

大気による減衰と水滴分布を考慮した 虹のフォトリアリスティックレンダリング

藤原和也 玉木徹 金田和文
広島大学 大学院工学研究科 情報工学専攻

これまで、波動光学を考慮した虹のレンダリング法が開発され、過剰虹や異なる半径の水滴による虹の表示が行われてきた。しかし、大気中の水滴分布を一様と仮定しており、大気による光の散乱・減衰も考慮されていなかった。本研究では水滴ボリュームを設定し任意の密度と半径の水滴分布を考慮できるように改良した。また、光の減衰を考慮することで太陽高度の違いによる虹の色変化を表現できるようになった。さらに、街灯のような多様なスペクトル分布を持つ点光源も扱えるように拡張した。これらを考慮することで半径に応じて変化する虹や、高度によって色が変化する虹、また、点光源によって発生する特殊な形状の虹など様々な虹をレンダリングできるようになった。

Realistic Rainbow Rendering Considering light Attenuation due to Scattering and Absorption in the Atmosphere

Kazuya Fujiwara, Toru Tamaki, Kazufumi Kaneda
Graduate School of Engineering, Hiroshima University

A method for rendering rainbows considering the wave optics has been developed and supernumerary rainbows and rainbows generated by different radii of raindrops were rendered. However, the method assumes that the distribution of the raindrops in the atmosphere is constant, and the attenuation of light due to the scattering and absorption in the atmosphere is not taken into account.

We improved the rendering method considering both density and radius of raindrops using volume representation of raindrops. Considering attenuation of light, our method can render the change of rainbow color depending on solar altitude. In addition, we extended the method to be able to use a point light source with various spectrum distributions like streetlights. Our method can render various rainbows depending on radius of raindrops, the solar altitude, and light sources.

1. はじめに

干渉、回折、分散のような光学現象をレンダリングするためには、波動光学を基に光のスペクトル分布を考慮する必要がある。なぜなら光学特性は波長に大きく依存するからである。虹やハロ、幻日といった大気現象は光学現象の一種である。

昔から、虹はその美しさのため多くの研究者の関心を引きつけ、波動光学と幾何形状の両面から研究されてきた[1][2][3]。物理学者たちは虹やハロといった大気現象をきっかけにして、白色光が色のスペクトルに分かれることを発見した。また、彼らは光が光線の性質を持つことから主虹と副虹の角度を特定し、そして光の持つ波動性を基に数式で過剰虹の理論を立てた。

Descartes と Newton は最初に虹が幾何光学に基づいてどう形成されるかを説明し、さらに Young と Airy は波動光学に基づいてそれを説明した。Airy は雨滴から出射する光の強度を計算するためのエアリーの虹積分式を導入して、虹の理論を確立した[4]。1世紀前には、Mie によって光の散乱の厳密な解析解（ミー散乱理論）が導かれた[5]。エアリーの虹積分式は厳密なミー散乱理論を近似したものだが、一般的な雨滴の大きさ 0.1mm 近辺においては、ミー散乱理論にかなり近い強度の分布が得られる[6]。

Airy と Mie の理論は光学分野において視覚的見地から比較されるがエアリーの虹積分式はより自然な

色を発生させ、雲粒の大きさをさえミー散乱理論と視覚的に区別がつかないほどである[7]。

CG の分野でも、多くの研究者が大気現象をレンダリングするための手法を開発してきた[8][9]。虹のレンダリングにおいては、幾何光学を考慮することで、主虹と副虹がレンダリング可能となった。次に波動光学を考慮することで過剰虹や、水滴の半径によって変化する虹がレンダリングされた。しかし、いずれの手法も気象状態に依存して変化する虹をレンダリングすることはできなかった。

本研究では、大気による光の減衰と水滴の分布を考慮した虹のレンダリング手法を提案する。空間中に水滴ボリュームを設定し、ボリューム中に各位置での水滴の半径と個数密度を与え、その値を基にレンダリングを行う。光が大気中を通過する際に大気中の空気分子によって起こる光の減衰を考慮する。光源のスペクトル分布を任意に設定できるようにすることで、ASTM(米国材料試験協会)が標準化している大気圏外での太陽光のスペクトル分布や、蛍光灯などの人工光源を光源として設定できるようにする。また、点光源へ対応することで、街灯などの点光源を光源として発生する虹をレンダリングすることが可能となる。

1.1 虹の種類

本研究はエアリーの虹積分式を用いた手法のため、主虹や副虹だけでなく過剰虹の表示も可能となっている。水滴半径 0.1mm における虹のレンダリング画像を用いてそれぞれ虹の種類を示す(図 1)。

主虹:一般的に最も目にする機会が多い虹で、水滴内で1回反射した光が射出したものである。

副虹:主虹の外側に現れる虹で、水滴内で二回反射した光が射出したものである。また色の配置は主虹と逆になる。

過剰虹:主虹の内側や、副虹の外側にできる虹であり、水滴からの射出光が干渉することによって生じる。

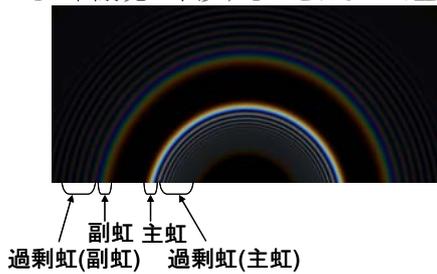


図 1: 虹の種類

2 関連研究

コンピュータグラフィックスの分野では、虹のレンダリングのための手法が開発されてきた。稲陰は、光の三原色の屈折角度を考慮して主虹のレンダリングを行った[10]。Musgrave は主虹と副虹の両方を、光の分散を考慮してレンダリングした[11] [12]。しかしながら、これらの手法では過剰虹をレンダリングすることができなかった。

ミー散乱理論に基づいた虹を含む様々な大気の効果レンダリングするための手法が提案された[13]。この方法では、厳密なミー散乱理論を用いるので計算量がかかり高く、そのためいくつかの単純化と近似が用いられている。その結果、雨滴の半径によって、外観が変化するようにリアルな虹のレンダリングは行えなかった。雨滴の半径が大きければ大きいほど虹の色はより鮮やかになり、小さければ小さいほど不鮮明な虹となり、虹の幅も半径によって変化する。

Riley らはリアルタイムで大気効果をレンダリングするための効率的な手法を開発した[14]。この手法はミーの理論を用いるが、水粒子の半径と密度は一定に固定されている。このため彼らは雨滴の半径に依存して変化する虹の外観と過剰虹を表示できなかった。

芳信らは波動光学に基づいた虹のレンダリング手法を開発した。この手法ではエアリーの虹積分式を用いることで過剰虹のレンダリングに加えて、水滴の大きさによって変化する虹のレンダリングも可能となった[15]。しかし、空気中の水滴を2次元のスクリーン状にしか設定できず、水滴の大きさや個数が一定で分布した状態だけしかレンダリングを行えないという問題がある。また、大気が光に及ぼす影響を考慮できていないという問題や、太陽光のスペクトル分布を任意に設定できず、均一な分布が用いられているために実際の太陽光のスペクトル分布とは異なっている

という問題もある。

3 大気を考慮した虹のレンダリング

本研究では文献[15]に基づく手法を拡張することでフォトリアルスティックな虹のレンダリングを目指す。ここで大気によって起こる光の散乱が、虹が発生する際の光線経路とどのように関わるかを示す。図 2 に虹の発生状況における大気モデル図を示す。

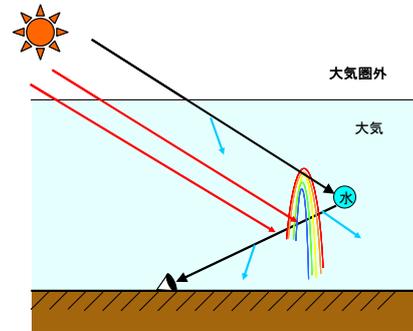


図 2: 虹と散乱との関わり

虹は大気圏外から入射してくる太陽光が大気内に突入し、水滴で反射し視点に入ることで発生している。図 2 において黒色の矢線が虹が発生させる光線の経路となる。しかし実際には、光は大気中の空気やエアロゾルといった Participating Media(PM)によってあらゆる方向に散乱させられている。図 2 の赤色の矢線は in-scattering を表し、視線方向(黒矢線の方)への光の強度を増加させる。一方で青色の矢線は out-scattering を表し、この散乱により視点に届く光が減衰する。さらに矢線では表されていないが、光が大気中を通過することで PM によって光が吸収(absorption)され減衰する。

本研究では out-scattering と absorption を合わせた減衰を考慮する。太陽光が大気圏外から入射し、大気を通過して水滴に入射する。大気圏内に入った光が水滴に届くまでの光の減衰を考える。水滴に入射した光は水滴内で反射して視点に向かって射出される。水滴から視点に到達するまでの大気による減衰も考慮する。

4 雨滴の粒径分布

Marshall と Palmer は文献[16]において雨滴の大きさに対する単位体積あたりの個数を示している(図 3)。図 3 の破線のデータは実測値で、実線のデータは式 1 に基づいた値である。小さな雨滴に関しては誤差が生じているものの、全体的な近似となっている。

直径が $D \sim D + dD$ [cm] の大きさをもつ雨滴の単位体積あたりの個数 N_D は次式で示される。

$$N_D = N_0 \exp(-\Lambda D), \quad \Lambda = 41R^{-0.21} \quad (1)$$

R [mm/hr]は天気予報で雨量として扱われている降雨強度である。気象庁によると、弱い雨が雨量 3[mm/hr]未満の雨、やや強い雨が雨量 10~20[mm/hr]の雨と定義されているので、一般的な雨は雨量 3~10[mm/hr]と考えられる[17]。 N_0 (=0.08[cm])は近似

式(1)において、 $D=0$ のときの N_D の値である。

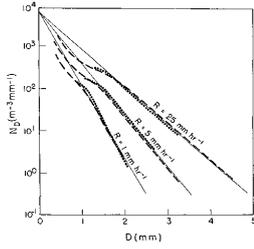


図 3：粒径分布 (出典：文献[16])

5. 提案手法

光が大気中を通過する際の光の減衰を考慮する。さらに空間中の水滴が存在する範囲に、水滴の分布を与えるための水滴ボリュームを設定する。光源については、光源のスペクトル分布を任意に設定できるようにすることと、点光源への対応を行う。

5.1 水滴ボリューム

3次元空間内での水滴の半径と個数密度を設定するために水滴ボリュームを作成する。これは各グリッド点に水滴の半径と個数密度の二つのデータを持ったボリュームデータである(図4参照)。個数密度とは単位体積あたりの水滴の個数である。

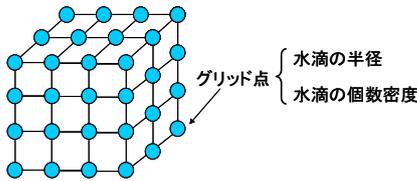


図 4：水滴ボリューム

5.2 水滴の分布を考慮した輝度値の計算

本節では、視点、スクリーン、光源方向、水滴ボリュームを設置した後のレンダリングを行う上での輝度値の計算の流れを示す。

- (1) 視点からピクセルにレイを飛ばし、太陽光とレイのなす角 θ を求める。この角度を水滴からの出射角と呼ぶ。
- (2) レイと水滴ボリュームの最初の交点を求め、それを一つのサンプル点とする。サンプル点の位置を x_i とする。
- (3) サンプル点を含む水滴ボクセルの 8 個のグリッド点からトリリニア補間を用いて水滴の半径 $a(x_i)$ と個数密度 $\rho(x_i)$ を決定する。
- (4) 出射光強度比の加算
 - (4.1) 太陽光が水滴に到達するまでの減衰率 $\tau_{1\lambda}$ を算出する(5.2.1 節で詳述)。
 - (4.2) 波長 λ 、出射角 θ 、水滴の半径 $a(x_i)$ を用いて、エアリーの虹積分式を基にして作った 3 次元出射光強度比テーブルを参照し出射光強度比 I_λ を得る(5.2.2 節で詳述)。

(4.3) 水滴から出射された光が視点に到達するまでの減衰率 $\tau_{2\lambda}$ を算出する(5.2.1 節で詳述)。

(4.4) 式 2 に従い出射光強度比を加算していく。

$$L_\lambda = \Delta t \sum_{i=1}^N \rho(x_i) r_\lambda \tau_{1\lambda} \tau_{2\lambda} I_\lambda(a(x_i), \theta) \quad (i=1,2,3,\dots) \quad (2)$$

ここで r_λ は光源(太陽光)のスペクトル分布、 Δt はレイのサンプル間隔で、 N はサンプル点数である。

(5) サンプル点 x_i を Δt だけ進め、 i を $i+1$ にする。このときサンプル点はまだ水滴ボリューム内なら step(3)に戻る。水滴ボリューム外に出たら step(6)に進む。

(6) 最終的に得られた輝度分布 L_λ を式 3 を用いて RGB 表色系に変換する

$$C_i = \int_{\lambda_{\min}}^{\lambda_{\max}} L_\lambda \alpha_{i,\lambda} d\lambda \quad (i=1,2,3) \quad (3)$$

C_1 、 C_2 、 C_3 はそれぞれ R,G,B 値に相当する。 $\alpha_{i,\lambda}$ は等色関数である[18]。

この処理を各ピクセルについて行うことで画像を作成する。

5.2.1 減衰率の算出

5.2 節 step(4.1)(4.3)の減衰について述べる。光源である太陽光の光は大気圏外を通過して、大気へ進入してから水滴に到達するまでに大気による減衰の影響を受ける。このときの減衰率 $\tau_{1\lambda}$ は次式で表される。

$$\tau_{1\lambda} = \exp(-t_\lambda) \quad (5)$$

ここで t_λ は光学的深度と呼ばれる減衰率を計算するためのパラメータである。本研究では文献[19][20]で示されている計算方法によって光学的深度を求める。

波長 λ の光が大気中を距離 s だけ通過するとき、光学的深度 t_λ は、光が単位長だけ空気中を通過する際に減衰する割合 β_λ を s で積分することによって得られる。空気の密度比が高度 h に対して指数関数的に現象するモデルを用いると、光学的深度 t_λ は次式で与えられる。

$$t_\lambda(s) = \int_0^s \beta_\lambda dl = \frac{4\pi k}{\lambda^4} \int_0^s \exp\left(-\frac{h}{H_0}\right) dl \quad (6)$$

k は大気に対する定数である。 H_0 はスケールハイト(7994[m])である。

一方、水滴から出射された光は視点に到達するまでに大気中を通過するので太陽から水滴の間と同様に大気による減衰の影響を受ける。水滴から視点までの光学的深度を t'_λ とすると、減衰率 $\tau_{2\lambda}$ は次式で表される。

$$\tau_{2\lambda} = \exp(-t'_\lambda) \quad (7)$$

5.2.2 出射光強度比算出

5.2 節 step(4.2)の出射光強度比算出について述べる。

出射光強度比の算出には文献[15]で用いられた方法を使う。この方法はエアリーの虹積分式を基にして、水滴の半径、波長、出射角をインデックスとした3次元出射光強度比テーブルを作成し、各パラメータを用いてテーブルを参照することで出射光強度比を得るものである。3次元出射光強度比テーブルを高速に作るために、強度比を求める関数を波長に依存する部分と依存しない部分にわけ、波長に依存しない部分を前処理として計算しあらかじめテーブルを作って置く。その後、波長に依存する部分を計算し、テーブルを参照して得られた波長に依存しない部分と掛け合わせることで3次元出射光強度比テーブルを作成する。

5.3 点光源への拡張

これまでの光源は太陽光を想定しているため平行光線であった。これを点光源も扱えるように拡張する。まず角度に関しては、平行光線では一つの視線方向に対して水滴から出射される光の出射角は常に一定だったが、点光源になることでサンプル点ごとに射出角が変化していく。5.2節でのstep(3)において、サンプル点ごとに水滴からの射出角を再計算することでこれに対応する。さらに光源の強度については、点光源の場合、放射束は光源からの距離の2乗に反比例して弱まるので、それを考慮する。

6. 結果画像

6.1 水滴の半径変化による影響

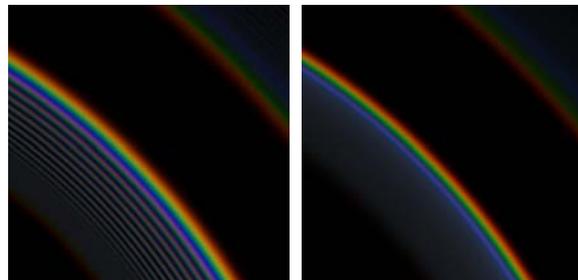
水滴の半径を変化させたときの結果を示す。まず比較基準のために個数密度、半径ともに一定にした場合の結果を図5(a)(b)(c)に示す。次に、様々な半径の水滴が存在する場合についてレンダリングを行った。水滴の半径を0.3~0.7[mm]の範囲で一様分布させた場合の結果画像を図5(d)に、平均値を0.5[mm]として約95%が0.3~0.7[mm]の範囲に納まるような正規分布で半径を与えた場合の結果を図5(e)に示す。このときも個数密度は一定である。最後に4節で示したMarshall & Palmerの粒径分布(以下MP粒径分布)に基づき、水滴の半径を0.015~1.5[mm]の一様分布で与え、式1を用いて個数密度を決定した場合の結果を図5(f)に示す。なお、いずれの結果も大気による減衰は考慮していない。

半径を一定にした場合の特徴としては過剰虹がくっきり現れている点が挙げられる。さらに半径が大きくなるにつれて虹の幅が狭くなっている。

図5(d)(e)は図5(a)(b)(c)よりも過剰虹がぼやけていることがわかる。そして図5(f)では過剰虹の色の分解が完全に無くなっている。これは水滴の半径によって過剰虹のピークの位置がずれており、それらが重なり合うことによって彩度が落ちているためである。実際に過剰虹が減多に見られないのは、このように様々な水滴が空中に存在していることが原因の一つになっていると考えられる。過剰虹が見えている場合は、水滴の半径がある一定値に近いものが比較的多く存在してい

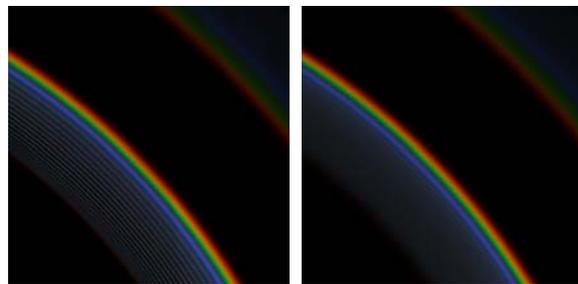
ると考えられる。

またこの結果から、過剰虹の波長成分が重なり合っ



(a)0.3mm (固定)

(d)一様分布



(b)0.5mm (固定)

(e)正規分布



(c) 0.7mm (固定)

(f)MP 粒径分布

図5: 半径による虹の変化

6.2 光源のスペクトルの違いによる影響

次に、光源のスペクトル分布の違いによる影響をみるために、様々なスペクトル分布を用いてレンダリングを行った。レンダリングの際に用いたスペクトル分布を図6に示す。図6(a)は均一な分布で、従来手法で用いられていたスペクトル分布である。図6(b)は太陽光のスペクトル分布で、ASTM(米国材料試験協会)が「E-490-00」という名称で標準化している[21]。図6(c)は蛍光灯のスペクトル分布を表しており、自然光にないような輝線スペクトルが現れている。水滴の半径と個数密度はMP粒径分布とし、大気による減衰は考慮していない。

均一なスペクトル(図6(a))、太陽光のスペクトル(図6(b))、蛍光灯のスペクトル(図6(c))を用いた場合の結

果をそれぞれ図 7(a)(b)(c)に示す。

均一なスペクトルを用いた図 7(a)に比べて、太陽光のスペクトルを用いた図 7(b)では全体的にわずかに白くなっている。蛍光灯のスペクトルを用いた図 7(c)ではさらに全体的に白くなり、青みを帯びている。

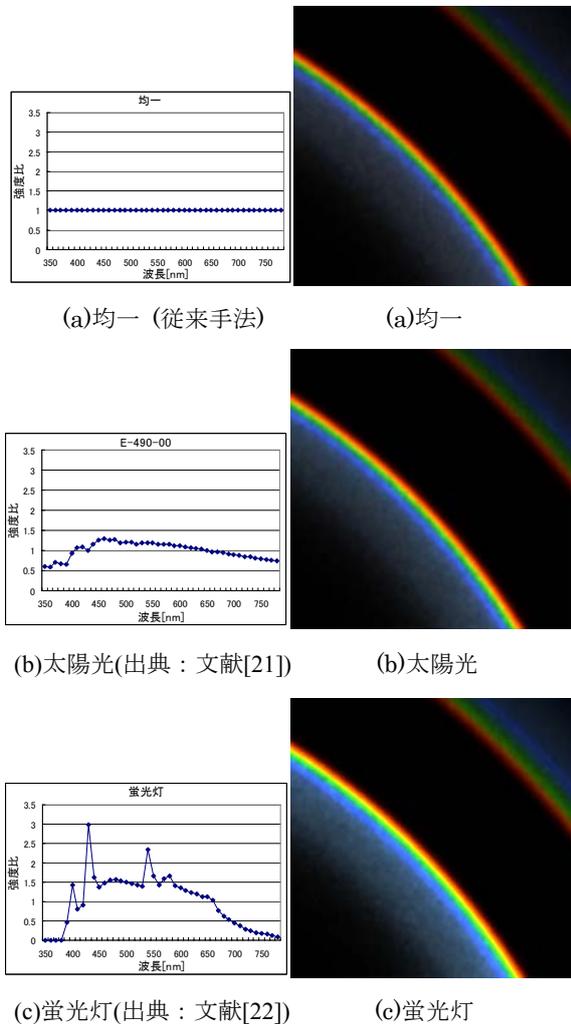


図 6：スペクトル分布 図 7：光源のスペクトル分布による虹の色変化

6.3 太陽高度の変化による影響

次に大気による光の減衰の影響を見るために、太陽高度を変化させてレンダリングを行った。光源のスペクトル分布は図 6(b)の太陽光のものを用いた。太陽高度が低くなるにつれて光の大気を通過する距離は長くなる。これによって光の減衰率が波長ごとに変わり、虹の見え方に変化が生じる。

太陽高度を 30 度、20 度、10 度と変化させた時の結果を図 8 に示す。水滴の半径と個数密度は MP 粒径分布とした。比較のために画像の左半分は減衰無しの場合を、右半分は減衰を考慮した場合の結果を示す。

図 8 より太陽高度が低くなるにつれて虹が全体的に暗くなり赤みがかっていることがわかる。これは減衰の波長依存性と、距離によって増加する減衰率の影響

である。これは実際に夕方の空が赤く見える現象と同じである。

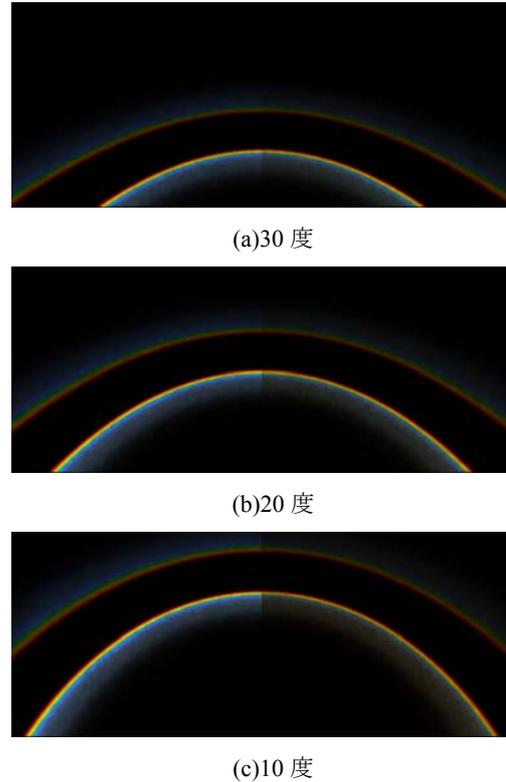


図 8：太陽高度による虹の変化

6.4 点光源による虹

次に点光源を用いた場合の虹を示す。

街灯を光源にした場合を想定して視点と光源を配置してレンダリングを行った。光源のスペクトル分布は図 6 の蛍光灯を用いた。視点の高さを 1.5[m]、光源の高さを 4[m]とする。この状態で光源を背にして 2[m],4[m],6[m],8[m]前方に進んだときの虹の表示結果を図 9 に示す。水滴の半径は 0.3[mm]で一定、個数密度も一定であり、大気による減衰は考慮していない。

図 9 のいずれの画像においても青白い虹が発生している。平行光線に対して点光源の違いは一つの視線方向に対して水滴からの出射角が様々な値を取ることである。そのため、主虹や副虹、過剰虹のピークがずれて重なり合うことで白い虹が発生している。また、青みを帯びているのは光源に用いた蛍光灯のスペクトル分布が短波長よりなためだと考えられる。また形状に関しては図 9 (a)では、通常の虹とは違い山形の虹が発生している。これが、光源との距離が離れて行くにつれて虹の形状が円形に近く変化している。これは点光源を無限遠に置くと平行光線に近似できることに起因する。

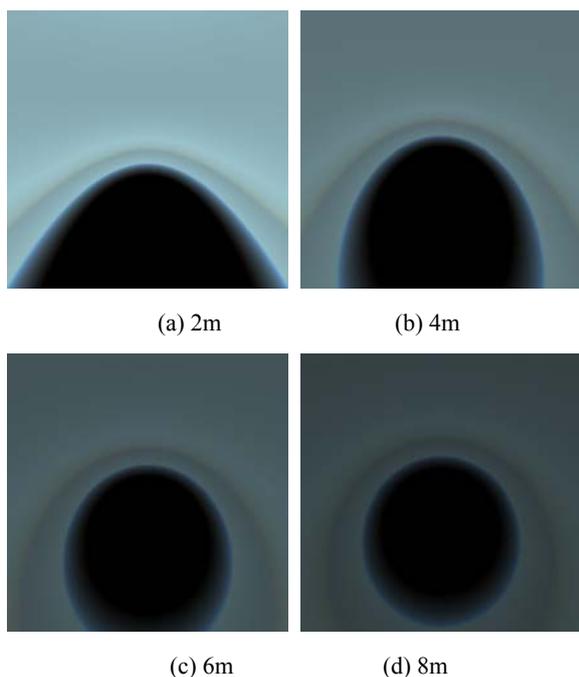


図 9：街灯を背にした時の虹

7. おわりに

水滴ボリュームを設定することで水滴の分布を考慮した虹のレンダリング手法を提案した。これによって水滴の半径の分布によって様々な虹のレンダリングを行うことができた。これらのシミュレーション結果から、実際には過剰虹があまり見られない理由や、一方で過剰虹が見えているときの大気の状態を考察することができた。また、大気による光の減衰を考慮することで、太陽高度による虹の色変化を示した。さらに、蛍光灯のスペクトル分布と点光源を用いることによって、街灯による虹を表示した。

今回の提案ではレイリー散乱による out-scattering しか考慮されていなかった。虹を形成する光自体が受ける影響としての out-scattering はレイリー散乱だけでなくミー散乱でも起こっているので、今後の課題としてミー散乱による out-scattering の考慮が挙げられる。レイリー散乱やミー散乱による in-scattering の考慮も今後の課題となる。In-scattering を考慮に入れることで背景の空の色を合わせて表示できるようになる。他にも、

参考文献

[1] Minnaert M. G. J. , “Light and color in the outdoors”, Springer-Verlag, (1993).
 [2] Davis O. , Wannell J. , Inglesfield J. , “The rainbow”, Europhysics News 37, 1, pp.17-21, (2006).
 [3] 鶴田匡夫, “光の鉛筆”, 新技術コミュニケーションズ, pp.240-251, (1984).
 [4] Airy G. B. , Trans. Camb. Phil. Soc. 6, pp.379-403, (1838).
 [5] Mie G. , “Beitrag zur optik trüber medien, speziell kolloidalen metal-losungen. Ann Physik 25, pp.377-445, (1908).

[6] Wang R. T. , Van de Hulst H. C. , “Rainbows: Mie computaions and the Airy approximation”, Applied Optics 30, 1, pp.106-117, (1991).
 [7] Lee, Jr. R. L. , “Mie theory, Airy theory, and the natural rainbow”, Applied Optics 37, 9, pp.1506-1519, (1998).
 [8] Sloup J. , “A survey of the modeling and rendering of the earth’s atmosphere”, Proc. Spring Conference on Computer Graphics '02 pp.141-150, (2002).
 [9] Gutierrez D., Seron F. J., Munoz A., Anson O., “Simulation of atmospheric phenomena”, Computers & Graphics 30, 6, pp994-1010, (2006).
 [10] Inakage M. , “An Illumination Model for Atmospheric Environments”, Proc. CG International '89 pp.533-548, (1989).
 [11] Musgrave F. K. , “Prisms and rainbows: a dispersion model for computer graphics”, Proc. Graphics Interface '89 pp.227-234, (1989).
 [12] Musgrave F. K. , “The synthesis and rendering of eroded fractal terrains”, Computer Graphics 23, 3, pp.41-50, (1989).
 [13] Jackel D. , Walter B. , “Modeling and rendering of the atmosphere using Mie-scattering”, Computer Graphics Forum 16, 4, pp201-210, (1997).
 [14] Riley K. , Ebert D. S. , Kraus M. , Tessendorf J. , Hansen C. , “Efficient Rendering of atmospheric phenomena”, Proc. Eurographics Symposium on Rendering '04 pp.375-386, (2004).
 [15] 芳信孝宏, 金田和文, “波動光学に基づく虹のレンダリングと実写画像との合成手法,” 電子情報通信学会技術研究報告 Vol.104, No.647, pp.65-70, (2005).
 [16] J.S.Marshall, W.McK.Palmer, “The Distribution of Raindrops with Size”, Journal of the Atmospheric Sciences 5, 4, pp.165-166, (1948)
 [17] 気象庁 Japan Meteorological Agency
 <http://www.jma.go.jp/jma/kishou/known/yougo_hp/kousui.html>
 (2009/01/26 アクセス)
 [18] Glassner A. S. , “Principles of digital image synthesis”, Morgan Kaufmann pp44-51, (1995).
 [19] 西田友是, 中前栄八郎, “スペクトルを考慮した天空光のシェーディングモデル”, 情報処理学会第 36 回全国大会, (1988)
 [20] K. Kaneda, et.al. , “Photorealistic image synthesis for outdoor scenery under various atmospheric conditions”, The Visual Computer 7, pp.247-258, (1991).
 [21] The National Renewable Energy Laboratory
 <http://rredc.nrel.gov/solar/spectra/am0/E490_00a_AM0.xls>
 (2009/01/24 アクセス)
 [22] 日本色彩学会 編, “新編 色彩科学ハンドブック [第 2 版]”, 東京大学出版会, pp.1473-1474, (1998).