

# 荷電粒子が電磁場から受ける力を考慮したオーロラのアニメーション

津郷 晶也<sup>†</sup> 玉木 徹<sup>†</sup> 金田 和文<sup>†</sup>

<sup>†</sup> 広島大学大学院工学研究科

コンピュータグラフィクス (CG) において, 大気光学現象の可視化は映画やゲームなどエンターテインメント分野で需要があり, これまでに多くの研究が行われてきた. 従来のオーロラのレンダリングは静止画が主体であり, オーロラのスプリッティングやカールといった動きまで含めたレンダリングは実現できていない. この問題を解決するため, 本論文では荷電粒子群の電場シミュレーションを用いたオーロラのアニメーション手法を提案する. すなわち, 荷電粒子群によって形成される電場を解析的に求め, 荷電粒子が電場と地球磁場の双方から受ける力を考慮してオーロラの動きを表示する.

## Aurora Animation considering the force applied to charged-particles in an electromagnetic field

Akinari Tsugo<sup>†</sup> Toru Tamaki<sup>†</sup> Kazufumi Kaneda<sup>†</sup>

<sup>†</sup> Graduate School of Engineering, Hiroshima University

Visualizing atmospheric optical phenomena is required in the entertainment industry such as Cinemas and Games, and a lot of researches have been done so far in the field of Computer graphics (CG). In this research, we focus on dynamic scenes of aurora. Traditional rendering methods of aurora cannot generate the motion such as a splitting and a curl. To solve the problem, we take into account the motion of charged particles that generate aurora by simulating the electric field of the charged particles. That is, we analytically solve the electric field of the charged particles, and calculate the motion of the aurora considering the force from both the electric field and the earth's magnetic field.

### 1 はじめに

コンピュータグラフィクス (CG) は, 教育, 産業, 医学・自然科学, ゲーム・映画など広範に応用されている. 中でも, 大気光学現象の可視化は, オーロラ, ハロ, 虹, 雷, 蜃気楼などこれまでに多くの研究がなされてきた[1]-[3]. 本研究では, 数ある大気光学現象の中でも色, 形, 動きの点で他の大気光学現象に比べ魅力的であるオーロラに着目した. 従来のオーロラのレンダリングは静止画が主体であり, オーロラのスプリッティングやカールといった動きまで含めたレンダリングは実現できていない[4]-[7]. この問題を解決するため, 本論文では荷電粒子群の電場シミュレーションを用いたオーロラのアニメーション手法を提案する. すなわち, 荷電粒子群によって形成される電場を解析的に求め, 荷電粒子が電場と地球磁場の双方から受ける力を考慮してオーロラの動きを表示する.

### 2 オーロラ現象

太陽から放射される荷電粒子 (電子) は地球磁場に引き寄せられ, 地球の大気圏へ進入する. このとき, 荷電粒子は大気粒子 (大気中の原子や分子) と衝突を起こす. この衝突で, 荷電粒子から大気粒子へエネルギーの受け渡しが行われ, エネルギーを受け取った大気粒子は一定時間 (平均寿命) 後に元のエネルギー状態に戻ると同時に発光がおこる. この発光は, 衝突した大気粒子の種類によって色が異なる. 地上ではこの光がオーロラとして観測される[8].

オーロラの運動で最も本質的なものは, オーロラ形状の一部が裂けて S 字型のオーロラ形状が形成される運動 (スプリッティング) と, 地球磁場方向に対して時計回りの回転運動 (カール) の 2 種類である. この 2 種類の運動の組み合わせによってオーロラは様々な動きをみせている[8].

### 3 関連研究

オーロラの可視化は井上ら[4], Baranoski, Roken ら[5]によって始まった. これまでに開発されたオーロラの主要なレンダリング手法には, 井上らと Baranoski, Roken らの手法を改良した米山らによる手法[7], および Baranoski, Wan らによるダイナミクスのシミュレーション[6]がある.

オーロラの発光色について, これまでの手法では荷電粒子の落下距離を一定としている. そのため, 荷電粒子の初期エネルギーの違いによるオーロラの色変化を再現できない. 米山ら[7]は閾値による処理を行っており, 自然な色変化を再現するためには適切なパラメータを設定しなければならない. これは, 時々刻々色合いが変化するアニメーションを作成する際に, 適切なパラメータを時々刻々変化させていかなければならない問題がある.

レンダリング手法について, Baranoski, Roken ら[5]は荷電粒子が大気粒子に衝突した時点で, スクリーンに直接投影する手法をとっている. しかし, この手法では, オーロラが重なり合っている部分で手前にある大気粒子などの影響を受け光が減衰することを考慮できない問題がある. 米山らの手法では, ボリュームデータとしていったん蓄えた後, レイキャスティング手法を用いてレンダリングを行っている[7].

オーロラの動きを再現する手法について, Baranoski, Wan ら[6]はオーロラを細長いシートと置き, その中に荷電粒子をランダムに配置するモデルを提案している. 荷電粒子にかかる力を算出し, その力でシートを動かすようにしている. 細長いシートとモデル化することでカールを再現することはできるが, スプリッティングを再現することが困難である.

提案手法では, オーロラの動きに主題を置き, 任意に設定した初期位置からの動きを, 電場解析の結果に基づいて各荷電粒子にかかる力を求め, オーロラの運動をシミュレーションする. さらに上述のその他の問題点を解決するため, 荷電粒子入射時の初期エネルギー, 荷電粒子落下時のエネルギー変化を考慮してオー

ロラの発光色を決定する手法を提案する.

### 4 提案手法

本研究におけるオーロラのモデルを図 1 に示す. モデル化は大きく 2 つの部分に別れる. 1 つはオーロラ形状の変化, もう 1 つは荷電粒子の落下・発光過程に関するモデル化である.

オーロラ形状の変化は, 図 1 の破線で囲まれる空間の上面(解析平面)における荷電粒子の位置変化として考える. 荷電粒子の落下開始点がどのように時間変化するかについて, ローレンツ力, 運動速度を考慮して算出する.

荷電粒子の落下・発光過程は図 1 の破線で囲まれる空間内部における荷電粒子の動きを考える. 荷電粒子落下時のエネルギー変化, 衝突時の進行方向の変化, 高度に依存した大気粒子密度の変化を考慮して, 発光数を保存するボリュームデータを生成する.

本研究において, オーロラのアニメーションは, 各時刻での落下開始点の算出, ボリュームデータの生成, レンダリングの 3 つの処理から構成される.

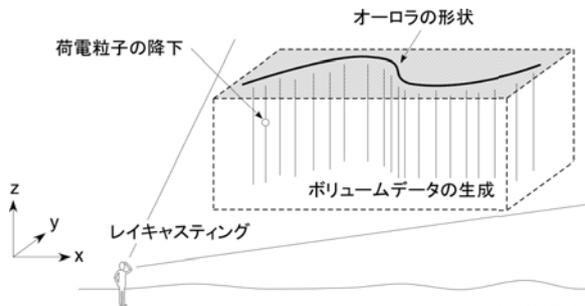


図 1 オーロラ現象のモデル化

#### 4.1 初期位置の設定

オーロラ形状は  $x$ - $y$  平面におけるオーロラの形を表すもので, ベジエ曲線基本の形状にサイン曲線でゆらぎを加えた形状を初期形状として用いる(図 2).  $n$  次のベジエ曲線に  $m$  種のサイン曲線を加えた形状  $\mathbf{P}(t)$  は次式で表される.

$$\mathbf{P}(t) = \sum_{i=0}^n \mathbf{P}_i \mathbf{B}_i^n(t) + w \left( \sum_{j=0}^m A_j \sin[2\pi f_j t] \right) \hat{\mathbf{N}}(t) \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{P}_i$  はベジェ制御点、 $\mathbf{B}_i^n(t)$  はバーンスタイン基底関数、 $\hat{\mathbf{N}}(t)$  はベジェ曲線のパラメータ  $t$  における単位法線ベクトルである。  $w$  はオーロラの厚みを制御するパラメータである。式(1)のパラメータ  $t (0 \leq t \leq 1)$  を微小間隔  $\Delta t$  ずつ変化させて、荷電粒子の初期位置を設定する。

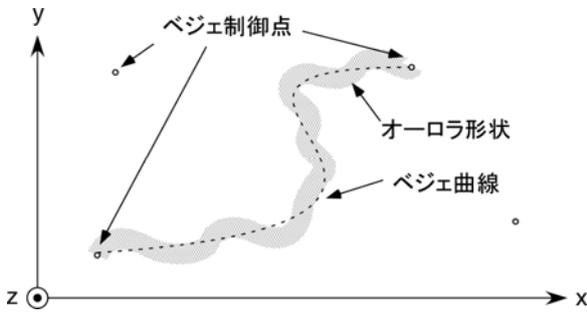


図 2 オーロラ形状の初期設定例

## 4.2 オーロラ形状の変化

本手法でオーロラ形状は、解析平面上にまかれた粒子群として扱う。この各粒子に電磁場からかかる力を算出し、作用させることで、オーロラ形状を連続的に変化させていく。

### 4.2.1 基礎方程式

電荷密度  $\rho$  を単位体積あたりの電荷の分布量とすると、電荷素量  $q_0$ 、微小面積  $\Delta S$ 、電子の個数  $N$  を用いて次式で表される。

$$\rho = \frac{q_0 N}{\Delta S} \quad (2)$$

ポアソン方程式は、電位  $\phi$ 、真空の誘電率  $\epsilon_0$  とすると次式で表される[9].

$$-\nabla^2 \phi = \frac{\rho}{\epsilon_0} \quad (3)$$

これより電場  $\mathbf{E}$  は、次式により求まる。

$$\mathbf{E} = -\nabla \phi \quad (4)$$

荷電粒子にかかる力  $\mathbf{F}$  は、荷電粒子の速度を  $\mathbf{v}$ 、地球磁場を  $\mathbf{B}$ 、空気抵抗係数を  $\mu$  とすると次式で表される。

$$\mathbf{F} = q_0 (\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}) - \mu |\mathbf{v}|^2 \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} \quad (5)$$

ニュートンの法則は、質量を  $m$ 、時間を  $t$  とすると次式で表される。

$$m \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \mathbf{F} \quad (6)$$

式(6)より、微小時間  $\Delta t$  秒後の速度  $\mathbf{v}$  は現在の速度を  $\mathbf{v}_0$  とすると、次式で表される。

$$\mathbf{v} = \frac{\Delta t}{m} \mathbf{F} + \mathbf{v}_0 \quad (7)$$

そして、 $\Delta t$  秒後の荷電粒子の移動ベクトル  $\Delta \mathbf{p}$  は次式で表される。

$$\Delta \mathbf{p} = \mathbf{v} \Delta t \quad (8)$$

### 4.2.2 ポアソン方程式の解法

式(3)から電位を求めるにあたり、解析平面を直交グリッドに分割する。境界条件を Dirichlet 条件（基本境界条件）として解析平面の端で電位  $0[\text{V}]$  を与え、SOR法を用いて電位  $\phi$  を求める。テイラー展開から求まる、中心差分を用いた2階微分の近似は次式のようになる。

$$\left( \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \right)_i \approx \frac{\phi_{i+1} + \phi_{i-1} - 2\phi_i}{(\Delta x)^2} \quad (9)$$

式(9)を式(3)に代入し、解析平面が等幅の直交格子であることから  $\Delta x = \Delta y = \delta$  とすると、ある格子点  $(x, y)$  における電位  $\phi$  は次式となる。

$$\phi(x, y) = \frac{1}{4} \left\{ \frac{\delta^2 \rho}{\epsilon_0} + \phi(x + \Delta x, y) + \phi(x - \Delta x, y) + \phi(x, y + \Delta y) + \phi(x, y - \Delta y) \right\} \quad (10)$$

式(10)より、ある格子点での電位  $\phi$  はその周りの電位から求めることができる。よって、解析平面の各格子点において式(10)を反復計算することにより、解析

平面での電位  $\phi$  を求めることができる。

### 4.2.3 更新手順

次の手順によって解析平面におけるオーロラ形状の変化を連続的に求めていく。

1. 解析平面の各格子点に電荷密度を設定 (式(2))
2. 各格子点における電位を, 反復解法を用いて導出 (式(3))
3. 各格子点における電場を導出 (式(4))
4. 各荷電粒子について, かかる力を導出 (式(5))
5. 速度 (式(7)), 移動ベクトルを導出 (式(8))
6. 荷電粒子の位置を更新

この手続きを繰り返すことにより, オーロラ形状の時間変化を連続的に求め, アニメーションを実現する。

### 4.3 ボリュームデータの生成

各時間でのオーロラ形状が求められると, 解析平面における各荷電粒子位置を落下開始位置として, 荷電粒子の落下をシミュレーションする。本研究では, 荷電粒子と大気粒子が衝突, 発光した個数をボリュームデータとして保存し, ボリュームレンダリングを行う。

荷電粒子の落下シミュレーションでは, 荷電粒子を微小時間間隔  $\Delta\tilde{t}$  で移動させながら衝突判定を行う。 $\Delta\tilde{t}$  は落下シミュレーションでの微小時間で, 電場シミュレーション時の微小時間  $\Delta t$  に対して  $\Delta\tilde{t} \ll \Delta t$  とする。 $k$  番目の衝突判定点  $\mathbf{P}_k$  は  $k-1$  番目の衝突判定点  $\mathbf{P}_{k-1}$  を用いて次式により求められる。

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k-1} + \tilde{v} \Delta\tilde{t} \frac{\mathbf{B} + \boldsymbol{\omega}}{|\mathbf{B} + \boldsymbol{\omega}|} \quad (11)$$

ここで,  $\mathbf{B}$  は磁場ベクトル,  $\boldsymbol{\omega}$  は荷電粒子と大気粒子が衝突した際の微小なぶれである。荷電粒子の落下速度  $\tilde{v}$  は次式により算出される。

$$\tilde{v} = \sqrt{2 \left( \frac{U}{m} - gh \right)} \quad (12)$$

ここで,  $U$  は荷電粒子の運動エネルギーと位置エネルギーの和,  $m$  は荷電粒子の質量,  $g$  は重力加速度,

$h$  は荷電粒子の高度である。

式(11)を用いて荷電粒子を移動させる度に, 大気粒子との衝突判定を行う。このときの衝突確率を次式によって求める。

$$P_{hit}(h) = \alpha \frac{D_{sum}(h)}{D_{sum}(100)} \quad (13)$$

$D_{sum}(h)$  は高度  $h$  [km] から 400[km] (大気圏) までの大気粒子数の総和で,  $D(z)$  を高度  $z$  での大気粒子数とすると, 次式で表される。

$$D_{sum}(h) = \int_h^{400} D(z) dz \quad (14)$$

荷電粒子の持つエネルギーは決まった距離で消費されてゼロとなるので, 微小時間  $\Delta\tilde{t}$  に対応するよう衝突確率を変化させなければならない。そこで衝突確率の係数  $\alpha$  を「1[keV]の電子の侵入高度は 150[km]」および「100[keV]電子は 80[km]付近まで侵入」[8]に基づいて設定する。5節では  $\alpha = 1.0 \times 10^8$  としている。

本手法を用いたときの荷電粒子の動き, および従来手法との比較をまとめたものを, 表 1 に示す。

表 1 従来手法と提案手法の比較

	提案手法	米山ら[7]	Baranoski ら [5]
落下方法	エネルギー変化 衝突時のゆらぎ	一定距離	衝突時のゆらぎ
衝突判定	大気密度	大気密度	一定
イメージ図			

### 4.4 レンダリング

求まったボリュームデータはレイキャスティング法を用いて可視化する。本手法における, ボリュームデータの大きさ, 配置を図 3 に示す。

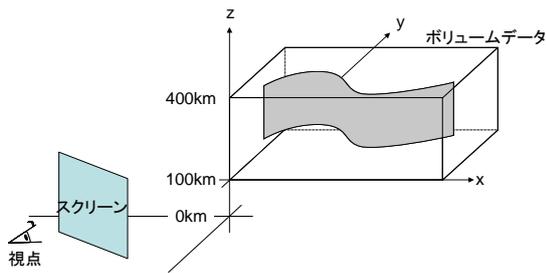


図 3 ボリュームデータの配置

大気粒子の種類・密度は高度に依存することから、高度に依存した大気粒子の変化をモデル化し色づけを行う。オーロラ光はたくさんの輝線から成っている。これは荷電粒子が大気中に侵入した際、様々な大気粒子と衝突することに起因する。すなわち、オーロラ光の輝線は上層大気を形成する主要な成分である窒素分子、酸素分子、酸素原子、窒素原子、またはそれらのイオンの輝線となる。本研究ではその中でも代表的な輝線のみを考慮する。考慮する大気粒子の種類を表 2 にまとめる[8].

表 2 大気粒子の種類

粒子の種類	波長[nm]	平均寿命[sec]
O	557.7	0.74
	630.0	110
N <sub>2</sub> <sup>+</sup>	391.4	~10 <sup>-8</sup>
	427.8	~10 <sup>-8</sup>

本手法では、発光した粒子数をボリュームデータに保存する。発光色を計算するためには、どの大気粒子と衝突したのか分配する必要がある。発光した粒子数の分配は高度に基づいて、その高度での粒子密度比から発光波長の種類ごとに分配する。これにより各セルにおける発光色の分光分布を得ることができる。

この分光分布から、式(15)を用いて波長から RGB 値を求め、スクリーンに投影する。ただし、 $s$  は露光時間を示す係数、 $L(\lambda)$  は分光分布、 $\bar{r}(\lambda)$ 、 $\bar{g}(\lambda)$ 、 $\bar{b}(\lambda)$  は RGB 等色関数である[10].

$$\begin{cases} R = s \int_{380}^{780} L(\lambda) \bar{r}(\lambda) d\lambda \\ G = s \int_{380}^{780} L(\lambda) \bar{g}(\lambda) d\lambda \\ B = s \int_{380}^{780} L(\lambda) \bar{b}(\lambda) d\lambda \end{cases} \quad (15)$$

## 5 実験結果

解析平面の大きさ 600[km]×400[km]、タイムステップは  $\Delta t = 1/30$  [秒]としてシミュレーションを行った。荷電粒子数 200,000 個、ベジェ制御点 4 点、サイン曲線 4 種類を用いた初期配置からのオーロラ形状変化をシミュレーションする。その結果を図 4 に示す。

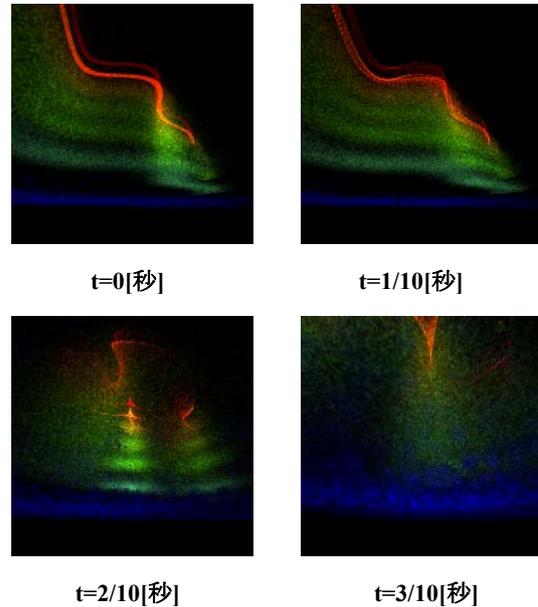


図 4 シミュレーション結果

動きについて、回転運動（カール）をしながら粒子同士が散っていく動きとなっている。その結果、カーテン状の形状を維持することができず、ぼやけたオーロラになっている。本来なら荷電粒子は断続的に降り注いでくるものであるが、本手法ではそれを再現できていない。荷電粒子の断続的入射を取り込むことにより、改善できるのではないかと考えている。

オーロラ発光現象、荷電粒子の入射エネルギーが大きいとき低い高度でオーロラが発光し、入射エネルギー

一が小さいとき高い高度でオーロラが発光する。提案手法のモデルでは、式(11)によりエネルギーを考慮することでこの現象をモデル化した。しかし、上述のようなオーロラが発光高度となっていないことが図4の表示より分かる。この原因として、高度に依存した大気粒子密度のみに基づいて衝突確率を決定する方法では、高度の減少に対して大気粒子密度が指数関数的に増えるため、実現象と一致するような衝突確率を設定できなかつたと考えられる。この問題を解決するためには、荷電粒子衝突時に発生する2次電子、電離度などの考慮が必要であると考えられる。

縞状の模様ができているのは、一度に落下させる距離とボリュームデータの解像度、式(11)における $\Delta\tilde{f}$ の設定が不適切による問題だと考えている。荷電粒子の初期エネルギーに応じてボリュームデータの解像度を変更、また、適切な $\Delta\tilde{f}$ を設定する必要があると考えられる。

## 6 終わりに

荷電粒子が電磁場から受ける力を考慮したオーロラのアニメーション手法の提案を行った。提案手法では、オーロラの基本的動きであるスプリットリングとカールの両方を再現できるよう、オーロラ形状を粒子群として扱い、任意に設定した初期位置からの動きを、電場解析の結果に基づいて各荷電粒子にかかる力を求める手法を提案した。シミュレーション結果より、カール、スプリットリングに近い動きが得られることが確認された。

しかし、オーロラ形状がシート形状を維持できず拡散してしまう、荷電粒子と大気粒子の衝突確率の決定方法、ボリュームデータの解像度といった問題を解決する必要がある。今後の課題としては、荷電粒子の断続的入射を取り込む、荷電粒子衝突時に発生する2次電子、電離度などを考慮し、上述の問題を解決することが挙げられる。

## 参考文献

[1] Gonzato J. C., Marchand S., "Photo-Realistic

Simulation and Rendering of Halos", WSCG'01, (2001)

[2] 芳信 孝宏, 金田 和文, "波動光学に基づく虹のレンダリングと背景実写画像との合成手法", 電子情報通信学会技術研究報告, Vol.104, No.649, pp.65-70 (2005)

[3] B. Sosorbaram, 藤本 忠博, 他, "電界を考慮した稲妻のCGモデル", 画像電子学会誌, Vol.32, No.1, pp.64-70 (2003)

[4] 井上太郎, 牧野光則, "CGによるオーロラのモデリング", NICOGRAPH 論文集 95, pp.161-170 (1995)

[5] G. V. G. Baranoski, J. Rokne, P. Shirley, et.al., "Simulating the aurora", J. Visual. Comput. Animat. 03, vol.14, no.1, pp.43-59 (2003)

[6] G. V. G. Baranoski, J. Wan, "Simulating the Dynamics of Auroral Phenomena", ACM Transactions on Graphics, vol24, no.1, pp.37-59 (2005)

[7] 米山孝史, 近藤邦雄, "発光原理を考慮したオーロラのビジュアルシミュレーション", VC/GCAD 05' 予稿集, pp.111-116 (2005)

[8] 国立極地研究所編, "南極の科学 2 オーロラと超高層大気", 古今書院, 東京, (1983)

[9] 渡辺 征夫, 青柳 晃, "工科の物理 3 電磁気学", 培風館, (2004)

[10] デジタル画像処理編集委員会監修, "デジタル画像処理", CG-ARTS 協会, (2006)