$N_{DB}$ : 梁部材設計変数の総数

(2) 柱部材の塑性化指定部位

$$\frac{m_{pC_i} / m_{\max C_i}}{\alpha_C \cdot \left( m_{pB} / m_{\max B} \right)_M} \geq 1 \quad (i = 1, 2, \dots, N_{DC}) \quad (6-18)$$

$m_{pC_i}$ :  $i$  番目の柱部材設計変数の全塑性モーメント

$m_{\max C_i}$ :  $i$  番目の柱部材設計変数に作用する材端モーメントの最大値

$N_{DC}$ : 柱部材設計変数の総数

上式中の材端曲げモーメントは、(6-7)式の層せん断力分布を有する外力を作用させたときの弾性解析値である。 $\varepsilon_B$ は、許容誤差を表すパラメータであり、ここでは、0.001とする。上式が満足されれば、比例荷重下においてすべての梁の塑性化指定部位が同時降伏するため、地震時においても塑性化指定部位がおおむね均等に損傷を受けることが期待できる。また、 $\alpha_C$ は、柱の塑性化指定部位（最下層柱脚）の損傷の集中を防止するための強度的余裕を確保するパラメータであり、ここでは、 $\alpha_C$ は、1.05としている。

#### 6.4.2 最小重量設計

6.3.5節の最小重量設計問題に制約条件式として(6-16)式および(6-18)式が追加されるが、設計手順は、6.3.6節と基本的に同じである。また、基本的な設計条件も6.3.6節と同じである。

最小重量設計骨組の部材断面積  $A(\text{cm}^2)$ 、全塑性モーメント  $m_p$ 、設計解の骨組重量  $W(\text{t})$ 、収束までに要したシンプレックス法の繰り返し回数  $N$ 、一次固有周期  $T(\text{sec})$ 、荷重増分解析による崩壊機構形成時ベースシャー比  $C_c$  を表 6-4 に示す。

表 6-4(A) 設計解 (骨組 A)

| 部材   | A                          | $m_p$                      | 部材   | A                          | $m_p$                      |
|------|----------------------------|----------------------------|------|----------------------------|----------------------------|
| 5F 柱 | 3.78                       | 2.30                       | RF 梁 | 0.750                      | 0.384                      |
| 4F 柱 | 3.78                       | 2.30                       | 5F 梁 | 1.89                       | 1.53                       |
| 3F 柱 | 3.78                       | 2.30                       | 4F 梁 | 2.25                       | 1.98                       |
| 2F 柱 | 4.78                       | 3.28                       | 3F 梁 | 2.57                       | 2.43                       |
| 1F 柱 | 4.78                       | 3.28                       | 2F 梁 | 2.52                       | 2.36                       |
| 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfcm})$ | 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfcm})$ |
|      | W (t)                      | N                          |      | T (s)                      | Cc                         |
|      | 41.0                       | 13                         |      | 0.639                      | 0.565                      |

表 6-4(B) 設計解 (骨組 B)

| 部材   | A                          | $m_p$                      | 部材   | A                          | $m_p$                      |
|------|----------------------------|----------------------------|------|----------------------------|----------------------------|
| 8F 柱 | 3.14                       | 1.74                       | RF 梁 | 0.750                      | 0.384                      |
| 7F 柱 | 3.14                       | 1.74                       | 8F 梁 | 1.51                       | 1.09                       |
| 6F 柱 | 3.14                       | 1.74                       | 7F 梁 | 1.84                       | 1.47                       |
| 5F 柱 | 4.29                       | 2.79                       | 6F 梁 | 2.13                       | 1.83                       |
| 4F 柱 | 4.29                       | 2.79                       | 5F 梁 | 2.40                       | 2.19                       |
| 3F 柱 | 4.29                       | 2.79                       | 4F 梁 | 2.54                       | 2.39                       |
| 2F 柱 | 5.06                       | 3.56                       | 3F 梁 | 2.73                       | 2.65                       |
| 1F 柱 | 5.06                       | 3.56                       | 2F 梁 | 2.55                       | 2.40                       |
| 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfcm})$ | 単位   | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfcm})$ |
|      | W (t)                      | N                          |      | T (s)                      | Cc                         |
|      | 64.8                       | 16                         |      | 0.989                      | 0.548                      |

表 6-4(C) 設計解 (骨組 C)

| 部材    | A                          | $m_p$                      | 部材    | A                          | $m_p$                      |
|-------|----------------------------|----------------------------|-------|----------------------------|----------------------------|
| 11F 柱 | 2.75                       | 1.43                       | RF 梁  | 0.840                      | 0.450                      |
| 10F 柱 | 2.75                       | 1.43                       | 11F 梁 | 1.30                       | 0.869                      |
| 9F 柱  | 2.75                       | 1.43                       | 10F 梁 | 1.63                       | 1.22                       |
| 8F 柱  | 3.87                       | 2.38                       | 9F 梁  | 1.89                       | 1.53                       |
| 7F 柱  | 3.87                       | 2.38                       | 8F 梁  | 2.11                       | 1.81                       |
| 6F 柱  | 3.87                       | 2.38                       | 7F 梁  | 2.25                       | 1.99                       |
| 5F 柱  | 4.70                       | 3.20                       | 6F 梁  | 2.41                       | 2.20                       |
| 4F 柱  | 4.70                       | 3.20                       | 5F 梁  | 2.57                       | 2.43                       |
| 3F 柱  | 4.70                       | 3.20                       | 4F 梁  | 2.67                       | 2.56                       |
| 2F 柱  | 5.41                       | 3.94                       | 3F 梁  | 2.81                       | 2.77                       |
| 1F 柱  | 5.41                       | 3.94                       | 2F 梁  | 2.56                       | 2.41                       |
| 単位    | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfcm})$ | 単位    | $\times 10^2(\text{cm}^2)$ | $\times 10^4(\text{tfcm})$ |
|       | W (t)                      | N                          |       | T (s)                      | Cc                         |
|       | 89.8                       | 17                         |       | 1.341                      | 0.559                      |

表 6-4(D) 設計解 (骨組 D)

| 部材   | A                                    | m <sub>p</sub>                        | 部材   | A                                    | m <sub>p</sub>                        |
|------|--------------------------------------|---------------------------------------|------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 8F 柱 | 3.12                                 | 1.73                                  | RF 梁 | 0.750                                | 0.384                                 |
| 7F 柱 | 3.12                                 | 1.73                                  | 8F 梁 | 1.46                                 | 1.04                                  |
| 6F 柱 | 3.12                                 | 1.73                                  | 7F 梁 | 1.91                                 | 1.56                                  |
| 5F 柱 | 4.35                                 | 2.84                                  | 6F 梁 | 2.13                                 | 1.83                                  |
| 4F 柱 | 4.35                                 | 2.84                                  | 5F 梁 | 2.38                                 | 2.16                                  |
| 3F 柱 | 4.35                                 | 2.84                                  | 4F 梁 | 2.57                                 | 2.42                                  |
| 2F 柱 | 4.85                                 | 3.35                                  | 3F 梁 | 2.76                                 | 2.70                                  |
| 1F 柱 | 4.85                                 | 3.35                                  | 2F 梁 | 2.42                                 | 2.22                                  |
| 単位   | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) | × 10 <sup>4</sup> (tfc <sub>m</sub> ) | 単位   | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) | × 10 <sup>4</sup> (tfc <sub>m</sub> ) |
|      | W (t)                                | N                                     |      | T (s)                                | C <sub>c</sub>                        |
|      | 47.6                                 | 16                                    |      | 1.051                                | 0.540                                 |

表 6-4(E) 設計解 (骨組 E)

| 部材   | A                                    | m <sub>p</sub>                        | 部材   | A                                    | m <sub>p</sub>                        |
|------|--------------------------------------|---------------------------------------|------|--------------------------------------|---------------------------------------|
| 8F 柱 | 3.25                                 | 1.84                                  | RF 梁 | 0.750                                | 0.386                                 |
| 7F 柱 | 3.25                                 | 1.84                                  | 8F 梁 | 1.48                                 | 1.06                                  |
| 6F 柱 | 3.25                                 | 1.84                                  | 7F 梁 | 1.95                                 | 1.60                                  |
| 5F 柱 | 4.42                                 | 2.91                                  | 6F 梁 | 2.15                                 | 1.86                                  |
| 4F 柱 | 4.42                                 | 2.91                                  | 5F 梁 | 2.38                                 | 2.16                                  |
| 3F 柱 | 4.42                                 | 2.91                                  | 4F 梁 | 2.61                                 | 2.49                                  |
| 2F 柱 | 5.37                                 | 3.90                                  | 3F 梁 | 2.81                                 | 2.78                                  |
| 1F 柱 | 5.37                                 | 3.90                                  | 2F 梁 | 2.49                                 | 2.31                                  |
| 単位   | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) | × 10 <sup>4</sup> (tfc <sub>m</sub> ) | 単位   | × 10 <sup>2</sup> (cm <sup>2</sup> ) | × 10 <sup>4</sup> (tfc <sub>m</sub> ) |
|      | W (t)                                | N                                     |      | T (s)                                | C <sub>c</sub>                        |
|      | 109.1                                | 18                                    |      | 1.060                                | 0.546                                 |

### 6.4.3 激震時挙動

塑性化指定部位の同時降伏制約条件を追加した最小重量設計骨組の地震終了時における各柱梁部材端の累積塑性変形倍率層平均値を図 6-7 に示す。図 6-7(A)は、 $\rho_0=3$  における骨組(塑性化指定部位、柱非塑性化指定部位)であり、前節の同時降伏制約が考慮されない骨組(塑性化指定部位、柱非塑性化指定部位)も示されている。両者を比較すると、同時降伏制約の考慮された骨組は、塑性化指定部位(最下層柱脚および各層の梁端部)の損傷が層方向に分散化されていることが確認できる。このことから、設計用応答スペクトルに基づいて決定された比例荷重のもとで、塑性化指定部位を同時降伏させる条件は、地震時における部材の損傷の分散化に大きな役割を果たすものと考えられる。図 6-7(B)は、 $\rho_0=3$  の骨組(塑性化指定部位、柱非塑性化指定部位)と  $\rho_0=9$  の骨組(塑性化指定部位、柱非塑性化指定部位)の材端累積塑性変形倍率層平均値を示している。これらの図から、材端累積塑性変形倍率は必ずしも高い精度で均等化されているとは言えないが、 $\rho_0$  による制約と同時降伏制約により、材端累積塑性変形倍率の層平均値を概ね  $\rho_0$  の値前後に制御できていることがわかる。また、柱の非塑性化指定部位の材端累積塑性変形倍率( )は、梁端に比べて非

常に小さく、崩壊機構形成のための制約がここでも有効に機能していることが確認できる。

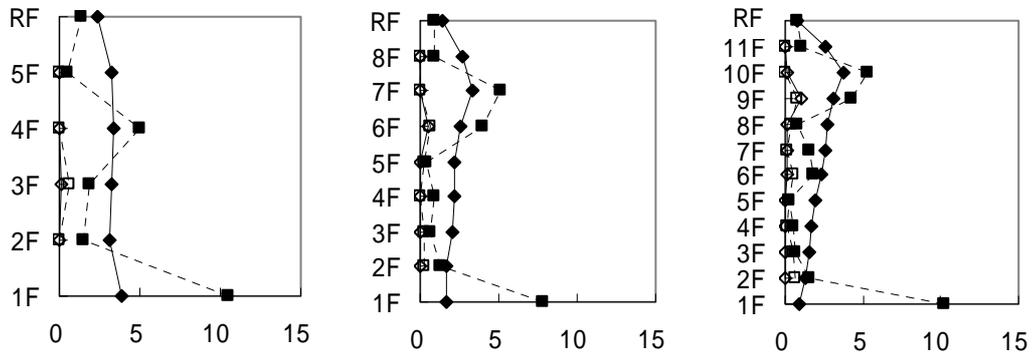


図 6-7(A)~(C) 部材端累積塑性変形倍率の層平均値 ( $\sigma_0=3$ ) (骨組 A~C)

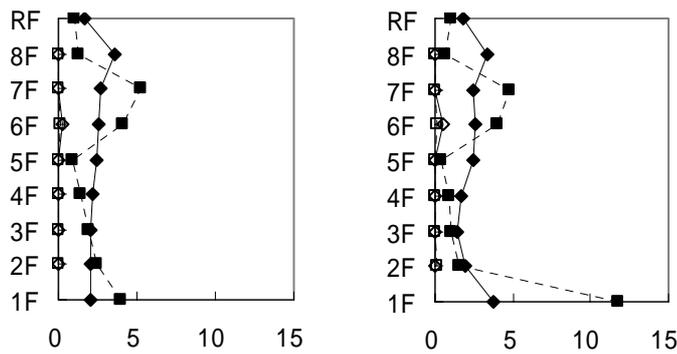


図 6-7(D),(E) 部材端累積塑性変形倍率の層平均値 ( $\sigma_0=3$ ) (骨組 D,E)

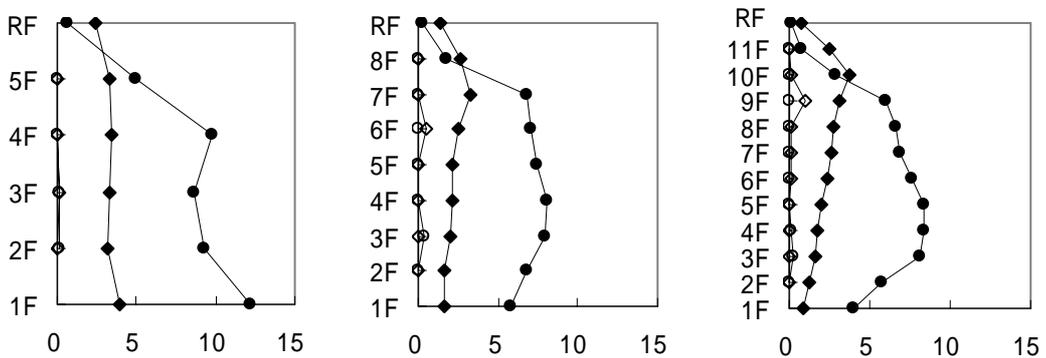


図 6-8(A)~(C) 部材端累積塑性変形倍率の層平均値 ( $\sigma_0=3,9$ ) (骨組 A~C)

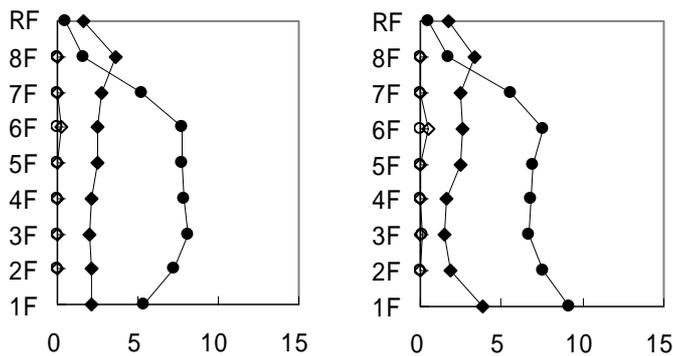


図 6-8(D),(E) 部材端累積塑性変形倍率の層平均値 ( $\mu_0=3,9$ ) (骨組 D,E)

## 6.5 本章のまとめ

[1] 崩壊機構指定骨組の塑性化指定部位における一部材端あたりの平均累積塑性変形倍率の予測式が示され、上述の予測式に基づく制約条件と応答スペクトル法に基づき決定された比例荷重下での指定崩壊機構形成のための制約条件を課した最小重量設計問題を定式化し、その設計手法を提案した。

[2] [1]の設計手法を用いて、最小重量設計骨組を多数設計し、応答スペクトル適合人工地震動を入力地震動とした時刻歴応答解析を行った。その結果、設計手法には、比例荷重が用いられているにもかかわらず、[1]で述べた2種類の制約条件は、激震時においても有効に機能していることが確認できた。

[3] しかし、前述の時刻歴応答解析結果では、塑性化指定部位の損傷分布は、各層でかなり大きなばらつきを有することも明らかとなった。そこで、比例荷重下において塑性化指定部位が同時に降伏するための制約条件を追加した最小重量設計も行い、同時降伏制約条件が、激震時における部材の損傷分布に与える影響を調査した。解析結果から、このような制約条件が、激震時における層方向の損傷の分散化に大きな役割を果たすことが明らかにされた。

[4] 必ずしも高い精度とは言えないが、累積塑性変形倍率骨組平均値の制約と塑性化指定部位の同時降伏制約により、材端累積塑性変形倍率の層平均値を、概ね制約値  $\mu_0$  の前後に制御できることが示された。

## 参考文献

- 1) B.Kato, Y.Nakamura and H.Anraku : Optimum Earthquake Design of Shear Buildings, J. of Eng. Mech. Div. ASCE, Vo.98, EM4, pp.890~910, 1972
- 2) E.Rosenblueth and A.Asfura : Optimum Seismic Design of Linear Shear Buildings, J. of Struct. Div. ASCE, Vo.102, ST3, pp.1077~1084, 1976
- 3) F.Y.Cheng and M.E.Boltkin : Nonlinear Optimum Design of Dynamic Damped Frames, J. of Struct.

- Div. ASCE, Vo.102, ST3, pp.609~627, 1976
- 4) 中村恒善、久徳敏治、向井久夫：地震時弾性応答制約条件下での鋼構造骨組の最適設計、第一回電子計算機利用シンポジウム、pp.247~252、1979
  - 5) 中村恒善：建築骨組の最適設計、丸善、pp.307~328、1980
  - 6) T.Nakamura and T.Yamane : Optimum Design and Earthquake-Response Constrained Design of Elastic Shear Buildings, Earthquake Eng. Struct. Dyn. , Vol.14, pp.797~815, 1986
  - 7) D.Ray, K.S.Pister and E.Polak : Sensitivity Analysis for Hysteretic Dynamic Systems : Theory and Applications, Comp. Meth. Appl. Mech. Eng., Vol.14, pp.179~208, 1978
  - 8) R.J.Balling, K.S.Pister and V.Campi : Optimal Seismic-Resistant Design of A Planar Steel Frame, Earthquake Eng. Struct. Dyn. , Vol.14, pp.797~815, 1986
  - 9) Y.T.Lin, T.T.Chung and T.C.Sun : Dynamic Response Optimization of Nonlinear Structures with Viscous Damping Effects for Design-Dependent Cyclic Loads, Comp. & Struct., Vol.45, No.3, pp.461~469, 1992
  - 10) 田治見宏、石丸辰治：「塑性率制御法」について ,日本建築学会論文報告集 No.214 ,pp.17~25 , 1973.12
  - 11) 石丸辰治：塑性率制御法 梁降伏型架構について(その1) 、日本建築学会論文報告集 No.232 , pp.17~25 , 1975.6
  - 12) 石丸辰治：塑性率制御法(梁降伏型架構について その2 )、日本建築学会論文報告集 No.233 , pp.61~68 , 1975.7
  - 13) A.Shibata and M.A.Sozen : Substitute-Structure Method for Seismic Design in R/C, J. of Struct. Div. ASCE, Vo.102, ST1, pp.1~18, 1976
  - 14) 山田善一、家村浩和、古川浩平、坂本幸三：目標塑性率に基づく最適弾塑性耐震設計法に関する研究、土木学会論文報告集 No.341 , pp.87~95 , 1984.1
  - 15) 中村恒善、小坂郁夫：平面建築骨組の指定設計ひずみに対する地震応答制約設計法、日本建築学会構造系論文報告集 No.430 , pp.79~89 , 1991.12
  - 16) 中村恒善、小坂郁夫：弾塑性骨組の指定設計用変形指標に対する2段階地震応答制約設計法、日本建築学会構造系論文報告集 No.439 , pp.89~101 , 1992.9
  - 17) T. Nakamura, M.Tsuji and I.Takewaki : Design of Steel Frames for Specified Seismic Member Ductility via Inverse Eigenmode Formulation, Comp. & Struct. Vol.47, No.6, pp.1017-1030, 1993
  - 18) 秋山宏：建築物の耐震極限設計、東京大学出版会、1987
  - 19) 日本建築学会：鋼管構造の挙動と設計に関する最近の研究、pp.78~113、1994
  - 20) 日本建築学会：建築耐震設計における保有耐力と変形性能、1990
  - 21) 長谷川隆：被災した5階建てS造建物、シンポジウム兵庫県南部地震における地震動と建築物の応答、日本建築学会関東支部構造部会、pp.33~39、1995
  - 22) 建設省建築研究所 鋼材倶楽部：数値解析研究会研究報告書、1995
  - 23) G.Ballio and C.A.Castiglioni : An Approach to the Seismic Design of Steel Structures Based on Cumulative Damage Criteria, Earthquake Eng. Struct. Dyn. , Vol.23, pp.969~986, 1994
  - 24) S.Mahin and V.V.Bertero : An Evaluation of Inelastic Seismic Design Spectra, J. of Struct. Div. ASCE, Vo.107, ST9, pp.1777~1795, 1981
  - 25) Y.J.Park and A.H.-S.Ang : Mechanistic Seismic Damage Model for Reinforced Concrete, J. of

Struct. Div. ASCE, Vo.111, ST4, pp.722~739, 1985

- 26) 加藤勉、秋山宏：地震時における鋼構造せん断型多層骨組の損傷分布則、日本建築学会論文報告集、pp.61~68、No.270、1978.8
- 27) 秋山宏：地震時における鋼構造ラーメン骨組の損傷分布則、日本建築学会論文報告集、No.309、pp.53~59、1981.11
- 28) 日本建築学会：建築物荷重指針・同解説、1993
- 29) 田中尚、中村雄治：建築構造物の自動設計と最適設計、培風館、1973
- 30) 小川厚治、多田元英：柱・はり接合部変形を考慮した静的・動的応答解析プログラムの開発、第17回情報・システム・利用技術シンポジウム論文集、pp79-84、1994.12
- 31) 多田元英：CLAP.f 利用説明書・解析方法説明書、鋼材倶楽部
- 32) 理論地震動研究会編：地震動 その合成と波形処理、鹿島出版会、1994
- 33) 大崎順彦：新・地震動のスペクトル解析入門、鹿島出版会、1994

## 第 7 章 結論

第 2 章から第 6 章の各章で得られた研究成果を以下に要約する。

第 2 章「'81 年耐震設計基準に基づく弾性・塑性同時制約条件下の鋼構造骨組の最小重量設計」では、既存耐震設計基準に基づく弾性制約条件、塑性制約条件およびその両方の制約条件を課した最適設計問題が取り扱われた。特に、最適塑性設計問題では、コンパクト法により得られる崩壊機構情報を記憶・蓄積して利用することにより、複数の塑性制約条件群を作成する方法が提案された。この方法では、塑性制約条件が設計変数に対して陽な、少数かつ複数の崩壊機構における不等号制約条件群で定式化できるため、非線形数理計画法に基づく最適弾性設計との同時最適化が可能である。既存耐震設計基準の弾性制約条件と塑性制約条件の両方を段階的にではなく同時に取り扱うことが可能な鋼構造平面骨組の一般的最適設計手法が示され、種々の設計例に対して、解の大域的最適性・収束性に関する検証が行われた。塑性制約条件が取り扱われる場合には、与えた初期設計解によって異なる設計解が得られるケースも見られたが、構造重量の差異は、非常に小さく、どの設計解を最適解としてもよいと判断できる結果であった。また、SLP 法の本問題における収束性状は、良好であった。ただし、対象とする骨組の規模が大きくなり設計変数が増加する場合には、例えば 14 層骨組で収束までに要するシンプレックス法の繰り返し回数が 50 回程度となり、その収束性状が若干悪化する傾向が見られた。

第 3 章「鋼構造骨組の指定崩壊機構形成のための条件と崩壊機構を指定した最小重量設計」では、比例荷重を受ける鋼構造骨組に対して、骨組の崩壊荷重だけでなく、形成される崩壊機構の形をも制約可能な最適設計問題が取り扱われた。まず、設計者により指定される望ましい崩壊機構（指定崩壊機構）が形成されているかを判定するための方法として、塑性ヒンジの発生を許容しない部位のみを弾性仮定とする荷重増分解析に基づく方法が採用され、指定崩壊機構形成のための制約条件式が導かれた。次に、これらの制約条件式の感度係数（設計変数に対する微分係数）を指定崩壊機構形成時の力のつりあいから近似的に計算する方法が示された。この方法は、設計感度解析において増分解析の繰り返し計算を必要とせず、最適弾性設計における設計感度解析とほぼ同じ計算量で設計感度が得られている。さらに、比例荷重下の鋼構造骨組の指定崩壊機構形成のための制約条件と崩壊荷重に対する制約条件を取り扱った最小重量設計問題が定式化され、その設計手順が示された。ここでも、種々の設計例に対して、設計解の大域的最適性・収束性に関する検証が行われた。得られた設計解はいずれもほぼ同じ値となることが確認でき、大域的最適解あるいは骨組重量がそれにきわめて近い設計解が得られていると推論できる結果を得た。また、SLP 法の収束までの回数は、最大でも 20 回程度であり、収束性は良好であった。また、設計骨組の荷重増分解析結果から、指定崩壊機構が確実に形成されていることが確認でき、提案設計手法の妥当性が確認された。

第 4 章「部材の降伏強さを確率変数とした崩壊機構指定骨組の FOSM 信頼性指標制約下における最小重量設計」では、部材の降伏強さのばらつきが大きさが骨組の崩壊形式に与える影響が特に大きいことに着目し、降伏強さを確率変数として取り扱った最小重量信頼性設計問題が取り扱われる。ここでは、まず、FOSM 法に基づく指定崩壊機構形成のための信頼性制約条件式と崩壊荷重に対する信頼性制約条件式が導かれ、それらを制約条件とした最小重量

信頼性設計の設計手順が示された。ここでも種々の設計条件を有する骨組の設計例が示され、設計解の大域的最適性及び収束性に関する検証が行われた。前章と同様、大域的最適性・収束性ともに良好な性状を示した。次に、設計骨組の各部位の塑性ヒンジ発生確率、崩壊機構形成確率、骨組崩壊確率をモンテカルロ・シミュレーション法により計算し、設計手法の妥当性を検討した。モンテカルロ法により得られた塑性ヒンジ発生確率および骨組崩壊確率は、信頼性指標の制約条件値とよい対応を示すことが確認された。また、本提案手法と既往の研究でよく用いられる柱梁耐力比に基づく設計法による設計骨組の崩壊機構形成確率を比較したところ、指定崩壊機構、全体崩壊機構とも、本提案手法による設計の方が、同じ構造重量において高い形成確率を達成していることが示された。

第5章「指定崩壊機構非形成確率を制約した鋼構造骨組の最小重量設計」では、第4章で扱われた FOSM 信頼性指標に基づく最適設計問題をさらに発展させ、骨組の崩壊確率および指定崩壊機構非形成確率の上限値を直接制約した最適設計問題が取り扱われた。ここでは、まず、指定崩壊機構非形成確率の上限の推定式が直接導かれ、その上で、骨組の崩壊確率および指定崩壊機構非形成確率の上限値を制約した最適信頼性設計問題とその設計手法が示された。この章でも、種々の設計条件を有する骨組の設計例が示され、設計解の大域的最適性及び収束性に関する検証やモンテカルロ法による崩壊機構形成確率、骨組崩壊確率の計算による検証が行われた。大域的最適性に関しては、大域的最適解あるいはそれと骨組重量の極めて近い設計解が得られていると推論し得る結果を得た。また収束までのシプレックス法の繰り返し回数は最大でも 32 回程度であり収束性は良好であった。モンテカルロ法により計算された指定崩壊機構非形成確率は、上限の制約値  $P_{NS0}$  を確実に下回っていることが、確認された。また、骨組の崩壊確率は、制約値  $P_{F0}$  と良い対応を示すことが確認された。さらに、本章では、軸力による曲げ耐力の低下を考慮した最適設計問題も取り扱われた。ここでも、設計解の大域的最適性及び収束性に関する検証やモンテカルロ法による崩壊機構形成確率、骨組崩壊確率の計算による検証が行われ、提案設計手法の妥当性が示された。最後に、降伏強さのばらつきの大きさの異なる種々の鋼材を想定し、降伏強さのばらつきの大きさが鋼構造最適設計骨組の経済性に与える影響についても考察した。本論文で扱った設計例では、確実な梁降伏型全体崩壊機構の形成をめざす設計においてなら、降伏強さが高くかつばらつきが小さい SN490B を使用するのが、材料費に関する限り経済的であるという結果が得られた。

第6章「崩壊機構と累積塑性変形を制御した鋼構造骨組の最小重量設計と激震時挙動」では、激震時における部材の累積塑性変形を制御した最適設計問題が取り扱われた。まず、設計用応答スペクトルに基づき決定された層せん断力分布を有する比例荷重を受ける鋼構造骨組が指定崩壊機構を形成するための条件および塑性ヒンジが生じることが予想される塑性化指定部位における累積塑性変形倍率の骨組平均の予測式が導かれた。その上で、これらの条件を制約条件とした最適設計手法が提案され、種々の設計例が示された。設計用応答スペクトル適合人工地震動を入力地震動とした時刻歴応答解析結果から、これらの制約条件が激震時において有効に機能することが示された。また、比例荷重下において塑性化指定部位が同時降伏するための制約条件を追加した最小重量設計と時刻歴応答解析も行い、このような制約条件が、激震時における部材の損傷分散化に大きな役割を果たすことが示された。

以上、本論文では、部材応力、層間変形、骨組の崩壊荷重などの既存耐震設計基準に基づ

く制約条件だけでなく、骨組の崩壊形の制御とそれに対する確率理論への応用、激震時における累積塑性変形に対する制約など、近年その重要性が注目されているにも関わらず、既往の最適耐震設計では取り扱われなかった種々の制約条件を考慮した最適耐震設計問題を取り扱った。そして、これら種々の問題に対して、数理計画法（SLP 法）の適用が可能あるいは容易となる数式化処理が提案され、それに基づく設計手法が示された。また、多数の数値計算例により、解の大域的最適性・収束性の調査や設計骨組の解析的検証が行われ、提案設計手法の妥当性・有効性が示された。

ここで提案された設計手法は、いずれも実施設計における基本計画段階で部材断面を決定するためのツールとして利用可能ではあるが、実務設計で有効に利用されるようになるには、まだ数多くの課題が残されている。本研究分野における今後の展開として、例えば、以下が考えられる。

- (1) 規格部材断面への対応
- (2) 施工のしやすさ等も考慮した最小コスト設計
- (3) 地震時累積塑性変形制約の精度向上と最大塑性変形の同時制約
- (4) 地震動のばらつきに対する理論展開

本論文が、建築骨組の最適設計に関する研究の発展と実用化の一助となれば幸いである。

## 謝辞

著者が、「最適設計」という言葉をはじめて知ったのは、今から 9 年前、平成 4 年の卒論研究室配属の時のことです。当時、建築の構造分野に進もうと進路を決めていながらも、卒論テーマの決定について迷っていた著者に対して、恩師中村雄治先生(元広島大学教授)が、「最適設計」の研究の魅力についていろいろな構造を例にとって面白く教えて下さったことを今でも鮮明に思い出すことができます。先生には、それ以来、「最適設計」を一から教えていただき、また、終始変わらぬ懇切なご指導・ご議論をいただいてまいりました。本論文を取りまとめるきっかけをいただけたのも先生のおかげであり、心より深く感謝申し上げます。これまで先生に教えていただいた数々のことを決して忘れず、これからも研究・教育に精進していきたいと思えます。

松尾彰先生(現広島大学教授)には、著者の卒論研究室配属以来、常に鋭いご指摘と貴重なご助言、ご指導をいただいてまいりました。特に、本論文を取りまとめる途中、著者の不摂生から病気を患い、絶望的かと思われたときにも、暖かいお言葉と並々ならぬご配慮を頂き、思い出すたびに感涙の念で一杯となります。また、本論文をまとめるに際しまして、極めてご多忙の中にもかかわらず、筆者への議論やご指摘のために多大な時間をさいいただきました。研究の一区切りとなる学位論文をまとめ終えることができましたのは、先生のおかげであり感謝の念に耐えません。

藤谷義信先生(現広島大学教授)には、本論文をまとめるにあたり貴重なご指摘をいただきました。また、先生からは、事あるごとに最適設計のセッション等のご案内をいただき、研究を進める上で大変良い刺激となりました。ここに深い感謝の意を表します。

近藤一夫先生(現広島大学助教授)には、本論文をまとめるにあたり、様々な場で貴重なご指摘、ご議論をいただきました。深く感謝申し上げます。

三浦賢治先生(現広島大学教授)、菅野俊介先生(現広島大学教授)には、大変ご多忙の中、本論文に関する貴重なご指摘、ご議論をいただきました。深く感謝申し上げます。

玉井宏章先生(現広島大学助手)には、様々な場で、本論文の研究に関する有意義なご指摘、ご議論をいただきました。深く感謝申し上げます。

著者の在籍する広島大学建築構造学講座の先輩、同級生、後輩の皆様方とは、研究生生活とともに過ごし、数多くの知見を得ることができました。心より感謝申し上げます。

最後になりましたが、様々な形で著者の生活をご支援してくださった親類、著者の健康を気遣いながら支援してくれた両親に心からの感謝の気持ちを贈ります。

2001 年 6 月 澤田樹一郎

