IS2-20

# $R^n$はRより高精度にRを推定できるか？

MIRU 2009
Meeting on Image Recognition and Understanding, 2009
第12回 画像の認識・理解シンポジウム
日程：2009年7月20日[月] – 7月22日[水] 島根県松江市 くにびきメッセ

玉木徹 広島大学
Bisser Raytchev 広島大学
天野敏之 NAIST
金田和文 広島大学

## Introduction

### Motivation

- 回転行列を推定したい
- 1回の計測で精度を高めたい
- 回転についての複数の情報を同時に使いたい
- 見えに基づく姿勢推定にも応用できる手法がほしい

### Contribution

- 回転行列Rを推定する手法を提案
- 計測機会は1回、でも精度を向上
- 1倍速回転$R$、2倍速回転$R^2$、、、n倍速回転$R^n$を同時に利用

$$\min \sum_n \| R^n - R_n \| \quad \text{such that } R^T R = I$$

### Related work

一つの計測$R_1$から$R$を推定
= 2つの点集合のregistration

- 対応がある場合 [Faugeras 86, Arun 87, Horn 88, Umeyama 91, Kanatani 94, Eggert 97, Ohta 98, Calafiore 06]
- 対応がない場合 [ICP ; Besl 92, Chen 92, ...]

$$\min \| R - R_1 \| \quad \text{such that } R^T R = I$$

複数の点集合のregistration

- 対応がある場合 [Willams 01, Krishnan 07]
- 対応がない場合 [ICP ; Masuda 96, ...]

$$\min \sum_j \| R_j - R_{1,j} \| \quad \text{such that } R_j^T R_j = I$$

複数の$R$の計測$R_i$から$R$を推定

- リーマン計量による平均 [Moakher 02, Lee 07, Buchholz 05]

$$\min \sum_i \| R - R_{1,i} \| \quad \text{such that } R^T R = I$$

## Overview

計測 → polar分解 → 回転行列化 → 対角化 → 回転軸・回転量抽出 → 不定性の除去 → 回転量の決定 → 回転行列復元

$R_1, R_2, \ldots, R_n$ → $\widetilde{R}_1, \widetilde{R}_2, \ldots, \widetilde{R}_n$ → $\omega_1, \omega_2, \ldots, \omega_n$ ; $\theta_1 \approx \theta$, $\theta_2 \approx 2\theta$, …, $\theta_n \approx n\theta$ → $\hat{\theta}$

$\omega_1, \ldots, \omega_n$ → $\omega_{\text{med}}$ → $\hat{\omega}$

回転行列復元

$$\hat{R} = \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\omega} & \square & \square \end{bmatrix}}_{P'_{\text{med}}} \underbrace{\begin{bmatrix} 1 & & \\ & \cos\hat{\theta} & \sin\hat{\theta} \\ & -\sin\hat{\theta} & \cos\hat{\theta} \end{bmatrix}}_{D'_n} \underbrace{\begin{bmatrix} \hat{\omega}^T \\ \square \\ \square \end{bmatrix}}_{P'^{\,T}_{\text{med}}}$$

## 3x3回転行列の推定

### 回転行列への変換：polar分解

$$R_n = U_n \Sigma_n V_n^T$$

計測行列（非回転行列）　計測行列のSVD

$$\widehat{R_n} = U_n \begin{pmatrix} 1 & & \\ & 1 & \\ & & |UV^T| \end{pmatrix} V_n^T$$

計測行列に最も近い回転行列

### 回転軸・回転量の計算：対角化

$$\widehat{R_n} = P_n D_n P_n^H$$

$$P_n = \begin{pmatrix} \omega_n & \square & \square \end{pmatrix} \qquad D_n = \begin{pmatrix} 1 & & \\ & e^{i\theta_n} & \\ & & e^{-i\theta_n} \end{pmatrix}$$

回転軸＝回転行列の固有値1に対する固有ベクトル

回転量＝回転行列の1以外の固有値

理想的には $\omega_1 = \omega_2 = \cdots \omega_n$ （回転軸は共通）
ロバストにするには $\omega_{\text{med}} = \text{med}\,\omega_n$ （ノイズの影響のため）

### 回転量の不定性の除去：逐次計算

$n = 1,2,\ldots$ に対して

$$\hat{k}_n = \underset{\hat{k}_n = 1,\ldots,n-1}{\text{argmin}} \left\| \begin{pmatrix} \cos\theta_{n-1} \\ \sin\theta_{n-1} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{\theta_n}{n} + \frac{2\pi k_n}{n}\right) \\ \sin\left(\frac{\theta_n}{n} + \frac{2\pi k_n}{n}\right) \end{pmatrix} \right\|^2$$

回転量の推定値

$$\hat{\theta} = \frac{\theta_n}{n} + \frac{2\pi \hat{k}_n}{n}$$

#### 不定性とは?

2倍速回転は2つの可能性がある

$$\theta_2 = 2\hat{\theta} \qquad \theta_2 = 2\hat{\theta} + 2\pi$$

どちらなのか分からない!

$$\hat{\theta} = \frac{\theta_2}{2} \qquad \hat{\theta} = \frac{\theta_2}{2} + \pi$$

## 実験：数値シミュレーション＆姿勢推定

### 数値シミュレーション

1000回の平均・標準偏差

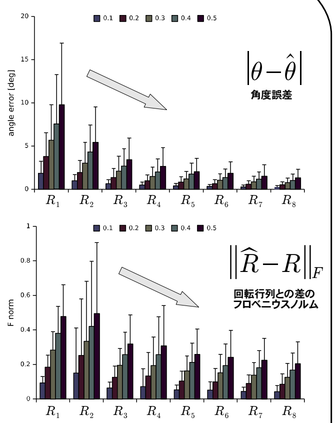
$R$：真の回転行列
$R_n$：計測行列
$N$：一様乱数行列
一様乱数：±0.1, ..., 0.5

Case 1：ノイズが独立
- 真値$R$を$n$乗する
- $R^1, \ldots, R^n$ に別々にノイズ行列を加える

Case 2：ノイズは非独立
- 真値$R$にノイズ行列を加える
- それを$n$乗する

### Case 1：ノイズが独立

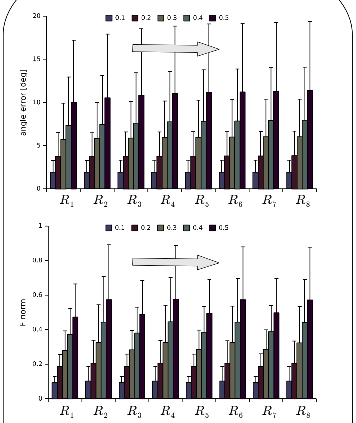
$$R_n = R^n + N$$




◎ $n$が大きくなるにつれて誤差が減少

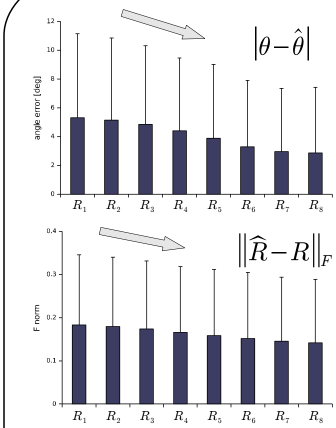
### Case 2：ノイズは非独立

$$R_n = (R + N)^n$$




✕ 誤差は減少しない
No free lunch!

### 見えに基づく姿勢推定への応用

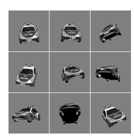



推定手法：線形回帰

$$R^1 = F^1 \boldsymbol{x}$$
$$R^2 = F^2 \boldsymbol{x}$$
$$\vdots$$
$$R^n = F^n \boldsymbol{x}$$

学習画像枚数：100

学習・推定姿勢：正面から30度以内でランダムに生成



◎ 誤差が減少