Estimation-by-Completion: 3次元物体の線形姿勢推定手法

天野　敏之† 　玉木　　徹††

† 名古屋工業大学 大学院 おもひ領域　〒 466–8555 名古屋市昭和区御器所町
†† 広島大学 大学院 工学研究科 情報工学専攻　〒 739–8527 広島県東広島市鏡山 1–4–1
E-mail: †amano@nitech.ac.jp, ††tamaki@hiroshima-u.ac.jp

あらまし　本稿では三次元物体の姿勢パラメータを二次元画像から高速に推定する方法として，EbC (Estimation-by-Completion) 法を提案する．EbC 法は，アピアランスベース姿勢推定を，画像に埋め込まれた情報トラックの復元という問題としてとらえ，固有空間法による学習結果を基に BPLP 法で画像補完することで情報トラックを復元し，パラメータ推定を実現する．また，画像補完とパラメータ推定の計算を二枚の画像（EbC 画像対）に集約し，各パラメータの推定を画像の内積演算と簡単な三角関数のみで実現するため，パラメータ推定を高速に行うことができる．実験では，鉛直軸周りの回転と画像面での並進の 3 自由度の姿勢パラメータ推定結果を示し，EbC 法の精度と計算コストについて述べる．

キーワード　EbC, パラメトリック固有空間法, BPLP, EbC 画像対

Estimation-by-Completion: a linear method for pose estimation of 3D object

Toshiyuki AMANO† and Toru TAMAKI††

† Omohi College, Graduate School of Engineering Nagoya Institute of Technology Gokiso-cho, Showa-ku, Nagoya 466-8555 Japan
†† Graduate School of Engineering, Hiroshima University 1–4–1 Kagamiyama, Higashi-Hiroshima-shi, Hiroshima, 739–8527, Japan
E-mail: †amano@nitech.ac.jp, ††tamaki@hiroshima-u.ac.jp

Abstract　In this paper, we propose a method called EbC, *Estimation-by-Completion*, a high speed estimation of pose parameters of a three-dimensional object in an image. For appearance-based pose estimation, EbC method introduces the concept of information track that represents the parameters embedded into image samples. The pose parameters are estimated by the completion of the information track with BPLP method, an image interpolation technique with eigenspace learning. EbC integrates the completion of the information track and the estimation of the parameters into pairs of two images, called *EbC image pairs*, and performs quickly the estimation by few inner products of images. Experimental results for pose estimation results of three degree of freedoms, rotation about vertical axis and horizontal and vertical translations, show the accuracy, and calculation cost of EbC method is described.

Key words　EbC, Parametric Eigenspace Method, BPLP, EbC Image Pairs

1. はじめに

三次元物体の位置や姿勢などのパラメータを二次元画像から推定する問題は，コンピュータビジョンの最も基本的かつ重要な課題である．この課題の解決方法は，幾何学的な形状モデルと画像を照合することにより認識を行うモデルベースの方法論と，あらかじめ多数学習していた見た目の変化との照合により認識を行うアピアランスベースの方法論に大別できる．パラメトリック固有空間法 [1], [2] で広く知られているアピアランスベースの方法は，形状モデル生成を必要としないため簡便に認識のための学習を行うことができる．また，認識方法も容易であり実用的な方法である．

パラメトリック固有空間法は固有顔 [4] を用いた顔画像認識をパラメトリックに変化する画像列に応用した手法であり，三

次元物体の姿勢や照明方向の変化を固有空間上の多様体でパラメトリックに表現する手法である．このパラメトリック固有空間法は再現性が高く簡便であるため，動画像認識 [6] や視覚サーボ [7]，照明設計 [2]，shape from shading [8] など様々な応用がなされている．しかし，アピアランスベースの物体認識ではパラメータの自由度に対して積算的に増加する学習サンプルを必要とし，計算コストや記憶容量が膨大となるところに問題がある．天野ら [9] は距離画像を入力として用いることで，見た目の大きさ変化や照明条件による画像の変化をキャンセルして学習サンプルの増加を押さえる工夫を示したが，濃淡画像を用いる場合には見た目の大きさや照明条件をパラメータとして学習を行わざるを得ない．しかし，学習はパラメータ推定を行う前にあらかじめ行われるため，工業応用や視覚ナビゲーションなどへの応用では，学習は現実的な時間で計算で行われれば良く，認識のみ高速に行うことができれば良い．

そこで，本研究ではアピアランスベースのパラメータ推定において多自由度のパラメータ推定を高速かつ簡便に実現する EbC (Estimation-by-Completion) 法を提案する．EbC 法では，物体の姿勢情報などを表す情報トラックを含む画像を学習する．パラメータ推定は，入力される画像中の情報トラックを解読することで実現する．勿論，カメラで取得される画像には情報トラックは存在しない．本研究のアイデアは，与えられた画像の情報トラックを画像補完 (completion) を用いて復元 (estimation) する点にある．この復元ためには，学習に基づく画像補間手法である BPLP [10] を用いる．さらに，本稿で提案する EbC 法では BPLP による画像補完とパラメータ推定の計算を二枚の画像（EbC 画像対）に集約し，各パラメータの推定を二回の画像の内積演算と一回の簡単な三角関数演算のみで実現する．そのため，非常に高速なパラメータ推定を実現することができる．

2. 復元によるパラメータ推定

本章では，EbC 法における情報トラックを埋め込んだ学習サンプルの生成と，その情報トラックの復元について述べる．

2.1 BPLP 法の概要

ここでは天野らが提案した画像補間のための BPLP 法 [10] について簡単に説明する．各画素 $x_1, \ldots, x_N$ を要素にもつ N 次元の画像ベクトル

$$\boldsymbol{\chi} = [x_1, x_2, \ldots, x_N]^T \tag{1}$$

を一つのサンプルとし，M 枚の画像 $\{\boldsymbol{\chi}_1, \boldsymbol{\chi}_2, \ldots, \boldsymbol{\chi}_M\}$ を学習サンプルとして用意する．このような学習サンプルに対して共分散行列を計算し，D 個 $(D \leqq M)$ の固有ベクトル $\{\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \ldots, \boldsymbol{e}_D\}$ を求める．それらを表す固有空間を

$$E = [\boldsymbol{e}_1, \boldsymbol{e}_2, \ldots, \boldsymbol{e}_D] \tag{2}$$

とおく．ここで，補間するべき失われた画素（欠損画素）を持つ画像 $\boldsymbol{\chi}'$ が与えられたとき，$N \times N$ 次元単位行列のうち欠損画素に対応する部分だけが 0 である欠損行列

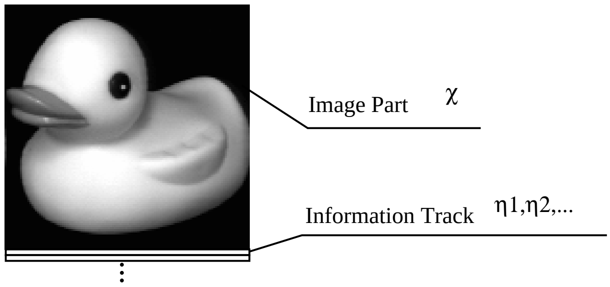

図 1　学習画像 $\boldsymbol{\chi}$ と情報トラック $\boldsymbol{\eta}_1, \boldsymbol{\eta}_2, \ldots$ の例

$$\Sigma = \mathrm{diag}(1, 1, \ldots, 0, \ldots, 1) \tag{3}$$

を定義する．そして画素の欠損を

$$\boldsymbol{\chi}' = \Sigma \boldsymbol{\chi} \tag{4}$$

とみなし，以下の式で欠損画素値を推定した画像 $\hat{\boldsymbol{\chi}}$ を求める．

$$\hat{\boldsymbol{\chi}} = E(E^T \Sigma E)^{-1} E^T \boldsymbol{\chi}' \tag{5}$$

2.2 BPLP 法を用いた情報トラック復元

本研究では，パラメトリック固有空間法などの教師あり学習と同様に，パラメータの変化とともに画像ベクトル空間で滑らかな多様体を形成する画像群が得られる物体を対象とし，パラメータ推定を行う範囲において画像ベクトル空間中の多様体の形状を近似し得る程度に密にサンプリングされた画像群 $\boldsymbol{\chi}_i$ を学習サンプルとする．また，学習において物体のパラメータ θ は一つに限らず，多自由度のパラメータ推定を扱うものとする．以下では，物体の変化が 3 自由度で 3 つのパラメータ $\theta_j (j = 1, 2, 3)$ が得られると仮定して説明する．本研究では，パラメータ推定を行うために図 1 に示すように，画像の 1 ライン分（幅 w）の情報トラックベクトル

$$\boldsymbol{\eta}_j = [y_{j1}, y_{j2}, \ldots, y_{jw}]^T \tag{6}$$

を生成する．この情報トラックベクトル $\boldsymbol{\eta}_j$ とパラメータ θ_j は，一意に対応するものとする．そして，各学習画像サンプル $\boldsymbol{\chi}$ にこれらのトラック情報トラックベクトルを付け加え，拡張した学習サンプルベクトル

$$\boldsymbol{\zeta} = [\boldsymbol{\chi}^T, \boldsymbol{\eta}_1^T, \boldsymbol{\eta}_2^T, \boldsymbol{\eta}_3^T]^T \tag{7}$$

を生成する．このようにして得られた M 枚の学習サンプル $\{\boldsymbol{\zeta}_1, \boldsymbol{\zeta}_2, \ldots, \boldsymbol{\zeta}_M\}$ に対して，BPLP 法と同様に固有空間 E を求める．パラメータ推定では，推定するべきパラメータを持つ新たな画像 $\boldsymbol{\chi}'$ が与えられたとき，

$$\boldsymbol{\zeta}' = [\boldsymbol{\chi}'^T, \mathbf{0}^T, \mathbf{0}^T, \mathbf{0}^T]^T \tag{8}$$

なる拡張ベクトルを考え，これを情報トラック部分が欠損したベクトル $\boldsymbol{\zeta}' = \Sigma\boldsymbol{\zeta}$ であると考えて，以下の式で BPLP 法により補完されたベクトルを $\hat{\boldsymbol{\zeta}}$ 求める．

$$\hat{\boldsymbol{\zeta}} = E(E^T \Sigma E)^{-1} E^T \boldsymbol{\zeta}' \tag{9}$$

ただし欠損行列は

$$\Sigma = \mathrm{diag}(\overbrace{1,\ldots,1}^{M},\overbrace{0,\ldots,0}^{3w}) \tag{10}$$

である．

情報トラックの推定値を得るには，$\hat{\boldsymbol{\zeta}}$ から対応する部分を取り出せばよい．しかしここで，固有空間 E を画像部分とそれぞれの情報トラック部分に分けて

$$E = [E_I^T, E_{O_1}^T, E_{O_2}^T, E_{O_3}^T]^T \tag{11}$$

と分割して記述しておくと，式 (9) を変形して，各情報トラックの推定値 $\hat{\boldsymbol{\eta}}_j$ は $\boldsymbol{\chi}'$ から直接次式で求めることができる．

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_j = E_{Oj}(E_I^T E_I)^{-1} E_I^T \boldsymbol{\chi}' \tag{12}$$

3. EbC 画像対によるパラメータ推定

3.1 パラメータ復元と情報トラック

前述のように，パラメータを一意に決定する情報トラックの記述の仕方には様々な方法が考えられるが，本研究では物体の姿勢角度のように周期性があるパラメータ(注1)を記述するために，以下のような正弦波を用いる．

$$y_{ji} = K\cos\left(\frac{2\pi}{w}i - \theta_j\right) + C, \quad i = 0,\ldots,w-1 \tag{13}$$

ここで K, C は任意定数である．また w は画像の幅であるので，各情報トラック $\boldsymbol{\eta}_j$ は，画像の幅を周期とし，与えられたパラメータ θ_j を位相にもつ正弦波である．正弦波以外にも，三角波やデルタ関数などを用いることが考えられるが，正弦波を用いると BPLP による情報トラック復元は必ず正弦波に復元されるため，パラメータを一意に決定することができる利点がある．また、正弦波の位相を求める方法としては，離散フーリエ変換が考えられるが，情報トラックは正弦波であるため，cos と sin による同一角周波数のベクトル

$$\boldsymbol{\omega_c} = \left[\cos 0, \cos\left(\frac{2\pi}{w}\right), \ldots, \cos\left(\frac{2(w-1)\pi}{w}\right)\right]^T \tag{14}$$

$$\boldsymbol{\omega_s} = \left[\sin 0, \sin\left(\frac{2\pi}{w}\right), \ldots, \sin\left(\frac{2(w-1)\pi}{w}\right)\right]^T \tag{15}$$

を用意し，それらと情報トラックとの内積

$$c_j = \boldsymbol{\omega_c}^T \hat{\boldsymbol{\eta}}_j \tag{16}$$

$$s_j = \boldsymbol{\omega_s}^T \hat{\boldsymbol{\eta}}_j \tag{17}$$

を求める．そして，逆正接関数

$$\hat{\theta}_j = \tan^{-1}\left(\frac{s_j}{c_j}\right) \tag{18}$$

により位相を求めることができる．これが推定されたトラック情報から得られるパラメータの推定値である．このような計算の簡単さも，情報トラックに正弦波を用いる一つの利点である．

(注1)：ただし，並進移動などの周期性を持たないパラメータに $-\pi \leqq \theta \leqq \pi$ を割り当てると $\theta = \pm\pi$ で矛盾が生じる．そのため，並進移動の最小値を位相角 $\theta = -\pi/2$，最大値を位相角 $\theta = \pi/2$ に割り当てる．

3.2 2枚の画像によるパラメータ推定

式 (16),(17) の計算は，式 (12) を用いると，

$$\begin{aligned} c_j &= \boldsymbol{\omega_c}^T \hat{\boldsymbol{\eta}}_j = \boldsymbol{\omega_c}^T E_{Oj}(E_I^T E_I)^{-1} E_I \boldsymbol{\chi} \\ &= \{\boldsymbol{\omega_c}^T E_{Oj}(E_I^T E_I)^{-1} E_I\}\boldsymbol{\chi} = \boldsymbol{\Omega}_{cj}^T \boldsymbol{\chi} \end{aligned} \tag{19}$$

$$s_j = \{\boldsymbol{\omega_s}^T E_{Oj}(E_I^T E_I)^{-1} E_I\}\boldsymbol{\chi} = \boldsymbol{\Omega}_{sj}^T \boldsymbol{\chi} \tag{20}$$

とできる．ただし，

$$\boldsymbol{\Omega}_{cj}^T = \boldsymbol{\omega_c}^T E_{Oj}(E_I^T E_I)^{-1} E_I \tag{21}$$

$$\boldsymbol{\Omega}_{sj}^T = \boldsymbol{\omega_s}^T E_{Oj}(E_I^T E_I)^{-1} E_I \tag{22}$$

である．つまり，情報トラックを正弦波で記述することにより，パラメータ推定は，$\boldsymbol{\Omega}_c$ と $\boldsymbol{\Omega}_s$ との内積演算と，逆正接関数の計算のみで表現することができる．本研究ではこのパラメータ推定方法を EbC 法と呼ぶ．また，$\boldsymbol{\Omega}_c, \boldsymbol{\Omega}_s$ は，画像ベクトルと同じ N 次元のベクトルであるため，2 枚の画像とみなすことができる．これらの画像を EbC 画像対と呼ぶ．

4. アルゴリズム

4.1 学習過程

Step1. 回転ステージによる物体の回転や移動などを行い，各パラメータを変化させて物体を撮影し，M 枚の学習サンプル $\{\boldsymbol{\chi}_1, \boldsymbol{\chi}_2, \ldots, \boldsymbol{\chi}_M\}$ を得る．

Step2. 撮影した各学習サンプル $\boldsymbol{\chi}$ に情報トラック $\boldsymbol{\eta}_j$（1 自由度あたり 1 ライン）を付加した画像 $\boldsymbol{\zeta}$ を作成する．

Step3. 情報トラックが付加された M 枚のサンプル $\{\boldsymbol{\zeta}_1, \boldsymbol{\zeta}_2, \ldots, \boldsymbol{\zeta}_M\}$ に対して，固有空間 E を求める．$M < N$ の場合，$Z = [\boldsymbol{\zeta}_1, \boldsymbol{\zeta}_2, \ldots, \boldsymbol{\zeta}_M]$ に対して特異値分解を用いて E を計算する．

Step4. 得られた固有空間 E を画像部分 E_i と情報トラック部分 E_{oi} に分離し（式 (11)），各パラメータ毎に EbC 画像対 $\boldsymbol{\Omega}_{cj}, \boldsymbol{\Omega}_{sj}$ を生成し，これらの画像対を学習結果として保持する．

4.2 推定過程

Step1. 新たな画像ベクトル $\boldsymbol{\chi}'$ が与えられた場合，各パラメータを二つの変数に対する逆正接関数により位相角を推定する．

$$\hat{\theta}_j = atan2\left(\boldsymbol{\Omega}_{sj}^T \boldsymbol{\chi}', \boldsymbol{\Omega}_{cj}^T \boldsymbol{\chi}'\right) \tag{23}$$

Step2. パラメータが姿勢角度であれば位相角がそのまま推定値となる．並進移動など非周期的なものであれば，パラメータの最大値最小値から得られるゲインを推定位相角に掛けて推定結果とする．

5. パラメータ推定実験

5.1 EbC 画像対の生成

実験を行うにあたり，学習サンプルとして図 2 に示す Columbia Object Image Library (COIL-20) [11] を用いた．これらの画像の解像度は 128×128 画素である．学習のための 3 次元物体の運動のパラメータは，物体の鉛直軸周りの回転 R_θ[deg] と，画像面に対する横方向 v_x および縦方向 v_y[pixel] の並進移動の 3 自由度とした．COIL-20 で提供されている画像は，R_θ

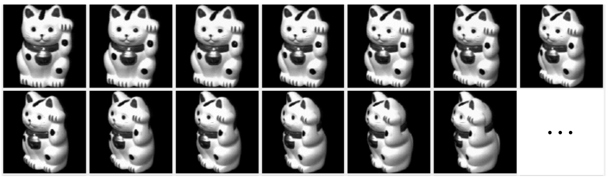

図 2　学習サンプル

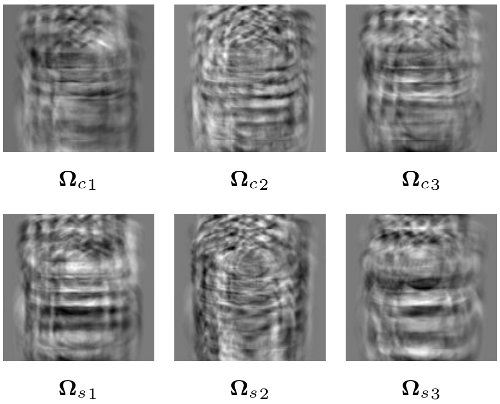

図 3　EbC 画像対 ($\Delta v = 12$)

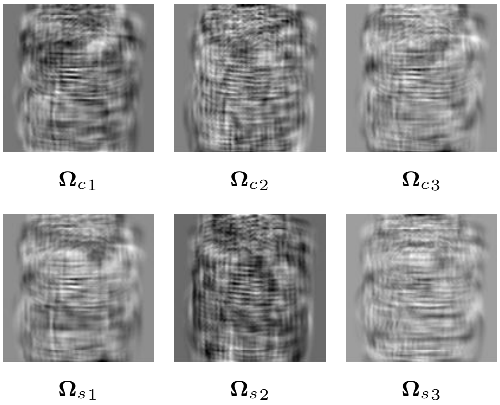

図 4　EbC 画像対 ($\Delta v = 4$)

Δv	M	D	Comp. time
12	648	146	1min. 7sec.
6	1800	280	6min. 6sec.
4	3528	361	27min. 1sec.
3	5832	403	93min.

表 1　並進移動の刻み幅，画像サンプル数 M，固有空間の次元 D，および計算時間

が 5[deg] 刻みで一周 72 ステップである．並進 v_x, v_y は，画像を縦横に並進移動させることで仮想的に三次元物体が並進移動したサンプルを生成した．その範囲はそれぞれ $-12 \leqq v_x \leqq 12$, $-12 \leqq v_y \leqq 12$ とし，パラメータの刻み Δv を 12,6,4,3[pixel] の 4 種類(注2)に変化させて，それぞれについて実験を行った．これらのパラメータに対して，対応する情報トラックの位相 θ_j を以下のように設定した．

$$\theta_1 = R_\theta, \quad \theta_2 = \pi \frac{v_x}{12}, \quad \theta_3 = \pi \frac{v_y}{12} \tag{24}$$

また，画像では負の値を表現することはできないので，正弦波を $K = 127, C = 127$ に設定し，$\boldsymbol{\eta}$ の最小値と最大値をそれぞれ 0 と 254 に抑え，これを学習サンプル画像 $\boldsymbol{\chi}$ に追加して学習用画像 $\boldsymbol{\zeta}$ を生成した．そして Z を用いて特異値分解により固有空間 E を計算した．固有空間の次元は高ければ高いほど忠実な射影を行うことが期待できるが，次元を高くすると計算コストが高くなるうえに，計算過程において固有ベクトルのために必要なメモリ容量も膨大になる．そこで，本研究では累積寄与率を目安にして固有空間の次元を，累積寄与率 99.0%を超える最小の次元と設定した（表 1 参照）．

この次元をもつ固有空間を用いて，EbC 画像対 $\boldsymbol{\Omega}_s, \boldsymbol{\Omega}_c$ を計算した．図 3 と図 4 に EbC 画像対の一例を示す．ただし，最小値を黒，最大値を白として可視化している．また，学習サンプル数，生成した固有空間の次元，計算時間（3.0GHz CPU）を表 1 に示す．

5.2　パラメータ推定

前節で説明した学習において用いた各姿勢角度 R_θ について，画像を ±12[pixel] の範囲で 1 画素ずつ縦横に並進移動させたテスト画像（$25 \times 25 = 625$ 枚) を生成して，パラメータ推定を行った．つまり，$\Delta v = 12$ の学習であれば，縦横の並進移動量 v_x, v_y が $\pm 12, 0$ の時にのみ学習サンプルと一致することになり，それ以外の場合は学習からパラメータが推定されたことになる．また，姿勢角度，横方向および縦方向のパラメータ推定すべての計算時間（3.0GHz CPU）は一回あたりおよそ 533[μsec] であった．姿勢角度推定結果の一例として，$R_\theta = 60$[deg] および 230[deg] について，各テスト画像を与えた際に推定された姿勢角度を，図 6 と図 7 に示す．これらの結果において，全体的な傾向としては Δv が小さくなるにつれて推定値が真値に近づいており，学習サンプルを密にすることで精度が向上していることがわかる．また理想的には，並進移動量にかかわらず，真値に一様に近い推定値が得られることが期待されるが，特に $\Delta v = 12$ の結果では大きく湾曲した鋸状の推定結果が得られている．この理由は，$\Delta v = 12$ では $v_x, v_y = \pm 12, 0$[pixel] の学習しか行っていないためである．つまり，テスト画像番号の 0, 300, 600 付近では，v_y について学習している画像に近い画像がテスト画像として与えられており推定精度がよく，それ以外では学習済みの画像とは異なるため，推定結果が真値から離れて大きく湾曲している．また鋸歯状になっているのは，各 v_y に対して $v_x = \pm 12, 0$ が学習済みのため真値に近くなり，それ以外では推定結果が真値から離れるためである．

図 8 に，各姿勢角のテスト画像 625 枚についての推定値の最小二乗残差を示す．この結果を見ると $\Delta v = 12$ では全体的に誤差が大きく，テスト画像の姿勢角が 195[deg] のとき残差が最大となり 49.4[deg] であった．Δv が小さく学習が密になるにしたがって，全体的に誤差が小さくなる傾向にある．しかし $\Delta v = 6$ 以下では，推定精度にあまり大きな変化は見られない．

図 9 と図 10 に，並進移動量 v_x, v_y の最小二乗残差を示す．

(注2)：たとえば $\Delta v = 12$ のとき，学習する並進パラメータは $v_x = -12, 0, 12$ であり，$\Delta v = 3$ のときは $v_x = -12, -9, -6, -3, 0, 3, 6, 9, 12$ である．つまり，$\Delta v = 12$ のとき，学習サンプル数は $M = 72 \times 3 \times 3 = 648$ 枚となる（表 1 参照）．

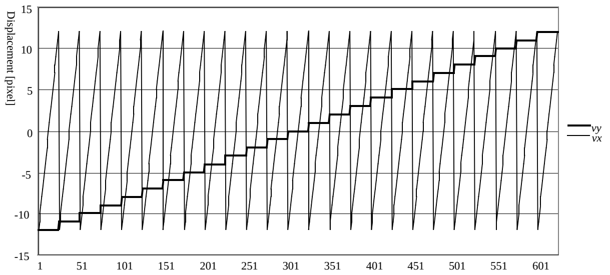

図 5　全テスト画像 625 枚の番号（横軸）と，各テスト画像に設定した並進移動量（縦軸）$v_x, v_y = -12, -11, \ldots, -1, 0, 1, \ldots, 11, 12$．テスト画像の番号の小さい順に，$v_x, v_y$ ともに小さい値であり，まず v_y（太線）を固定して v_x（細線）を増やしている．

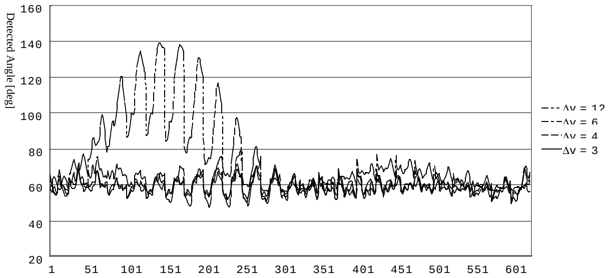

図 6　真値が 60[deg] の時の各テスト画像についての姿勢角 R_θ 推定結果．横軸がテスト画像番号，縦軸が推定された姿勢角．

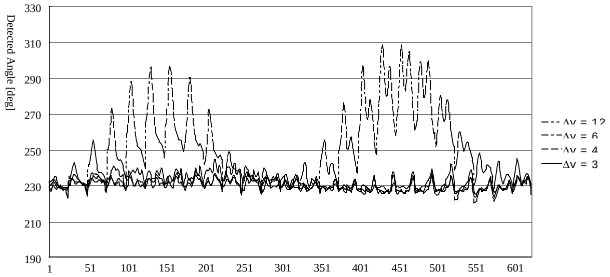

図 7　真値が 230[deg] の時の各テスト画像についての姿勢角 R_θ 推定結果．横軸がテスト画像番号，縦軸が推定された姿勢角．

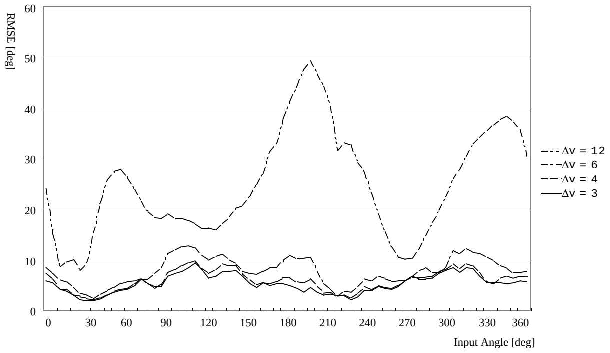

図 8　推定姿勢角 R_θ の最小二乗残差．横軸は与えたテスト画像の姿勢角，縦軸はその姿勢角に対する推定値の最小二乗残差．

図 8 と同様に，$\Delta v = 12$ のときが最も残差が大きく，Δv が小さくなるにしたがって残差が小さくなる傾向がある．

また，すべて入力に対する推定精度の平均した結果を表 2 に示す．

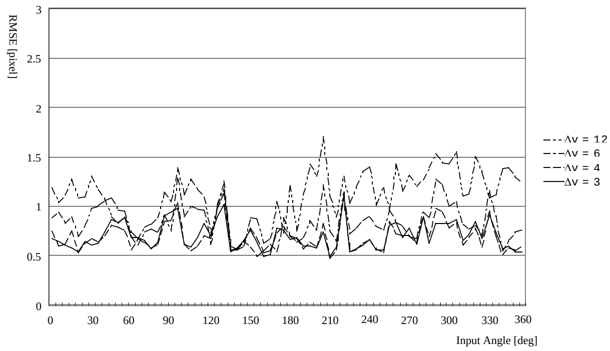

図 9　横方向並進移動量 v_x の最小二乗残差

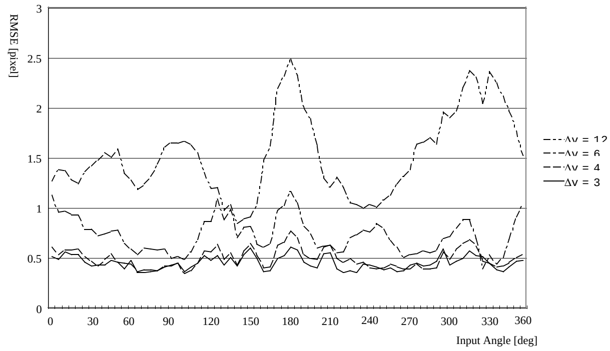

図 10　縦方向並進移動量 v_y の最小二乗残差

Δv	12	6	4	3
R_θ [deg]	24.8	7.76	5.86	5.31
v_x [pixel]	1.11	0.833	0.692	0.696
v_y [pixel]	1.53	0.724	0.490	0.450

表 2　姿勢角および並進移動量の平均推定精度

6. 考　　察

6.1 補間能力について

学習済みの画像に近いパラメータを持つテスト画像が与えられた場合には，パラメータの推定精度は向上する．しかし，それ以外のテスト画像が与えられた場合，推定値は学習済みの画像とそのパラメータから補間されることになる．本手法でこの補間がどのように行われているのかを以下に示す．

式 (9) と式 (12) から明らかなように，$\boldsymbol{\zeta}'$ が与えられたときの推定値 $\hat{\boldsymbol{\zeta}}$ は

$$\hat{\boldsymbol{\zeta}} = [\hat{\boldsymbol{\chi}}^T, \hat{\boldsymbol{\eta}}_1^T, \hat{\boldsymbol{\eta}}_2^T, \hat{\boldsymbol{\eta}}_3^T]^T \tag{25}$$

である．ここで

$$\hat{\boldsymbol{\chi}} = E_I \boldsymbol{\alpha}, \quad \boldsymbol{\alpha} = (E_I^T E_I)^{-1} E_I^T \boldsymbol{\chi}' \tag{26}$$

であり，これは $\boldsymbol{\chi}'$ の固有空間 E_i への射影である（もしくは E_i による $\boldsymbol{\chi}'$ の最良近似が $\hat{\boldsymbol{\chi}}$ である）．しかし，式 (12) から

$$\hat{\boldsymbol{\eta}}_j = E_{Oj} \boldsymbol{\alpha} \tag{27}$$

である．これはつまり，E_I が $\boldsymbol{\chi}$ を最良近似する係数 $\boldsymbol{\alpha}$ を用いて，情報トラックの固有空間 E_{Oj} の基底ベクトルによって

$\hat{\boldsymbol{\eta}}_j$ を生成し推定値としていることを意味する．これが厳密に可能である場合とは，$\boldsymbol{\chi}$ と $\boldsymbol{\eta}$ が同じ構造を持っている（つまり式 (26) と式 (27) が成立する）場合に限られ，これが本手法の暗黙の前提条件である．しかし，入力画像系列が高次元空間中でどのような多様体の構造を持っているのかは，よく知られた COIL-20 の画像でさえ未知であり（次元を 3 まで削減した固有空間での構造は知られている [1]），その構造を理解することは困難であり，補間能力をを推測することはできない．ただし経験的には，学習サンプルが推定するパラメータに対して "そこそこ密" であれば，非学習サンプルに対しても，"ある推定精度で" パラメータを推定することができることが実験結果より確認されている．前節の実験では，$\Delta v = 6$ であれば，姿勢角は 10[deg]，並進移動量は 1.25[pixel] 程度の範囲内で推定できることを示した．通常の応用では必要な推定精度が先に与えられる場合が多いため，与えられた範囲内で推定するためにはどの程度の学習サンプルが必要になるのか示す必要があるが，この考察については今後の課題とする．

6.2 パラメータ推定が可能となる条件

情報トラックの位相が連続して変化するとき，学習サンプルの情報トラック部分の部分空間では軌跡を適切な 2 次元平面を選ぶと複数の切断面で単位円が表れる．本手法の本質は線形射影であり，BPLP 法で画像ベクトル空間と情報トラックベクトル空間が結びつけられている．そのため，パラメータ推定が可能となるためには，学習サンプルはあるパラメータでの画像ベクトルの運動を他のパラメータの値に係わらずパラメータを変数として単位円（非周期運動であれば半円）上の等速運動に射影することができることが必要となる．さらに，パラメータ θ を持つ非学習サンプル $\boldsymbol{\chi}$ が上記の射影により単位円上の偏角 θ の位置に射影することができる場合にパラメータ推定が可能となる．これを満たす厳しい条件としては，学習サンプルの単位円上への射影が密であり，パラメータ θ_1,θ_2 をもつ入力 $\boldsymbol{\chi}'$ と距離が近い学習サンプル $\boldsymbol{\chi}_1$, $\boldsymbol{\chi}_2$ について

$$\boldsymbol{\chi} \approx \frac{|\theta_2 - \theta|\boldsymbol{\chi}_1 + |\theta_1 - \theta|\boldsymbol{\chi}_2}{|\theta_1 - \theta| + |\theta_2 - \theta|} \tag{28}$$

であるときに非学習サンプルのパラメータ推定が可能である．

6.3 学習コストについて

本手法の推定は，式 (12) で表される線形方程式である．したがって，これを変形して，ある行列 A_j を用いて

$$\boldsymbol{\eta}_j = A_j \boldsymbol{\chi} \tag{29}$$

とおけば，多数の学習サンプル $\{\boldsymbol{\chi}_1, \boldsymbol{\chi}_2, \ldots, \boldsymbol{\chi}_M\}$ とその情報トラックを直接ムーアーペンローズ型一般逆行列

$$A_j = Z_{Oj}(Z_I^T Z_I)^{-1} Z_I^T \tag{30}$$

を用いた連立方程式で結びつけることができる．ただし，Z_I と Z_{Oj} は学習サンプルの画像部分と j 番目の情報トラック列

$$Z_I = [\boldsymbol{\chi}_1, \boldsymbol{\chi}_2, \ldots, \boldsymbol{\chi}_M] \tag{31}$$

$$Z_{Oj} = [\boldsymbol{\eta}_{j1}, \boldsymbol{\eta}_{j2}, \ldots, \boldsymbol{\eta}_{jM}] \tag{32}$$

である．すると本手法のように固有空間を計算しなくとも，一般化逆行列を求めることで式 (12) による推定のための A_j を計算することが可能ではないか，ということも考えることができる．しかし，以下に示すように，計算コストの点で本手法が有利である．式 (12) と一般逆行列を比べると，行列計算のための要素の積和回数は提案手法が $D^2N + D^2w + DNw$ に対して一般逆行列では $M^2N + M^2w + MNw$ である．また計算すべき逆行列の大きさは，式 (12) では $D \times D$ に対して，本手法では $M \times M$ である．勿論，提案手法では固有ベクトルを生成する計算コストを必要とするが，固有空間の次元と画像ベクトルの大きさの比率から行列の積の計算コストが圧倒的に大きく，本稿で示した実験の条件では計算コストを半分程度にまで削減できている．また，計算の際に必要とする記憶容量も大幅に削減できる利点がある．

7. ま と め

本稿では三次元物体の姿勢パラメータを二次元画像から高速に推定する EbC 法を提案した．EbC 法はアピアランスベースのパラメータ推定手法に，画像への情報トラックの概念を導入し，BPLP 法による画像補完を用いることで復元された情報トラックよりパラメータの推定を実現した．この際に，計算過程を EbC 画像対で表現して内積演算と三角関数計算のみでパラメータ推定を実現した．今後の課題としては，回転パラメータに対するより詳細な推定実験，学習サンプル数・自由度・画像と情報トラックの次元数とパラメータ推定精度の関係の検討，EbC 画像対生成コストの省力化などが挙げられる．

文　献

[1] S. K. Nayar, H. Murase, S. A. Nene: "Parametric Appearance Representation", *Early Visual Learning*, Chapter 6, pp.131–160, Oxford University Press (1996).
[2] H. Murase, S. K. Nayar: " Illumination Planning for Object Recognition Using Parametric Eigenspaces", *PAMI*, Vol.16, No.12, pp.1219–1227 (1994).
[3] L. Sirovich, M. Kirby: "Low Dimensional Procedure for the Characterization of Human Face", *Journal of Optical Society of America*, Vol.4, pp.519-524 (1987).
[4] M. Turk, A. P. Pentland: "Face Recognition using Eigenface", *CVPR91*, pp.586–591 (1991).
[5] A. P. Pentland, B. Moghaddam, T. Starner: "View-based and modular eigenspace for face recognition", *CVPR94*, pp. 84–91 (1994).
[6] H. Murase, R.Sakai: "Moving object recognition in eigen space representation: Gait analysis and lip reading", *Pattern recognition letters*, Vol. 17, pp.155–162 (1996).
[7] 出口光一郎，野口崇:「固有空間法による視覚サーボにおける制御に適した固有部分空間の再構成」, 信学論 D-II, Vol.J80-D-II, No.6, pp.1522–1529 (1997).
[8] 岡谷 貴之，出口 光一郎:「固有空間法を利用した陰影からの曲面の形状復元」，情処研報 CVIM，Vol.95，No.34，pp.1–7 (1995).
[9] 天野敏之 井口征士: 「距離画像の固有空間法による物体探索」, 信学論 D-II, Vol.J83-D-II, No.2, pp.584–592 (2000).
[10] 天野敏之, 佐藤幸男:「固有空間法を用いた BPLP による画像補間」, 信学論 D-II, Vol.J85-D2, No.3, pp.457–465 (2002).
[11] S. A. Nene, S. K. Nayar, H. Murase: "Columbia Object Image Library (COIL-20)", Technical Report CUCS-005-96, Columbia University (1996).