広島大学教育学部紀要　第一部（心理学）　第46号　1997

# 確率判断課題における直観的理解と論理的理解[1]

## ——「３囚人問題」に対する教授的介入の効果——

南　　学・森　　敏昭

（1997年10月１日受理）

Intuitive and logical understanding for probability judgment problem:
Effect of instructive interventions for "three prisoners problem"

Manabu Minami, Toshiaki Mori

The purpose of the present study was to investigate the facilitative factors for understanding "three prisoners problem (Ichikawa, 1988)". Ichikawa (1988) suggested that the difficulty of the problem arised from the conflict between the normative answer and intuitive judgment based on the subjective theorems. In his explanation, two levels of understanding were postulated. One is an intuitive understanding, and the other is a logical understanding. In this study, therefore, two different operations for facilitating these two levels of understanding were conducted. One was to ask a question supposed to guide the subjects to intuitive understanding, and the other was to explain how to solve the problem by presenting the Bayesian theorem or by presenting the isomorphic schematic representation proposed by Ichikawa (1989). The results indicated that both the guided question and the logical explanations facilitated the rated scores of understanding, and the logical explanations facilitated the percentages of correct responses in the transfer problems, whereas the guided question did not facilitate them. These findings were discussed in terms of the function of the subjective theorems in probability judgment.

**Key Words:** intuitive probability judgment, intuitive understanding, logical understanding, three prisoners problem

## 目　　的

本研究の目的は，確率推定に関する文章題の一つである，いわゆる３囚人問題（市川，1988）[2] における，正答（以下規範解とする）の導出過程の理解を深めるには，どのような要因が有効であるのかを実証的に検討することである。

３囚人問題は，以下のような課題である。

３人の囚人Ａ，Ｂ，Ｃがいて，２人が処刑され１人が釈放されることがわかっている。それぞれの釈放される確率は1/4，1/4，1/2であった。だれが釈放されるか知っている看守に対し，Ａが「ＢとＣのうち，少なくとも１人は処刑されるのだから，彼らのうち処刑される１人の名前を教えてくれても私の釈放についての情報を与えることにはならないだろう。１人を教えてくれないか」と頼んだ。看守はしばし考えて，まあかまわないだろうと思い，「Ｂは処刑される」と教えた。このとき，Ａの釈放される確率はどのくらいになるだろうか。

３囚人問題は，確率的に表現された事前情報とそれを更新する情報から構成されており，それらをもとに事後確率を推定するベイズ的な構造をもった課題である。一般的に，ベイズ的確率推定課題は規範解を導出するのが困難であることが知られている（Kahneman, Slovic, Tversky, 1982 など）が，この３囚人問題では規範解の導出率がとくに低く，理数系の大学生であっても数パーセントしか数学上の規範解を導き出せないことが示されている（Shimojo & Ichikawa, 1989）。しかも，この困難さは，単なる文章理解の困難さや誤

解に起因するのではないことが実証されている（Shimojo & Ichikawa, 1889）。

加えて，３囚人問題は，単に難しいだけでなく規範解が納得されにくい（市川，1988）という点でも特徴的である。市川（1988）によると，規範解を導出するのに必要な数学的知識は高校数学の水準であるが，理数系大学生の被験者でさえ規範解に対する根強い抵抗感が存在する。とくに，囚人Ａは自分が釈放されるかどうかについての新たな情報を得て，しかも釈放される可能性のあるライバルが一人減るにもかかわらず，Ａの釈放される事後確率が減少してしまうという点が納得しにくいといわれている。

市川（1988）はこの納得しにくさを，人が確率の推定に関してもっている主観的な定理によって説明した。ここでは，「選択肢が減少すると，残りのそれぞれの確率は増加する傾向をもつ（少なくとも減少しない）」という主観的定理[3]が，納得しにくさを生み出していると説明される。この主観的定理は，経験的に形成されてきたものであり，非常に頑健であると考えられている。そして３囚人問題の規範解にいたる考え方や規範解そのものが，この主観的定理と対立するために，納得することに対して強い抵抗感が生じると説明される。つまり，「納得しにくさ」は直観的レベルと論理的レベルの理解が対立しているためととらえられる。

この説明にもとづくと，３囚人問題の規範解の「納得しにくさ」を解消させるには，論理的レベルの理解が直観的レベルの理解に打ち勝つようにすればよいことになる。そのための方法としては，納得・理解の２つのレベルに対応する２通りの方法が考えられる。１つは論理的理解を強める方法であり，他の１つは主観的定理の影響力を相対的に弱める方法である。

論理的理解を強めるための方法として，１つにはベイズの定理の解説が考えられる。被験者の確率に関する知識は非常に乏しいと考えられるので，ベイズの定理による解説それ自体が理解を促進させるだろう。もう１つには，Ichikawa（1989）の提唱した同型的図式表現（以下ルーレット表現と呼ぶ）を利用した解説も挙げられるだろう。ルーレット表現の利用は，３囚人問題の規範解を理解するうえで有効な方法である（Ichikawa, 1989）。これらの解説によって，論理的な理解は促されると考えられる。しかし，確率判断課題において，このような解説を行うことの有効性に関してはこれまで実証的な検討はほとんどなされていない（ただし，今年，日本心理学会第61回大会において佐伯・伊藤（1997）による報告がなされた）。

他方，主観的定理を弱める方法としては，長期にわたる過去経験によって形成された主観的定理を直接修正することは容易ではないと考えられるので，バイパス的に別の直観的論法を利用するように誘導する方法が考えられる。すなわち，囚人ＢやＣをライバルとしてとらえ，看守からの情報を定性的な観点から評価させるように誘導する質問（推論誘導質問）を与えることによって，事後確率の増減に関する概測を行わせるという方法である。

いま，３囚人問題において，一般的に事前のＡ，Ｂ，Ｃの釈放される確率(事前確率)をそれぞれ P(A)，P(B)，P(C) とおき，またＡ，Ｂ，Ｃが釈放されると仮定したとき「Ｂが処刑される　$("\overline{B}")$　」という情報が得られる条件付き確率をそれぞれ，　$P("\overline{B}"|A)$　，$P("\overline{B}"|B)$　，$P("\overline{B}"|C)$　，とおく。この情報が得られた後でＡが釈放される確率（事後確率）を　$P(A|"\overline{B}")$　とすると，ベイズの定理から

$$P(A|"\overline{B}")=\frac{P(A)P("\overline{B}"|A)}{P(A)P("\overline{B}"|A)+P(B)P("\overline{B}"|B)+P(C)P("\overline{B}"|C)} \quad (1)$$

となる。ここで，事前確率から事後確率への増加分を $\Delta P$　とすると

$$\Delta P=P(A|"\overline{B}")-P(A)$$

とおける。ここで，$P("\overline{B}"|A)=1/2$　，$P("\overline{B}"|B)=0$　，$P("\overline{B}"|C)=1$　であると仮定することが自然であると考えられる（繁桝，1985参照）のでこれらを代入し，また分母をＳとおき，式を簡単にすると

$$\Delta P=\frac{P(A)}{S}\{1/2-1/2P(A)-P(C)\} \quad (2)$$

となる。またを P(A) + P(B) + P(C) = 1 代入すると

$$\Delta P=\frac{P(A)}{2S}\{P(B)-P(C)\} \quad (3)$$

となることが導かれる。この式(3)において P(A) ＞ 0，Ｓ≧０であるので，これより，P(B) が P(C) より大きい場合には事後確率が増加し，逆に P(B) が P(C) より小さい場合には減少することがわかる。したがって，P(B) =1/4で P(C) =1/2である場合，囚人Ｂ，Ｃのうち，本来釈放される確率の高い，すなわち最大のライバルである「Ｃが処刑されるならば，Ａにとって喜ばしい」ことであると考え，逆に「Ｂが処刑されるならば，がっかりする」と考えることは，事後確率の増減という点だけに注目するならば数学的にも妥当な推論であるといえる（この $\Delta P$ に関する一般式は，市川（1988）にも示されている）。

この事後確率の増減に関する定性的な推論を行うことは，それほど困難ではないだろう。したがって，看守からの情報の定性的評価（「看守の答えを聞いてうれしいか，がっかりしたか」）を行わせると，論理的理解とは対立しない直観的理解が可能になり，「納得しにく

さ」は解消されると考えられる。

さて，本研究では理解の測度として納得度評定に加えて，転移課題の遂行成績および解に対する確信度評定を用いた。この納得度評定と遂行成績・確信度評定はそれぞれ銀林（1985）のいう「わかること」と「できること」に対応していると考えられる。これは理解ー実践における異なった側面を測定していると思われる。このように，推論誘導質問や解説を行うことが納得度評定や確信度評定にどのような効果を及ぼすかを明らかにすることは，教育心理学的にも意義のあることと考えられる。

要約すると，本研究の目的は，論理的理解と直観的理解をそれぞれ促進すると考えられる操作，すなわち論理的解説と推論誘導質問を行い，それらが3囚人問題の納得度評定（わかること）や転移課題の遂行成績および解に対する確信度評定（できること）に対してどのように影響するのかを検討することである。

# 方　法

**被験者**　文系女子大学生155名（うち30名は回答に欠落があったため，のちの分析からは削除)。6条件に無作為に割り当てた。

**実験計画**　3（ルーレット解説，ベイズ解説，解説なし）×2（推論誘導質問あり，なし）の6群。すべて被験者間変数であった。

**質問紙の構成**　質問紙は大きく2つのセッションで構成された。第1セッションでは，3囚人問題に対して推論誘導質問や論理的解説を行い，その納得度を測定した。第2セッションでは，事前確率の異なる3囚人問題を転移課題として与え，その成績や確信度を測定した。

まず，第1セッションでは，3囚人問題（1/4, 1/4, 1/2版，市川，1988による）を与えて，推論誘導質問あり条件には，『看守は，「Bが処刑される。」と答えたが，Aはその答を聞いてがっかりしただろうか，それともうれしかっただろうか。』という質問を与え，がっかりした，どちらでもない，うれしかったの3つの選択肢から1つを選択させ，その理由を記入させた。推論誘導質問なし条件はこの部分が省略された。このの ち，この3囚人問題の回答，理由を記入させた。

次のページで，その規範解が1/5であり事前確率（1/4）よりも減少することを示し，この解の納得度を7段階で評定させた。

ベイズ解説条件とルーレット解説条件には，続いてこの課題についての，とくに規範解を導出するプロセスを中心に，それぞれベイズの定理またはルーレット表現に基づいた解説を与えた（付録参照)。このの ち，再び規範解に対する納得度を7段階評定させた。評定尺度は，非常に納得できる（7点)，かなり，やや，どちらでもない，やや，ほとんど，全く納得できない（1点）で，構成されている。解説なし群にはこれらは与えられなかった。

第2セッションでは，転移課題として事前確率が3人とも1/3のもの（1/3課題：Lindley, 1971）とそれぞれ1/6, 1/3, 1/2のもの（1/6課題：市川・竹市，1986）を与え，それぞれ回答，理由および自分の回答に対する確信度（7段階評定：評定尺度の副詞は納得度に準ずる）を記入させた。なおこれらの課題のベイズの定理にもとづく規範解は，それぞれ1/3, 1/7となる。この2課題の呈示順序についてはカウンターバランスをとった。

最後に，各被験者に確率・統計に関する知識の程度について調べるために，ベイズの定理を知っているか，条件付き確率を知っているか，これまで確率・統計をどの程度学んだかの3点を尋ねた。

**手続き**　講義時間中に約30〜40名の集団で，質問紙法によって実施した。特別な注意事項として，ページを戻らないよう教示した。所要時間は約30分であった。

# 結　果

まず，各群の被験者の知識の程度について逆正弦変換法によって検定を行ったが，有意な差は見いだせなかった。そこで，全体像（125人）を示すと，ベイズの定理を知っているのは3人，条件付き確率を知っている者は41人，高等学校での授業などで確率・統計に関して少しでも学んだことがある者が104名で，そのうち一通り学習した者は44名，さらに得意である者は4名であった（重複選択可能)。また，第1セッションの3囚人問題に対して，規範解（1/5）を回答した被験者はいなかった。

事前課題における1/5という規範解に対する納得度評定の平均を，推論誘導質問の有無，解説，解説の前後ごとに求め，Table 1に示した。まず，推論誘導質問と解説の効果をみるために，2（推論誘導質問の有無）×2（解説）×2（解説の前後）の分散分析を行った結果，推論誘導質問の有無と解説の前後における主効果が有意であった［$Fs(1,78)=14.14, 14.11$, $ps<.001$］。次に解説の効果を解説なし群と比較するため，解説なし群の納得度評定と両解説群の解説後の納得度評定について，2（推論誘導質問の有無）×3（解説なし，ルーレット解説，ベイズ表現）の分散分析をおこなった結果，有意な差は見出せなかった［$F(1,2)=1.30$, n.s.］。

Table 1 規範解1/5の納得度評定

| | ルーレット解説 | | ベイズ解説 | | 解説なし |
|---|---|---|---|---|---|
| | 解説前 | 解説後 | 解説前 | 解説後 | 解説前 |
| 推論誘導質問あり | 4.167 | 4.778 | 3.444 | 4.722 | 3.957 |
| | (1.57) | (1.32) | (1.71) | (1.37) | (1.68) |
| 推論誘導質問なし | 3.040 | 3.440 | 2.600 | 3.700 | 3.714 |
| | (1.78) | (1.65) | (1.53) | (1.65) | (1.49) |

注：（ ）の数字は標準偏差.

Table 2 転移課題における回答に対する確信度評定

| | ルーレット解説 | ベイズ解説 | 解説なし |
|---|---|---|---|
| 1/3 課題 | 2.953 | 3.263 | 3.864 |
| | (1.70) | (1.71) | (1.70) |
| 1/6 課題 | 2.302 | 2.763 | 2.250 |
| | (1.44) | (1.80) | (1.42) |

注：（ ）の数字は標準偏差.

Table 3 転移課題における正答率

| | | ルーレット解説 | ベイズ解説 | 解説なし |
|---|---|---|---|---|
| 1/3 課題 | 推論誘導質問 | 1/18 | 2/18 | 0/23 |
| | 質問なし | 1/25 | 9/20 | 0/21 |
| 1/6 課題 | 推論誘導質問 | 4/18 | 3/18 | 2/23 |
| | 質問なし | 2/25 | 9/20 | 1/21 |

Table 4-1 回答の変化の方向（推論誘導質問の有無による分類）

| | 1/3 課題 | | | 1/6 課題 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 増加 | 減少 | 不変 | 増加 | 減少 | 不変 |
| 推論誘導質問あり | 41 | 14 | 4 | 29 | 26 | 4 |
| 推論誘導質問なし | 38 | 18 | 10 | 31 | 34 | 1 |

Table 4-2 回答の変化の方向（推論誘導質問によって喚起された推論による分類）

| | 1/3 課題 | | | 1/6 課題 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 増加 | 減少 | 不変 | 増加 | 減少 | 不変 |
| 適切推論群 | 22 | 8 | 1 | 11 | 19 | 1 |
| 不適切推論群 | 19 | 6 | 3 | 18 | 7 | 3 |

次に転移課題における確信度評定について検定を行った。2（推論誘導質問の有無）×3（解説）×2（転移課題）の3要因の分散分析を行った結果，転移課題の主効果および解説と転移課題の交互作用が有意であった［$F$ (1,120) =39.48, $p<.001$, $F$ (2,120) =5.45, $p<.01$］ので，推論誘導質問の有無の水準を込みにした結果をTable 2に示した。Ryan法による下位検定の結果，解説の各条件における課題の単純主効果がそれぞれ有意または傾向差を示した［それぞれ $Fs$ (1,120)= 7.08, 3.78, 39.56, $ps<.01$, .10, .001］。

各条件における転移課題の正答率をTable3に示した。転移課題別（1/3, 1/6課題）に逆正弦変換法を用いて検定を行った結果，1/3課題において解説条件の主効果［$\chi^2$= 11.08, $df$=2, $p<.01$］が，また両課題において質問条件と解説条件の交互作用［$\chi^2 s$= 16.96, 10.24, $dfs$= 2, $ps<.01$］に有意差がみられた。Ryan法による下位検定の結果，両課題において，質問なしーベイズ条件だけが有意に高い正答率であった。

以下では推論誘導質問あり条件群について，推論誘導質問に対する回答の観点から分類を行った。ここでは推論誘導質問に対して「がっかりした」と回答した被験者を適切推論群に，それ以外（「うれしい」「どちらでもない」）を答えた被験者を不適切推論群に分類した。納得度評定は適切推論群が $M$= 3.87，不適切推論群が $M$= 3.86，また確信度評定は適切推論群が $M$= 2.68，不適切推論群が $M$= 3.13であり，どちらも有意な差は見られなかった。転移課題の正答率についても同様に適切推論群と不適切推論群に分け，Fisherの直接確率法によって検定を行ったところ，有意な差は見られなかった。

最後に，推論誘導質問がもたらす定性的な概測の効果をみるために，転移課題の回答を，事前確率を基準として増加，減少，不変という観点，すなわち定性的な観点で分類し，Table 4-1, 4-2に示した。Table 4-1では推論誘導質問条件ごとに分類した。Table 4-2では，推論誘導質問あり条件について，適切推論群と不適切推論群に分類した。回答の分布についてそれぞれ転移課題別に$\chi^2$検定もしくはFisherの直接確率法によって検定したところ，Table 4-2における1/6課題での回答の変化に偏りがみられた［$P$= .008］。また統計的には有意ではないが，Table 4-1において，推論誘導質問なし条件のほうが比較的規範解に沿った回答の変化を示しているように見える。

# 考　察

### 推論誘導質問の効果

主観的定理は，被験者のこれまでの経験の中で形成されたものであり，直接的に解消するのは容易ではないと考えられる。またこの主観的定理に代わる論法がないため，3囚人問題においても適用されていたと考えられる。このため，通常は規範解に対して主観的定理からの抵抗が生じ，それが「納得しにくさ」（市川，1988）として現れているのであろう。本研究では，Table 1より，推論誘導質問を与えることが，一見反直観的な解である1/5という規範解を受け入れるうえで有効であることが示された。一方，質問あり群を誘導された推論の適切さの観点で分類したところ，納得度に違いは見られなかった。このことから納得度が高まったのは，真の納得に到達したことを反映しているのではなく，主観的定理による抵抗が弱まったことを示しているといえる。またそれは推論誘導質問によって直観的理解が促された結果というよりも，推論誘導質問によって情報を定性的に評価したことの結果であると考えられる。

ところで，Table 2やTable 3に示されるように，推論誘導質問は確信度評定や転移課題の正答率を高めているとはいえない。よってこれらの結果から，本研究で行った推論誘導質問は，被験者の納得感を高めるという点では有効であるが，実際に転移課題を解くことに対する直接的あるいは間接的な効果はあまりないといえる。したがって，3囚人問題のような反直観的課題を理解する際に，推論誘導質問のように間接的に直観的理解を引き出すような教授法だけでは，納得感が高まることによる動機づけの効果はあるかもしれないが，かえって曲解させる危険性も含んでいると思われる。

ただし，推論誘導質問は転移課題の解決に関してまったく効果がないというわけではなく，Table 4-2に示されるように，演算結果の概測に関しては有効性がみられる。とくに，適切な定性的推論を行うことができる被験者は，反直観的である1/6課題であっても事後確率が増加するのか減少するのかという概測が可能になり，それによって演算などから導かれた解答が妥当なものであるかどうか確認できるようになった。このように規範解そのものを導くことはできないとしても，適切な定性的推論を引き出せれば，それに基づいた概測を行うことによって，極端に逸脱した回答は少なくなり，ある程度妥当な判断が可能になると考えられる。

概測あるいは見積りの能力の育成は，近年，学習指導要領でも強調されており（文部省，1989），コンピュータが普及した今の時代に必要となる新たな技能の一つといえるだろう。本研究において行った推論誘導質問は，この概測を行うための一つの働きかけであるととらえることもできる。とくに確率の判断において，人間は誤謬を生じやすいという特徴がある（Kahneman *et al.*, 1982）ことを考慮すると，事後確率の増減に関する概測は確率判断を行ううえで非常に有効な技能であり，今後はモニタリングに関わるメタ認知的能力の一つとして検討される必要性があるだろう。

**解説の効果**

Table 1 にみられるように，直観的理解を促すだけでなく解説を与えることによって論理的理解を促すことによっても規範解に対する納得度は高まった。よって，この結果は「納得しにくさ」は論理的レベルの理解と直観的なレベルの理解が対立している状態であるという本研究での仮説を支持するものであるといえよう。

さて Table 2 より，転移課題の回答に対する確信度は，解説なし条件と比べて両解説条件では，課題による違いが小さいことが示された。この結果から，解説を与えることによって，確信度は転移課題の表面的な難易の違いに左右されないようになるといえる。両解説とも，方法は違うものの課題の形式的な構造にもとづいて説明しているので，両解説条件の被験者は転移課題においてその形式的構造を見いだすことができたのではないだろうか。このため両解説条件の被験者は，転移課題の表面的な難易よりも課題の形式的構造を基準に確信度の評定を行ったために課題間の違いが小さくなったと考えられる。しかし，両解説条件の確信度評定が全体的に高まっていない点については，十分な説明ができないので，この点が今後の検討課題として残される。

本研究では Table 1 および Table 2 にみられるように規範解の納得度や転移課題の確信度の評定には，ルーレット表現による解説とベイズの定理による解説の効果の間に違いは見いだせなかった。また転移課題における正答率を比較すると，Table 3 にみられるようにルーレット表現による解説よりも，ベイズの定理による解説の方が有効であることが示された。したがって本研究の結果では Ichikawa (1989) が主張しているルーレット表現の有効性は見いだせなかったといえる。

しかし，この結果はルーレット表現を含む図式表現の有効性をすべて否定するというものではない。Ichikawa (1989) が述べているように，図式表現の長所は，一つには量を視覚化することによって，確率というあいまいな概念を直観的に把握しやすくしたりその操作を容易にすることにある。ところが本研究で被験者に与えられた解説は，規範解を導くための手続き（解法）を中心に構成してあったため，これら図式表現の長所である直観性や操作性などが十分に活用されていなかった可能性がある。とくに，Ichikawa (1989) のルーレット表現が，ルーレットというメタファを用いることによって，課題状況の頻度的解釈をうながす（南，1997; Gigerenzer & Hoffrage, 1995; Cosmides & Tooby, 1996; Koehler, 1996）ことに強調点をおいていたのであれば，本研究で被験者に与えられた解説はこの点に対して不十分であった可能性がある。したがって，どのような点が図式表現において有効であるのかという点に関してはさらに検討をすすめることが今後の課題であろう。

ところで，本研究で行った2つの解説は，ともにベイズの定理を用いることができるようにようにくわしく説明を行ったものである。そのため被験者は，解説によって論理的理解を促されたのではなく，単にベイズの定理を用いた解法を覚えただけであるとも考えられる。しかし，たとえ解法を記憶しただけであったとしても，これらの解説が「納得しにくさ」の解消に関して有効であったことを考えると，真の納得への1つのステップとしてこのような解説の効果も無視することはできないと思われる。

**直観的理解と転移課題の遂行成績**

Larkin & Reif (1979) は，物理学の専門家は課題や現象を理解する際に，定量的な検討を試みるのに先立ち，まず定性的な推論を行うと述べている。本研究で行った推論誘導質問も，被験者を3囚人問題を定量的に解くための前段階として定性的な推論へと誘導したととらえることができる。したがって，推論誘導質問によって定性的推論が促されると，転移課題の遂行成績も高まると予測された。ところが Table 4-1 では，適切な概測を行えるのはむしろ質問なし群であるように見える。また，Table 3 にみられるように，両転移課題では質問なしーベイズ解説条件のみが高い正答率を示した。すなわち，転移課題の遂行成績で見る限り，定性的推論は促されない方がよいことになる。

予測とは矛盾するように見えるこれらの結果について，一つの説明として，被験者群が異質であった可能性が考えられるが，質問紙は各群に無作為に割り当てていること，事後チェックでは異質性は認められなかったことから，本研究においては積極的な説明とはなりえない。また，推論誘導質問の呈示によって過負荷の状態になり混乱したためとの説明も可能であるが，この説明では Table 1 に示された納得度評定の結果とは整合しない。そこで3つ目として次のような解釈が考えられる。まず，概測については，質問あり群と質問なし群で分けると質問なし群の方が概測が行えるように見える（Table 4-1）のは，質問あり群のうちの不適切推論群によるものであるといえる。なぜなら，質問あり群をさらに適切推論群と不適切推論群に分類した場合（Table 4-2），1/6課題において適切推論群は質問なし群よりも適切な定性的変化を示しているから

である。正答率に関しては，被験者が規範解を導くにはベイズの定理を用いる必要があると思われる。しかし質問あり群，とくに適切推論群では，この質問で喚起された直観的な論法は概測が可能であるために，その有用性を過大評価し，直観的な論法に依存したのではないだろうか。その結果としてベイズの定理はあまり用いられなかったと考えられる。人がヒューリスティックスのような直観的論法に依存する傾向があることはKahneman *et al.* (1982) などによっても指摘されており，本研究の結果も同様の解釈ができるのではないだろうか。よって，納得に到達するには，推論誘導質問をただ与えるだけでなく適切な推論へと誘導することが重要であり，さらにはその論法のみに依存するのではなくそれを足がかりに形式的な課題構造をとらえられるよう徹底した解説が必要であったと思われる。

さて，この解釈が的を射ているならば，本研究で得られた推論誘導質問による転移課題の正答率の抑制は，これまであまり実証的に示されなかった，主観的定理が存在・維持される過程を反映した結果であるといえよう。なぜなら，３囚人問題に関する心理学的関心は，論理的な論法とは別に直観的な論法，すなわち主観的定理が根強く存在する点にある。本研究で与えた推論誘導質問によって，主観的定理を抑制したと考えられるが，そのために被験者はまさに主観的定理の代替論法として実験者が誘導した論法を用いたと考えられる。つまり，直観的理解を促すことはただちに規範的理解に結びつくのではなく，別の直観的論法の適用を促したと解釈することも可能である。したがって，本研究で得られた推論誘導質問による転移課題の正答率の抑制は，人が主観的定理に依存するのはそれが自ら生成した論法であるからというだけではなく，人が本来直観的論法に依存する傾向をもつためであるということを示したものといえよう。

## 脚　注

脚注１。本論文は，1993年当時広島大学教育学部学生であった楠本尚美さん，小島正和くん，高橋　功くん，溝口　剛くんが提出した実験報告書をもとに，筆者らが大幅に加筆・修正を加えたものである。実験の実施にあたった彼らに対し，ここに感謝の意を表します。

脚注２。３囚人問題は，確率論の分野では従来から知られており（例えばLindley, 1971），これを心理学的な観点から研究をはじめたのが市川（1988）である。

脚注３。この定理について，市川（1988）では，いくつかの主観的定理に共通する主観的メタ定理として挙げているが，本研究ではこの主観的メタ定理を含むものを広義に「主観的定理」と総称する。

## 引用文献


Cosmides, L. & Tooby, J. 1996 Are humans good intuitive statisticians after all? Rethinking some conclusions from the literature on judgment under uncertainty. *Cognition,* **58,** 1 - 73.

Gigerenzer, G. & Hoffrage, U. 1995 How to improve Bayesian reasoning without instruction:Frequency formats. *Psychological Review,* **102,** 684 - 704.

銀林　浩　1985　算数・数学における理解　佐伯　胖（編）理解とは何か　東京大学出版会　Pp .37-68.

市川伸一　1988　３囚人問題の解決と理解の過程をめぐって　日本認知科学会（編）認知科学の発展１　講談社　Pp .1-32.

Ichikawa, S. 1989 The role of isomorphic schematic representation in the comprehension of counterintuitive Bayesian problems. *Journal of Mathematical Behavior,* 8, 269 - 281.

市川伸一・竹市博臣　1987　“３囚人問題”のむずかしさはどこにあるか　日本認知科学会第４回大会発表論文集，22-23.

Kahneman, D.,Slovic, P. & Tversky, A. 1982 *Judgment under Uncertainty: Heuristics and Biases,* Cambridge University Press.

Koehler, J.J. 1996 The base rate fallacy reconsidered: Descriptive, normative, and methodological challenges. *Behavioral and Brain Sciences,* **19,** 1 - 53.

Larkin, J.H. & Reif, F. 1979 Understanding and teaching problem - solving in physics. *European Journal of Science Education,* **1,** 191 - 203.

Lindley,D.V. 1971 *Making Decisions.* John Wiley & Sons.

南　学　1997　判断者のとる役割が確率判断に与える影響　心理学研究，**68**，79-87.

文部省　1989　小学校学習指導要領　大蔵省印刷局

佐伯大輔・伊藤正人　1997　ヒトにおけるベイズ的推論：確率形式，頻度形式，及び絵画形式の比較　日本心理学会第61回大会発表論文集，ｐ.608.

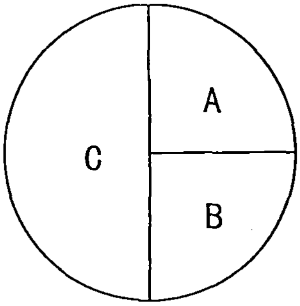
繁桝算男　1985　ベイズ統計学入門　東京大学出版会

Shimojo, S. & Ichikawa, S. 1989 Intuitive reasoning on probability: Theoretical and experimental analyses of the “problem of three prisoners”. *Cognition,* **32,** 1 - 24.

# 付　録

## ルーレット表現による解説

まず，この問題で求めたいのは，看守がAに「Bは処刑」と言ったときの，Aの釈放される確率です。ここで，3人の囚人の釈放される確率（A: 1/4, B: 1/4, C: 1/2）を円グラフであらわすと下図のようになります。




それでは，分かりやすくするために，A，B，Cを分けて考えることにしましょう。そして，それぞれが釈放されると仮定したとき，看守が「Bは処刑」と言うすべての可能性を調べてみましょう。

①Aが釈放される場合

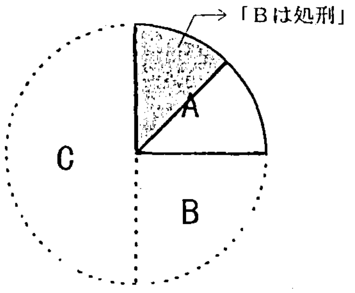
このとき，BとCが処刑される。しかし，看守がBとCのどちらの名前を言うか，Aには分からない。
つまり，Aにとっては，どちらも同程度に起こり得るものと考えられる。ゆえに，看守が「Bは処刑」と言う確率は1/2となる
　これを円グラフに加えて表すと，

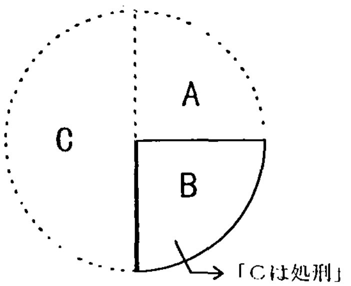
②Bが釈放される場合

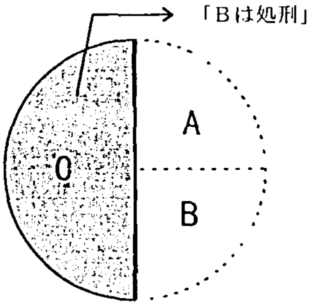
このとき，AとCが処刑される。しかし，前提として，Aが看守に「BかCのうちひとりを・・・」とたずねているので，「Aは処刑」という答えは得られない。すなわち，この場合，看守はかならず「Cは処刑」と言う。これを，円グラフに加えて表すと，

③Cが釈放される場合

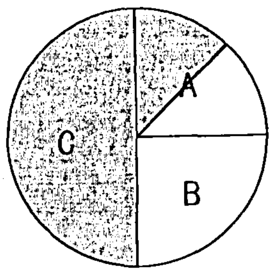
このとき，AとBが処刑される。しかし，前提として，Aが看守に「BかCのうちひとりを・・・」とたずねているので，「Aは処刑」という答えは得られない。すなわち，この場合，看守はかならず「Bは処刑」と言う。これを，円グラフに加えて表すと，




以上の3つを再びまとめて考えると，看守がAに「Bは処刑」と言うのは，下の円グラフの斜線部の場合のみということになります。




求めたいのは，このうちのAが釈放される場合の確率であり，斜線部のうちAの部分は1/5なので，ゆえに看守がAに「Bは処刑」と言ったときの，Aの釈放される確率は1/5になるのです。

## ベイズの定理による解説

この問題は，次のようにして解くことができます。求めたいのは，看守が「Bは処刑される」と言ったあと，Aが釈放される確率なので，

$$\frac{\text{（看守が「Bは処刑」と答えたとき，囚人Aが釈放されるすべての可能性）}}{\text{（看守が「Bは処刑」と答えるすべての可能性）}}$$

と表せます。

さて，看守が「Bは処刑」と答えるときの，それぞれが釈放される場合を考えてみましょう。

① 看守が「Bは処刑」と答え，Aが釈放される確率
Aの釈放される確率は1/4です。そしてこのとき，BとCが処刑されるわけですが，看守がBとCのどちらの名前を言うかはAには分かりません。つまり，Aにとっては，どちらも同程度に起こり得るものと考えられます。ゆえに，「Bは処刑」と答える確率は1/2になります。
⇨ (1/4) × (1/2) ……………………………………①

② 看守が「Bは処刑」と答え，Bが釈放される確率
Bの釈放される確率は1/4です。そしてこのとき，AとCが処刑されるわけですから，看守は「Bが処刑」と答えるはずがありません。ゆえに，「Bは処刑」と答える確率は0になります。
⇨ (1/4) × (0) ……………………………………②

③ 看守が「Bは処刑」と答え，Cが釈放される確率
Cの釈放される確率は1/2です。そしてこのとき，AとBが処刑されます。ここで，Aが看守に「BかCのうちひとりを‥‥」とたずねているので，「Aは処刑」という答えは得られません。つまり，看守はかならず「Bは処刑」と言うのです。ゆえに「Bは処刑」と答える確率は1になります。
⇨ (1/2) ×(1) ……………………………………②

これら①，②，③を上記の式にあてはめると，

$$\frac{\overbrace{(1/4)\times(1/2)}^{①}}{\underbrace{(1/4)\times(1/2)}_{①}+\underbrace{(1/4)\times0}_{②}+\underbrace{(1/2)\times1}_{③}}=1/5$$ となり，

1/5という答えが導き出せます。