財政政策と資本蓄積：消費の外部性が存在する場合*

三　野　和　雄[†]

1　はじめに

本稿の目的は、標準的な世代重複モデルに消費の外部性を導入し、財政政策が資本蓄積に与える効果を再検討することである。世代重複経済における財政政策の長期的効果については、Diamond（1965）の貢献以来、膨大な研究が行われてきた。特に、新古典派生産関数を前提にしたプロトタイプ・モデルを用いた分析については、広く知られた結果がいくつもあり、その主要なものは大学院レベルのマクロ経済学や財政政策のテキストでも取り上げられている。本稿では、このプロトタイプ・モデルに消費の外部性を導入すると、財政政策の長期的効果に関するよく知られた結果の多くは必ずしも成立しないことを明らかにする。

消費の外部性という概念は、主としてミクロ経済学で論じられてきたものであり、個人の消費活動が他の消費者に及ぼす直接的な波及効果を意味する場合と、他の消費者の消費行動から受ける心理的な要因（例えば、嫉妬や憧れ）を表す場合がある。90年代初頭以降、ミクロ的基礎付けをもつマクロ経済分析においても、消費の外部性に注目が集まるようになった。これまでマクロ経済学における消費の外部性は、上述した2つ目の意味で捉えられてきた。すなわち、消費の外部性を含むマクロ・モデルでは、個別の消費者は自分自身の消費水準だけではなく、自分の属する特定のグループや世間一般の消費水準と自分の消費との比較にも関心があると仮定される。[1]

動学的一般均衡分析に基づくマクロ・モデルに上述の意味での消費の外部性を導入する試みは、Abel（1990）やGalí（1994）などによって始められた。彼らの目的は、消費・資産価格モデルに消費の外部効果を導入することにより、標準的な選好を仮定したモデルでは説明しきれないモデルとデータの乖離を埋めることにあった。最近の研究では、より広い範囲の問題が論じられている。例えば、Ljungqvist and Uhlig（2000）は、消費の外部効果を含むマクロ動学モデルを用いて最適資本課税の問題を検討し、Liu and Turnovsky（2005）は、資源配分の動学的効率性の問題を論じた。またCarroll et al.（1997, 2000）は、消費の外部性を仮定した成長モデルの枠組みの中で、貯蓄と長期的成長の関係を論じており、Alonso-Carrera et al.（2008）、Chen and Hsu（2007）、Weder（2000）などは、均衡の不決定性とサンスポットの発生可能性を調べている。ただし、これらの既存研究のほとんどすべては､代表的家計モデルを使っている。代表的家計モデルでは、均衡において経済の平均的消費行動と個々の消費者の行動は乖離しない。したがって多くの場合、消費の外部性の存在が及ぼす効果は量的なものに限られ、消費の外部性の存在によって経済の運動経路や定常状態が大きく変化するということは生じにくい。そのため、財政政策の効果に関しても、消費の外部性は政策効

---

* 菅壽一先生の退職記念号に小論を発表する機会を与えていただき、感謝いたします。筆者は1977年から1991年まで広島大学経済学部に勤務しましたが、その間、菅先生は北岡孝義氏（現明治大学商学部教授）と共に、筆者の研究上の良き相談相手になって下さいました。世代重複モデルをはじめとするマクロ動学モデルを用いて財政政策の諸問題を明解に分析された当時の菅先生のお仕事 ── その多くは菅（1993）にまとめられています ── は非常に魅力的で、大いに影響を受けました。なお、本稿の内容は、平成20年度科学研究費補助金（課題番号：17730139）と日本経済研究奨励財団による財政援助のもとに行っている研究に基づいています。

† 大阪大学大学院経済学研究科

1 マクロ経済分析に消費の外部性という概念を導入する試み自体は新しいものではなく、Duesenberryによる相対的消費仮説に基づく消費関数の定式化までさかのぼることができる。この仮説が実証上どの程度の信憑性があるのかについては、必ずしも合意は得られていない。しかし、最近の行動経済学的アプローチに基づくいわゆる幸福度の研究では、アンケート調査等により、他人との消費水準の比較が、個人の幸福感を左右する重要な要因のひとつであるという点が指摘されている。（たとえばFrank 2005を参照。）

果を量的に変化させることはあっても、質的な変化をもたらすことは一般にない。

冒頭で述べたように、本稿では、多くの既存研究が採用している代表的家計経済の設定を離れ、世代重複経済に消費の外部性を導入し、財政政策の効果を分析する。世代重複経済では各時点において異質な主体が存在するから、消費者間の外部効果の相互作用は代表的家計経済よりも複雑になる。最も単純な２世代重複経済の場合でも、同世代内の消費者間における外部性（世代内外部性）と、若年世代と老年世代間の外部性（世代間外部性）の2つ効果が各時点で同時に存在する。特に世代間の外部効果の存在は、経済のふるまいに対し本質的な影響を及ぼし得る。なぜなら、各世代の消費計画に親の世代と子供の世代の消費行動が直接影響を及ぼすことにより、異時点間の資源配分の構造が大きく変化する可能性があるからである。

本稿では、資本蓄積を含む標準的な２世代重複モデルを利用して、上の推測を確認する。具体的には、各世代の効用水準が社会的な平均消費にも依存すると仮定したうえで、財政政策の変化が定常状態における資本蓄積に対してどのような効果を与えるかを見る。そしてその結果を、消費の外部性が存在しない通常のモデルにおける政策効果と比較をする。その際特に、子供の世代の消費水準が親の世代の効用に影響するような世代間の外部効果によって、モデルの動学的構造が大きく変化するという事実に注目する。そしてその事実が、消費の外部性の存在が財政政策の効果に及ぼす影響を質的に変える可能性があることを確認する。

なお、消費の外部性を世代重複経済に導入する研究は既にいくつか存在している。Abel（2005）は、Diamond（1965）のモデルに世代内と世代間の外部効果を導入して課税政策を論じているので、問題意識は本稿に近い。ただし、Abel（2005）の目的は、消費の外部性を含む経済の定常状態における最適課税ルールを導出することであり、本稿の分析内容とは重なっていない。[2]またde la Croix（1996）とde la Croix and Michel（1999）は、親の消費習慣が子供の効用に影響するような世代を超える習慣形成を取り入れたモデルを検討している。これは世代間の外部性が一方向にのみ作用する場合であり、本稿のように各時点において世代内と世代間の外部性が同時に存在する場合とは異る仮定である。[3]一方、Mino（2007）と三野（2008）は、本稿と同様の設定のもとで、関連する問題を扱っている。Mino（2007）では、価値の貯蔵手段としてのみ有用な利子を生まないペーパー・マネー（いわゆるpure bubbles）を含む世代重複経済に消費の外部性を導入し、Tirole（1985）等が見いだした貨幣的定常状態の存在条件に関する結果がどのように修正されるかを見た。また三野（2008）では、貨幣が１時点内での交換手段としても役立つという設定のもとで、消費の外部性を含む世代重複経済におけるインフレーションと経済成長の関係を検討している。本稿では資本と代替的な利子を生む債券が存在するケースを扱うから、本稿の内容はMino（2007）と三野（2008）を補完するものといえる。

以下の構成は次のようである。第２節では、消費の外部性が存在する世代重複経済のモデルを設定し、分析のフレームワークを構築する。第３節では、分析を明確にするために、モデルに含まれる各種の関数形を特定化する。第４節では公債が存在する場合と存在しない場合のそれぞれについて、消費の外部性の導入が財政政策の効果をどのように変化させるかを具体的に検討する。

2　モデルの設定

本稿で用いる分析のフレームワークは、資本蓄積を含む世代重複モデルとしては最も基本的なDiamond（1965）のモデルに消費の外部効果を導入したものである。政府部門と財政政策を含むモデルを検討する前に、まず政府部門を含まないモデルを設定し、消費の外部性の導入がどのような

[2] Alonso-Carrea et al.（2005）も同様のモデルを用いて、消費の外部性が利他的主体の遺産動機に与える影響を論じている。

[3] de la Croix（1996）とde la Croix and Michel（1999）では親の世代の若年期の消費が若年世代の効用水準に影響を与えると仮定されているので、世代間の外部性は親の消費習慣を子供が受け継ぐという形で導入されている。したがって、親の世代の老年期の消費が子供の世代の若年期の効用に影響するという我々の設定と同じではない。de la Croix（1996）などによるアプローチの一般化については、Ikefuji and Mino（2008）を参照。

効果をもたらすかを明らかにしておこう。

2.1 政府部門を含まないモデル

各時点において若年世代と老年世代の２種類の経済主体のみが存在する経済を考えよう。t 期の期首に生まれた第 t 世代の人口をN_tとし、人口は毎期 $\nu-1\ (>0)$ の率で成長すると仮定する。

$$N_{t+1}=\nu N_t,\quad \nu>1. \tag{1}$$

第 t 世代の生涯にわたる効用は以下のように与えられる。

$$U_t=u(c_t,E_t)+\beta u(x_{t+1},E_{t+1}),\quad 0<\beta<1. \tag{2}$$

ただし c_t は若年期の一人あたり消費、x_{t+1} は老年期の一人あたり消費を表し、β は割引因子を示す。各期の瞬時効用関数に含まれる E_t と E_{t+1} は、家計の効用に直接影響を与える消費の社会的平均水準を表しており、消費の外部効果を表現している。すなわち、各期の効用水準は、自分自身の私的消費だけではなく、社会的な平均消費にも影響を受けると仮定する。

各期の社会的平均消費は２つの世代の平均消費を反映するから、ベンチマークとなる E_t と E_{t+1} はそれぞれ

$$E_t=E^0(\bar{c}_t,\bar{x}_t), \tag{3}$$

$$E_{t+1}=E^1(\bar{x}_{t+1},\bar{c}_{t+1}), \tag{4}$$

のように表されると仮定しよう。（変数の上につけたバーは平均値を表している。）すなわち、若年期の消費に影響する外部性は、同世代の平均消費 $\bar{c}_t$ だけではなく、親の世代の平均消費 $\bar{x}_t$ にも依存し、同様に老年期の消費に影響する外部性は、子供の世代の平均消費 $\bar{c}_{t+1}$ にも依存している。このように、各期の効用水準に対し、同世代の平均消費だけではなく異なる世代の平均消費が影響を与える点が、代表的家計モデルとの大きな違いである。実際、以下で見るように、モデルのワーキングに大きな影響を与えるのは、世代間の外部効果の存在である。[4]

関数 $E^0(.)$ と $E^1(.)$ は、ともに各変数の増加関数であるとする。ここで、各期の瞬時効用が $\partial u/\partial E_{t+i}<0\ (i=0,1)$ という性質をもてば、社会的な消費の増加は、個人の効用水準を引き下げるから、消費者は他人の消費にねたみを持つことになる。逆に $\partial u/\partial E_{t+i}>0\ (i=0,1)$ であれば、消費者は他人の消費を賞賛する。また $\partial^2 u/\partial c_{t+i}\partial E_{t+i}>0\ (i=0,1)$ であれば、私的消費の限界効用が社会的消費の増大に伴い上昇するから、消費者は自らの消費が他人の消費行動とより似ていることを好むという意味で大勢順応型であり、$\partial^2 u/\partial c_{t+i}\partial E_{t+i}<0\ (i=0,1)$ のときには、他人と同じ消費行動を避けたいと思うから、大勢に非順応である。[5]

Diamond（1965）と同様に、各家計は若年期だけ１単位の労働を提供するとし、老年期は働かないと仮定する。実質賃金率を w_t, 粗利子率（＝利子率＋１）を R_t、若年期の貯蓄を s_t で表せば、若年期と老年期の予算制約は、それぞれ $w_t=c_t+s_t$ と $x_{t+1}=R_{t+1}s_t$ であるから、生涯を通じた予算制約式は次のようになる。

$$c_t+\frac{x_{t+1}}{R_{t+1}}=w_t. \tag{5}$$

家計は、効用関数 U_t を（5）の制約の下で最大にするように各期の消費水準を決めるが、その際、E_t と E_{t+1} によって表されるベンチマーク・レベルの消費水準は所与であると見なして消費計画を決定する。

最適化の１次条件より

$$\frac{u_1(c_t,E_t)}{u_1(x_{t+1},E_{t+1})}=\beta R_{t+1} \tag{6}$$

を得る。（5）と（6）を用いれば、若年期と老年

[4] 消費の外部性を含む代表的家計モデルとの具体的な差異については、三野（2007）が論じている。なお、異質な消費者が存在すれば、経済主体が無限視野を持つRamsey型モデルでも、消費の外部性が質的変化をもたらし得る。この点についてはMino and Nakamoto（2008）を参照。

[5] マクロ経済学では、大勢順応型はkeeping up with the Joneses（KUJ），大勢非順応の場合はrunning away from the Joneses（RAJ）と表現されることが多い。消費の外部性の定式化とその解釈については、Collier（2004），Dupor and Liu（2003）及びGarriga（2006）が注意深い分析を行っている。

期の最適消費はそれぞれ

$$c_t = \phi^c(w_t, R_{t+1}, E_t, E_{t+1}),$$
$$x_{t+1} = \phi^x(w_t, R_{t+1}, E_t, E_{t+1})$$

と表すことができる。各世代の家計は同質であるから、均衡では個々の家計消費と世代内の平均消費は等しく、$\bar{c}_{t+j}=c_{t+j}$ と $\bar{x}_{t+j}=x_{t+j}$ ($j=0, 1$) が常に成立する。したがって、若年期と老年期の消費関数はそれぞれ

$$c_t = \phi^c(w_t, R_{t+1}, E^0(c_t, x_t), E^1(x_{t+1}, c_{t+1}))$$
$$x_{t+1} = \phi^x(w_t, R_{t+1}, E^0(c_t, x_t), E^1(x_{t+1}, c_{t+1}))$$

のように表せる。これらの式を c_t と x_{t+1} について解けば

$$c_t = C(w_t, R_{t+1}, x_t, c_{t+1}) \tag{7}$$

$$x_{t+1} = X(w_t, R_{t+1}, x_t, c_{t+1}) \tag{8}$$

のうように書くことができる。すなわち、各期の最適消費水準は実質賃金と利子率だけではなく、親の世代の消費水準と子供の世代の消費水準にも依存して決まる。

生産に関しては、競争市場を前提とした１財経済を仮定しよう。生産技術は、規模に関する収穫一定を仮定した通常の新古典派型の生産関数で与えられる。総生産と総資本を Y_t と K_t とし、生産関数を $Y_t/N_t=f(k_t)\ N_t$ と表そう。ただし、k_t ($=K_t/N_t$) は資本・労働比率である。生産性を表す関数は $f(k_t)$ は、k_t に関して単調増加、強凹かつ稲田条件を満たすものとする。このとき、粗実質利子率（＝利子率＋１）を R_t と表し、資本減耗率を δ とすれば、$R_t=f'(k_t)+1-\delta$ が成立する。したがって、資本は毎期完全に減耗する（$\delta=1$）と仮定すれば、粗利子率と実質賃金率はそれぞれ

$$R_t = R(k_t) \equiv f'(k_t),$$

$$w_t = w(k_t) \equiv f(k_t) - k_t f'(k_t)$$

のように k_t の関数で表すことができる。[6]この関係を用いると、(7) と (8) は以下のように書ける。

$$c_t = \hat{C}(k_t, k_{t+1}, x_t, c_{t+1}), \tag{9}$$

$$x_{t+1} = \hat{X}(k_t, k_{t+1}, x_t, c_{t+1}). \tag{10}$$

貯蓄は若年世代のみが行うから、資本・労働比 k_t の運動方程式は，(1) と $K_{t+1}=N_t s_t$ より

$$k_{t+1} = \frac{s_t}{\nu} = \frac{w_t(k_t) - c_t}{\nu} \tag{11}$$

のようになる。一方、老年期の予算制約と (11) より $x_{t+1}=R_{t+1}s_t=\nu R(k_{t+1})\,k_{t+1}$ かつ $x_t=\nu R_t s_{t-1}=\nu R(k_t)\,k_t$ となるから、(9) と (10) は次のように表すことができる。

$$c_t = \hat{C}(w(k_t), R(k_{t+1}), \nu R(k_t)\,k_t, c_{t+1}), \tag{12}$$

$$\nu R(k_{t+1})\,k_{t+1} = \hat{X}(w(k_t), R(k_{t+1}), \nu R(k_t)\,k_t, c_{t+1}). \tag{13}$$

これら２つの式は、(k_t, c_t) に関する連立差分方程式である。完全予見の仮定の下では c_t の初期値が与えられていないことを考慮すれば、定常均衡に導くユニークな均衡経路の存在のためには、動学システムがサドル・ポイント性を持たねばならないことが予想される。この点は、通常のDiamondモデルと大きく異なる。[7]周知のように、資本以外の資産を含まない２世代重複経済モデルでは、経済のダイナミクスは、一人あたり資本ストックだけからなる動学システムに集約できるから、資本と人口の初期値が与えられると、経済の運動経路は確定する。このように、消費の外部性を含む世代重複経済の挙動が通常のDiamondモデルと大きく異なる理由は、老年期の効用に次世代の若年期の消費が影響することによる。事実、外

[6] ２世代重複経済では、１期間が25年から30年とみなせるから、資本が１期間で完全減耗するという仮定は現実的である。

[7] この点で遺産動機が存在する世代重複モデルと似ているが、遺産動機のあるモデルと異なり、ここでは子供の世代の消費 c_{t+1} は外部効果として老年期の効用に影響するから、t 世代の最適化問題にとっては所与と見なされる。

部性が世代内だけであるか、あるいは若年期の世代間の外部性が親の世代からによるものだけであれば、すなわち、$E_t=E^0(\bar{c}_t)$ または $E_t=E^0(\bar{c}_t, \bar{x}_t)$ かつ $E_{t+1}=E^1(x_{t+1})$ であれば、動学システムは資本ストックの運動方程式のみになり、Diamondモデルと同様に、資本の初期値が与えられれば経済の運動経路は一意に決まる。

2.2　政府部門の導入

上のモデルに政府部門を導入するために、公債、租税、政府支出を加えよう。[8]若年期と老年期の所得税は一括税のかたちで徴収され、第 t 世代に課される一人当たりの若年期と老年期の税額はそれぞれ τ^1_t と τ^2_{t+1} であるとする。このとき、若年期と老年期の予算制約はそれぞれ $c_t+\tau^1_t+s_t=w_t$ と $x_{t1}+\tau^2_{t+1}=R_{t+1}s_t$ であるから、生涯の予算制約は

$$c_t + \frac{x_{t+1}}{R_{t+1}} = w_t - \tau^1_t - \frac{\tau^2_{t+1}}{R_{t+1}} \tag{14}$$

のように与えられる。以下では、所得税は常に $w_t-\tau^1_t-\tau^2_{t+1}/R_{t+1}>0$ を満たす範囲に定められると仮定する。

第 t 期の政府支出を G_t と表し、t 期の期首の公債のストックを B_t とすれば、政府のフローの予算制約は

$$B_{t+1}+N_t\tau^1_t+N_{t-1}\tau^2_t=R_tB+G_t$$

となる。ここでは公債の満期は1期であり、均衡において資本と同率の収益を生むと仮定している。公債残高と政府支出を若年世代一人当たり（労働人口当たり）で表し、$B_t/N_t\equiv b_t$, $g_t\equiv G_t/N_t$ とすれば、上の予算式は

$$\nu b_{t+1} = R_t b_t + g_t - \tau^1_t - \frac{\tau^2_t}{\nu} \tag{15}$$

と表すことができる。一方、若年世代の貯蓄は資本と公債の保有に向けられるから、資産市場の均衡条件は $K_{t+1}+B_{t+1}=s_tN_t$ である。この式を若年世代一人当たりで表すと

$$\begin{aligned} k_{t+1} + b_{t+1} &= \frac{w_t - c_t - \tau^1_t}{\nu} \\ &= \frac{1}{\nu}\left[\frac{x_{t+1}}{R_{t+1}} + \frac{\tau^2_{t+1}}{R_{t+1}}\right] \end{aligned} \tag{16}$$

のようになるから、老年期の消費は

$$x_{t+1}=\nu R_{t+1}(k_{t+1}+b_{t+1})-\tau^2_{t+1} \tag{17}$$

と表せる。

家計の最適化条件は（6）のままであるから、（14）を用いれば、若年期と老年期の消費需要は以下のように表せる。

$$c_t=\phi^c(I_t, R_{t+1}, E_t, E_{t+1}),$$

$$x_{t+1}=\phi^x(I_t, R_{t+1}, E_t, E_{t+1})$$

ここで I_t は第 t 世代の税引き後の生涯所得の現在価値

$$I_t \equiv w_t - \tau^1_t - \frac{\tau^2_{t+1}}{R_{t+1}}$$

である。したがって、政府部門が存在しない場合に得られた（12）と（13）はそれぞれ以下のようになる。

$$c_t = \hat{C}\left(w(k_t) - \tau^1_t - \frac{\tau^2_{t+1}}{R(k_{t+1})}, R(k_{t+1}), \nu R(k_{t+1})(k_{t+1}+b_{t+1}) - \tau^2_{t+1}, c_{t+1}\right), \tag{18}$$

$$\begin{aligned} &\nu R(k_{t+1})(k_{t+1}+b_{t+1}) \\ &= \hat{X}\left(w(k_t) - \tau^1_t - \frac{\tau^2_{t+1}}{R(k_{t+1})}, R(k_{t+1}), \nu R(k_{t+1})(k_{t+1}+b_{t+1}) - \tau^2_{t+1}, c_{t+1}\right). \end{aligned} \tag{19}$$

なお、（18）と（19）の左辺を導く際に（17）を用いている。ここで、一人あたりの租税と政府支出の経路を与えれば、（18），（19）および政府予算式（15）の3つの動学式により、(k_t, c_t, b_t) の

[8] Dianmondモデルを用いた財政政策の分析については、de la Corix and Michel（2002）の第4章が詳しい。

運動経路を分析することができる。

ただし、上のような一般的な設定のもとでは、消費の外部効果の存在が財政政策の効果をどのように左右するかを明確に捉えることは難しい。次節では、モデルに含まれる関数形を特定化すると共に、政府行動を単純化することにより、消費の外部性が果たす役割を分析しよう。

3 モデルの特定化

3.1 効用関数と生産関数の形状

2.2節のモデルにおいて、まず効用関数を次のような対数関数で表そう。

$$U_t = \log(c_t + \theta E_t) + \beta \log(x_{t+1} + \theta E_{t+1}). \tag{20}$$

ただし、下の（21）と（22）で特定化するように、本稿では外部効果を各世代の平均消費の線形関数で表すので、外部効果を含んだ社会的消費の限界効用が正になるために $\theta > -1$ であると仮定する。周知のように、効用関数が加法的な対数関数であれば、消費の外部性が存在しない通常のケースでは、若年期の消費と貯蓄は利子率と独立になる。しかし、以下で見るように、世代間の消費の外部性が存在すると、対数効用の場合でも若年期の消費は利子率に依存する。若年期と老年期の外部効果を表す（3）と（4）については、それぞれ

$$E_t = c_t + \eta \bar{x}_t, \tag{21}$$

$$E_{t+1} = \bar{x}_{t+1} + \eta \bar{c}_{t+1}, \tag{22}$$

のように線形の関数で示せるとしよう。η は世代内と世代間の外部効果の相対的な強さを表すパラメタであり、正の定数である仮定する。[9] このように関数形を設定すると、$\partial u/\partial E_t = \theta/(c_t + \theta E_{t+i})$ および $\partial^2 u/\partial c_t \partial E_{t+i} = -\theta/(c_t + \theta E_{t+i})^2$ となるから、θ が負であれば消費者は他人の消費にジェラシーを感じ、かつ大勢に順応する傾向をもつ。逆に、θ が正であれば、他人の消費を賞賛し、かつ大勢に非順応な選好を持つことになる。

家計は（14）のもとで（20）を最大にするように各期の消費水準を決めるから、最適化の1次条件のひとつは

$$\frac{\beta(c_t + \theta E_t)}{x_{t+1} + \theta E_{t+1}} = \frac{1}{R_{t+1}} \tag{23}$$

である。（14）と（23）を c_t と x_{t+1} について解けば、若年期と老年期の消費関数はそれぞれ以下のように表すことができる。

$$c_t = \frac{1}{1+\beta} I_t + \frac{\theta}{1+\beta}\left(\frac{E_{t+1}}{R_{t+1}} - \beta E_t\right), \tag{24}$$

$$x_{t+1} = \frac{\beta R_{t+1}}{1+\beta} I_t - \frac{\theta R_{t+1}}{1+\beta}\left(\frac{E_{t+1}}{R_{t+1}} - \beta E_t\right). \tag{25}$$

ただし $I_t = w_t - \tau_t^1 - \tau_{t+1}^2/R_{t+1}$ である。この場合、もし外部性がなく $\theta = 0$ であれば、$c_t = w_t/(1+\beta)$ と $x_{t+1} = \beta R_{t+1} w_t/(1+\beta)$ となり、若年期の消費に対する老年期の利子率がおよぼす代替効果と所得効果は打ち消し合う。しかし、消費の外部性が存在すると、老年期に成立する利子率の変化は、各期の消費に対し次のような影響をもたらす。

$$\frac{\partial c_t}{\partial R_{t+1}} = -\frac{\theta E_{t+1}}{(1+\beta) R_{t+1}^2},$$

$$\frac{\partial x_{t+1}}{\partial R_{t+1}} = \frac{\beta}{1+\beta}(w_t + \theta E_t).$$

最適消費が実行可能なら $w_t > c_t$ かつ $c_t + \theta E_t > 0$ だから、$\partial x_{t+1}/\partial R_{t+1}$ は通常通り正の値を持つ。それに対し、$\partial c_t/\partial R_{t+1}$ の符号は θ の符号に依存する。$\theta < 0$ であり、負の外部性が存在する場合には、老年期の利子率の上昇は老年期の外部効果の

[9] 効用関数の代替的な定式化としてよく用いられるのは、外部効果がかけ算の形で入る場合である。たとえば効用関数を

$$U_t = \frac{(c_t E_t^{\theta})^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \beta \frac{(x_{t+1} E_{t+1}^{\theta})^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma}, \quad \sigma > 0$$

として、外部効果を $E_t = c_t^{\gamma} x_t^{1-\gamma}$ 等とする定式化である。Abel（2005），Mino（2008），三野（2008）ではこの定式化を使っている。このようにしても議論の本質は変わらないが、本稿の設定のもとで上の効用関数を使うと、計算がかなり複雑化することが避けられない。

割引価値を引き下げることによって若年期の消費を刺激する。逆に正の外部効果が存在すれば（$\theta>0$），老年期に外部効果の割引価値の低下は、若年期の消費を低下させる。

各世代内の家計は同質だと仮定しているから、経済の均衡経路上では $\bar{c}_t=c_t$, $\bar{x}_t=x_t$ および $\bar{c}_{t+1}=c_{t+1}$ が各時点で成立する。したがって、$E_t=c_t+\eta x_t$ かつ $E_{t+1}=x_{t+1}+\eta c_{t+1}$ となり、均衡経路上での若年期と老年期の最適消費はそれぞれ以下のようになる。

$$c_t=\frac{1}{1+\beta}I_t+\frac{\theta\eta}{(1+\theta)(1+\beta)}\left(\frac{c_{t+1}}{R_{t+1}}-\beta x_t\right), \tag{26}$$

$$x_{t+1}=\frac{\beta R_{t+1}}{1+\beta}I_t-\frac{\theta\eta R_{t+1}}{(1+\theta)(1+\beta)}\times\left(\frac{c_{t+1}}{R_{t+1}}-\beta x_t\right). \tag{27}$$

上の式が示すように、$\theta>-1$という仮定のもとでは、$\partial c_t/\partial R_{t+1}$ と $\partial x_{t+1}/\partial R_{t+1}$ の符号は外部性を所与とした場合と同じである。

一方、生産に関しては、生産関数をコブ・ダグラス型に特定化し

$$y_t=Ak_t^{\alpha},\quad 0<\alpha<1$$

としよう。したがって、実質（粗）利子率と実質賃金率はそれぞれ以下のように与えられる。

$$R_t=\alpha Ak_t^{\alpha-1}, \tag{28}$$

$$w_t=(1-\alpha)Ak_t^{\alpha}. \tag{29}$$

3.2　動学システムと定常均衡

完結した動学システムを導出するために、まず（17）より $x_t=\nu R(k_t)(k_t+b_t)-\tau_t^2$ であることに注意しよう。この式と I_t の定義式、及び（28）と（29）を（26）に代入すると

$$c_t=\frac{1}{1+\beta}\left[(1-\alpha)Ak_t^{\alpha}-\tau_t^1-\frac{\tau_{t+1}^2}{R_{t+1}}\right]+\frac{\theta\eta}{(1+\theta)(1+\beta)}\left[\frac{c_{t+1}}{R_t}-\beta\left(\nu R_{t+1}(k_t+b_t)-\tau_t^2\right)\right] \tag{30}$$

が導ける。また同様にして、（27）は下のように書くことができる。

$$v(k_{t+1}+b_{t+1})=\frac{\beta}{1+\beta}\left[(1-\alpha)Ak_t^{\alpha}-\tau_t^1-\frac{\tau_{t+1}^2}{R_{t+1}}\right]+\frac{\tau_{t+1}^2}{R_{t+1}}-\frac{\theta\eta}{(1+\theta)(1+\beta)}\left[\frac{c_{t+1}}{R_{t+1}}-\beta\left(\nu R_{t+1}(k_t+b_t)-\tau^2\right)\right]. \tag{31}$$

（30）と（31）から

$$k_{t+1}+b_{t+1}=\frac{1}{\nu}\left[(1-\alpha)k_t^{\alpha}-c_t-\tau_t^1\right] \tag{32}$$

を得るが、これは資産蓄積式（16）に他ならない。以上より、若年期の消費関数（30），老年期の消費関数（31）（または資産蓄積式（32））、利子率の決定式（28）に政府の予算制約式（15）を加え、更に政策変数 τ_t^1, τ_t^2, g_t の経路を定めると、(k_t, c_t, b_t) を内生変数とする動学システムは完結する。

当然ながら、動学システムの挙動は財政政策のパターンに強く依存する。しかし、労働人口あたりの各内生変数と政策変数、および利子率が一定の値をとる（したがって、主要変数が人口と同率で成長する）状態を定常状態と定義をすれば、政策変数の経路をどのように特定化しても、定常状態を特徴付ける条件式は同じである。すなわち、定常状態においては、以下の関係が成立する。

$$\left(1-\frac{R}{\nu}\right)b=g-\tau^1-\frac{\tau^2}{\nu}, \tag{33}$$

$$c=\frac{1}{1+\beta}\left[(1-\alpha)\frac{Rk}{\alpha}-\tau^1-\frac{\tau^2}{R}\right]+\frac{\theta\eta}{(1+\theta)(1+\beta)}\left[\frac{c}{R}-\beta\left(\nu R(k+b)-\tau^2\right)\right], \tag{34}$$

$$k+b=\frac{1}{\nu}\left[(1-\alpha)k^{\alpha}-c-\tau^1\right], \tag{35}$$

$$R=\alpha Ak^{\alpha-1}. \tag{36}$$

ただし、各変数の添え字 t を省いた記号は、定常値を表す。ここで（33）は政府予算制約式の定常

状態における表現であり、(34) と (35) はそれぞれ若年期の消費関数と資産蓄積式を定常状態において評価した式である。なお、(35) は老年期の消費関数の定常状態における表現である

$$v\left(k+b\right)-\frac{\tau^{2}}{R}=\frac{\beta}{1+\beta}\left[\left(1-\alpha\right)\frac{Rk}{\alpha}-\tau^{1}-\frac{\tau^{2}}{R}\right]$$

$$-\frac{\theta\eta}{\left(1+\theta\right)\left(1+\beta\right)}\left[\frac{c}{R}-\beta\left(\nu R\left(k+b\right)-\tau^{2}\right)\right].$$

に置き換えてもよい。これらの式に利子率を規定する (36) を加えた4本の式によって、(k_t, c_t, R_t, b_t) の定常値 (k, c, R, b) が決定される。

4 財政政策の効果

4.1 均衡財政の場合

まず公債が発行されず、各期において均衡財政が実現している場合、すなわち b_t=0 であり、一人あたりの基礎収支が均衡し

$$g_t-\tau_t^1-\frac{\tau_t^2}{\nu}=0 \tag{37}$$

が成立している場合を考えよう。このとき、若年期の所得にのみ課税されると仮定すれば τ_t^1=g_t かつ τ_t^2=0 とおけるので、(34), (35), (36) より定常均衡を決定する条件は以下のようになる。

$$c=\frac{1}{1+\beta}\left[\left(1-\alpha\right)Ak^{\alpha}-g\right]+\frac{\theta\eta}{\left(1+\theta\right)\left(1+\beta\right)}$$

$$\times\left[\frac{c}{\alpha Ak^{\alpha-1}}-\beta\nu Ak^{\alpha}\right], \tag{38}$$

$$k=\frac{1}{\nu}\left[\left(1-\alpha\right)k^{\alpha}-c-g\right]. \tag{39}$$

もし消費の外部性が存在しなければ θ =0 だから、(38) と (39) から c を消去すると、定常状態の資本・労働費を決める式は

$$k=\frac{\beta}{\nu\left(1+\beta\right)}\left[\left(1-\alpha\right)Ak^{\alpha}-g\right] \tag{40}$$

となる。簡単に確かめられるように、(40) を満たす資本労働比率の定常値が存在するときには一般に2つ存在する。また外部性が存在しなければ、k_t の運動は

$$k_{t+1}=\frac{\beta}{\nu\left(1+\beta\right)}\left[\left(1-\alpha\right)Ak_t^{\alpha}-g\right]$$

によって決まるから、2つの定常均衡のうちkの値が大きい定常点のみが安定的であることもすぐに分かる。安定な定常均衡において、若年世代一人当たりの政府支出 g の増大は若年世代への課税額を引き上げ、貯蓄を減らし、定常状態の資本・労働比を引き下げる。

逆に老年世代の所得にのみ課税されるとすれば、(37) において τ_t^1=0 および τ_t^2=νg_t であるから、(34) と (35) はそれぞれ以下のように書き換えられる。

$$c=\frac{1}{1+\beta}\left[\left(1-\alpha\right)Ak^{\alpha}-\frac{\nu g}{\alpha Ak^{\alpha-1}}\right]$$

$$+\frac{\theta\eta}{\left(1+\theta\right)\left(1+\beta\right)}\left[\frac{c}{\alpha Ak^{\alpha-1}}-\beta\left(\nu\alpha Ak^{\alpha-1}\right.\right.$$

$$\left.\left.\times\left(k+b\right)-\nu g\right)\right], \tag{41}$$

$$k=\frac{1}{\nu}\left[\left(1-\alpha\right)k^{\alpha}-c\right]. \tag{42}$$

ここでもまず外部性が存在しない θ =0 のケースを考えると、定常均衡を定める条件は (36) と (41) より

$$k=\frac{1}{\nu(1+\beta)}\left[\beta\left(1-\alpha\right)Ak^{\alpha}+\frac{\nu g}{\alpha A}k^{1-\alpha}\right] \tag{43}$$

となる。(43) の右辺は原点を通る2つの凹関数の和であるから、両辺のグラフを描けばすぐに分かるように、k>0 となる定常点が一意に存在する。そして政府支出 g の増大は右辺のグラフを上方にシフトさせ、資本・労働比の定常値は上昇する。老年期の所得にのみ課税されると仮定しているから、g が上昇すると老年期の可処分所得が低下する。若年世代は消費の平準化のために貯蓄を増やし、そのため資本蓄積が促進されるからである。[10]

以上のようなよく知られた結果は、消費の外部性が存在すると必ずしも成立しなくなる。それを

[10] この定常点が安定であることは、τ_1=g かつ τ_2=0 の場合と同様に簡単に確認できる。

見るために、ここでは若年期の所得にのみ課税されるケースを考えよう。$g=\tau^1$ かつ $\tau^2=0$ とすれば、(35) より $c=(1-\alpha)Ak^\alpha-\nu k-g$ となるから、これと（36）を（34）に代入し、整理すると

$$\begin{aligned}\nu k=&\frac{\beta}{1+\beta}\left[(1-\alpha)Ak^\alpha-g\right]\\&-\frac{\theta\eta}{(1+\theta)(1+\beta)}\left[\frac{(1-\alpha)Ak^\alpha-\nu k-g}{\alpha Ak^{\alpha-1}}\right.\\&\left.\qquad\qquad-\beta\nu Ak^\alpha\right]\end{aligned}$$

を得る。上の式を書き換えると

$$\begin{aligned}&-\left[\nu+\frac{\theta\eta(1-\alpha)}{\alpha(1+\theta)(1+\beta)}\right]k+\left[\frac{\beta(1-\alpha)}{1+\beta}\right.\\&\qquad\left.+\frac{\theta\eta\beta\nu}{(1+\theta)(1+\beta)}\right]Ak^\alpha\\&+\frac{\theta\eta g}{\alpha A(1+\theta)(1+\beta)}k^{1-\alpha}\\&=\frac{\beta g}{1+\beta}-\frac{\theta\eta\nu}{\alpha A(1+\theta)(1+\beta)}k^{2-\alpha}\end{aligned}\tag{44}$$

となるが、この式の左辺を $H(k)$ 右辺を $G(k)$ と表そう。k の定常値は方程式 $H(k)=G(k)$ の正値解である

他人の消費に対するねたみが存在し、$-1<\theta<0$ であれば、$H(k)$ の第1項と第2項の中括弧で表された部分の符号が一義的に決まらなくなる。ここでは例として、人口成長率が十分低く、

$$\nu+\frac{\theta\eta(1-\alpha)}{\alpha(1+\theta)(1+\beta)}<0,$$
$$\frac{\beta(1-\alpha)}{1+\beta}+\frac{\theta\eta\beta\nu}{(1+\theta)(1+\beta)}>0$$

の場合を考えてみよう。$-1<\theta<0$ を考慮して、$H(k)$ と $G(k)$ のグラフを描くと図1(a) のようになる。この図の場合、$H(k)$ は強凹の単調増加関数、$G(k)$ は縦軸の切片が正である強凸の単調増加関数となり、定常値が存在すれば一般に2つ存在する。g の増大は $G(k)$ のグラフを上方にシフトさせるから、下方の定常点では資本・労働比の定常値は増大し、上方の定常点では、資本・労働比は低下する。したがって、定常状態の性質と政策効果は、外部効果が存在しない場合とほぼ同じである。ただし、外部性が存在しないケースでは、g の増大が k を上昇させるような下方の定常点は一般に不安定であり到達できないのに対し、消費の外部性が存在するときにはそうとは限らない。これは第2節で指摘した世代間外部性の導入による動学体系の構造変化による結果であるが、これについては4.3節で触れる。

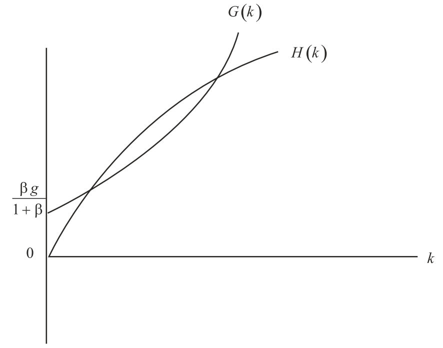

図1 (a)

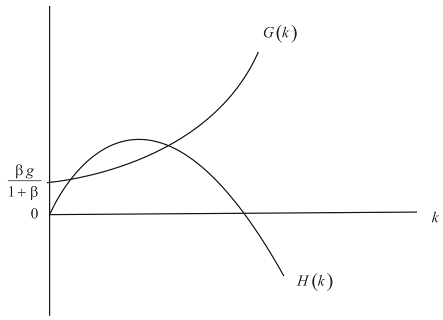

図1 (b)

同様にして、人口成長率 ν が十分に大きいために

$$\nu+\frac{\theta\eta(1-\alpha)}{\alpha(1+\theta)(1+\beta)}>0,$$
$$\frac{\beta(1-\alpha)}{1+\beta}+\frac{\theta\eta\beta\nu}{(1+\theta)(1+\beta)}>0$$

となるケースが図1(b) に描かれている。この場合は $H(k)$ のグラフは最大値を持つ強凹関数になり、定常点があれば、やはり2つ存在する。g の増大の効果は先の場合と同じである。この結果は

$$\nu+\frac{\theta\eta(1-\alpha)}{\alpha(1+\theta)(1+\beta)}<0,$$
$$\frac{\beta(1-\alpha)}{1+\beta}+\frac{\theta\eta\beta\nu}{(1+\theta)(1+\beta)}<0$$

の場合にも変わらない。[11] したがって、ねたみと大勢順応主義が支配する $-1<\theta<0$ の場合は、定常状態の比較静学の結果は、外部性が存在しない場合と似ている。

次に、$\theta>0$（賞賛）の場合を見よう。このとき $0<\alpha<1$ を考慮すると $H(k)$ のグラフは原点を通り、正の最大値をもつ強い凹関数であり、$G(k)$ のグラフは縦軸に正の切片をもつ単調な減少関数である。したがって、図 2 が示すように、k の定常値は一般に一意に決る。（ただし、複数の定常均衡が存在する可能性も残っている。）この場合、政府支出が増大し、若年世代への課税が増大すると、$G(k)$ のグラフは上にシフトし、k の定常値は上昇する。

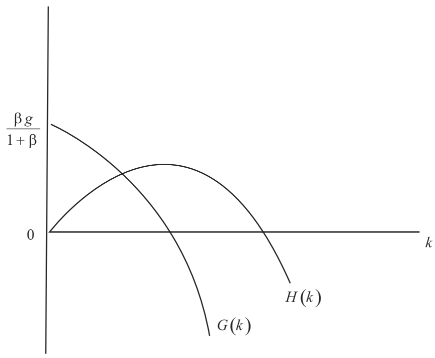

図 2

老年世代のみに課税する場合の分析は省略するが、上の例からも分かるように、外部性のパラメタと人口成長率の大きさの如何によって、消費の外部性が存在しない場合と異なる政策効果が生じ得ることは容易に類推できる。

4.2　公債が発行される場合

公債が発行される場合も財政政策はいくつかのパターンを取り得るが、ここでは既存文献でよく論じられる場合に議論を限ろう。[12] まず政府が公債を人口の成長率と等しい率で発行し続け、$B_t/N_t=\bar{b}(>0)$ が一定に維持されるケースを考えよう。この場合、定常状態における政府の予算制約式は、次のようになる。

$$(\nu-R)\,\bar{b}=g-\tau^1-\frac{\tau^2}{\nu}.$$

ここで $g=\tau^2=0$ という簡単な場合を仮定すると、若年世代への毎期の課税額は $\tau^1_t=(R-\nu)\bar{b}$ である。外部性がなければ、公債が発行されない場合と同様にして、動学システムは

$$k_{t+1}=\frac{\beta}{\nu(1+\beta)}\left[(1-\alpha)Ak_t^{\alpha}-\left(\alpha Ak_t^{\alpha-1}-\nu\right)\bar{b}\right]-\bar{b}$$

となることが示せる。したがって定常条件は

$$\left[\frac{\beta}{1+\beta}\left(\alpha Ak^{\alpha-1}-\nu\right)+1\right]\bar{b}=\frac{\beta(1-\alpha)A}{1+\beta}k^{\alpha}-\nu k \qquad (45)$$

と書くことができる。上の式の両辺のグラフを描くと分かるように、この場合も一般に定常点は 2 つ存在する。そして $b=0$ かつ $\tau^1=g$ の場合と同様に k_t の定常値の大きい定常点が安定的であり、$\bar{b}$の引き上げは安定な定常点における k の値を低下させる。

これに対し、上と同じ仮定のもとで消費の外部性が存在すると、若年世代の消費関数は次のようになる。

$$c=\frac{1}{1+\beta}\left[(1-\alpha)\frac{Rk}{\alpha}-(R-\nu)\bar{b}\right]+\frac{\theta\eta}{(1+\theta)(1+\beta)}\left[\frac{c}{R}-\beta\left(\nu R\left(k+\bar{b}\right)\right)\right],$$

この式を c について解くと

$$c=\frac{1}{1+\beta}\left[1-\frac{\theta\eta k^{1-\alpha}}{\alpha A(1+\theta)(1+\beta)}\right]^{-1}\times\left[(1-\alpha)\frac{Rk}{\alpha}-(R-\nu)\bar{b}-\frac{\theta\eta\beta\nu R}{1+\theta}\left(k+\bar{b}\right)\right]$$

となるから、この式と（28）を（42）に代入して整理をすれば、

[11] $\nu+\frac{\theta\eta(1-\alpha)}{\alpha(1+\theta)(1+\beta)}>0,\quad \frac{\beta(1-\alpha)}{1+\beta}+\frac{\theta\eta\beta\nu}{(1+\theta)(1+\beta)}<0$ であれば、k の定常値は存在しない。

[12] 公債が発行されるもとでの財政政策のパターンと経済成長の関係については、菅（2008）の第 7 章が詳しい。

$$\left\{1-\frac{1}{1+\beta}\left[1-\frac{\theta\eta k^{1-\alpha}}{\alpha A\left(1+\theta\right)\left(1+\beta\right)}\right]^{-1}\right\}$$

$$\times\left(\alpha A k_t^{\alpha-1}-\nu\right)\bar{b}$$

$$-\frac{\alpha\theta\eta\beta\nu A}{1+\beta}\left[1-\frac{\theta\eta k^{1-\alpha}}{\alpha A\left(1+\theta\right)\left(1+\beta\right)}\right]^{-1}$$

$$\times k^{\alpha-1}\bar{b}+\nu\bar{b}$$

$$=\left\{1-\frac{1}{1+\beta}\left[1-\frac{\theta\eta k^{1-\alpha}}{\alpha A\left(1+\theta\right)\left(1+\beta\right)}\right]^{-1}\right\}$$

$$\times\left(1-\alpha\right)Ak^{\alpha}$$

$$+\frac{1}{1+\beta}\left[1-\frac{\theta\eta k^{1-\alpha}}{\alpha A\left(1+\theta\right)\left(1+\beta\right)}\right]^{-1}$$

$$\times\frac{\theta\eta\beta\nu}{1+\theta}\alpha A k^{\alpha}-\nu k \qquad (46)$$

という式を得る。この式の右辺は、$\theta<0$ の場合には（45）と似た形状をしているが、左辺はかなり複雑である。[13] したがって、定常値の存在や比較静学分析は、パラメタの値を特定化した数値例に頼らざるを得ない。しかし、$\bar{b}$ の変化の効果が世代間の外部性を通じて家計の若年期の消費決定に影響を与え、外部効果が存在しない通常の場合と異なる結果を生み得ることは見て取れる。

次に、一人あたりの基礎収支が一定に保たれる場合を考えよう。これも既存研究でよく置かれる仮定である。このとき、一人当たり基礎収支を $d=g_t-\tau_t^1-\frac{\tau_t^2}{\nu}$ と表し、政府はこれを常に一定にするように支出と徴収税額を決めると仮定すると、政府の予算制約は

$$\nu b_{t+1}=R_t b_t+d \qquad (47)$$

となる。まず外部性が存在しない場合（$\theta=0$）を調べよう。ここでも簡単のために、$g_t=\tau_t^2=0$ かつ $\tau_t^1=d$ のケースに注目しよう。まず消費の外部性がなければ、資本蓄積式は

$$\nu k_{t+1}=\frac{\beta}{1+\beta}\left[\left(1-\alpha\right)Ak_t^{\alpha}-d\right]-\nu b_{t+1}$$

となるから、(28) と (47) を考慮すると

$$\nu k_{t+1}=\frac{\beta}{1+\beta}\left[\left(1-\alpha\right)Ak_t^{\alpha}-d\right]$$

$$-\alpha A k_t^{\alpha-1}b_t-d \qquad (48)$$

となる。公債残高の定常値は（47）より

$$b=\frac{d}{\nu-R}$$

であり、これを用いると、k の定常値を決める条件式は（48）を用いて

$$\left[\frac{\alpha A k^{\alpha-1}}{\nu-\alpha A k^{\alpha-1}}+\frac{1+2\beta}{1+\beta}\right]d=\frac{\left(1-\alpha\right)A\beta}{1+\beta}k_t^{\alpha}-\nu k \qquad (49)$$

となることが分かる。

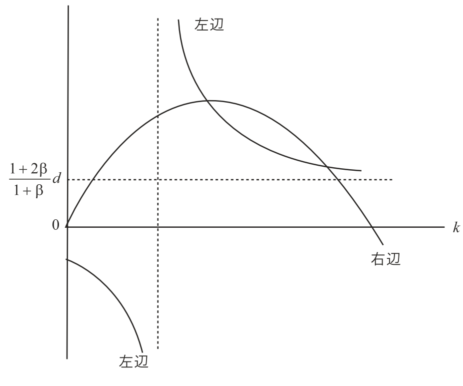

図 3

いま定常状態において政府負債が正になる場合に議論を限ると、$R<\nu$ となることが必要だから、資本の定常値は黄金律水準を超えている。この場合は、$R<\nu$ の領域で（49）の右辺と左辺のグラフが交わる場合は２度交わるので、k の定常値は２つ存在するこが示せる（図３を参照）。そしてグラフの操作からすぐに判明するように、労働人口あたりの基礎収支の赤字額 d が上昇すると、下方の定常点では k は増大し、上方の定常点では k

[13] この式で $\theta=0$ と置けば（45）になる。

は下落する。また（47）から明らかなように、定常点において $R<\nu$ であり、利子率が人口成長率を下回れば、公債残高は定常点近傍で発散的な動きはしない。

さて､財政政策に関して上と同じ仮定を置くと、消費の外部性が存在する場合の若年期の消費関数は下のようになる。

$$c=\frac{1}{1+\beta}\left[(1-\alpha)\frac{Rk}{\alpha}-d\right]+\frac{\theta\eta}{(1+\theta)(1+\beta)}\times\left[\frac{c}{R}-\beta\nu R\left(k+\frac{d}{\nu-R}\right)\right].$$

ここでおいている簡単な仮定のもとでは、k の定常値を決める式を求めるためには、（46）における $\bar{b}$ を $d/(\nu-R)$ で置き換えるだけよいから、以下のようになる。

$$\left\{1-\frac{1}{1+\beta}\left[1-\frac{\theta\eta k^{1-\alpha}}{\alpha A(1+\theta)(1+\beta)}\right]^{-1}\right\}d+\left[1-\frac{\theta\eta k^{1-\alpha}}{\alpha A(1+\theta)(1+\beta)}\right]^{-1}\frac{\alpha Ak^{\alpha-1}d}{\nu-\alpha Ak^{\alpha-1}}+\frac{\nu d}{\nu-\alpha Ak^{\alpha-1}}$$

$$=\left\{1-\frac{1}{1+\beta}\left[1-\frac{\theta\eta k^{1-\alpha}}{\alpha A(1+\theta)(1+\beta)}\right]^{-1}\right\}\times(1-\alpha)Ak^{\alpha}+\frac{1}{1+\beta}\left[1-\frac{\theta\eta k^{1-\alpha}}{\alpha A(1+\theta)(1+\beta)}\right]^{-1}\times\frac{\theta\eta\beta\nu}{1+\theta}\alpha Ak^{\alpha}-\nu k \qquad (50)$$

この（50）の場合も、その性質を解析的に分析するのは困難である。k の定常値の存在や d の変化が k の定常値に及ぼす効果は、数値例を利用しないと確定的な結果は得られない。

以上のように、公債を含む場合には、ここで仮定している対数効用関数とコブ・ダグラス型生産関数という通常であれば最も明確な結果を得やすい特定化のもとにおいても、消費の外部効果の導入は分析をかなり複雑にする。この結果は、消費の外部性の考慮が政策効果に大きな質的変化を生み出さない代表的家計モデルと大きく異なる。その主要な理由は、第２節でも強調したように、世代間外部性の存在により、各世代の消費関数に相互依存関係が生まれる点にある。本節で示した例は、いずれも非常に簡単な財政政策を前提にしているが、外部性の導入がどのような変化をもたらすかを明示的に示している。

4.3　定常均衡の安定性

以上の分析では、外部性がある場合の定常均衡の安定性については触れなかった。外部性が存在しない通常の場合については、安定性に関する議論は明確である｡まず公債が存在しないときには、財政政策に関する4.1節の特定化を前提にすれば、動学システムは資本・労働比率 k_t を唯一の状態変数とする１次元の体系にまとめられる。そのため、4.1節でも触れたように、安定性の判定は簡単にできる。定常点が２つあれば、片方が局所安定でもう一方が局所不安定であるから、経済が行き着く先は k_t の初期値に依存する。また政策変数が変化したときに資本・労働比の定常値に及ぼす効果が常識とは逆転する結果を生むのは ― たとば、若年世代だけに課税をするときに、課税額が引き上げられると長期的な資本蓄積が刺激される ― 一般に不安定な定常状態であり、通常は実現しないことも確かめられる。

それに対し、2.2節で述べた通り、公債が発行されずかつ消費の外部性が存在するときには、動学システムは資本労働比率 k_t と若年世代の一人あたり消費 c_t を変数とする２次元の体系になる。代表的家計経済と同様に、完全予見の前提のもとでは c_t の初期値は与えられていないから、サドルポイントの意味での安定性が成立すると、定常状態に収束する均衡経路が少なくとも局所的に一意に決定される。もし定常状態が完全安定（sink）であれば、定常状態に収束する経路は無数に存在するから､均衡経路の不決定性が生じる｡ただし､本稿のモデルでは、関数を特定化しても安定条件を見やすい形で解析的に導出するのは困難である。Mino（2007）では、政府部門を含まない基本モデルの安定性について、数値例を用いて分析した。その結果、ねたみがある場合（$\theta<0$）では、定常均衡が一意に決まれば、外部性のパラメタが極端な値を取らない限り一般にサドルポイン

ト性が成立することが確かめられた。また、賞賛（$\theta>0$）において２つの定常値が現れると、一方がサドルポイントで他方がsink（不決定）になる場合が比較的容易に出現することも確認できた。公債が存在しない場合は、財政政策を含むモデルと含まないモデルの動学的性質はほぼ同じであるから、上の数値例による分析結果は、本稿の4.1節のモデルにも適用できる。したがって政策効果が通常の場合と逆になるような定常均衡も安定条件を満たす可能性があり、実現可能である。また２つの定常点がある場合も、それぞれがサドルポイントとsinkであれば、いずれもが到達可能である。このときには、外部効果が存在しない場合のように、安定性の有無を使って複数の定常均衡の中で実現可能なものだけに絞り、政策効果を確定させるという操作ができなくなる。

公債が発行される場合、4.2節の最初の例のように労働人口あたりの公債残高 b が一定に保たれるケースは、安定性に関する結果は公債を含まないモデルと同じである。すなわち、外部性がなければ動学システムは k_t のみからなる体系になり、外部性があれば状態変数は k_t と c_t である。しかし２番目の例のように、労働人口あたりの基礎収支 d を一定に保つと b_t は内生変数になり、外部性が存在しなければ体系は k_t と b_t を変数に持ち、外部性が存在すると動学システムの変数は k_t, b_t および c_t になる。外部性が存在しない場合には k_t と b_t の初期値は共に所与になるので、安定性は通常の意味での完全安定（定常点がsinkになる）ことが要求される。そのため、4.2節で触れたように、公債残高が発散しないためには定常点において $R<\nu$ となり、黄金律を超える非効率的な資本蓄積が実現していなければ定常状態の安定性は保証されない。しかし外部性が存在すると、新たに初期値が与えられない c_t が変数として加わる。したがって、局所的な安定性のためには、定常点で線形近似をした動学システムが２つ以上の安定根（絶対値が１より小さい固有根）を持てばよい。その際、体系は初期値が与えられる２つの変数 k_t と b_t を含むから、安定根が２つであれば定常点に収束する均衡経路は一意に決まり、安定根が３つあれば均衡経路の不決定性が発生する。しかしいずれの場合も、定常均衡が到達可能である点では同じである。それ故、定常点において黄金律を下回る効率的な資本蓄積が行われている場合（$R>\nu$ の場合）であっても、定常均衡が局所的安定性を満たし、公債残高が定常値から乖離し続けない可能性もある。

以上のように、財政政策の特定化の仕方に関わらず、外部性が存在しない通常のケースでは安定性の観点から排除できるような長期的政策効果も、消費の外部性が存在するときには実現する可能性が高まるのである。

5　おわりに

本稿では、資本蓄積を伴う世代重複経済において、消費の外部性の存在が財政政策の長期的効果にどのような影響を与えるかを分析した。本稿で見たように、消費の外部性が存在するとき経済の運動経路や定常状態の特徴付けに大きなな変化が生じ得るのは、世代間の外部性、特に子供の世代の消費が親の世代の消費行動に影響を与えるという効果を通じてである。この場合、財政策の長期的効果も消費の外部性の有無によって大きな影響を受ける可能性がある。そのため、世代重複経済において､消費者が各自の消費水準だけではなく、社会的な平均的消費と自分の消費との比較にも関心を持つ場合には、財政政策の効果に関して既存の結果が成立しない可能性が高く、注意深い分析が必要になる。

前節で明らかになったように、本稿で用いた非常に簡単なモデルと政策ルールのもとでも、定常均衡の存在と安定性（均衡の決定性）および政策効果について解析的に明確な結論が得られる場合は限られている。Mino（2007）では、政府部門を考慮しない基本モデルを用いて数値例を検討したが、本稿のモデルについても詳しい数値分析を行う必要がある。また本稿では財政政策が資本蓄積に及ぼす効果にのみ注目したが、世代間の所得分配や厚生に与える効果についても、消費の外部性がもたらす影響を見る必要がある。更に、年金制度の設計や最適課税等、より進んだ財政政策上の問題についても、本稿のフレームワークを用いて再検討することができるであろう。これらの残された問題については、今後の課題としたい。

参考文献

[１]　Abel, A.B. (1990), “Asset Prices under Habit

Formation and Catching Up with the Joneses," *American Economic Review* 80, pp. 38-42.

[2] Abel, A.B. (2005), "Optimal Taxation when Consumers Have Endogenous Benchmark Levels of Consumption", *Review of Economic Studies* 75, pp. 21-42.

[3] Alonso-Carrera, J., J. Caballé and X. Raurich, (2005), "Estate Taxes, Consumption Externalities, and Altruism", Barcelona Economics Working Paper 232, Universitat Autònoma de Balcelona.

[4] Alonso-Carrera, J., J. Caballé and X. Raurich, (2008), "Can consumption spillovers be a source of equilibrium indeterminacy?", *Journal of Economic Dynamics and Control* 32, 2883-2902.

[5] Carroll, C.D., J. Overland, and D.N. Wiel, (1997), "Consumption Utility in a Growth Model", *Journal of Economic Growth* 2, 339-367.

[6] Carroll, C.D., J. Overland and D.N. Weil. (2000), "Savings, Growth and Habit Formation", *American Economic Review* 90, 341-355.

[7] ChenꞵBeen-Lon and M. Hsu,(2007),"Admiration is a Source of Indeterminacy", *Economics Letters* 95, 96-103.

[8] Collier, C. (2004), "Misery Loves Company: Equilibrium Portfolios with Heterogenous Consumption Externalities", *International Economic Review* 43, pp, 1169-1192.

[9] de la Croix, D. (1996), "The Dynamics of Bequeathed Tastes", *Economics Letters* 53, pp. 89-96.

[10] de la Croix, D. and P. Michel (1999), "Optimal Growth when Tastes are Inherited", *Journal of Economic Dynamics and Control* 23, 519-537.

[11] de la Croix, D. and P. Michel (2002), *A Theory of Economic Growth: Dynamics and Policy in Overlapping Generations*, Cambridge University Press, Cambridge, U.K.

[12] Diamond, P. (1965), "National Debt in a Neoclassical Growth Model" *American Economic Review* 55, pp.1126-1150.

[13] Dupor, B. and Liu, W. F. (2003), "Jealousy and Equilibrium Overconsumption", *American Economic Review* 93, pp.423-428.

[14] Frank, R. (2005),. "Positional Externalities Cause Large and Preventable Welfare Losses", *American Economic Review* 95, 137-141.

[15] Garriga, C. (2006), "Overconsumption, Reference Groups, and Equilibrium Effciency", *Economics Letters* 91, 420-424.

[16] Galí, J. (1994), "Keeping Up with the Joneses: Consumption Externalities, Portfolio Choice and Asset Prices", *Journal of Money, Credit and Banking* 26, pp. 1-8.

[17] 菅壽一（1993),『マクロ財政政策理論の研究－財政赤字動学の分析－』、広島大学経済研究双書10、広島大学経済学部

[18] 菅壽一（2008),『マクロ財政の経済分析－租税と公債の最適な組み合わせを求めて－』、広島大学経済研究双書13、広島大学経済学部

[19] Ikefuji, M. and Mino, K. (2008), "External vs. Internal Habit Formation in a Growting Overlapping Economy", unpublished manuscript.

[20] Liu, W.F. and S.J. Turnovsky (2005), "Consumption Externalities, Production Externalities, and Long Run Macroeconomic Effciency", *Journal of Public Economics* 89, pp. 1098-1129.

[21] Ljungqvist, L. and Uhlig, H. (2000), "Tax Policy and Aggregate Demand Management Under Catching Up with the Joneses", *Ameri can Economic Review* 90, pp. 356-366.

[22] Mino, K. (2007), "Equilibrium Dynamics of an Overlapping Generations Economy with Consumption Externalities", unpublished manuscript.

[23] 三野和雄（2007),「バブル・成長・消費の外部性」、市村英彦、伊藤秀史、小川一夫、二神孝一編『現代経済学の潮流2007』、東洋経済新報社、137-162.

[24] Mino, K. (2008), "Growth and Bubbles with Consumption Externalities" , *Japanese Economic Review* 59, 33-53.

[25] Mino, K. and Nakamoto, Y. (2008), "Consumption Externalites and Equilibrium Dynamics with Heterogenous Agents", Discussion Papers in Economics and Busines, No.08-30, 大阪大学経済学研究科・国際公共政策研究科

[26] 三野和雄（2008)「経済成長とインフレーション：消費の外部性が存在する場合」『国民経済雑誌』197巻1号, 19-34.

[27] Tirole, J. (1985), "Asset Bubbles and Overlapping Generations", *Econometrica* 53, 1499-1528.

[28] Weder, M. (2000),"Consumption Externalities, Production Externalities and Indeterminacy", *Metroeconomica* 51, pp. 435-453.