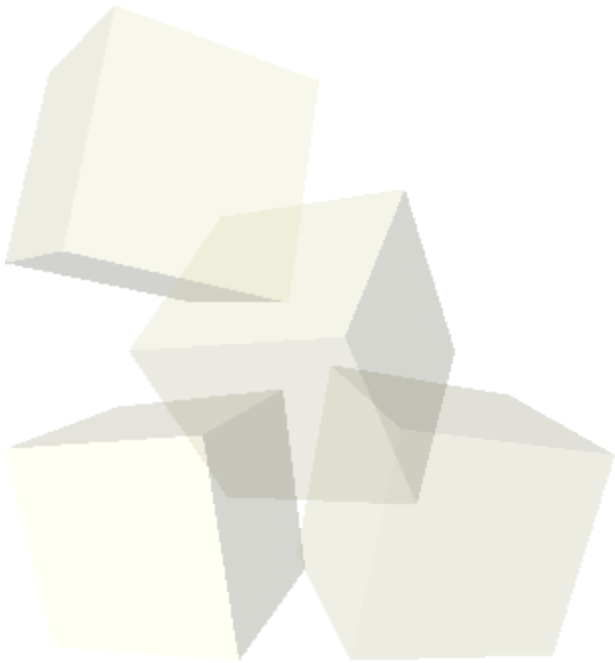




On methods for pose estimation of an object: model-based and view-based approaches

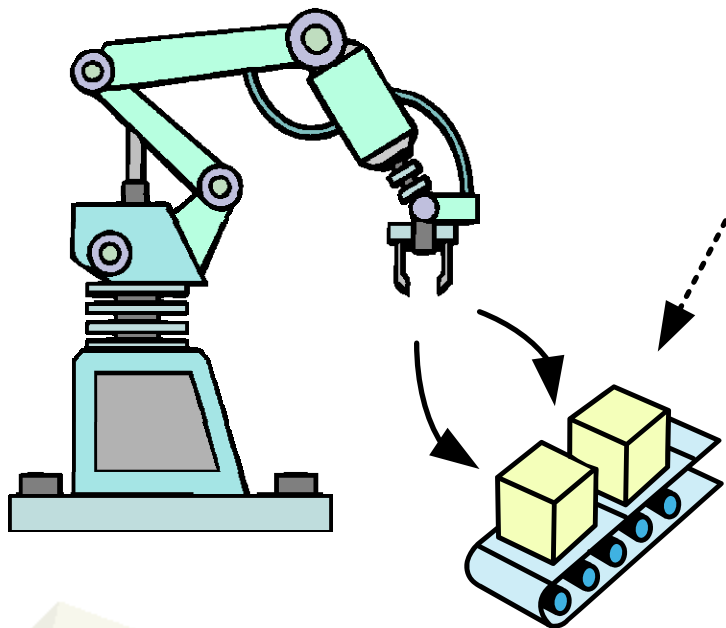
玉木 徹  広島大学





ピッキング：ロボットビジョンの応用

ロボットアーム



カメラ

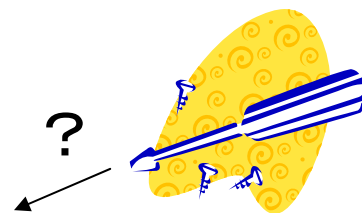
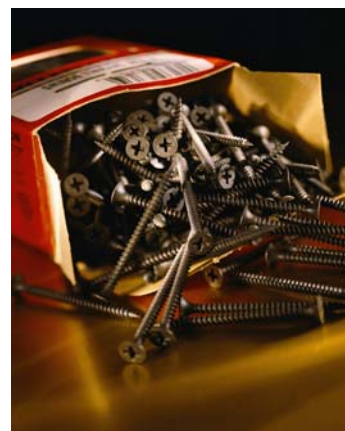
平面上の
形状認識
(商用化済み)

株式会社リンクス：産業別適用事例
http://www.linx.jp/applicate_example/halcon/index.html

どうつかむのか？
(姿勢推定が必要)



人間の作業

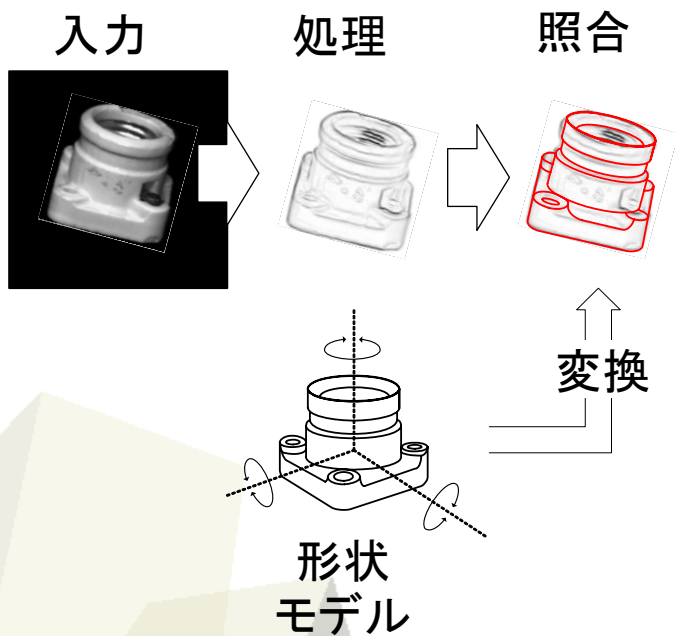


ねじの山から
一本取り出す
(3自由度の姿勢推定)

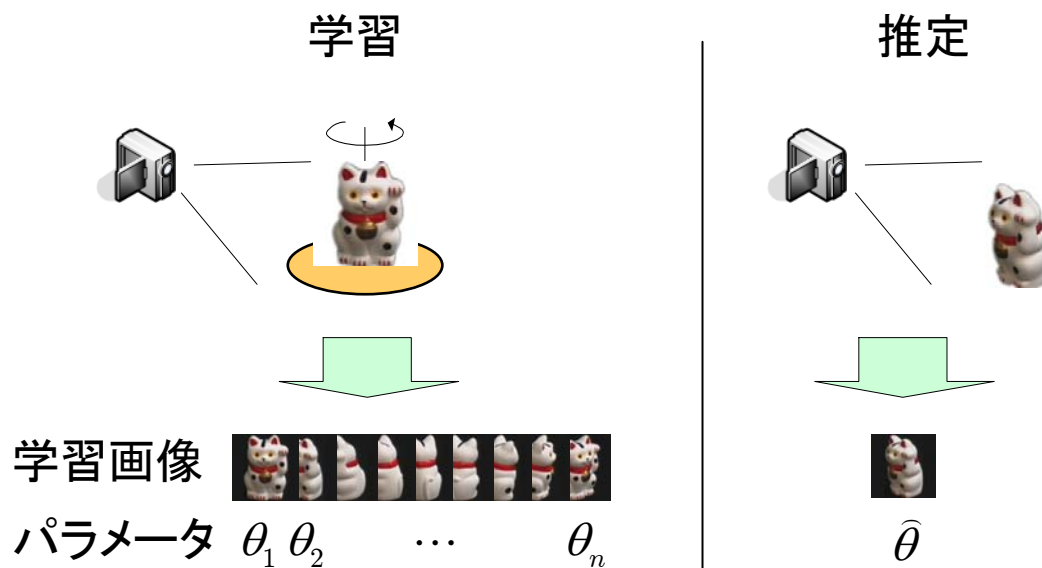


姿勢推定のための2つのアプローチ

モデルベース手法 model-based



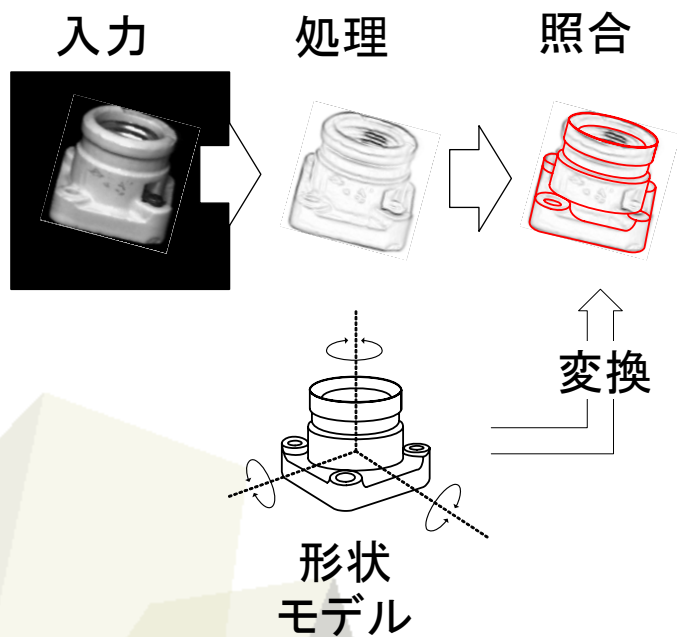
見えに基づく手法 view-based / appearance-based



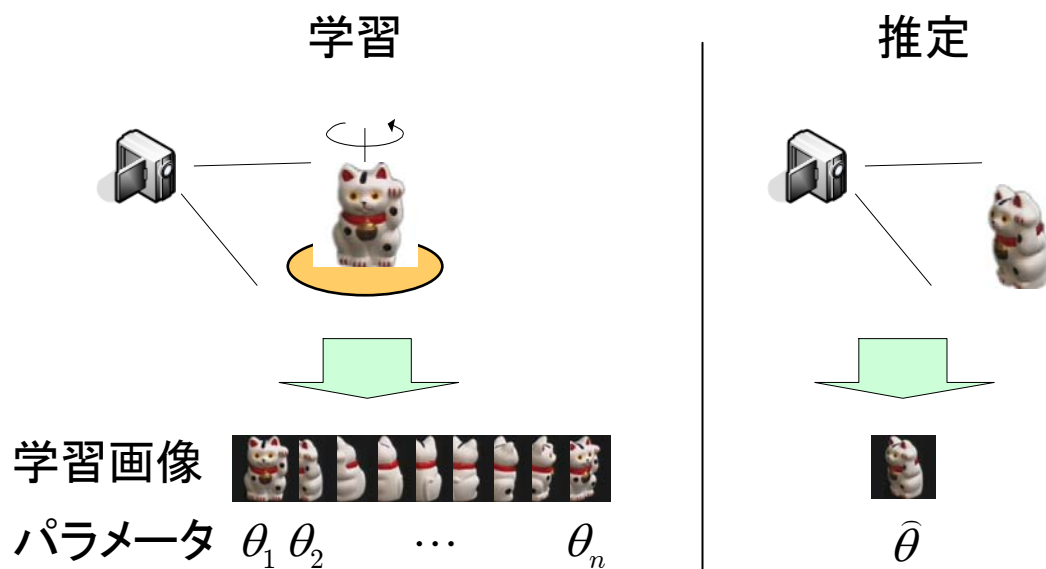


姿勢推定のための2つのアプローチ

モデルベース手法 model-based

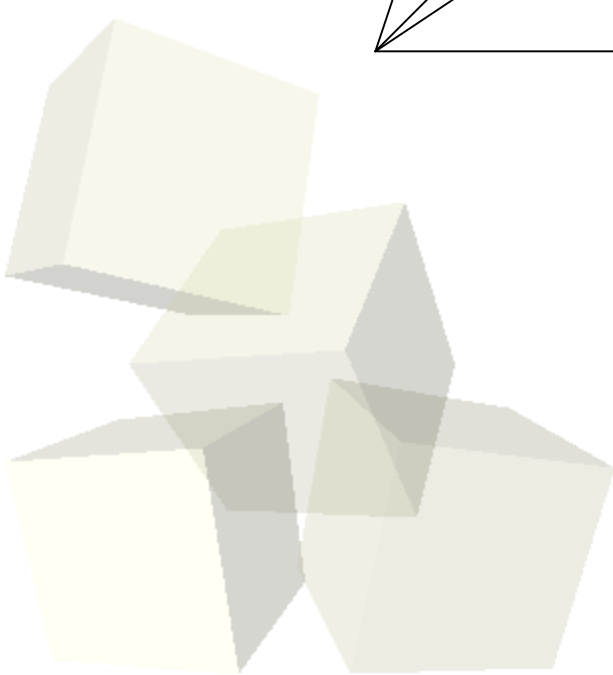
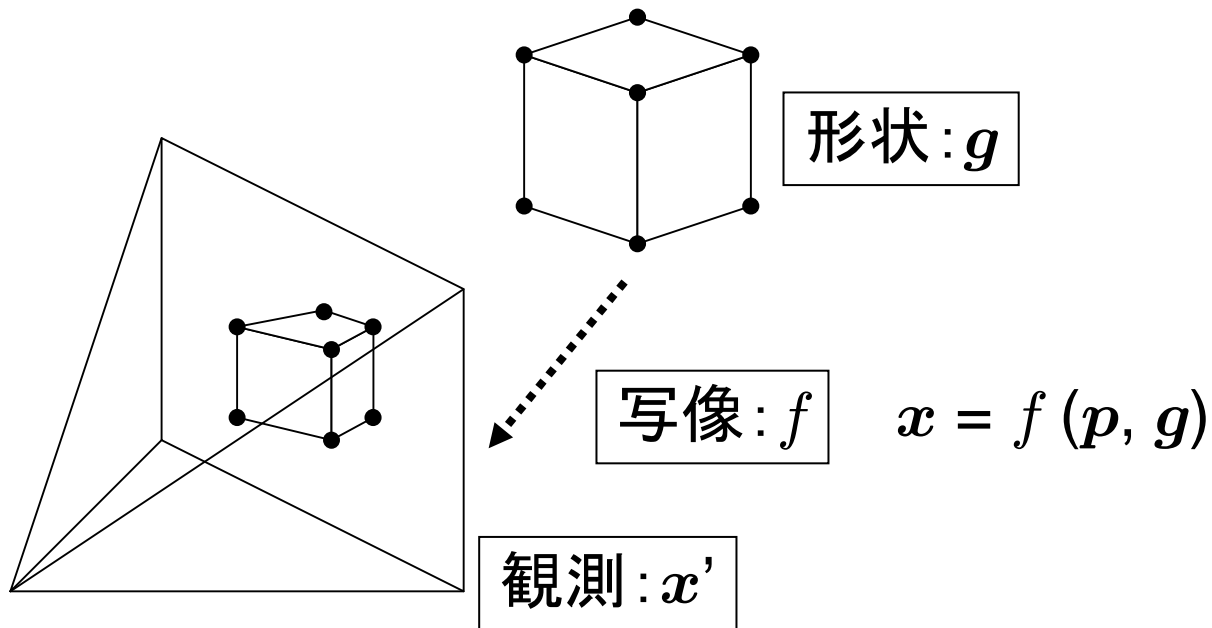


見えに基づく手法 view-based / appearance-based





姿勢: p



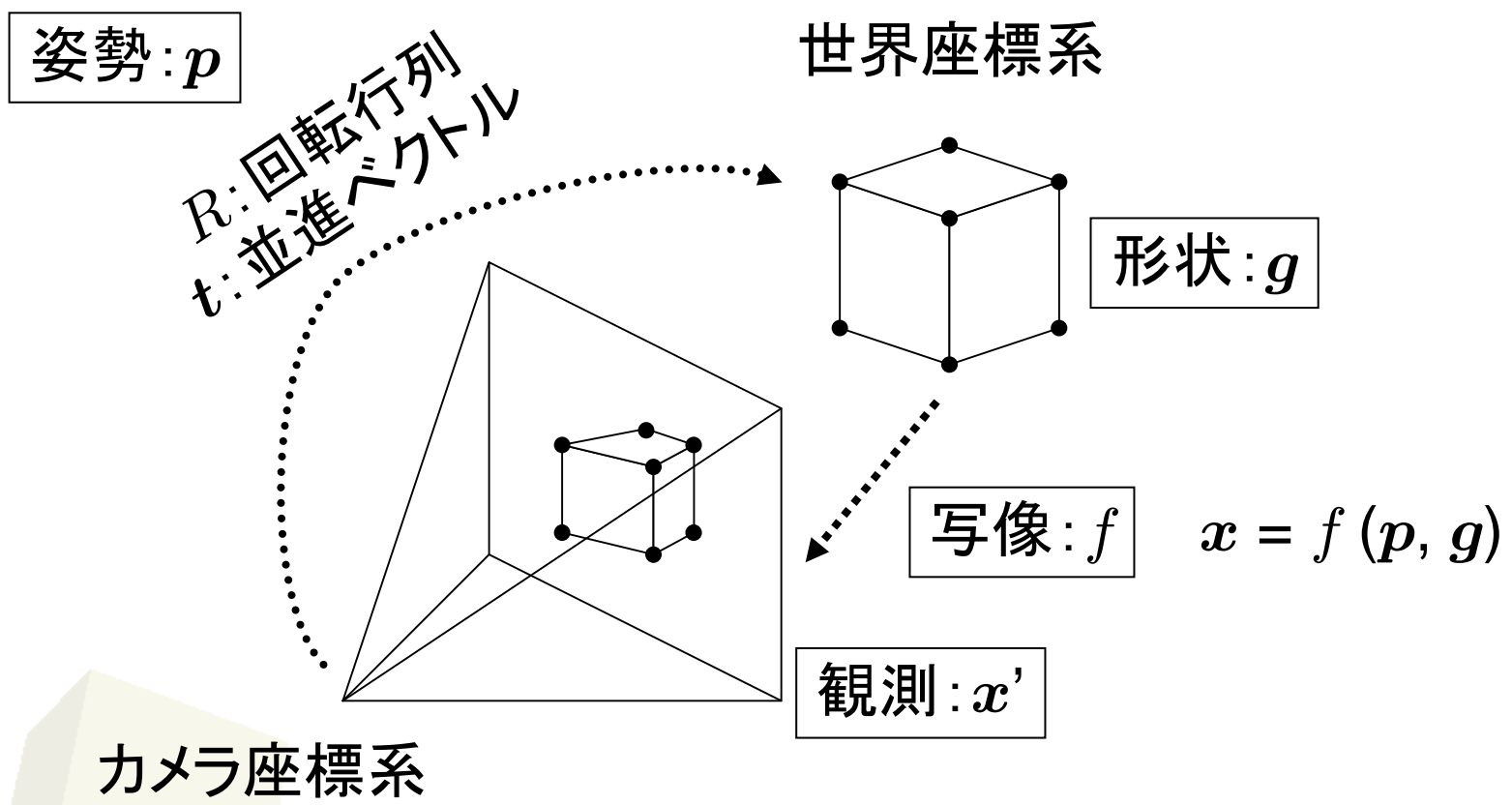
形状: 既知
写像: 既知
観測画像: 既知
姿勢: 未知

推定:

$$\hat{p} = \operatorname{argmin}_p \|x' - x\|^2$$



カメラキャリブレーション



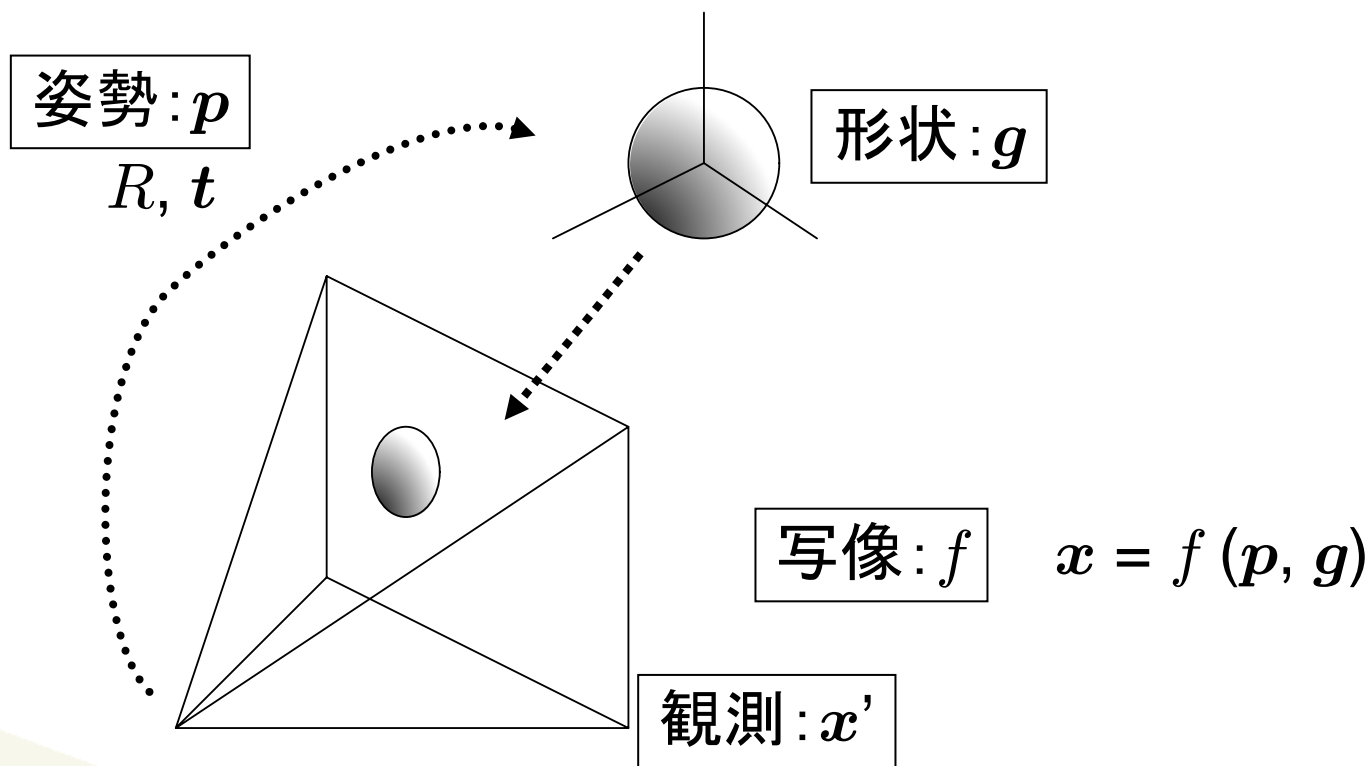
形状: 3次元座標 g_i
 写像: 透視投影 $x_i = f(p, g_i)$
 観測画像: 2次元座標 x'_i
 点の対応: 既知

姿勢: 外部パラメータ (R, t)
 内部パラメータ (歪み)
 推定: 最小2乗法

$$\hat{p} = \operatorname{argmin}_p \sum_i \|x'_i - \hat{x}_i\|^2$$



既知形状物体の姿勢推定



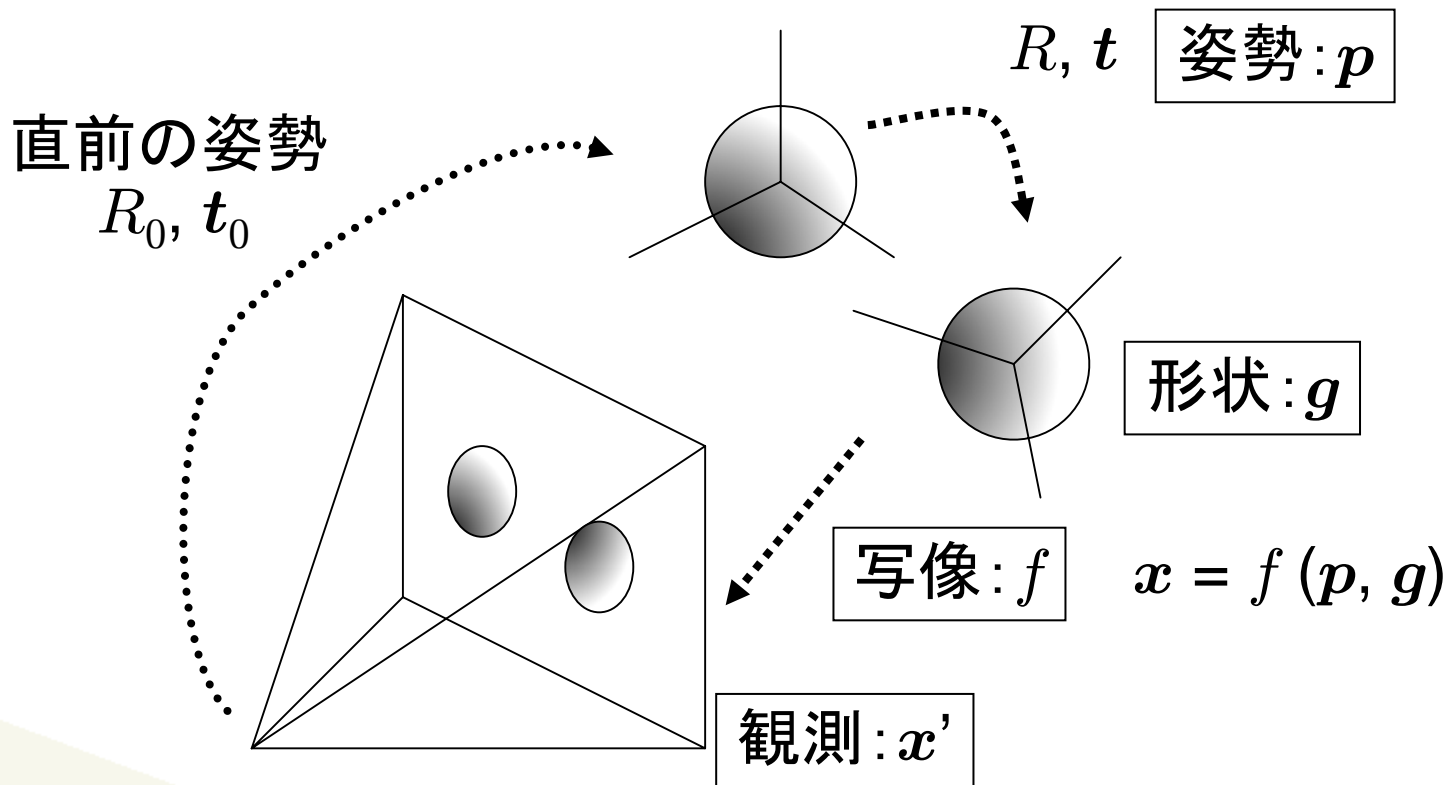
形状: 3次元形状 g
写像: 透視投影 $x=f(p, g)$
観測画像: 画像 x'
初期姿勢: 既知

姿勢: 姿勢パラメータ (R, t)
推定: 非線形最適化

$$\hat{p} = \operatorname{argmin}_p \|x' - x\|^2$$



既知形状物体の姿勢追跡



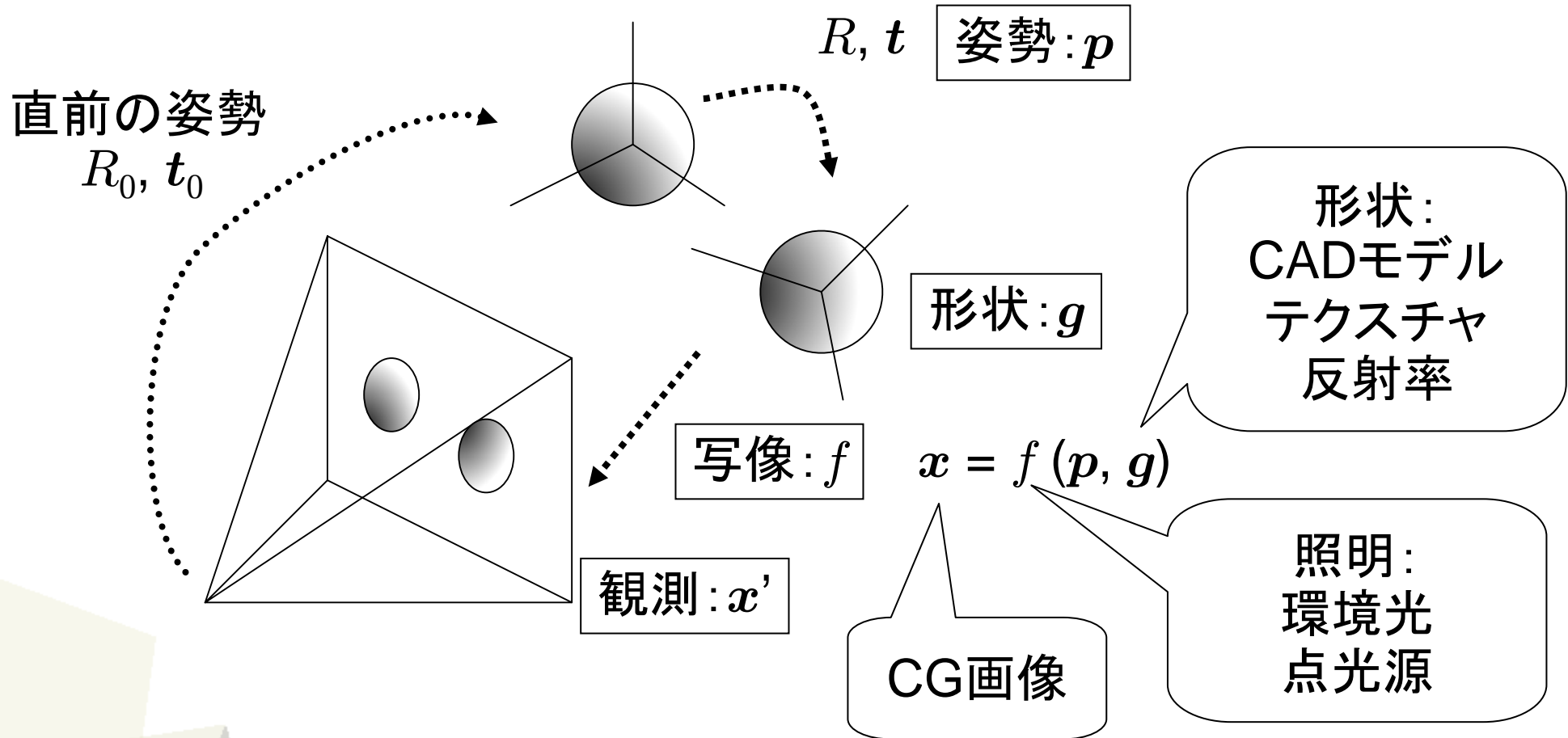
形状: 3次元形状 g
 写像: 透視投影 $x=f(p, g)$
 観測画像: 画像 x'
 直前の姿勢: 既知

姿勢: 運動パラメータ (R, t)
 推定: 非線形最適化

$$\hat{p} = \operatorname{argmin}_p \|x' - x\|^2$$



既知形状物体の姿勢追跡



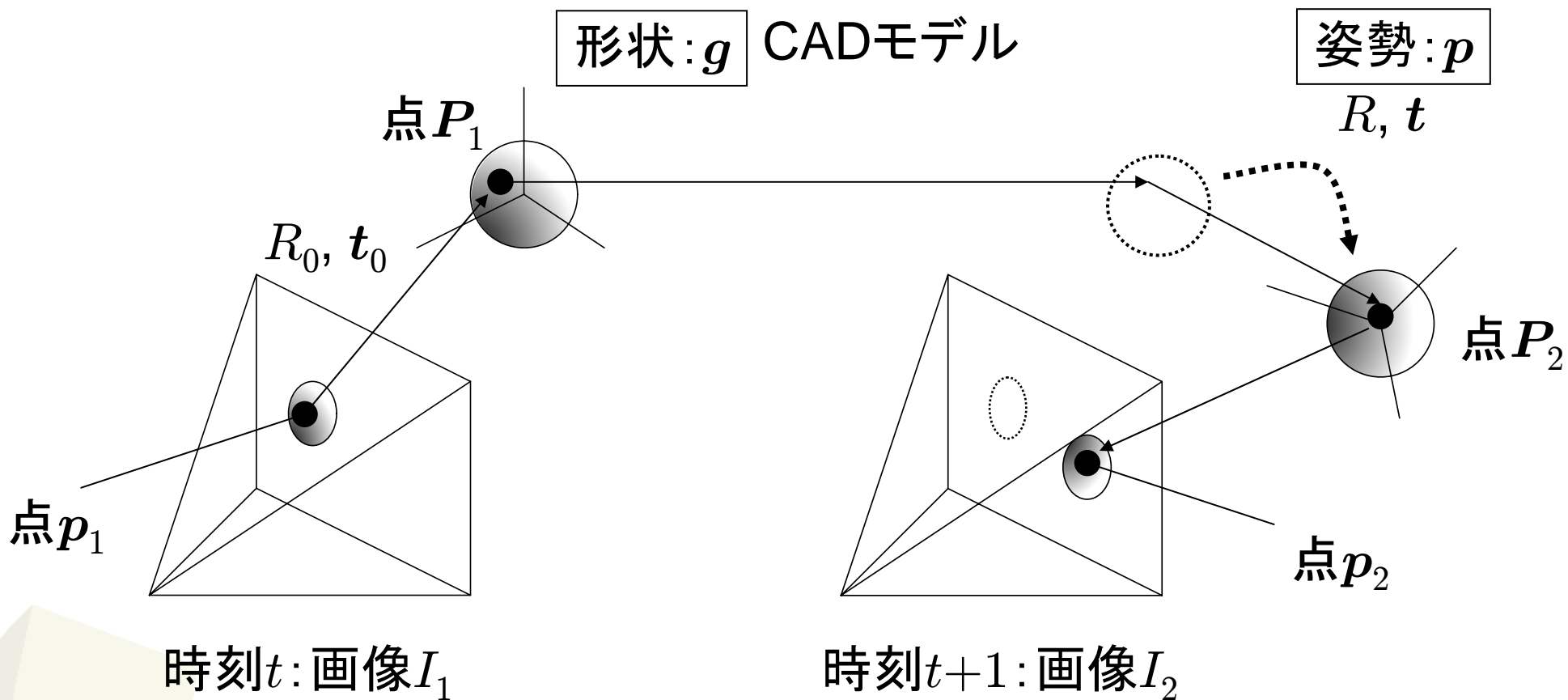
形状: 3次元形状 g
 写像: 透視投影 $x = f(p, g)$
 観測画像: 画像 x'
 直前の姿勢: 既知

姿勢: 運動パラメータ (R, t)
 推定: 非線形最適化

$$\hat{p} = \operatorname{argmin}_p \|x' - x\|^2$$



既知形状物体の姿勢追跡



目的関数: $J = \|I_1(p_1) - I_2(p_2)\|^2$

$p_2(P_2(P_1(p_1, g), R, t))$

最適化: 勾配法 (Gauss-Newton)

$$p \leftarrow p + \alpha \frac{\partial J}{\partial p}$$

既知形状なので
奥行き計算可能



■ ボールのスピン(回転量)

- 球技のパフォーマンスを左右する大きな要因の一つ
- 卓球の種目特性:ボールのスピードとスピン
- ラリーへの影響が大きい
 - バウンド後/ラケット衝突後反射角の変化

■ 従来の卓球のスピン量計測

- 計測精度の問題(目視)
- ボール直径の変更

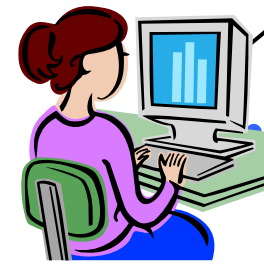
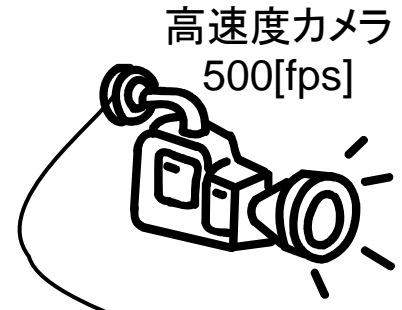
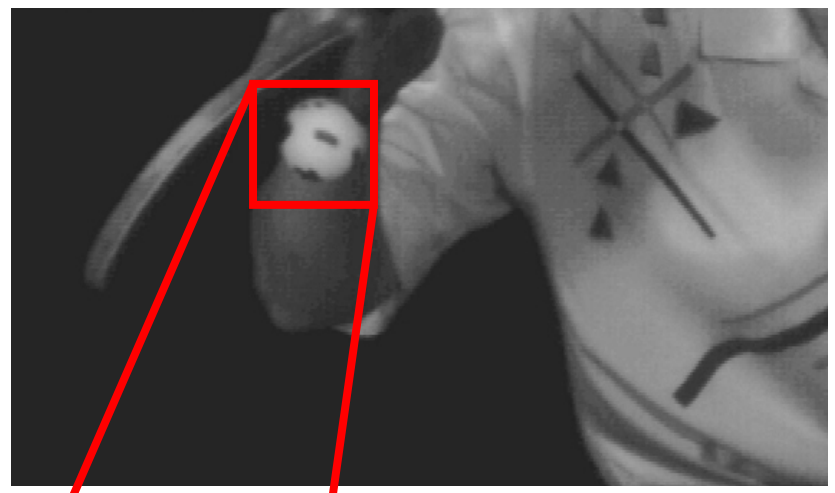
- 手法:単眼動画像からの運動推定
- 目的:スピン量(数値目標)



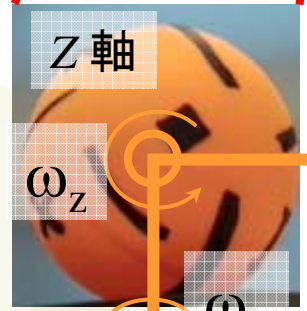


球速計測システム

拡大撮影



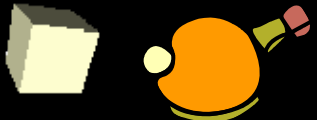
画像処理



X 軸
 ω_x

Y 軸

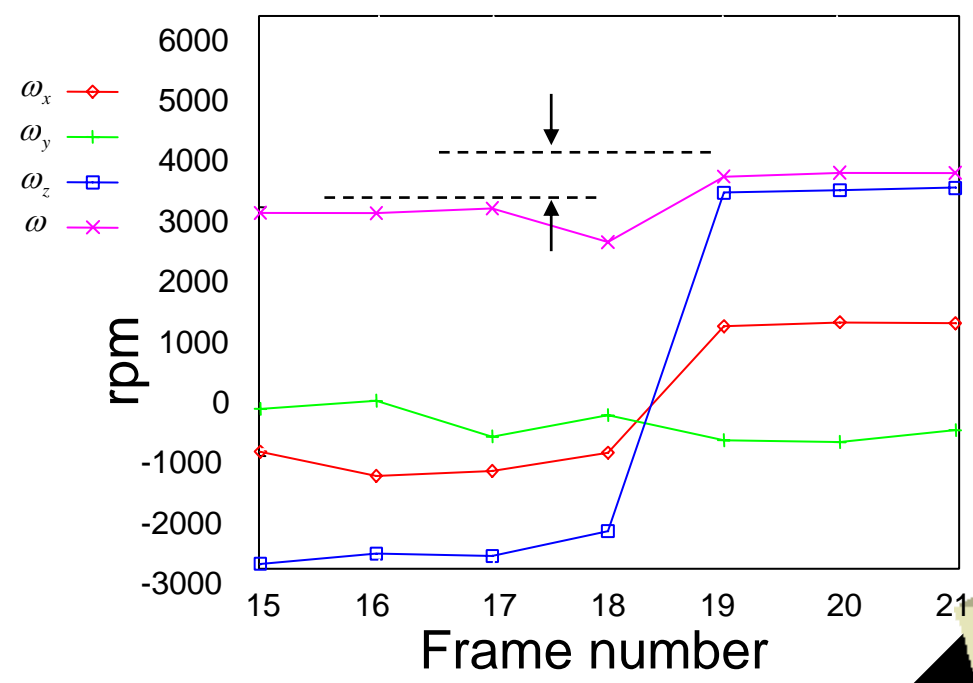
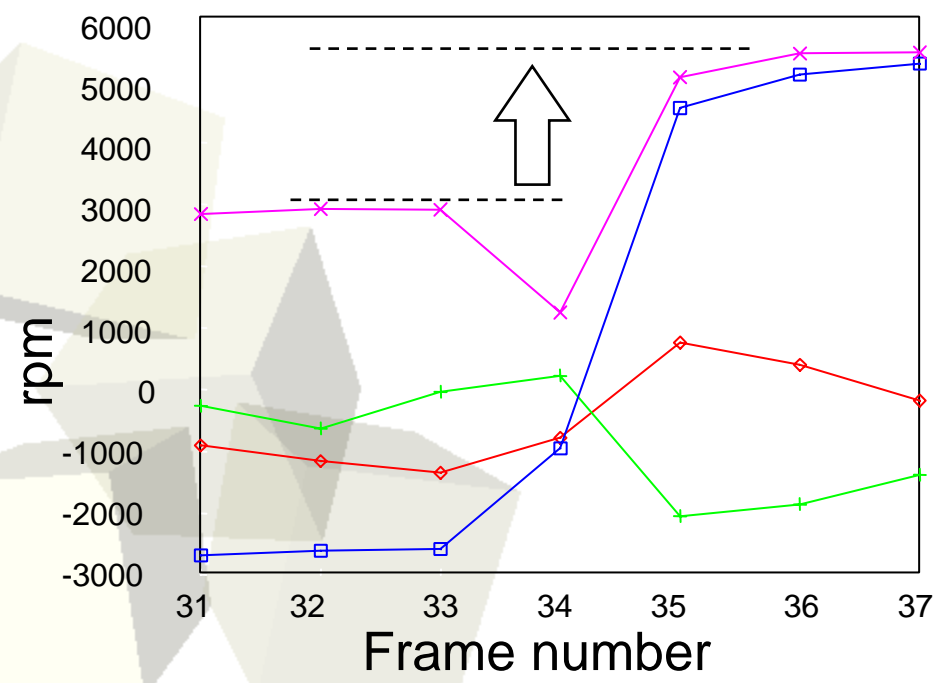
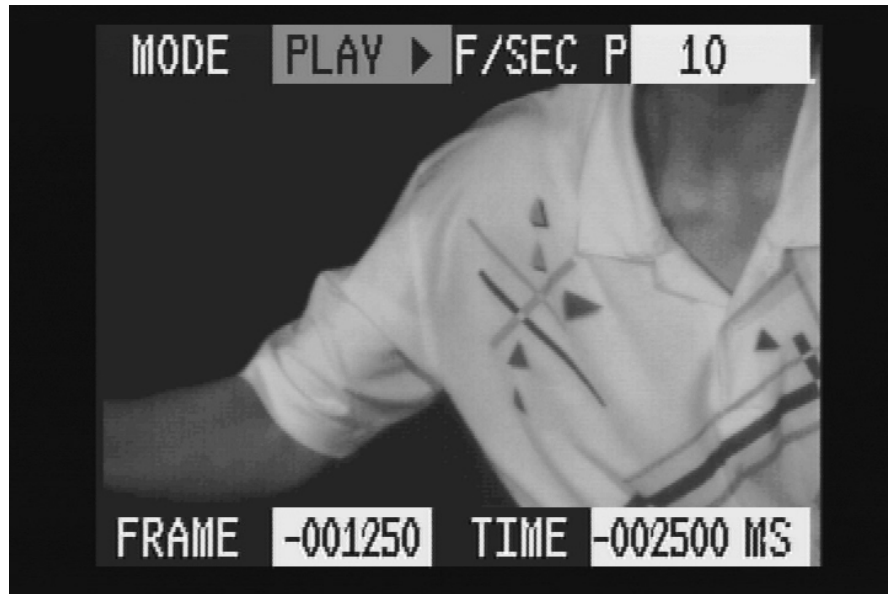
- テクスチャつき剛体物体の運動パラメータ推定
- 推定パラメータ
 - 各軸回りの回転角
 - 並進移動量



回転数計測結果

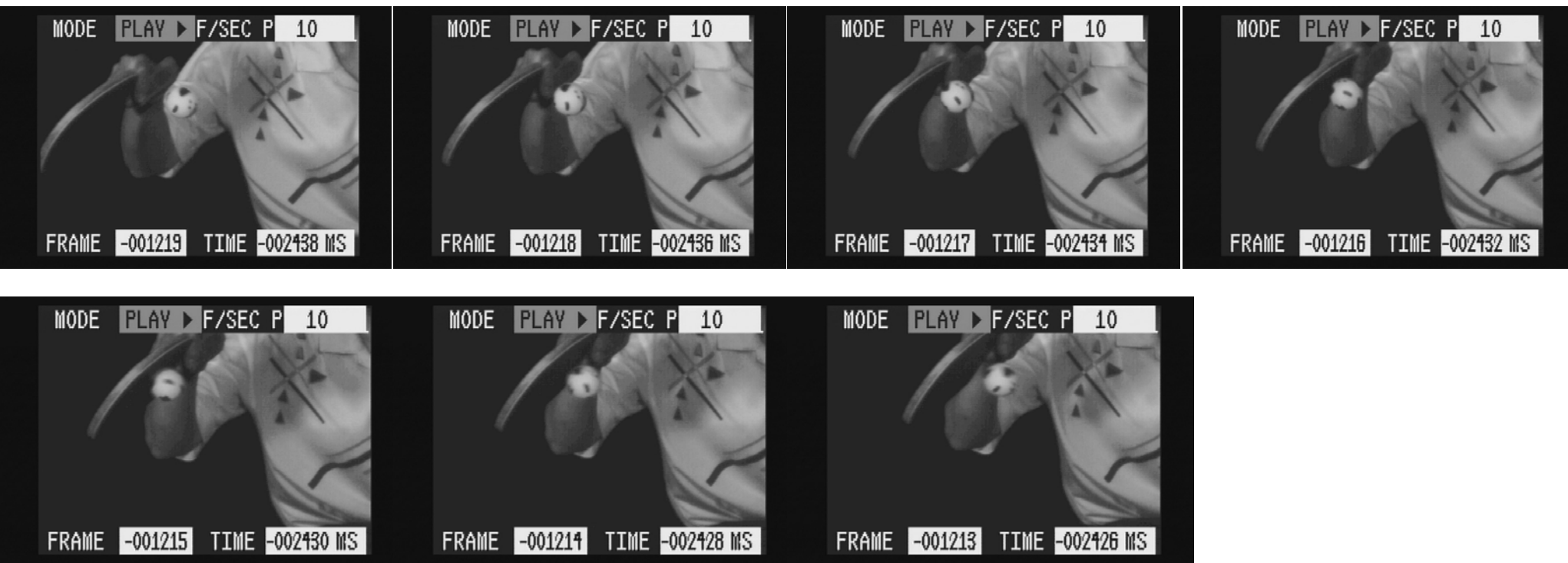
上級者 (卓球歴15年、ペンハンドグリップ)

初心者 (卓球歴半年、シェークハンドグリップ)





上級者(卓球歴15年、ペンハンドグリップ)



Yukihiko Ushiyama, Hidaka Uchida, Toru Tamaki, Akemi Suto, Hisato Igarashi and Osamu Hashimoto, "The Development of the Instant Tournament Charts Drawing System on the Internet," The 9th International Table Tennis Federation Sports Science Congress (2005 04), Shanghai Jiao Tong University, Shanghai, China, 2005/4/28-30.
Toru Tamaki, Takahiko Sugino, Masanobu Yamamoto: "Measuring Ball Spin by Image Registration," Proc. of FCV2004 ; the 10th Korea-Japan Joint Workshop on Frontiers of Computer Vision, pp.269-274 (2004 2), Kyushu University, Fukuoka, Japan, 2004/2/3-4.
牛山幸彦, 玉木徹, 橋本修, 五十嵐久人: 「大学卓球選手におけるトップスピン量の測定」, 新潟大学教育人間科学部紀要, 人文・社会科学編(1), 第5巻, 第2号, pp.231-236 (2003 02).
牛山幸彦, 玉木徹, 橋本修, 五十嵐久人: 「デジタル画像解析によるボールスピン量測定方法の提案」, 新潟体育学研究, 第20巻, pp.49-52 (2002). CiNii

image sequence of table tennis rally
taken by a high speed camera (MotionMeter 500)
frame rate: 1/500 [s] shutter speed: 1/10000 [s]
resolution : 292x110 [pixel]

初心者(卓球歴半年、シェークハンドグリップ)



Yukihiko Ushiyama, Hidaka Uchida, Toru Tamaki, Akemi Suto, Hisato Igarashi and Osamu Hashimoto, "The Development of the Instant Tournament Charts Drawing System on the Internet," The 9th International Table Tennis Federation Sports Science Congress (2005 04), Shanghai Jiao Tong University, Shanghai, China, 2005/4/28-30.
Toru Tamaki, Takahiko Sugino, Masanobu Yamamoto: "Measuring Ball Spin by Image Registration," Proc. of FCV2004 ; the 10th Korea-Japan Joint Workshop on Frontiers of Computer Vision, pp.269-274 (2004 2), Kyushu University, Fukuoka, Japan, 2004/2/3-4.
牛山幸彦, 玉木徹, 橋本修, 五十嵐久人: 「大学卓球選手におけるトップスピン量の測定」, 新潟大学教育人間科学部紀要, 人文・社会科学編(1), 第5巻, 第2号, pp.231-236 (2003 02).
牛山幸彦, 玉木徹, 橋本修, 五十嵐久人: 「デジタル画像解析によるボールスピン量測定方法の提案」, 新潟体育学研究, 第20巻, pp.49-52 (2002). CiNii

image sequence of table tennis rally
taken by a high speed camera (MotionMeter 500)
frame rate: 1/500 [s] shutter speed: 1/10000 [s]
resolution : 292x110 [pixel]



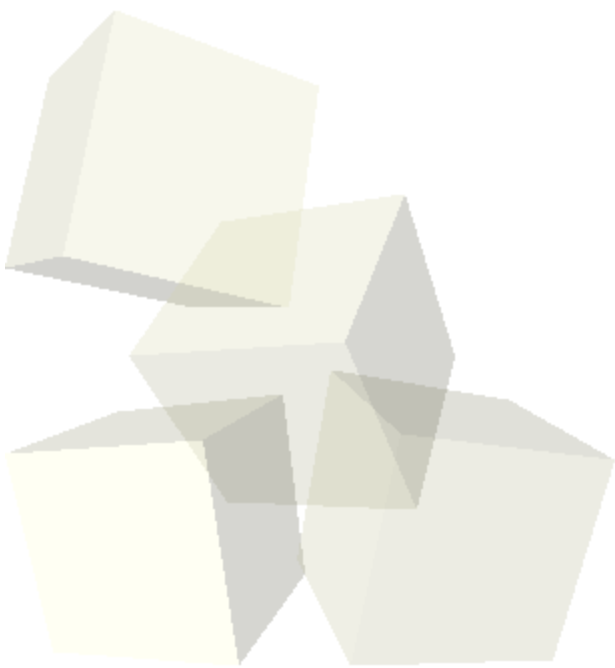
モデルベース手法のメリット・デメリット

• メリット

- 正確な計測可能
- 自由度が増えても、モデル化できれば推定できる
- 幾何の中身がわかる

• デメリット

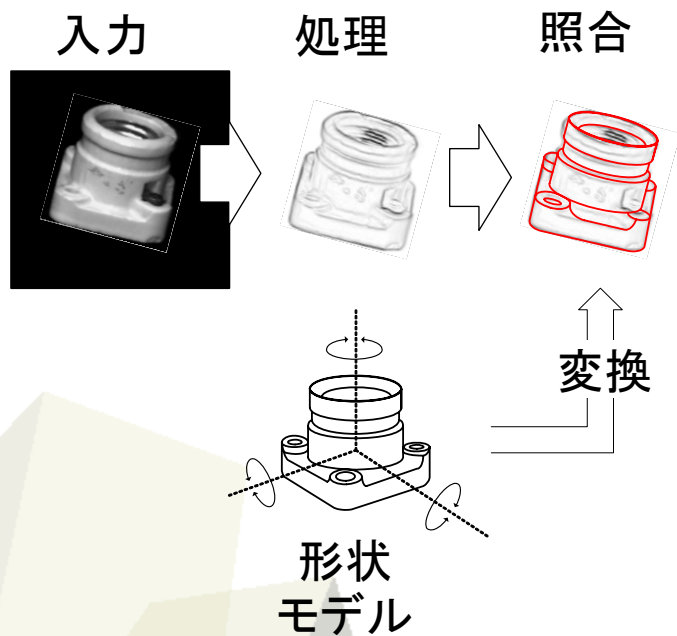
- 姿勢推定というよりは姿勢追跡(初期姿勢が必要)
- 局所最適解が多い
- 形状モデルの作成が困難
- テクスチャ・照明条件が制限される



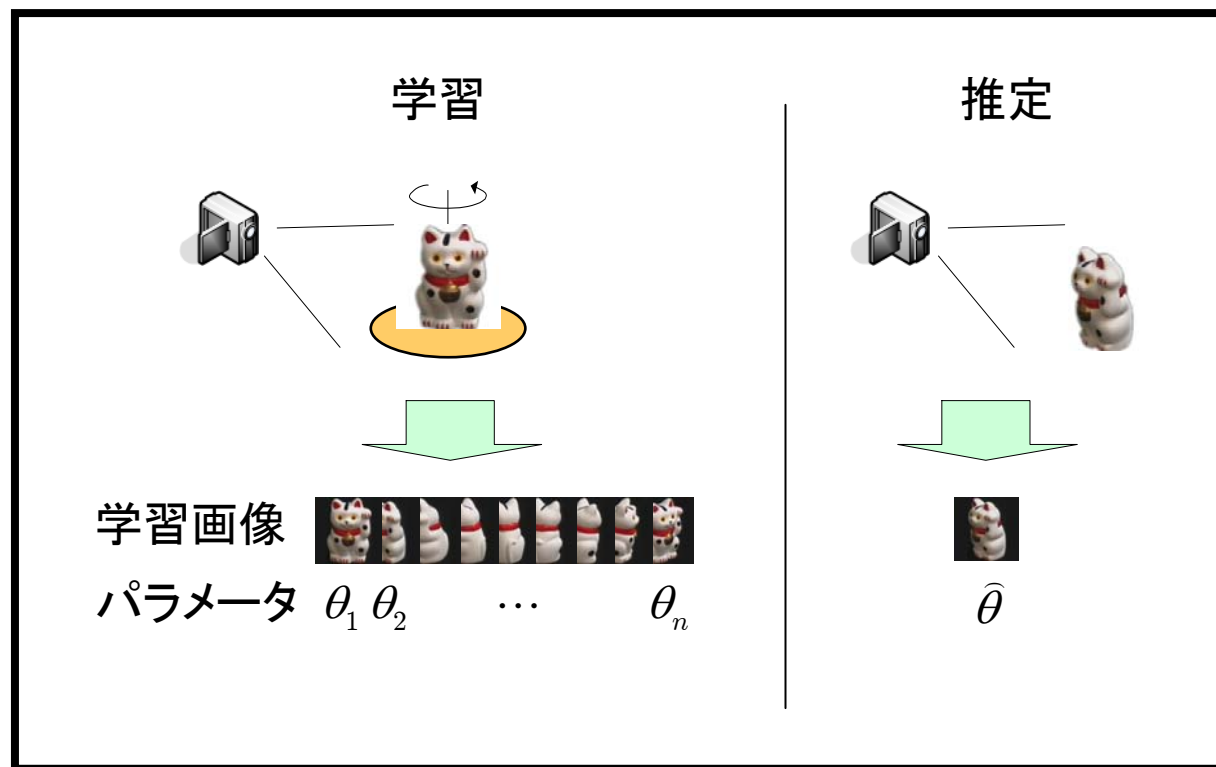


姿勢推定のための2つのアプローチ

モデルベース手法 model-based



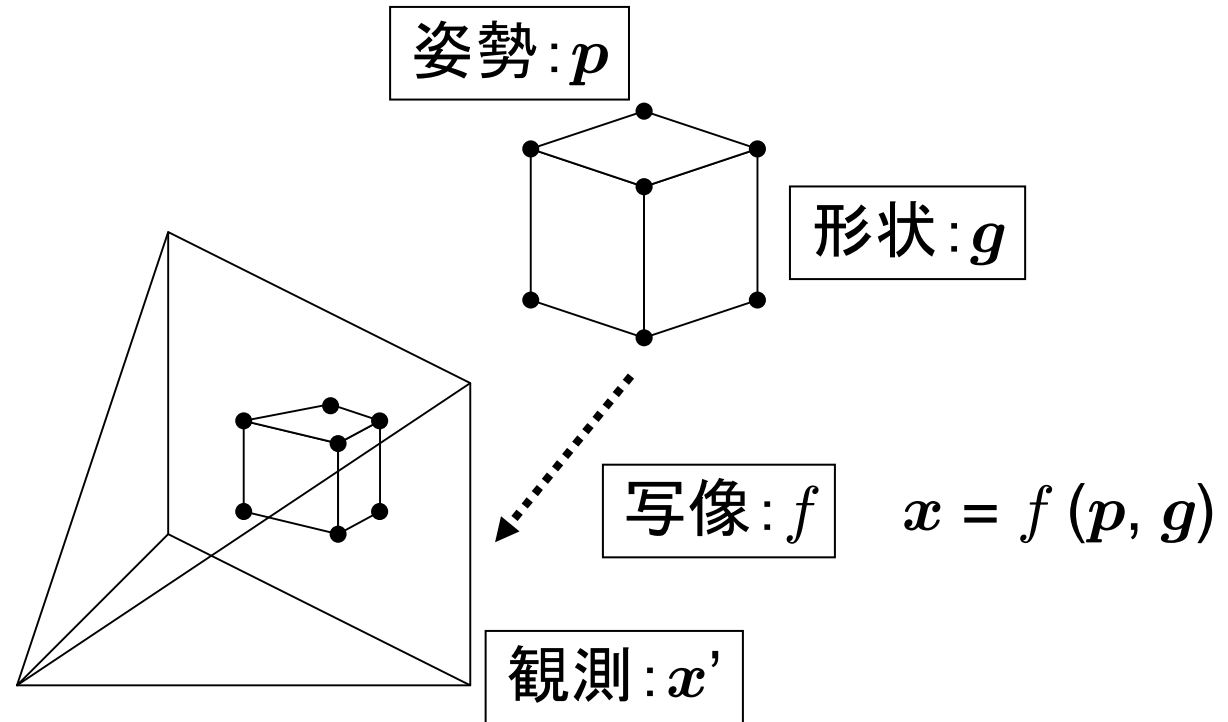
見えに基づく手法 view-based / appearance-based



model-based

形状：~~既知~~
写像：~~既知~~
観測画像：既知
姿勢：未知
~~推定~~：

$$\hat{p} = \operatorname{argmin}_p \|x' - x\|^2$$



view-based

いくつかの姿勢と
そのときの画像が
既知

$$x_1 = f_g(p_1)$$

$$x_2 = f_g(p_2)$$

⋮

$$x_n = f_g(p_n)$$

学習

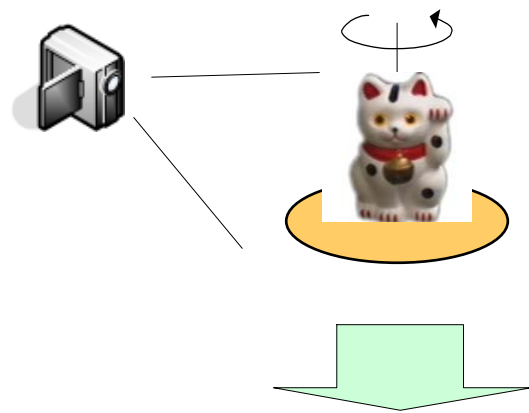
$$p = f_g^{-1}(x \mid x_1, x_2, \dots, x_n, p_1, p_2, \dots, p_n)$$

推定



見えに基づく手法

学習



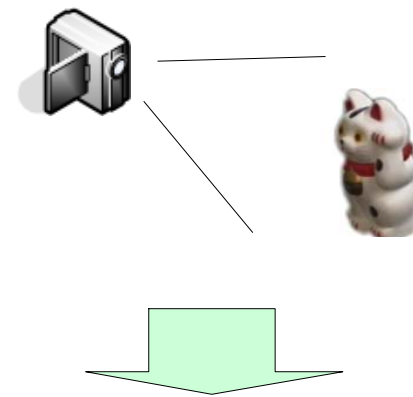
学習画像



パラメータ

p_1 p_2 ... p_n

推定



view-based

いくつかの姿勢と
そのときの画像が
既知

$$\begin{aligned} x_1 &= f_g(p_1) \\ x_2 &= f_g(p_2) \\ &\vdots \\ x_n &= f_g(p_n) \end{aligned}$$

学習

$$p = f_g^{-1}(x \mid \begin{matrix} x_1, x_2, \dots, x_n \\ p_1, p_2, \dots, p_n \end{matrix})$$

推定



画像から姿勢への変換のモデル化

$$p = f_g^{-1}(x \mid x_1, x_2, \dots, x_n)$$

近似

$$p = Fx$$

$$\begin{aligned} p_1 &= Fx_1 \\ p_2 &= Fx_2 \\ &\vdots \\ p_n &= Fx_n \end{aligned}$$

画像: x
 $\downarrow F$
姿勢: p

- パラメトリック固有空間法
- 多様体学習
- 回帰
 - 線形回帰
 - カーネル非線形回帰
 - Support Vector 回帰
- 正準相関分析(Canonical Correlation Analysis, CCA)
 - カーネルCCA
- Estimation-by-Completion (EbC)



画像から姿勢への変換のモデル化

$$p = f_g^{-1}(x \mid x_1, x_2, \dots, x_n)$$

近似

$$p = F x$$

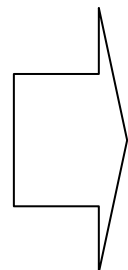
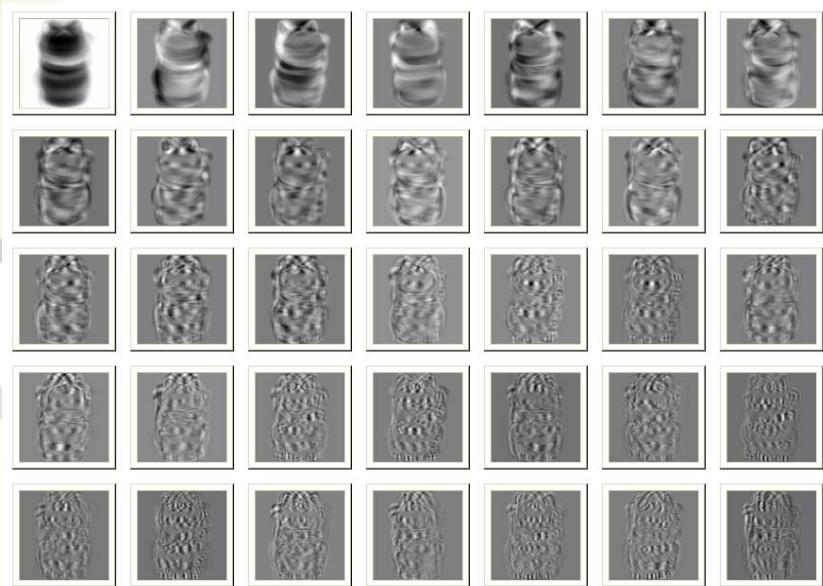
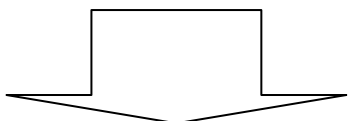
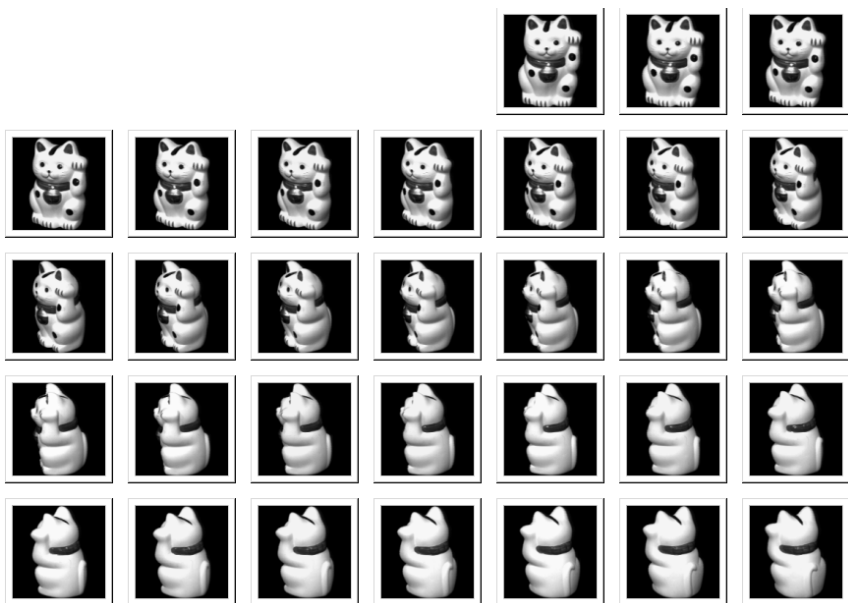
$$\begin{aligned} p_1 &= F x_1 \\ p_2 &= F x_2 \\ &\vdots \\ p_n &= F x_n \end{aligned}$$

画像: x
 $\downarrow F$
姿勢: p

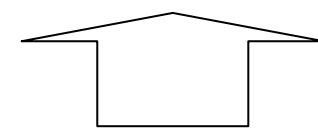
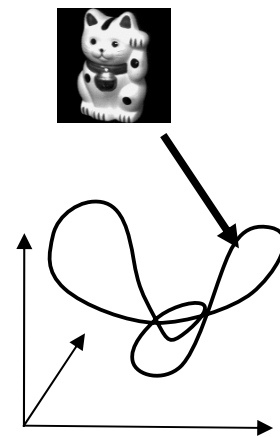
- パラメトリック固有空間法
- 回帰
 - 線形回帰
 - カーネル非線形回帰
 - Support Vector 回帰
- 正準相関分析(Canonical Correlation Analysis, CCA)
 - カーネルCCA
- Estimation-by-Completion (EbC)



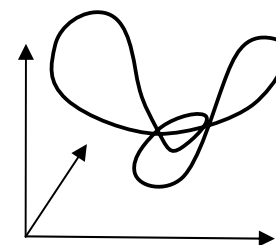
パラメトリック固有空間法



認識



学習





画像から姿勢への変換のモデル化

$$p = f_g^{-1}(x \mid x_1, x_2, \dots, x_n)$$

近似

$$p = F x$$

$$\begin{aligned} p_1 &= F x_1 \\ p_2 &= F x_2 \\ &\vdots \\ p_n &= F x_n \end{aligned}$$

画像: x
↓ F
姿勢: p

- パラメトリック固有空間法
- 回帰
 - 線形回帰
 - カーネル非線形回帰
 - Support Vector 回帰
- 正準相関分析(Canonical Correlation Analysis, CCA)
 - カーネルCCA
- Estimation-by-Completion (EbC)



線形回帰手法

$$p = f_g^{-1}(x \mid x_1, x_2, \dots, x_n)$$

近似

$$p = F x$$

画像: x

$\downarrow F$

姿勢: p

$$\begin{aligned} p_1 &= F x_1 \\ p_2 &= F x_2 \\ &\vdots \\ p_n &= F x_n \end{aligned}$$

$$[p_1, p_2, \dots, p_n] = F [x_1, x_2, \dots, x_n]$$

$$P = F X$$

姿勢パラメータ数

P
サンプル数

画素数

F

X

画素数

サンプル数

画素数 \gg サンプル数

$$F = P X^+ = P (X^T X)^{-1} X^T$$

最小ノルム型疑似逆行列



画像から姿勢への変換のモデル化

$$p = f_g^{-1}(x \mid x_1, x_2, \dots, x_n)$$

近似

$$p = F x$$

画像: x

$\downarrow F$

姿勢: p

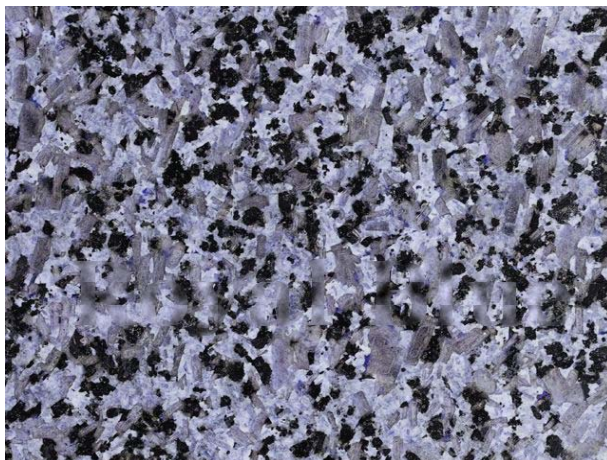
$$\begin{aligned} p_1 &= F x_1 \\ p_2 &= F x_2 \\ &\vdots \\ p_n &= F x_n \end{aligned}$$

- パラメトリック固有空間法
- 回帰
 - 線形回帰
 - カーネル非線形回帰
 - Support Vector 回帰
- 正準相関分析(Canonical Correlation Analysis, CCA)
 - カーネルCCA
- Estimation-by-Completion (EbC)

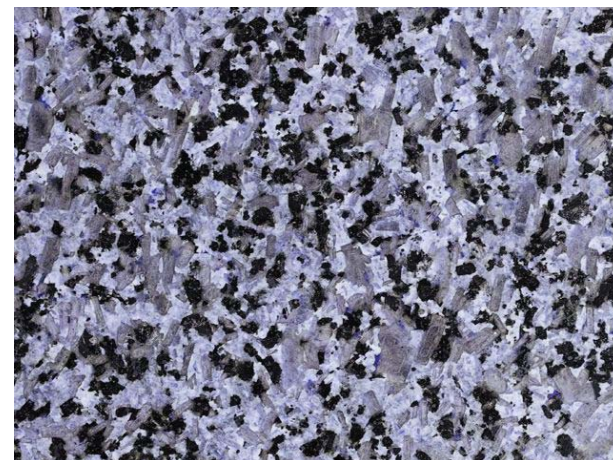
固有空間を用いた画像補間 : (k)BPLP



欠損画像



復元画像
(BPLP)



原画像



欠損画像



復元画像
(kBPLP)

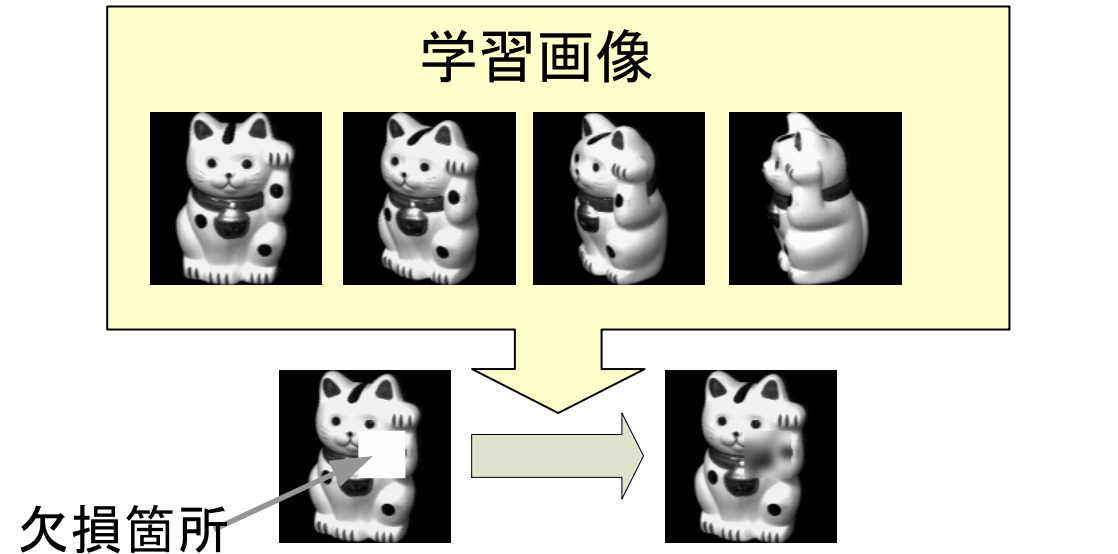


原画像

BPLP ⇒ EbC (Estimation-by-Completion)

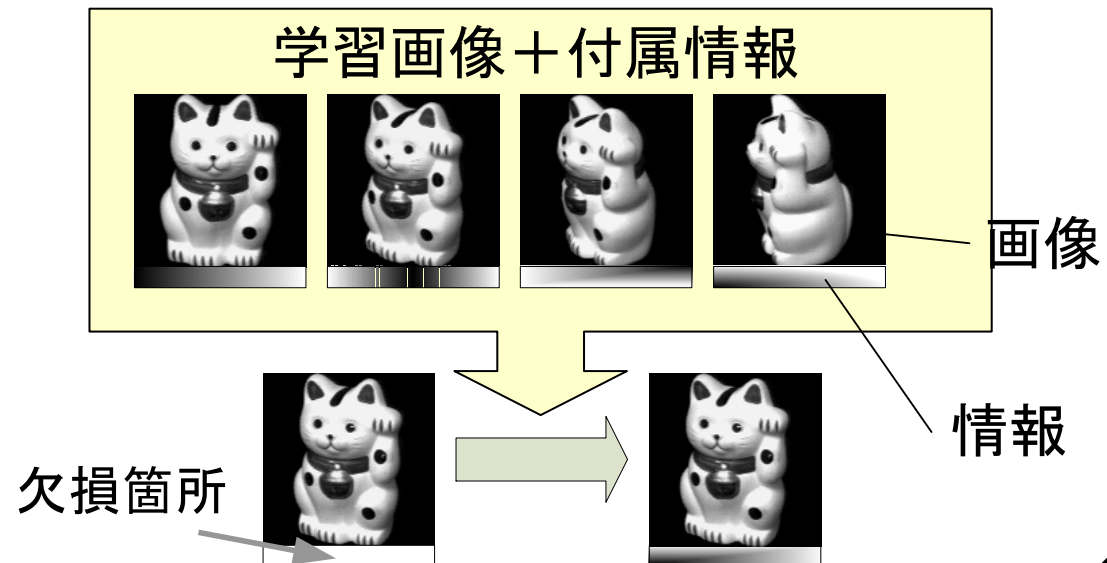
■ BPLP (天野ら, 2000)

- 失われた画素を補間する画像修復の問題
- 学習セット
 - 画像
- 輝度を推定



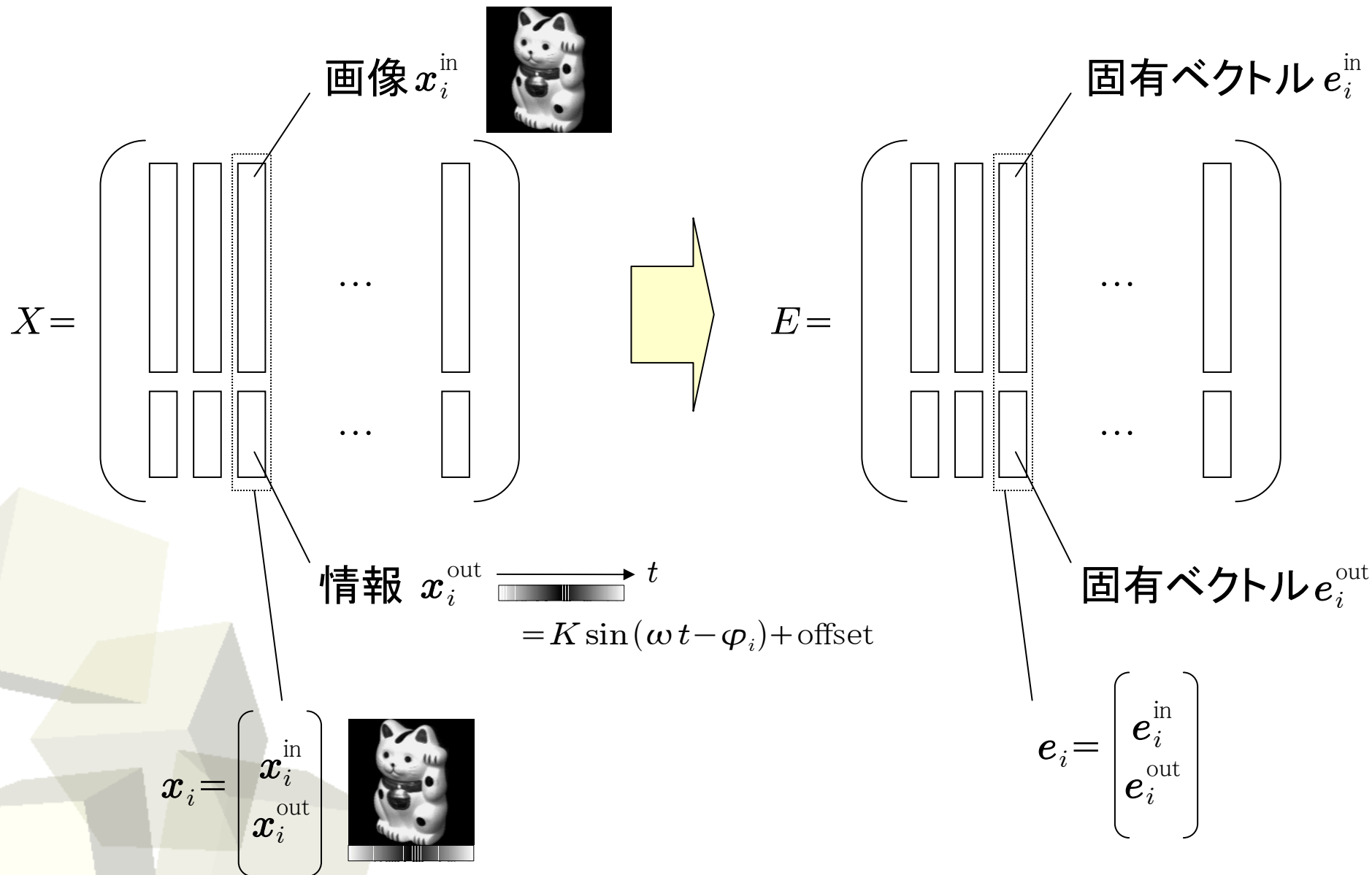
■ EbC (天野・玉木, 2006)

- 情報の推定を画像の補間問題として扱う
- 学習セット
 - 画像 + 情報
- 情報を推定
- 推定された情報を認識



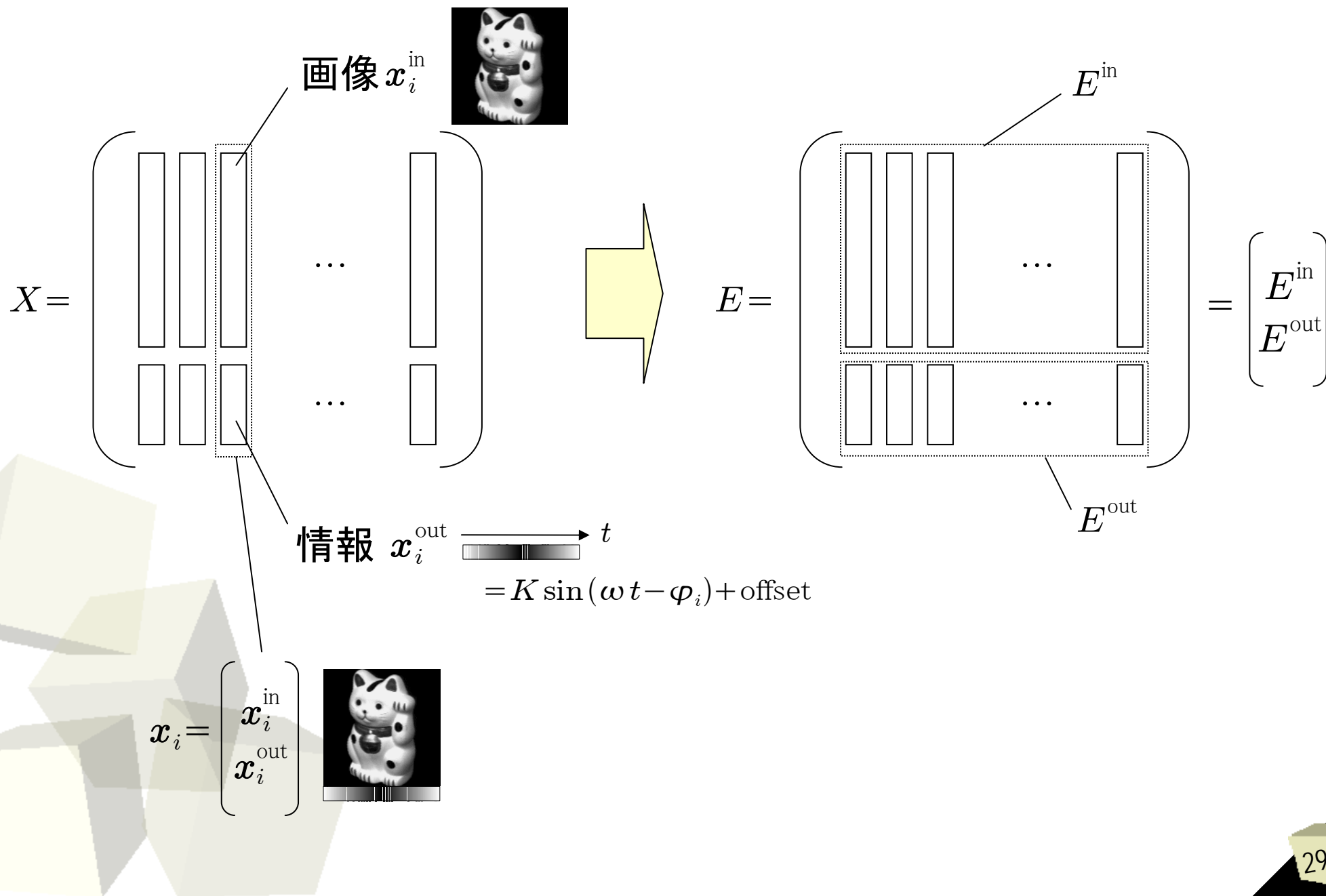


学習過程：固有空間作成



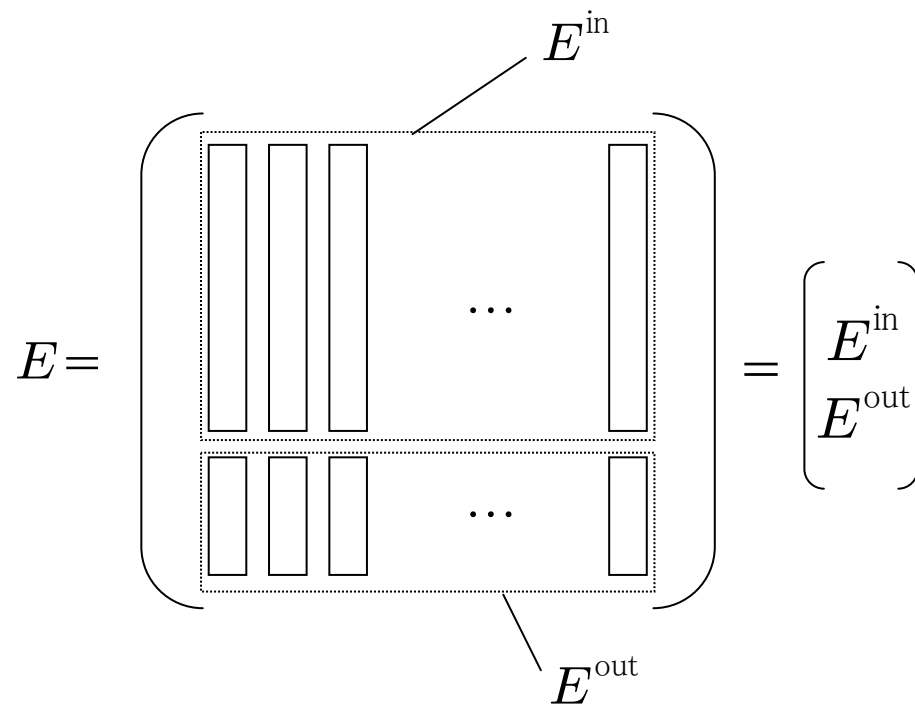
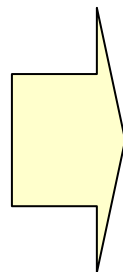


學習過程：固有空間作成



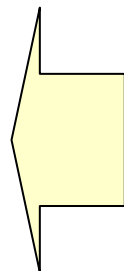


テスト画像 x^{in}
情報なし



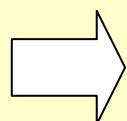
x^*

$x^{\text{in}*}$



情報の推定値 $x^{\text{out}*}$

$$x^* = E (E^{\text{in}T} E^{\text{in}})^{-1} E^{\text{in}T} x^{\text{in}} \quad \text{:BPLPによる推定式}$$

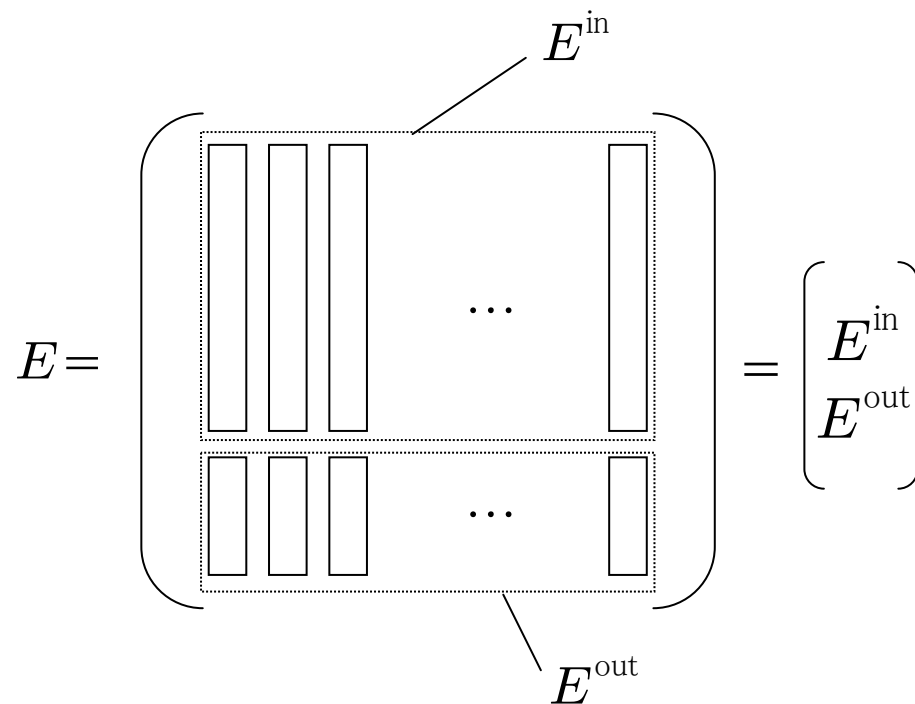
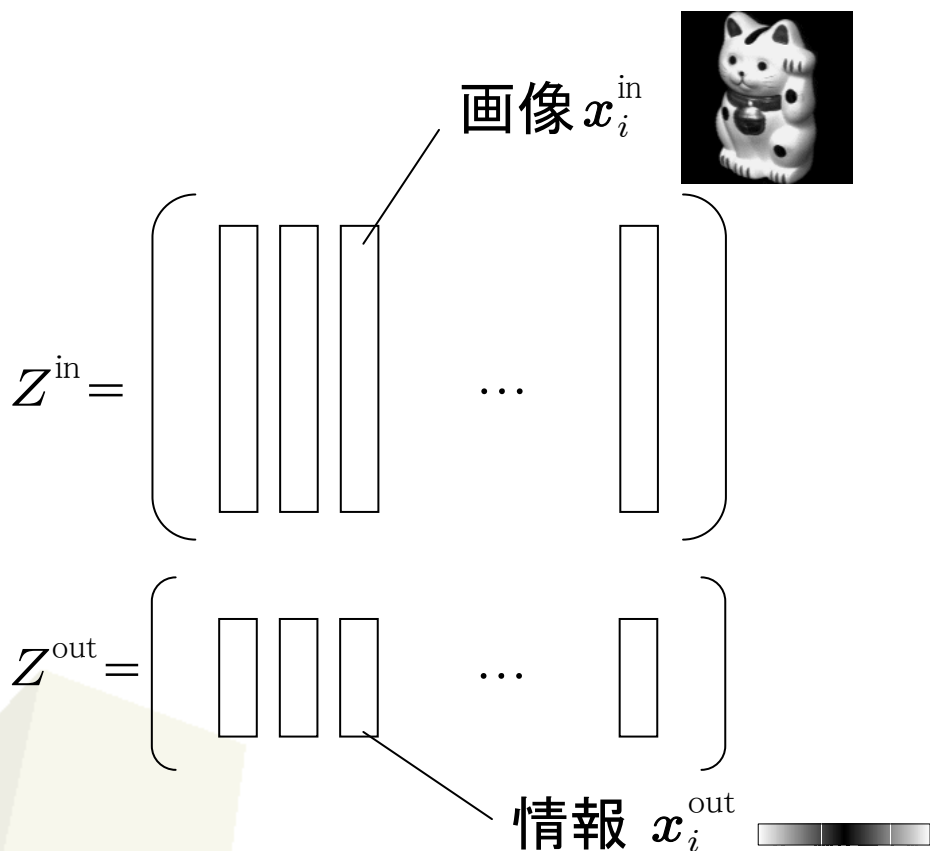


$$x^{\text{out}*} = E^{\text{out}} (E^{\text{in}T} E^{\text{in}})^{-1} E^{\text{in}T} x^{\text{in}} \equiv A x^{\text{in}}$$

- 入力と出力が行列 (線形写像) によって関係付けられる



次元削減なしのEbC = 線形回帰



$$Z^{\text{out}} = A Z^{\text{in}}$$

入出力を線形に
関係付けた
連立方程式



$$\begin{aligned} x^{\text{out}*} &= E^{\text{out}} (E^{\text{in}T} E^{\text{in}})^{-1} E^{\text{in}T} x^{\text{in}} \\ &\equiv A x^{\text{in}} \end{aligned}$$

入出力を連結して
作成した固有空間の
逆射影



画像から姿勢への変換のモデル化

$$p = f_g^{-1}(x \mid x_1, x_2, \dots, x_n)$$

近似

$$p = F x$$

画像: x

$\downarrow F$

姿勢: p

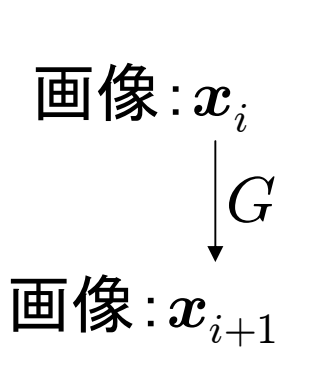
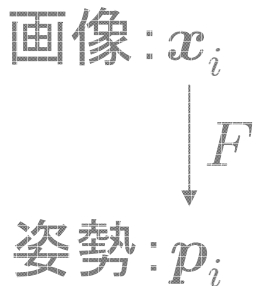
$$\begin{aligned} p_1 &= F x_1 \\ p_2 &= F x_2 \\ &\vdots \\ p_n &= F x_n \end{aligned}$$

- パラメトリック固有空間法
- 回帰
 - 線形回帰
 - カーネル非線形回帰
 - Support Vector 回帰
- 正準相関分析(Canonical Correlation Analysis, CCA)
 - カーネルCCA
- Estimation-by-Completion (EbC)



巡回群を用いた姿勢推定・姿勢補間

$$\begin{aligned}
 p_1 &= F x_1 \\
 p_2 &= F x_2 \\
 &\vdots \\
 p_n &= F x_n
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 x_1 &= G x_0 \\
 x_2 &= G x_1 \\
 &\vdots \\
 x_0 &= G x_{n-1}
 \end{aligned}$$

n 位の巡回群

$$G_n = \{G, G^2, \dots, G^{n-1}, G^n\}$$

G : 巡回群 G_n の生成元

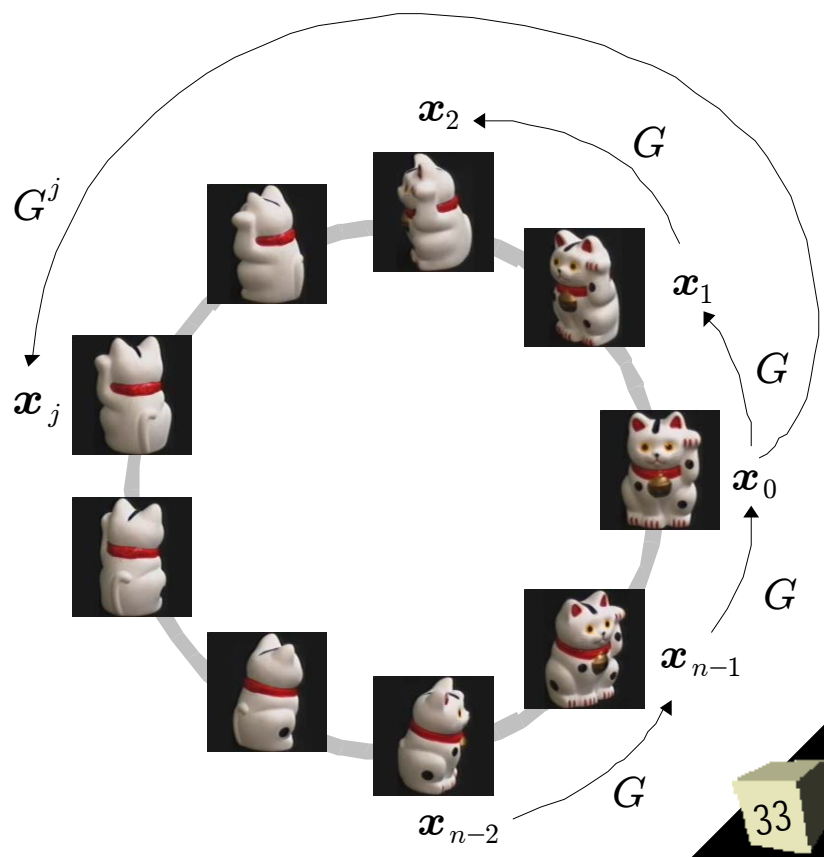
各画像は行列 G によって遷移する

$$\begin{aligned}
 x_1 &= G x_0 \\
 x_2 &= G x_1 \\
 &\vdots \\
 x_0 &= G x_{n-1}
 \end{aligned}$$

x_0 から x_j へ G^j によって遷移する

$$x_j = G^j x_0$$

$$x_{j+1 \bmod n} = G x_j$$





The Key: Cyclic Permutation.

The relationship between images:

$$\mathbf{x}_{j+1 \bmod n} = G\mathbf{x}_j$$

A matrix G transforms an image to another:

$$\mathbf{x}_1 = G\mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{x}_2 = G\mathbf{x}_1$$

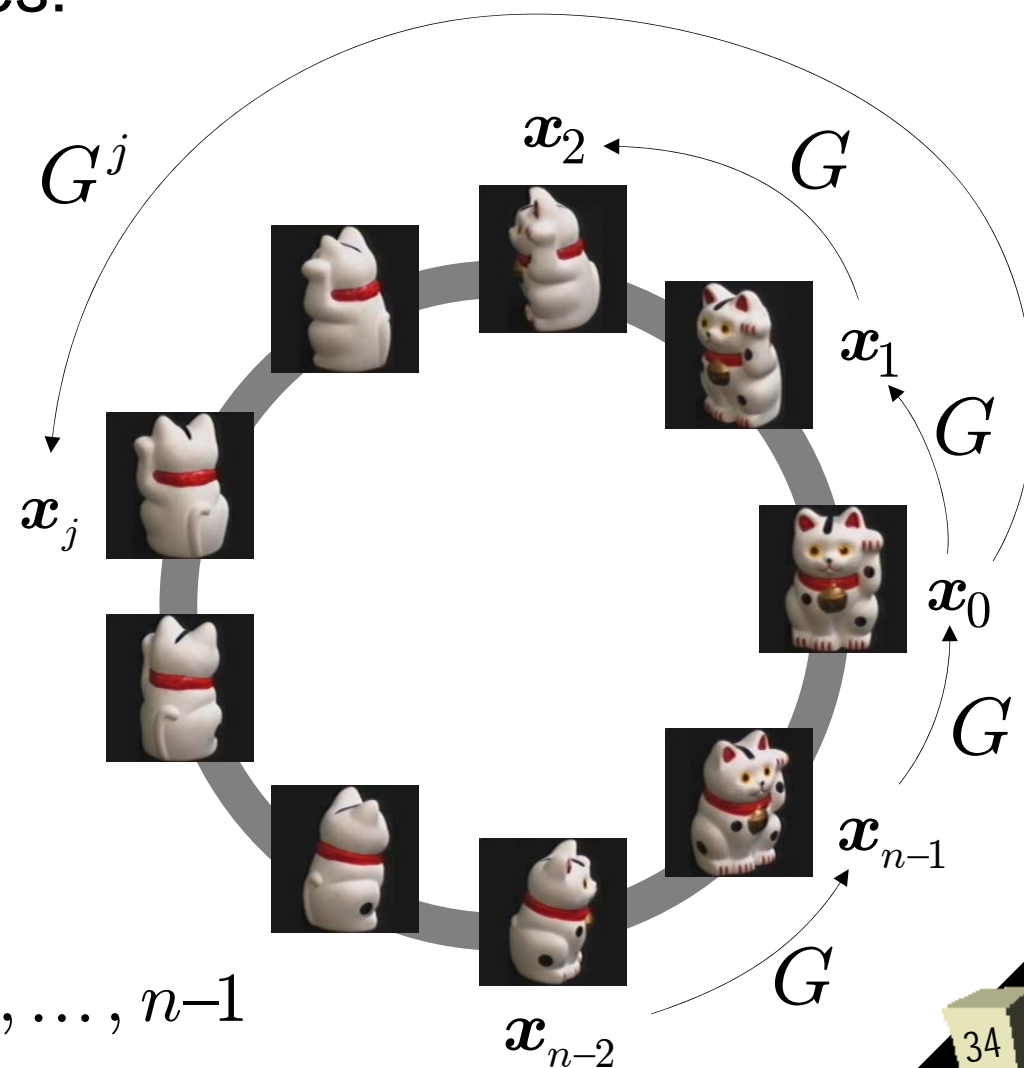
\vdots

$$\mathbf{x}_0 = G\mathbf{x}_{n-1}$$

G^j transforms \mathbf{x}_0 to \mathbf{x}_j directly.

$$\mathbf{x}_j = G^j \mathbf{x}_0$$

$$j = 0, 1, 2, \dots, n-1$$





Why Cyclic Permutation?

■ Pose Estimation

- Find j such that

$$\mathbf{x} = G^j \mathbf{x}_0$$

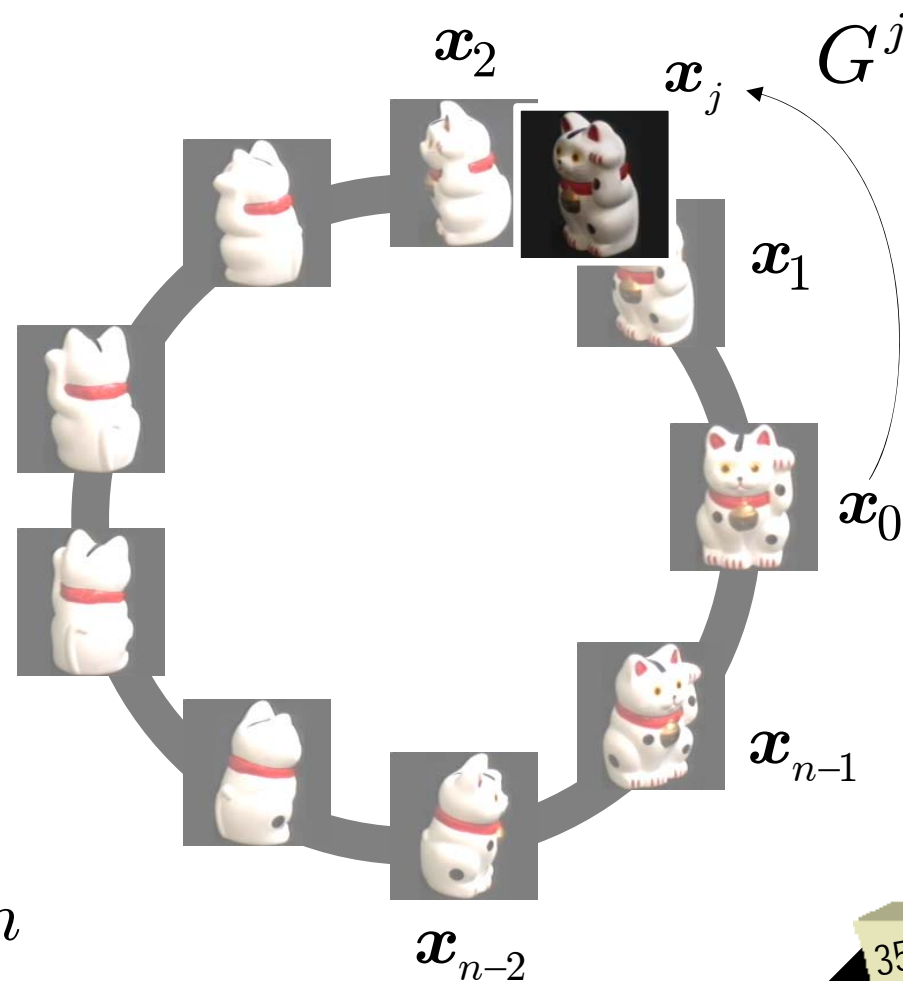
for a given image \mathbf{x}

■ View Generation

- Create an image \mathbf{x}_j

$$\mathbf{x}_j = G^j \mathbf{x}_0$$

for given j



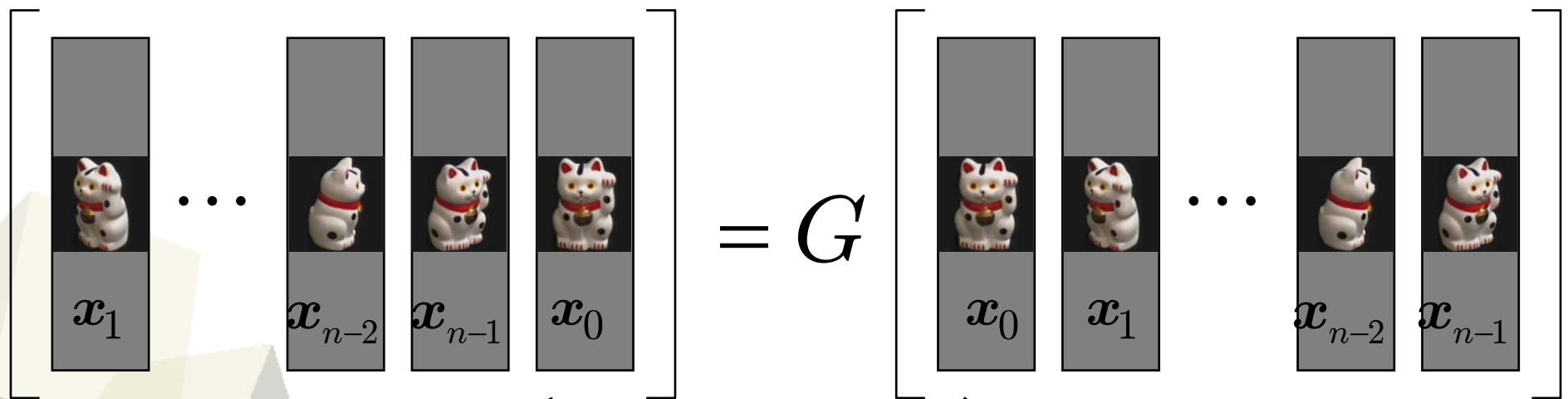
$$0 \leq j < n$$



Obtaining the matrix G ...

Matrix representation

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_1 & \mathbf{x}_2 & \dots & \mathbf{x}_{n-1} & \mathbf{x}_0 \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} \mathbf{x}_0 & \mathbf{x}_1 & \dots & \mathbf{x}_{n-2} & \mathbf{x}_{n-1} \end{bmatrix}$$

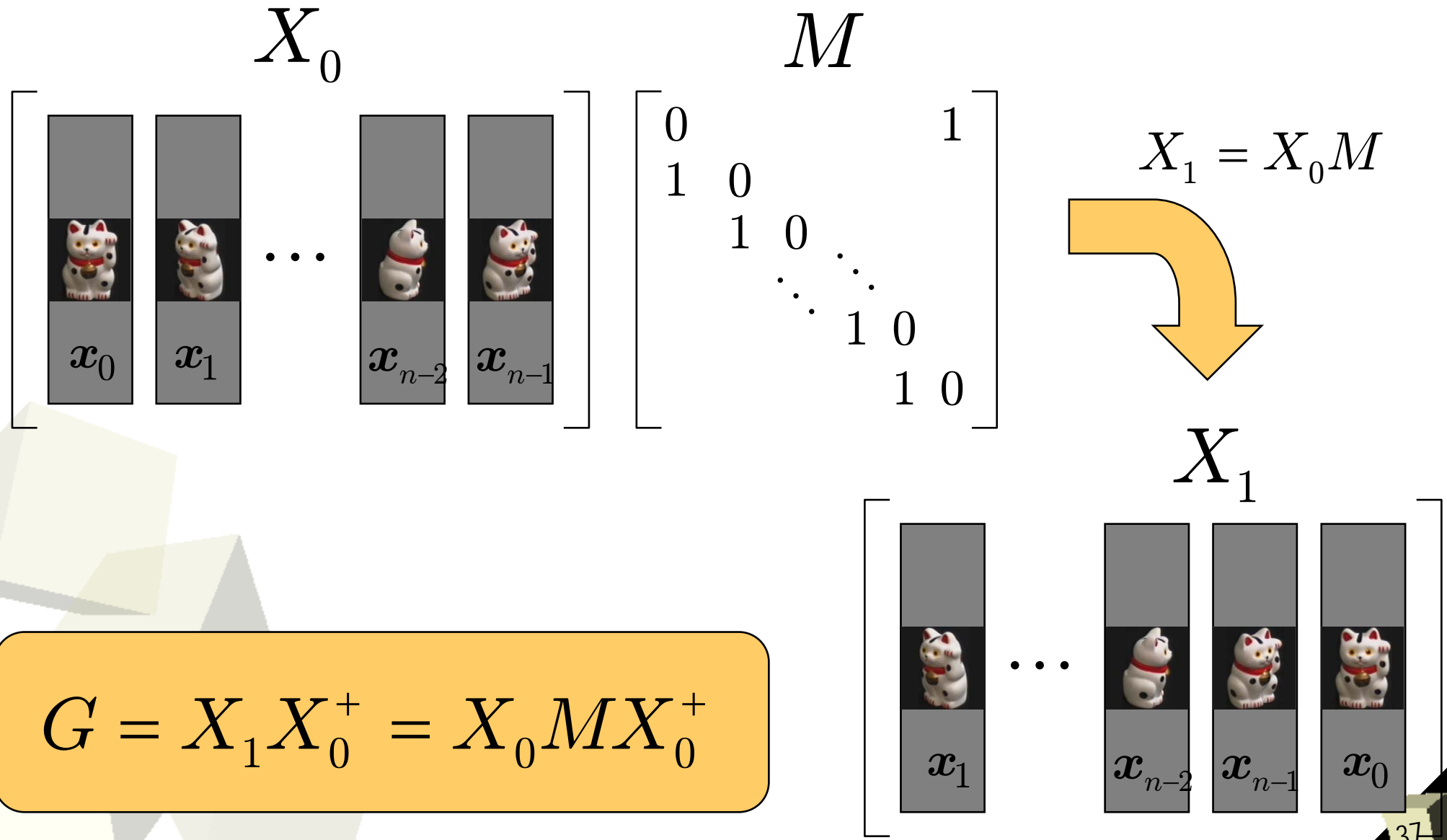


$$X_1 = G X_0 \quad \Rightarrow \quad G = X_1 X_0^+$$

Using pseudoinverse



with Column permutation.






Block diagonalization

$$G = X_0 M X_0^+ = X_0 \begin{bmatrix} 0 & & & & & & & & 1 \\ 1 & & & & & & & & \\ & 0 & & & & & & & \\ & 1 & 0 & & & & & & \\ & & \ddots & \ddots & & & & & \\ & & & \ddots & \ddots & & & & \\ & & & & 1 & 0 & & & \\ & & & & & 1 & 0 & & \end{bmatrix} X_0^+$$

$$= X_0 W^T \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & & \\ & \boxed{A_1} & & & & & & & \\ & & \boxed{A_2} & & & & & & \\ & & & \ddots & & & & & \\ & & & & & & & & \end{bmatrix} W X_0^+$$

D 2x2 blocks
(rotation matrix)

$W X_0^+$ DFT basis





Decomposing the matrix G

$$G = X_0 W^T \begin{bmatrix} 1 & & & \\ & A_1 & & \\ & & A_2 & \\ & & & \ddots \end{bmatrix} W X_0^+$$
$$G = U_2 \quad D \quad U_1$$

$$G^j = U_2 \quad D^j \quad U_1$$



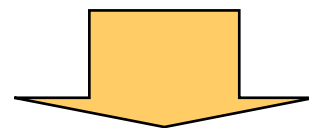
View generation

Equations for learning samples

$$\mathbf{x}_j = G^j \mathbf{x}_0 = U_2 D^j U_1 \mathbf{x}_0 \quad j = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

Extend j to arbitrary number

$$\mathbf{x}_j = G^j \mathbf{x}_0 = U_2 D^j U_1 \mathbf{x}_0 \quad 0 \leq j < n$$



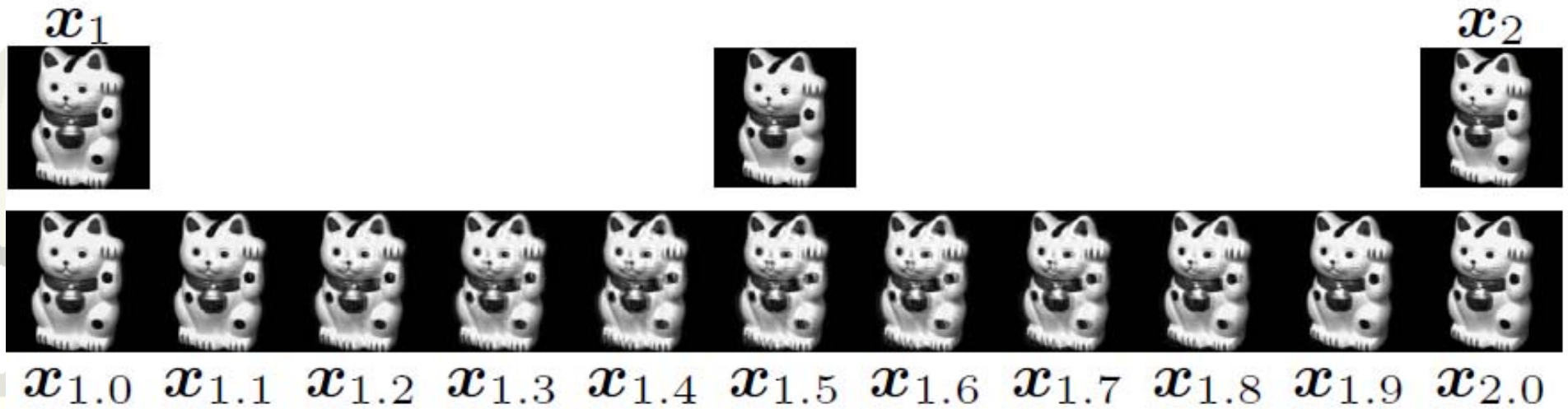
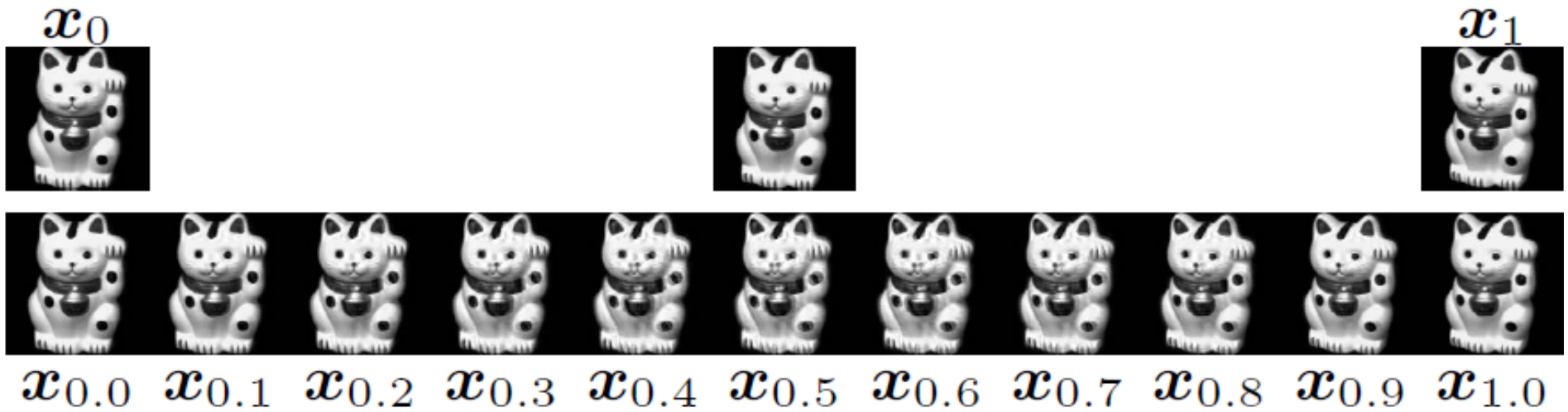
Using only finite number of images $\mathbf{x}_0, \mathbf{x}_1, \dots, \mathbf{x}_{n-1}$,

Generate \mathbf{x}_j for any j .



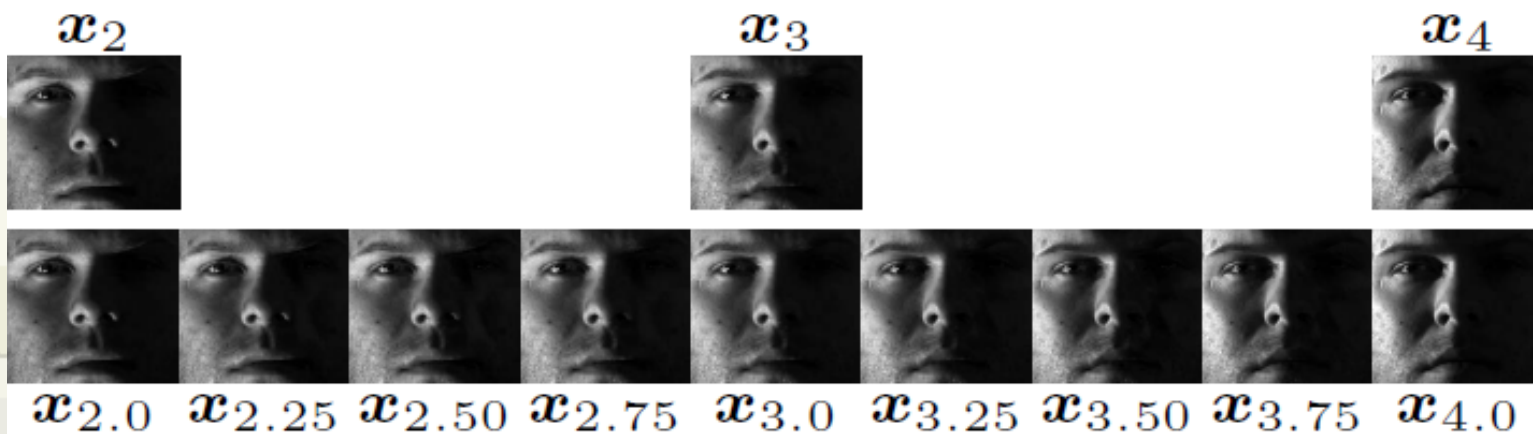
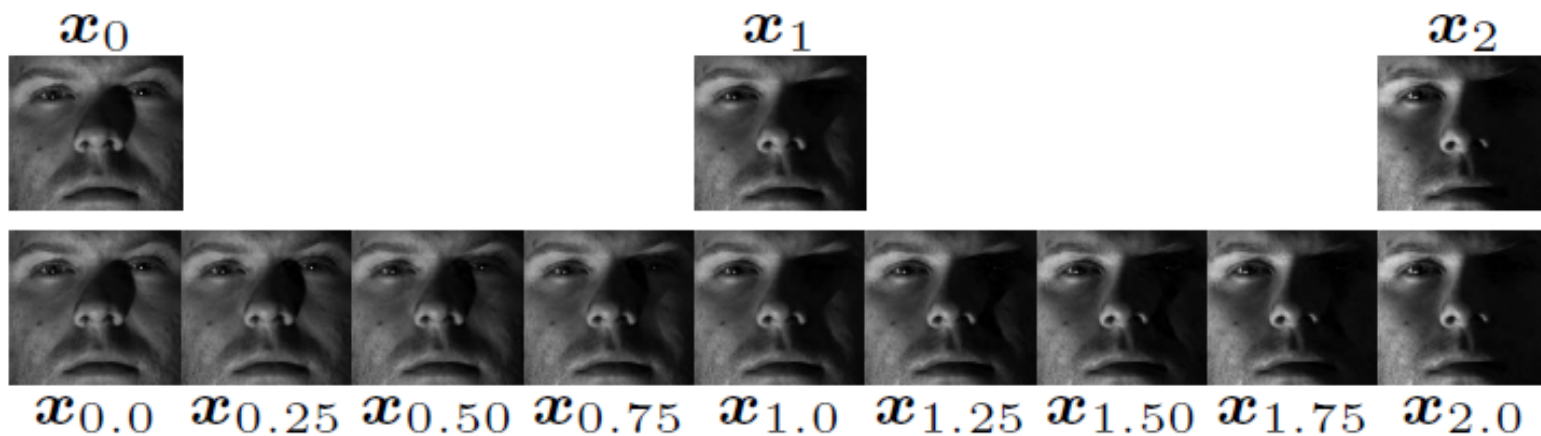


View generation





View generation



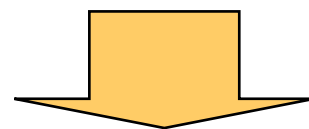


Pose estimation

Equations for leaning samples

$$\mathbf{x}_j = G^j \mathbf{x}_0 = U_2 D^j U_1 \mathbf{x}_0 \quad j = 0, 1, 2, \dots, n-1$$

Estimating j of arbitrary number



$$0 \leq j < n$$

$$\mathbf{x} = G^j \mathbf{x}_0 = U_2 D^j U_1 \mathbf{x}_0$$

$$U_1 \mathbf{x} = U_1 U_2 D^j U_1 \mathbf{x}_0$$

$$U_1 \mathbf{x} = D^j U_1 \mathbf{x}_0$$

$$\mathbf{x}' = D^j \mathbf{x}'_0$$

Compare two images
projected in the subspace

$$\mathbf{x}'_j = U_1 \mathbf{x}_j$$

*An image
in the subspace*



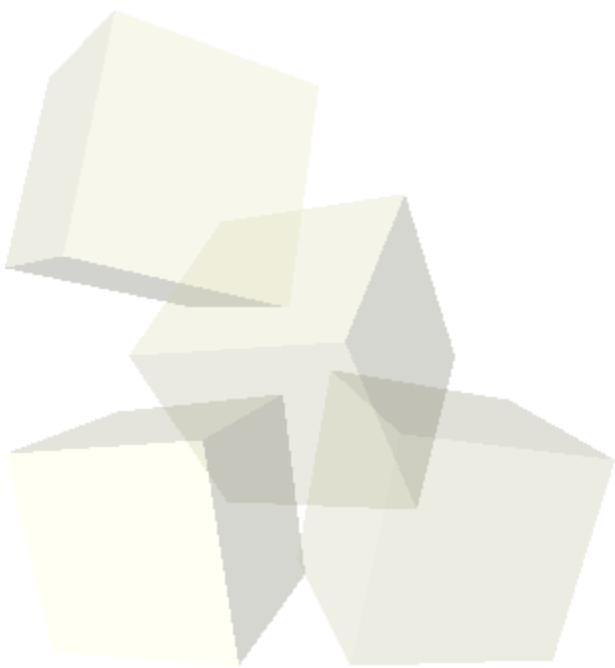
見えに基づく手法のメリット・デメリット

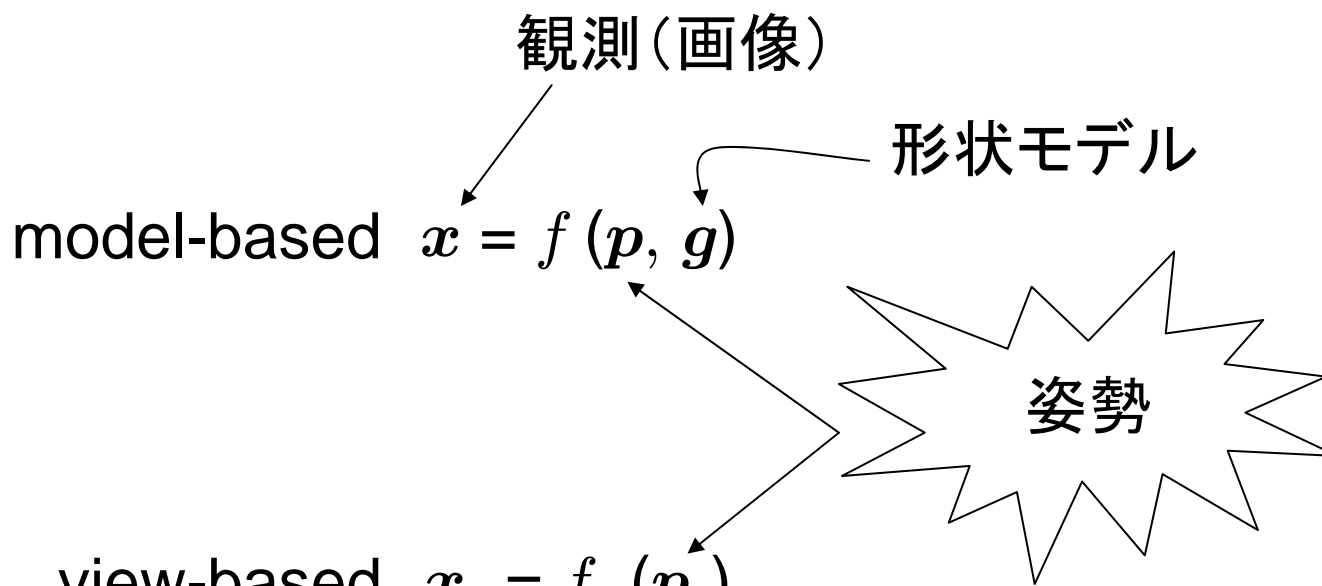
• メリット

- 形状モデルは不要
- 反復最適化も不要
- 姿勢追跡ではなく姿勢推定

• デメリット

- 学習セットが必要
- 学習した物体・環境が変わるとダメ
- 3次元幾何としては原理はまったく不明

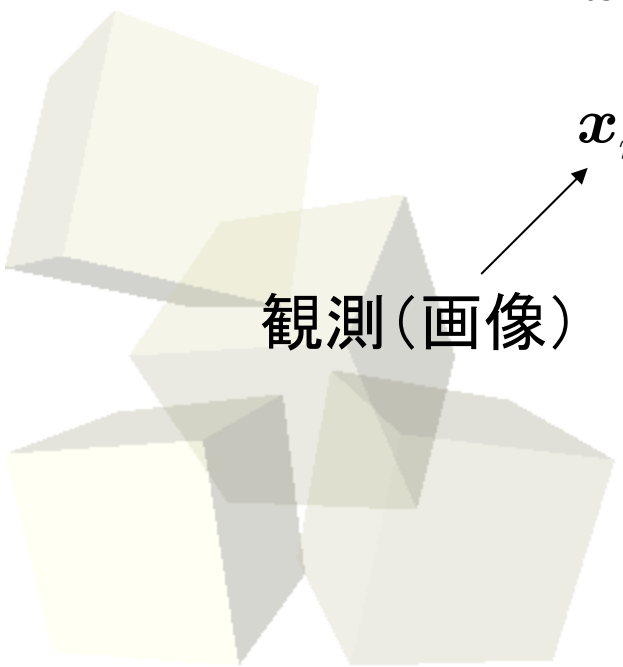




view-based

$$\begin{aligned}x_1 &= f_g(p_1) \\x_2 &= f_g(p_2) \\&\vdots \\x_n &= f_g(p_n)\end{aligned}$$

姿勢とは何？
どのような姿勢表現が適切？



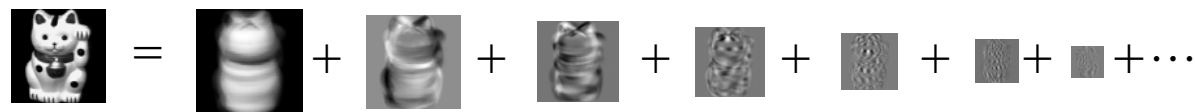
観測(画像)

推定手法(f^1)

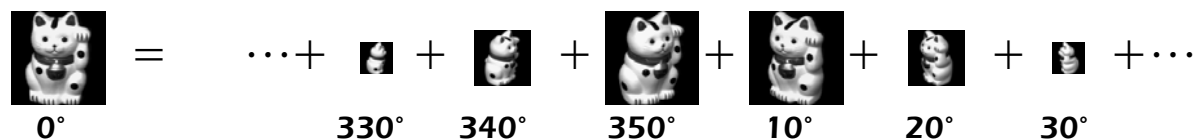


姿勢表現に必要な条件: 1自由度の例

テスト画像は固有画像の線形和 $x = \sum c_i e_i$



テスト画像は学習画像の線形和 $x = \sum b_i x_i$



姿勢
表現

学習

推定

角度

$$10 = F x_{10, \dots}$$

$$180^\circ \simeq \dots + 330^\circ + 340^\circ + 350^\circ + 10^\circ + 20^\circ + 30^\circ + \dots$$



姿勢表現に適さない: 360°において不連続

sin, cos

$$\begin{pmatrix} \sin(10^\circ) \\ \cos(10^\circ) \end{pmatrix} = F x_{10, \dots}$$

$$\sin(0^\circ) \simeq \dots + \sin(340^\circ) + \sin(350^\circ) + \sin(10^\circ) + \sin(20^\circ) + \sin(30^\circ) + \dots$$

$$\cos(0^\circ) \simeq \dots + \cos(340^\circ) + \cos(350^\circ) + \cos(10^\circ) + \cos(20^\circ) + \cos(30^\circ) + \dots$$



姿勢表現に適している: すべてにおいて連続

view-basedだけに限らない

パラメータの線形和や重み付き和をとる場合はすべて該当する



3自由度回転の姿勢表現: 比較

	固定角	オイラー角	回転軸 ・ 回転量	単位四元数	回転行列	球関数表現
連続性	×なし	×なし	×・○	○あり	○あり	○あり
一対一	×なし	×なし	×なし	×なし	○あり	○あり
高周波表現	×なし	×なし	×なし	×なし	×なし	○あり

(玉木ら, 2008)

ジンバルロック
が存在

回転量を
角度で表すと×
(sin,cos)で表すと○

qと-qが同じ
姿勢を表す





SO(3)上の球関数を用いた姿勢表現

$$Y_{l_1 l_2 l_3}(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = \sqrt{b_{l_1 l_2 l_3}} C_{l_1}^{1, l_2}(\cos \theta_1) P_{l_2}^{l_3}(\cos \theta_2) e^{-l_3 \theta_3 i}$$

S³上の点の極座標

Gegenbauer倍関数

Legendre倍関数

単位円上の複素数

$$\begin{aligned} l_1 &\in 2\mathbb{Z} & 0 \leq \theta_1 \leq \frac{\pi}{2} \\ l_2, l_3 &\in \mathbb{Z} & 0 \leq \theta_2 \leq \pi \\ l_1 \geq l_2 \geq |l_3| & & 0 \leq \theta_3 \leq 2\pi \end{aligned}$$

最低周波数(2l₁=2)

$$\begin{aligned} &Y_{2,0,0} \\ &Y_{2,1,0}, Y_{2,1,\pm 1} \\ &Y_{2,2,0}, Y_{2,2,\pm 1} \\ &Y_{2,2,\pm 2} \end{aligned}$$

実数化
係数省略
1対1

単位四元数
q₁, q₂, q₃, q₄

2対1

2対1

$$R = \begin{pmatrix} q_1^2 + q_2^2 - q_3^2 - q_4^2 & 2q_2q_3 - 2q_1q_4 & 2q_2q_4 + 2q_1q_3 \\ 2q_2q_3 + 2q_1q_4 & q_1^2 - q_2^2 + q_3^2 - q_4^2 & 2q_3q_4 - 2q_1q_2 \\ 2q_2q_4 - 2q_1q_3 & 2q_3q_4 + 2q_1q_2 & q_1^2 - q_2^2 - q_3^2 + q_4^2 \end{pmatrix}$$

回転行列

$$R = \begin{pmatrix} \frac{Y_0 + 2Y_4}{3} & 2Y_5 - 2Y_3 & 2Y_6 + 2Y_2 \\ 2Y_5 + 2Y_3 & \frac{Y_0 - Y_4 + 3Y_7}{3} & 2Y_8 - 2Y_1 \\ 2Y_6 - 2Y_2 & 2Y_8 + 2Y_1 & \frac{Y_0 - Y_4 - 3Y_7}{3} \end{pmatrix}$$

球関数表現

$$\begin{aligned} &Y_0, Y_1, Y_2, Y_3 \\ &Y_4, Y_5, Y_6, Y_7, Y_8 \end{aligned}$$

1対1

高周波数(2l₁>2)は?

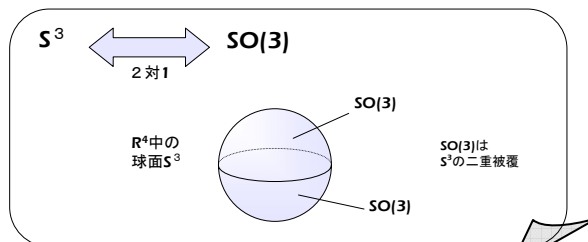
- ・ R², R³, ... に対応
- ・ 多対1

球関数: Sⁿ上の正規直交基底関数系

- n=1: 複素フーリエ基底
- n=2: 球面調和関数
- n=3: S³上の球関数

S³上の球関数のうち偶関数:

SO(3)上の球関数



SO(3)上の球関数の応用先(?)

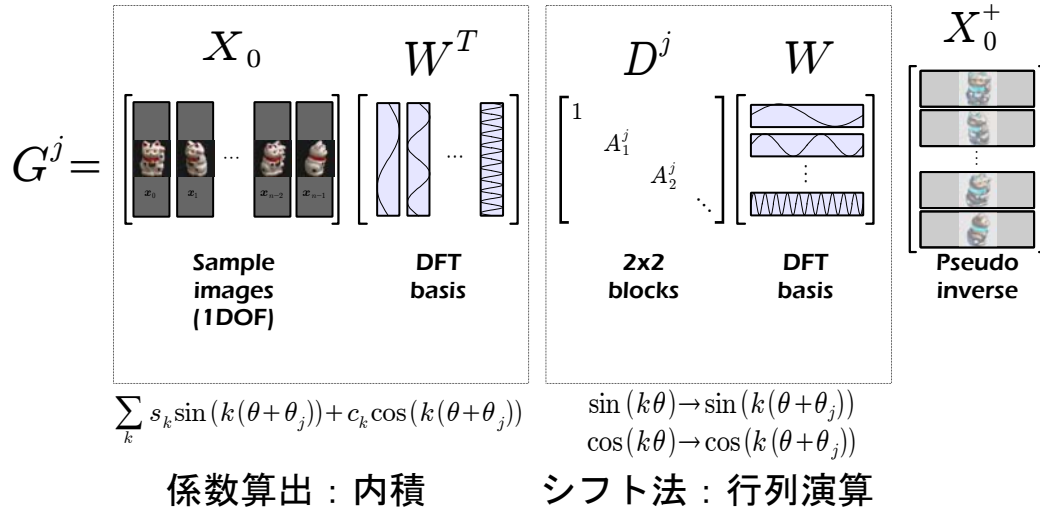
- ・ 回転行列の関数f(R)の解析
 $f(R) = |x' - (Rx + t)|^2$
- ・ 回転行列の画像x(R)の展開
 $x(R) = \sum c Y(R)$

巡回群による定式化(1自由度) → 3自由度へ

画像間の関係をGで表す

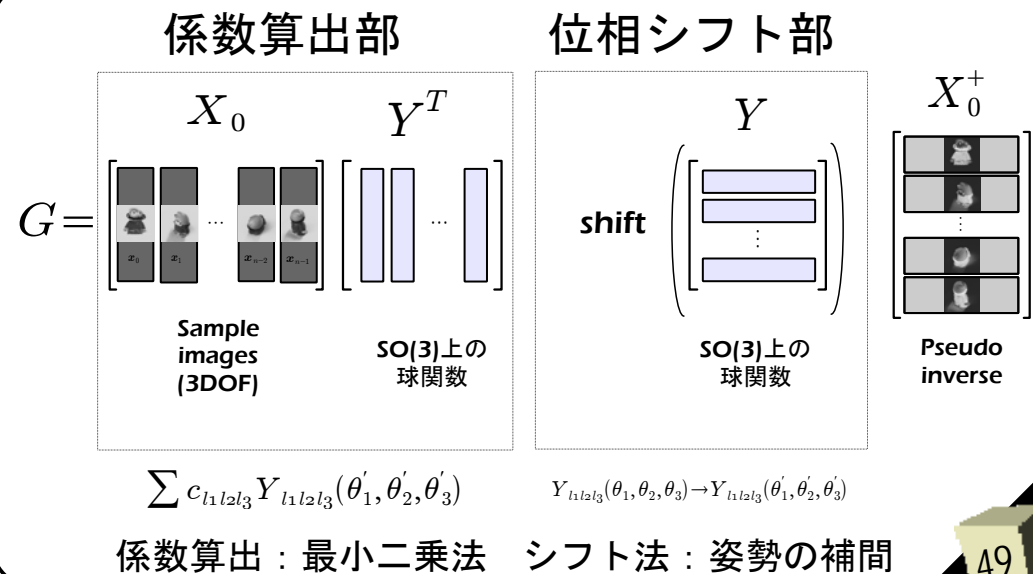
係数算出部

位相シフト部



(玉木ら, 2007)

Gの構造を保ったまま拡張



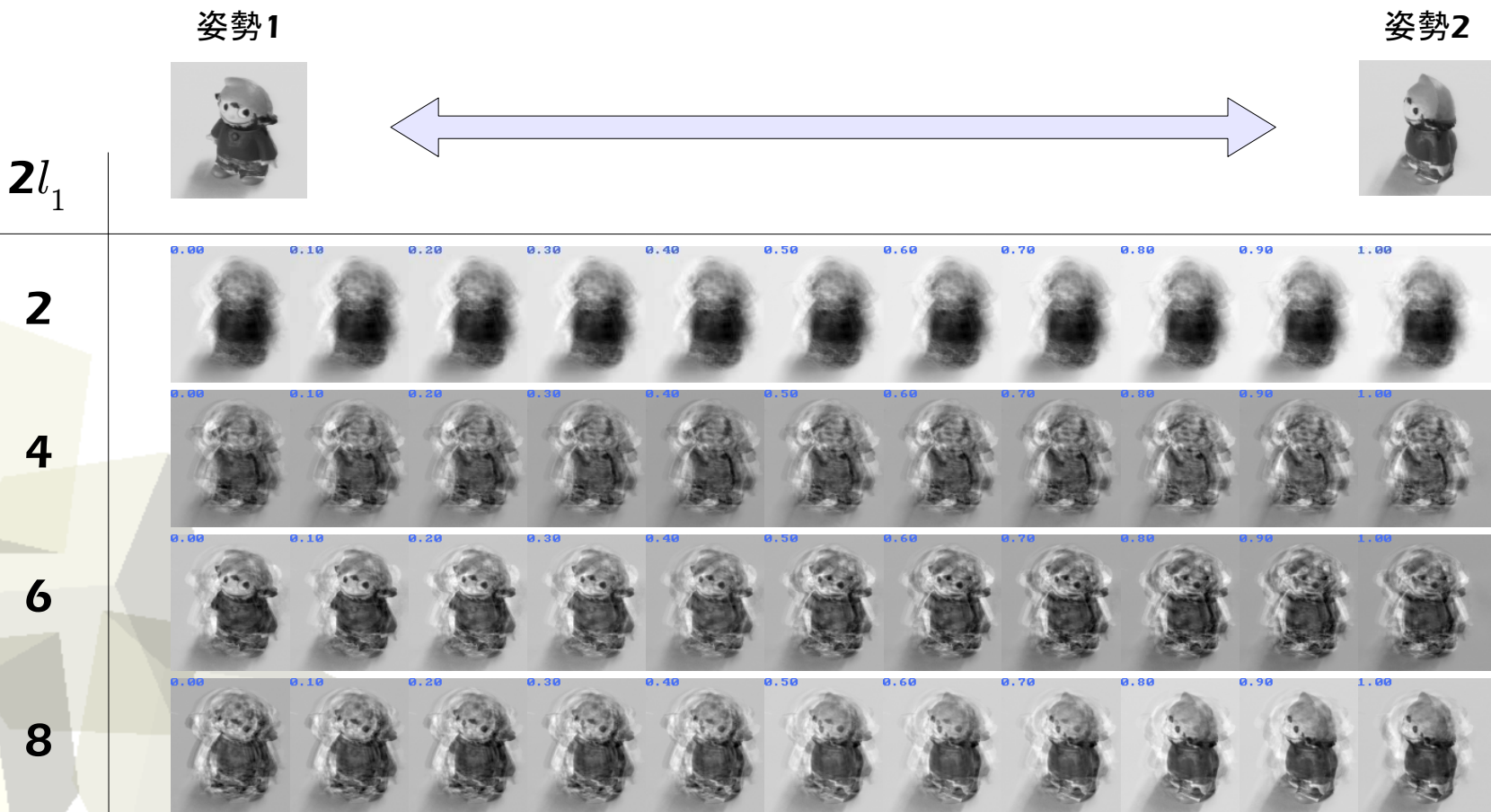
(玉木ら, 2008)

姿勢補間による画像補間(位相シフト部)

再構成
対象画像

$$128 \times 128 \text{ 対象画像} = \sum_{l_1, l_2, l_3}^m c_{l_1 l_2 l_3} Y_{l_1 l_2 l_3}$$

サンプル画像数：50枚
(対象画像を含む)





- Table tennis

- 牛山幸彦(新潟大学)

- View-based

- 天野敏之(奈良先端大)
- 金田和文(広島大)
 - 奥川裕之
 - 原田健吾

- Mathematicians

- 田丸博士(広島大学)
- 市原由美子(広島大学)
- 高橋宣能(広島大学)

