球関数による姿勢表現と姿勢推定

玉木　徹† 天野　敏之†† 金田　和文†
† 広島大学大学院工学研究科情報工学専攻
†† 奈良先端科学技術大学院大学情報科学研究科

Representing pose by spherical functions for pose estimation

Toru TAMAKI†, Toshiyuki AMANO††, and Kazufumi KANEDA†
† Department of Information Engineering, Graduate School of Engineering, Hiroshima University
†† Graduate School of Information Science, Nara Institute of Science and Technology
E-mail: †{tamaki,kin}@hiroshima-u.ac.jp, ††amano@is.naist.jp

Abstract We propose a novel representation of pose in 3 degrees-of-freedom (DOF) for view-based pose estimation. First we show that a conventional representation of pose in 1 DOF is a Fourier basis, and extend the observation to 2 DOF with spherical harmonics. Then we represent 3 DOF pose with spherical functions that are continuous on $SO(3)$, and give transformations from the spherical functions representation to a quaternion and a rotation matrix.

あらまし

本論文では、球関数を用いた新しい姿勢表現を提案する。これは見えに基づく姿勢推定による 3 自由度回転の姿勢を表現するためのものである。まず、従来行われている 1 自由度の姿勢表現方法がフーリエ基底で表せることを示し、それを球面調和関数により 2 自由度に拡張する。そして、3 自由度の姿勢を、$SO(3)$ 上の連続関数を球関数を用いて表す。この姿勢の球関数表現と単位四元数・回転行列による表現との変換も与える。この球関数表現を用いた姿勢推定の結果を示し、提案方法の有効性を議論する。

$SO(3)$ 上の正規直交関数系：球関数

n 次元球面 S^n 上の C^∞ 級連続な正規直交関数系 $Y_{\ell_1,\dots,\ell_n}$ は、球関数と呼ばれる。$n=1$ の球関数は複素フーリエ基底、$n=2$ の球関数は球面調和関数として知られている。$\ell_1 \in 2\mathbb{Z}, \ell_2, \ell_3 \in \mathbb{Z}$, $\ell_1 \geqq \ell_2 \geqq |\ell_3|$ に対して、$SO(3)$ 上の球関数 Y_{ℓ_1,ℓ_2,ℓ_3} は、以下で与えられる。

$$Y_{\ell_1,\ell_2,\ell_3}(\theta_1,\theta_2,\theta_3) = \sqrt{b_{\ell_1,\ell_2,\ell_3}}\; C_{\ell_1}^{1,\ell_2}(\cos\theta_1)\; P_{\ell_2}^{\ell_3}(\cos\theta_2)\; e^{-\ell_3\theta_3 i}, \qquad 0 \leqq \theta_1 \leqq \frac{\pi}{2},\ 0 \leqq \theta_2 \leqq \pi,\ 0 \leqq \theta_3 < 2\pi$$

ここで $C_{\ell_1}^{1,\ell_2}$ は Gegenbauer 陪関数、$P_{\ell_1}^{\ell_2}$ は Legendre 陪関数、b_{ℓ_1,ℓ_2,ℓ_3} は係数である。この球関数は、3×3 回転行列 $R \in SO(3)$ を引数にとる関数 $f\ :SO(3) \to \mathbb{R}$ を以下のように展開する。

$$\begin{aligned} f(R(\theta_1,\theta_2,\theta_3)) &\cong \sum_{\ell_1=0,\ell_1\in 2\mathbb{Z}}^{\infty} \sum_{\ell_2=0}^{\ell_1} \sum_{\ell_3=-l_1}^{\ell_1} a_{\ell_1,\ell_2,\ell_3}\; Y_{\ell_1,\ell_2,\ell_3} \\ &= a_{0,0,0}\; Y_{0,0,0} + \underbrace{\sum_{\ell_2=0}^{2} \sum_{\ell_3=-2}^{2} a_{2,\ell_2,\ell_3}\; Y_{2,\ell_2,\ell_3}}_{\ell_1=2} + \sum_{\ell_2=0}^{4} \sum_{\ell_3=-4}^{4} a_{4,\ell_2,\ell_3}\; Y_{4,\ell_2,\ell_3} + \cdots \end{aligned}$$

本論文では、$\ell_1=2$ に対応する 9 つの球関数 $(Y_{2,0,0}, Y_{2,1,0}, Y_{2,1,\pm1}, Y_{2,2,0}, Y_{2,2,\pm1}, Y_{2,2,\pm2})$ を姿勢表現に用いることを提案する。この 9 つの球関数は 3×3 回転行列 R の 9 つの要素と対応し、球関数表現と回転行列は一対一に対応する。

文　献

[1] 玉木徹, 天野敏之, 金田和文. 球関数による姿勢表現と姿勢推定. *MIRU2008*, 2008. in print.
[2] 玉木徹, 天野敏之, 金田和文. 球関数による 3 自由度回転物体画像系列の展開と画像補間・姿勢推定への応用. *MIRU2008*, 2008. in print.