

半剛接合部を有する建築骨組の
構造解析に関する研究

2000年2月

松本慎也

論文概要

鋼構造建物の柱梁接合部は、大地震時には大きな応力を受けるため、その設計は重要となる。通常、我が国の設計では、それらの接合部は完全な剛接合あるいはピン接合のどちらかでモデル化される。しかし、Northridge 地震や兵庫県南部地震では、溶接接合部の接合部破断が数多く見られ、接合部自体の変形能力や靱性が重要であることが明らかとなった。特に、欧米では接合部を、剛接合・半剛接合・ピン接合の 3 種類に分類する考え方が一般の設計に用いられている。そこで、本研究は、建築骨組の構造解析に半剛接合部を効率よく考慮させるための解析法ならびに半剛接合部の建築骨組における最適配置および最適剛性を求め、その応答特性を調査する。

本論文は以下の 11 章から構成されている。

第 1 章では、本研究の背景と目的について述べる。

第 2 章では、半剛接合部を有する建築骨組の剛性方程式の誘導方法についてまとめる。このとき、半剛接はりの力学的意味を理解する上で有効となる代表的な 4 通りの導出法による定式化を示し、いずれの導出法も最終的には同じ式の形となることを確認した。これらの半剛接合部の定式化は、通常のはり要素と同じ自由度で剛接合からピン接合までの接合部特性を一般的に扱うことができる利点がある。

第 3 章では、第 2 章で示した半剛接はり要素モデルを固有振動解析と座屈解析に適用した場合の有効性を検討し、その適用限界を明らかにする。

第 4 章では、第 3 章までに示した半剛接はり要素モデルに新たにダッシュポット減衰を考慮した要素を提案し、本要素の動的応答解析における節点自由度の静的縮約に関する誤差に関する検討を行う。

第 5 章では、半剛接合部の非線形特性を考慮した建築骨組の静的弾塑性解析法を示し、その特性を調査する。

第 6 章では、半剛接合部を有する建築骨組（半剛接骨組）の弾塑性地震応答解析法を示し、激震時における半剛接骨組の基本的な地震応答特性を調査する。

第 7 章では、剛接鋼構造骨組を対象にした最適設計プログラムの開発に必要な理論および計算法を示し、最小重量設計における局所解の発生パターンについての検討を行う。

第 8 章では、第 7 章に示した解析法をさらに発展させ、半剛接合部を有する建築骨組の最小重量設計を行うための 2 通りの解析法を示す。そして、剛接骨組と半剛接骨組との解を比較することで、最小重量設計問題における半剛接合部の最適配置と最適剛性を調査する。

第 9 章では、第 8 章に示した方法をさらに発展させ、施工性等の観点から要求されるは

り成と幅厚比の制約を行った建築骨組の最小重量設計を示す。

第 10 章では、接合部のコストを考慮した半剛接骨組の最小コスト解析を示す。このとき、接合部コストまで含めた建設コストの最小化を目的関数とし、長期及び短期荷重下における各部材の応力度と各層の層間変形角が許容値を満足するような最適設計問題を定式化し、コストを最小にする半剛接合部の最適配置と最適剛性を調査する。

第 11 章では、各章で得られた事項を要約し、本研究の総括的な結論を示す。

以上、本研究では、半剛接合部を有する建築骨組の構造解析を行う際に必要とされる、より一般的で汎用性の高い半剛接骨組要素を提案し、半剛接合部を有する建築骨組の静的応力解析、固有振動解析、座屈解析、動的弾塑性解析の一連の解析法を開発し、建築骨組における半剛接合部の力学的特性を調査する。また、部材に生じる応力と層間変形角の制約条件下における半剛接骨組の最適設計プログラムを開発し、半剛接合部の最適配置および最適剛性を求め、建築骨組における半剛接合部の応答特性を示す。

記号表

A	: 部材断面積
A_i	: 層せん断力係数の建物高さ方向の分布
A^o	: 初期断面積
A_f	: フランジの断面積
A_w	: ウェブの断面積
A_i^B	: 梁の断面積
A_i^C	: 柱の断面積
A_i^L	: 断面積の下限値
A_i^U	: 断面積の上限値
\bar{A}_i^L	: 断面積の修正下限値
\bar{A}_i^U	: 断面積の修正上限値
\hat{A}	: 規格部材の断面積
\hat{A}_f	: 規格部材のフランジ面積
\hat{A}_w	: 規格部材のウェブ面積
C_i^u	: 節点 i の x 方向のダッシュポット減衰
C_j^u	: 節点 j の x 方向のダッシュポット減衰
C_i^v	: 節点 i の y 方向のダッシュポット減衰
C_j^v	: 節点 j の y 方向のダッシュポット減衰
C_i^w	: 節点 i の z 方向のダッシュポット減衰
C_j^w	: 節点 j の z 方向のダッシュポット減衰
$C_i^{\theta_x}$: 節点 i の x 軸まわりのダッシュポット減衰
$C_j^{\theta_x}$: 節点 j の x 軸まわりのダッシュポット減衰
$C_i^{\theta_y}$: 節点 i の y 軸まわりのダッシュポット減衰
$C_j^{\theta_y}$: 節点 j の y 軸まわりのダッシュポット減衰
$C_i^{\theta_z}$: 節点 i の z 軸まわりのダッシュポット減衰
$C_j^{\theta_z}$: 節点 j の z 軸まわりのダッシュポット減衰

記号表

E	: ヤング係数
E_{RR}	: 数学的最適部材断面と規格部材断面の誤差
f	: 建物の層数
f_b	: 許容曲げ応力度
f_c	: 許容圧縮応力度
f_s	: 許容せん断応力度
f_{xi}	: 節点 i の x 方向節点力
f_{xj}	: 節点 j の x 方向節点力
f_{yi}	: 節点 i の y 方向節点力
f_{yj}	: 節点 j の y 方向節点力
f_{zi}	: 節点 i の z 方向節点力
f_{zj}	: 節点 j の z 方向節点力
F	: 基準強度
F_y	: 降伏関数
g	: 重力加速度
G	: せん断弾性係数
h_1	: 1 次モードの減衰定数
i_r	: 断面 2 次半径 ($=\sqrt{I/A}$)
I	: 断面 2 次モーメント (平面骨組の定式化時)
I_x	: サンプナンのねじれ定数
I_y	: y 軸まわりの断面 2 次モーメント
I_z	: z 軸まわりの断面 2 次モーメント
\hat{I}	: 規格部材の断面 2 次モーメント
K_e	: 接合部 $M-\theta$ 関係を規定する Richard のべき乗関数の弾性剛性
K_p	: 接合部 $M-\theta$ 関係を規定する Richard のべき乗関数の塑性剛性
K_s^C	: 柱端部のバネ剛性
K_s^B	: 半剛接合部のバネ剛性
K_i^u	: 節点 i の x 方向の接合部剛性
K_j^u	: 節点 j の x 方向の接合部剛性
K_i^v	: 節点 i の y 方向の接合部剛性
K_j^v	: 節点 j の y 方向の接合部剛性
K_i^w	: 節点 i の z 方向の接合部剛性
K_j^w	: 節点 j の z 方向の接合部剛性
$K_i^{\theta_x}$: 節点 i の x 軸まわりの接合部剛性

$K_j^{\theta_x}$: 節点 j の x 軸まわりの接合部剛性
$K_i^{\theta_y}$: 節点 i の y 軸まわりの接合部剛性
$K_j^{\theta_y}$: 節点 j の y 軸まわりの接合部剛性
$K_i^{\theta_z}$: 節点 i の z 軸まわりの接合部剛性
$K_j^{\theta_z}$: 節点 j の z 軸まわりの接合部剛性
l	: 要素長
l_b	: 座屈長さ
L_i	: 部材グループ別総長さ
L_i^B	: 梁の部材グループ別総長さ
L_i^C	: 柱の部材グループ別総長さ
m	: 部材グループの総数
m_{xi}	: 節点 i の x 軸まわりのねじりモーメント
m_{xj}	: 節点 j の x 軸まわりのねじりモーメント
m_{yi}	: 節点 i の y 軸まわりの曲げモーメント
m_{yj}	: 節点 j の y 軸まわりの曲げモーメント
m_{zi}	: 節点 i の z 軸まわりの曲げモーメント
m_{zj}	: 節点 j の z 軸まわりの曲げモーメント
M_0	: 接合部 $M-\theta$ 関係を規定する Richard のべき乗関数の全塑性曲げモーメント
M_i	: 要素 i 端の曲げモーメント (平面骨組の定式化時)
M_j	: 要素 j 端の曲げモーメント (平面骨組の定式化時)
M_y	: y 軸まわりの曲げモーメント
M_z	: z 軸まわりの曲げモーメント
M_{yp}	: y 軸まわりの全塑性曲げモーメント
M_{yy}	: y 軸まわりの降伏曲げモーメント
M_{zp}	: z 軸まわりの全塑性曲げモーメント
M_{zy}	: z 軸まわりの降伏曲げモーメント
N	: 軸力
N_0	: 接合部 $M-\theta$ 関係を規定する Richard のべき乗関数の形状を決定するパラメータ
N_b	: はりの部材種別数
N_c	: 柱の部材種別数
N_i	: 要素 i 端の軸方向節点力 (平面骨組の定式化時)
N_j	: 要素 j 端の軸方向節点力 (平面骨組の定式化時)
N_p	: (最大圧縮降伏軸耐力 + 最大引張降伏軸耐力) / 2
N_u	: 降伏軸力

記号表

Q_i	: 要素 i 端のせん断力 (平面骨組の定式化時)
Q_j	: 要素 j 端のせん断力 (平面骨組の定式化時)
u_i	: 節点 i の x 方向変位
u_j	: 節点 j の x 方向変位
v_i	: 節点 i の y 方向変位
v_j	: 節点 j の y 方向変位
w_i	: 節点 i の z 方向変位
w_j	: 節点 j の z 方向変位
W	: 鋼材総重量
W_{opt}	: 最小重量解 (最適鋼材総重量)
Z	: 断面係数 (平面骨組の定式化時)
\hat{Z}	: 規格部材の断面係数
α_1, α_2	: 降伏関数の指数パラメータ (断面形状により指定)
α_i	: 梁コスト係数
$\alpha_A, \alpha_I, \alpha_Z, \alpha_{A_w}, \alpha_{A_f}$: 規格部材から危険側部材を選択しないようにするための誤差の重み係数
β_i	: 柱コスト係数
γ	: 要素の単位体積重量
γ_i	: i 部材の断面内応力度比
γ_{ai}	: i 部材の断面内応力度比の許容値
$\bar{\gamma}_{aj}$: 比負化と無次元化による断面内応力度比の修正許容値
δ_j	: j 層の層間変形角
δ_{aj}	: j 層の層間変形角の許容値
$\bar{\delta}_{ai}$: 比負化と無次元化による層間変形角の修正許容値
δA_j	: 差分増分量
ΔA_i	: 最適断面積増減量
$\bar{\Delta A}_i$: 無次元化設計変数
$\Delta \lambda_i$: 最適接合係数増減量
ε_i	: 断面積増減量の許容変動量
ε_i^A	: ΔA_i の許容変動量
ε_i^λ	: $\Delta \lambda_i$ の許容変動量
θ	: 接合部の相対回転角
θ_p	: 全塑性相対回転角
θ_y	: 降伏相対回転角

θ_{xi}	: 節点 i の x 軸まわりの回転角
θ_{xj}	: 節点 j の x 軸まわりの回転角
θ_{yi}	: 節点 i の y 軸まわりの回転角
θ_{yj}	: 節点 j の y 軸まわりの回転角
θ_{zi}	: 節点 i の z 軸まわりの回転角
θ_{zj}	: 節点 j の z 軸まわりの回転角
κ	: 部材断面の有効せん断係数
λ	: 塑性剛性低下率 (あるいは接合係数)
λ_s	: 部材の細長比
λ_i^u	: 節点 i の x 方向の接合係数
λ_j^u	: 節点 j の x 方向の接合係数
λ_i^v	: 節点 i の y 方向の接合係数
λ_j^v	: 節点 j の y 方向の接合係数
λ_i^w	: 節点 i の z 方向の接合係数
λ_j^w	: 節点 j の z 方向の接合係数
$\lambda_i^{\theta_x}$: 節点 i の x 軸まわりの接合係数
$\lambda_j^{\theta_x}$: 節点 j の x 軸まわりの接合係数
$\lambda_i^{\theta_y}$: 節点 i の y 軸まわりの接合係数
$\lambda_j^{\theta_y}$: 節点 j の y 軸まわりの接合係数
$\lambda_i^{\theta_z}$: 節点 i の z 軸まわりの接合係数
$\lambda_j^{\theta_z}$: 節点 j の z 軸まわりの接合係数
Λ	: 限界細長比
μ_{\max}	: 最大塑性率 (θ_p/θ_y)
ρ	: 鋼材の単位体積重量
σ_b	: 曲げ応力度
σ_c	: 軸方向応力度
τ	: せん断応力度
ϕ_y	: 降伏曲率
ω_1	: 1 次固有円振動数
∞	: 無限大
∂	: 偏微分記号

目次

論文概要

記号表

第 1 章 序論.....	1
1.1 半剛接合部に関する既往の研究.....	1
1.2 本研究の目的と概要.....	4
1.3 関係論文.....	6
1.4 参考文献.....	10
第 2 章 半剛接合部の定式化.....	12
2.1 はじめに.....	12
2.2 静的縮約法による半剛接合部の定式化.....	12
2.2.1 要素に分布荷重が作用しない場合の定式化.....	13
2.2.2 要素に分布荷重が作用する場合の定式化.....	30
2.3 たわみ性関係式を用いる方法.....	44
2.3.1 曲げ及びせん断バネを有するはり要素モデル.....	44
2.4 伝達方程式を用いる方法.....	48
2.4.1 曲げ及びせん断バネを有するはり要素モデル.....	48
2.5 流れ則を用いる方法.....	51
2.5.1 曲げ及びせん断バネを有するはり要素モデル.....	51
2.6 静的応力解析.....	57
2.6.1 半剛接合部を有する両端固定はりの静的応力解析.....	57
2.6.2 半剛接合部を有する門型フレームの静的応力解析.....	63
2.7 まとめ.....	64
2.8 参考文献.....	66
第 3 章 半剛接合部を有する骨組の固有振動解析および座屈解析.....	67
3.1 はじめに.....	67
3.2 固有振動解析.....	67
3.2.1 曲げバネを有するはり要素モデルの定式化.....	67

3.2.2 固有振動解析例	71
3.3 座屈解析	78
3.3.1 曲げバネを有するはり要素モデルの定式化	78
3.3.2 座屈解析例	80
3.4 まとめ	81
3.5 参考文献	83
第4章 接合部の剛性と減衰を考慮した半剛接はり要素の応答解析	84
4.1 はじめに	84
4.2 接合部の剛性と減衰を考慮した半剛接要素	85
4.2.1 要素運動方程式	85
4.2.2 縮約条件式の省略項の影響	88
4.3 応答解析における縮約誤差の検討	89
4.3.1 誤差の評価法	89
4.3.2 片持ちはりモデルによる検討	90
4.3.3 半剛接骨組の縮約誤差の検討	95
4.4 まとめ	98
4.5 参考文献	100
第5章 半剛接合部を有する建築骨組の静的弾塑性解析	101
5.1 はじめに	101
5.2 接合部の非線形特性の評価法	101
5.3 降伏関数	103
5.4 解析モデル	105
5.4.1 接合部のタイプ	106
5.5 解析結果	108
5.6 まとめ	123
5.7 参考文献	124
第6章 半剛接合部を有する建築骨組の動的弾塑性解析	125
6.1 はじめに	125
6.2 解析法の概要	125
6.2.1 要素の運動方程式	125
6.2.2 地震応答解析法	128
6.2.3 弾塑性剛性マトリックスの計算方法	129
6.3 解析例と考察	131
6.4 まとめ	136
6.5 参考文献	137
第7章 建築骨組の最小重量解析	138

7.1 はじめに.....	138
7.2 建築骨組の最適設計.....	139
7.3 建築骨組構造解析法.....	140
7.3.1 有限要素法による骨組構造解析.....	140
7.3.2 骨組部材の応力の制約条件.....	141
7.3.3 設計変数.....	142
7.4 最適設計解析法.....	143
7.4.1 問題の設定.....	143
7.4.2 逐次線形計画法.....	143
7.4.3 シンプレックス法の適用.....	144
7.4.4 感度係数の実用的計算法.....	146
7.4.5 収束計算法.....	147
7.5 最適解から部材選択を行う方法.....	147
7.6 解析例.....	147
7.6.1 タイプ1 (中央コア型).....	149
7.6.2 タイプ2 (中央・外側混合コア型).....	152
7.6.3 タイプ3 (外側コア型).....	155
7.7 まとめ.....	158
7.8 参考文献.....	159
第8章 半剛接合部を有する建築骨組の最小重量設計.....	160
8.1 はじめに.....	160
8.2 半剛接合部のモデル化.....	160
8.3 逐次線形計画法による半剛接合部の最適配値設計 (解析法1).....	161
8.3.1 定式化.....	161
8.3.2 逐次線形計画法の適応.....	162
8.3.3 解析の概要.....	163
8.4 遺伝的アルゴリズムによる半剛接合部の最適配値設計 (解析法2).....	164
8.4.1 解析の概要.....	164
8.5 解析例.....	166
8.6 まとめ.....	176
8.7 参考文献.....	177
第9章 建物骨組のはり成を制約した最小重量設計.....	178
9.1 はじめに.....	178
9.2 断面性能間の関係式.....	178
9.3 解析例1.....	181
9.4 解析例2.....	185

9.5	まとめ.....	195
9.6	参考文献.....	196
第 10 章	接合部のコストを考慮した半剛接鉄骨建物の最小コスト解析	197
10.1	はじめに.....	197
10.2	半剛接合部のモデル化.....	198
10.3	半剛接骨組の最小コスト問題の定式化	199
10.3.1	コスト関数.....	199
10.3.2	逐次線形計画法の適用	200
10.4	解析法の概要.....	201
10.5	解析例.....	203
10.6	まとめ.....	211
10.7	参考文献.....	212
第 11 章	結論.....	213

謝辞

付録

第1章 序論

1.1 半剛接合部に関する既往の研究

通常の構造設計では、建築物の接合部は完全な剛接合か、完全なピン接合のどちらかで取り扱われる。しかしながら、鋼構造物の接合部にはさまざまな形態の接合形式が考えられ、剛接合とピン接合の中間的性状を示す、いわゆる半剛接合部が存在する。特に、欧米では、半剛接合部の特性に関する実験的あるいは解析的研究が古くから精力的に行われており、1917年に鉄骨骨組の接合部の剛性を評価するための最初の実験が Illinois 大学で、Young¹⁾、Wilson と Moore²⁾ によって行われている。我が国では、半剛接合部のモデル化にバネを用いた研究が、1977年に河島と藤本³⁾によって行われ、解析と実験の振動応答値が比較され、良好な一致を示している。

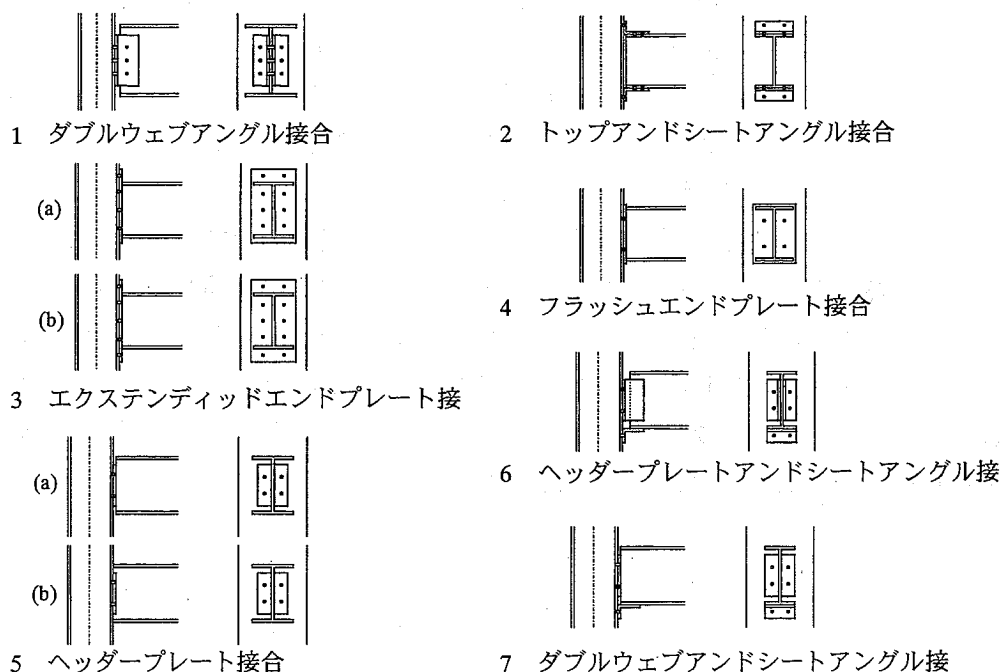


図 1-1 半剛接合部のタイプ

また、アメリカにおいて、1986年から、1990年までの高力ボルト接合あるいは溶接接合部の実験結果を総括的に見ると、図 1-1、表 1-1 に示す7タイプに分類することができる⁴⁾。

表 1-1 半剛接合部のタイプ

Number	Type
1	ダブルウェブアングル(Double-web angle)
2	トップアンドシートアングル(Top-and-seat angle)
3	エクステンディッドエンドプレート(Extended end plate)
4	フラッシュエンドプレート(Flush end plate)
5	ヘッダープレート(Header plate)
6	ヘッダープレートアンドシートアングル(Header-plate and seat angle)
7	ダブルウェブアンドシートアングル(Double-web and seat angle)

我が国の従来の設計計算では、接合部は剛接合かピン接合、柱脚の場合は固定支持かピン支持、といった理想的な力学モデルが通常用いられる。しかしながら、欧米では半剛接合の取り扱いをすることが多い、これは接合部の基本力学性状をどう分類すべきかということに大きく関わる問題であり、欧米の鋼構造規準における接合形式による骨組の分類を表 1-2 にまとめておく⁵⁾。米国鋼構造協会 (AISC : American Institute of Steel Construction) から出版されている規準には、許容応力度設計法 (ASD : Allowable Stress Design)⁶⁾ と荷重耐力係数設計法 (LRFD : Load and Resistance Factor Design)⁷⁾ の2本立てのモデル規準があるが、許容応力度設計では以前からの分類でタイプ 1, 2, 3 に分かれており、タイプ 3 が部分拘束 (Partially Restrained) という半剛接合骨組である。一方、LRFD では、許容応力度設計におけるタイプ 2 と 3 を統合して部分拘束に分類している。これは、どのような接合部でも何らかの拘束があるという認識に基づくものであると解説されているが、従来のタイプ 2 (Simple Framing) の取り扱いを排除しているわけではない。これらは主に、実験データの蓄積により、ある程度実験的な裏付けのとれた半剛接合部の曲げモーメント回転角関係を仮定できるようになったという機運が背景となっている。

ユーロコード 3 では、骨組の分類としては AISC のタイプ 1, 2, 3 に対応するものになっているが、弾性解析、剛塑性解析 (極限解析)、弾塑性解析のいずれを適用するかによって、使用できる接合部タイプが指定されている⁸⁾。すなわち、接合部耐力に対しては、全強 (Full Strength)、部分強度 (Partial Strength)、ピン (Nominally Pinned) の3種、接合部剛性に関しては、剛 (Rigid)、半剛 (Semi-Rigid)、ピン (Nominally Pinned) の3種、というように剛性と耐力に分けたきめ細かい分類がなされており、弾塑性解析を適用する場合には、耐力と剛性の組み合わせで接合部の性能が指定されることになる。

表 1-2 欧米の規準における接合形式による骨組の分類

米国鋼構造協会 (AISC)		ユーロコード3 (EC3)		
荷重耐力係数法 (LRFD)	許容応力度法 (ASD)	骨組の分類	解析法	用いることのできる接合部のタイプ
FR (Fully Restrained) 完全拘束	タイプ1 (Rigid Frame)	連続 (Continuous)	弾性	剛 (Rigid) ピン
			剛塑性	全強 (Full Strength) ピン
			弾塑性	剛で全強 ピン
PR (Partially Restrained) 部分拘束	タイプ2 (Simple Framing)	単純 (Simple)	静定	ピン (Nominally Pinned)
	タイプ3 (Partially Restrained)	半連続 (Semi-Continuous)	弾性	半剛 (Semi-Rigid) 剛 ピン
			剛塑性	部分強度 (Partial Strength) 全強 ピン
			弾塑性	半剛で部分強度 剛で部分強度 半剛で全強 剛で全強 ピン

文献5)によると、Lorenz⁹⁾は、このような半剛接合部を、鋼構造物の設計に導入することによって期待される利点として、

1. 接合部に内在する変形を考慮することによる部材への応力集中の緩和
2. 地震荷重に対して接合部のエネルギー吸収による応答変位の抑制
3. 終局限界状態よりは使用限界状態に達することが多いこと、被災後の既存建物の補強設計が容易になること
4. 半剛接合を構造解析で考慮することが刺激になって、構造設計プロセス自体に関心が高まり、結果として良い設計が生まれること
5. 仮に接合部の挙動の評価に誤差があっても、少なくとも完全剛やピンの仮定に基づくものよりは、より真実に近い挙動に基づいて設計が行えること

などを指摘している。

1994年1月に起きたNorthridge地震では、鋼構造骨組で溶接接合部の破壊例が多数く観察された^{10),11)}。我が国においても、1年後の1995年1月の兵庫県南部地震において、鉄骨ラーメンの柱梁溶接接合部近傍で多数の破壊例が観測され¹²⁾、同じ問題が現実のものとなり、接合部自体の変形能力や靱性が重要であることが明らかとなった。

軽量鉄骨や工業化システム住宅(いわゆるプレファブ)の鉄骨建築等の分野においては、既に半剛接合は一般に広く用いられている。それらの設計は、単品に対する構造設計ではなく、システムに対する構造設計であり、経済性や品質管理の容易さがきわめて重視されるために、半剛接合部がいち早く導入されたものと思われる。これらの半剛接合部は、数

多くの载荷実験結果に基づいて非線形回転バネがモデル化され、組織的な構造解析に用いられている⁹⁾。よって、Lorenzの指摘した半剛接合の上記の利点4, 5は、我が国のプレファブの組織的な構造設計においては、すでに実証されており、今後、重量鉄骨の構造解析の分野においても半剛接合部が設計の中に導入されていくものと思われる。

1.2 本研究の目的と概要

半剛接合部を骨組解析に導入する場合、計算の簡便さ、実験結果との整合性などにより通常、変形を材端に集中させたモデル化が行われる。このような材端に変形集中部を持つはりの剛性方程式の誘導方法で、最も簡単な方法は、変形集中部をバネ要素でモデル化し、通常のはり要素の剛性方程式の材端自由度に重ね合わせることで定式化する方法である。この場合、通常のはり要素に比べ、材端に内節点自由度が付加される形となり、半剛接合部を有するはり要素と有しないはり要素が混在する問題では、解析プログラムのアルゴリズムが複雑になるという問題が生じる。また、大規模な立体構造物の解析では、大幅に解析自由度が増加し、計算効率が悪くなる。このような問題を回避するためには、内節点自由度を他の自由度との関係式を用いて縮約し、材端のバネ要素までを含めたはり要素を統一的に定式化する必要がある。そのような内節点自由度の縮約を行った半剛接合部の定式化には、いくつかの方法があるが^{13),14),15)}、最も基本的なものとして、静的縮約法を用いた方法がある¹⁶⁾。この方法は、はり要素端部に長さ0のバネ要素を付加し、はり要素とバネ要素の接合節点である内節点自由度を節点力の釣合条件を用いて縮約する方法である。平面骨組に対する同様の手法は、ChenとLui¹⁷⁾によっても提案されており、ChiouとLin¹⁸⁾は、部材要素に分布荷重が作用する場合の定式化も示している。立体骨組を対象としているものはAl-BermaniとKitipornchai¹⁹⁾、HsiehとDeirlein²⁰⁾の論文に見られるが、いずれの研究も半剛接バネは回転に関するバネに限定されている。また、半剛接合部を有する骨組の静的な問題に関しては、幾何学的非線形を考慮した立体骨組の非線形解析にまで発展してきている²¹⁾。動的な問題に関する研究はGuo-Qiang Liら²²⁾とL. E. Suarezら²³⁾の論文等に見られるが、本論文で提案する手法は、固有振動解析や座屈解析をはじめ¹⁶⁾、動的解析にも適応可能である²⁴⁾。また、本手法は立体骨組解析への拡張も容易であり、曲げバネの他にせん断バネ、軸方向バネをも統一的に定式化することができるため、免震装置として建物の柱脚と基礎の間に用いられる積層ゴムアイソレータ（せん断バネ）や、杭基礎と地盤の間に生じる抵抗バネ（軸方向バネ）等の任意自由度のバネを有する骨組解析を容易に行うことができる。

本研究の第一の目的は、半剛接合部を有する骨組の構造解析を行う際に必要とされる、より一般的で汎用性の高い半剛接骨組要素を提案し、半剛接合部を有する建築骨組の静的応力解析、固有振動解析、座屈解析、動的弾塑性解析の一連の解析法を確立することにある。

また、最近では、半剛接合部の最適設計に関する研究も盛んに行われており、海外では、

弾性設計において半剛接骨組は剛接骨組よりも鋼材総重量を低減できるという報告もある²⁵⁾。ただし、この論文では水平力を考慮していないため、そのまま我が国に適用することは困難である。

そこで、本研究の第二の目的は、我が国の設計基準に基づく応力と変形の制約条件下における半剛接建築骨組の最適設計を行い、半剛接合部の最適配置および最適剛性を求め、建築骨組における半剛接合部の応答特性を調査することにある。

本論文は、第1章序論を含め全11章により構成されている。第2章以後の概要を以下に示す。

第2章では、半剛接合部を有する骨組の剛性方程式の誘導方法についてまとめる。このとき、接合部の剛性は接合部分の相対回転角に対して作用するために、骨組解析の節点自由度に内節点自由度を付加する必要があるが、この内節点自由度を要素レベルの段階で節点間における力の釣合条件に基づいて縮約し、プログラミング上より扱いやすい要素の定式化を行う。このような要素の剛性方程式は、何らかの方法で導けばよいわけではあるが、半剛接はりの力学的意味を理解する上で有効となる代表的な4通りの導出法による定式化を示し、いずれの導出法も最終的には同じ形の式となることを示す。また、基本例題によって静的応力解析における半剛接合部の基本特性を示す。

第3章では、第2章で示した半剛接はり要素モデルを固有振動解析と座屈解析に適用した場合の有効性を検討し、その適用限界を明らかにする。

第4章では、第3章までに示した半剛接はり要素モデルに新たにダッシュポット減衰を考慮した要素を提案し、本要素の動的応答解析における節点自由度の静的縮約に関する誤差についての検討を行う。

第5章では、半剛接合部の非線形特性を考慮した建築骨組の静的弾塑性解析を示す。そのとき、接合部の曲げモーメントと相対回転角の関係 ($M-\theta$ 関係) を、これまで実験的研究によって得られている6種の代表的な半剛接合部の非線形特性を用いて評価し、塑性ヒンジ法に基づく静的弾塑性解析を行う。接合部の $M-\theta$ 関係は、Richardらによって提案されている非線形関数で評価する。解析モデルには、実設計の立場から主要骨組に対して塑性設計が行われている6層3スパンの鉄骨造建物を用いて、そのすべての階のはり端を同一の半剛接合部を仮定し、荷重増分法による静的弾塑性解析を示す。

第6章では、第3章に示した固有振動解析をさらに発展させ、半剛接合部を有する骨組の弾塑性地震応答解析法を示す。このとき、本手法は質量系を集中質量として扱う場合には内節点自由度の縮約誤差が生じないため、解析では集中質量系を仮定する。そして、第5章と同様の6つの代表的な半剛接合部の $M-\theta$ 関係を Bi-linear 型復元力特性で近似して、梁端に半剛接合部を有する建築骨組の激震時における地震応答特性を調査する。なお、第6章の解析例では、第5章に示した解析モデルと同じ6層3スパン鉄骨建物を用いて動的弾塑性解析を示す。

第7章では、剛接鉄骨骨組構造を対象にした最適設計プログラムの開発に必要な理論お

よび計算法の概要を示し、最小重量設計における局所解の発生パターンについて検討を行う。そのとき、本計算法は、逐次線形計画法 (Sequential Linear Programming Method: SLP 法) を使用しているため、初期値に依存して異なる局所解に収束する場合がある。この局所解は建物の形状によってさまざまな傾向を示すが、本章では、5層3スパン骨組構造モデルを例にとり、初期断面と局所解の関連性についての検討を行う。

第8章では、第7章に示した解析法をさらに発展させ、半剛接合部を有する建築骨組の最小重量設計を示す。半剛接合部を有する建築建物の最小重量設計は、接合部の剛性と部材断面積を設計変数とし、建物の鋼材総重量を目的関数として、逐次線形計画法によって解析する方法 (論文中、解析法1と表記) と、接合部の剛性を数種の離散値とし、その組み合わせ最適問題を遺伝的アルゴリズムによって求める方法 (論文中、解析法2と表記) の2通りの解析法を示す。そして、剛接建物と半剛接建物の最小重量設計を行い、それらの解を比較することで、半剛接合部の最適配置と最適剛性を調査する。

第9章では、第8章に示した方法をさらに発展させ、はり成と幅厚比の制約を行った建築骨組の最小重量設計を示す。これは、施工性、保有耐力など第8章で示した本解析法の制約条件にはない事項を考慮した解析法である。そのとき、鋼材データベースを作成し、そのデータベースからユーザーが自由に使用部材系列を選択できるようにすることで、解析プログラムに設計者が経験的に用いている部材の制約条件を解析に考慮させる。そして、はり成と幅厚比の制約を行った建築骨組の最小重量設計を示す。

第10章では、接合部コストまで含めた建設コストの最小化を目的関数とし、長期及び短期荷重下における各部材の応力度比と各層の層間変形角が許容値を満足するような最適設計問題を定式化する。このとき、接合部のコストは、ピン接合は剛接合に比べて4割コスト低減すると仮定する。そして、5層3スパンから10層5スパンまでの鉄骨建物の解析例によって、コストを最小にする半剛接合部の最適剛性と配置を調査する。

最終第11章においては、前章までに得られた事項を要約し、本研究の総括的な結論を導く。

1.3 関係論文

A.論文発表

1. 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信: 半剛接合部を有する骨組の弾塑性地震応答解析, 鋼構造年次論文報告集, 第4巻, pp.339-346, 1996年11月
2. 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信: 接合部の剛性と減衰を考慮した半剛接骨組要素の開発と精度について, 広島大学工学部研究報告, 第46巻, 第1号, pp.79-85, 1997年9月
3. 松本慎也, 藤井大地, 吉田長行, 藤谷義信, 黄弘量, 日比野信一: 地盤と建物の動的

相互作用に及ぼす地盤改良の効果, 日本地震工学シンポジウム論文集, pp.1855-1860, 1998年11月

4. 松本慎也, 荒井宏, 春日康博, 平田裕一, 山本憲司, 藤井大地, 藤谷義信: 鉄骨骨組構造の最小重量設計における局所解の一例, 構造工学論文集, Vol.45B, pp.249-258, 1999年4月
5. 松本慎也, 平田裕一, 藤井大地, 藤谷義信: 端部に変形集中部を持つ鋼構造はりモデルに関する研究, 鋼構造年次論文報告集, 第7巻, pp.419-426, 1999年11月
6. 松本慎也, 春日康博, 藤井大地, 藤谷義信: 接合部のコストを考慮した半剛接鉄骨骨組の最小コスト解析, 日本建築学会構造系論文集, 第528号, pp.113-119, 2000年2月掲載決定

B. 口頭発表 (筆頭者が口頭発表者)

1. 井上剛史, 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信: 有限要素法による半剛接接合部を有する骨組の一解法 その1 静変形解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (北海道), 構造 B-1, pp.319-320, 1995年8月
2. 松本慎也, 井上剛史, 藤井大地, 藤谷義信: 有限要素法による半剛接接合部を有する骨組の一解法 その2 固有振動解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (北海道), 構造 B-1, pp.321-322, 1995年8月
3. 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信: 半剛接合部を有する骨組の地震応答解析, 日本建築学会中国・九州支部合同研究報告集, 第10号, pp.357-360, 1996年3月
4. 上杉義則, 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信: 半剛接合部を有する骨組の弾塑性解析 その1 静変形解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (近畿), 構造 C-1, pp.567-568, 1996年9月
5. 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信, 野中哲也: 半剛接合部を有する骨組の弾塑性解析 その2 地震応答解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (近畿), 構造 C-1, pp.569-570, 1996年9月
6. 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信: 半剛接合部を有する骨組の弾塑性地震応答特性, 日本建築学会中国支部研究報告集, 第20巻, pp.101-104, 1997年3月
7. 上杉義則, 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信: 半剛接合部を有する骨組の静的弾塑性特性, 日本建築学会中国支部研究報告集, 第20巻, pp.97-100, 1997年3月
8. 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信: 静的縮約法を利用した半剛接合部を有する骨組の動的解析法, 計算工学会講演会論文集, 第2巻, No.3, pp.975-978, 1997年5月
9. 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信: 静的縮約法を利用した半剛接骨組の動的解析法に関する一考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集 (関東), 構造 B-1, pp.365-366, 1997年9月

10. 上杉義則, 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信: 半剛接合部を有する骨組の弾塑性解析 その3 層数とスパン数に関する検討, 日本建築学会大会学術講演梗概集(関東), 構造 C-1, pp.371-372, 1997年9月
11. 松本慎也, 藤井大地, 吉田長行, 藤谷義信: 地盤改良体が建物の動的特性に及ぼす効果に関する研究, 日本建築学会中国支部研究報告集, 第21巻, pp.101-104, 1998年3月
12. 松本慎也: 半剛接合部を有する骨組の弾塑性地震応答解析(接合部の剛性と減衰を考慮した半剛接骨組要素の開発と精度について), 日本建築学会中国支部研究報告集, 第21巻, pp.169-172, 1998年3月
13. 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信: 半剛接鉄骨造建物の最適設計(その2. 遺伝的アルゴリズムによる半剛接合部の最適配置計画), 計算工学会講演会論文集, 第3巻, No.2, pp.645-648, 1998年5月
14. 松本慎也, 上杉義則, 藤井大地, 藤谷義信: 遺伝的アルゴリズムによる半剛接合部の最適配置問題, 日本建築学会大会学術講演梗概集(九州), 構造 B-1, pp.435-436, 1998年9月
15. 土井尚, 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信: 剛性劣化を有する質点系の動的応答解析, 日本建築学会大会学術講演梗概集(九州), B-1, pp.453-454, 1998年9月
16. 國光修五, 松本慎也, 藤井大地, 吉田長行, 藤谷義信: 有限要素法による地盤改良体を有する地盤の動的特性, 日本建築学会大会学術講演梗概集(九州), 構造 B-2, pp.281-282, 1998年9月
17. 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信: はりせいを制約した鉄骨骨組構造の最小重量設計, 日本建築学会中国支部研究報告集, 第22巻, pp.221-224, 1999年3月
18. 藤原亮二, 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信: 終局耐力を考慮した平面骨組における断面の最適化問題, 日本建築学会中国支部研究報告集, 第22巻, pp.153-156, 1999年3月
19. 土井尚, 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信: ファイバーモデルによる骨組の弾塑性解析法に関する研究, 日本建築学会中国支部研究報告集, 第22巻, pp.141-144, 1999年3月
20. 春日康博, 松本慎也, 荒井 宏, 平田裕一, 藤井大地, 藤谷義信: 鉄骨建物の梁成を制約した最小重量解の一考察 その1. 剛接鉄骨建物の最小重量設計, 計算工学会講演会論文集, 第4巻, No.1, pp.9-12, 1999年5月
21. 松本慎也, 春日康博, 荒井 宏, 平田裕一, 藤井大地, 藤谷義信: 鉄骨建物の梁成を制約した最小重量解の一考察 その2. 半剛接鉄骨建物の最小重量設計, 計算工学会講演会論文集, 第4巻, No.1, pp.13-16, 1999年5月
22. 平田裕一, 荒井 宏, 春日康博, 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信: 端部に変形集中部を持つはりモデルに関する考察, 計算工学会講演会論文集, 第4巻, No.1, pp.17-20, 1999

年5月

23. 松本慎也, 春日康博, 藤井大地, 藤谷義信: 半剛接鉄骨建物の最小重量設計 その1. 数理計画法による半剛接合部の剛性評価, 日本建築学会大会学術講演梗概集(中国), 構造 B-1, pp.333-334, 1999年9月
24. 佃久幸, 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信: 半剛接鉄骨建物の最小重量設計 その2. 遺伝的アルゴリズムによる半剛接合部の最適配置問題, 日本建築学会大会学術講演梗概集(中国), 構造 B-1, pp.335-336, 1999年9月
25. 平田裕一, 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信: 材端に変形集中部を持つはりモデルに関する考察, 日本建築学会大会学術講演梗概集(中国), 構造 B-1, pp.331-332, 1999年9月
26. 藤原亮二, 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信: 終局耐力を目的関数とする平面骨組の最適化問題, 日本建築学会大会学術講演梗概集(中国), 構造 B-1, pp.341-342, 1999年9月
27. 土井尚, 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信: ファイバーモデルを用いた骨組構造解析法の基礎的研究, 日本建築学会大会学術講演梗概集(中国), 構造 B-1, pp.311-312, 1999年9月

C.国際会議発表論文(○の付いた著者が口頭発表者)

1. Y. Fujitani, D. Fujii, and ○S. Matsumoto : Elasto-plastic Earthquake Response Analysis of Framed Structure with Semi-rigid Connections, International Scientific Conference, Challenges to Civil and Mechanical Engineering in 2000 and beyond, Technical University of Wroclaw Institute of Building Engineering, Poland, Vol.2, pp.405-414, June 2-5, 1997

D.その他

1. 松本慎也: 半剛接合部を有する骨組の弾塑性解析, 広島大学工学部第四類, 卒業論文, 1995年2月, 指導教官 藤谷義信
2. 松本慎也: 半剛接合部を有する建築骨組の静的及び動的弾塑性解析, 広島大学大学院構造工学専攻, 修士論文, 1997年2月, 指導教官 藤谷義信

1.4 参考文献

- 1) C. R. Young, Bulletin no.4, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, 1917
- 2) W. M. Wilson and H. F. Moore, Tests to determine the rigidity of riveted joints in steel structures. Bulletin no.104, Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, 1917
- 3) 河島佑男, 藤本孝: セミ・リジッド結合部を有する骨組構造物の振動解析, 日本鋼構造協会第 11 回大会研究集会, マトリックス解析法研究発表論文集, pp.355-360, 1977 年 6 月
- 4) K. M. Abdalla and Wai-Fah Chen : Expanded Database of Semi-rigid Steel Connections, Computers & Structures, Vol.56, No.4, pp.553-564, 1995
- 5) 日本鋼構造協会: 鋼構造技術総覧 [建築編], 技報堂出版, 1998 年 4 月
- 6) American Institute of Steel Construction : Specification for Structural Steel Buildings, Allowable Stress Design and Plastic Design, June 1989
- 7) American Institute of Steel Construction : Load and Resistance Factor Design, Specification for Structural Steel Buildings, September 1986
- 8) European Committee for Standardization (CEN) : Eurocode 3, Design of Steel Structures Part 1. General Rules for buildings, Vol.1, February 1992
- 9) Council on Tall Buildings and Urban Habitat Committee 43 : Semi-Rigid Connections in Steel Frames. Eds. Lorenz, R. F., Kato, B., Chen, W. F., McGraw-Hill, 1993
- 10) Vitelmo V. Bertero, James C. Anderson, and Helmut Krawinkler : Report No. UCB/EERC - 94/09, Earthquake Research Center, 1994.8
- 11) 中島正愛: 建築技術, pp.66-73, 1994 年 9 月
- 12) 日本建築学会: 阪神・淡路大震災調査報告 建築編-3, 丸善, 1997 年
- 13) 青山博之, 上村智彦: マトリックス法による構造解析, 培風館, 1988 年 2 月
- 14) G. E. Blandford : Static Analysis of Flexibly Connected Thin-walled Plane Frames, Computers & Structures, Vol.28, No.1, pp.105-113, 1988
- 15) T. H. Almusallam and R. M. Richard : Steel Frame Analysis with Flexible Joints Exhibiting a Strain-softening Behavior, Computers & Structures Vol.46, No.1, pp.55-65, 1993
- 16) 藤谷義信, 藤井大地, 井上剛史: 接合部に半剛接バネを有する骨組の有限要素解析, 鋼構造年次論文報告集, 第 3 巻, pp.69-76, 1995 年 11 月
- 17) Wai-Fah Chen and Eric M. Lui : Effects of Joint Flexibility on the Behavior of Steel Frames, Computers & Structures, Vol.26, No.5, pp.719-732, 1987
- 18) T. J. Chiou and Y. R. Lin : A Study on the Fire Response of Flexibly Jointed Steel Frames,

Computers & Structures, Vol.45, No.3, pp.439-451, 1992

- 19) Faris G. A. Al-Bermani and Sritawat Kitipornchai : Elastoplastic Nonlinear Analysis of Flexibly Jointed Space Frames, Journal of Structural Engineering, Vol.118, No.1, pp.108-127, 1992
- 20) S. H. Hsieh and G. G. Deirlein : Nonlinear Analysis of Three-Dimensional Steel Frame with Semi-Rigid Connections, Computers & Structures, Vol.41, No.5, pp.995-1009, 1991
- 21) 修行稔, 岡延夫, 李劍平 : 半剛接接合部を有する鋼立体骨組の弾塑性非線形解析, 日本建築学会構造系論文集, 第 480 号, pp.89-94, 1996.2
- 22) Guo-Qiang Li and Zu-Yan Shen : A Unified Matrix Approach for Nonlinear Analysis of Steel Frames Subjected to Wind or Earthquakes, Computers & Structures, Vol.54, No.2, pp.315-325, 1995
- 23) L. E. Suarez, M. P. Singh, and E. E. Matheu : Seismic Response of Structural Frameworks with Flexible Connections, Computers & Structures, Vol.58, No.1, pp.27-41, 1996
- 24) 松本慎也, 藤井大地, 藤谷義信 : 半剛接合部を有する骨組の弾塑性地震応答解析, 鋼構造年次論文報告集, 第 4 卷, pp.339-346, 1996.11
- 25) E. S. B. Machaly : Optimum Weight Analysis of Steel Frames with Semirigid Connections, Computers & Structures, Vol.23, No.4, pp.461-474, 1986

第2章

半剛接合部の定式化

2.1 はじめに

鉄骨骨組構造の接合部形式には様々なものがあり、通常の構造解析で仮定される剛接合やピン接合の条件を満足しない場合がある。このような接合部のことを半剛接合部と言う。現在、一般的に半剛接合部とは、鉄骨骨組の柱梁接合部において、金物を介してはりを柱に高力ボルト接合する接合形式のことであり、このような接合形式は、従来の溶接接合のような剛接合とピン接合の中間的特性を示す。骨組解析に半剛接合部の力学的特性を評価する場合に、計算の簡便さ、実験結果との整合性などから、通常、変形を部材端に集中させたモデルが用いられる。本章では、このような、半剛接合部を有する骨組の剛性方程式の誘導方法についてまとめる。このとき、接合部の剛性は接合部分の相対回転角に対して作用するために、骨組解析の節点自由度に内節点自由度を付加する必要がある。本論文では、この内節点自由度を要素レベルの段階で節点間における力の釣合に基づいて縮約することで、プログラミング上より扱いやすい要素の定式化を行う。このとき、このような要素の剛性方程式は、何らかの方法で導けばよいわけではあるが、半剛接はりの力学的意味を理解する上で有効となる代表的な4通りの導出法による定式化を示す。なお、本研究では2.2節に示す導出法を基本導出法として、第3章以降での半剛接合部の解析に用いる。

2.2 静的縮約法による半剛接合部の定式化

半剛接合部を有するはりの剛性方程式の導出法の中でも、もっとも基本的なものが、静的縮約法による定式化である。この方法は、はり要素端部に長さ0のバネ要素を付加し、はり要素とバネ要素の接合節点（内節点）の自由度を節点力の釣合条件を用いて縮約する方法である¹⁾。この方法の利点は、内節点の釣合条件に基づいて定式化が行われるため、はり要素に分布荷重が作用し、内節点での力の釣合に外力項が存在する場合にも同様の手順で定式化ができ、容易に分布荷重に対する等価節点力を導出できることである。以降、静的縮約法による半剛接合部の定式化を示す。このとき、要素に分布荷重が作用しない場合と、作用する場合のそれぞれの定式化を示す。

2.2.1 要素に分布荷重が作用しない場合の定式化

(1) 曲げバネを有するはり要素モデル

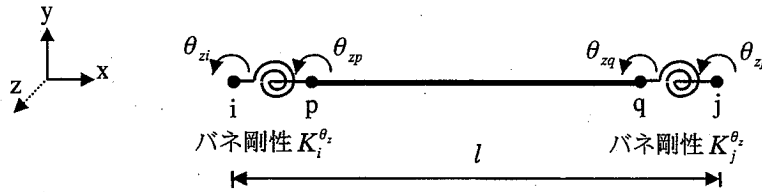


図 2-1 曲げバネを有するはり要素モデル

図 2-1 に示すような、はりの軸方向座標を x 座標にとり、部材断面内方向を y, z 軸にとり、要素両端に曲げバネ剛性 $K_i^{\theta_z}, K_j^{\theta_z}$ の長さ 0 のバネ要素を有するはり要素モデルを考える。このとき、要素 ip の剛性方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} K_i^{\theta_z} & -K_i^{\theta_z} \\ -K_i^{\theta_z} & K_i^{\theta_z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{zi} \\ \theta_{zp} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_{zi} \\ m_{zp} \end{Bmatrix} \quad (2.1)$$

ただし、 m_{zi} は節点 i の z 軸まわりの材端曲げモーメントであり、 m_{zp} は節点 p の z 軸まわりの材端曲げモーメントである。

また、要素 qj の剛性方程式も同様に次式となる。

$$\begin{bmatrix} K_j^{\theta_z} & -K_j^{\theta_z} \\ -K_j^{\theta_z} & K_j^{\theta_z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{zq} \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_{zq} \\ m_{zj} \end{Bmatrix} \quad (2.2)$$

ただし、 m_{zq} は節点 q の z 軸まわりの材端曲げモーメントであり、 m_{zj} は節点 j の z 軸まわりの材端曲げモーメントである。

要素 pq は通常のはり要素であり、剛性方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} 12EI_z/l^3 & & & & & \\ 6EI_z/l^2 & 4EI_z/l & & & & \\ -12EI_z/l^3 & -6EI_z/l^2 & 12EI_z/l^3 & & & \\ 6EI_z/l^2 & 2EI_z/l & -6EI_z/l^2 & 4EI_z/l & & \\ & & & & \text{Sym.} & \\ & & & & & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_{zp} \\ v_j \\ \theta_{zq} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{yi} \\ m_{zp} \\ f_{yj} \\ m_{zq} \end{Bmatrix} \quad (2.3)$$

ただし、 E ははり材料のヤング係数、 I_z は z 軸まわりの断面 2 次モーメント、 l は、はり要素の長さであり、 f_{yi}, m_{zp} は節点 i の y 方向の材端力と節点 p の z 軸まわりの材端曲げモー

メント, f_{yj}, m_{zq} は節点 j の y 方向の材端力と節点 q の z 軸まわりの材端曲げモーメントである。(2.1), (2.2), (2.3)式を重ね合わせることによって, 全体要素 ij の剛性方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} \frac{12EI_z}{l^3} & & & & & \\ 0 & K_i^{\theta_z} & & & & \\ \frac{6EI_z}{l^2} & -K_i^{\theta_z} & \frac{4EI_z}{l} + K_i^{\theta_z} & & & \\ -\frac{12EI_z}{l^3} & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2} & \frac{12EI_z}{l^3} & & \\ \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & \frac{2EI_z}{l} & -\frac{6EI_z}{l^2} & \frac{4EI_z}{l} + K_j^{\theta_z} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_j^{\theta_z} & K_j^{\theta_z} \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{Sym.} \\ \left[\begin{matrix} v_i \\ \theta_{zi} \\ \theta_{zp} \\ v_j \\ \theta_{zq} \\ \theta_{zj} \end{matrix} \right] \end{matrix} = \begin{matrix} \left[\begin{matrix} f_{yi} \\ m_{zi} \\ m_{zp} \\ f_{yj} \\ m_{zq} \\ m_{zj} \end{matrix} \right] \end{matrix} \quad (2.4)$$

重ね合わせを行うことにより, 内節点力は釣り合うことから, m_{zp}, m_{zq} は 0 となるので, (2.4)式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} \frac{12EI_z}{l^3} & & & & & \\ 0 & K_i^{\theta_z} & & & & \\ \frac{6EI_z}{l^2} & -K_i^{\theta_z} & \frac{4EI_z}{l} + K_i^{\theta_z} & & & \\ -\frac{12EI_z}{l^3} & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2} & \frac{12EI_z}{l^3} & & \\ \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & \frac{2EI_z}{l} & -\frac{6EI_z}{l^2} & \frac{4EI_z}{l} + K_j^{\theta_z} & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_j^{\theta_z} & K_j^{\theta_z} \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{Sym.} \\ \left[\begin{matrix} v_i \\ \theta_{zi} \\ \theta_{zp} \\ v_j \\ \theta_{zq} \\ \theta_{zj} \end{matrix} \right] \end{matrix} = \begin{matrix} \left[\begin{matrix} f_{yi} \\ m_{zi} \\ 0 \\ f_{yj} \\ 0 \\ m_{zj} \end{matrix} \right] \end{matrix} \quad (2.5)$$

(2.5)式の節点力が 0 となる p, q 節点に関する行を取り出すと,

$$\begin{bmatrix} \frac{4EI_z}{l} + K_i^{\theta_z} & \frac{2EI_z}{l} \\ \frac{2EI_z}{l} & \frac{4EI_z}{l} + K_j^{\theta_z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{zp} \\ \theta_{zq} \end{Bmatrix} = - \begin{bmatrix} \frac{6EI_z}{l^2} & -K_i^{\theta_z} & -\frac{6EI_z}{l^2} & 0 \\ \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2} & -K_j^{\theta_z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_{zi} \\ v_j \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} \quad (2.6)$$

(2.6)式を θ_{zp}, θ_{zq} について解くと,

$$\begin{Bmatrix} \theta_{zp} \\ \theta_{zq} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{6EI_z}{l} \frac{(2EI_z + K_j^{\theta_z}l)}{\beta_v} & K_i^{\theta_z} \frac{l(4EI_z + K_j^{\theta_z}l)}{\beta_v} & \frac{6EI_z}{l} \frac{(2EI_z + K_j^{\theta_z}l)}{\beta_v} & -\frac{2EI_z K_j^{\theta_z}l}{\beta_v} \\ -\frac{6EI_z}{l} \frac{(2EI_z + K_i^{\theta_z}l)}{\beta_v} & -\frac{2EI_z K_i^{\theta_z}l}{\beta_v} & \frac{6EI_z}{l} \frac{(2EI_z + K_i^{\theta_z}l)}{\beta_v} & K_j^{\theta_z} \frac{l(4EI_z + K_i^{\theta_z}l)}{\beta_v} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_{zi} \\ v_j \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix}$$

(2.7)

ただし, $\beta_v = 12(EI_z)^2 + 4EI_z(K_i^{\theta_z} + K_j^{\theta_z})l + K_i^{\theta_z}K_j^{\theta_z}l^2$

一方, (2.5)式から i, j 節点に関する行を取り出すと,

$$\begin{bmatrix} \frac{12EI_z}{l^3} & 0 & -\frac{12EI_z}{l^3} & 0 \\ 0 & K_i^{\theta_z} & 0 & 0 \\ -\frac{12EI_z}{l^3} & 0 & \frac{12EI_z}{l^3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & K_j^{\theta_z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_{zi} \\ v_j \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{6EI_z}{l^2} & \frac{6EI_z}{l^2} \\ -K_i^{\theta_z} & 0 \\ -\frac{6EI_z}{l^2} & -\frac{6EI_z}{l^2} \\ 0 & -K_j^{\theta_z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{zp} \\ \theta_{zq} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{yi} \\ m_{zi} \\ f_{yj} \\ m_{zj} \end{Bmatrix} \quad (2.8)$$

(2.7)式を(2.8)式に代入すると, 内節点自由度を縮約した要素剛性方程式が次式のように得られる。

$$\begin{bmatrix} k_{11} & & & \\ k_{21} & k_{22} & & \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{Sym.} \\ \\ \\ \end{matrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_{zi} \\ v_j \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{yi} \\ m_{zi} \\ f_{yj} \\ m_{zj} \end{Bmatrix} \quad (2.9)$$

ここに,

$$\begin{aligned} k_{11} &= \frac{12EI_z}{l^3} \frac{l\{EI_z(K_i^{\theta_z} + K_j^{\theta_z}) + K_i^{\theta_z}K_j^{\theta_z}l\}}{\bar{\kappa}_v}, & k_{21} &= \frac{6EI_z}{l^2} \frac{lK_i^{\theta_z}(2EI_z + K_j^{\theta_z}l)}{\bar{\kappa}_v} \\ k_{22} &= \frac{4EI_z}{l} \frac{lK_i^{\theta_z}(3EI_z + K_j^{\theta_z}l)}{\bar{\kappa}_v}, & k_{31} &= -\frac{12EI_z}{l^3} \frac{l\{EI_z(K_i^{\theta_z} + K_j^{\theta_z}) + K_i^{\theta_z}K_j^{\theta_z}l\}}{\bar{\kappa}_v} \\ k_{32} &= -\frac{6EI_z}{l^2} \frac{lK_i^{\theta_z}(2EI_z + K_j^{\theta_z}l)}{\bar{\kappa}_v}, & k_{33} &= \frac{12EI_z}{l^3} \frac{l\{EI_z(K_i^{\theta_z} + K_j^{\theta_z}) + K_i^{\theta_z}K_j^{\theta_z}l\}}{\bar{\kappa}_v} \\ k_{41} &= \frac{6EI_z}{l^2} \frac{lK_j^{\theta_z}(2EI_z + K_i^{\theta_z}l)}{\bar{\kappa}_v}, & k_{42} &= \frac{2EI_z}{l} \frac{l^2K_i^{\theta_z}K_j^{\theta_z}}{\bar{\kappa}_v} \\ k_{43} &= -\frac{6EI_z}{l^2} \frac{lK_j^{\theta_z}(2EI_z + K_i^{\theta_z}l)}{\bar{\kappa}_v}, & k_{44} &= \frac{4EI_z}{l} \frac{lK_j^{\theta_z}(3EI_z + K_i^{\theta_z}l)}{\bar{\kappa}_v} \end{aligned}$$

ただし, $\bar{\kappa}_v = 12(EI_z)^2 + 4EI_z(K_i^{\theta_z} + K_j^{\theta_z})l + K_i^{\theta_z}K_j^{\theta_z}l^2$

また, 接合部剛性を剛接合からピン接合まで一般的に扱うために, 次式のような λ を用いて接合部剛性を表す。

$$K_i^{\theta_z} = \frac{\lambda_i^{\theta_z}}{1 - \lambda_i^{\theta_z}} \frac{4EI_z}{l} \quad (2.10)$$

$$K_j^{\theta_z} = \frac{\lambda_j^{\theta_z}}{1 - \lambda_j^{\theta_z}} \frac{4EI_z}{l} \quad (2.11)$$

このときの λ を接合係数と定義する。(2.10), (2.11)式中の接合係数は $\lambda=0$ のときピン接合, $\lambda=1$ のとき剛接合, その間が半剛接合の接合部剛性となり, 一般的な接合部剛性を表現することができる。(2.10), (2.11)式を(2.9)式に代入し整理すると, 要素剛性マトリックスは次のようになる。

$$\begin{bmatrix} k_{11} & & & \\ k_{21} & k_{22} & & \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \quad \text{Sym.} \quad (2.12)$$

ここに,

$$\begin{aligned} k_{11} &= \frac{12EI_z}{l^3} \frac{\lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} + 2\lambda_i^{\theta_z}\lambda_j^{\theta_z}}{3 + \lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} - \lambda_i^{\theta_z}\lambda_j^{\theta_z}}, & k_{21} &= \frac{6EI_z}{l^2} \frac{2\lambda_i^{\theta_z}(\lambda_j^{\theta_z} + 1)}{3 + \lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} - \lambda_i^{\theta_z}\lambda_j^{\theta_z}} \\ k_{22} &= \frac{4EI_z}{l} \frac{\lambda_i^{\theta_z}(\lambda_j^{\theta_z} + 3)}{3 + \lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} - \lambda_i^{\theta_z}\lambda_j^{\theta_z}}, & k_{31} &= -\frac{12EI_z}{l^3} \frac{\lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} + 2\lambda_i^{\theta_z}\lambda_j^{\theta_z}}{3 + \lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} - \lambda_i^{\theta_z}\lambda_j^{\theta_z}} \\ k_{32} &= -\frac{6EI_z}{l^2} \frac{2\lambda_j^{\theta_z}(\lambda_i^{\theta_z} + 1)}{3 + \lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} - \lambda_i^{\theta_z}\lambda_j^{\theta_z}}, & k_{33} &= \frac{12EI_z}{l^3} \frac{\lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} + 2\lambda_i^{\theta_z}\lambda_j^{\theta_z}}{3 + \lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} - \lambda_i^{\theta_z}\lambda_j^{\theta_z}} \\ k_{41} &= \frac{6EI_z}{l^2} \frac{2\lambda_j^{\theta_z}(\lambda_i^{\theta_z} + 1)}{3 + \lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} - \lambda_i^{\theta_z}\lambda_j^{\theta_z}}, & k_{42} &= \frac{2EI_z}{l} \frac{4\lambda_i^{\theta_z}\lambda_j^{\theta_z}}{3 + \lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} - \lambda_i^{\theta_z}\lambda_j^{\theta_z}} \\ k_{43} &= -\frac{6EI_z}{l^2} \frac{2\lambda_j^{\theta_z}(\lambda_i^{\theta_z} + 1)}{3 + \lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} - \lambda_i^{\theta_z}\lambda_j^{\theta_z}}, & k_{44} &= \frac{4EI_z}{l} \frac{\lambda_j^{\theta_z}(\lambda_i^{\theta_z} + 3)}{3 + \lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} - \lambda_i^{\theta_z}\lambda_j^{\theta_z}} \end{aligned}$$

上式を用いることで, 外節点のみの自由度を用いて半剛接合部を考慮した骨組解析を行うことができる。また, 上式は接合係数 λ の値を0から1まで変化させることで, ピン接合から剛接合までの要素剛性マトリックスとなり, 骨組の接合部を一般的に扱うことができる。

相対回転角の計算方法

半剛接合部の接合部剛性は, 要素端の外節点と内節点との相対回転角に対して定義されるため, 相対回転角を計算する必要がある。ここでは, 相対回転角の計算方法を示す。

(2.9)式の剛性方程式から求めた外節点変位を(2.7)式に代入することで, 内節点変位が求まる。このとき, (2.10)式, (2.11)式の関係式を(2.7)式に代入すると次式となる。

$$\begin{Bmatrix} \theta_{zp} \\ \theta_{zq} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{3(\lambda_i^{\theta_z} - 1)(\lambda_j^{\theta_z} + 1)}{l(3 + \lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} - \lambda_i^{\theta_z} \lambda_j^{\theta_z})} & \frac{4\lambda_i^{\theta_z}}{3 + \lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} - \lambda_i^{\theta_z} \lambda_j^{\theta_z}} & -\frac{3(\lambda_i^{\theta_z} - 1)(\lambda_j^{\theta_z} + 1)}{l(3 + \lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} - \lambda_i^{\theta_z} \lambda_j^{\theta_z})} & \frac{2(\lambda_i^{\theta_z} - 1)\lambda_q}{3 + \lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} - \lambda_i^{\theta_z} \lambda_j^{\theta_z}} \\ \frac{3(\lambda_i^{\theta_z} + 1)(\lambda_j^{\theta_z} - 1)}{l(3 + \lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} - \lambda_i^{\theta_z} \lambda_j^{\theta_z})} & \frac{2\lambda_i^{\theta_z}(\lambda_j^{\theta_z} - 1)}{3 + \lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} - \lambda_i^{\theta_z} \lambda_j^{\theta_z}} & \frac{3(\lambda_i^{\theta_z} + 1)(\lambda_j^{\theta_z} - 1)}{l(3 + \lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} - \lambda_i^{\theta_z} \lambda_j^{\theta_z})} & \frac{4\lambda_j^{\theta_z}}{3 + \lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} - \lambda_i^{\theta_z} \lambda_j^{\theta_z}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_{zi} \\ v_j \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} \quad (2.13)$$

上式によって求めた内節点変位から、節点 i と節点 p および節点 q と節点 j の相対回転角 $\bar{\theta}_{zi}, \bar{\theta}_{zj}$ は次式のように計算される。

$$\bar{\theta}_{zi} = \theta_{zp} - \theta_{zi} \quad (2.14)$$

$$\bar{\theta}_{zj} = \theta_{zq} - \theta_{zj} \quad (2.15)$$

(2) 曲げ及びせん断バネを有するはり要素モデル

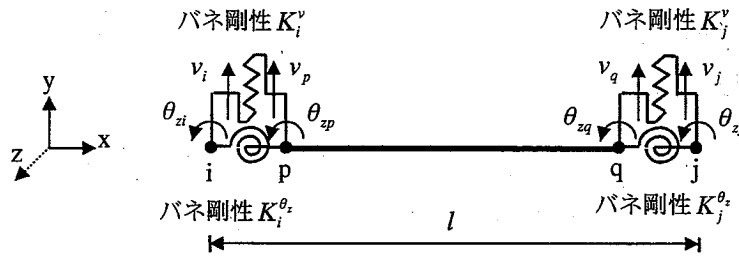


図 2-2 曲げ及びせん断バネを有するはり要素モデル

図 2-2 に示すような、要素両端にせん断バネ剛性 K_i^v, K_j^v 、曲げバネ剛性 $K_i^{\theta_z}, K_j^{\theta_z}$ の長さ 0 のバネ要素を有するはり要素モデルを考える。このとき、要素 ip の剛性方程式は次式となる。

$$[k_{ip}] \{d_{ip}\} = \{f_{ip}\} \quad (2.16)$$

ここに、

$$[k_{ip}] = \begin{bmatrix} K_i^v & & & \text{Sym.} \\ 0 & K_i^{\theta_z} & & \\ -K_i^v & 0 & K_i^v & \\ 0 & -K_i^{\theta_z} & 0 & K_i^{\theta_z} \end{bmatrix}$$

$$\{d_{ip}\}^T = [v_i \quad \theta_{zi} \quad v_p \quad \theta_{zp}], \quad \{f_{ip}\}^T = [f_{yi} \quad m_{zi} \quad f_{yp} \quad m_{zp}]$$

ただし、 f_{yi}, m_{zi} は節点 i の y 方向の材端力と z 軸まわりの材端曲げモーメントであり、

f_{yp}, m_{zp} は節点 p の y 方向の材端力と z 軸まわりの材端曲げモーメントである。

また、要素 qj の剛性方程式は次式となる。

$$[k_{qj}] \{d_{qj}\} = \{f_{qj}\} \quad (2.17)$$

ここに、

$$[k_{qj}] = \begin{bmatrix} K_j^v & & & \text{Sym.} \\ 0 & K_j^{\theta_z} & & \\ -K_j^v & 0 & K_j^v & \\ 0 & -K_j^{\theta_z} & 0 & K_j^{\theta_z} \end{bmatrix}$$

$$\{d_{qj}\}^T = [v_q \quad \theta_{zq} \quad v_j \quad \theta_{zj}], \quad \{f_{qj}\}^T = [f_{yq} \quad m_{zq} \quad f_{yj} \quad m_{zj}]$$

ただし、 f_{yq}, m_{zq} は節点 q の y 方向の材端力と z 軸まわりの材端曲げモーメントであり、 f_{yj}, m_{zj} は節点 j の y 方向の材端力と z 軸まわりの材端曲げモーメントである。

要素 pq の剛性方程式は次式となる。

$$[k_{pq}] \{d_{pq}\} = \{f_{pq}\} \quad (2.18)$$

ここに、

$$[k_{pq}] = \begin{bmatrix} 12EI_z/l^3 & & & \text{Sym.} \\ 6EI_z/l^2 & 4EI_z/l & & \\ -12EI_z/l^3 & -6EI_z/l^2 & 12EI_z/l^3 & \\ 6EI_z/l^2 & 2EI_z/l & -6EI_z/l^2 & 4EI_z/l \end{bmatrix}$$

$$\{d_{pq}\}^T = [v_p \quad \theta_{zp} \quad v_q \quad \theta_{zq}], \quad \{f_{pq}\}^T = [f_{yp} \quad m_{zp} \quad f_{yq} \quad m_{zq}]$$

ただし、 f_{yp}, m_{zp} は節点 p の y 方向の材端力と z 軸まわりの材端曲げモーメントであり、 f_{yq}, m_{zq} は節点 q の y 方向の材端力と z 軸まわりの材端曲げモーメントである。

(2.16), (2.17), (2.18)式を重ね合わせることによって、全体要素 ij の剛性方程式は次式となる。

$$[k_{ij}] \{d_{ij}\} = \{f_{ij}\} \quad (2.19)$$

ここに、

ただし, \bar{k}_{mn}^* ($m=1\sim 4, n=1\sim 4$) は $[k_{pq}^*]^{-1}$ のマトリックス成分を表している。

マトリックス $[\bar{C}_{vs}]$ の成分を具体的に示すと以下ようになる。

$$\begin{aligned}
 c_{11} &= \frac{K_i^v \left(12(EI_z)^2 K_i^{\theta_z} + 12(EI_z)^2 K_j^{\theta_z} + 12EI_z K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l + 12(EI_z)^2 K_j^{\theta_z} l^2 + 4EI_z K_i^{\theta_z} K_j^v l^3 + 4EI_z K_j^v K_i^{\theta_z} l^3 + K_i^{\theta_z} K_j^v K_j^{\theta_z} l^4 \right)}{\beta_{vs}} \\
 c_{12} &= -\frac{6EI_z K_i^{\theta_z} K_j^v l (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{\beta_{vs}}, \quad c_{13} = \frac{12EI_z K_j^v (EI_z K_i^{\theta_z} + EI_z K_j^{\theta_z} + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l)}{\beta_{vs}} \\
 c_{14} &= -\frac{6EI_z K_j^v K_i^{\theta_z} l (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{\beta_{vs}}, \quad c_{21} = -\frac{6EI_z K_i^v K_j^v l (2EI_z + K_j^{\theta_z} l)}{\beta_{vs}} \\
 c_{22} &= \frac{K_i^{\theta_z} \left(12(EI_z)^2 K_i^v + 12(EI_z)^2 K_j^v + 12EI_z K_i^v K_j^{\theta_z} l + 12EI_z K_j^v K_i^{\theta_z} l + 4EI_z K_i^v K_j^v l^3 + K_i^v K_j^v K_j^{\theta_z} l^4 \right)}{\beta_{vs}} \\
 c_{23} &= \frac{6EI_z K_i^v K_j^v l (2EI_z + K_j^{\theta_z} l)}{\beta_{vs}}, \quad c_{24} = \frac{2EI_z K_j^{\theta_z} (6EI_z K_i^v + 6EI_z K_j^v - K_i^v K_j^v l^3)}{\beta_{vs}} \\
 c_{31} &= \frac{12EI_z K_i^v (EI_z K_i^{\theta_z} + EI_z K_j^{\theta_z} + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l)}{\beta_{vs}}, \quad c_{32} = \frac{6EI_z K_i^v K_i^{\theta_z} l (2EI_z + K_j^{\theta_z} l)}{\beta_{vs}} \\
 c_{33} &= \frac{K_j^v \left(12(EI_z)^2 K_i^{\theta_z} + 12(EI_z)^2 K_j^{\theta_z} + 12EI_z K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l + 12(EI_z)^2 K_j^{\theta_z} l^2 + 4EI_z K_i^v K_i^{\theta_z} l^3 + 4EI_z K_i^v K_j^{\theta_z} l^3 + K_i^v K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l^4 \right)}{\beta_{vs}} \\
 c_{34} &= \frac{6EI_z K_i^v K_j^{\theta_z} l (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{\beta_{vs}}, \quad c_{41} = -\frac{6EI_z K_i^v K_j^v l (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{\beta_{vs}} \\
 c_{42} &= \frac{2EI_z K_i^{\theta_z} (6EI_z K_i^v + 6EI_z K_j^v - K_i^v K_j^v l^3)}{\beta_{vs}}, \quad c_{43} = \frac{6EI_z K_i^v K_j^v l (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{\beta_{vs}}
 \end{aligned}$$

ただし,

$$\begin{aligned}
 \beta_{vs} &= 12(EI_z)^2 K_i^v K_i^{\theta_z} + 12(EI_z)^2 K_i^{\theta_z} K_j^v + 12(EI_z)^2 K_i^v K_j^{\theta_z} + 12(EI_z)^2 K_j^v K_j^{\theta_z} + 12EI_z K_i^v K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l \\
 &\quad + 12EI_z K_i^{\theta_z} K_j^v K_j^{\theta_z} l + 12(EI_z)^2 K_i^v K_j^v l^2 + 4EI_z K_i^v K_i^{\theta_z} K_j^v l^3 + 4EI_z K_i^v K_j^v K_j^{\theta_z} l^3 + K_i^v K_i^{\theta_z} K_j^v K_j^{\theta_z} l^4
 \end{aligned}$$

したがって, (2.21)式の関係より, 節点自由度を外節点自由度のみに縮約する関係式が, 変換マトリックス $[T_{vs}]$ を用いて次式のように導かれる。

$$\{d_{ij}\} = [T_{vs}] \{\bar{d}_{ij}\} \quad (2.22)$$

ここに,

$$[T_{vs}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \{\bar{d}_{ij}\}^T = [v_i \quad \theta_{zi} \quad v_j \quad \theta_{zj}]$$

(2.22)式を(2.19)式に代入し、左から $[T_{vs}]^T$ を掛けると、次式のような剛性方程式が得られる。

$$[\bar{k}_{ij}] \{\bar{d}_{ij}\} = \{\bar{f}_{ij}\} \quad (2.23)$$

ここに、

$$[\bar{k}_{ij}] = [T_{vs}]^T [k_{ij}] [T_{vs}], \quad \{\bar{f}_{ij}\} = [T_{vs}]^T \{f_{ij}\} \\ = [f_{yi} \quad m_{zi} \quad f_{yj} \quad m_{zj}]^T, \quad [\bar{k}_{ij}] = \begin{bmatrix} k_{11} & & & \text{Sym.} \\ k_{21} & k_{22} & & \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix}$$

ただし、

$$k_{11} = \frac{12EI_z K_i^v K_j^v (EI_z K_i^{\theta z} + EI_z K_j^{\theta z} + K_i^{\theta z} K_j^{\theta z} l)}{\bar{K}_{vs}}, \quad k_{21} = \frac{6EI_z K_i^v K_i^{\theta z} K_j^v l (2EI_z + K_j^{\theta z} l)}{\bar{K}_{vs}}$$

$$k_{31} = -\frac{12EI_z K_i^v K_j^v (EI_z K_i^{\theta z} + EI_z K_j^{\theta z} + K_i^{\theta z} K_j^{\theta z} l)}{\bar{K}_{vs}}, \quad k_{41} = \frac{6EI_z K_i^v K_j^v K_j^{\theta z} l (2EI_z + K_i^{\theta z} l)}{\bar{K}_{vs}}$$

$$k_{22} = \frac{4EI_z K_i^{\theta z} (3EI_z K_i^v K_j^{\theta z} + 3EI_z K_j^v K_j^{\theta z} + 3EI_z K_i^v K_j^v l^2 + K_i^v K_j^v K_j^{\theta z} l^3)}{\bar{K}_{vs}}$$

$$k_{32} = -\frac{6EI_z K_i^v K_i^{\theta z} K_j^v l (2EI_z + K_j^{\theta z} l)}{\bar{K}_{vs}}, \quad k_{42} = \frac{2EI_z K_i^{\theta z} K_j^{\theta z} (-6EI_z K_i^v - 6EI_z K_j^v + K_i^v K_j^v l^3)}{\bar{K}_{vs}}$$

$$k_{33} = \frac{12EI_z K_i^v K_j^v (EI_z K_i^{\theta z} + EI_z K_j^{\theta z} + K_i^{\theta z} K_j^{\theta z} l)}{\bar{K}_{vs}}, \quad k_{43} = -\frac{6EI_z K_i^v K_j^v K_j^{\theta z} l (2EI_z + K_i^{\theta z} l)}{\bar{K}_{vs}}$$

$$k_{44} = \frac{4EI_z K_j^{\theta z} (3EI_z K_i^v K_i^{\theta z} + 3EI_z K_i^{\theta z} K_j^v + 3EI_z K_i^v K_j^v l^2 + K_i^v K_i^{\theta z} K_j^v l^3)}{\bar{K}_{vs}}$$

$$\bar{K}_{vs} = 12(EI_z)^2 K_i^v K_i^{\theta z} + 12(EI_z)^2 K_i^{\theta z} K_j^v + 12(EI_z)^2 K_i^v K_j^{\theta z} + 12(EI_z)^2 K_j^v K_j^{\theta z} + 12EI_z K_i^v K_i^{\theta z} K_j^{\theta z} l \\ + 12EI_z K_i^{\theta z} K_j^v K_j^{\theta z} l + 12(EI_z)^2 K_i^v K_j^v l^2 + 4EI_z K_i^v K_i^{\theta z} K_j^v l^3 + 4EI_z K_i^{\theta z} K_j^v K_j^{\theta z} l^3 + K_i^v K_i^{\theta z} K_j^v K_j^{\theta z} l^4$$

また、接合部剛性を剛接合からピン接合まで一般的に扱うために、次式のような接合係数 λ を用いて接合部剛性を表すと、

$$K_i^{\theta_z} = \frac{\lambda_i^{\theta_z}}{1 - \lambda_i^{\theta_z}} \frac{4EI_z}{l} \quad (2.24)$$

$$K_j^{\theta_z} = \frac{\lambda_j^{\theta_z}}{1 - \lambda_j^{\theta_z}} \frac{4EI_z}{l} \quad (2.25)$$

$$K_i^v = \frac{\lambda_i^v}{1 - \lambda_i^v} \frac{12EI_z}{l^3} \quad (2.26)$$

$$K_j^v = \frac{\lambda_j^v}{1 - \lambda_j^v} \frac{12EI_z}{l^3} \quad (2.27)$$

(2.24)～(2.27)式を(2.23)式に代入すると要素剛性マトリックスは次のようになる。

$$\begin{bmatrix} k_{11} & & & \\ k_{21} & k_{22} & & \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \text{Sym.} \quad (2.28)$$

ここに、

$$\begin{aligned} k_{11} &= \frac{12EI_z}{l^3} \frac{\lambda_i^v \lambda_j^v (\lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} + 2\lambda_i^{\theta_z} \lambda_j^{\theta_z})}{\kappa_{vs}}, & k_{21} &= \frac{6EI_z}{l^2} \frac{2\lambda_i^{\theta_z} \lambda_i^v \lambda_j^v (\lambda_j^{\theta_z} + 1)}{\kappa_{vs}} \\ k_{22} &= \frac{4EI_z}{l} \frac{\lambda_i^{\theta_z} \{\lambda_j^{\theta_z} \lambda_j^v - \lambda_i^v (-\lambda_j^{\theta_z} - 3\lambda_j^v + \lambda_j^{\theta_z} \lambda_j^v)\}}{\kappa_{vs}}, & k_{31} &= -\frac{12EI_z}{l^3} \frac{\lambda_i^v (\lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} + 2\lambda_i^{\theta_z} \lambda_j^{\theta_z}) \lambda_j^v}{\kappa_{vs}} \\ k_{32} &= -\frac{6EI_z}{l^2} \frac{2\lambda_i^{\theta_z} \lambda_i^v (\lambda_j^{\theta_z} + 1) \lambda_j^v}{\kappa_{vs}}, & k_{33} &= \frac{12EI_z}{l^3} \frac{\lambda_i^v (\lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} + 2\lambda_i^{\theta_z} \lambda_j^{\theta_z}) \lambda_j^v}{\kappa_{vs}} \\ k_{41} &= \frac{6EI_z}{l^2} \frac{2\lambda_j^{\theta_z} \lambda_i^v \lambda_j^v (\lambda_i^{\theta_z} + 1)}{\kappa_{vs}}, & k_{42} &= \frac{2EI_z}{l} \frac{2\lambda_i^{\theta_z} \lambda_j^{\theta_z} \{-\lambda_j^v + \lambda_i^v (-1 + 4\lambda_j^v)\}}{\kappa_{vs}} \\ k_{43} &= -\frac{6EI_z}{l^2} \frac{2\lambda_j^{\theta_z} \lambda_i^v \lambda_j^v (\lambda_i^{\theta_z} + 1)}{\kappa_{vs}}, & k_{44} &= \frac{4EI_z}{l} \frac{-\lambda_j^{\theta_z} \{\lambda_i^v (\lambda_i^v (-1 + \lambda_j^v) - \lambda_j^v) - 3\lambda_i^v \lambda_j^v\}}{\kappa_{vs}} \\ \kappa_{vs} &= \lambda_j^{\theta_z} \lambda_j^v + \lambda_i^v (\lambda_j^{\theta_z} + 3\lambda_j^v - \lambda_j^{\theta_z} \lambda_j^v) + \lambda_i^{\theta_z} (\lambda_j^v + 2\lambda_j^{\theta_z} \lambda_j^v - \lambda_i^v (-1 - 2\lambda_j^{\theta_z} + \lambda_j^v + 5\lambda_j^{\theta_z} \lambda_j^v)) \end{aligned}$$

上式を用いることで、外節点のみの自由度を用いて半剛接合部を考慮した骨組解析を行うことができる。

相対回転角の計算方法

相対回転角の計算方法を示す。まず、(2.23)式の剛性方程式から求めた外節点変位を

(2.21)式に代入することで、内節点変位が求まる。

このとき、(2.24)式、(2.25)式、(2.26)式、(2.27)式の関係式を(2.21)式に代入すると次式となる。

$$\begin{Bmatrix} v_p \\ \theta_{zp} \\ v_q \\ \theta_{zq} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{c}_{11} & \bar{c}_{12} & \bar{c}_{13} & \bar{c}_{14} \\ \bar{c}_{21} & \bar{c}_{22} & \bar{c}_{23} & \bar{c}_{24} \\ \bar{c}_{31} & \bar{c}_{32} & \bar{c}_{33} & \bar{c}_{34} \\ \bar{c}_{41} & \bar{c}_{42} & \bar{c}_{43} & \bar{c}_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_{zi} \\ v_j \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} \quad (2.29)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \bar{c}_{11} &= \frac{\lambda_i^v (-\lambda_j^{\theta_z} - 3\lambda_j^v + \lambda_i^{\theta_z} (-1 + \lambda_j^{\theta_z} (-2 + 3\lambda_j^v)))}{\bar{\alpha}}, & \bar{c}_{12} &= -\frac{l\lambda_i^{\theta_z} (-1 + \lambda_i^v)(1 + \lambda_j^{\theta_z})\lambda_j^v}{\bar{\alpha}} \\ \bar{c}_{13} &= \frac{(-1 + \lambda_i^v)(\lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} + 2\lambda_i^{\theta_z}\lambda_j^{\theta_z})\lambda_j^v}{\bar{\alpha}}, & \bar{c}_{14} &= -\frac{l(1 + \lambda_i^{\theta_z})(-1 + \lambda_i^v)\lambda_j^{\theta_z}\lambda_j^v}{\bar{\alpha}} \\ \bar{c}_{21} &= -\frac{3(-1 + \lambda_i^{\theta_z})\lambda_i^v(1 + \lambda_j^{\theta_z})\lambda_j^v}{l\bar{\alpha}}, & \bar{c}_{22} &= \frac{\lambda_i^{\theta_z} (-(-1 + 3\lambda_j^{\theta_z})\lambda_j^v + \lambda_i^v(-1 - 2\lambda_j^v + \lambda_j^{\theta_z}(-3 + 6\lambda_j^v)))}{\bar{\alpha}} \\ \bar{c}_{23} &= \frac{3(-1 + \lambda_i^{\theta_z})\lambda_i^v(1 + \lambda_j^{\theta_z})\lambda_j^v}{l\bar{\alpha}}, & \bar{c}_{24} &= -\frac{(-1 + \lambda_i^{\theta_z})\lambda_j^{\theta_z}(-\lambda_j^v + \lambda_i^v(-1 + 4\lambda_j^v))}{\bar{\alpha}} \\ \bar{c}_{31} &= \frac{\lambda_i^v(\lambda_i^{\theta_z} + \lambda_j^{\theta_z} + 2\lambda_i^{\theta_z}\lambda_j^{\theta_z})(-1 + \lambda_j^v)}{\bar{\alpha}}, & \bar{c}_{32} &= \frac{l\lambda_i^{\theta_z}\lambda_i^v(1 + \lambda_j^{\theta_z})(-1 + \lambda_j^v)}{\bar{\alpha}} \\ \bar{c}_{33} &= \frac{(-3\lambda_i^v - \lambda_j^{\theta_z} + \lambda_i^{\theta_z}(-1 + (-2 + 3\lambda_i^v)\lambda_j^{\theta_z}))\lambda_j^v}{\bar{\alpha}}, & \bar{c}_{34} &= \frac{l(1 + \lambda_i^{\theta_z})\lambda_i^v\lambda_j^{\theta_z}(-1 + \lambda_j^v)}{\bar{\alpha}} \\ \bar{c}_{41} &= -\frac{3(1 + \lambda_i^{\theta_z})\lambda_i^v(-1 + \lambda_j^{\theta_z})\lambda_j^v}{l\bar{\alpha}}, & \bar{c}_{42} &= -\frac{\lambda_i^{\theta_z}(-1 + \lambda_j^{\theta_z})(-\lambda_j^v + \lambda_i^v(-1 + 4\lambda_j^v))}{\bar{\alpha}} \\ \bar{c}_{43} &= \frac{3(1 + \lambda_i^{\theta_z})\lambda_i^v(-1 + \lambda_j^{\theta_z})\lambda_j^v}{l\bar{\alpha}}, & \bar{c}_{44} &= \frac{\lambda_j^{\theta_z}(-(-1 + 3\lambda_i^{\theta_z})\lambda_j^v + \lambda_i^v(-1 - 2\lambda_j^v + \lambda_i^{\theta_z}(-3 + 6\lambda_j^v)))}{\bar{\alpha}} \\ \bar{\alpha} &= -\lambda_j^{\theta_z}\lambda_j^v + \lambda_i^v(-\lambda_j^{\theta_z} - 3\lambda_j^v + \lambda_j^{\theta_z}\lambda_j^v) + \lambda_i^{\theta_z}(-(-1 + 2\lambda_j^{\theta_z})\lambda_j^v + \lambda_i^v(-1 - 2\lambda_j^v + \lambda_j^{\theta_z} + 5\lambda_j^{\theta_z}\lambda_j^v)) \end{aligned}$$

(2.29)式より、内節点 p,q の変位を求めることができる。その内節点変位とすでに求まっている外節点変位の差を計算することで、相対回転角を求めることができる。

(3) 軸方向バネを有するはり要素モデル

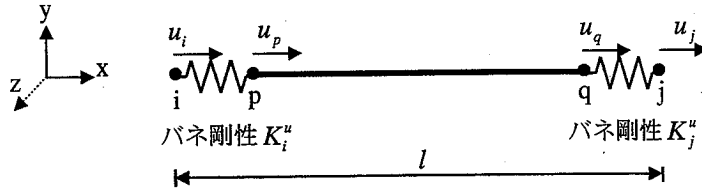


図 2-3 軸方向バネを有するはり要素モデル

このはり要素モデルは、前節と同様に通常の要素 pq と半剛接バネ要素 ip, jq の重ね合わせで表せるので、全体要素 ij の剛性方程式は次式となる。

$$[k_{ij}^u] \{d_{ij}^u\} = \{f_{ij}^u\} \quad (2.30)$$

ここに、

$$[k_{ij}^u] = \begin{bmatrix} K_i^u & & & & \text{Sym.} \\ -K_i^u & \frac{EA}{l} + K_i^u & & & \\ 0 & -\frac{EA}{l} & \frac{EA}{l} + K_j^u & & \\ 0 & 0 & -K_j^u & K_j^u & \end{bmatrix}$$

$$\{d_{ij}^u\}^T = [u_i \quad u_p \quad u_q \quad u_j], \quad \{f_{ij}^u\}^T = [f_{xi} \quad f_{xp} \quad f_{xq} \quad f_{xj}]$$

重ね合わせを行うことにより、内節点力は釣り合うことから、 f_{xp}, f_{xq} は 0 となるので、(2.30)式の 2, 3 行目を取り出すと次式となる。

$$[k_{pq}^{u*}] \{d_{pq}^u\} + [s_{pq}^u] \{d_{ij}^{u*}\} = \{0\} \quad (2.31)$$

ここに、

$$[k_{pq}^{u*}] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} + K_i^u & -\frac{EA}{l} \\ -\frac{EA}{l} & \frac{EA}{l} + K_j^u \end{bmatrix}, \quad [s_{pq}^u] = \begin{bmatrix} -K_i^u & 0 \\ 0 & -K_j^u \end{bmatrix}$$

$$\{d_{pq}^u\}^T = [u_p \quad u_q], \quad \{d_{ij}^{u*}\}^T = [u_i \quad u_j]$$

したがって、内節点変位 $\{d_{pq}^u\}$ と外節点変位 $\{d_{ij}^{u*}\}$ との関係式が次式のように導かれる。

$$\{d_{pq}^u\} = [\bar{C}_u] \{d_{ij}^{u*}\} \quad (2.32)$$

ここに、

$$[\bar{C}_u] = \begin{bmatrix} c_{11}^u & c_{12}^u \\ c_{21}^u & c_{22}^u \end{bmatrix}$$

$$c_{11}^u = \frac{\left(\frac{EA}{l} + K_j^u\right) K_i^u}{\beta_u}, \quad c_{12}^u = \frac{EA}{l} K_j^u, \quad c_{21}^u = \frac{EA}{l} K_i^u, \quad c_{22}^u = \frac{\left(\frac{EA}{l} + K_i^u\right) K_j^u}{\beta_u}$$

$$\text{ただし、} \beta_u = K_i^u K_j^u + \frac{EA}{l} (K_i^u + K_j^u)$$

したがって、(2.32)式の関係より、節点自由度を外節点自由度のみに縮約する関係式が、変換マトリックス $[T_u]$ を用いて次式のように導かれる。

$$\{d_{ij}^u\} = [T_u] \{\bar{d}_{ij}^u\} \quad (2.33)$$

ここに、

$$[T_u] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ c_{11}^u & c_{12}^u \\ c_{21}^u & c_{22}^u \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \{\bar{d}_{ij}^u\}^T = [u_i \quad u_j]$$

(2.33)式を(2.30)式に代入し、左から $[T_u]^T$ を掛けると、次式のような剛性方程式が得られる。

$$[\bar{k}_{ij}^u] \{\bar{d}_{ij}^u\} = \{\bar{f}_{ij}^u\} \quad (2.34)$$

ここに、

$$[\bar{k}_{ij}^u] = [T_u]^T [k_{ij}^u] [T_u]$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{EAK_i^u K_j^u}{EAK_i^u + EAK_j^u + K_i^u K_j^u l} & -\frac{EAK_i^u K_j^u}{EAK_i^u + EAK_j^u + K_i^u K_j^u l} \\ \frac{EAK_i^u K_j^u}{EAK_i^u + EAK_j^u + K_i^u K_j^u l} & \frac{EAK_i^u K_j^u}{EAK_i^u + EAK_j^u + K_i^u K_j^u l} \end{bmatrix}, \quad \begin{cases} \{\bar{f}_{ij}^u\} = [T_u]^T \{f_{ij}^u\} \\ = [f_{xi} \quad f_{xj}]^T \end{cases}$$

また、接合部剛性を剛接合からピン接合まで一般的に扱うために、次式のような接合係数 λ を用いて接合部剛性を表すと、

$$K_i^u = \frac{\lambda_i^u}{1 - \lambda_i^u} \frac{EA}{l} \quad (2.35)$$

$$K_j^u = \frac{\lambda_j^u}{1 - \lambda_j^u} \frac{EA}{l} \quad (2.36)$$

(2.34)式の剛性マトリックスは次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \frac{EA}{l} \frac{\lambda_i^u \lambda_j^u}{\lambda_i^u + \lambda_j^u - \lambda_i^u \lambda_j^u} & \frac{EA}{l} \frac{\lambda_i^u \lambda_j^u}{\lambda_i^u + \lambda_j^u - \lambda_i^u \lambda_j^u} \\ \frac{EA}{l} \frac{\lambda_i^u \lambda_j^u}{\lambda_i^u + \lambda_j^u - \lambda_i^u \lambda_j^u} & \frac{EA}{l} \frac{\lambda_i^u \lambda_j^u}{\lambda_i^u + \lambda_j^u - \lambda_i^u \lambda_j^u} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

上式を用いることで、外節点のみの自由度を用いて半剛接合部を考慮した骨組解析を行うことができる。

相対回転角の計算方法

相対回転角の計算方法を示す。まず、(2.34)式の剛性方程式から求めた外節点変位を(2.32)式に代入することで、内節点変位が求まる。

このとき、(2.35)式、(2.36)式の関係式を(2.32)式に代入すると次式となる。

$$\begin{Bmatrix} u_p \\ u_q \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_i^u & \lambda_j^u - \lambda_i^u \lambda_j^u \\ \frac{\lambda_i^u + \lambda_j^u - \lambda_i^u \lambda_j^u}{\lambda_i^u + \lambda_j^u - \lambda_i^u \lambda_j^u} & \frac{\lambda_i^u + \lambda_j^u - \lambda_i^u \lambda_j^u}{\lambda_i^u + \lambda_j^u - \lambda_i^u \lambda_j^u} \\ \lambda_i^u - \lambda_i^u \lambda_j^u & \lambda_j^u \\ \frac{\lambda_i^u + \lambda_j^u - \lambda_i^u \lambda_j^u}{\lambda_i^u + \lambda_j^u - \lambda_i^u \lambda_j^u} & \frac{\lambda_i^u + \lambda_j^u - \lambda_i^u \lambda_j^u}{\lambda_i^u + \lambda_j^u - \lambda_i^u \lambda_j^u} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} \quad (2.38)$$

(2.38)式により求めた内節点変位とすでに求まっている外節点変位との差を計算することで相対回転角を求めることができる。

(4) ねじりバネを有するはり要素モデル

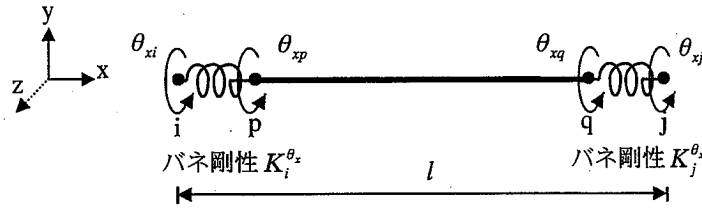


図 2-4 ねじりバネを有するはり要素モデル

このはり要素モデルは、前節と同様に通常の要素 pq と半剛接バネ要素 ip, jq の重ね合わせで表せるので、全体要素 ij の剛性方程式は次式となる。

$$[k_{ij}^{\theta}] \{d_{ij}^{\theta}\} = \{f_{ij}^{\theta}\} \quad (2.39)$$

ここに、

$$[k_{ij}^{\theta}] = \begin{bmatrix} K_i^{\theta_x} & & & \text{Sym.} \\ -K_i^{\theta_x} & \frac{GI_x}{l} + K_i^{\theta_x} & & \\ 0 & -\frac{GI_x}{l} & \frac{GI_x}{l} + K_j^{\theta_x} & \\ 0 & 0 & -K_j^{\theta_x} & K_j^{\theta_x} \end{bmatrix}$$

$$\{d_{ij}^{\theta}\}^T = [\theta_{xi} \quad \theta_{xp} \quad \theta_{xq} \quad \theta_{xj}], \quad \{f_{ij}^{\theta}\}^T = [m_{xi} \quad m_{xp} \quad m_{xq} \quad m_{xj}]$$

重ね合わせを行うことにより、内節点力は釣り合うことから、 m_{xp}, m_{xq} は 0 となるので、(2.39)式の 2, 3 行目を取り出すと次式となる。

$$[k_{pq}^{\theta*}] \{d_{pq}^{\theta}\} + [s_{pq}^{\theta}] \{d_{ij}^{\theta*}\} = \{0\} \quad (2.40)$$

ここに、

$$[k_{pq}^{\theta*}] = \begin{bmatrix} \frac{GI_x}{l} + K_i^{\theta_x} & -\frac{GI_x}{l} \\ -\frac{GI_x}{l} & \frac{GI_x}{l} + K_j^{\theta_x} \end{bmatrix}, \quad [s_{pq}^{\theta}] = \begin{bmatrix} -K_i^{\theta_x} & 0 \\ 0 & -K_j^{\theta_x} \end{bmatrix}$$

$$\{d_{pq}^{\theta}\}^T = [\theta_{xp} \quad \theta_{xq}], \quad \{d_{ij}^{\theta*}\}^T = [\theta_{xi} \quad \theta_{xj}]$$

したがって、内節点変位 $\{d_{pq}^\theta\}$ と外節点変位 $\{d_{ij}^{\theta*}\}$ との関係式が次式のように導かれる。

$$\{d_{pq}^\theta\} = [\bar{C}_\theta] \{d_{ij}^{\theta*}\} \quad (2.41)$$

ここに、

$$[\bar{C}_\theta] = \begin{bmatrix} c_{11}^\theta & c_{12}^\theta \\ c_{21}^\theta & c_{22}^\theta \end{bmatrix}$$

$$c_{11}^\theta = \frac{\left(\frac{GI_x}{l} + K_i^{\theta_x}\right) K_i^{\theta_x}}{\beta_\theta}, \quad c_{12}^\theta = \frac{GI_x K_j^{\theta_x}}{\beta_\theta}, \quad c_{21}^\theta = \frac{GI_x K_i^{\theta_x}}{\beta_\theta}, \quad c_{22}^\theta = \frac{\left(\frac{GI_x}{l} + K_i^{\theta_x}\right) K_j^{\theta_x}}{\beta_\theta}$$

$$\text{ただし、} \beta_\theta = K_i^{\theta_x} K_j^{\theta_x} + \frac{GI_x}{l} (K_i^{\theta_x} + K_j^{\theta_x})$$

したがって、(2.41)式の関係より、節点自由度を外節点自由度のみに縮約する関係式が、変換マトリックス $[T_\theta]$ を用いて次式のように導かれる。

$$\{d_{ij}^\theta\} = [T_\theta] \{\bar{d}_{ij}^\theta\} \quad (2.42)$$

ここに、

$$[T_\theta] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ c_{11}^\theta & c_{12}^\theta \\ c_{21}^\theta & c_{22}^\theta \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad \{\bar{d}_{ij}^\theta\}^T = [\theta_{xi} \quad \theta_{xj}]$$

(2.42)式を(2.39)式に代入し、左から $[T_\theta]^T$ を掛けると、次式のような剛性方程式が得られる。

$$[\bar{k}_{ij}^\theta] \{\bar{d}_{ij}^\theta\} = \{\bar{f}_{ij}^\theta\} \quad (2.43)$$

ここに、

$$[\bar{k}_{ij}^\theta] = [T_\theta]^T [k_{ij}^\theta] [T_\theta]$$

$$= \begin{bmatrix} \frac{GI_x K_i^{\theta_x} K_j^{\theta_x}}{GI_x K_i^{\theta_x} + GI_x K_j^{\theta_x} + K_i^{\theta_x} K_j^{\theta_x} l} & -\frac{GI_x K_i^{\theta_x} K_j^{\theta_x}}{GI_x K_i^{\theta_x} + GI_x K_j^{\theta_x} + K_i^{\theta_x} K_j^{\theta_x} l} \\ -\frac{GI_x K_i^{\theta_x} K_j^{\theta_x}}{GI_x K_i^{\theta_x} + GI_x K_j^{\theta_x} + K_i^{\theta_x} K_j^{\theta_x} l} & \frac{GI_x K_i^{\theta_x} K_j^{\theta_x}}{GI_x K_i^{\theta_x} + GI_x K_j^{\theta_x} + K_i^{\theta_x} K_j^{\theta_x} l} \end{bmatrix}, \quad \begin{cases} \{\bar{f}_{ij}^\theta\} = [T_\theta]^T \{f_{ij}^\theta\} \\ = [m_{xi} \quad m_{xj}]^T \end{cases}$$

また、接合部剛性を剛接合からピン接合まで一般的に扱うために、次式のような接合係数 λ を用いて接合部剛性を表すと、

$$K_i^{\theta_x} = \frac{\lambda_i^{\theta_x}}{1 - \lambda_i^{\theta_x}} \frac{GI_x}{l} \quad (2.44)$$

$$K_j^{\theta_x} = \frac{\lambda_j^{\theta_x}}{1 - \lambda_j^{\theta_x}} \frac{GI_x}{l} \quad (2.45)$$

(2.43)式の剛性マトリックスは次のようになる。

$$\begin{bmatrix} \frac{GI_x}{l} \frac{\lambda_i^{\theta_x} \lambda_j^{\theta_x}}{\lambda_i^{\theta_x} + \lambda_j^{\theta_x} - \lambda_i^{\theta_x} \lambda_j^{\theta_x}} & -\frac{GI_x}{l} \frac{\lambda_i^{\theta_x} \lambda_j^{\theta_x}}{\lambda_i^{\theta_x} + \lambda_j^{\theta_x} - \lambda_i^{\theta_x} \lambda_j^{\theta_x}} \\ -\frac{GI_x}{l} \frac{\lambda_i^{\theta_x} \lambda_j^{\theta_x}}{\lambda_i^{\theta_x} + \lambda_j^{\theta_x} - \lambda_i^{\theta_x} \lambda_j^{\theta_x}} & \frac{GI_x}{l} \frac{\lambda_i^{\theta_x} \lambda_j^{\theta_x}}{\lambda_i^{\theta_x} + \lambda_j^{\theta_x} - \lambda_i^{\theta_x} \lambda_j^{\theta_x}} \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

上式を用いることで、外節点のみの自由度を用いて半剛接合部を考慮した骨組解析を行うことができる。

相対回転角の計算方法

相対回転角の計算方法を示す。まず、(2.43)式の剛性方程式から求めた外節点変位を(2.41)式に代入することで、内節点変位が求まる。

このとき、(2.44)式、(2.45)式の関係式を(2.41)式に代入すると次式となる。

$$\begin{Bmatrix} \theta_{xp} \\ \theta_{xq} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\lambda_i^{\theta_x}}{\lambda_i^{\theta_x} + \lambda_j^{\theta_x} - \lambda_i^{\theta_x} \lambda_j^{\theta_x}} & \frac{\lambda_j^{\theta_x} - \lambda_i^{\theta_x} \lambda_j^{\theta_x}}{\lambda_i^{\theta_x} + \lambda_j^{\theta_x} - \lambda_i^{\theta_x} \lambda_j^{\theta_x}} \\ \frac{\lambda_i^{\theta_x} - \lambda_i^{\theta_x} \lambda_j^{\theta_x}}{\lambda_i^{\theta_x} + \lambda_j^{\theta_x} - \lambda_i^{\theta_x} \lambda_j^{\theta_x}} & \frac{\lambda_j^{\theta_x}}{\lambda_i^{\theta_x} + \lambda_j^{\theta_x} - \lambda_i^{\theta_x} \lambda_j^{\theta_x}} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{xi} \\ \theta_{xj} \end{Bmatrix} \quad (2.47)$$

(2.47)式により求めた内節点変位とすでに求まっている外節点変位との差を計算することで相対回転角を求めることができる。

分布荷重の図を示したが、ここでは等価節点力を用いて要素の中間荷重を定式化している。よって、本定式化によれば、等価節点力を用いて、一般的な要素の中間荷重を考慮することができる。

(2.48), (2.49), (2.50)式を重ね合わせることによって、全体要素 ij の剛性方程式は次式となる。

$$\begin{bmatrix} \frac{12EI_z}{l^3} & & & & & \\ \frac{6EI_z}{l^2} & \frac{4EI_z}{l} + K_i^{\theta_z} & & & & \\ -\frac{12EI_z}{l^3} & -\frac{6EI_z}{l^2} & \frac{12EI_z}{l^3} & & & \\ \frac{6EI_z}{l^2} & \frac{2EI_z}{l} & -\frac{6EI_z}{l^2} & \frac{4EI_z}{l} + K_j^{\theta_z} & & \\ 0 & -K_i^{\theta_z} & 0 & 0 & K_i^{\theta_z} & \\ 0 & 0 & 0 & -K_j^{\theta_z} & 0 & K_j^{\theta_z} \end{bmatrix} \begin{matrix} \text{Sym.} \\ \left\{ \begin{matrix} v_i \\ \theta_{zp} \\ v_j \\ \theta_{zq} \\ \theta_{zi} \\ \theta_{zj} \end{matrix} \right\} \end{matrix} = \begin{matrix} \left\{ \begin{matrix} f_{yi} \\ 0 \\ f_{yj} \\ 0 \\ m_{zi} \\ m_{zj} \end{matrix} \right\} + \left\{ \begin{matrix} f_{yi}^{eq} \\ m_{zp}^{eq} \\ f_{yj}^{eq} \\ m_{zq}^{eq} \\ 0 \\ 0 \end{matrix} \right\} \end{matrix} \quad (2.51)$$

ただし、重ね合わせを行うことにより、内節点力は釣り合うことから、 m_{zp}, m_{zq} は 0 となる。

(2.51)式の 3 行目と 5 行目を取り出すと、

$$\begin{aligned} \frac{6EI_z}{l^2}u_i - K_i^{\theta_z}\theta_{zi} + \left(\frac{4EI_z}{l} + K_i^{\theta_z}\right)\theta_{zp} - \frac{6EI_z}{l^2}u_j + \frac{2EI_z}{l}\theta_{zq} &= m_{zp}^{eq} \\ \frac{6EI_z}{l^2}u_i + \frac{2EI_z}{l}\theta_{zp} - \frac{6EI_z}{l^2}u_j + \left(\frac{4EI_z}{l} + K_j^{\theta_z}\right)\theta_{zq} - K_j^{\theta_z}\theta_{zj} &= m_{zq}^{eq} \end{aligned} \quad (2.52)$$

(2.52)式を θ_{zp}, θ_{zq} について解くと、

$$\begin{Bmatrix} \theta_{zp} \\ \theta_{zq} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11}^v & c_{12}^v & c_{13}^v & c_{14}^v & c_{15}^v & c_{16}^v \\ c_{21}^v & c_{22}^v & c_{23}^v & c_{24}^v & c_{25}^v & c_{26}^v \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_{zi} \\ v_j \\ \theta_{zj} \\ 1 \\ 1 \end{Bmatrix} \quad (2.53)$$

ここに、

$$\begin{aligned}
 k_{11} &= \frac{12EI_z}{l^3} \frac{l\{EI_z(K_i^{\theta_z} + K_j^{\theta_z}) + K_i^{\theta_z}K_j^{\theta_z}l\}}{\bar{\kappa}_v}, & k_{21} &= \frac{6EI_z}{l^2} \frac{lK_i^{\theta_z}(2EI_z + K_j^{\theta_z}l)}{\bar{\kappa}_v} \\
 k_{22} &= \frac{4EI_z}{l} \frac{lK_i^{\theta_z}(3EI_z + K_j^{\theta_z}l)}{\bar{\kappa}_v}, & k_{31} &= -\frac{12EI_z}{l^3} \frac{l\{EI_z(K_i^{\theta_z} + K_j^{\theta_z}) + K_i^{\theta_z}K_j^{\theta_z}l\}}{\bar{\kappa}_v} \\
 k_{32} &= -\frac{6EI_z}{l^2} \frac{lK_i^{\theta_z}(2EI_z + K_j^{\theta_z}l)}{\bar{\kappa}_v}, & k_{33} &= \frac{12EI_z}{l^3} \frac{l\{EI_z(K_i^{\theta_z} + K_j^{\theta_z}) + K_i^{\theta_z}K_j^{\theta_z}l\}}{\bar{\kappa}_v} \\
 k_{41} &= \frac{6EI_z}{l^2} \frac{lK_j^{\theta_z}(2EI_z + K_i^{\theta_z}l)}{\bar{\kappa}_v}, & k_{42} &= \frac{2EI_z}{l} \frac{l^2K_i^{\theta_z}K_j^{\theta_z}}{\bar{\kappa}_v} \\
 k_{43} &= -\frac{6EI_z}{l^2} \frac{lK_j^{\theta_z}(2EI_z + K_i^{\theta_z}l)}{\bar{\kappa}_v}, & k_{44} &= \frac{4EI_z}{l} \frac{lK_j^{\theta_z}(3EI_z + K_i^{\theta_z}l)}{\bar{\kappa}_v} \\
 k_{55} &= \frac{l(4EI_z + K_j^{\theta_z}l)}{\bar{\kappa}_v} m_{zp}^{eq2}, & k_{65} &= -\frac{2EI_z l m_{zp}^{eq} m_{zq}^{eq}}{\bar{\kappa}_v}, & k_{66} &= \frac{l(4EI_z + K_i^{\theta_z}l)}{\bar{\kappa}_v} m_{zq}^{eq2}
 \end{aligned}$$

ただし、 $\bar{\kappa}_v = 12(EI_z)^2 + 4EI_z(K_i^{\theta_z} + K_j^{\theta_z})l + K_i^{\theta_z}K_j^{\theta_z}l^2$

(2.55)式の5行目と6行目は恒等式となるので、除くことができるので、次式となる。

$$\begin{bmatrix} k_{11} & & & & & \\ & k_{22} & & & & \\ & & k_{33} & & & \\ & & & k_{44} & & \\ & & & & & \\ & & & & & \end{bmatrix} \text{Sym.} \begin{bmatrix} v_i \\ \theta_{zi} \\ v_j \\ \theta_{zj} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_{yi} \\ m_{zi} \\ f_{yj} \\ m_{zj} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f_{yi}^{eq} + c_{11}^v m_{zp}^{eq} + c_{21}^v m_{zq}^{eq} \\ c_{12}^v m_{zp}^{eq} + c_{22}^v m_{zq}^{eq} \\ f_{yj}^{eq} + c_{13}^v m_{zp}^{eq} + c_{23}^v m_{zq}^{eq} \\ c_{14}^v m_{zp}^{eq} + c_{24}^v m_{zq}^{eq} \end{bmatrix} \quad (2.56)$$

(2.56)式の要素剛性マトリックスは、分布荷重の作用しない場合の(2.9)式の要素剛性マトリックスと同じものとなり右辺の外力ベクトルに分布荷重の影響項が付加された形となる。(2.56)式を用いることで、外節点のみの自由度を用いて分布荷重等による等価節点力が作用する場合の半剛接骨組の解析を行うことができる。

(2) 曲げ及びせん断バネを有するはり要素モデル

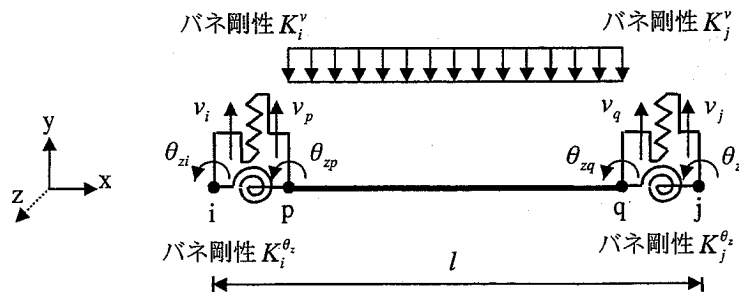


図 2-6 曲げ及びせん断バネを有するはり要素モデル

図 2-6 に示すような、要素両端にせん断バネ剛性 K_i^v, K_p^v 、曲げバネ剛性 $K_i^{\theta_z}, K_p^{\theta_z}$ の長さ 0 のバネ要素を有するはり要素モデルを考える。このとき、要素 ip の剛性方程式は次式となる。

$$[k_{ip}] \{d_{ip}\} = \{f_{ip}\} \quad (2.57)$$

ここに、

$$[k_{ip}] = \begin{bmatrix} K_i^v & & & \text{Sym.} \\ 0 & K_i^{\theta_z} & & \\ -K_i^v & 0 & K_p^v & \\ 0 & -K_i^{\theta_z} & 0 & K_p^{\theta_z} \end{bmatrix}$$

$$\{d_{ip}\}^T = [v_i \quad \theta_{zi} \quad v_p \quad \theta_{zp}], \quad \{f_{ip}\}^T = [f_{yi} \quad m_{zi} \quad f_{yp} \quad m_{zp}]$$

ただし、 f_{yi}, m_{zi} は節点 i の y 方向の材端力と z 軸まわりの材端曲げモーメントであり、 f_{yp}, m_{zp} は節点 p の y 方向の材端力と z 軸まわりの材端曲げモーメントである。

また、要素 qj の剛性方程式は次式となる。

$$[k_{qj}] \{d_{qj}\} = \{f_{qj}\} \quad (2.58)$$

ここに、

$$[k_{qj}] = \begin{bmatrix} K_j^v & & & \text{Sym.} \\ 0 & K_j^{\theta_z} & & \\ -K_j^v & 0 & K_p^v & \\ 0 & -K_j^{\theta_z} & 0 & K_p^{\theta_z} \end{bmatrix}$$

$$\{d_{qj}\}^T = [v_q \quad \theta_{zq} \quad v_j \quad \theta_{zj}], \quad \{f_{qj}\}^T = [f_{yq} \quad m_{zq} \quad f_{yj} \quad m_{zj}]$$

ただし、 f_{yq}, m_{zq} は節点 q の y 方向の材端力と z 軸まわりの材端曲げモーメントであり、 f_{yj}, m_{zj} は節点 j の y 方向の材端力と z 軸まわりの材端曲げモーメントである。

要素 pq の剛性方程式は次式となる。

$$[k_{pq}] \{d_{pq}\} = \{f_{pq}\} + \{f_{pq}^{eq}\} \quad (2.59)$$

ここに、

$$[k_{pq}] = \begin{bmatrix} 12EI_z/l^3 & & & & \text{Sym.} \\ 6EI_z/l^2 & 4EI_z/l & & & \\ -12EI_z/l^3 & -6EI_z/l^2 & 12EI_z/l^3 & & \\ 6EI_z/l^2 & 2EI_z/l & -6EI_z/l^2 & 4EI_z/l & \end{bmatrix}$$

$$\{d_{pq}\}^T = [v_p \quad \theta_{zp} \quad v_q \quad \theta_{zq}], \quad \{f_{pq}\}^T = [f_{yp} \quad m_{zp} \quad f_{yq} \quad m_{zq}]$$

$$\{f_{pq}^{eq}\}^T = [f_{yp}^{eq} \quad m_{zp}^{eq} \quad f_{yq}^{eq} \quad m_{zq}^{eq}]$$

ただし、 f_{yp}, m_{zp} は節点 p の y 方向の材端力と z 軸まわりの材端曲げモーメントであり、 f_{yq}, m_{zq} は節点 q の y 方向の材端力と z 軸まわりの材端曲げモーメントである。また、 $f_{yp}^{eq}, m_{zp}^{eq}, f_{yq}^{eq}, m_{zq}^{eq}$ は各節点の分布荷重に対する等価節点力である。

(2.57), (2.58), (2.59)式を重ね合わせることによって、全体要素 ij の剛性方程式は次式となる。

$$[k_{ij}] \{d_{ij}\} = \{f_{ij}\} + \{f_{ij}^{eq}\} \quad (2.60)$$

ここに、

$$[k_{ij}] = \begin{bmatrix} K_i^v & & & & & & & & & \text{Sym.} \\ 0 & K_i^{\theta_z} & & & & & & & & \\ -K_i^v & 0 & \frac{12EI_z}{l^3} + K_i^v & & & & & & & \\ 0 & -K_i^{\theta_z} & \frac{6EI_z}{l^2} & \frac{4EI_z}{l} + K_i^{\theta_z} & & & & & & \\ 0 & 0 & -\frac{12EI_z}{l^3} & -\frac{6EI_z}{l^2} & \frac{12EI_z}{l^3} + K_j^v & & & & & \\ 0 & 0 & \frac{6EI_z}{l^2} & \frac{2EI_z}{l} & -\frac{6EI_z}{l^2} & \frac{4EI_z}{l} + K_j^{\theta_z} & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_j^v & 0 & K_j^v & & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -K_j^{\theta_z} & 0 & K_j^{\theta_z} & & \end{bmatrix}$$

$$\{d_{ij}\}^T = [v_i \quad \theta_{zi} \quad v_p \quad \theta_{zp} \quad v_q \quad \theta_{zq} \quad v_j \quad \theta_{zj}], \quad \{f_{ij}\}^T = [f_{yi} \quad m_{zi} \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad f_{yj} \quad m_{zj}]$$

$$\{f_{ij}^{eq}\}^T = [0 \quad 0 \quad f_{yp}^{eq} \quad m_{zp}^{eq} \quad f_{yq}^{eq} \quad m_{zq}^{eq} \quad 0 \quad 0]$$

ただし、重ね合わせを行うことにより、内節点力は釣り合うことから、 $f_{yp}, m_{zp}, f_{yq}, m_{zq}$ は 0 となる。

(2.60)式の 3~6 行目を取り出すと次式となる。

$$[k_{pq}^*] \{d_{pq}\} + [s_{pq}] \{d_{ij}^*\} = \{f_{pq}^{eq}\} \quad (2.61)$$

ここに,

$$[k_{pq}^*] = \begin{bmatrix} \frac{12EI_z}{l^3} + K_i^v & & & \\ \frac{6EI_z}{l^2} & \frac{4EI_z}{l} + K_i^{\theta_z} & & \\ -\frac{12EI_z}{l^3} & -\frac{6EI_z}{l^2} & \frac{12EI_z}{l^3} + K_j^v & \\ \frac{6EI_z}{l^2} & \frac{2EI_z}{l} & -\frac{6EI_z}{l^2} & \frac{4EI_z}{l} + K_j^{\theta_z} \end{bmatrix} \text{Sym.}, \quad [S_{pq}] = \begin{bmatrix} -K_i^v & & & \\ 0 & -K_i^{\theta_z} & & \\ 0 & 0 & -K_j^v & \\ 0 & 0 & 0 & -K_j^{\theta_z} \end{bmatrix} \text{Sym.}$$

$$\{d_{ij}^*\}^T = [v_i \quad \theta_{zi} \quad v_j \quad \theta_{zj}]$$

したがって、内節点変位 $\{d_{pq}\}$ と外節点変位 $\{d_{ij}^*\}$ との関係式が次式のように導かれる。

$$\{d_{pq}\} = -[k_{pq}^*]^{-1} [S_{pq}] \{d_{ij}^*\} + [k_{pq}^*]^{-1} \{f_{pq}^{eq}\} = [\bar{C}_{vs}] \{d_{ij}^*\} + \{\bar{F}_{vs}\} \quad (2.62)$$

ここに,

$$[\bar{C}_{vs}] = \begin{bmatrix} K_p^v \cdot \bar{k}_{11}^* & K_{zp}^{\theta} \cdot \bar{k}_{12}^* & K_q^v \cdot \bar{k}_{13}^* & K_{zq}^{\theta} \cdot \bar{k}_{14}^* \\ K_p^v \cdot \bar{k}_{21}^* & K_{zp}^{\theta} \cdot \bar{k}_{22}^* & K_q^v \cdot \bar{k}_{23}^* & K_{zq}^{\theta} \cdot \bar{k}_{24}^* \\ K_p^v \cdot \bar{k}_{31}^* & K_{zp}^{\theta} \cdot \bar{k}_{32}^* & K_q^v \cdot \bar{k}_{33}^* & K_{zq}^{\theta} \cdot \bar{k}_{34}^* \\ K_p^v \cdot \bar{k}_{41}^* & K_{zp}^{\theta} \cdot \bar{k}_{42}^* & K_q^v \cdot \bar{k}_{43}^* & K_{zq}^{\theta} \cdot \bar{k}_{44}^* \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} \end{bmatrix}$$

$$\{\bar{F}_{vs}\} = \begin{bmatrix} \bar{k}_{11}^* \cdot f_{yp}^{eq} + \bar{k}_{12}^* \cdot m_{yp}^{eq} + \bar{k}_{13}^* \cdot f_{yq}^{eq} + \bar{k}_{14}^* \cdot m_{yq}^{eq} \\ \bar{k}_{21}^* \cdot f_{yp}^{eq} + \bar{k}_{22}^* \cdot m_{yp}^{eq} + \bar{k}_{23}^* \cdot f_{yq}^{eq} + \bar{k}_{24}^* \cdot m_{yq}^{eq} \\ \bar{k}_{31}^* \cdot f_{yp}^{eq} + \bar{k}_{32}^* \cdot m_{yp}^{eq} + \bar{k}_{33}^* \cdot f_{yq}^{eq} + \bar{k}_{34}^* \cdot m_{yq}^{eq} \\ \bar{k}_{41}^* \cdot f_{yp}^{eq} + \bar{k}_{42}^* \cdot m_{yp}^{eq} + \bar{k}_{43}^* \cdot f_{yq}^{eq} + \bar{k}_{44}^* \cdot m_{yq}^{eq} \end{bmatrix}$$

ただし、 \bar{k}_{mn}^* ($m=1\sim 4, n=1\sim 4$) は $[k_{pq}^*]^{-1}$ のマトリックス成分を表している。

マトリックス $[\bar{C}_{vs}]$ の成分を具体的に示すと以下ようになる。

$$c_{11} = \frac{K_i^v (12(EI_z)^2 K_i^{\theta_z} + 12(EI_z)^2 K_j^{\theta_z} + 12EI_z K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l + 12(EI_z)^2 K_j^{\theta_z} l^2 + 4EI_z K_i^{\theta_z} K_j^v l^3 + 4EI_z K_j^{\theta_z} K_i^v l^3 + K_i^{\theta_z} K_j^v K_j^{\theta_z} l^4)}{\beta_{vs}}$$

$$c_{12} = -\frac{6EI_z K_i^{\theta_z} K_j^v l (2EI_z + K_j^{\theta_z} l)}{\beta_{vs}}, \quad c_{13} = \frac{12EI_z K_j^v (EI_z K_i^{\theta_z} + EI_z K_j^{\theta_z} + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l)}{\beta_{vs}}$$

$$c_{14} = -\frac{6EI_z K_j^v K_j^{\theta_z} l (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{\beta_{vs}}, \quad c_{21} = -\frac{6EI_z K_i^v K_j^v l (2EI_z + K_j^{\theta_z} l)}{\beta_{vs}}$$

$$c_{22} = \frac{K_i^{\theta_z} (12(EI_z)^2 K_i^v + 12(EI_z)^2 K_j^v + 12EI_z K_i^v K_j^{\theta_z} l + 12EI_z K_j^v K_j^{\theta_z} l + 4EI_z K_i^v K_j^v l^3 + K_i^v K_j^v K_j^{\theta_z} l^4)}{\beta_{vs}}$$

$$c_{23} = \frac{6EI_z K_i^v K_j^v l (2EI_z + K_j^{\theta_z} l)}{\beta_{vs}}, \quad c_{24} = \frac{2EI_z K_j^{\theta_z} (6EI_z K_i^v + 6EI_z K_j^v - K_i^v K_j^v l^3)}{\beta_{vs}}$$

$$\begin{aligned}
 c_{31} &= \frac{12EI_z K_i^\nu (EI_z K_i^{\theta_z} + EI_z K_j^{\theta_z} + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l)}{\beta_{vs}}, & c_{32} &= \frac{6EI_z K_i^\nu K_i^{\theta_z} l (2EI_z + K_j^{\theta_z} l)}{\beta_{vs}} \\
 c_{33} &= \frac{K_j^\nu (12(EI_z)^2 K_i^{\theta_z} + 12(EI_z)^2 K_j^{\theta_z} + 12EI_z K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l + 12(EI_z)^2 K_i^\nu l^2 + 4EI_z K_i^\nu K_i^{\theta_z} l^3 + 4EI_z K_i^\nu K_j^{\theta_z} l^3 + K_i^\nu K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l^4)}{\beta_{vs}} \\
 c_{34} &= \frac{6EI_z K_i^\nu K_j^{\theta_z} l (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{\beta_{vs}}, & c_{41} &= -\frac{6EI_z K_i^\nu K_j^\nu l (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{\beta_{vs}} \\
 c_{42} &= \frac{2EI_z K_i^{\theta_z} (6EI_z K_i^\nu + 6EI_z K_j^\nu - K_i^\nu K_j^\nu l^3)}{\beta_{vs}}, & c_{43} &= \frac{6EI_z K_i^\nu K_j^\nu l (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{\beta_{vs}} \\
 c_{44} &= \frac{K_j^{\theta_z} (12(EI_z)^2 K_i^\nu + 12(EI_z)^2 K_j^\nu + 12EI_z K_i^\nu K_i^{\theta_z} l + 12EI_z K_i^{\theta_z} K_j^\nu l + 4EI_z K_i^\nu K_j^\nu l^3 + K_i^\nu K_i^{\theta_z} K_j^\nu l^4)}{\beta_{vs}}
 \end{aligned}$$

ただし,

$$\begin{aligned}
 \beta_{vs} &= 12(EI_z)^2 K_i^\nu K_i^{\theta_z} + 12(EI_z)^2 K_i^{\theta_z} K_j^\nu + 12(EI_z)^2 K_i^\nu K_j^{\theta_z} + 12(EI_z)^2 K_j^\nu K_j^{\theta_z} + 12EI_z K_i^\nu K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l \\
 &\quad + 12EI_z K_i^{\theta_z} K_j^\nu K_j^{\theta_z} l + 12(EI_z)^2 K_i^\nu K_j^\nu l^2 + 4EI_z K_i^\nu K_i^{\theta_z} K_j^\nu l^3 + 4EI_z K_i^\nu K_j^\nu K_j^{\theta_z} l^3 + K_i^\nu K_i^{\theta_z} K_j^\nu K_j^{\theta_z} l^4
 \end{aligned}$$

したがって、(2.62)式の関係より、節点自由度を外節点自由度のみに縮約する関係式が、変換マトリックス $[T_{vsd}]$ を用いて次式のように導かれる。

$$\{d_{ij}\} = [T_{vsd}] \{\bar{d}_{ij}\} \quad (2.63)$$

ここに,

$$[T_{vsd}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ c_{11} & c_{12} & c_{13} & c_{14} & \bar{k}_{11}^* f_{yp}^{eq} & \bar{k}_{12}^* m_{yp}^{eq} & \bar{k}_{13}^* f_{yq}^{eq} & \bar{k}_{14}^* m_{yq}^{eq} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} & c_{24} & \bar{k}_{21}^* f_{yp}^{eq} & \bar{k}_{22}^* m_{yp}^{eq} & \bar{k}_{23}^* f_{yq}^{eq} & \bar{k}_{24}^* m_{yq}^{eq} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & c_{34} & \bar{k}_{31}^* f_{yp}^{eq} & \bar{k}_{32}^* m_{yp}^{eq} & \bar{k}_{33}^* f_{yq}^{eq} & \bar{k}_{34}^* m_{yq}^{eq} \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} & \bar{k}_{41}^* f_{yp}^{eq} & \bar{k}_{42}^* m_{yp}^{eq} & \bar{k}_{43}^* f_{yq}^{eq} & \bar{k}_{44}^* m_{yq}^{eq} \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\{\bar{d}_{ij}\}^T = [v_i \quad \theta_{zi} \quad v_j \quad \theta_{zj} \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]$$

(2.63)式を(2.60)式に代入し、左から $[T_{vsd}]^T$ を掛けると、次式のような剛性方程式が得られ

る。

$$[\bar{k}_{ij}] \{\bar{d}_{ij}\} = \{f_{ij}\} + \{f_{ij}^{eq}\} \quad (2.64)$$

ここに、

$$[\bar{k}_{ij}] = [T_{vsd}]^T [k_{ij}] [T_{vsd}], \quad \{f_{ij}\} = [T_{vsd}]^T \{f_{ij}\} \\ = [f_{yi} \quad m_{zi} \quad f_{yj} \quad m_{zj} \quad 1 \quad 1 \quad 1 \quad 1]^T$$

$$\{f_{ij}^{eq}\} = [T_{vsd}]^T \{f_{ij}^{eq}\} \\ = \begin{Bmatrix} c_{11}f_{yp}^{eq} + c_{12}m_{yp}^{eq} + c_{13}f_{yq}^{eq} + c_{14}f_{yq}^{eq} \\ c_{21}f_{yp}^{eq} + c_{22}m_{yp}^{eq} + c_{23}f_{yq}^{eq} + c_{24}f_{yq}^{eq} \\ c_{31}f_{yp}^{eq} + c_{32}m_{yp}^{eq} + c_{33}f_{yq}^{eq} + c_{34}f_{yq}^{eq} \\ c_{41}f_{yp}^{eq} + c_{42}m_{yp}^{eq} + c_{43}f_{yq}^{eq} + c_{44}f_{yq}^{eq} \end{Bmatrix} \\ = \begin{Bmatrix} (\bar{k}_{11}^* f_{yp}^{eq} + \bar{k}_{21}^* m_{yp}^{eq} + \bar{k}_{31}^* f_{yq}^{eq} + \bar{k}_{41}^* m_{yq}^{eq}) f_{yp}^{eq} \\ (\bar{k}_{12}^* f_{yp}^{eq} + \bar{k}_{22}^* m_{yp}^{eq} + \bar{k}_{32}^* f_{yq}^{eq} + \bar{k}_{42}^* m_{yq}^{eq}) m_{yp}^{eq} \\ (\bar{k}_{13}^* f_{yp}^{eq} + \bar{k}_{23}^* m_{yp}^{eq} + \bar{k}_{33}^* f_{yq}^{eq} + \bar{k}_{43}^* m_{yq}^{eq}) f_{yq}^{eq} \\ (\bar{k}_{14}^* f_{yp}^{eq} + \bar{k}_{24}^* m_{yp}^{eq} + \bar{k}_{34}^* f_{yq}^{eq} + \bar{k}_{44}^* m_{yq}^{eq}) m_{yq}^{eq} \end{Bmatrix}$$

(2.64)式の5行目から8行目の式は恒等式となるので、除去することによって、次式のよ
うに、内節点自由度を縮約した要素剛性方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} k_{11} & & & & \text{Sym.} \\ k_{21} & k_{22} & & & \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & & \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} & \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_{zi} \\ v_j \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{yi} \\ m_{zi} \\ f_{yj} \\ m_{zj} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} c_{11}f_{yp}^{eq} + c_{12}m_{yp}^{eq} + c_{13}f_{yq}^{eq} + c_{14}f_{yq}^{eq} \\ c_{21}f_{yp}^{eq} + c_{22}m_{yp}^{eq} + c_{23}f_{yq}^{eq} + c_{24}f_{yq}^{eq} \\ c_{31}f_{yp}^{eq} + c_{32}m_{yp}^{eq} + c_{33}f_{yq}^{eq} + c_{34}f_{yq}^{eq} \\ c_{41}f_{yp}^{eq} + c_{42}m_{yp}^{eq} + c_{43}f_{yq}^{eq} + c_{44}f_{yq}^{eq} \end{Bmatrix} \quad (2.65)$$

ただし、

$$k_{11} = \frac{12EI_z K_i^v K_j^v (EI_z K_i^{\theta_z} + EI_z K_j^{\theta_z} + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vs}}, \quad k_{21} = \frac{6EI_z K_i^v K_i^{\theta_z} K_j^v l (2EI_z + K_j^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vs}} \\ k_{31} = -\frac{12EI_z K_i^v K_j^v (EI_z K_i^{\theta_z} + EI_z K_j^{\theta_z} + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vs}}, \quad k_{41} = \frac{6EI_z K_i^v K_j^v K_j^{\theta_z} l (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vs}} \\ k_{22} = \frac{4EI_z K_i^{\theta_z} (3EI_z K_i^v K_j^{\theta_z} + 3EI_z K_j^v K_j^{\theta_z} + 3EI_z K_i^v K_j^v l^2 + K_i^v K_j^v K_j^{\theta_z} l^3)}{\bar{K}_{vs}} \\ k_{32} = -\frac{6EI_z K_i^v K_i^{\theta_z} K_j^v l (2EI_z + K_j^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vs}}, \quad k_{42} = \frac{2EI_z K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} (-6EI_z K_i^v - 6EI_z K_j^v + K_i^v K_j^v l^3)}{\bar{K}_{vs}} \\ k_{33} = \frac{12EI_z K_i^v K_j^v (EI_z K_i^{\theta_z} + EI_z K_j^{\theta_z} + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vs}}, \quad k_{43} = -\frac{6EI_z K_i^v K_j^v K_j^{\theta_z} l (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vs}}$$

$$k_{44} = \frac{4EI_z K_j^{\theta_z} (3EI_z K_i^v K_i^{\theta_z} + 3EI_z K_i^{\theta_z} K_j^v + 3EI_z K_i^v K_j^v l^2 + K_i^v K_i^{\theta_z} K_j^v l^3)}{\bar{K}_{vs}}$$

$$\begin{aligned} \bar{K}_{vs} = & 12(EI_z)^2 K_i^v K_i^{\theta_z} + 12(EI_z)^2 K_i^{\theta_z} K_j^v + 12(EI_z)^2 K_i^v K_j^{\theta_z} + 12(EI_z)^2 K_j^v K_j^{\theta_z} + 12EI_z K_i^v K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l \\ & + 12EI_z K_i^{\theta_z} K_j^v K_j^{\theta_z} l + 12(EI_z)^2 K_i^v K_j^v l^2 + 4EI_z K_i^v K_i^{\theta_z} K_j^v l^3 + 4EI_z K_i^{\theta_z} K_j^v K_j^{\theta_z} l^3 + K_i^v K_i^{\theta_z} K_j^v K_j^{\theta_z} l^4 \end{aligned}$$

(2.65)式の要素剛性マトリックスは、分布荷重の作用しない場合の(2.23)式の要素剛性マトリックスと同じものとなり右辺の外力ベクトルに分布荷重の影響項が付加された形となる。

(3) 軸方向バネを有するはり要素モデル

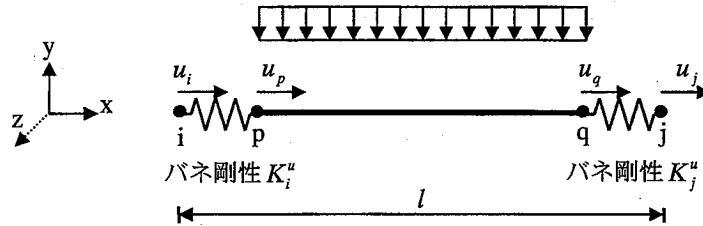


図 2-7 軸方向バネを有するはり要素モデル

このはり要素モデルは、前節と同様に通常の要素 pq と半剛接バネ要素 ip, qj の重ね合わせで表せるので、全体要素 ij の剛性方程式は次式となる。

$$[k_{ij}^u] \{d_{ij}^u\} = \{f_{ij}^u\} + \{f_{ij}^{u,eq}\} \quad (2.66)$$

ここに、

$$[k_{ij}^u] = \begin{bmatrix} K_i^u & & & & \text{Sym.} \\ -K_i^u & \frac{EA}{l} + K_i^u & & & \\ 0 & -\frac{EA}{l} & \frac{EA}{l} + K_j^u & & \\ 0 & 0 & -K_j^u & K_j^u & \end{bmatrix}$$

$$\{d_{ij}^u\}^T = [u_i \quad u_p \quad u_q \quad u_j], \quad \{f_{ij}^u\}^T = [f_{xi} \quad 0 \quad 0 \quad f_{xj}], \quad \{f_{ij}^{u,eq}\}^T = [0 \quad f_{xp}^{eq} \quad f_{xq}^{eq} \quad 0]$$

ただし、重ね合わせを行うことにより、内節点力は釣り合うことから、 f_{xp}, f_{xq} は 0 となる。(2.66)式の 2, 3 行目を取り出すと次式となる。

$$[k_{pq}^{u*}] \{d_{pq}^u\} + [s_{pq}^u] \{d_{ij}^{u*}\} = \{\bar{f}_{ij}^{u eq}\} \quad (2.67)$$

ここに,

$$[k_{pq}^{u*}] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} + K_i^u & -\frac{EA}{l} \\ -\frac{EA}{l} & \frac{EA}{l} + K_j^u \end{bmatrix}, \quad [s_{pq}^u] = \begin{bmatrix} -K_i^u & 0 \\ 0 & -K_j^u \end{bmatrix}, \quad \{d_{pq}^u\}^T = [u_p \quad u_q]$$

$$\{d_{ij}^{u*}\}^T = [u_i \quad u_j], \quad \{\bar{f}_{ij}^{u eq}\}^T = [f_{xp}^{eq} \quad f_{xq}^{eq}]$$

したがって、内節点変位 $\{d_{pq}^u\}$ と外節点変位 $\{d_{ij}^{u*}\}$ との関係式が次式のように導かれる。

$$\{d_{pq}^u\} = [\bar{C}_u] \{d_{ij}^{u*}\} + \{\bar{F}_u\} \quad (2.68)$$

ここに,

$$[\bar{C}_u] = \begin{bmatrix} c_{11}^u & c_{12}^u \\ c_{21}^u & c_{22}^u \end{bmatrix}, \quad \{\bar{F}_u\} = \begin{bmatrix} c_{13}^u + c_{14}^u \\ c_{23}^u + c_{24}^u \end{bmatrix}$$

$$c_{11}^u = \frac{\left(\frac{EA}{l} + K_j^u\right) K_i^u}{\beta_u}, \quad c_{12}^u = \frac{\frac{EA}{l} K_j^u}{\beta_u}, \quad c_{21}^u = \frac{\frac{EA}{l} K_i^u}{\beta_u}, \quad c_{22}^u = \frac{\left(\frac{EA}{l} + K_i^u\right) K_j^u}{\beta_u}$$

$$c_{13}^u = \frac{\left(\frac{EA}{l} + K_j^u\right) f_{xp}^{eq}}{\beta_u}, \quad c_{14}^u = \frac{\frac{EA}{l} f_{xq}^{eq}}{\beta_u}, \quad c_{23}^u = \frac{\frac{EA}{l} f_{xp}^{eq}}{\beta_u}, \quad c_{24}^u = \frac{\left(\frac{EA}{l} + K_i^u\right) f_{xq}^{eq}}{\beta_u}$$

$$\text{ただし, } \beta_u = K_i^u K_j^u + \frac{EA}{l} (K_i^u + K_j^u)$$

したがって、(2.68)式の関係より、節点自由度を外節点自由度のみに縮約する関係式が、変換マトリックス $[T_{ud}]$ を用いて次式のように導かれる。

$$\{d_{ij}^u\} = [T_{ud}] \{\bar{d}_{ij}^u\} \quad (2.69)$$

ここに,

$$[T_{ud}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ c_{11}^u & c_{12}^u & c_{13}^u & c_{14}^u \\ c_{21}^u & c_{22}^u & c_{23}^u & c_{24}^u \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \{\bar{d}_{ij}^u\}^T = [u_i \quad u_j \quad 1 \quad 1]$$

(2.69)式を(2.66)式に代入し、左から $[T_{ud}]^T$ を掛けると、次式のような剛性方程式が得られる。

$$[\bar{k}_{ij}^u] \{\bar{d}_{ij}^u\} = \{\bar{f}_{ij}^u\} + \{\bar{f}_{ij}^{u,eq}\} \quad (2.70)$$

ここに、

$$[\bar{k}_{ij}^u] = [T_{ud}]^T [k_{ij}^u] [T_{ud}], \quad \{\bar{f}_{ij}^u\} = [T_{ud}]^T \{f_{ij}^u\} \\ = [f_{xi} \quad f_{xj} \quad 0 \quad 0]^T \\ \{\bar{f}_{ij}^{u,eq}\} = [T_{ud}]^T \{f_{ij}^{u,eq}\} = \begin{Bmatrix} c_{11}^u f_{xp}^{eq} + c_{21}^u f_{xq}^{eq} \\ c_{12}^u f_{xp}^{eq} + c_{22}^u f_{xq}^{eq} \\ c_{13}^u f_{xp}^{eq} + c_{23}^u f_{xq}^{eq} \\ c_{14}^u f_{xp}^{eq} + c_{24}^u f_{xq}^{eq} \end{Bmatrix}$$

(2.70)式の3行目から4行目の式は恒等式となるので、除去することによって、次式のようになり、内節点自由度を縮約した要素剛性方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \frac{EAK_p^u K_q^u}{EAK_p^u + EAK_q^u + K_p^u K_q^u l} & -\frac{EAK_p^u K_q^u}{EAK_p^u + EAK_q^u + K_p^u K_q^u l} \\ \frac{EAK_p^u K_q^u}{EAK_p^u + EAK_q^u + K_p^u K_q^u l} & \frac{EAK_p^u K_q^u}{EAK_p^u + EAK_q^u + K_p^u K_q^u l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_j \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} f_{xi} \\ f_{xj} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} c_{11}^u f_{xp}^{eq} + c_{21}^u f_{xq}^{eq} \\ c_{12}^u f_{xp}^{eq} + c_{22}^u f_{xq}^{eq} \end{Bmatrix} \quad (2.71)$$

(2.71)式の要素剛性マトリックスは、分布荷重の作用しない場合の(2.34)式の要素剛性マトリックスと同じものとなり右辺の外力ベクトルに分布荷重の影響項が付加された形となる。

(4) ねじりバネを有するはり要素モデル

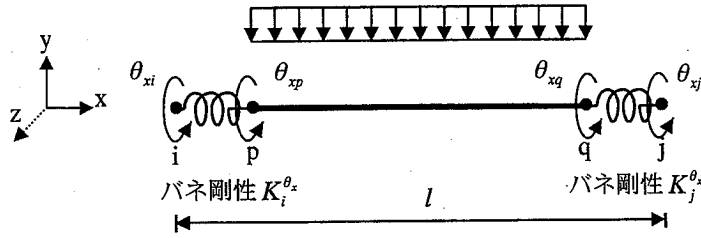


図 2-8 ねじりバネを有するはり要素モデル

このはり要素モデルは、前節と同様に通常の要素 pq と半剛接バネ要素 ip, qj の重ね合わせで表せるので、全体要素 ij の剛性方程式は次式となる。

$$[k_{ij}^{\theta}] \{d_{ij}^{\theta}\} = \{f_{ij}^{\theta}\} + \{f_{ij}^{\theta eq}\} \quad (2.72)$$

ここに、

$$[k_{ij}^{\theta}] = \begin{bmatrix} K_i^{\theta_x} & & & \text{Sym.} \\ -K_i^{\theta_x} & \frac{GI_x}{l} + K_i^{\theta_x} & & \\ 0 & -\frac{GI_x}{l} & \frac{GI_x}{l} + K_j^{\theta_x} & \\ 0 & 0 & -K_j^{\theta_x} & K_j^{\theta_x} \end{bmatrix}$$

$$\{d_{ij}^{\theta}\}^T = [\theta_{xi} \quad \theta_{xp} \quad \theta_{xq} \quad \theta_{xj}], \quad \{f_{ij}^{\theta}\}^T = [m_{xi} \quad 0 \quad 0 \quad m_{xj}], \quad \{f_{ij}^{\theta eq}\}^T = [0 \quad m_{xp}^{eq} \quad m_{xq}^{eq} \quad 0]$$

ただし、重ね合わせを行うことにより、内節点力は釣り合うことから、 m_{xp}, m_{xq} は 0 となる。(2.72)式の 2, 3 行目を取り出すと次式となる。

$$[k_{pq}^{\theta*}] \{d_{pq}^{\theta}\} + [s_{pq}^{\theta}] \{d_{ij}^{\theta*}\} = \{\bar{f}_{ij}^{\theta eq}\} \quad (2.73)$$

ここに、

$$[k_{pq}^{\theta*}] = \begin{bmatrix} \frac{GI_x}{l} + K_i^{\theta_x} & -\frac{GI_x}{l} \\ -\frac{GI_x}{l} & \frac{GI_x}{l} + K_j^{\theta_x} \end{bmatrix}, \quad [s_{pq}^{\theta}] = \begin{bmatrix} -K_i^{\theta_x} & 0 \\ 0 & -K_j^{\theta_x} \end{bmatrix}, \quad \{d_{pq}^{\theta}\}^T = [\theta_{xp} \quad \theta_{xq}]$$

$$\{d_{ij}^{\theta*}\}^T = [\theta_{xi} \quad \theta_{xj}], \quad \{\bar{f}_{ij}^{\theta eq}\}^T = [m_{xp}^{eq} \quad m_{xq}^{eq}]$$

したがって、内節点変位 $\{d_{pq}^\theta\}$ と外節点変位 $\{d_{ij}^{\theta*}\}$ との関係式が次式のように導かれる。

$$\{d_{pq}^\theta\} = [\bar{C}_\theta] \{d_{ij}^{\theta*}\} + \{\bar{F}_\theta\} \quad (2.74)$$

ここに、

$$[\bar{C}_\theta] = \begin{bmatrix} c_{11}^\theta & c_{12}^\theta \\ c_{21}^\theta & c_{22}^\theta \end{bmatrix}, \quad \{\bar{F}_\theta\} = \begin{bmatrix} c_{13}^\theta + c_{14}^\theta \\ c_{23}^\theta + c_{24}^\theta \end{bmatrix}$$

$$c_{11}^\theta = \frac{\left(\frac{GI_x}{l} + K_j^{\theta_x}\right) K_i^{\theta_x}}{\beta_\theta}, \quad c_{12}^\theta = \frac{GI_x K_j^{\theta_x}}{\beta_\theta}, \quad c_{21}^\theta = \frac{GI_x K_i^{\theta_x}}{\beta_\theta}, \quad c_{22}^\theta = \frac{\left(\frac{GI_x}{l} + K_i^{\theta_x}\right) K_j^{\theta_x}}{\beta_\theta}$$

$$c_{13}^\theta = \frac{\left(\frac{GI_x}{l} + K_i^{\theta_x}\right) m_{xp}^{eq}}{\beta_\theta}, \quad c_{14}^\theta = \frac{GI_x m_{xj}^{eq}}{\beta_\theta}, \quad c_{23}^\theta = \frac{GI_x m_{xi}^{eq}}{\beta_\theta}, \quad c_{24}^\theta = \frac{\left(\frac{GI_x}{l} + K_j^{\theta_x}\right) m_{xj}^{eq}}{\beta_\theta}$$

$$\text{ただし、} \beta_\theta = K_i^{\theta_x} K_j^{\theta_x} + \frac{GI_x}{l} (K_i^{\theta_x} + K_j^{\theta_x})$$

したがって、(2.74)式の関係より、節点自由度を外節点自由度のみに縮約する関係式が、変換マトリックス $[T_{\theta d}]$ を用いて次式のように導かれる。

$$\{d_{ij}^\theta\} = [T_{\theta d}] \{\bar{d}_{ij}^\theta\} \quad (2.75)$$

ここに、

$$[T_{\theta d}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ c_{11}^\theta & c_{12}^\theta & c_{13}^\theta & c_{14}^\theta \\ c_{21}^\theta & c_{22}^\theta & c_{23}^\theta & c_{24}^\theta \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad \{\bar{d}_{ij}^\theta\}^T = [\theta_{xi} \quad \theta_{xj} \quad 1 \quad 1]$$

(2.42)式を(2.39)式に代入し、左から $[T_{\theta d}]^T$ を掛けると、次式のような剛性方程式が得られる。

$$[\bar{k}_{ij}^\theta] \{\bar{d}_{ij}^\theta\} = \{\bar{f}_{ij}^\theta\} + \{\bar{f}_{ij}^{\theta eq}\} \quad (2.76)$$

ここに、

$$\begin{aligned}
 [\bar{k}_{ij}^\theta] &= [T_{\theta d}]^T [k_{ij}^\theta] [T_{\theta d}], & \{\bar{f}_{ij}^\theta\} &= [T_{\theta d}]^T \{f_{ij}^\theta\} \\
 & & &= [m_{xi} \quad m_{xj} \quad 0 \quad 0]^T \\
 \{\bar{f}_{ij}^{\theta eq}\} &= [T_{\theta d}]^T \{f_{ij}^{\theta eq}\} = \begin{Bmatrix} c_{11}^\theta m_{xp}^{eq} + c_{21}^\theta m_{xq}^{eq} \\ c_{12}^\theta m_{xp}^{eq} + c_{22}^\theta m_{xq}^{eq} \\ c_{13}^\theta m_{xp}^{eq} + c_{23}^\theta m_{xq}^{eq} \\ c_{14}^\theta m_{xp}^{eq} + c_{24}^\theta m_{xq}^{eq} \end{Bmatrix}
 \end{aligned}$$

(2.76)式の3行目から4行目の式は恒等式となるので、除去することによって、次式のよう
に、内節点自由度を縮約した要素剛性方程式が得られる。

$$\begin{bmatrix} \frac{GI_x K_i^{\theta_x} K_j^{\theta_x}}{GI_x K_i^{\theta_x} + GI_x K_j^{\theta_x} + K_i^{\theta_x} K_j^{\theta_x} l} & -\frac{GI_x K_i^{\theta_x} K_j^{\theta_x}}{GI_x K_i^{\theta_x} + GI_x K_j^{\theta_x} + K_i^{\theta_x} K_j^{\theta_x} l} \\ \frac{GI_x K_i^{\theta_x} K_j^{\theta_x}}{GI_x K_i^{\theta_x} + GI_x K_j^{\theta_x} + K_i^{\theta_x} K_j^{\theta_x} l} & \frac{GI_x K_i^{\theta_x} K_j^{\theta_x}}{GI_x K_i^{\theta_x} + GI_x K_j^{\theta_x} + K_i^{\theta_x} K_j^{\theta_x} l} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \theta_{xi} \\ \theta_{xj} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} m_{xi} \\ m_{xj} \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} c_{11}^\theta m_{xp}^{eq} + c_{21}^\theta m_{xq}^{eq} \\ c_{12}^\theta m_{xp}^{eq} + c_{22}^\theta m_{xq}^{eq} \end{Bmatrix} \tag{2.77}$$

(2.77)式の要素剛性マトリックスは、分布荷重の作用しない場合の(2.43)式の要素剛性マト
リックスと同じものとなり右辺の外力ベクトルに分布荷重の影響項が付加された形となる。

2.3 たわみ性関係式を用いる方法

半剛接合部を効率よく計算する方法として、従来から用いられている方法に、たわみ性
関係式を用いた計算法がある²⁾。この方法は、はり要素と半剛接要素のたわみ性マトリッ
クスを利用し、釣合マトリックスを用いて部材を直列結合する方法である。この方法の利点
は、釣合マトリックスを用いるので、はり部材に剛域を考慮する場合にも同様の手順で定
式化できる点にある。

2.3.1 曲げ及びせん断バネを有するはり要素モデル

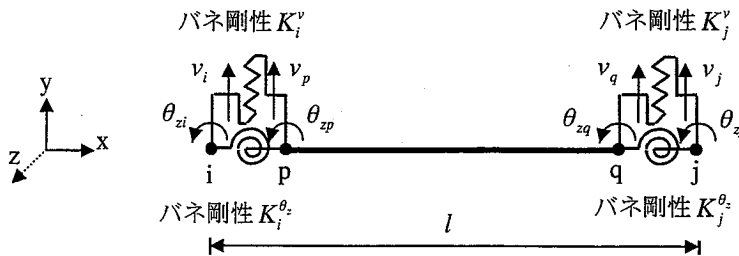


図 2-9 曲げ及びせん断バネを有するはり要素モデル

図 2-9 に示すような、要素両端に曲げ及びせん断バネを有するはり要素モデルを考える。

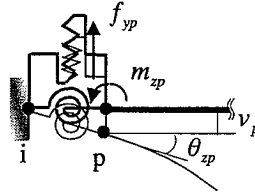


図 2-10 要素端部

このとき、図 2-10 のように、要素左端部のみを取り出して i 端を固定する。p 端の荷重ベクトルを $\{f_p\}$ としたとき、p 端の変位ベクトル $\{d_p\}$ は次のようになる。

$$\{d_p\} = [F_{ip}] \{f_p\} \quad (2.78)$$

ここに、

$$[F_{ip}] = \begin{bmatrix} 1/K_i^v & 0 \\ 0 & 1/K_i^{\theta_z} \end{bmatrix}, \quad \{d_p\}^T = [v_p \quad \theta_{zp}], \quad \{f_p\}^T = [f_{yp} \quad m_{zp}]$$

ただし、 f_{yp}, m_{zp} は節点 p の y 方向の材端力と z 軸まわりの材端曲げモーメントである。

このとき、 $[F_{ip}]$ は i 端を固定としたときの ip 部分のたわみ性マトリクスである。

同様に q 端を固定としたときの qj 部分のたわみ性マトリックスは次式となる。

$$\{d_j\} = [F_{qj}] \{f_j\} \quad (2.79)$$

ここに、

$$[F_{qj}] = \begin{bmatrix} 1/K_j^v & 0 \\ 0 & 1/K_j^{\theta_z} \end{bmatrix}, \quad \{d_j\}^T = [v_j \quad \theta_{zj}], \quad \{f_j\}^T = [f_{yj} \quad m_{zj}]$$

ただし、 f_{yj}, m_{zj} は節点 j の y 方向の材端力と z 軸まわりの材端曲げモーメントである。

また、p 端を固定としたときの pq 部分のたわみ性マトリックスは次式となる。

$$\{d_q\} = [F_{pq}] \{f_q\} \quad (2.80)$$

ここに、

$$[F_{pq}] = \begin{bmatrix} l^3/3EI_z & l^2/2EI_z \\ l^2/2EI_z & l/EI_z \end{bmatrix}, \quad \{d_q\}^T = [v_q \quad \theta_{zq}], \quad \{f_q\}^T = [f_{yq} \quad m_{zq}]$$

ただし、 f_{yq}, m_{zq} は節点 q の y 方向の材端力と z 軸まわりの材端曲げモーメントである。
半剛部分の長さは無視しているので、節点 p と節点 j の荷重の釣合条件式は次式のように表される。

$$\{f_p\} + [H_{pj}]\{f_j\} = \{0\} \quad (2.81)$$

ここに、

$$[H_{pj}] = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ l & 1 \end{bmatrix}$$

このとき、 $[H_{pj}]$ は p 点よりも右側の釣合マトリクスである。

また、q 点よりも右側の釣合マトリクス $[H_{qi}]$ は単位マトリクスとなる。しかがって、
i 端を固定としたときの要素全体のたわみ性マトリクス $[F_{ij}]$ は(2.78), (2.79), (2.80), (2.81) 式より、次式のように表される。

$$\begin{aligned} [F_{ij}] &= [H_{pj}]^T [F_{ip}] [H_{pj}] + [F_{pq}] + [F_{qi}] \\ &= \begin{bmatrix} \frac{1}{K_i^v} + \frac{1}{K_j^v} + \frac{l^3}{3EI_z} & \frac{l^2}{2EI_z} \\ \frac{l^2}{2EI_z} & \frac{1}{K_i^{\theta_z}} + \frac{1}{K_j^{\theta_z}} + \frac{l}{EI_z} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.82)$$

(2.82)式のたわみ性マトリクス $[F_{ij}]$ の逆行列を求めることで、i 端を固定としたときの j 端に関する剛性マトリクスが次式のように求まる。

$$[F_{ij}]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{12EI_z K_i^v K_j^v (EI_z K_i^{\theta_z} + EI_z K_j^{\theta_z} + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l)}{\alpha} & \frac{6EI_z K_i^v K_j^v K_j^{\theta_z} l (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{\alpha} \\ \frac{6EI_z K_i^v K_j^v K_j^{\theta_z} l (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{\alpha} & \frac{4EI_z K_j^{\theta_z} (3EI_z K_i^v K_i^{\theta_z} + 3EI_z K_i^{\theta_z} K_j^v + 3EI_z K_i^v K_j^v l^2 + K_i^v K_i^{\theta_z} K_j^v l^3)}{\alpha} \end{bmatrix} \quad (2.83)$$

ここに,

$$\alpha = 12(EI_z)^2 K_i^\nu K_i^{\theta_z} + 12(EI_z)^2 K_i^{\theta_z} K_j^\nu + 12(EI_z)^2 K_i^\nu K_j^{\theta_z} + 12(EI_z)^2 K_j^\nu K_j^{\theta_z} + 12EI_z K_i^\nu K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l + 12EI_z K_i^{\theta_z} K_j^\nu K_j^{\theta_z} l + 12(EI_z)^2 K_i^\nu K_j^\nu l^2 + 4EI_z K_i^\nu K_i^{\theta_z} K_j^\nu l^3 + 4EI_z K_i^\nu K_j^\nu K_j^{\theta_z} l^3 + K_i^\nu K_i^{\theta_z} K_j^\nu K_j^{\theta_z} l^4$$

以上より, 要素全体の剛性マトリックスは釣合マトリックスを用いて次式のように導かれる。

$$[\bar{k}_{ij}] = \begin{bmatrix} -[H_{ij}] \\ [I] \end{bmatrix} [F_{ij}]^{-1} \begin{bmatrix} -[H_{ij}]^T \\ [I] \end{bmatrix} \quad (2.84)$$

$$[\bar{k}_{ij}] = \begin{bmatrix} k_{11} & & & \text{Sym.} \\ k_{21} & k_{22} & & \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix}$$

ここに,

$$k_{11} = \frac{12EI_z K_i^\nu K_j^\nu (EI_z K_i^{\theta_z} + EI_z K_j^{\theta_z} + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l)}{\bar{\kappa}_{vs}}, \quad k_{21} = \frac{6EI_z K_i^\nu K_i^{\theta_z} K_j^\nu l (2EI_z + K_j^{\theta_z} l)}{\bar{\kappa}_{vs}}$$

$$k_{31} = -\frac{12EI_z K_i^\nu K_j^\nu (EI_z K_i^{\theta_z} + EI_z K_j^{\theta_z} + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l)}{\bar{\kappa}_{vs}}, \quad k_{41} = \frac{6EI_z K_i^\nu K_j^\nu K_j^{\theta_z} l (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{\bar{\kappa}_{vs}}$$

$$k_{22} = \frac{4EI_z K_i^{\theta_z} (3EI_z K_i^\nu K_j^{\theta_z} + 3EI_z K_j^\nu K_j^{\theta_z} + 3EI_z K_i^\nu K_j^\nu l^2 + K_i^\nu K_j^\nu K_j^{\theta_z} l^3)}{\bar{\kappa}_{vs}}$$

$$k_{32} = -\frac{6EI_z K_i^\nu K_i^{\theta_z} K_j^\nu l (2EI_z + K_j^{\theta_z} l)}{\bar{\kappa}_{vs}}, \quad k_{42} = \frac{2EI_z K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} (-6EI_z K_i^\nu - 6EI_z K_j^\nu + K_i^\nu K_j^\nu l^3)}{\bar{\kappa}_{vs}}$$

$$k_{33} = \frac{12EI_z K_i^\nu K_j^\nu (EI_z K_i^{\theta_z} + EI_z K_j^{\theta_z} + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l)}{\bar{\kappa}_{vs}}, \quad k_{43} = -\frac{6EI_z K_i^\nu K_j^\nu K_j^{\theta_z} l (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{\bar{\kappa}_{vs}}$$

$$k_{44} = \frac{4EI_z K_j^{\theta_z} (3EI_z K_i^\nu K_i^{\theta_z} + 3EI_z K_i^{\theta_z} K_j^\nu + 3EI_z K_i^\nu K_j^\nu l^2 + K_i^\nu K_i^{\theta_z} K_j^\nu l^3)}{\bar{\kappa}_{vs}}$$

$$\bar{\kappa}_{vs} = 12(EI_z)^2 K_i^\nu K_i^{\theta_z} + 12(EI_z)^2 K_i^{\theta_z} K_j^\nu + 12(EI_z)^2 K_i^\nu K_j^{\theta_z} + 12(EI_z)^2 K_j^\nu K_j^{\theta_z} + 12EI_z K_i^\nu K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l + 12EI_z K_i^{\theta_z} K_j^\nu K_j^{\theta_z} l + 12(EI_z)^2 K_i^\nu K_j^\nu l^2 + 4EI_z K_i^\nu K_i^{\theta_z} K_j^\nu l^3 + 4EI_z K_i^\nu K_j^\nu K_j^{\theta_z} l^3 + K_i^\nu K_i^{\theta_z} K_j^\nu K_j^{\theta_z} l^4$$

なお, (2.84)式の要素剛性マトリックスは, 前節で導いたものと同一である。

2.4 伝達方程式を用いる方法

この方法は、要素*i*端の情報を伝達マトリックスを利用し、要素*j*端に伝達する関係式を求めることで、剛性マトリックスを導く方法である³⁾。この方法の利点は、内節点自由度が自動的に縮約されるため、動的解析の場合に生じる縮約誤差の影響項を厳密に定式化できる点にある。

2.4.1 曲げ及びせん断バネを有するはり要素モデル

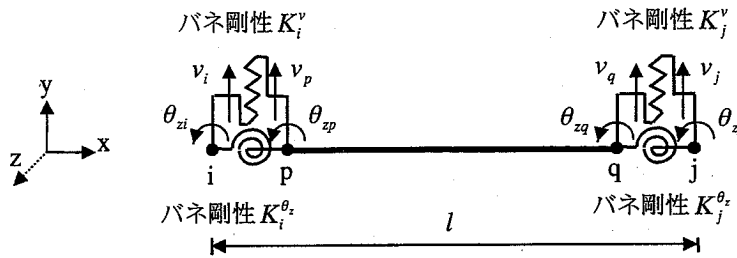


図 2-11 曲げ及びせん断バネを有するはり要素モデル

要素 *ip* の剛性マトリックス

$$\begin{Bmatrix} \{F_i\} \\ \{F_p\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} [K_1] & [K_2] \\ [K_3] & [K_4] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_i\} \\ \{U_p\} \end{Bmatrix} \quad (2.85)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \{F_i\}^T &= [f_{yi} \quad m_{zi}], \quad \{F_p\}^T = [f_{yp} \quad m_{zp}], \quad \{U_i\}^T = [v_i \quad \theta_{zi}], \quad \{U_p\}^T = [v_p \quad \theta_{zp}] \\ [K_1] &= \begin{bmatrix} K_i^v & 0 \\ 0 & K_i^{\theta_z} \end{bmatrix}, \quad [K_2] = \begin{bmatrix} -K_i^v & 0 \\ 0 & -K_i^{\theta_z} \end{bmatrix}, \quad [K_3] = \begin{bmatrix} -K_i^v & 0 \\ 0 & -K_i^{\theta_z} \end{bmatrix}, \quad [K_4] = \begin{bmatrix} K_i^v & 0 \\ 0 & K_i^{\theta_z} \end{bmatrix} \end{aligned}$$

(2.85)式の $\{F_i\}$ と $\{U_p\}$ を入れ替えて、左辺を節点 *p*、右辺を節点 *i* に関する状態量ベクトルで表すと次式となる。

$$\begin{Bmatrix} \{U_p\} \\ \{F_p\} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} -[K_2]^{-1}[K_1] & [K_2]^{-1} \\ [K_3] - [K_4][K_2]^{-1}[K_1] & [K_4][K_2]^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{U_i\} \\ \{F_i\} \end{Bmatrix} \quad (2.86)$$

(2.86)式を具体的に計算すると次式となる。

$$\begin{Bmatrix} v_p \\ \theta_{zp} \\ f_{yp} \\ m_{zp} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{K_i^v} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{K_i^{\theta_z}} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_{zi} \\ f_{yi} \\ m_{zi} \end{Bmatrix} \quad (2.87)$$

(2.87)式は節点 i の状態量ベクトルを節点 p に伝達する役割を果たす伝達方程式であり、要素 pq、要素 qj に関しても同様に以下のように求まる。

要素 pq の伝達方程式は次式となる。

$$\begin{Bmatrix} v_q \\ \theta_{zq} \\ f_{yq} \\ m_{zq} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & l & \frac{l^3}{6EI_z} & -\frac{l^2}{2EI_z} \\ 0 & 1 & \frac{l^2}{2EI_z} & -\frac{l}{EI_z} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & l & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_p \\ \theta_{zp} \\ f_{yp} \\ m_{zp} \end{Bmatrix} \quad (2.88)$$

要素 qj の伝達方程式は次式となる。

$$\begin{Bmatrix} v_j \\ \theta_{zj} \\ f_{yj} \\ m_{zj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{K_j^v} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{K_j^{\theta_z}} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_q \\ \theta_{zq} \\ f_{yq} \\ m_{zq} \end{Bmatrix} \quad (2.89)$$

(2.89)式に(2.88)式, (2.87)式を代入し, 要素 ij に関する伝達方程式を求める。このとき, (2.88)式, (2.87)式の節点 p, q の状態量ベクトルにおける断面力は逆符号となることに注意して次式のように代入する。

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} v_j \\ \theta_{zj} \\ f_{yj} \\ m_{zj} \end{Bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{1}{K_j^v} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & \frac{1}{K_j^{\theta_z}} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & l & -\frac{l^3}{6EI_z} & \frac{l^2}{2EI_z} \\ 0 & 1 & -\frac{l^2}{2EI_z} & \frac{l}{EI_z} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -l & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & -\frac{1}{K_i^v} & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -\frac{1}{K_i^{\theta_z}} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_{zi} \\ f_{yi} \\ m_{zi} \end{Bmatrix} \\
 &= \begin{bmatrix} 1 & l & -\frac{1}{K_i^v} - \frac{1}{K_j^v} + \frac{l^3}{6EI_z} & -\frac{l}{K_i^{\theta_z}} - \frac{l^2}{2EI_z} \\ 0 & 1 & \frac{l}{K_j^{\theta_z}} + \frac{l^2}{2EI_z} & -\frac{1}{K_i^{\theta_z}} - \frac{1}{K_j^{\theta_z}} - \frac{l}{EI_z} \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & l & -1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_{zi} \\ f_{yi} \\ m_{zi} \end{Bmatrix} \quad (2.90)
 \end{aligned}$$

(2.86)式の関係式を用いて、(2.90)式を再び節点 i, j の断面力と変位の関係式に式変形することで、要素 ij の剛性方程式が次式のように求まる。

$$\begin{Bmatrix} f_{yi} \\ m_{zi} \\ f_{yj} \\ m_{zj} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{11} & & & \\ k_{21} & k_{22} & & \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_i \\ \theta_{zi} \\ v_j \\ \theta_{zj} \end{Bmatrix} \quad \text{Sym.} \quad (2.91)$$

ここに、

$$\begin{aligned}
 k_{11} &= \frac{12EI_z K_i^v K_j^v (EI_z K_i^{\theta_z} + EI_z K_j^{\theta_z} + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vs}}, & k_{21} &= \frac{6EI_z K_i^v K_i^{\theta_z} K_j^v l (2EI_z + K_j^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vs}} \\
 k_{31} &= -\frac{12EI_z K_i^v K_j^v (EI_z K_i^{\theta_z} + EI_z K_j^{\theta_z} + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vs}}, & k_{41} &= \frac{6EI_z K_i^v K_j^v K_j^{\theta_z} l (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vs}} \\
 k_{22} &= \frac{4EI_z K_i^{\theta_z} (3EI_z K_i^v K_j^{\theta_z} + 3EI_z K_j^v K_j^{\theta_z} + 3EI_z K_i^v K_j^v l^2 + K_i^v K_j^v K_j^{\theta_z} l^3)}{\bar{K}_{vs}} \\
 k_{32} &= -\frac{6EI_z K_i^v K_i^{\theta_z} K_j^v l (2EI_z + K_j^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vs}}, & k_{42} &= \frac{2EI_z K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} (-6EI_z K_i^v - 6EI_z K_j^v + K_i^v K_j^v l^3)}{\bar{K}_{vs}} \\
 k_{33} &= \frac{12EI_z K_i^v K_j^v (EI_z K_i^{\theta_z} + EI_z K_j^{\theta_z} + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vs}}, & k_{43} &= -\frac{6EI_z K_i^v K_j^v K_j^{\theta_z} l (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vs}} \\
 k_{44} &= \frac{4EI_z K_j^{\theta_z} (3EI_z K_i^v K_i^{\theta_z} + 3EI_z K_i^{\theta_z} K_j^v + 3EI_z K_i^v K_j^v l^2 + K_i^v K_i^{\theta_z} K_j^v l^3)}{\bar{K}_{vs}}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{K}_{vs} &= 12(EI_z)^2 K_i^v K_i^{\theta_z} + 12(EI_z)^2 K_i^{\theta_z} K_j^v + 12(EI_z)^2 K_i^v K_j^{\theta_z} + 12(EI_z)^2 K_j^v K_j^{\theta_z} + 12EI_z K_i^v K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l \\
 &\quad + 12EI_z K_i^{\theta_z} K_j^v K_j^{\theta_z} l + 12(EI_z)^2 K_i^v K_j^v l^2 + 4EI_z K_i^v K_i^{\theta_z} K_j^v l^3 + 4EI_z K_i^v K_j^v K_j^{\theta_z} l^3 + K_i^v K_i^{\theta_z} K_j^v K_j^{\theta_z} l^4
 \end{aligned}$$

なお、(2.91)式の要素剛性マトリックスは、前節で導いたものと同一である。

2.5 流れ則を用いる方法

半剛接合部を有する骨組解析では、通常、半剛接合部の特性を材端に集中させたモデル化が行われる。このようなモデル化は、骨組の弾塑性解析によく用いられる塑性ヒンジ法
の概念と共通している。塑性ヒンジ法による骨組の弾塑性解析^{4),5)}では、塑性流れ則に基づき、塑性剛性方程式が導かれるが、このとき各塑性変形の連成を考えず、それぞれ独立なもの
と仮定して塑性剛性マトリックスを導くと、半剛接合部を有する骨組要素の剛性マトリックスと塑性ヒンジ法の塑性剛性マトリックスは等価となる。そこで、本節では、流れ則を用いる方法で半剛接合部を有するはりの定式化を示す。この方法の利点は、定式化の段階で、流れ則の基本式にかえれば、各自由度のバネ剛性の連成効果を考慮できる点にある。

2.5.1 曲げ及びせん断バネを有するはり要素モデル

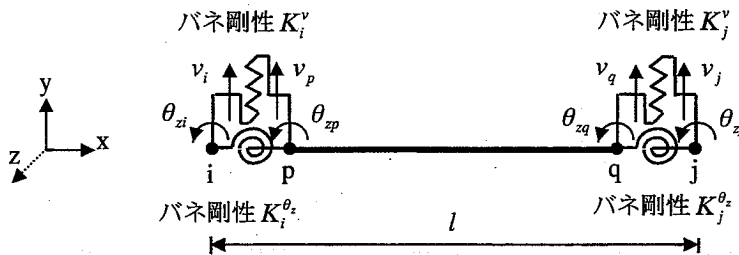


図 2-12 曲げ及びせん断バネを有するはり要素モデル

図 2-12 に示すような、要素両端に曲げ及びせん断バネを有するはり要素モデルを考える。

まず、図 2-13 に示すような、左端にのみ曲げバネを有するはり要素モデル (状態 c1) の剛性マトリックスを導出する。このとき、次式の変位は等しくなる。

$$v_i = v_p \tag{2.92}$$

$$v_q = v_j \tag{2.93}$$

$$\theta_{zq} = \theta_{zj} \tag{2.94}$$

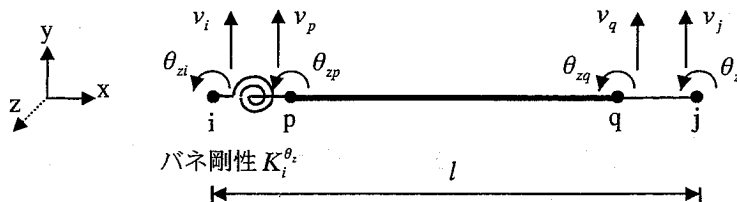


図 2-13 左端に曲げバネを有するはり要素モデル (状態 c1)

要素 pq の剛性マトリックスは次式となる。

$$[k_{pq}] = \begin{bmatrix} 12EI_z/l^3 & & & & \text{Sym.} \\ 6EI_z/l^2 & 4EI_z/l & & & \\ -12EI_z/l^3 & -6EI_z/l^2 & 12EI_z/l^3 & & \\ 6EI_z/l^2 & 2EI_z/l & -6EI_z/l^2 & 4EI_z/l & \end{bmatrix} \quad (2.95)$$

半剛接曲げバネ要素 ip を付加することにより、状態 c1 における全体要素 ij の剛性マトリックス $[k_{ij}^{c1}]$ は、流れ則を用いて、要素 pq の剛性マトリックス $[k_{pq}]$ との差として、次式のように表される。

$$[k_{ij}^{c1}] = [k_{pq}] - \frac{[k_{pq}] \{ \eta^{c1} \} \{ \eta^{c1} \}^T [k_{pq}]}{K_i^{\theta_z} + \{ \eta^{c1} \}^T [k_{pq}] \{ \eta^{c1} \}} \quad (2.96)$$

ここに、

$$\{ \eta^{c1} \}^T = [0 \quad 1 \quad 0 \quad 0]$$

(2.96)式の $\{ \eta^{c1} \}$ は曲げバネ要素 ip によって生じる変位の単位成分ベクトルである。

(2.96)式を計算すると、次式のような剛性マトリックスが導かれる。

$$[k_{ij}^{c1}] = \begin{bmatrix} \frac{12EI_z (EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{l^3 (4EI_z + K_i^{\theta_z} l)} & & & & \text{Sym.} \\ \frac{6EI_z K_i^{\theta_z}}{l (4EI_z + K_i^{\theta_z} l)} & \frac{4EI_z K_i^{\theta_z}}{4EI_z + K_i^{\theta_z} l} & & & \\ \frac{12EI_z (EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{l^3 (4EI_z + K_i^{\theta_z} l)} & \frac{6EI_z K_i^{\theta_z}}{l (4EI_z + K_i^{\theta_z} l)} & \frac{12EI_z (EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{l^3 (4EI_z + K_i^{\theta_z} l)} & & \\ \frac{6EI_z (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{l^2 (4EI_z + K_i^{\theta_z} l)} & \frac{2EI_z K_i^{\theta_z}}{4EI_z + K_i^{\theta_z} l} & \frac{6EI_z (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{l^2 (4EI_z + K_i^{\theta_z} l)} & \frac{4EI_z (3EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{l (4EI_z + K_i^{\theta_z} l)} & \end{bmatrix} \quad (2.97)$$

次に、図 2-14 に示すように、図 2-13 のはり要素モデルの右端に曲げバネ要素を付加したはり要素モデル (状態 c2) の剛性マトリックスを導出する。このとき、次式の変位は等しくなる。

$$v_i = v_p \quad (2.98)$$

$$v_q = v_j \quad (2.99)$$

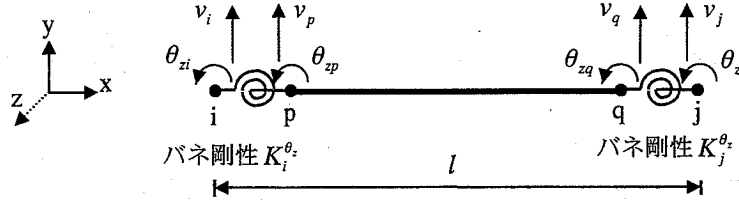


図 2-14 両端に曲げバネを有するはり要素モデル (状態 c2)

半剛接曲げバネ要素 qj を付加することにより, 状態 c2 における全体要素 ij の剛性マトリックス $[\bar{k}_{ij}^{c2}]$ は, 流れ則を用いて剛性マトリックス $[\bar{k}_{ij}^{c1}]$ との差として, 次式のように表される。

$$[\bar{k}_{ij}^{c2}] = [\bar{k}_{ij}^{c1}] - \frac{[\bar{k}_{ij}^{c1}] \{\eta^{c2}\} \{\eta^{c2}\}^T [\bar{k}_{ij}^{c1}]}{K_j^{\theta_z} + \{\eta^{c2}\}^T [\bar{k}_{ij}^{c1}] \{\eta^{c2}\}} \quad (2.100)$$

ここに,

$$\{\eta^{c2}\}^T = [0 \ 0 \ 0 \ 1]$$

(2.100)式の $\{\eta^{c2}\}$ は曲げバネ要素 qj によって生じる変位の単位成分ベクトルである。

(2.100)式を計算すると, 次式のような剛性マトリックスが導かれる。

$$[\bar{k}_{ij}^{c2}] = \begin{bmatrix} k_{11}^{c2} & & & \text{Sym.} \\ k_{21}^{c2} & k_{22}^{c2} & & \\ k_{31}^{c2} & k_{32}^{c2} & k_{33}^{c2} & \\ k_{41}^{c2} & k_{42}^{c2} & k_{43}^{c2} & k_{44}^{c2} \end{bmatrix} \quad (2.101)$$

ここに,

$$k_{11}^{c2} = \frac{12EI_z (EI_z K_i^{\theta_z} + EI_z K_j^{\theta_z} + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l)}{l^2 (12(EI_z)^2 + 4EI_z K_i^{\theta_z} l + 4EI_z K_j^{\theta_z} l + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l^2)}, k_{21}^{c2} = \frac{6EI_z K_i^{\theta_z} (2EI_z + K_j^{\theta_z} l)}{l (12(EI_z)^2 + 4EI_z K_i^{\theta_z} l + 4EI_z K_j^{\theta_z} l + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l^2)}$$

$$k_{31}^{c2} = -\frac{12EI_z (EI_z K_i^{\theta_z} + EI_z K_j^{\theta_z} + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l)}{l^2 (12(EI_z)^2 + 4EI_z K_i^{\theta_z} l + 4EI_z K_j^{\theta_z} l + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l^2)}, k_{41}^{c2} = \frac{6EI_z K_j^{\theta_z} (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{l (12(EI_z)^2 + 4EI_z K_i^{\theta_z} l + 4EI_z K_j^{\theta_z} l + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l^2)}$$

$$k_{22}^{c2} = \frac{4EI_z K_i^{\theta_z} (3EI_z + K_j^{\theta_z} l)}{12(EI_z)^2 + 4EI_z K_i^{\theta_z} l + 4EI_z K_j^{\theta_z} l + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l^2}, k_{32}^{c2} = -\frac{6EI_z K_i^{\theta_z} (2EI_z + K_j^{\theta_z} l)}{l(12(EI_z)^2 + 4EI_z K_i^{\theta_z} l + 4EI_z K_j^{\theta_z} l + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l^2)}$$

$$k_{42}^{c2} = \frac{2EI_z K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l}{12(EI_z)^2 + 4EI_z K_i^{\theta_z} l + 4EI_z K_j^{\theta_z} l + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l^2}, k_{33}^{c2} = \frac{12EI_z (EI_z K_i^{\theta_z} + EI_z K_j^{\theta_z} + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l)}{l^2 (12(EI_z)^2 + 4EI_z K_i^{\theta_z} l + 4EI_z K_j^{\theta_z} l + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l^2)}$$

$$k_{43}^{c2} = -\frac{6EI_z K_j^{\theta_z} (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{l(12(EI_z)^2 + 4EI_z K_i^{\theta_z} l + 4EI_z K_j^{\theta_z} l + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l^2)}, k_{44}^{c2} = \frac{4EI_z K_j^{\theta_z} (3EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{12(EI_z)^2 + 4EI_z K_i^{\theta_z} l + 4EI_z K_j^{\theta_z} l + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l^2}$$

次に、図 2-15 に示すように、図 2-14 のはり要素モデルの左端にせん断バネ要素を付加したはり要素モデル（状態 c3）の剛性マトリックスを導出する。このとき、次式の変位は等しくなる。

$$v_q = v_j \tag{2.102}$$

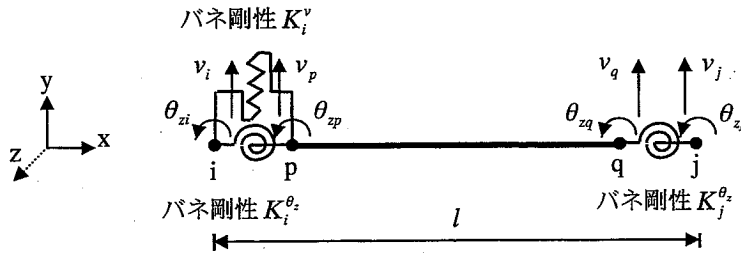


図 2-15 左端に曲げ及びせん断バネを有するはり要素モデル（状態 c3）

半剛接せん断バネ要素 ip を付加することにより、状態 c3 における全体要素 ij の剛性マトリックス $[\bar{k}_{ij}^{c3}]$ は、流れ則を用いて剛性マトリックス $[\bar{k}_{ij}^{c2}]$ との差として、次式のように表される。

$$[\bar{k}_{ij}^{c3}] = [\bar{k}_{ij}^{c2}] - \frac{[\bar{k}_{ij}^{c2}] \{ \eta^{c3} \} \{ \eta^{c3} \}^T [\bar{k}_{ij}^{c2}]}{K_i^v + \{ \eta^{c3} \}^T [\bar{k}_{ij}^{c2}] \{ \eta^{c3} \}} \tag{2.103}$$

ここに、

$$\{ \eta^{c3} \}^T = [1 \ 0 \ 0 \ 0]$$

(2.103)式の $\{\eta^{c3}\}$ はせん断バネ要素 ip によって生じる変位の単位成分ベクトルである。

(2.103)式を計算すると、次式のような剛性マトリックスが導かれる。

$$[\bar{k}_{ij}^{c3}] = \begin{bmatrix} k_{11}^{c3} & & & \\ k_{21}^{c3} & k_{22}^{c3} & & \\ k_{31}^{c3} & k_{32}^{c3} & k_{33}^{c3} & \\ k_{41}^{c3} & k_{42}^{c3} & k_{43}^{c3} & k_{44}^{c3} \end{bmatrix} \quad \text{Sym.} \quad (2.104)$$

ここに、

$$k_{11}^{c3} = \frac{12EI_z K_i^v (EI_z K_i^{\theta_z} + EI_z K_j^{\theta_z} + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vc}}, \quad k_{21}^{c3} = \frac{6EI_z K_i^v K_i^{\theta_z} l (2EI_z + K_j^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vc}}$$

$$k_{31}^{c3} = -\frac{12EI_z K_i^v (EI_z K_i^{\theta_z} + EI_z K_j^{\theta_z} + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vc}}, \quad k_{41}^{c3} = \frac{6EI_z K_i^v K_j^{\theta_z} l (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vc}}$$

$$k_{22}^{c3} = \frac{4EI_z K_i^{\theta_z} (3EI_z K_j^{\theta_z} + 3EI_z K_i^v l^2 + K_i^v K_j^{\theta_z} l^3)}{\bar{K}_{vc}}, \quad k_{32}^{c3} = -\frac{6EI_z K_i^v K_i^{\theta_z} l (2EI_z + K_j^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vc}}$$

$$k_{42}^{c3} = \frac{2EI_z K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l (-6EI_z + K_i^v l^3)}{\bar{K}_{vc}}, \quad k_{33}^{c3} = \frac{12EI_z K_i^v (EI_z K_i^{\theta_z} + EI_z K_j^{\theta_z} + K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vc}}$$

$$k_{43}^{c3} = -\frac{6EI_z K_i^v K_j^{\theta_z} l (2EI_z + K_i^{\theta_z} l)}{\bar{K}_{vc}}, \quad k_{44}^{c3} = \frac{4EI_z K_j^{\theta_z} (3EI_z K_i^{\theta_z} + 3EI_z K_i^v l^2 + K_i^v K_i^{\theta_z} l^3)}{\bar{K}_{vc}}$$

$$\bar{K}_{vc} = 12(EI_z)^2 K_i^{\theta_z} + 12(EI_z)^2 K_j^{\theta_z} + 12EI_z K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l$$

$$+ 12(EI_z)^2 K_i^v l^2 + 4EI_z K_i^v K_i^{\theta_z} l^3 + 4EI_z K_i^v K_j^{\theta_z} l^3 + K_i^v K_i^{\theta_z} K_j^{\theta_z} l^4$$

最後に、図 2-16 に示すように、図 2-15 のはり要素モデルの右端にせん断バネ要素を付加したはり要素モデル（状態 c4）の剛性マトリックスを導出する。

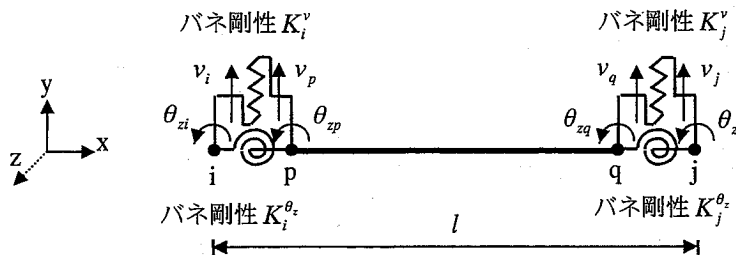


図 2-16 曲げ及びせん断バネを有するはり要素モデル（状態 c4）

半剛接せん断バネ要素 qj を付加することにより、状態 c4 における全体要素 ij の剛性マト

リックス $[\bar{k}_{ij}]$ は、流れ則を用いて剛性マトリックス $[\bar{k}_{ij}^{c3}]$ との差として、次式のように表される。

$$[\bar{k}_{ij}] = [\bar{k}_{ij}^{c3}] - \frac{[\bar{k}_{ij}^{c3}] \{ \eta^{c4} \} \{ \eta^{c4} \}^T [\bar{k}_{ij}^{c3}]}{K_j^v + \{ \eta^{c4} \}^T [\bar{k}_{ij}^{c3}] \{ \eta^{c4} \}} \quad (2.105)$$

ここに、

$$\{ \eta^{c4} \}^T = [0 \quad 0 \quad 1 \quad 0]$$

(2.105)式の $\{ \eta^{c4} \}$ はせん断バネ要素 qj によって生じる変位の単位成分ベクトルである。

(2.105)式を計算すると、次式のような剛性マトリックスが導かれる。

$$[\bar{k}_{ij}] = \begin{bmatrix} k_{11} & & & \text{Sym.} \\ k_{21} & k_{22} & & \\ k_{31} & k_{32} & k_{33} & \\ k_{41} & k_{42} & k_{43} & k_{44} \end{bmatrix} \quad (2.106)$$

ここに、

$$\begin{aligned} k_{11} &= \frac{12EI_z K_i^v K_j^v (EI_z K_i^{\theta z} + EI_z K_j^{\theta z} + K_i^{\theta z} K_j^{\theta z} l)}{\bar{K}_{vs}}, & k_{21} &= \frac{6EI_z K_i^v K_i^{\theta z} K_j^v l (2EI_z + K_j^{\theta z} l)}{\bar{K}_{vs}} \\ k_{31} &= -\frac{12EI_z K_i^v K_j^v (EI_z K_i^{\theta z} + EI_z K_j^{\theta z} + K_i^{\theta z} K_j^{\theta z} l)}{\bar{K}_{vs}}, & k_{41} &= \frac{6EI_z K_i^v K_j^v K_j^{\theta z} l (2EI_z + K_i^{\theta z} l)}{\bar{K}_{vs}} \\ k_{22} &= \frac{4EI_z K_i^{\theta z} (3EI_z K_i^v K_j^{\theta z} + 3EI_z K_j^v K_j^{\theta z} + 3EI_z K_i^v K_j^v l^2 + K_i^v K_j^v K_j^{\theta z} l^3)}{\bar{K}_{vs}} \\ k_{32} &= -\frac{6EI_z K_i^v K_i^{\theta z} K_j^v l (2EI_z + K_j^{\theta z} l)}{\bar{K}_{vs}}, & k_{42} &= \frac{2EI_z K_i^{\theta z} K_j^{\theta z} (-6EI_z K_i^v - 6EI_z K_j^v + K_i^v K_j^v l^3)}{\bar{K}_{vs}} \\ k_{33} &= \frac{12EI_z K_i^v K_j^v (EI_z K_i^{\theta z} + EI_z K_j^{\theta z} + K_i^{\theta z} K_j^{\theta z} l)}{\bar{K}_{vs}}, & k_{43} &= -\frac{6EI_z K_i^v K_j^v K_j^{\theta z} l (2EI_z + K_i^{\theta z} l)}{\bar{K}_{vs}} \\ k_{44} &= \frac{4EI_z K_j^{\theta z} (3EI_z K_i^v K_i^{\theta z} + 3EI_z K_i^{\theta z} K_j^v + 3EI_z K_i^v K_j^v l^2 + K_i^v K_i^{\theta z} K_j^v l^3)}{\bar{K}_{vs}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \bar{K}_{vs} &= 12(EI_z)^2 K_i^v K_i^{\theta z} + 12(EI_z)^2 K_i^{\theta z} K_j^v + 12(EI_z)^2 K_i^v K_j^{\theta z} + 12(EI_z)^2 K_j^v K_j^{\theta z} + 12EI_z K_i^v K_i^{\theta z} K_j^{\theta z} l \\ &\quad + 12EI_z K_i^{\theta z} K_j^v K_j^{\theta z} l + 12(EI_z)^2 K_i^v K_j^v l^2 + 4EI_z K_i^v K_i^{\theta z} K_j^v l^3 + 4EI_z K_i^{\theta z} K_j^v K_j^{\theta z} l^3 + K_i^v K_i^{\theta z} K_j^v K_j^{\theta z} l^4 \end{aligned}$$

なお、(2.106)式の要素剛性マトリックスは、前節で導いたものと同一である。

2.6 静的応力解析

2.6.1 半剛接合部を有する両端固定はりの静的応力解析

半剛接合部の基本的な特性を調査するために、はり中央部に集中荷重を受ける両端固定はりの静的応力解析を行う。解析モデルは、はり中央部左側要素に曲げバネ・せん断バネを設け、そのバネ剛性をパラメトリックに変化させて、接合部剛性がはり全体におよぼす基本的な影響を調査する。

(1) 解析モデル 1

解析モデル 1 は図 2-17 に示すような、はり中央部左側要素に曲げバネのみを有する両端固定はりとする。部材のヤング係数 $E=2100 \text{ t/cm}^2$ 、断面 2 次モーメント $I_z=10000 \text{ cm}^4$ 、部材断面積 $A=100 \text{ cm}^2$ とし、荷重は節点 2 に鉛直荷重 1 t を加える。なお、本論文での単位の表記方法は工学単位を用いているが、工学単位と SI 単位との対応表を付録に示している。

接合部剛性 (曲げバネの剛性) K^θ は接合係数 λ^θ を用いて(2.107)式で評価するものとする。このとき(2.107)式は、 $\lambda^\theta=1$ のとき $K^\theta = \infty$ 、 $\lambda^\theta=0$ のとき $K^\theta = 0$ となり、剛接合からピン接合までの接合部剛性を表現している。なお、本研究では、(2.12)式や、(2.28)式に示したように、接合係数 λ^θ を用いて定式化された要素剛性マトリックスを用いているため、無限大から 0 まで変化する接合部剛性を数値計算上一般的に扱うことができる。

解析ケースとしては、表 2-1 に示すように、 λ^θ の値をそれぞれ 1.0 から 0.0 まで変化させ、ケース 1 からケース 5 とする。

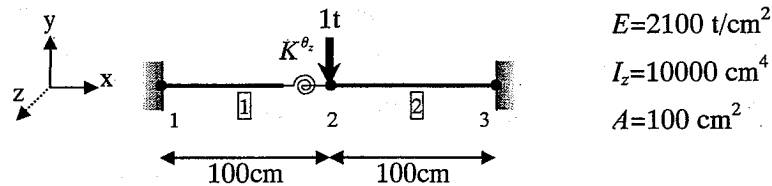


図 2-17 解析モデル 1

$$K^\theta = \frac{\lambda^\theta}{1 - \lambda^\theta} \frac{4EI_z}{l} \quad (2.107)$$

表 2-1 各解析ケースの接合係数

ケース 1	ケース 2	ケース 3	ケース 4	ケース 5
$\lambda^\theta=1.0$	$\lambda^\theta=0.8$	$\lambda^\theta=0.5$	$\lambda^\theta=0.2$	$\lambda^\theta=0.0$

モデル1の解析結果を以下に示す。図 2-18 は各解析ケースの変位図を示す。また、表 2-2 に節点2のy方向変位、回転角、相対回転角の値を示す。これらの図表より、ケース1の剛接合が最も変位が小さく、ピン接合になるにつれて、変位が大きくなり、中央の節点における節点間の相対回転角が大きくなることわかる。

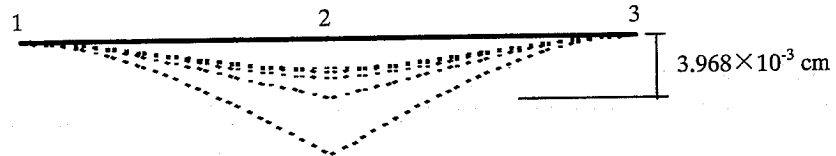


図 2-18 変位図

表 2-2 節点2の変位および回転角

節点2	変位(cm)	回転角(rad)	相対回転角(rad)
ケース1	-1.984×10^{-3}	0	0
ケース2	-2.165×10^{-3}	3.608×10^{-6}	-3.607×10^{-6}
ケース3	-2.646×10^{-3}	1.323×10^{-5}	-1.323×10^{-5}
ケース4	-3.968×10^{-3}	3.968×10^{-5}	-3.969×10^{-5}
ケース5	-7.937×10^{-3}	1.190×10^{-4}	-1.191×10^{-4}

また、図 2-19 に曲げモーメント図を示し、表 2-3 にそれらの値を示す。図より、バネ剛性がピン接合に近づくにつれて、中央節点の曲げモーメントがゼロに近づき、曲げモーメント図は固定端からはり中央部にかけて一様に変化することがわかる。

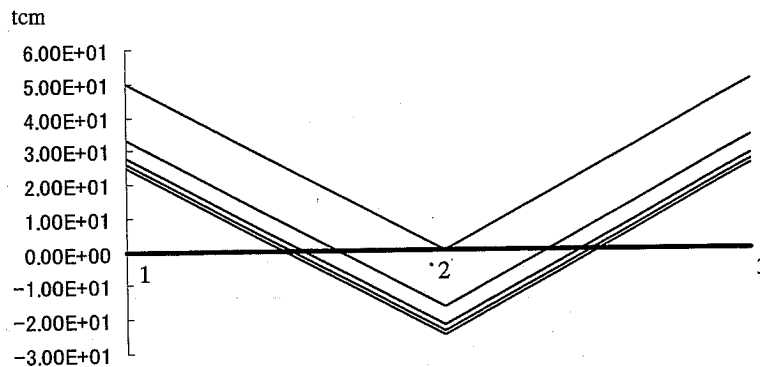


図 2-19 曲げモーメント図

表 2-3 各ケースの曲げモーメント値

	要素 1 (tcm)		要素 2 (tcm)	
	M_{12}	M_{21}	M_{23}	M_{32}
ケース 1	25.00	-25.00	-25.00	25.00
ケース 2	25.76	-24.24	-24.24	25.76
ケース 3	27.78	-22.22	-22.22	27.78
ケース 4	33.33	-16.67	-16.67	33.33
ケース 5	50.00	0.000	0.000	50.00

(2) 解析モデル 2

解析モデル 2 は図 2-20 に示ような、はり中央部左側要素にせん断バネのみを有する両端固定はりとする。部材のヤング係数 $E=2100 \text{ t/cm}^2$ 、断面 2 次モーメント $I_z=10000 \text{ cm}^4$ 、部材断面積 $A=100 \text{ cm}^2$ とし、荷重は節点 2 に鉛直荷重 1 t を加える。接合部剛性（曲げバネの剛性）は接合係数 λ^v を用いて(2.108)式で評価するものとし、表 2-4 に示すように、解析ケース 1 から 5 まで λ^v の値をそれぞれ 1.0 から 0.0 までパラメトリックに変化させて解析を行う。

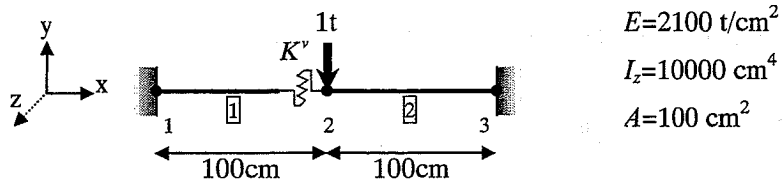


図 2-20 解析モデル 2

$$K^v = \frac{\lambda^v}{1 - \lambda^v} \frac{12EI_z}{l^3} \tag{2.108}$$

表 2-4 各解析ケースの接合係数

ケース 1	ケース 2	ケース 3	ケース 4	ケース 5
$\lambda^v=1.0$	$\lambda^v=0.8$	$\lambda^v=0.5$	$\lambda^v=0.2$	$\lambda^v=0.0$

モデル 2 の解析結果を示す。図 2-21 は各解析ケースの変位図を示す。また、表 2-5 に節点 2 の y 方向変位、回転角、相対回転角の値を示す。これらの図表より、ケース 1 の剛接合が最も変位が小さく、せん断バネ剛性が 0 に近づくとつれて、変位が大きることがわかる。また、荷重点の左側にせん断バネがあるため、せん断バネ剛性が小さいにつれて、左側要素の中央部の節点は上方向に変形を生じることがわかる。

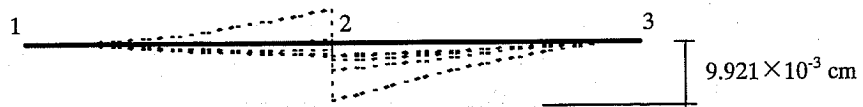


図 2-21 変位図

表 2-5 節点 2 の変位および回転角

節点 2	変位(cm)	回転角(rad)	相対変位(cm)	相対回転角(rad)
ケース 1	-1.984×10^{-3}	0	0	0
ケース 2	-2.225×10^{-3}	3.608×10^{-6}	-1.744×10^{-3}	3.608×10^{-6}
ケース 3	-2.866×10^{-3}	1.323×10^{-5}	-1.102×10^{-3}	1.323×10^{-5}
ケース 4	-4.630×10^{-3}	3.968×10^{-5}	6.610×10^{-4}	3.968×10^{-5}
ケース 5	-9.921×10^{-3}	1.190×10^{-4}	5.949×10^{-3}	1.190×10^{-4}

また、図 2-22 に曲げモーメント図を示し、表 2-6 にそれらの値を示す。図より、せん断バネ剛性が 0 に近づくにつれて、右側固定端の曲げモーメントは大きくなり、左側要素の曲げモーメントは一様な値へと変化することがわかる。

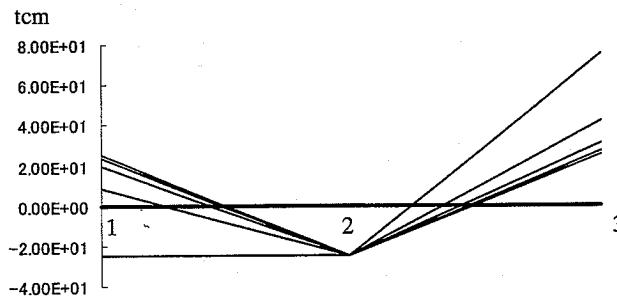


図 2-22 曲げモーメント図

表 2-6 各ケースの曲げモーメント値

	要素 ① (tcm)		要素 ② (tcm)	
	M_{12}	M_{21}	M_{23}	M_{32}
ケース 1	25.00	-25.00	-25.00	-25.00
ケース 2	23.48	-25.00	-25.00	26.52
ケース 3	19.44	-25.00	-25.00	30.56
ケース 4	8.333	-25.00	-25.00	41.67
ケース 5	-25.00	-25.00	-25.00	75.00

(3) 解析モデル3

解析モデル3は図 2-23 に示ような、はり中央部左側要素に曲げバネとせん断バネを有する両端固定はりとする。部材のヤング係数 $E=2100 \text{ t/cm}^2$ 、断面2次モーメント $I_z=10000 \text{ cm}^4$ 、部材断面積 $A=100 \text{ cm}^2$ とし、荷重は節点2に鉛直荷重 1 t を加える。接合部剛性（曲げバネの剛性）は(2.107), (2.108)式で評価し、表 2-7 に示すように、曲げバネ接合係数 λ^θ 、せん断バネ接合係数 λ^v をそれぞれ 1.0 から 0.0 までパラメトリックに変化させて計 25 通りのケースについて解析を行う。

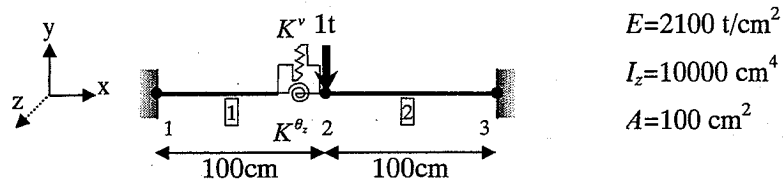


図 2-23 解析モデル3

表 2-7 各解析ケースの接合係数

	$\lambda^\theta=1.0$	$\lambda^\theta=0.8$	$\lambda^\theta=0.5$	$\lambda^\theta=0.2$	$\lambda^\theta=0.0$
$\lambda^v=1.0$	ケース 1-1	ケース 1-2	ケース 1-3	ケース 1-4	ケース 1-5
$\lambda^v=0.8$	ケース 2-1	ケース 2-2	ケース 2-3	ケース 2-4	ケース 2-5
$\lambda^v=0.5$	ケース 3-1	ケース 3-2	ケース 3-3	ケース 3-4	ケース 3-5
$\lambda^v=0.2$	ケース 4-1	ケース 4-2	ケース 4-3	ケース 4-4	ケース 4-5
$\lambda^v=0.0$	ケース 5-1	ケース 5-2	ケース 5-3	ケース 5-4	ケース 5-5

図 2-24～図 2-28 に各解析ケースの変位図と曲げモーメント図を示す。

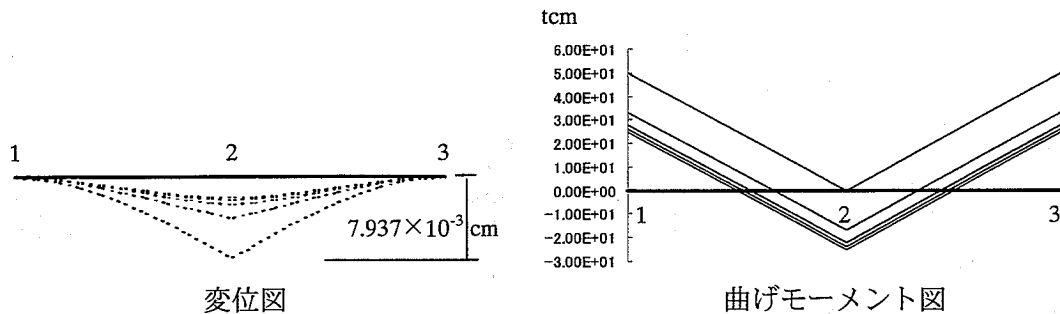


図 2-24 ケース 1-1～1-5

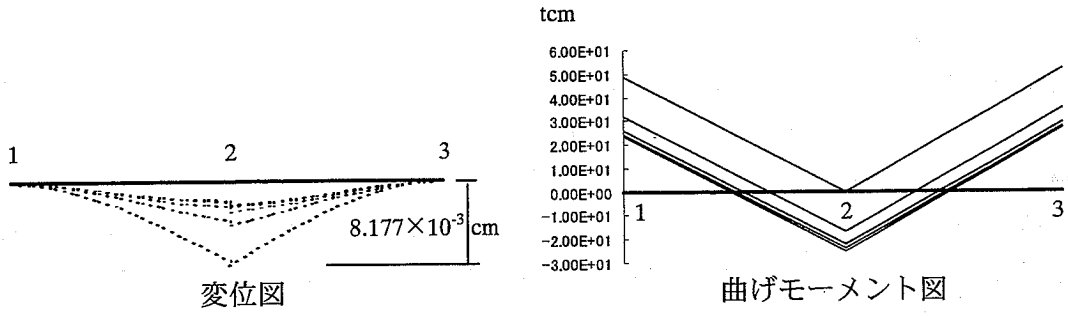


図 2-25 ケース 2-1~2-5

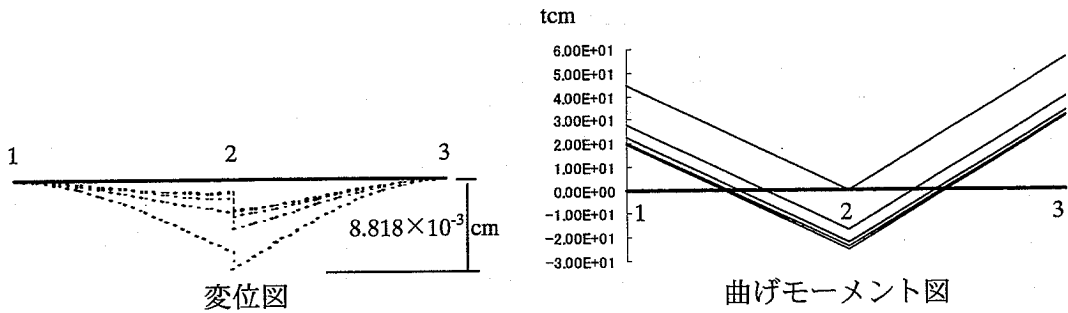


図 2-26 ケース 3-1~3-5

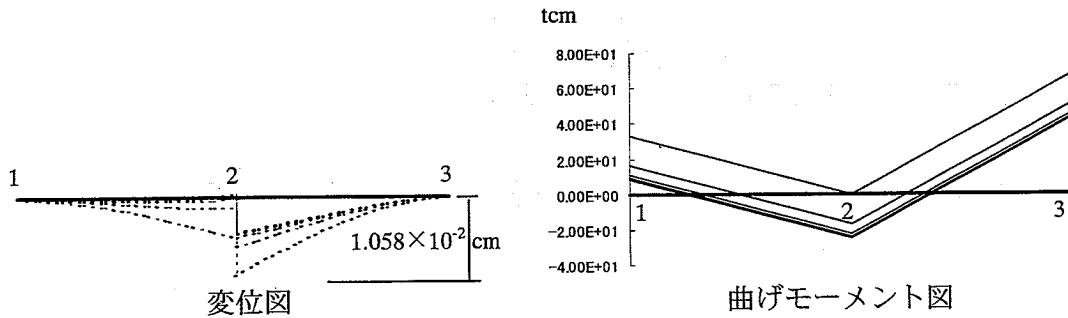


図 2-27 ケース 4-1~4-5

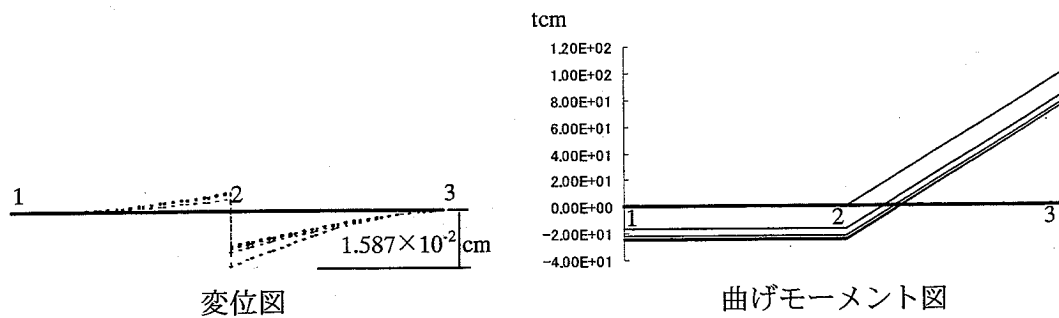


図 2-28 ケース 5-1~5-5

2.6.2 半剛接合部を有する門型フレームの静的応力解析

平面骨組における半剛接合部の基本的な特性を調査するために、はり端部に半剛接合部を有する門型フレームの静的応力解析を行う。解析モデルは、はり両端に曲げバネ・せん断バネを設け、そのバネ剛性をパラメトリックに変化させて、接合部剛性が骨組全体におよぼす影響を調査する。

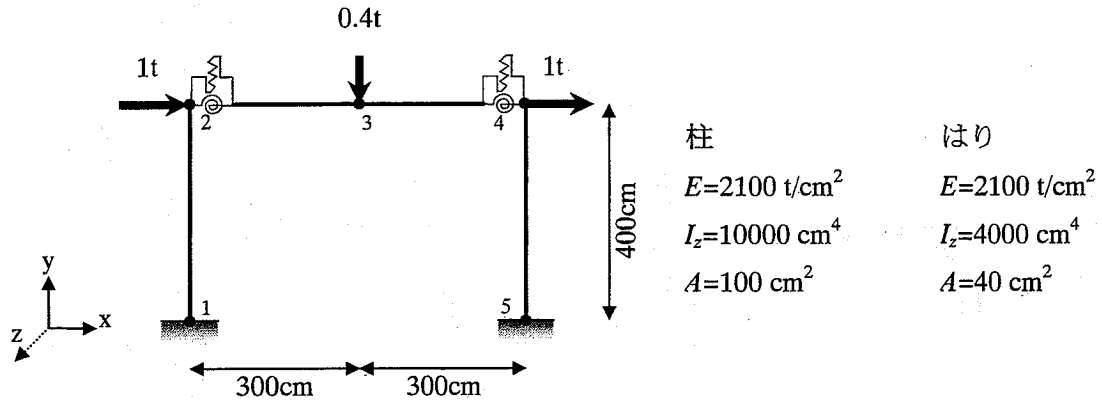


図 2-29 解析モデル

表 2-8 各解析ケースの接合係数

	$\lambda^\theta=1.0$	$\lambda^\theta=0.8$	$\lambda^\theta=0.5$	$\lambda^\theta=0.2$	$\lambda^\theta=0.0$
$\lambda^v=1.0$	ケース 1-1	ケース 1-2	ケース 1-3	ケース 1-4	ケース 1-5
$\lambda^v=0.8$	ケース 2-1	ケース 2-2	ケース 2-3	ケース 2-4	ケース 2-5
$\lambda^v=0.5$	ケース 3-1	ケース 3-2	ケース 3-3	ケース 3-4	ケース 3-5
$\lambda^v=0.2$	ケース 4-1	ケース 4-2	ケース 4-3	ケース 4-4	ケース 4-5

図 2-30～図 2-33 に各解析ケースの変位図と曲げモーメント図を示す。

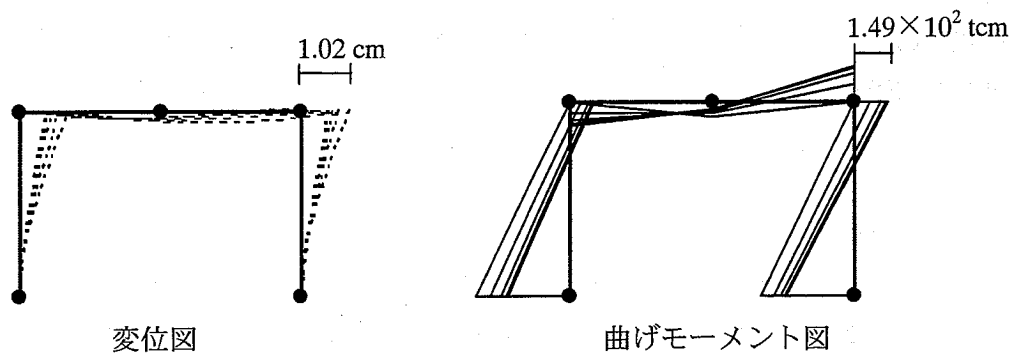


図 2-30 ケース 1-1～1-5

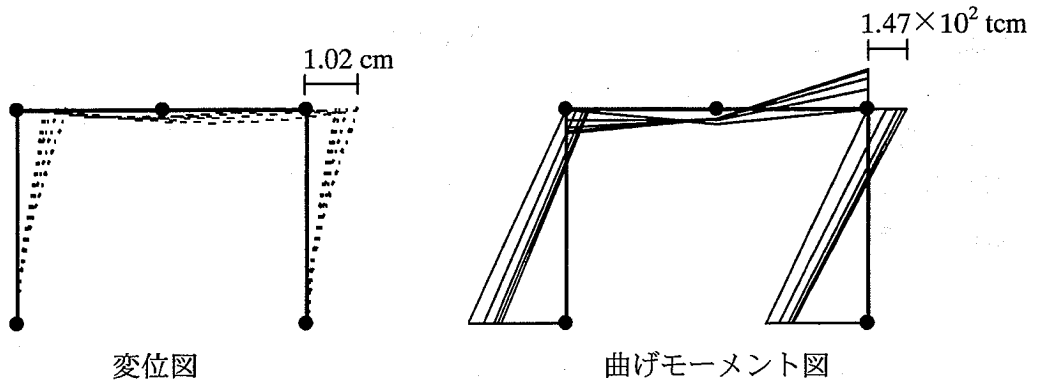


図 2-31 ケース 2-1~2-5

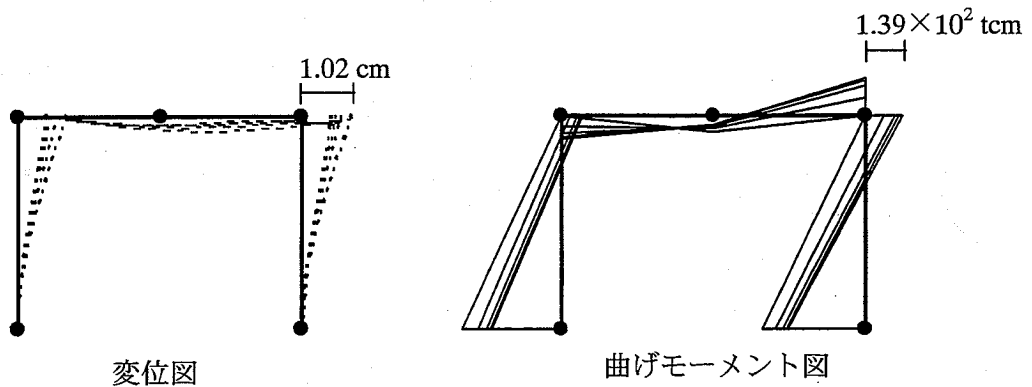


図 2-32 ケース 3-1~3-5

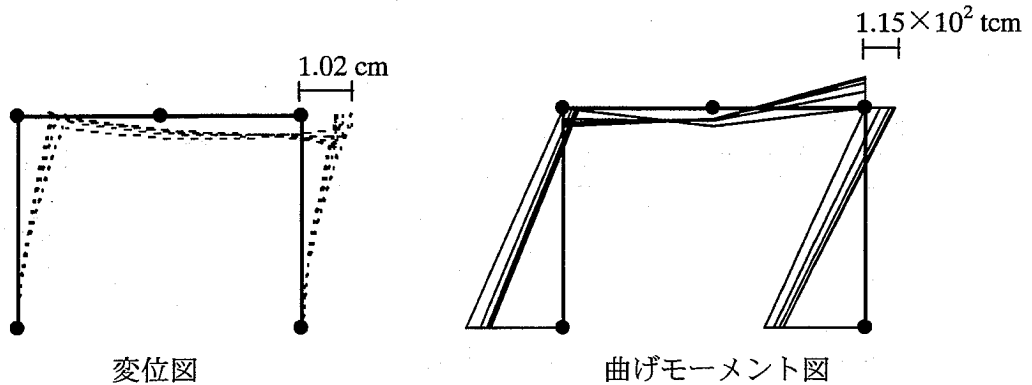


図 2-33 ケース 4-1~4-5

以上の図より、接合部剛性の変化にともなう、門型フレームの変形と曲げモーメントの変化の様子がわかる。

2.7 まとめ

本章では、半剛接合部を有する骨組の剛性方程式の導出法において、内節点自由度を増加させることなく扱える半剛接要素の定式化を代表的な4通りの導出法によって示した。以下、4通りの定式化の方法と利点についてまとめる。

導出法 1. 静的縮約法による半剛接合部の定式化

この方法は、はり要素端部に長さ 0 のバネ要素を付加し、はり要素とバネ要素の接合節点（内節点）の自由度を節点力の釣合条件を用いて縮約する方法である。この方法の利点は、内節点の釣合条件に基づいて定式化が行われるため、はり要素に分布荷重等の中間荷重が作用し、内節点での力の釣合に外力項が存在する場合にも同様の手順で定式化を行えば、容易にそのような荷重に対する等価節点力を導出できることにある。

導出法 2. たわみ性関係式を用いる方法

この方法は、はり要素と半剛接要素のたわみ性マトリックスを利用し、釣合マトリックスを用いて部材を直列結合する方法である。この方法の利点は、はり部材の部材端に剛域を考慮する場合には、釣合マトリックスに剛域の関係式を考慮することで、容易に剛域を考慮したはり要素の定式化を行うことができる点にある。

導出法 3. 伝達方程式を用いる方法

この方法は、要素 i 端の情報を伝達マトリックスを利用し、要素 j 端に伝達する関係式を求めることで、はり要素全体の剛性マトリックスを導く方法である。この方法の利点は、内節点自由度が自動的に縮約されるため、動的解析の場合に生じる縮約誤差を含まない形で定式化できる点にある。

導出法 4. 流れ則を用いる方法

この方法は、一般的な骨組の弾塑性解析法である塑性ヒンジ法の定式化に用いられる流れ則において、各自由度の塑性変形は連成せず独立なものと仮定することで、半剛接合部の剛性方程式を導出する方法である。この方法の利点は、定式化の段階で、流れ則の基本式にかえれば、各自由度のバネ剛性の連成効果を考慮できる可能性がある点にある。

これらの半剛接合部の定式化には、大きく、次の 2 つの特徴がある。

1. 内節点自由度を縮約しているため、解析上、通常のはり要素と同様に扱うことができるため、拡張性に優れている
2. 曲げ、せん断、軸方向、ねじりの各自由度に対する剛接合からピン接合までの一般的な接合部特性を解析することができるため、汎用性が高い

また、第 2 章では、基本的な数種の静的応力解析を行い、接合部に曲げバネおよびせん断バネを有する骨組の断面力と変形の基本特性を調査した。

2.8 参考文献

- 1) 藤谷義信, 藤井大地, 井上剛史: 接合部に半剛接バネを有する骨組の有限要素解析, 鋼構造年次論文報告集, 第3巻, pp.69-76, 1995年11月
- 2) 青山博之, 上村智彦: マトリックス法による構造解析, 培風館, 1988年2月
- 3) 河島佑男, 藤本孝: セミ・リジッド結合部を有する骨組構造物の振動解析, 日本鋼構造協会第11回大会研究集会, マトリックス解析法研究発表論文集, pp.355-360, 1977年6月
- 4) 上田幸雄, 松石正克, 山川武人, 赤松毅人: マトリックス法による骨組構造物の弾塑性解析, 日本造船学会論文集, 124号, pp.183-191, 1968年11月
- 5) 上田幸雄, 赤松毅人, 近江義夫: マトリックス法による骨組構造物の弾塑性解析(その2), 日本造船学会論文集, 126号, pp.253-262, 1969年11月
- 6) 藤谷義信著: 薄肉はり構造解析, 培風館, 1990年6月

第3章

半剛接合部を有する骨組の固有振動解析および座屈解析

3.1 はじめに

骨組構造の接合部の形式には様々なものがあり，通常の構造解析で仮定される剛接やピン接の条件を満足しない場合がある。特に欧米の鉄骨構造では，剛接の条件を満足しないいわゆる半剛接合部が一般に用いられており，これらの半剛接特性に関して古くから多くの研究が行われている^{1)~5)}。一方，我が国でも，比較的，施工，品質管理の容易な高力ボルト接合を用いた接合方法等の開発が行われており^{6)~8)}，今後，このような接合形式の構造解析を行うケースはますます増えるものと思われる。さらに，半剛接合部として，鋼材の接合部だけではなく，免震装置として利用される積層ゴムアイソレータや，杭基礎と地盤の間に生じる抵抗バネや，何らかの抵抗材を介して接合されるより一般的な接合形式まで視野に入れると，このような半剛接要素の固有振動解析や座屈解析への応用を考える必要がある。そこで，本章では，第2章で示した半剛接合部を有するはり要素モデルを固有振動解析と座屈解析に適用した場合の有効性を検討し，その適用限界を明らかにする。

3.2 固有振動解析

3.2.1 曲げバネを有するはり要素モデルの定式化

図 3-1 に示すような，要素両端に曲げバネを有するはり要素モデルについて考える。

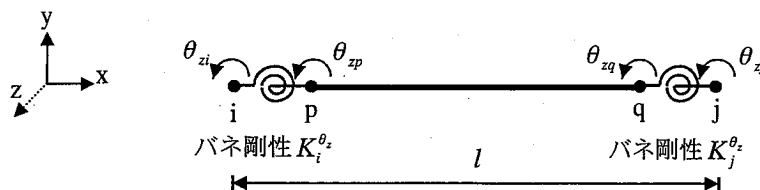


図 3-1 曲げバネを有するはり要素モデル

$$\begin{aligned}
 & -\omega^2 \frac{\gamma Al}{g} \left(\frac{11l}{210} v_i + \frac{l^2}{105} \theta_{zp} + \frac{13l}{420} v_j - \frac{l^2}{140} \theta_{zq} \right) \\
 & + \frac{6EI_z}{l^2} v_i - K_i^{\theta_z} \theta_{zi} + \left(\frac{4EI_z}{l} + K_i^{\theta_z} \right) \theta_{zp} - \frac{6EI_z}{l^2} v_j + \frac{2EI_z}{l} \theta_{zq} = 0
 \end{aligned} \tag{3.3}$$

$$\begin{aligned}
 & -\omega^2 \frac{\gamma Al}{g} \left(-\frac{13l}{420} v_i - \frac{l^2}{140} \theta_{zp} - \frac{11l}{210} v_j + \frac{l^2}{105} \theta_{zq} \right) \\
 & + \frac{6EI_z}{l^2} v_i + \frac{2EI_z}{l} \theta_{zp} - \frac{6EI_z}{l^2} v_j + \left(\frac{4EI_z}{l} + K_j^{\theta_z} \right) \theta_{zq} - K_j^{\theta_z} \theta_{zj} = 0
 \end{aligned} \tag{3.4}$$

(3.3), (3.4)式より, 節点変位間に次の関係式が成り立つ。

$$\{d_{ij}\} = [T] \{\bar{d}_{ij}\} \tag{3.5}$$

ここに,

$$\{\bar{d}_{ij}\}^T = [v_i \quad \theta_{zi} \quad v_j \quad \theta_{zj}], \quad [T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ただし,

$$a_{31} = \frac{-302400(EI_z)^2 + l^4 \frac{\gamma Al}{g} \omega^2 \left(1320K_j^{\theta_z} - 7l^2 \frac{\gamma Al}{g} \omega^2 \right) - 720EI_z \left(210K_j^{\theta_z} l - 13l^3 \frac{\gamma Al}{g} \omega^2 \right)}{l\xi}$$

$$a_{32} = \frac{240K_i^{\theta_z} l \left(420EI_z + 105K_j^{\theta_z} l - l^3 \frac{\gamma Al}{g} \omega^2 \right)}{\xi}$$

$$a_{33} = \frac{2 \left(151200(EI_z)^2 + l^4 \frac{\gamma Al}{g} \omega^2 \left(390K_j^{\theta_z} + l^2 \frac{\gamma Al}{g} \omega^2 \right) + 540EI_z \left(140K_j^{\theta_z} l + 3l^3 \frac{\gamma Al}{g} \omega^2 \right) \right)}{l\xi}$$

$$a_{34} = \frac{180K_j^{\theta_z} l \left(280EI_z + l^3 \frac{\gamma Al}{g} \omega^2 \right)}{\xi}$$

$$a_{51} = \frac{2 \left(151200(EI_z)^2 + l^4 \frac{\gamma Al}{g} \omega^2 \left(390K_i^{\theta_z} + l^2 \frac{\gamma Al}{g} \omega^2 \right) + 540EI_z \left(140K_i^{\theta_z} l + 3l^3 \frac{\gamma Al}{g} \omega^2 \right) \right)}{l\xi}$$

$$a_{52} = -\frac{180K_i^{\theta_z} l \left(280EI_z + l^3 \frac{\gamma Al}{g} \omega^2 \right)}{\zeta}$$

$$a_{53} = \frac{302400(EI_z)^2 + l^4 \frac{\gamma Al}{g} \omega^2 \left(-1320K_i^{\theta_z} + 7l^2 \frac{\gamma Al}{g} \omega^2 \right) + 720EI_z \left(210K_i^{\theta_z} l - 13l^3 \frac{\gamma Al}{g} \omega^2 \right)}{l\zeta}$$

$$a_{54} = \frac{240K_j^{\theta_z} l \left(420EI_z + 105K_i^{\theta_z} l - l^3 \frac{\gamma Al}{g} \omega^2 \right)}{\zeta}$$

なお,

$$\begin{aligned} \zeta = & 302400(EI_z)^2 + 240EI_z l \left(420K_i^{\theta_z} + 420K_j^{\theta_z} - 11l^2 \frac{\gamma Al}{g} \omega^2 \right) \\ & + l^4 \frac{\gamma Al}{g} \omega^2 \left(-240K_j^{\theta_z} + l^2 \frac{\gamma Al}{g} \omega^2 \right) + 240K_i^{\theta_z} \left(105K_j^{\theta_z} l^2 - l^4 \frac{\gamma Al}{g} \omega^2 \right) \end{aligned}$$

(3.5)式の変換マトリックスを用いて(3.2)式を縮約すると、固有振動方程式は次式となる。

$$\left(-\omega^2 [\bar{m}_{ij}] + [\bar{k}_{ij}] \right) \{ \bar{d}_{ij} \} = \{ f_{ij} \} \quad (3.6)$$

ここに,

$$[\bar{m}_{ij}] = [T]^T [m_{ij}] [T], \quad [\bar{k}_{ij}] = [T]^T [k_{ij}] [T], \quad \{ \bar{f}_{ij} \}^T = [f_{yi} \quad m_{zi} \quad f_{yj} \quad m_{zj}]$$

ところで、(3.5)式の変換マトリックスには、解析で求めるべき固有円振動数 ω が含まれている。したがって、解析の際には、 ω に適当な初期値を仮定して、 ω の値が収束するまで繰り返し計算を行う必要がある。しかし、回転に関する質量項は一般に剛性に比較して小さいため、実際の構造解析で必要となる低次振動モードに対しては、(3.3)、(3.4)式の ω^2 の項は無視できるものと考えられる。したがって、(3.5)式の ω^2 の項を無視した式を用いれば、上記のような繰り返し計算は必要ない。そこで本章の解析例では、この固有値に関する繰り返し計算を省略した場合の解析結果の精度を調査するため、内節点自由度の縮約を行わず、1要素あたり8自由度（立体骨組の場合は18自由度）の要素剛性マトリックスを用いた非縮約法（フルマトリックス法）と、内節点自由度の縮約を行い、通常のはり要素と同じ6自由度（立体骨組の場合は12自由度）の要素剛性マトリックスを用いた、縮約法とで解析を行い、解を比較する。

3.2.2 固有振動解析例

(1) 半剛接合部を有する両端固定はり

固有振動解析における解析結果の精度を調査する際、本手法の誤差の影響項を含む関係式は(3.3), (3.4)式であり、再記すると次式となる。式中、求めるべき ω が含まれる第1項が誤差の影響項であり、この項が相対的に小さければ、誤差の影響は小さくなる。

$$-\omega^2 \frac{\gamma Al}{g} \left(\frac{11l}{210} v_i + \frac{l^2}{105} \theta_{zp} + \frac{13l}{420} v_j - \frac{l^2}{140} \theta_{zq} \right) + \frac{6EI_z}{l^2} v_i - K_i^{\theta_z} \theta_{zi} + \left(\frac{4EI_z}{l} + K_i^{\theta_z} \right) \theta_{zp} - \frac{6EI_z}{l^2} v_j + \frac{2EI_z}{l} \theta_{zq} = 0 \quad (3.7)$$

$$-\omega^2 \frac{\gamma Al}{g} \left(-\frac{13l}{420} v_i - \frac{l^2}{140} \theta_{zp} - \frac{11l}{210} v_j + \frac{l^2}{105} \theta_{zq} \right) + \frac{6EI_z}{l^2} v_i + \frac{2EI_z}{l} \theta_{zp} - \frac{6EI_z}{l^2} v_j + \left(\frac{4EI_z}{l} + K_j^{\theta_z} \right) \theta_{zq} - K_j^{\theta_z} \theta_{zj} = 0 \quad (3.8)$$

(3.7), (3.8)式の各変位項を無次元化するように式変形を行うと、次式となる。

$$-\omega^2 \frac{\gamma Al^4}{gEI_z} \frac{1}{420} \left\{ \frac{22v_i + 13v_j}{l} + (4\theta_{zp} - 3\theta_{zq}) \right\} + 6 \left(\frac{v_i - v_j}{l} \right) + \frac{IK_i^{\theta_z}}{EI_z} (\theta_{zp} - \theta_{zi}) + 2(2\theta_{zp} + \theta_{zq}) = 0 \quad (3.9)$$

$$-\omega^2 \frac{\gamma Al^4}{gEI_z} \frac{1}{420} \left\{ \frac{-13v_i - 22v_j}{l} + (-3\theta_{zp} + 4\theta_{zq}) \right\} + 6 \left(\frac{v_i - v_j}{l} \right) + 2(\theta_{zp} + 2\theta_{zq}) + \frac{IK_j^{\theta_z}}{EI_z} (\theta_{zq} - \theta_{zj}) = 0 \quad (3.10)$$

(3.9), (3.10)式より、 ω^2 の項を省略した場合の解析精度に対する影響項は、 $\gamma Al^4/gEI_z$ のオーダーによって決定されることがわかる。

そこで、本解析モデルでは、 A/I に対する影響を調査するために、部材断面を長方形とし、断面のアスペクト比を1:1, 4:1, 9:1と変化させ、また、要素長 l に対する影響を調査するために要素の分割を2, 4, 6, 8, 16として解析を行う。部材のヤング係数は $E=2100t/cm^2$ 、単位体積重量は $\gamma=7.86 \times 10^{-6}t/cm^3$ 、重力加速度は $g=980cm/sec^2$ とする。各モデルの断面のアスペクト比とはり幅 b 、はり成 h 、断面積 A 、断面2次モーメント I_z を表3-1にまとめる。

表 3-1 解析モデルの諸定数

	Aspect	b (cm)	h (cm)	A (cm ²)	I_z (cm ⁴)
Model 1	1:1	3.0	3.0	9.0	6.75
Model 2	4:1	6.0	1.5	9.0	1.6875
Model 3	9:1	9.0	1.0	9.0	0.75
Model 4	1:4	1.5	6.0	9.0	27
Model 5	1:9	1.0	9.0	9.0	60.75

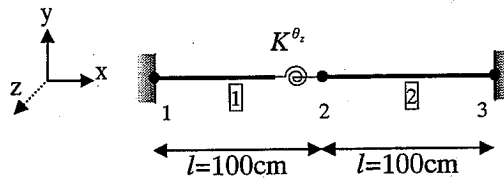


図 3-2 解析モデル

解析モデルは、図 3-2 に示すような、はり中央部に曲げバネを有する両端固定はりとし、曲げバネの剛性を(3.11)式の接合係数 λ を用いて評価する。

$$K^{\theta_z} = \frac{\lambda^{\theta} 4EI_z}{1 - \lambda^{\theta} l} \quad (3.11)$$

本解析例では、 $\lambda^{\theta}=0$ （接合部剛性 $K^{\theta_z}=0$ tcm/rad）のピン接合とした場合と、 $\lambda^{\theta}=0.5$ （接合部剛性 $K^{\theta_z}=567$ tcm/rad）の半剛接合とした場合の解析例を示す。解析モデルの要素分割数 N は、2, 4, 6, 8, 16の5通りとし、両端固定間の要素分割数 N に対する解の比較を行う。

表 3-2 に Model 1~3 と表 3-3 に Model 4, 5 の部材中央の曲げバネをピン接合とした場合の解析モデルの1次から5次までの固有周期（単位：秒）を示す。表中、各上段は本解析法（縮約法）による解析値、中段は縮約を行わないフルマトリックス法による解析値、下段はそれらの相対誤差（単位：%）を示す。ただし、要素分割数 $N=2$ のモデルでは、分割数が少ないため、2次モードまでの固有周期を示す。

表 3-2 Model 1~3 の固有周期と相対誤差 (ピン接合とした場合)

		unit : sec					
Aspect	N	1st Mode	2nd Mode	3rd Mode	4th Mode	5th Mode	
Model 1	1:1	2	3.994×10^{-2}	5.663×10^{-3}			
			4.014×10^{-2}	6.919×10^{-3}			
			0.50%	18.15%			
		4	4.029×10^{-2}	9.085×10^{-3}	6.379×10^{-3}	2.302×10^{-3}	1.849×10^{-3}
			4.031×10^{-2}	9.112×10^{-3}	6.381×10^{-3}	2.428×10^{-3}	1.887×10^{-3}
			0.05%	0.30%	0.03%	5.19%	2.01%
		6	4.032×10^{-2}	9.176×10^{-3}	6.411×10^{-3}	2.777×10^{-3}	2.270×10^{-3}
			4.032×10^{-2}	9.178×10^{-3}	6.414×10^{-3}	2.789×10^{-3}	2.270×10^{-3}
			0.00%	0.02%	0.05%	0.43%	0.00%
		8	4.032×10^{-2}	9.190×10^{-3}	6.426×10^{-3}	2.818×10^{-3}	2.280×10^{-3}
			4.032×10^{-2}	9.190×10^{-3}	6.427×10^{-3}	2.820×10^{-3}	2.280×10^{-3}
			0.00%	0.00%	0.02%	0.07%	0.00%
		16	4.033×10^{-2}	9.196×10^{-3}	6.434×10^{-3}	2.837×10^{-3}	2.297×10^{-3}
			4.032×10^{-2}	9.196×10^{-3}	6.434×10^{-3}	2.837×10^{-3}	2.297×10^{-3}
			0.02%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Model 2	4:1	2	7.988×10^{-2}	1.133×10^{-2}			
			8.027×10^{-2}	1.384×10^{-2}			
			0.49%	18.14%			
		4	8.058×10^{-2}	1.817×10^{-2}	1.276×10^{-2}	4.605×10^{-3}	3.699×10^{-3}
			8.061×10^{-2}	1.822×10^{-2}	1.276×10^{-2}	4.855×10^{-3}	3.773×10^{-3}
			0.04%	0.27%	0.00%	5.15%	1.96%
		6	8.064×10^{-2}	1.835×10^{-2}	1.282×10^{-2}	5.554×10^{-3}	4.539×10^{-3}
			8.064×10^{-2}	1.836×10^{-2}	1.283×10^{-2}	5.578×10^{-3}	4.540×10^{-3}
			0.00%	0.05%	0.08%	0.43%	0.02%
		8	8.065×10^{-2}	1.838×10^{-2}	1.285×10^{-2}	5.636×10^{-3}	4.559×10^{-3}
			8.065×10^{-2}	1.838×10^{-2}	1.285×10^{-2}	5.640×10^{-3}	4.561×10^{-3}
			0.00%	0.00%	0.00%	0.07%	0.04%
		16	8.065×10^{-2}	1.839×10^{-2}	1.287×10^{-2}	5.673×10^{-3}	4.593×10^{-3}
			8.065×10^{-2}	1.839×10^{-2}	1.287×10^{-2}	5.673×10^{-3}	4.593×10^{-3}
			0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Model 3	9:1	2	1.198×10^{-1}	1.699×10^{-2}			
			1.204×10^{-1}	2.076×10^{-2}			
			0.50%	18.16%			
		4	1.209×10^{-1}	2.726×10^{-2}	1.914×10^{-2}	6.907×10^{-3}	5.548×10^{-3}
			1.209×10^{-1}	2.734×10^{-2}	1.914×10^{-2}	7.283×10^{-3}	5.660×10^{-3}
			0.00%	0.29%	0.00%	5.16%	1.98%
		6	1.210×10^{-1}	2.753×10^{-2}	1.923×10^{-2}	8.331×10^{-3}	6.809×10^{-3}
			1.210×10^{-1}	2.753×10^{-2}	1.924×10^{-2}	8.367×10^{-3}	6.810×10^{-3}
			0.00%	0.00%	0.05%	0.43%	0.01%
		8	1.210×10^{-1}	2.757×10^{-2}	1.928×10^{-2}	8.454×10^{-3}	6.839×10^{-3}
			1.210×10^{-1}	2.757×10^{-2}	1.928×10^{-2}	8.460×10^{-3}	6.841×10^{-3}
			0.00%	0.00%	0.00%	0.07%	0.03%
		16	1.210×10^{-1}	2.759×10^{-2}	1.930×10^{-2}	8.510×10^{-3}	6.890×10^{-3}
			1.210×10^{-1}	2.759×10^{-2}	1.930×10^{-2}	8.510×10^{-3}	6.890×10^{-3}
			0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%

上段：本解析法 (縮約法)
 中段：フルマトリックス法
 下段：相対誤差

表 3-3 Model 4, 5 の固有周期と相対誤差 (ピン接合とした場合)

		unit : sec					
	Aspect	N	1st Mode	2nd Mode	3rd Mode	4th Mode	5th Mode
Model 4	1:4	2	1.997×10 ⁻²	2.832×10 ⁻³			
			2.007×10 ⁻²	3.459×10 ⁻³			
			0.50%	18.13%			
		4	2.015×10 ⁻²	4.543×10 ⁻³	3.189×10 ⁻³	1.151×10 ⁻³	9.247×10 ⁻³
			2.015×10 ⁻²	4.556×10 ⁻³	3.190×10 ⁻³	1.214×10 ⁻³	9.433×10 ⁻³
			0.00%	0.29%	0.03%	5.19%	1.97%
		6	2.016×10 ⁻²	4.588×10 ⁻³	3.205×10 ⁻³	1.388×10 ⁻³	1.135×10 ⁻³
			2.016×10 ⁻²	4.589×10 ⁻³	3.207×10 ⁻³	1.395×10 ⁻³	1.135×10 ⁻³
			0.00%	0.02%	0.06%	0.50%	0.00%
		8	2.016×10 ⁻²	4.595×10 ⁻³	3.213×10 ⁻³	1.409×10 ⁻³	1.140×10 ⁻³
			2.016×10 ⁻²	4.595×10 ⁻³	3.214×10 ⁻³	1.410×10 ⁻³	1.140×10 ⁻³
			0.00%	0.00%	0.03%	0.07%	0.00%
		16	2.016×10 ⁻²	4.598×10 ⁻³	3.217×10 ⁻³	1.418×10 ⁻³	1.148×10 ⁻³
			2.016×10 ⁻²	4.598×10 ⁻³	3.217×10 ⁻³	1.418×10 ⁻³	1.148×10 ⁻³
			0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Model 5	1:9	2	1.331×10 ⁻²	1.888×10 ⁻³			
			1.338×10 ⁻²	2.306×10 ⁻³			
			0.52%	18.13%			
		4	1.343×10 ⁻²	3.028×10 ⁻³	2.126×10 ⁻³	7.675×10 ⁻⁴	7.620×10 ⁻⁴
			1.344×10 ⁻²	3.037×10 ⁻³	2.127×10 ⁻³	8.092×10 ⁻⁴	7.622×10 ⁻⁴
			0.07%	0.30%	0.05%	5.15%	0.03%
		6	1.344×10 ⁻²	3.059×10 ⁻³	2.137×10 ⁻³	9.257×10 ⁻⁴	7.729×10 ⁻⁴
			1.344×10 ⁻²	3.059×10 ⁻³	2.138×10 ⁻³	9.297×10 ⁻⁴	7.726×10 ⁻⁴
			0.00%	0.00%	0.05%	0.43%	0.04%
		8	1.344×10 ⁻²	3.063×10 ⁻³	2.142×10 ⁻³	9.393×10 ⁻⁴	7.767×10 ⁻⁴
			1.344×10 ⁻²	3.063×10 ⁻³	2.142×10 ⁻³	9.400×10 ⁻⁴	7.765×10 ⁻⁴
			0.00%	0.00%	0.00%	0.07%	0.03%
		16	1.344×10 ⁻²	3.065×10 ⁻³	2.145×10 ⁻³	9.455×10 ⁻⁴	7.805×10 ⁻⁴
			1.344×10 ⁻²	3.065×10 ⁻³	2.145×10 ⁻³	9.455×10 ⁻⁴	7.805×10 ⁻⁴
			0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%

上段：本解析法 (縮約法)
 中段：フルマトリックス法
 下段：相対誤差

また、同様に表 3-4 に Model 1~3 と表 3-5 に Model 4, 5 の部材中央の曲げバネを半剛接合 (接合部剛性 $K^{\theta} = 567 \text{ tcm/rad}$) とした場合の解析モデルの 1 次から 5 次までの固有周期 (単位：秒) を示す。

表 3-4 Model 1~3 の固有周期と相対誤差 (半剛接合とした場合)

unit : sec

	Aspect	N	1st Mode	2nd Mode	3rd Mode	4th Mode	5th Mode
Model 1	1:1	2	2.685×10^{-2}	6.064×10^{-3}			
			2.702×10^{-2}	6.919×10^{-3}			
			0.63%	12.36%			
		4	2.732×10^{-2}	9.094×10^{-3}	5.055×10^{-3}	2.337×10^{-3}	1.619×10^{-3}
			2.734×10^{-2}	9.112×10^{-3}	5.062×10^{-3}	2.428×10^{-3}	1.629×10^{-3}
			0.07%	0.20%	0.14%	3.75%	0.61%
		6	2.736×10^{-2}	9.177×10^{-3}	5.107×10^{-3}	2.780×10^{-3}	2.020×10^{-3}
			2.736×10^{-2}	9.178×10^{-3}	5.111×10^{-3}	2.789×10^{-3}	2.021×10^{-3}
			0.00%	0.01%	0.08%	0.32%	0.05%
		8	2.737×10^{-2}	9.190×10^{-3}	5.129×10^{-3}	2.818×10^{-3}	2.030×10^{-3}
			2.737×10^{-2}	9.190×10^{-3}	5.130×10^{-3}	2.820×10^{-3}	2.032×10^{-3}
			0.00%	0.00%	0.02%	0.07%	0.10%
		16	2.737×10^{-2}	9.196×10^{-3}	5.140×10^{-3}	2.837×10^{-3}	2.051×10^{-3}
			2.737×10^{-2}	9.196×10^{-3}	5.140×10^{-3}	2.837×10^{-3}	2.051×10^{-3}
			0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Model 2	4:1	2	5.091×10^{-2}	1.314×10^{-2}			
			5.105×10^{-2}	1.384×10^{-2}			
			0.27%	5.06%			
		4	5.174×10^{-2}	1.821×10^{-2}	9.465×10^{-3}	4.762×10^{-3}	3.041×10^{-3}
			5.176×10^{-2}	1.822×10^{-2}	9.475×10^{-3}	4.855×10^{-3}	3.046×10^{-3}
			0.04%	0.05%	0.11%	1.92%	0.16%
		6	5.181×10^{-2}	1.835×10^{-2}	9.587×10^{-3}	5.568×10^{-3}	3.827×10^{-3}
			5.181×10^{-2}	1.836×10^{-2}	9.593×10^{-3}	5.578×10^{-3}	3.830×10^{-3}
			0.00%	0.05%	0.06%	0.18%	0.08%
		8	5.182×10^{-2}	1.838×10^{-2}	9.633×10^{-3}	5.638×10^{-3}	3.855×10^{-3}
			5.182×10^{-2}	1.838×10^{-2}	9.636×10^{-3}	5.640×10^{-3}	3.858×10^{-3}
			0.00%	0.00%	0.03%	0.04%	0.08%
		16	5.182×10^{-2}	1.839×10^{-2}	9.655×10^{-3}	5.673×10^{-3}	3.901×10^{-3}
			5.182×10^{-2}	1.839×10^{-2}	9.655×10^{-3}	5.673×10^{-3}	3.901×10^{-3}
			0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
Model 3	9:1	2	7.551×10^{-2}	2.023×10^{-2}			
			7.562×10^{-2}	2.076×10^{-2}			
			0.15%	2.55%			
		4	7.670×10^{-2}	2.732×10^{-2}	1.397×10^{-2}	7.206×10^{-3}	4.479×10^{-3}
			7.672×10^{-2}	2.734×10^{-2}	1.398×10^{-2}	7.283×10^{-3}	4.482×10^{-3}
			0.03%	0.07%	0.07%	1.06%	0.07%
		6	7.679×10^{-2}	2.753×10^{-2}	1.416×10^{-2}	8.358×10^{-3}	5.654×10^{-3}
			7.680×10^{-2}	2.753×10^{-2}	1.417×10^{-2}	8.367×10^{-3}	5.657×10^{-3}
			0.01%	0.00%	0.07%	0.11%	0.05%
		8	7.681×10^{-2}	2.757×10^{-2}	1.423×10^{-2}	8.458×10^{-3}	5.699×10^{-3}
			7.681×10^{-2}	2.757×10^{-2}	1.423×10^{-2}	8.460×10^{-3}	5.702×10^{-3}
			0.00%	0.00%	0.00%	0.02%	0.05%
		16	7.681×10^{-2}	2.759×10^{-2}	1.426×10^{-2}	8.510×10^{-3}	5.768×10^{-3}
			7.681×10^{-2}	2.759×10^{-2}	1.426×10^{-2}	8.510×10^{-3}	5.768×10^{-3}
			0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%

上段：本解析法 (縮約法)
 中段：フルマトリックス法
 下段：相対誤差

表 3-5 Model 4, 5 の固有周期と相対誤差 (半剛接合とした場合)

unit : sec

	Aspect	N	1st Mode	2nd Mode	3rd Mode	4th Mode	5th Mode
Model 4	1:4	2	1.529×10^{-2}	2.839×10^{-3}			
			1.539×10^{-2}	3.459×10^{-3}			
			0.65%	17.92%			
		4	1.551×10^{-2}	4.544×10^{-3}	2.822×10^{-3}	1.156×10^{-3}	8.735×10^{-4}
			1.552×10^{-2}	4.556×10^{-3}	2.825×10^{-3}	1.214×10^{-3}	8.851×10^{-4}
			0.06%	0.26%	0.11%	4.78%	1.31%
		6	1.553×10^{-2}	4.588×10^{-3}	2.842×10^{-3}	1.389×10^{-3}	1.079×10^{-3}
			1.553×10^{-2}	4.589×10^{-3}	2.844×10^{-3}	1.395×10^{-3}	1.079×10^{-3}
			0.00%	0.02%	0.07%	0.43%	0.00%
		8	1.553×10^{-2}	4.595×10^{-3}	2.851×10^{-3}	1.409×10^{-3}	1.084×10^{-3}
			1.553×10^{-2}	4.595×10^{-3}	2.852×10^{-3}	1.410×10^{-3}	1.084×10^{-3}
			0.00%	0.00%	0.04%	0.07%	0.00%
		16	1.554×10^{-2}	4.598×10^{-3}	2.856×10^{-3}	1.418×10^{-3}	1.093×10^{-3}
			1.554×10^{-2}	4.598×10^{-3}	2.856×10^{-3}	1.418×10^{-3}	1.093×10^{-3}
			0.00%	0.00%	0.00%	0.00%	0.00%
		Model 5	1:9	2	1.119×10^{-2}	1.876×10^{-3}	
1.126×10^{-2}	2.306×10^{-3}						
0.62%	18.65%						
4	1.133×10^{-2}			3.029×10^{-3}	1.986×10^{-3}	7.688×10^{-4}	7.620×10^{-4}
	1.134×10^{-2}			3.037×10^{-3}	1.987×10^{-3}	8.092×10^{-4}	7.622×10^{-4}
	0.09%			0.26%	0.05%	4.99%	0.03%
6	1.134×10^{-2}			3.059×10^{-3}	1.998×10^{-3}	9.258×10^{-4}	7.729×10^{-4}
	1.134×10^{-2}			3.059×10^{-3}	1.999×10^{-3}	9.297×10^{-4}	7.726×10^{-4}
	0.00%			0.00%	0.05%	0.42%	0.04%
8	1.135×10^{-2}			3.063×10^{-3}	2.004×10^{-3}	9.393×10^{-4}	7.767×10^{-4}
	1.135×10^{-2}			3.063×10^{-3}	2.004×10^{-3}	9.400×10^{-4}	7.765×10^{-4}
	0.00%			0.00%	0.00%	0.07%	0.03%
16	1.135×10^{-2}			3.065×10^{-3}	2.007×10^{-3}	9.455×10^{-4}	7.805×10^{-4}
	1.135×10^{-2}			3.065×10^{-3}	2.007×10^{-3}	9.455×10^{-4}	7.805×10^{-4}
	0.00%			0.00%	0.00%	0.00%	0.00%

上段：本解析法 (縮約法)
 中段：フルマトリックス法
 下段：相対誤差

これらの表より、ピン接合も半剛接合も同様の結果を示し、要素分割数 $N=4$ では4次以降の高次モードで若干誤差が大きくなるが $N=8,16$ では、高次モードでも良好な精度が得られていることがわかる。また、断面形状のアスペクト比の変化は、解析精度にほとんど影響を与えないことがわかる。

以上の結果より、低次振動モードのみを必要とする問題では、本解析方法で十分な精度が得られ、また、高次振動モードが必要な場合でも、要素分割数を多くとれば本解析方法で解析が可能である。また、使用部材の断面は、実構造レベルの断面形状であれば十分対応できることが示された。

(2) 半剛接合部を有する L 型骨組

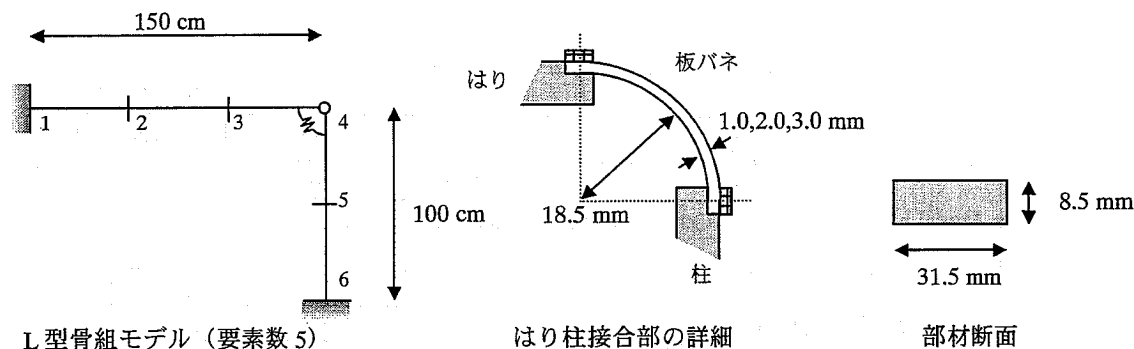


図 3-3 解析モデル

次に、図 3-3 に示すような、河島、藤本⁹⁾ の L 型骨組の実験モデルを対象として解析を行う。本モデルでは、図に示すように、柱とはりの接合部に円弧状の板バネが使用されており、その板厚を 1.0mm, 2.0mm, 3.0mm として実験が行われている。板厚に対するバネ剛性 K_s と接合係数 λ の値を表 3-6 に示す。また、使用部材の諸定数を表 3-7 に示す。なお、本解析では、半剛接合部の内節点自由度の縮約を行う解析法（縮約法）のみの解析を行っている。

表 3-6 各解析モデル

	板バネの板厚	板バネの剛性 K_s	λ
Model 6		0 tcm/rad	0.0000
Model 7	1.0 mm	0.2604 tcm/rad	0.0095
Model 8	2.0 mm	4.4989 tcm/rad	0.1425
Model 9	3.0 mm	9.0059 tcm/rad	0.2496
Model 10		infinity	1.0000

表 3-7 使用部材の諸定数

E	2100	(t/cm ²)
A	2.6775	(cm ²)
I	0.1612	(cm ⁴)
γ	7.86×10^{-6}	(t/cm ³)
\dot{g}	980	(cm/sec ²)

表 3-8 は、解析モデルを 5 分割 (CaseA)、および 10 分割 (CaseB) した場合の、各モデルに対する 1 次から 4 次までの固有周期を示す。ここに、表中の最下段は河島、藤本の実験値である。表 3-8 より、3 次モードまでは 5 分割程度で良好な精度が得られ、実験値と良

好に一致するが、4次モードでは10分割以上の分割が必要であることが示されている。

表 3-8 各モデルの固有周期

unit : sec

	K_s (tcm/rad)	N	1st Mode	2nd Mode	3rd Mode	4th Mode
Model 6	0	5	7.29×10^{-2}	3.22×10^{-2}	2.20×10^{-2}	8.95×10^{-3}
		10	7.30×10^{-2}	3.24×10^{-2}	2.25×10^{-2}	1.07×10^{-2}
			-	-	-	-
Model 7	0.2604	5	7.23×10^{-2}	3.20×10^{-2}	2.19×10^{-2}	8.94×10^{-3}
		10	7.25×10^{-2}	3.23×10^{-2}	2.25×10^{-2}	1.07×10^{-2}
			7.19×10^{-2}	3.34×10^{-2}	2.28×10^{-2}	1.20×10^{-2}
Model 8	4.4989	5	6.74×10^{-2}	3.03×10^{-2}	2.13×10^{-2}	8.90×10^{-3}
		10	6.76×10^{-2}	3.06×10^{-2}	2.18×10^{-2}	1.06×10^{-2}
			7.09×10^{-2}	3.31×10^{-2}	2.27×10^{-2}	1.12×10^{-2}
Model 9	9.0059	5	6.54×10^{-2}	2.94×10^{-2}	2.08×10^{-2}	8.92×10^{-3}
		10	6.55×10^{-2}	2.97×10^{-2}	2.13×10^{-2}	1.06×10^{-2}
			6.45×10^{-2}	3.25×10^{-2}	2.22×10^{-2}	1.09×10^{-2}
Model 10	infinity	5	6.10×10^{-2}	2.75×10^{-2}	1.89×10^{-2}	9.18×10^{-3}
		10	6.12×10^{-2}	2.78×10^{-2}	1.93×10^{-2}	1.05×10^{-2}
			-	-	-	-

上段：解析値 (CaseA)
 中段：解析値 (CaseB)
 下段：実験値 (河島, 藤本⁹⁾)

3.3 座屈解析

3.3.1 曲げバネを有するはり要素モデルの定式化

図 3-1 の要素 ij の座屈方程式は次のようになる。

$$[k_{ij}] \{d_{ij}\} + [k_{ij}^0] \{d_{ij}\} = \{f_{ij}\} \quad (3.12)$$

ここに、

$$[k_{ij}] = \begin{bmatrix} \frac{12EI_z}{l^3} & & & & & & \\ & K_i^{\theta_z} & & & & & \\ \frac{6EI_z}{l^2} & -K_i^{\theta_z} & \frac{4EI_z}{l} + K_i^{\theta_z} & & & & \\ -\frac{12EI_z}{l^3} & 0 & -\frac{6EI_z}{l^2} & \frac{12EI_z}{l^3} & & & \\ \frac{6EI_z}{l^2} & 0 & \frac{2EI_z}{l} & -\frac{6EI_z}{l^2} & \frac{4EI_z}{l} + K_j^{\theta_z} & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -K_j^{\theta_z} & K_j^{\theta_z} & \end{bmatrix}, \quad [k_{ij}^0] = \begin{bmatrix} \frac{6p}{5l} & & & & & & \\ 0 & 0 & & & & & \\ \frac{p}{10} & 0 & \frac{2lp}{15} & & & & \\ -\frac{6p}{5l} & 0 & -\frac{p}{10} & \frac{6p}{5l} & & & \\ \frac{p}{10} & 0 & -\frac{p}{30} & -\frac{p}{10} & \frac{2lp}{15} & & \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{Sym.}$$

$$\{d_{ij}\}^T = [v_i \quad \theta_{zi} \quad \theta_{zp} \quad v_j \quad \theta_{zq} \quad \theta_{zj}], \quad \{f_{ij}\}^T = [f_{yi} \quad m_{zi} \quad m_{zp} \quad f_{yj} \quad m_{zq} \quad m_{zj}]$$

節点 p,q は内節点であるから, 要素内に外力がない場合, $m_{zp} = 0, m_{zq} = 0$ となる。よって, (3.12)式の3行目と5行目を取り出すと,

$$\begin{aligned} \frac{6EI_z}{l^2}v_i - K_i^{\theta_z}\theta_{zi} + \left(\frac{4EI_z}{l} + K_i^{\theta_z}\right)\theta_{zp} - \frac{6EI_z}{l^2}v_j + \frac{2EI_z}{l}\theta_{zq} \\ + p\left(\frac{1}{10}v_i + \frac{2l}{15}\theta_{zp} - \frac{1}{10}v_j - \frac{1}{30}\theta_{zq}\right) = 0 \end{aligned} \quad (3.13)$$

$$\begin{aligned} \frac{6EI_z}{l^2}v_i + \frac{2EI_z}{l}\theta_{zp} - \frac{6EI_z}{l^2}v_j + \left(\frac{4EI_z}{l} + K_j^{\theta_z}\right)\theta_{zq} - K_j^{\theta_z}\theta_{zj} \\ + p\left(\frac{1}{10}v_i - \frac{1}{30}\theta_{zp} - \frac{1}{10}v_j + \frac{2l}{15}\theta_{zq}\right) = 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

(3.13), (3.14)式より, 節点変位間に次の関係式が成り立つ。

$$\{d_{ij}\} = [T]\{\bar{d}_{ij}\} \quad (3.15)$$

ここに,

$$\{\bar{d}_{ij}\}^T = [v_i \quad \theta_{zi} \quad v_j \quad \theta_{zj}], \quad [T] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ b_{31} & b_{32} & b_{33} & b_{34} \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ b_{51} & b_{52} & b_{53} & b_{54} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

ただし,

$$b_{31} = -\frac{3(60EI_z + l^2p)(60EI_z + l(30K_j^{\theta_z} + p + 4lp))}{l\xi_b}, \quad b_{32} = \frac{60K_i^{\theta_z}l(60EI_z + l(15K_j^{\theta_z} + 2lp))}{\xi_b}$$

$$b_{33} = \frac{3(60EI_z + l^2p)(60EI_z + l(30K_j^{\theta_z} + p + 4lp))}{l\xi_b}, \quad b_{34} = \frac{30K_j^{\theta_z}l(-60EI_z + lp)}{\xi_b}$$

$$b_{51} = -\frac{3(60EI_z + l^2p)(60EI_z + l(30K_i^{\theta_z} + p + 4lp))}{l\xi_b}, \quad b_{52} = \frac{30K_i^{\theta_z}l(-60EI_z + lp)}{\xi_b}$$

$$b_{53} = \frac{3(60EI_z + l^2p)(60EI_z + l(30K_i^{\theta_z} + p + 4lp))}{l\xi_b}, \quad b_{54} = \frac{60K_j^{\theta_z}l(60EI_z + l(15K_i^{\theta_z} + 2lp))}{\xi_b}$$

なお,

$$\xi_b = 10800(EI_z)^2 + 120EI_z l (30K_i^{\theta_z} + 30K_j^{\theta_z} + p + 8lp) + l^2 (60K_i^{\theta_z} (15K_j^{\theta_z} + 2lp) + p(120K_j^{\theta_z} l - p + 16l^2 p))$$

(3.15)式の変換マトリックスを用いて(3.12)式を縮約すると、座屈方程式は次式となる。

$$[\bar{k}_{ij}] \{\bar{d}_{ij}\} + [\bar{k}_{ij}^0] \{\bar{d}_{ij}\} = \{\bar{f}_{ij}\} \quad (3.16)$$

ここに,

$$[\bar{k}_{ij}] = [T]^T [k_{ij}] [T], \quad [\bar{k}_{ij}^0] = [T]^T [k_{ij}^0] [T], \quad \{\bar{f}_{ij}\}^T = [f_{yi} \quad m_{zi} \quad f_{yj} \quad m_{zj}]$$

ところで、(3.15)式の変換マトリックスには、解析で求めるべき座屈荷重 p が含まれている。したがって、解析の際には、 p に適当な初期値を仮定して、 p の値が収束するまで繰り返し計算を行う必要がある。しかし、前節の固有振動方程式の ω^2 の係数よりも、 p はさらに低次のオーダーとなるから、前節同様に、(3.15)式の p の項を無視した式を用いて、(3.12)式を縮約しても十分な精度が得られると考えられる。次節では、基本例題によって座屈解析における精度の検証を行う。

3.3.2 座屈解析例

半剛接合部を有する骨組の座屈解析例として、図 3-4 に示すような節点 2 に回転バネを有する骨組の座屈解析を行う。図において、部材 $\bar{24}$ は骨組を安定させるための弾性バネである。回転バネ剛性は、 $EI=1.0 \times 10^5 \text{ tcm}^2$ とする。また、部材の曲げ剛性は以下のように仮定している。

Case A : 曲げ剛性 EI を非常に大きくした剛棒モデル

Case B : $EI=1.0 \times 10^5 \text{ tcm}^2$

Case C : Case B の 1/10 の曲げ剛性 $EI=1.0 \times 10^4 \text{ tcm}^2$

ここで、Case A の理論解は、部材 $\bar{12}$ 、 $\bar{23}$ が剛棒であるので、仮想変位を考慮したときのエネルギーの釣合から容易に求められ、次式となる。

$$P_{cr} = \frac{5K_1}{3l} + \frac{3K_2 l}{5} \quad (3.17)$$

ただし、 K_1 、 K_2 は回転バネとバネ $\bar{24}$ の剛性である。

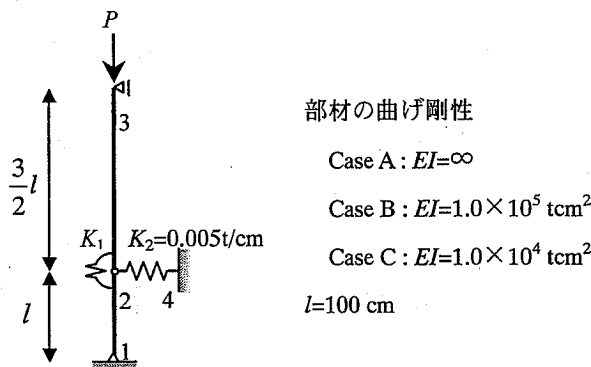


図 3-4 座屈解析モデル

表 3-9 は、バネ剛性 K_1 , K_2 の各値に対する座屈荷重値を示している。表中の上段は本解析法（縮約法）の解析結果であり、下段はフルマトリックス法による解析結果である。表より、両者の結果はまったく一致していることがわかる。また、Case A は、理論解に対して良好に一致し、Case B, Case C では、曲げバネ剛性が無限大の剛接合のとき、それぞれの EI に対する長さ $2l$ の弾性棒の座屈荷重値に収束するため、Case A と比較して接合部剛性 K_1 の変化による座屈荷重値の変化量が小さくなっている。

表 3-9 座屈荷重

K_1 (tcm/rad)	正解 (t)	Case A	Case B	Case C
0	0.30	0.30	0.30	0.30
		0.30	0.30	0.30
1000	16.97	16.97	8.90	1.71
		16.97	8.90	1.71
4000	66.97	66.97	13.51	1.78
		66.97	13.51	1.78
16000	266.97	266.97	15.34	1.80
		266.97	15.34	1.80
infinity	infinity	1.58×10^7	16.02	1.81
		1.58×10^7	16.02	1.81

unit : t

3.4 まとめ

本章では、半剛接合部を有するはりの固有振動解析および座屈解析を行った。本解析法は、半剛接合部によって生じる付加自由度は静的縮約法によって縮約するため、固有振動解析では、分布質量系の解析の場合に縮約誤差を生じる。また、座屈解析でも、縮約誤差を生じるため、半剛接合部を有するはりの固有振動解析と座屈解析を行い、これらの縮約

誤差の影響を調査した。

その結果、固有振動解析では、縮約誤差は、式の上では要素長と断面形状に依存するものであり、この内、数値解析上では、要素長の影響が大きく、断面形状の影響は通常の部材断面ではほとんど影響を与えないことが示された。また、高次振動の解析を行う場合は、少なくとも1要素に半波以上の振動モードの変化が生じないように適切に要素分割を行えば、特に問題はないことが示された。

座屈解析では、縮約誤差の影響係数のオーダーが固有振動解析よりも小さいことと、また通常座屈問題では1次モードのみが必要となることから、近似的に静的縮約を行っても問題はないと言える。

以上の点に注意した解析を行えば、本解析法は、静変形解析と同様に固有振動解析や座屈解析にも有効に利用することができることを示した。

3.5 参考文献

- 1) Wai-Fah Chen and Eric M. Lui : Effects of Joint Flexibility on the Behavior of Steel Frames, Computers & Structures, Vol.26, No.5, pp.719-732, 1987
- 2) R. Bjorhovde, J. Brozzetti, and A. Colson : Classification System for Beam-to-Column Connections, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol.116, No.ST11, pp.3059-3076, 1990
- 3) S. H. Hsieh and G. G. Deirlein : Nonlinear Analysis of Three-Dimensional Steel Frame with Semi-Rigid Connections, Computers & Structures, Vol.41, No.5, pp.995-1009, 1991
- 4) Faris G. A. Al-Bermani and Stritawat Kitipornchai : Elastoplastic Nonlinear Analysis of Flexibly Jointed Space Frames, Journal of Structural Engineering, Vol.118, No.1, pp.108-127, 1992
- 5) T. H. Almusallam and R. M. Richard : Steel Frame Analysis with Flexible Joints Exhibiting a Strain-softening Behavior, Computers & Structures Vol.46, No.1, pp.55-65, 1993
- 6) 森田耕次, 江波戸和正, 関根誠司, 土居和雅, 上杉武彦 : 箱形断面柱-合成梁無補強接合部の力学的挙動に関する研究-鋼構造半剛接合部の耐震性能に関する研究-, 日本建築学会構造系論文集, 第463号, pp.115-124, 1994
- 7) 森田耕次, 江波戸和正, 土居和雅, 樋口厚 : 半剛接合された2層2スパン鋼骨組架構の力学的挙動に関する実験的研究-鋼構造半剛接合部の耐震性能に関する研究-, 日本建築学会構造系論文集, 第473号, pp.197-205, 1995
- 8) 林暁光, 大井謙一, 高梨晃一, 嶋脇興助 : 部分構造法による半剛接鉄骨骨組の地震応答実験, 鋼構造年次論文報告集, 第3巻, pp.77-82, 1995年
- 9) 河島佑男, 藤本孝 : セミ・リジッド結合部を有する骨組構造物の振動解析, 日本鋼構造協会第11回大会研究集会, マトリックス解析法研究発表論文集, pp.355-360, 1977年6月
- 10) 川井忠彦, 藤谷義信 : 座屈問題解析, 培風館, 1991

第4章

接合部の剛性と減衰を考慮した半剛接はり要素の応答解析

4.1 はじめに

建築骨組の構造解析を行う場合、接合部はピン接合か剛接合、柱脚はピン支持か固定支持として扱われることが多いが、実際の接合部は、剛接合とピン接合の中間的な半剛接合的特性を示すことが知られている^{1),2)}。また、最近では接合部に制震装置を装着したり³⁾、柱脚に積層ゴムアイソレータを装着する機会が増えており⁴⁾、このような半剛接合的特性を構造解析に取り込む必要性が増している。

このような背景から、第2章では骨組の部材要素端にせん断、曲げ、引張・圧縮、ねじりの任意自由度のバネ特性を導入できる有限要素を提案した^{5),6)}。本要素は、付加された半剛接バネの内節点自由度を静的縮約法によって縮約しているため、通常の骨組要素と同様に扱える利点がある。しかしながら、本要素を動的解析に用いる場合、静的縮約の条件式が厳密ではなくなり、分布質量系の問題では誤差を生じることになる。この分布質量に関する誤差に関しては、第3章ですでに検討を行い、通常の構造解析では、この誤差は無視できる範囲であることを示した。また、集中質量として扱う場合には誤差が生じないため、後述の第6章では、本要素を利用して半剛接骨組の動的弾塑性解析を行い、その応答特性の調査を行う。

ところで、この静的縮約の条件式が厳密でなくなる問題として、分布質量系の他に接合部にダッシュポット減衰を考慮する機会が考えられる。このような接合部減衰は接合部の弾塑性特性を等価剛性と等価減衰で評価する場合等に必要であり、このような減衰を骨組解析に導入することはプログラムの解析範囲を広げる上で重要となる。

そこで本章では、第3章までに示した半剛接はり要素モデルに新たにダッシュポット減衰を考慮した要素を提案し、本要素の動的応答解析における節点自由度の静的縮約に関する縮約誤差についての検討を行う。このとき、構造物自体の内部に生じる内部摩擦に起因する構造減衰は、本半剛接はり要素の縮約誤差には直接関係がないため、本解析例では、

これらの構造減衰は考慮せず，接合部位置に局部的に生じるダッシュポット減衰のみを考慮した解析を行うことで，ダッシュポット減衰定数値に対する本半剛接はり要素の縮約誤差の影響を調査する。

4.2 接合部の剛性と減衰を考慮した半剛接要素

本章では，図 4-1 に示すような有限要素を提案する。なお，図 4-1 は，z 軸まわりの曲げ変形に関する要素を示したものであり，y 軸まわりの曲げ，軸方向，ねじり変形に関しても本章に示すものと同様の定式化を行うことができる。そして平面骨組の場合，最終的には，1 節点 6 自由度の要素の運動方程式が導かれる。しかし，ここでは簡単のため z 軸まわりの曲げ変形に関する定式化のみを示すものとする。

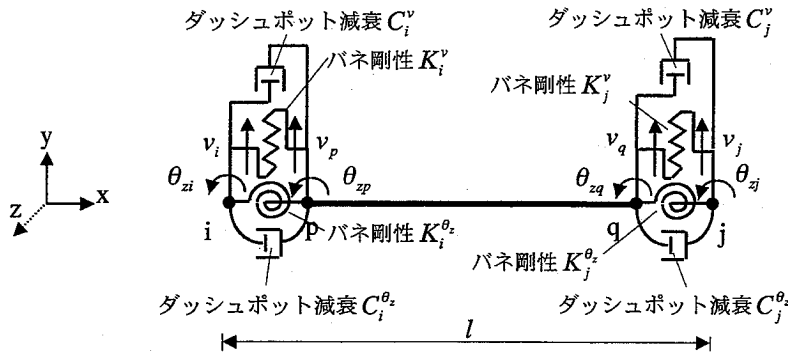


図 4-1 有限要素モデル

図 4-1 の要素 \overline{pq} は通常のはり要素である。要素 \overline{ip} ， \overline{qj} は，接合部の特性を表す要素であり，長さは 0 で，曲げおよびせん断変形に関するバネとダッシュポットから構成される。

4.2.1 要素運動方程式

図 4-1 のはり要素 \overline{pq} と，バネ要素 \overline{ip} ， \overline{qj} の剛性，質量，減衰を重ね合わせると，要素全体の運動方程式は次式となる。

$$[m_v]\{\ddot{v}\} + [c_v]\{\dot{v}\} + [k_v]\{v\} = \{f_v\} \quad (4.1)$$

ここに， $[m_v]$ ， $[c_v]$ ， $[k_v]$ は要素 \overline{ij} の質量，減衰，剛性の各マトリックスであり，次式で表される。

f_{y_i}, m_{z_i} は節点 i のせん断力と曲げモーメントを表している。また、減衰は要素全体に加わる剛性比例型減衰と接合部のダッシュポット減衰を考える。

次に(4.1)式の内節点自由度の縮約を行う。まず(4.1)式の3行目から6行目までを取り出すと次のように整理できる。

$$\begin{aligned} & [m_v^{pq}] \{\ddot{v}^{pq}\} + \frac{2h_1}{\omega_1} ([k_v^{pq}] \{\dot{v}^{pq}\} - [k_v^{ij}] \{\dot{v}^{ij}\}) \\ & + [c_v^{pq}] (\{\dot{v}^{pq}\} - \{\dot{v}^{ij}\}) + [k_v^{pq}] \{v^{pq}\} - [k_v^{ij}] \{v^{ij}\} = \{0\} \end{aligned} \quad (4.2)$$

ここに、 ω_1 は1次固有円振動数、 h_1 は1次モードの減衰定数である。また、 $[m_v^{pq}]$ 、 $[k_v^{pq}]$ は $[m_v]$ 、 $[k_v]$ の pq 節点の自由度に関する部分マトリックスであり、 $[c_v^{pq}]$ 、 $[k_v^{ij}]$ 、 $\{v^{pq}\}$ 、 $\{v^{ij}\}$ は次式で表される。

$$\begin{aligned} [c_v^{pq}] &= \begin{bmatrix} C_i^v & & & \text{Sym.} \\ 0 & C_i^{\theta_z} & & \\ 0 & 0 & C_j^v & \\ 0 & 0 & 0 & C_j^{\theta_z} \end{bmatrix}, [k_v^{ij}] = \begin{bmatrix} K_i^v & & & \text{Sym.} \\ 0 & K_i^{\theta_z} & & \\ 0 & 0 & K_j^v & \\ 0 & 0 & 0 & K_j^{\theta_z} \end{bmatrix} \\ \{v^{pq}\}^T &= [v_p \quad \theta_{zp} \quad v_q \quad \theta_{zq}], \{v^{ij}\}^T = [v_i \quad \theta_{zi} \quad v_j \quad \theta_{zj}] \end{aligned}$$

(4.2)式をさらに書き換えると、

$$\begin{aligned} & [m_v^{pq}] (\{\dot{v}^{pq}\} - [k_v^{pq}]^{-1} [k_v^{ij}] \{\dot{v}^{ij}\}) + \frac{2h_1}{\omega_1} [k_v^{pq}] (\{\dot{v}^{pq}\} - [k_v^{pq}]^{-1} [k_v^{ij}] \{\dot{v}^{ij}\}) \\ & + [k_v^{pq}] (\{v^{pq}\} - [k_v^{pq}]^{-1} [k_v^{ij}] \{v^{ij}\}) = -[m_v^{pq}] [k_v^{pq}]^{-1} [k_v^{ij}] \{\dot{v}^{ij}\} - [c_v^{pq}] (\{\dot{v}^{pq}\} - \{\dot{v}^{ij}\}) \end{aligned} \quad (4.3)$$

ここで、(4.3)式の右辺第一項は分布質量の影響項、第二項は接合部のダッシュポット減衰の影響項であり、これらを十分小さいと仮定して0と置くと次式となる。

$$\{\ddot{v}\} = [T_v] \{\ddot{v}^{ij}\}, \{\dot{v}\} = [T_v] \{\dot{v}^{ij}\}, \{v\} = [T_v] \{v^{ij}\} \quad (4.4)$$

ここに、

$$[T_v] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ [k_v^{pq}]^{-1} [k_v^{ij}] \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

8×4

なお、集中質量系の解析では(4.3)式の右辺第一項は0となるため、内節点自由度の縮約誤差は生じない。(4.4)式を用いて(4.1)式をエネルギー的に変換すると、次式の縮約された運動方程式が得られる。

$$[T_v]^T [m_v] [T_v] \{\ddot{v}^{ij}\} + [T_v]^T [c_v] [T_v] \{\dot{v}^{ij}\} + [T_v]^T [k_v] [T_v] \{v^{ij}\} = [T_v]^T \{f_y\} \quad (4.5)$$

4.2.2 縮約条件式の省略項の影響

(1) 分布質量に関する省略項

(4.5)式の要素の分布質量に関する省略項の影響は、(4.2)式より導かれる次式の無次元化式によって評価できる。ただし、ここでは非減衰 ($h_1=0$, $[c_v^{pq}]=0$) を仮定している。

曲げバネに対して：

$$6 \left(\frac{u_p - u_q}{l} \right) + 2(2\theta_{zp} + \theta_{zq}) + \frac{l}{EI_z} K_{i_z}^{\theta_z} (\theta_{zp} - \theta_{zi}) + \frac{\gamma A}{g} \frac{l^4}{EI_z} \left\{ \frac{1}{420} \left(\frac{22\ddot{v}_p + 13\ddot{v}_q}{l} \right) + \frac{1}{420} (4\ddot{\theta}_{zp} - 3\ddot{\theta}_{zq}) \right\} = 0 \quad (4.6)$$

せん断バネに対して：

$$12 \left(\frac{u_p - u_q}{l} \right) + \frac{l^3}{EI_z} K_i^v \left(\frac{u_p - u_i}{l} \right) + 6(\theta_{zp} - \theta_{zq}) + \frac{\gamma A}{g} \frac{l^4}{EI_z} \left\{ \frac{1}{70} \left(\frac{26\ddot{v}_p + 9\ddot{v}_q}{l} \right) + \frac{1}{420} (22\ddot{\theta}_{zp} - 13\ddot{\theta}_{zq}) \right\} = 0 \quad (4.7)$$

ここに、 g は重力加速度、 γ は単位体積重量、 l は要素長、 E はヤング係数、 I_z は z 軸まわりの断面2次モーメントである。

これらの式より、曲げバネおよびせん断バネの縮約誤差は $(\gamma A l^4 / g E I_z)$ に依存することがわかる。

(2) ダッシュポット減衰に関する省略項

接合部のダッシュポット減衰による縮約誤差の影響項は、質量を集中質量系 ($[m_v^{pq}] = 0$) とし、構造物の減衰は、接合部のダッシュポット減衰のみ ($h_1=0$) と仮定することにより、(4.2)式から次のように導かれる。

曲げバネに対して：

$$\begin{aligned} & 6\left(\frac{u_p - u_q}{l}\right) + 2(2\theta_{zp} + \theta_{zq}) + \frac{l}{EI_z} K_i^{\theta_z} (\theta_{zp} - \theta_{zi}) \\ & + \frac{l}{EI_z} C_i^{\theta_z} (\dot{\theta}_{zp} - \dot{\theta}_{zi}) = 0 \end{aligned} \quad (4.8)$$

せん断バネに対して：

$$\begin{aligned} & 12\left(\frac{u_p - u_q}{l}\right) + \frac{l^3}{EI_z} K_i^v \left(\frac{u_p - u_i}{l}\right) + 6(\theta_{zp} - \theta_{zq}) \\ & + \frac{l^3}{EI_z} C_i^v \left(\frac{\dot{v}_p - \dot{v}_i}{l}\right) = 0 \end{aligned} \quad (4.9)$$

これらの式より、曲げバネの縮約誤差は ($lC_i^{\theta_z}/EI_z$)、せん断バネは ($l^3C_i^v/EI_z$) に依存することがわかる。

4.3 応答解析における縮約誤差の検討

4.3.1 誤差の評価法

4.2章で示した縮約に関する誤差の影響を調査するために、(4.1)式をそのまま用いた解析法（非縮約法）と、縮約を行った(4.5)式を用いた解析法（縮約法）との比較を行う。

誤差の影響は Newmark の β 法 ($\beta = 1/4$) による応答解析³⁶⁾ で評価するものとし、外乱としては調和振動波 (cos 波) を解析モデルの1次固有周期の10倍時間入力するものとする。また、誤差の評価値は、次式で表わされる変位、速度、加速度それぞれの相対誤差の時刻歴積分値とする。

$$\varepsilon = \sum_{t=0}^{10T} \left| \frac{d(t) - \bar{d}(t)}{\bar{d}(t)} \right| \Delta t \quad (4.10)$$

ここに、 d は縮約法、 \bar{d} は非縮約法による時刻 t における変位、速度、加速度値を表わす。

4.3.2 片持ちはりモデルによる検討

(1) 解析モデル

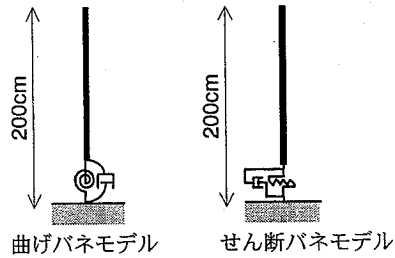


図 4-2 片持ちはりモデル

まず、図 4-2 に示す基本的な片持ちはりモデルにより誤差の検討を行う。はり部分の諸定数を表 4-1 に示す。図 4-2 左の接合部の曲げバネ剛性は 105000 tcm/rad、右の接合部のせん断バネ剛性は 1.658 t/cm とし、これらの値は典型的な半剛接合部の回転剛性と、積層ゴムアソレータのせん断剛性である。

表 4-1 材料定数および断面定数

E	2100 t/cm ²
A	100 cm ²
I	1000 cm ⁴

(2) 分布質量によって生じる誤差の検討

解析モデルは非減衰系とし、要素部分の分布質量を表 4-2 に示す Case1~Case3 の 3 通りに変化させる。なお、Case1 の値が現実的な分布質量値である。表 4-3 はこの時の曲げバネの縮約誤差を示したものであり、表 4-4 はせん断バネの縮約誤差を示したものである。表よりせん断変形よりも曲げ変形に対する誤差が大きいこと、分布質量値を変化させても誤差はほとんど変わらないことがわかる。

表 4-2 各検討ケースの分布質量値 γ/g (tcm⁴sec²)

Case1	Case2	Case3
2.73×10^{-6}	2.73×10^{-5}	2.73×10^{-4}

表 4-3 分布質量による縮約誤差 (曲げバネモデル)

	Case1	Case2	Case3
変位	20.86%	20.86%	20.86%
速度	20.78%	20.78%	20.78%
加速度	20.90%	20.91%	20.90%

表 4-4 分布質量による縮約誤差 (せん断バネモデル)

	Case1	Case2	Case3
変位	1.76%	1.76%	1.76%
速度	0.67%	0.67%	0.67%
加速度	0.62%	0.62%	0.62%

参考のために、図 4-3、図 4-4 に Case1 の場合の曲げバネとせん断バネモデルの頂部変位の時刻歴応答値を示す。図中波線は非縮約法、実線は縮約法の解析値である。

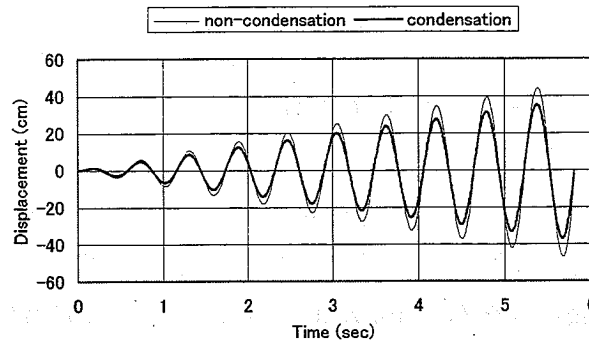


図 4-3 曲げバネモデルの頂部時刻歴変位応答

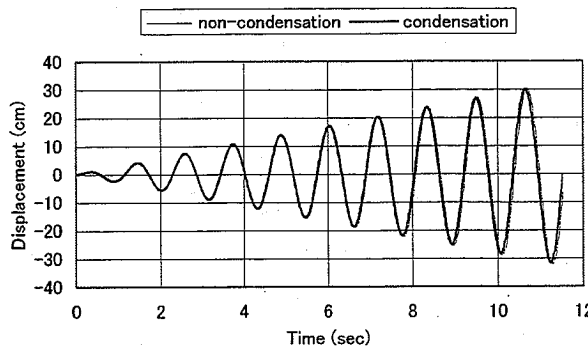


図 4-4 せん断バネモデルの頂部時刻歴変位応答

ところで、4.2.2 節では、分布質量によって生じる誤差の大きさは、 $(\gamma A l^4 / g E I_z)$ に依存することを示した。この内、表 4-3、表 4-4 に示したように、Case1~Case3 を比較したところ、ほぼ等しい縮約誤差となっており、縮約誤差のうち、 γ/g に関する影響は非常に小さいことがわかる。また、第3章では、断面形状 (A/I_z) に関する影響も非常に小さく、要素長さ l に関する影響が顕著となる結果が得られている。そこで、Case3 の接合部曲げバネの場合に関して、通常行われる等分の要素分割に対する縮約誤差を調査したものを図 4-5

に示す。図は横軸に要素分割数、縦軸に縮約誤差をプロットしている。図より、要素分割数を増やすと縮約誤差が小さくなるのがわかる。

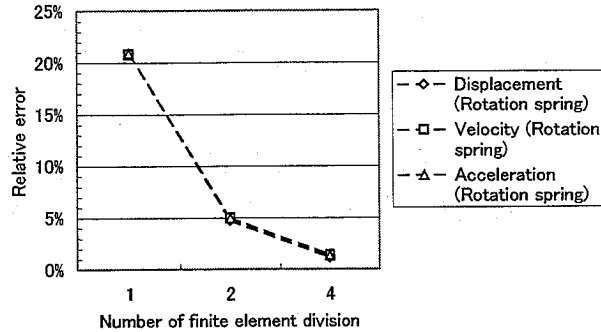


図 4-5 要素分割数に対する縮約誤差

また、この縮約誤差は半剛接合部を含む要素の要素長さのみに影響していると考えられるため、図 4-7 では、Case1 の曲げバネの場合に対して、図 4-2 のはり要素を 2 分割し、半剛接合部を有する要素の長さ l_1 を L , $L/10$, $L/100$ と変化させた場合の縮約誤差を示す (図 4-6 参照)。

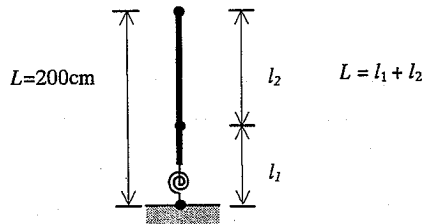


図 4-6 有限要素長

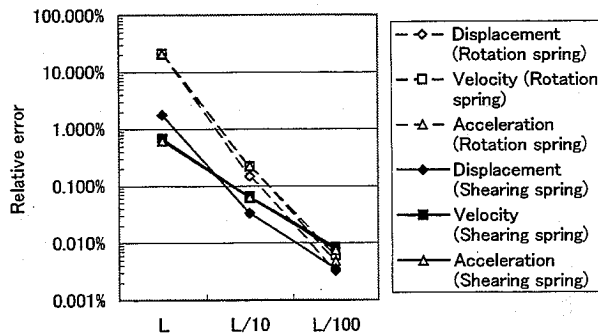


図 4-7 有限要素長に対する縮約誤差

図より、半剛接合部を有する要素の要素長さを十分小さくすることによって、縮約誤差が除かれることがわかる。これは、 $\lim l_1 \rightarrow 0$ の要素剛性マトリックスが接合部バネ要素の剛性マトリックスそのものとなり、結果的に非縮約法と同じ方程式を解くことになるためと考えられる。

さらに、図 4-9 は Case3 に関して、振動モードとの相関を調査するために、部材端の境界条件を図 4-8 に示す 3 通りに変化させて、縮約誤差を調査したものである。図より、接合部回転角の変形モードの小さい Case4 の境界条件が最も誤差が小さく、接合部回転角の変形モードの大きい Case6 の誤差が最も大きくなることがわかる。

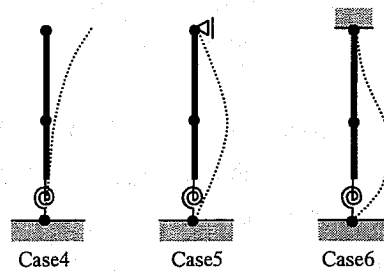


図 4-8 各ケースの境界条件

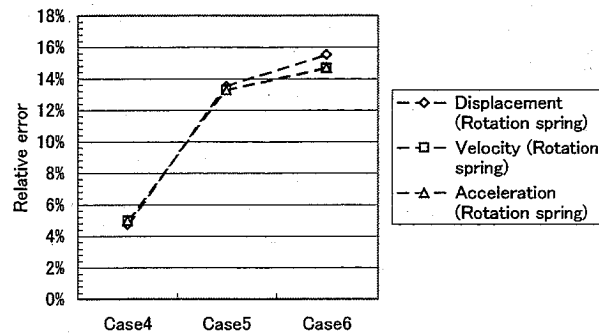


図 4-9 固有モードに対する縮約誤差

以上の検討により、分布質量系の問題に本要素を用いる場合、特に曲げバネの縮約誤差に注意する必要があることがわかった。この誤差は、半剛接合部を有する要素長さに大きく依存しており、全体の分割数を増やすか、あるいは半剛接合部を有する要素の長さを短くすれば、この誤差は無視できる。また、この誤差は振動モードにも依存しており、接合部回転角が大きくなるモードでは誤差が大きくなるため、このような問題では特に注意を要する。

(3) ダッシュポット減衰によって生じる誤差の検討

分布質量によって生じる誤差の影響を除くために、質量は集中質量として $15/980 \text{ tcm}^{-1}\text{sec}^2$ を片持ちはりの自由端に付加する。また、要素全体の剛性比例型の減衰定数 h_1 は 0 とし、半剛接合部のダッシュポット減衰を表 4-5 に示す Case7~Case9 の 3 通りに変化させて、縮約誤差の影響を調査する。ただし、表 4-5 では、ダッシュポット減衰値を接合部バネ剛性 K に比例するものとして、 $C = \frac{2h}{\omega_1} K$ の減衰定数 h で与えている。

表 4-5 各ケースのダッシュポット減衰定数

Case7	Case8	Case9
$h=0.2$	$h=0.6$	$h=1.0$

図 4-10 はその結果を示したものである。図中波線は曲げバネの縮約誤差であり、実線はせん断バネの縮約誤差である。図より、接合部の減衰値が大きくなるにしたがって、縮約誤差は大きくなること、また、接合部せん断バネに比較して、曲げバネの誤差が大きいこと、さらに、加速度応答に関する誤差が変位、速度の応答の誤差に比較して大きいことがわかる。

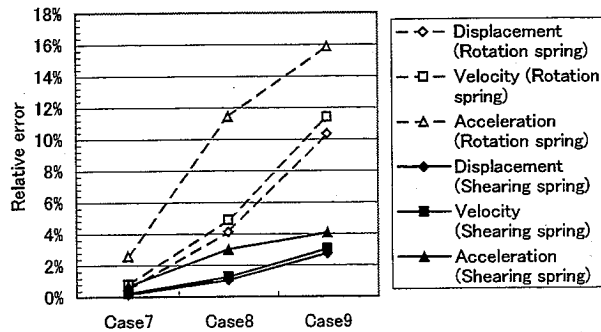


図 4-10 ダッシュポット減衰による縮約誤差

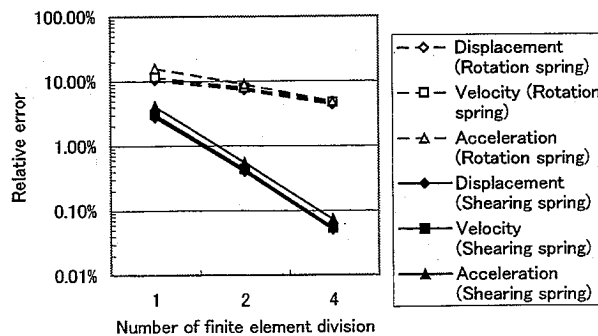


図 4-11 要素分割数に対する縮約誤差

図 4-11 は Case9 の問題に対して、通常行われる等分の要素分割に対する縮約誤差を調査したものである。図より、要素分割数を増やすと誤差が小さくなることがわかる。

以上の検討により、接合部ダッシュポット減衰に関する縮約誤差は、特に曲げバネに関して接合部の減衰が大きくなるほど、大きくなることがわかった。したがって、曲げバネの場合で、接合部の減衰が非常に大きい場合は、要素分割を増やすか、半剛接合部を有する要素長さを短くすることが必要である。

4.3.3 半剛接骨組の縮約誤差の検討

本節では実際の半剛接骨組に対応した解析モデルに対して前節と同様の縮約誤差の検討を行う。解析モデルは、図 4-12 に示す F 型フレームとする。この解析モデルは、文献 33) に示されている地震応答実験に用いられているモデルであり、実際の鋼構造建物の振動モードを模擬できるように各層重量が設定されている。ここでは、各層の梁端に半剛接合部（曲げバネ）を仮定したモデルと柱脚部に積層ゴムアイソレータ（せん断バネ）を仮定したモデルを考える。

半剛接合部の剛性は $k_{eq}=77059 \text{ tcm/rad}$ ，積層ゴムアイソレータの剛性は $k_{eq}=1.832 \text{ t/cm}$ とする。

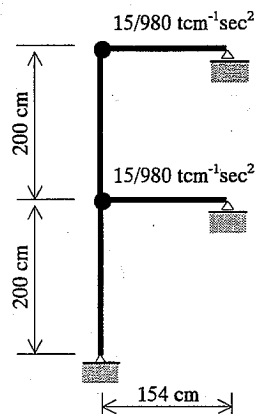


図 4-12 半剛接骨組モデル

(1) 分布質量によって生じる誤差の検討

接合部せん断バネにおける分布質量によって生じる誤差は、前節で工学的に十分小さいことを確かめたので、ここでは、接合部曲げバネにおける分布質量によって生じる誤差の検討を行う。

解析モデルは非減衰系を仮定する。そして、柱と梁の分布質量はそれぞれ $\gamma/g=8.0 \times 10^{-9} \text{ tcm}^{-4}\text{sec}^2$ ， $2.73 \times 10^{-6} \text{ tcm}^{-4}\text{sec}^2$ の現実的な値を基準として (Case10)，分布質量によって生じる誤差の影響を調査するために、表 4-6 に示すように梁の分布質量を 10 倍した Case11，100 倍した Case12 の計 3 通りで解析を行う。図 4-13 は Case10 の問題に対する 1 次と 2 次の固有振動モード図である。

表 4-6 はりの分布質量 γ/g ($\text{tcm}^{-4}\text{sec}^2$)

Case10	Case11	Case12
2.73×10^{-6}	2.73×10^{-5}	2.73×10^{-4}

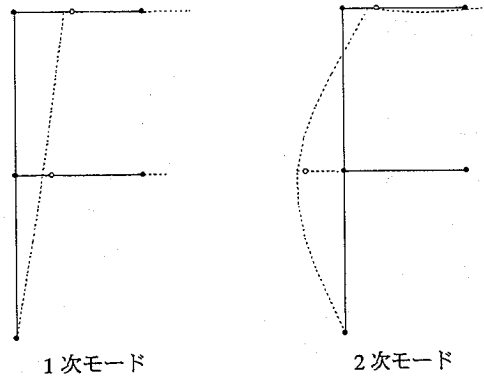


図 4-13 Case10 の 1 次と 2 次の固有モード

表 4-7 と表 4-8 に 1 次と 2 次の共振振動波を入力したときの縮約誤差を示す。表より、1 次共振振動、2 次共振振動ともに縮約誤差は小さいことがわかる。これは、図 4-13 のモード図で、1 次モード、2 次モードともに、梁部分に梁が大きく曲がるようなモードが生じていないためと考えられる。

表 4-7 分布質量による縮約誤差 (1 次共振振動)

	Case10	Case11	Case12
変位	0.001%	0.001%	0.002%
速度	0.002%	0.001%	0.000%
加速度	0.001%	0.000%	0.000%

表 4-8 分布質量による縮約誤差 (2 次共振振動)

	Case10	Case11	Case12
変位	0.021%	0.020%	0.020%
速度	0.025%	0.026%	0.025%
加速度	0.013%	0.013%	0.013%

また、Case10 のモデルで、梁端と同じ曲げバネを柱脚部にも設定した場合の縮約誤差を表 4-9 に示す。表より、2 次共振振動のときの縮約誤差が若干大きくなっていることがわかる。しかしながら、柱の分布質量は梁に設定した分布質量に比べて非常に小さいため、誤差は 0.14% 以下の小さな値となっている。

表 4-9 曲げバネを柱脚部にも設定した Case10 の縮約誤差

	1st	2nd
変位	0.030%	0.034%
速度	0.033%	0.039%
加速度	0.034%	0.141%

(2) ダッシュポット減衰によって生じる誤差の検討

分布質量によって生じる誤差の影響を除くために、質量は、集中質量 (15 t) をそれぞれの梁端に設定する。また、要素全体の剛性比例型の減衰定数 h_1 は 0 とし、半剛接合部のダッシュポット減衰は曲げおよびせん断共に現実的な値である $h=0.2$ (Case13) から表 4-10 に示すように $h=1.0$ (Case17) まで、計 5 通りに変化させて縮約誤差の影響を調査する。

表 4-10 各ケースのダッシュポット減衰定数

Case13	Case14	Case15	Case16	Case17
$h=0.2$	$h=0.4$	$h=0.6$	$h=0.8$	$h=1.0$

表 4-11、表 4-12 に半剛接合部モデルと積層ゴムアイソレータモデルの 1 次と 2 次の固有周期を示す。

表 4-11 半剛接合部モデルの固有周期 (曲げバネモデル)

1st	2nd
1.182 sec	0.1552 sec

表 4-12 積層ゴムアイソレータモデルの固有周期 (せん断バネモデル)

1st	2nd
1.112 sec	0.1860 sec

図 4-14 は 1 次の共振振動波を与えたときのダッシュポット減衰によって生じる誤差を示している。また、図 4-15 は 2 次の共振振動波を与えたときのダッシュポット減衰によって生じる誤差を示している。図中波線は曲げバネの縮約誤差であり、実線はせん断バネの縮約誤差である。

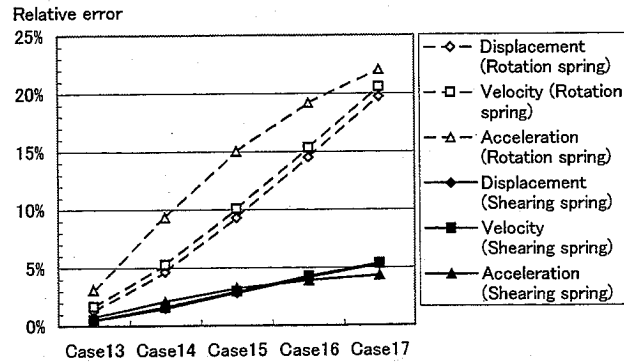


図 4-14 ダッシュポット減衰による縮約誤差（1次共振振動）

図 4-14, 図 4-15 より, 半剛接骨組の縮約誤差は, 4.3.2 節で示した片持ちはりモデルとほぼ同様の傾向を示していることがわかる。また, 1次共振振動に対する誤差も2次共振振動に対する誤差もほぼ同様の傾向を示す。

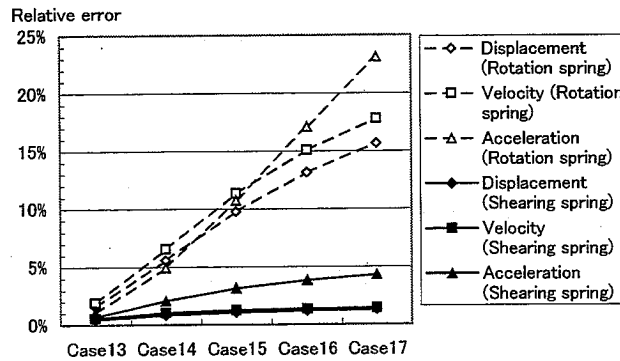


図 4-15 ダッシュポット減衰による縮約誤差（2次共振振動）

以上から, 実際の骨組問題では, 分布質量に関する誤差は無視できる範囲であり, 接合部ダッシュポット減衰に関する誤差は, せん断バネではほぼ5%以下, 曲げバネに関しては減衰定数が40%以上の減衰に対して, 5%以上の誤差が生じることがわかった。

4.4 まとめ

本章では, 半剛接骨組の動的解析に利用できる部材端にバネとダッシュポットを有する有限要素の定式化を示し, 静的縮約法による内節点自由度の縮約によって生じる誤差の検討を行った。

その結果, せん断バネに関しては, 分布質量に関する縮約誤差もダッシュポット減衰に関する縮約誤差も小さく, 接合部減衰が極端に大きい場合以外は, 工学的に無視できる範囲の誤差であることがわかった。

一方、曲げバネに関しては、接合部が大きく変形するような振動モードが生じる場合に分布質量の縮約誤差が大きくなることが示された。しかし、骨組の半剛接梁では、このような大きな曲げ振動が生じないため、この縮約誤差は工学的に無視できることがわかった。また、ダッシュポット減衰に関しては40%以上の接合部減衰を考える場合には、大きな縮約誤差が生じることがわかった。したがって、曲げバネの半剛接を考慮する場合は、以上のことに注意し、大きな誤差が予想される場合は分割数を増やすか、半剛接合部を有する要素の長さを短くすることで、本要素はこれらの解析に適用できることが示された。

4.5 参考文献

- 1) 大井謙一：半剛接ディテールと耐震効果,建築技術, No.565, pp.136-141, 1997年4月
- 2) 林暁光, 大井謙一, 高梨晃一, 嶋脇興助：部分構造法による半剛接鉄骨骨組の地震応答実験, 鋼構造年次論文報告集, 第3巻, pp.77-82, 1995年
- 3) 玉井宏章, 國末晃寛, 近藤一夫, 花井正実：下層部に制振ブレースを有する鉄骨造高層架構の実地震応答性状, 日本建築学会技術報告集, No.2, pp.55-61, 1996年3月
- 4) R. I. スキナー, W. H. ロビンソン, G. H. マックベリー著, 川島一彦, 北川良和監訳：免震設計入門, 鹿島出版会, 1996年11月
- 5) 藤谷義信, 藤井大地, 井上剛史：接合部に半剛接バネを有する骨組の有限要素解析, 鋼構造年次論文報告集, 第3巻, pp.69-76, 1995年11月
- 6) 藤谷義信, 藤井大地, 井上剛史：半剛接節点を有する骨組の有限要素解析, 広島大学工学部研究報告, 第43巻, 第1号, pp.45-52, 1994年

第5章

半剛接合部を有する建築骨組の静的弾塑性解析

5.1 はじめに

本章では、半剛接合部の非線形特性を考慮した建築骨組の静的弾塑性解析を示す。そのとき、接合部の曲げモーメントと相対回転角の関係 (M - θ 関係) を、これまで実験的研究によって得られている6種の代表的な半剛接合部^{1),2)}の非線形特性を用いて評価し、塑性ヒンジ法に基づく静的弾塑性解析^{3),4)}を行う。接合部の M - θ 関係は、Richard ら⁵⁾によって提案されている非線形関数で評価する。このような接合部の非線形特性を表現するための関数式は、多項式関数やべき乗関数、指数関数など数多く提案されているが^{1),6)}、Richard らの提案する非線形関数は、べき乗関数の種類であり、4つのパラメータにより、容易に様々な接合部の非線形特性を表すことができ、接合部剛性が低下する剛性劣化現象(Degrading)も表現できるという特徴がある。

5.2 接合部の非線形特性の評価法

接合部の非線形特性は、Richard ら⁵⁾によって提案されている次式の非線形関数を用いる。なお、次式は接合部の M - θ 関係を規定する式である。

$$M = \frac{(K_e - K_p)\theta}{\left(1 + \left| (K_e - K_p)\theta / M_0 \right|^{N_0} \right)^{1/N_0}} + K_p\theta \quad (5.1)$$

ここに、 M は接合部の曲げモーメント、 K_e 、 K_p は接合部の弾性剛性および塑性剛性、 M_0 は要素断面の全塑性曲げモーメントであり、 N_0 は非線形曲線の形状を決定するパラメータで、次式のような形で表される。

$$N_0 = -\frac{\ln 2}{\ln \left(\frac{M_1 - \frac{K_p}{K_e} M_0}{M_0 - \frac{K_p}{K_e} M_0} \right)} \quad (5.2)$$

また、 θ は接合部の相対回転角である。各々の定数に関する定義を図 5-1 に図示する。

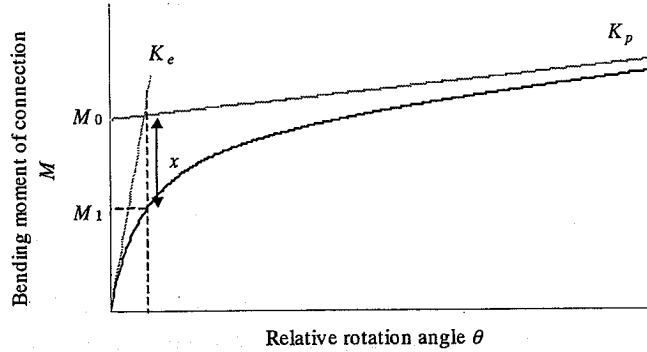


図 5-1 Richard の非線形関数に関する諸定数

接合部剛性 K_s は(5.1)式を θ について微分することにより、次式のように得られる。

$$K_s = \frac{K_e - K_p}{\left(1 + \left| (K_e - K_p) \theta / M_0 \right|^{N_0} \right)^{\frac{N_0 + 1}{N_0}}} + K_p \quad (5.3)$$

(5.3)式より求まる接合部剛性を用いて骨組の弾塑性解析を行う。

Richard の関数の基本特性

Richard の関数は弾性剛性 K_e 、塑性剛性 K_p 、全塑性曲げモーメント M_0 、非線形関数の形状を決定するパラメータ N_0 の 4 つのパラメータからなり、それらを変化させることにより様々な M - θ 関係の接合部モデルを表現することができる。ここでは、その 4 つのパラメータの基本特性を示す。

Richard の関数の漸近線は次式となる。

$$\begin{aligned} M_a &= K_e \theta \\ M_b &= K_p \theta + M_0 \end{aligned} \quad (5.4)$$

上式の交点を求めると、次のようになる。

$$\left(\frac{1}{K_e - K_p} M_0, \frac{K_p}{K_e - K_p} M_0 + M_0 \right)$$

図 5-1 に示すような、漸近線の交点と非線形曲線との距離 x を求めると、次式となる。

$$x = \frac{K_p}{K_e - K_p} M_0 + M_0 - M_1 \quad (5.5)$$

(5.2)式の関係式を(5.5)式に代入して、 x と N_0 の関係式にまとめると次式となる。

$$\frac{x}{M_0} = - \left(2^{\frac{1}{N_0}} - 1 \right) \quad (5.6)$$

(5.6)式の関係式を横軸に N_0 、縦軸に x/M_0 としてプロットすると図 5-2 となる。図より、 N_0 の値が 100 程度で x/M_0 の値は 0 に収束しており、Richard の関数をバイリニア型のモデルとするためには、 N_0 の値はおよそ 100 以上にすればよいことがわかる。

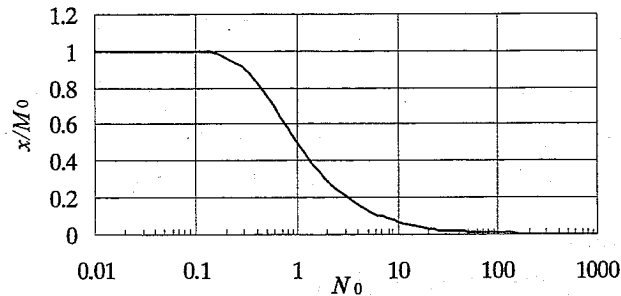


図 5-2 $N_0 - x/M_0$ 関係式

5.3 降伏関数

本解析で用いる降伏関数は次式である⁸⁾。この降伏関数は、係数 α_1 、 α_2 を変化させることで、様々な断面形状の降伏を近似できる。

$$F_y = \left\{ \left(\frac{M_z}{M_{zy}} \right)^2 + \left(\frac{M_y}{M_{yy}} \right)^2 \right\}^{\alpha_1} + \left(\frac{N}{N_p} \right)^{\alpha_2} - 1 = 0 \quad (5.7)$$

ここに、

- M_{zy} : z 軸まわりの降伏曲げモーメント
- M_{yy} : y 軸まわりの降伏曲げモーメント
- N_p : (最大圧縮降伏軸耐力 + 最大引張降伏軸耐力) / 2
- M_z : z 軸まわりの曲げモーメント
- M_y : y 軸まわりの曲げモーメント
- N : 軸力
- α_1, α_2 : 指数 (断面形状により指定)

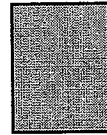
α_1, α_2 の与えかた

長方形中実断面の場合

α_1, α_2 は次の値とする。

$\alpha_1 = 0.5$

$\alpha_2 = 2.0$



角形鋼管の場合

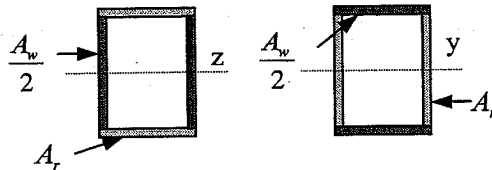
α_1, α_2 の値は次の近似式による。

$\alpha_1 = 0.02662\rho_A + 0.3922$

$\alpha_2 = 0.09659\rho_A^4 - 0.6066\rho_A^3 + 1.505\rho_A^2 - 1.956\rho_A + 2.529$

ここに、

$\rho_A = \frac{A_r}{A_w}$



長方形の角形柱の場合、長辺方向と短辺方向で ρ_A の値が異なる。したがって α_1, α_2 の値は、各方向の ρ_A から求められる各 α_1, α_2 の平均値とする。

H 形鋼の場合

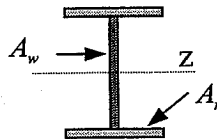
α_1, α_2 の値は次の近似式による。

$\alpha_1 = 0.02662\rho_A + 0.3922$

$\alpha_2 = 0.09659\rho_A^4 - 0.6066\rho_A^3 + 1.505\rho_A^2 - 1.956\rho_A + 2.529$

ここに、

$\rho_A = \frac{A_r}{A_w}$

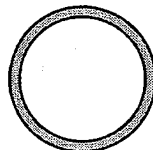


円形鋼管

α_1, α_2 は次の値とする。

$\alpha_1 = 0.45$

$\alpha_2 = 1.92$



5.4 解析モデル

解析例として、文献7)に掲載されている6層鉄骨造建物を用いる。本設計例は、東京あるいは大阪の市街地に建つ中規模の事務所建築を想定し、実設計の立場からその主要骨組に対して塑性設計が行われている。図5-3に建物の基準階平面図と断面図を示す。また、表5-1は柱断面表、表5-2は梁断面表を示し、それぞれの断面性能表を表5-3に示す。ここに、 E はヤング係数、 A は断面積、 I_z は断面2次モーメント、 M_{py} は降伏曲げモーメント、 M_{zp} は全塑性曲げモーメント、 N_u は降伏軸力、 α_1, α_2 は降伏関数で用いるパラメータである。また、床の拘束効果は梁断面積を100倍にすることで評価し、ペントハウスは屋上に載せられた荷重として扱う。

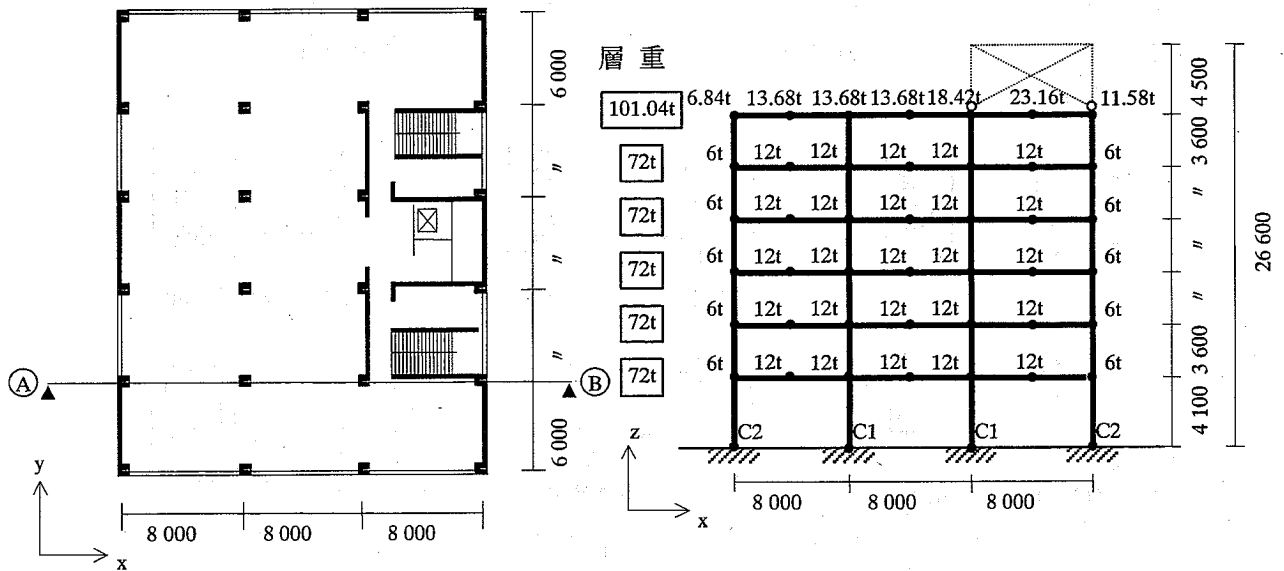


図 5-3 基準階平面図と断面図 (A-B 構面)

表 5-1 柱断面表

	C1	C2
5~6階	H-400×400×13×21	H-400×400×13×21
3~4階	H-414×405×18×28	H-400×400×13×21
1~2階	H-428×407×20×35	H-428×407×20×35

表 5-2 梁断面表

6~R階	H-496×199×9×14
4~5階	H-488×300×11×18
2~3階	H-588×300×12×20

表 5-3 断面性能表

	使用場所	E (t/cm ²)	A (cm ²)	I_z (cm ⁴)	M_{zy} (tcm)	M_{zp} (tcm)	N_u (ton)	α_1	α_2
H-428×407×20×35	柱	2100	361.0	119000	13368	15100	866.4	0.445	1.331
H-400×400×13×21	柱	2100	219.0	66600	7992	8810	525.6	0.435	1.396
H-414×405×18×28	柱	2100	295.0	92800	10752	12100	708.0	0.439	1.368
H-588×300×12×20	梁	2100	192.0	118000	9648	10800	462.0	0.416	1.603
H-488×300×11×18	梁	2100	164.0	71000	6984	7750	392.0	0.421	1.537
H-496×199×9×14	梁	2100	101.0	41900	4056	4590	243.0	0.410	1.737

注) 解析では梁に関して、 $A=A \times 100$ 、 $N_u=1.0 \times 10^{20}$ の値を用いる

5.4.1 接合部のタイプ

本章では、図 5-3 に示した A-B 構面のすべての梁端に同一形式の半剛接合部を仮定し、静的弾塑性解析を行う。梁端の接合形式は図 5-4 に示す 6 種の半剛接合部 (A~F) とピン接合と剛接合の計 8 種とする。

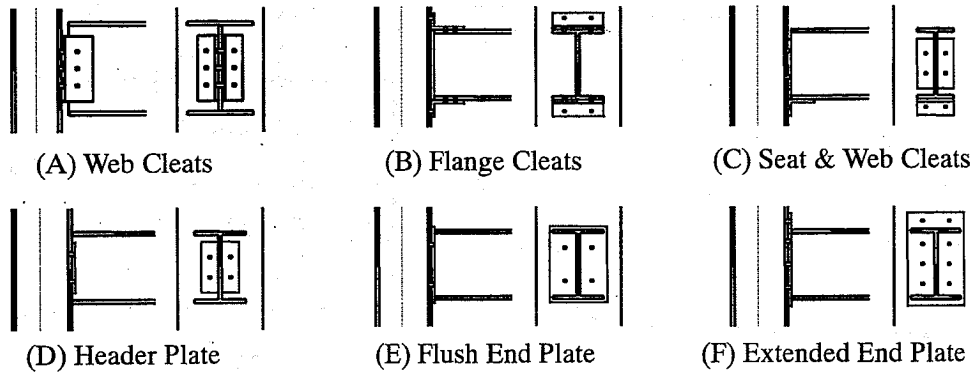


図 5-4 接合部の形式

これらの半剛接合部は文献 1),2)に示される実験データをもとに、表 5-4 に示すような接合部の非線形特性値を設定する。表は各接合形式の塑性剛性低下率 λ と接合部の相対回転角 $\theta=0.01$ における M/M_{zp} の値 (M は梁材の曲げモーメント、 M_{zp} は梁材の全塑性曲げモーメント)、降伏相対回転角 θ_y 、全塑性相対回転角 θ_p の値を示す。

表 5-4 各接合形式の特性値

接合形式	λ (K_p/K_e)	M/M_{zp} at $\theta=0.01$	θ_y (rad)	θ_p (rad)
(A)Web Cleats	0.1	0.1	0.0045	0.065
(B)Flange Cleats	0.1	0.2	0.0040	0.050
(C)Seat & Web Cleats	0.1	0.3	0.0035	0.047
(D)Header Plate	0.1	0.4	0.0030	0.045
(E)Flush End Plate	0.1	0.5	0.0025	0.018
(F)Extended End Plate	0.1	0.6	0.0020	0.016

本解析では、これらの接合部の $M-\theta$ 関係を、(5.1)式の Richard ら⁵⁾ によって提案された関数を用いて近似する (図 5-5 参照)。また、このときの関数式の各パラメータの値を表 5-5 に示す。

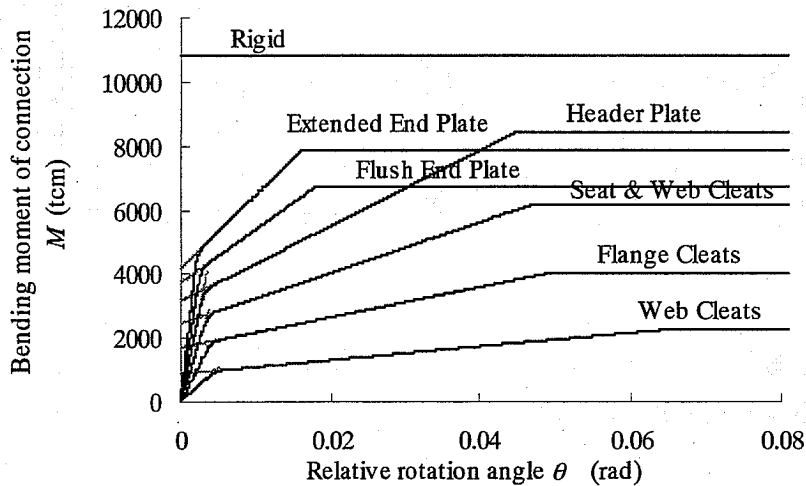


図 5-5 接合部の $M-\theta$ 関係

表 5-5 各接合部形式に対する Richard の関数式の各パラメータの値

接合形式	K_e/M_{zp} (1/rad)	K_p/M_{zp} (1/rad)	M_0/M_{zp}	N_0
(A)Web Cleats	19.80	1.980	0.080	10
(B)Flange Cleats	43.48	4.348	0.157	10
(C)Seat & Web Cleats	72.29	7.229	0.228	10
(D)Header Plate	108.1	10.81	0.292	10
(E)Flush End Plate	153.8	15.38	0.346	10
(F)Extended End Plate	214.3	21.43	0.386	10

注) K_e, K_p, M_0 は M_{zp} で正規化されている

本解析では、接合部の相対回転角が最大相対回転角に到達すると、解析では曲げバネ剛性を 0 とすることで解析を進める。外力としては積載過重 (一定荷重) と水平力 (増分荷重) を加える。水平力分布は表 5-6 に示すように、1次設計用地震力から決定する。このとき、 P は各階に加えられる集中荷重であり、この P を各層の節点に均等に分配して解析を行う。部材は完全弾塑性モデルとする。ただし、接合部の非線形特性は、前述の Richard の非線形関数でモデル化する。解析は荷重増分法によって行い、荷重増分率は弾性限の荷重倍率の 1/100 倍とする。そして、解析は構造物の水平剛性が十分低下したときに (構造物の水平剛性が初期水平剛性の 1/1000 以下になったとき) 崩壊とみなし、解析を終了する。

表 5-6 地震力

階	W_i (ton)	ΣW_i (ton)	a_i	A_i	$C_0 = 0.2$		P (ton)	$C_0 = 1.0$	
					C_i	Q_i		C_i	Q_i
6	101.04	101.04	0.219	1.901	0.380	38.424	38.42	1.901	192.12
5	72.00	173.04	0.375	1.591	0.318	55.064	16.64	1.591	275.32
4	72.00	245.04	0.531	1.395	0.279	68.370	13.31	1.395	341.85
3	72.00	317.04	0.688	1.244	0.249	78.860	10.49	1.244	394.30
2	72.00	389.04	0.844	1.115	0.223	86.764	7.904	1.115	433.82
1	72.00	461.04	1.000	1.000	0.200	92.208	5.444	1.000	461.04
基礎	0.00	461.04	1.000	1.000	0.200	92.208	0.000	1.000	461.04

作用荷重

建物に作用する荷重を図 5-6 にまとめる。このとき、水平荷重は増分荷重として比例載荷し、鉛直荷重は一定の初期荷重として与える。

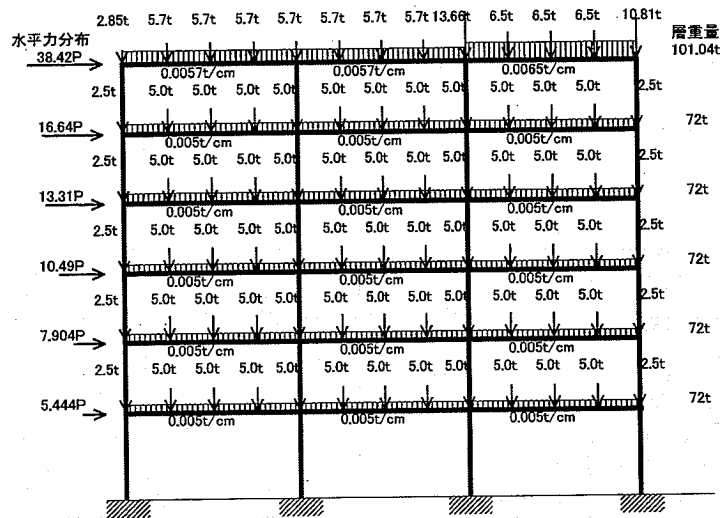


図 5-6 作用荷重

5.5 解析結果

Rigid 接合

建物の各階梁端を Rigid 接合とした場合の解析結果を以下に示す。まず、図 5-7 にベースシアー-頂部水平変位関係を示す。図中引き出し線の数字は、塑性ヒンジ発生数を示しており、×印は構造物の崩壊を示す。2点破線はベースシアー係数を 0.2 とした時の最下層における設計用地震層せん断力値を示している。図より、第 1 ヒンジ発生時の構造物のベースシアーは、設計用地震層せん断力を上まわっていることがわかる。また、図 5-8 に塑性ヒンジの発生個所と順序を示す。

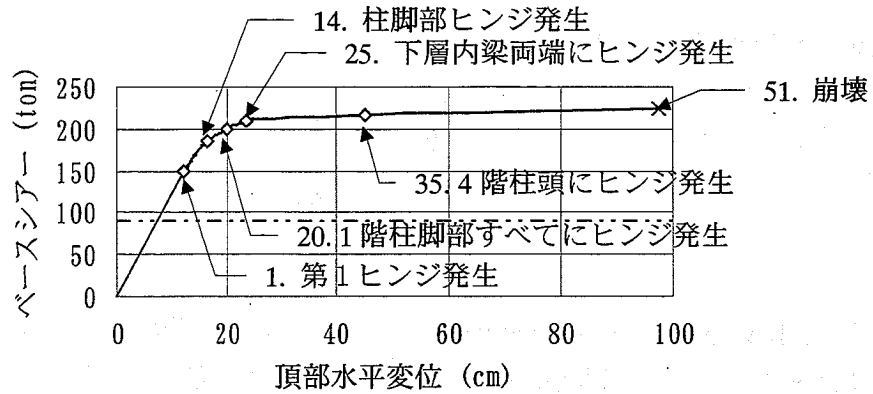


図 5-7 Rigid 接合建物の $Q-\delta$ 関係

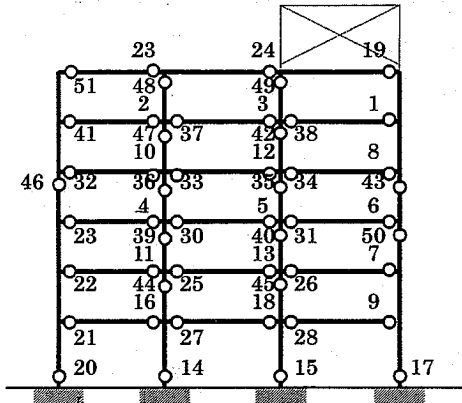


図 5-8 塑性ヒンジの発生順序

図 5-8 より、塑性ヒンジは、はじめに5層のはり端部に生じ、続いて3層のはり端部に発生した後に、5層内柱、3層内柱の順に発生していることがわかる。

また、図 5-9 に各層の層せん断力-層間変位関係を示す。図中の○印は各層の降伏点（その層の柱及び梁のどこかに塑性ヒンジが生じたときの点）を示し、×印は崩壊点を示す。

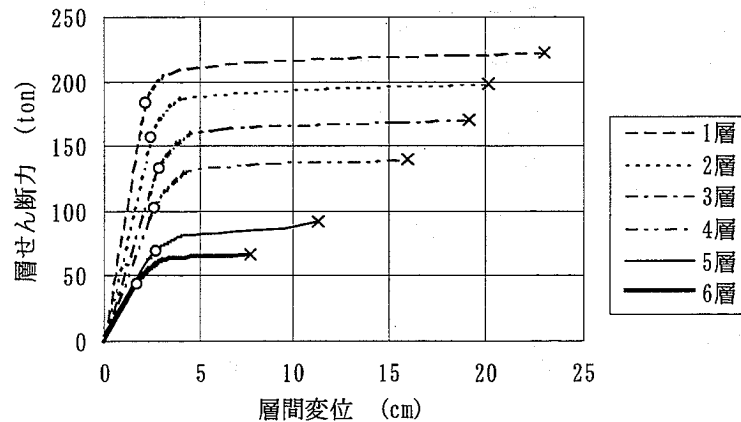
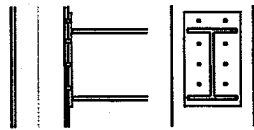


図 5-9 各層の層せん断力-層間変位関係

Extended End Plate 接合



Extended End Plate

建物の各階梁端を Extended End Plate 接合とした場合の解析結果を以下に示す。まず、図 5-10 にベースシア-頂部水平変位関係を示す。実線は本解析解を示し、破線は接合部の終局耐力が部材耐力と等しいとした場合の解析結果である。図中引き出し線の数字は、塑性ヒンジ発生数を示しており、×印は構造物の崩壊を示す。2 点破線はベースシア係数を 0.2 とした時の最下層における設計用地震層せん断力値を示している。図より、第 1 ヒンジ発生時の構造物のベースシアは、設計用地震層せん断力を上まわっていることがわかる。また、図 5-11 に塑性ヒンジの発生個所と順序を示す。

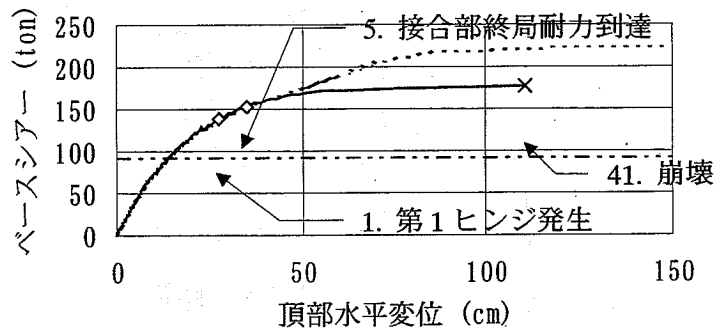


図 5-10 Extended End Plate 接合建物の $Q-\delta$ 関係

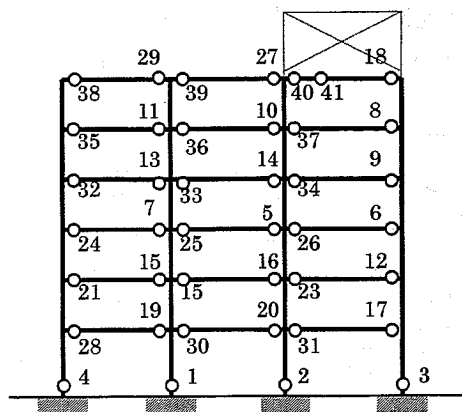


図 5-11 塑性ヒンジの発生順序

図 5-11 より、塑性ヒンジは、はじめに 1 層柱脚部に発生した後に、3 層のはり端部に発

生していることがわかる。

図 5-12 に各層の層せん断力－層間変位関係を示す。図中の○印は各層の降伏点（その層の柱及び梁のどこかに塑性ヒンジあるいは接合部が終局耐力となったときの点）を示し、×印は崩壊点を示す。

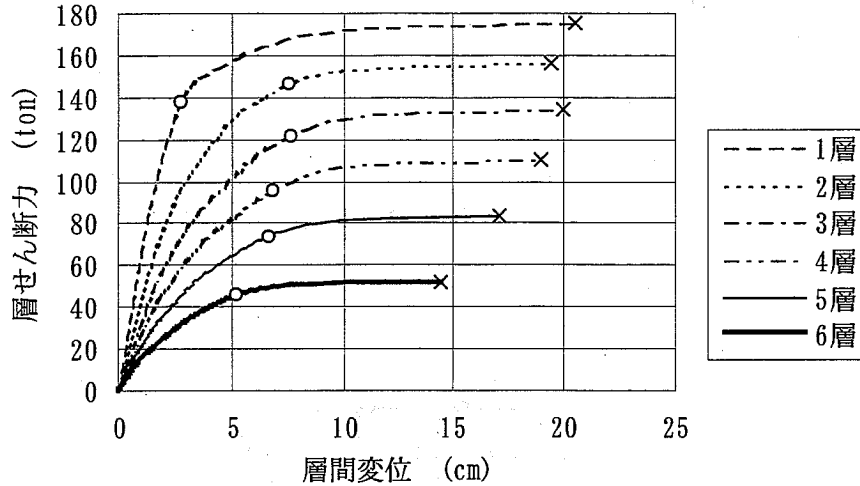
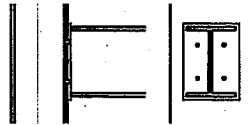


図 5-12 各層の層せん断力－層間変位関係

Flush End Plate 接合



Flush End Plate

建物の各階梁端を Flush End Plate 接合とした場合の解析結果を以下に示す。まず、図 5-13 にベースシア－頂部水平変位関係を示す。実線は本解析解を示し、破線は接合部の終局耐力が部材耐力と等しいとした場合の解析結果である。図中引き出し線の数字は、塑性ヒンジ発生数を示しており、×印は構造物の崩壊を示す。2点破線はベースシア係数を 0.2 とした時の最下層における設計用地震層せん断力値を示している。図より、第 1 ヒンジ発生時の構造物のベースシアは、設計用地震層せん断力を上まわっていることがわかる。また、図 5-14 に塑性ヒンジの発生個所と順序を示す。

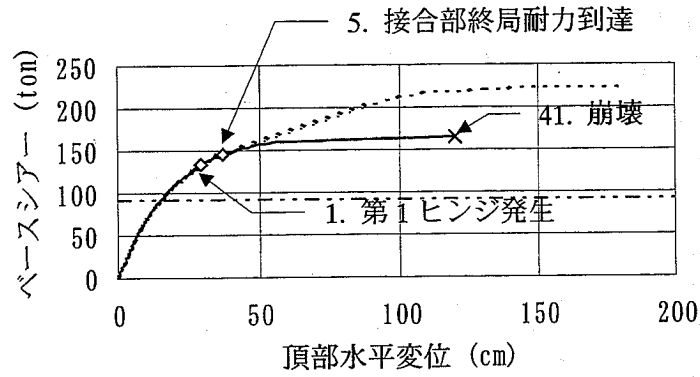


図 5-13 Flush End Plate 接合建物の $Q-\delta$ 関係

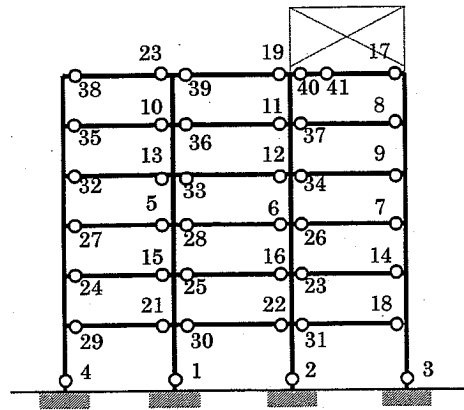


図 5-14 塑性ヒンジの発生順序

図 5-14 より、塑性ヒンジは、はじめに 1 層柱脚部に発生した後に、3 層のはり端部に発生していることがわかる。

また、図 5-15 に各層の層せん断力-層間変位関係を示す。図中の○印は各層の降伏点を示し、×印は崩壊点を示す。

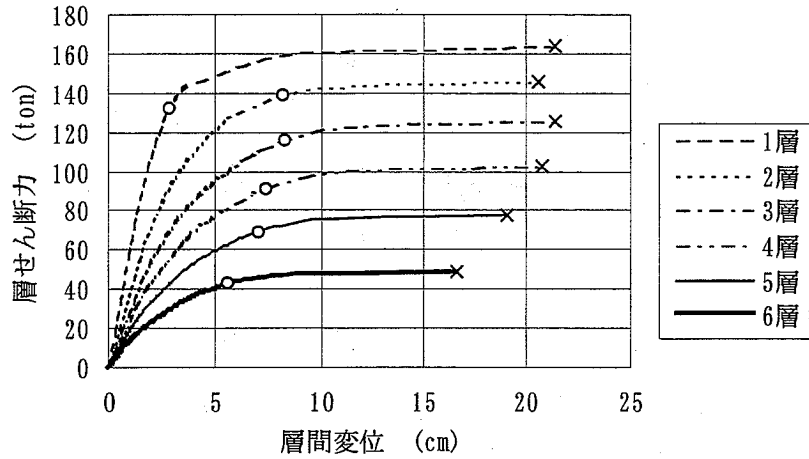
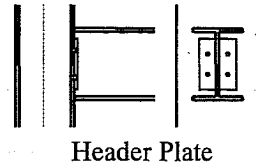


図 5-15 各層の層せん断力-層間変位関係

Header Plate 接合



建物の各階梁端を Header Plate 接合とした場合の解析結果を以下に示す。まず、図 5-16 にベースシア-頂部水平変位関係を示す。実線は本解析解を示し、破線は接合部の終局耐力が部材耐力と等しいとした場合の解析結果である。図中引き出し線の数字は、塑性ヒンジ発生数を示しており、×印は構造物の崩壊を示す。2点破線はベースシア係数を 0.2 とした時の最下層における設計用地震層せん断力値を示している。図より、第 1 ヒンジ発生時の構造物のベースシアは、設計用地震層せん断力を上まわっていることがわかる。また、図 5-17 に塑性ヒンジの発生個所と順序を示す。

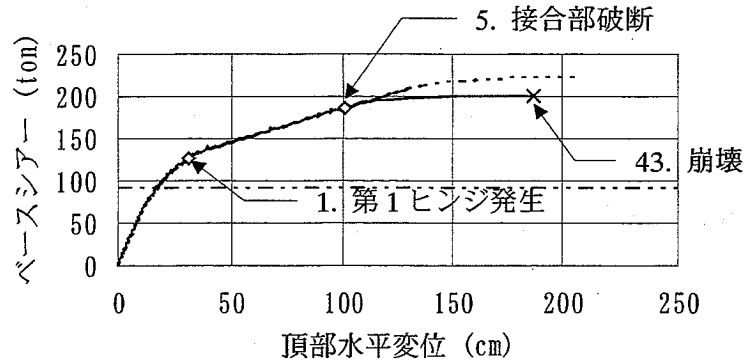


図 5-16 Header Plate 接合建物の $Q-\delta$ 関係

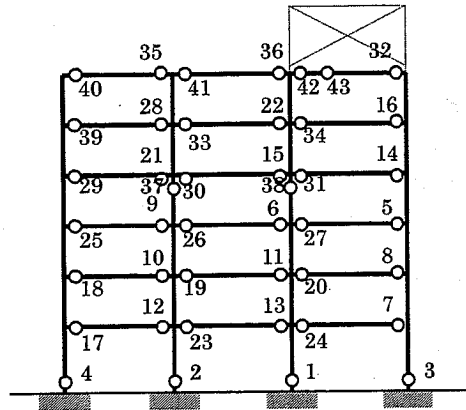


図 5-17 塑性ヒンジの発生順序

図 5-17 より、塑性ヒンジは、はじめに 1 層柱脚部に発生した後に、3 層のはり端部に発生していることがわかる。

また、図 5-18 に各層の層せん断力-層間変位関係を示す。図中の○印は各層の降伏点を示し、×印は崩壊点を示す。

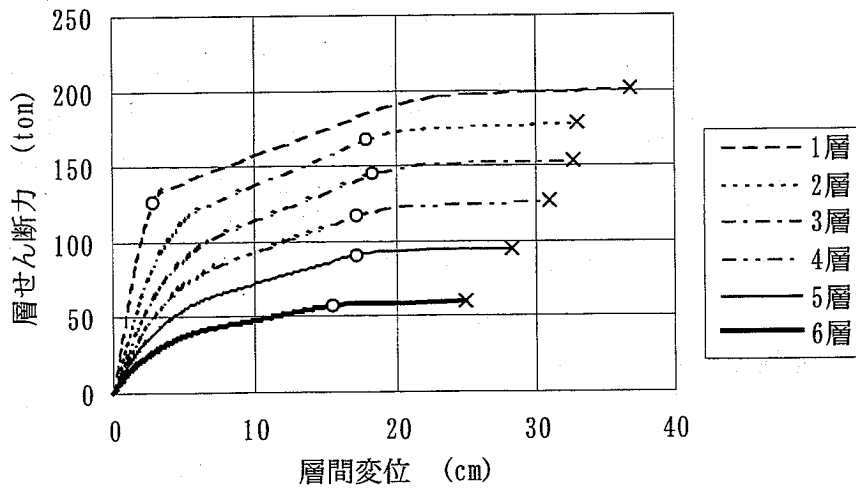
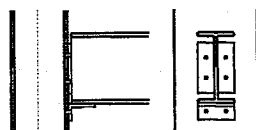


図 5-18 各層の層せん断力-層間変位関係

Seat & Web Cleats 接合



Seat & Web Cleats

建物の各階梁端を Seat & Web Cleats 接合とした場合の解析結果を以下に示す。まず、図 5-19 にベースシア一頂部水平変位関係を示す。実線は本解析解を示し、破線は接合部の終局耐力が部材耐力と等しいとした場合の解析結果である。図中引き出し線の数字は、塑性ヒンジ発生数を示しており、×印は構造物の崩壊を示す。2点破線はベースシア係数を 0.2 とした時の最下層における設計用地震層せん断力値を示している。図より、第1ヒンジ発生時の構造物のベースシアは、設計用地震層せん断力を上まわっていることがわかる。また、図 5-20 に塑性ヒンジの発生個所と順序を示す。

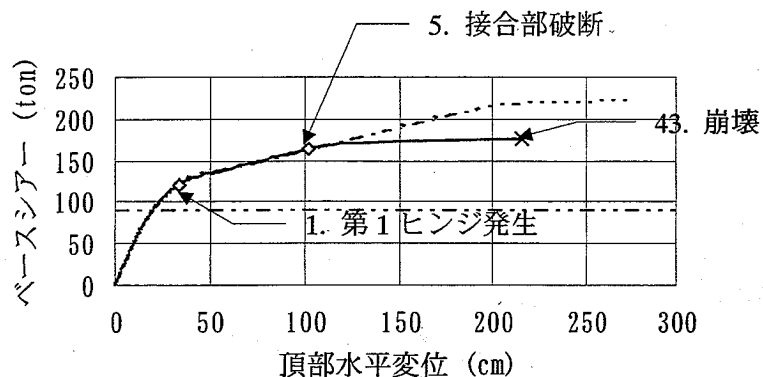


図 5-19 Seat & Web Cleats 接合建物の $Q-\delta$ 関係

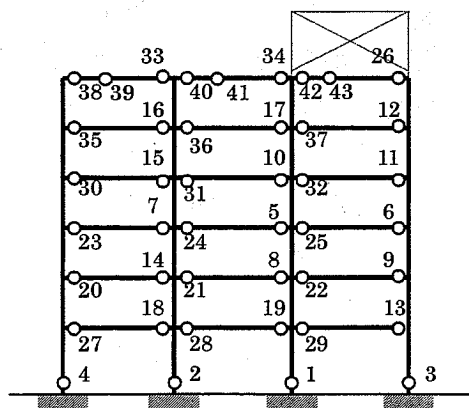


図 5-20 塑性ヒンジの発生順序

図 5-20 より、塑性ヒンジは、はじめに 1 層柱脚部に発生した後に、3 層のはり端部に発生していることがわかる。

また、図 5-21 に各層の層せん断力一層間変位関係を示す。図中の○印は各層の降伏点を示し、×印は崩壊点を示す。

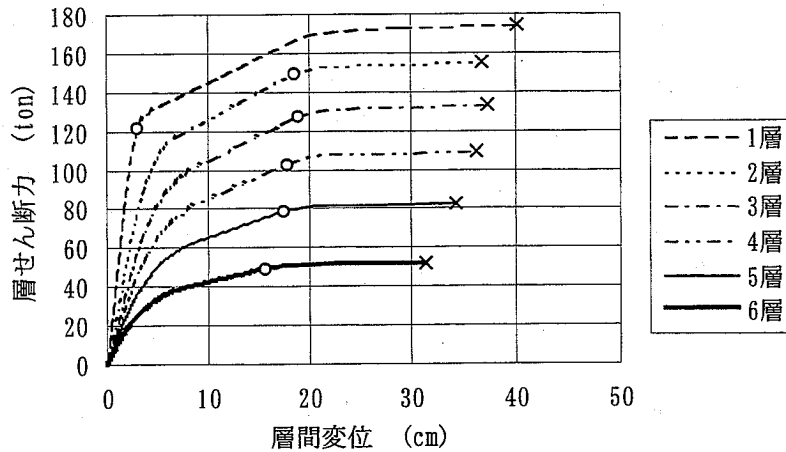
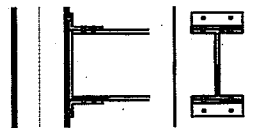


図 5-21 各層の層せん断力-層間変位関係

Flange Cleats 接合



Flange Cleats

建物の各階梁端を Flange Cleats 接合とした場合の解析結果を以下に示す。まず、図 5-22 にベースシア-頂部水平変位関係を示す。実線は本解析解を示し、破線は接合部の終局耐力が部材耐力と等しいとした場合の解析結果である。図中引き出し線の数字は、塑性ヒンジ発生数を示しており、×印は構造物の崩壊を示す。2点破線はベースシア係数を 0.2 とした時の最下層における設計用地震層せん断力値を示している。図より、第 1 ヒンジ発生時の構造物のベースシアは、設計用地震層せん断力を上まわっていることがわかる。また、図 5-23 に塑性ヒンジの発生個所と順序を示す。

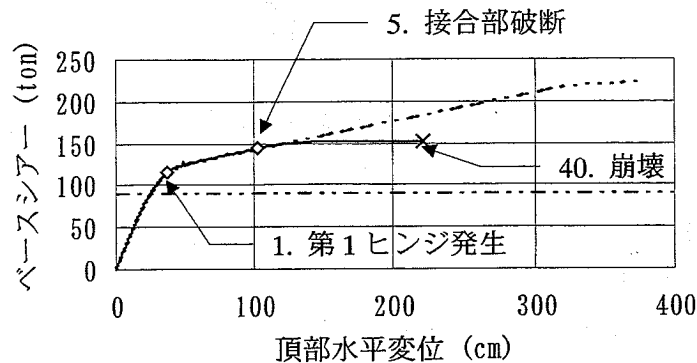


図 5-22 Flange Cleats 接合建物の $Q-\delta$ 関係

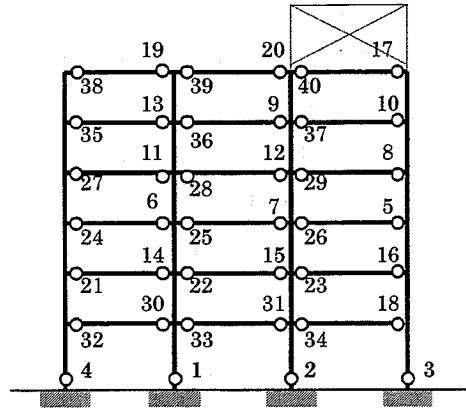


図 5-23 塑性ヒンジの発生順序

図 5-23 より、塑性ヒンジは、はじめに 1 層柱脚部に発生した後に、3 層のはり端部に発生していることがわかる。

また、図 5-24 に各層の層せん断力－層間変位関係を示す。図中の○印は各層の降伏点を示し、×印は崩壊点を示す。

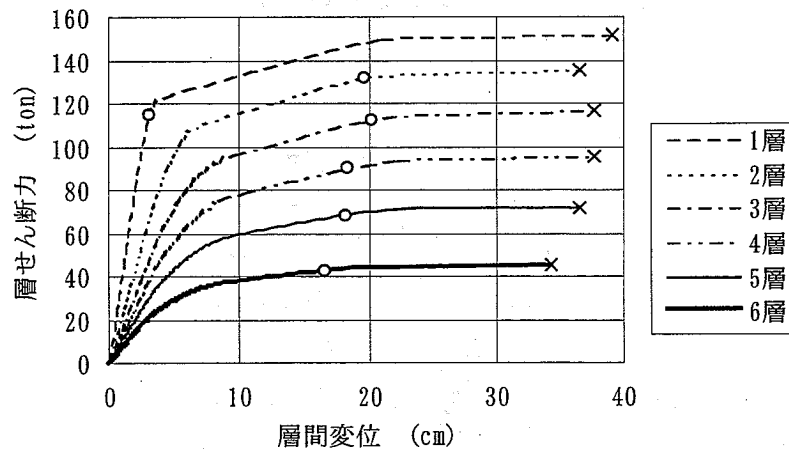
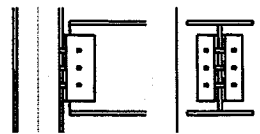


図 5-24 各層の層せん断力－層間変位関係

Web Cleats 接合



Web Cleats

建物の各階梁端を Web Cleats 接合とした場合の解析結果を以下に示す。まず、図 5-25 にベースシア-頂部水平変位関係を示す。実線は本解析解を示し、破線は接合部の終局耐力が部材耐力と等しいとした場合の解析結果である。図中引き出し線の数字は、塑性ヒンジ発生数を示しており、×印は構造物の崩壊を示す。2点破線はベースシア係数を 0.2 とした時の最下層における設計用地震層せん断力値を示している。図より、第 1 ヒンジ発生時の構造物のベースシアは、設計用地震層せん断力をわずかに上まわっていることがわかる。また、図 5-26 に塑性ヒンジの発生個所と順序を示す。

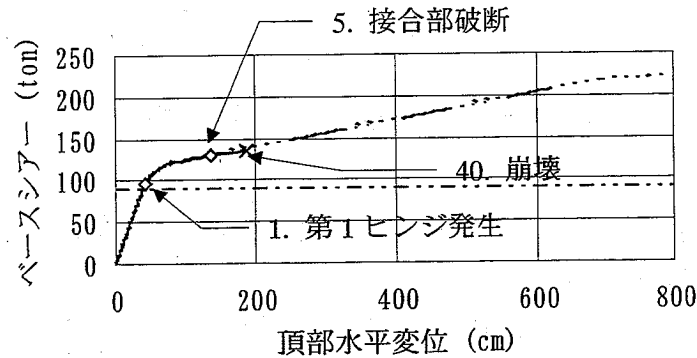


図 5-25 Web Cleats 接合建物の $Q-\delta$ 関係

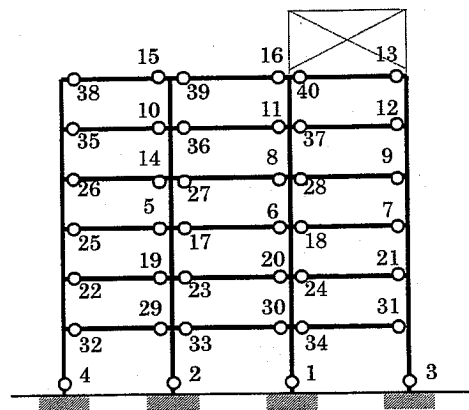


図 5-26 塑性ヒンジの発生順序

図 5-26 より、塑性ヒンジは、はじめに 1 層柱脚部に発生した後に、3 層のはり端部に発生していることがわかる。

また、図 5-27 に各層の層せん断力-層間変位関係を示す。図中の○印は各層の降伏点を示し、×印は崩壊点を示す。

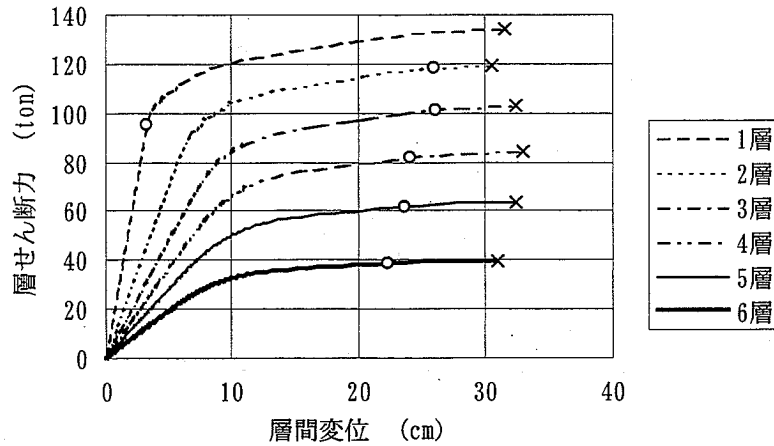


図 5-27 各層の層せん断力-層間変位関係

Pin 接合

建物の各階梁端を Pin 接合とした場合の解析結果を以下に示す。まず、図 5-28 にベースシア-頂部水平変位関係を示す。実線は本解析解を示し、破線は接合部の終局耐力が部材耐力と等しいとした場合の解析結果である。図中引き出し線の数字は、塑性ヒンジ発生数を示しており、×印は構造物の崩壊を示す。2点破線はベースシア係数を 0.2 とした時の最下層における設計用地震層せん断力値を示している。図より、構造物のベースシアは、設計用地震層せん断力を大きく下まわっていることがわかる。また、図 5-29 に塑性ヒンジの発生個所と順序を示す。

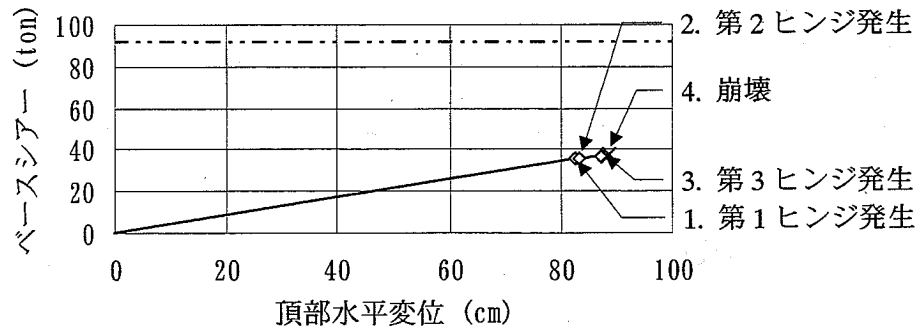


図 5-28 Pin 接合建物の $Q-\delta$ 関係

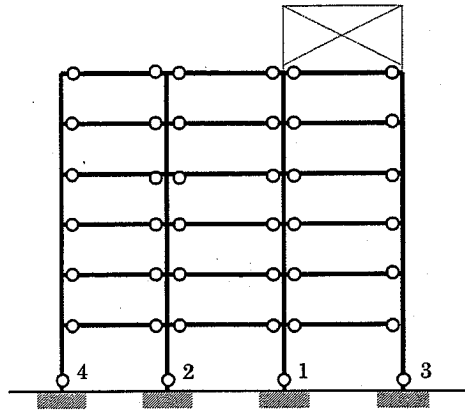


図 5-29 塑性ヒンジの発生順序

図 5-30 に各層の層せん断力-層間変位関係を示す。図中の○印は各層の降伏点を示し、×印は崩壊点を示す。

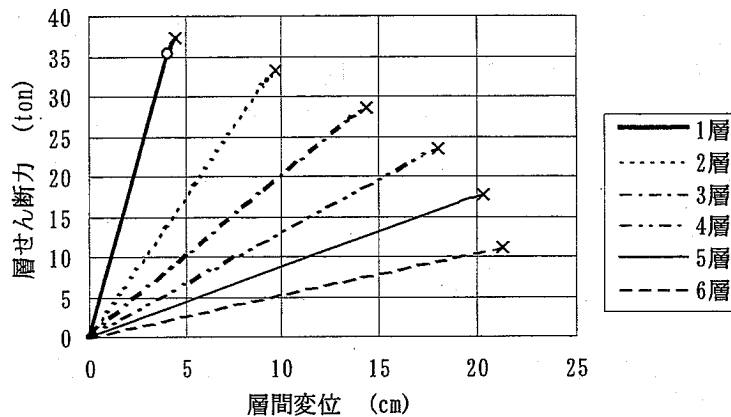


図 5-30 各層の層せん断力-層間変位関係

各接合形式の比較

各接合形式建物の比較を行う。まず、各接合形式建物のベースシア-頂部水平変位関係の比較を図 5-31 に示す。実線は本解析解を示し、破線は接合部の終局耐力が部材耐力と等しいとした場合の解析結果である。図中の一つ目の丸印は第1降伏点、二つ目は第1接合部終局耐力到達点を示し、×印は崩壊点である。この図より、半剛接合構造物は剛接合構造物に比べて、崩壊荷重が約10%~40%低く、崩壊に至るまでの変形は、最大約2倍程度大きくなるのがわかる。

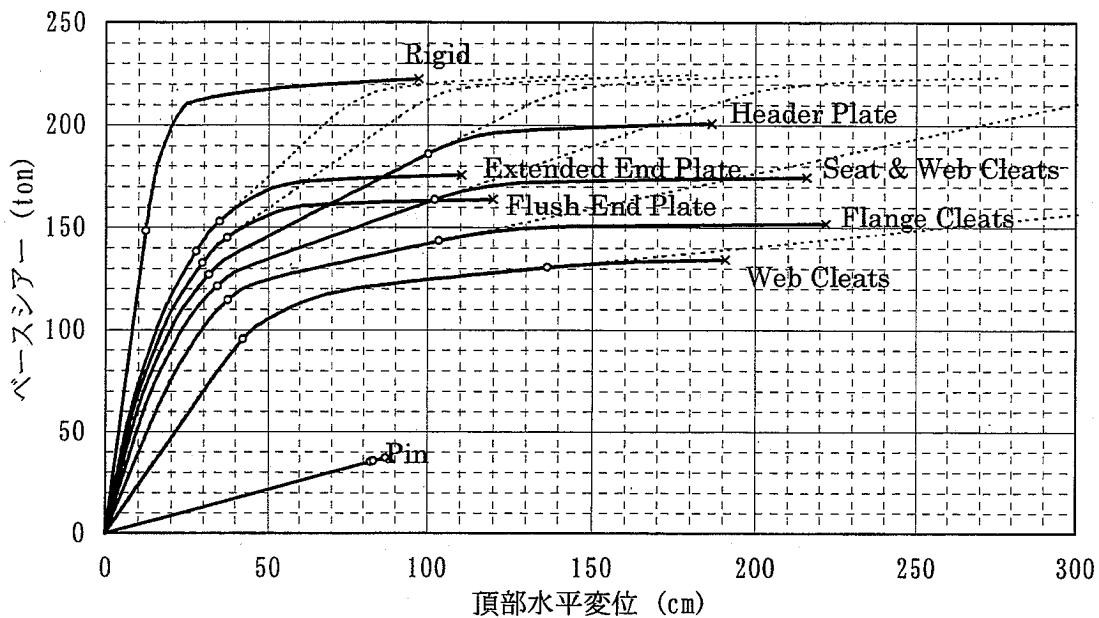


図 5-31 ベースシアアー頂部水平変位関係

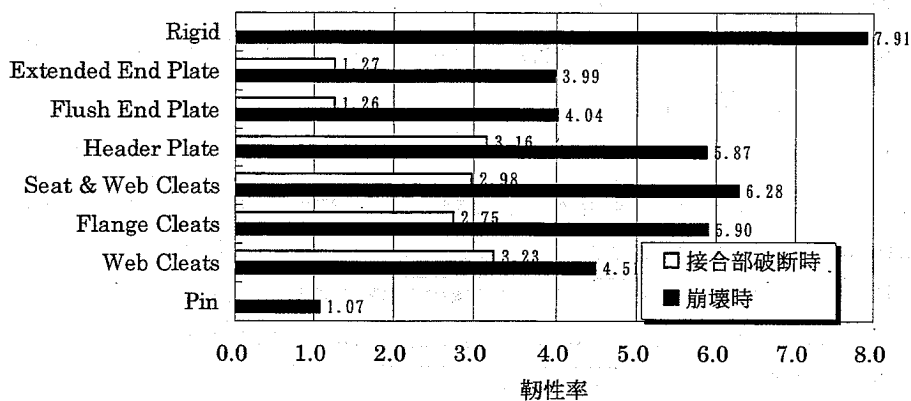


図 5-32 韌性率の比較

図 5-32 に各接合形式建物の韌性率（頂部最大変位／降伏変位）を示す。ただし、半剛接建物の韌性率は、頂部最大変位を第 1 ヒンジ発生時の頂部変位で除した値とする。また、半剛接合建物は接合部が終局耐力となった時点と崩壊した時点の 2 通りの韌性率を示した。図より、半剛接合建物では、接合部の韌性が高い Header Plate 接合、Seat & Web Cleats 接合、Flange Cleats 接合が Extended End Plate 接合や Flush End Plate 接合に比べて高い韌性率を示していることがわかる。

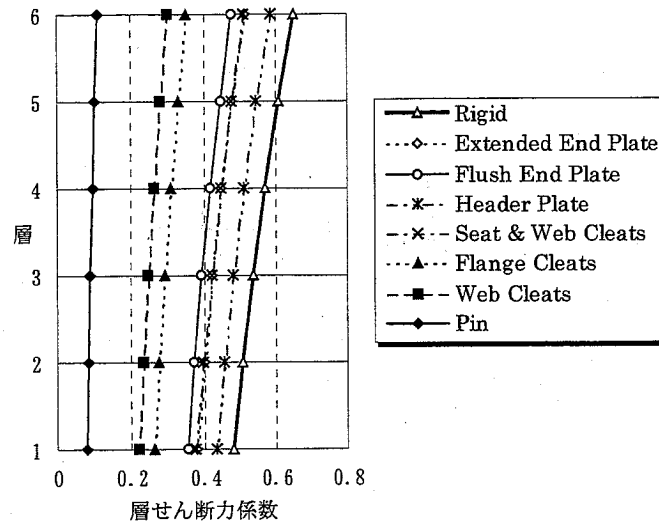


図 5-33 層せん断力係数の比較

図 5-33 に各接合形式建物の崩壊時の各層の層せん断力係数を示す。図より、Rigid 接合が最も大きな値をとり、Pin 接合が一番小さな値となっていることがわかる。

また、図 5-34 に各接合形式建物のベースシア係数の比較を示す。半剛接合建物に関しては接合部が終局耐力となった時と崩壊した時の2通りの値を示した。図より、Rigid 接合が最も大きい数値を示していることがわかる。半剛接合部では、接合部の靱性が最も高い Header Plate 接合が高い値を示している。

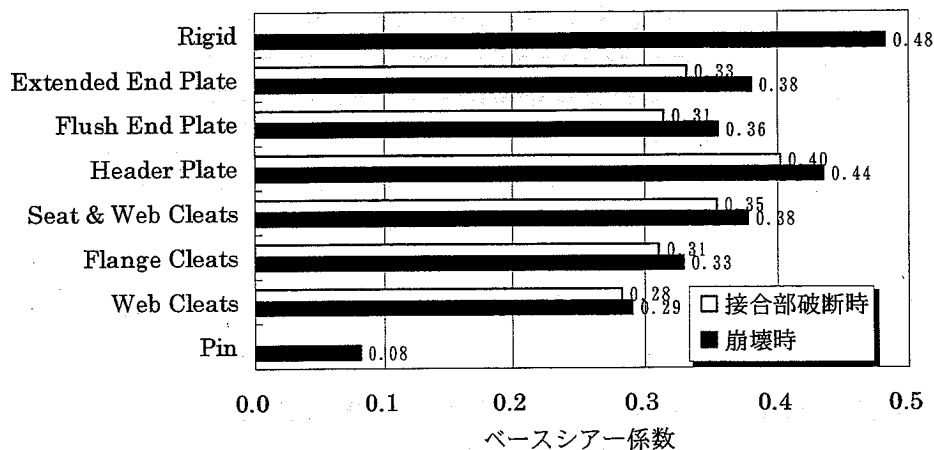


図 5-34 ベースシア係数の比較

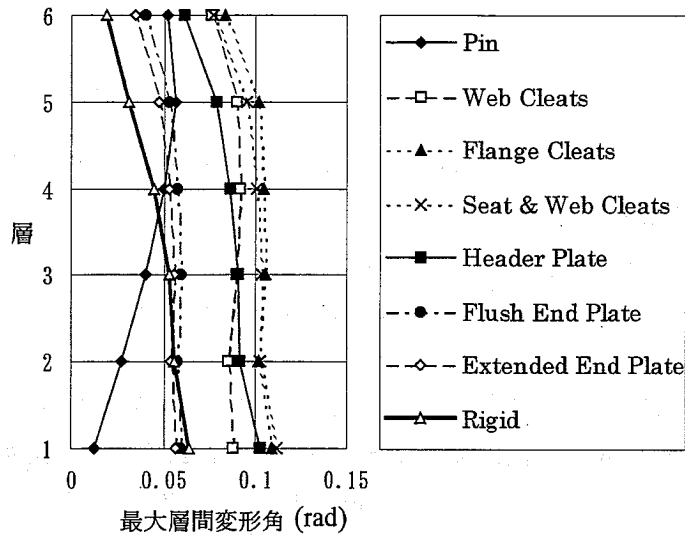


図 5-35 各層の最大層間変形角

また、図 5-35 に各層の最大層間変形角を示す。

5.6 まとめ

本章では、半剛接合部の非線形特性を考慮した建築骨組の静的弾塑性解析を示した。そのとき、接合部の非線形特性は Richard らによって提案されているべき乗関数によって評価し、塑性ヒンジ法に基づく骨組の静的弾塑性解析を行った。接合部は、既往の実験的研究によって得られている代表的な 6 種類の半剛接合部を用いるものとした。そして、それらの接合部を 6 層 3 スパンの鉄骨造建物のすべてのはり端に仮定し、 A_i 分布より算出した地震力を比例増分荷重として静的弾塑性解析を行った。

その結果、以下の結論を得た。

1. 本研究で取り扱った剛接建物では、塑性ヒンジは、はじめに 5 層のはり端部に生じ、続いて 3 層のはり端部に発生した後、5 層内柱、3 層内柱の順に発生するのに対し、半剛接建物では、はじめに 1 層柱脚部に塑性ヒンジが発生した後、3 層のはり端部に発生し、はり降伏型の崩壊機構を形成することが示された。
2. 接合部の剛性低下は構造物全体の剛性を低下させ、接合部耐力が大きくなれば、構造物の耐力も大きくなり、構造物が崩壊に至るまでの変形が大きくなり、靱性が増大することが示された。

5.7 参考文献

- 1) K. M. Abdalla and Wai-Fah Chen : Expanded Database of Semi-rigid Steel Connections, Computers & Structures, Vol.56, No.4, pp.553-564, 1995
- 2) J. B. Davison, P. A. Kirby, and D. A. Nethercot : Rotational Stiffness Characteristics of Steel Beam-to-Column Connections, J. Construct. Steel Research Vol.8, pp.17-54, 1987
- 3) 上田幸雄, 松石正克, 山川武人, 赤松毅人 : マトリックス法による骨組構造物の弾塑性解析, 日本造船学会論文集, 124号, pp.183-191, 1968年11月
- 4) 上田幸雄, 赤松毅人, 近江義夫 : マトリックス法による骨組構造物の弾塑性解析 (その2), 日本造船学会論文集, 126号, pp.253-262, 1969年11月
- 5) T. H. Almusallam and R. M. Richard : Steel Frame Analysis with Flexible Joints Exhibiting a Strain-softening Behavior, Computers & Structures Vol.46, No.1, pp.55-65, 1993
- 6) W. F. Chen, Y. Goto, and J. Y. R. Liew : Stability Design of Semi-Rigid Frames, John Wiley & Sons, Inc., November 1995
- 7) 日本建築学会 : 鋼構造塑性設計指針, 丸善, pp.209-254, 1982
- 8) 東洋情報システム : 汎用プログラム「ADAM/3D-LIMIT」プログラム説明書

第6章

半剛接合部を有する建築骨組の動的弾塑性解析

6.1 はじめに

欧米の柱梁接合部において一般に用いられている金物とファスナーを介して接合される半剛接合形式は施工性等に優れており、近年我が国でもその導入が検討されつつある^{1),2)}。しかしながら、我が国は地震国であるため、このような接合形式を導入するにあたっては特に激震時の挙動に関して調査を行っておく必要がある。

半剛接合部を有する骨組構造の解析に関する研究は近年非常に精力的に行われており、静的な問題に関しては、立体骨組の弾塑性解析にまで発展してきている^{3),4)}。しかしながら、動的問題の解析に関する研究はいまだ少なく、Guo-Qiang Liら⁵⁾とL. E. Suarezら⁶⁾の論文等に見られる程度である。また、実験的研究としては半剛接合部を有する鉄骨骨組の地震応答に関する研究が林ら⁷⁾によって行われている。

一方、第3章において、任意自由度の半剛接パネを新たな自由度を増やすことなく導入できる有限要素解析法を示し、この方法を固有振動解析に適用している。本章では、質量系を集中質量として扱う場合には内節点自由度の縮約誤差は生じないため、ここでは、第3章に示した方法をさらに発展させ、半剛接合部を有する骨組の弾塑性地震応答解析法を示す。そして、これまで実験的研究によって得られている6つの代表的な半剛接合部の $M-\theta$ 関係をBi-linear型復元力特性で近似して、梁端に半剛接合部を有する建築骨組の激震時における地震応答特性を調査する。なお、本章の解析例では、第5章に示した解析モデルと同じ6層3スパン鉄骨建物を用いて解析を行う。

6.2 解析法の概要

6.2.1 要素の運動方程式

本章に示す手法は、第3章、第4章に示した方法にもとづいており、接合部に任意自由度の半剛接特性を評価できる。ここでは、 z 軸まわりの曲げ変形に関する要素の運動方程式の定式化について示す。

ただし、 $(\dot{\quad})$ は時間に関する微分を表し、 γ, A は要素の単位体積重量と断面積、 g は重力加速度を表す。また減衰は剛性比例型 ($[c_v] = 2h_1/\omega_1 [k_v]$ 、 ω_1 は1次固有円振動数、 h_1 は1次モードの減衰定数)とする。また、 v_i, θ_{zi} は節点*i*のたわみと*z*軸まわりの回転角を、 f_{yi}, m_{zi} は節点*i*のせん断力と曲げモーメントを表している。

次に(6.1)式の縮約を行う。まず(6.1)式の3行目から6行目までを取り出すと次のように整理できる。

$$[m_v^{pq}] \{\ddot{v}^{pq}\} + \frac{2h_1}{\omega_1} \left([\bar{k}_v^{pq}] \{\dot{v}^{pq}\} - [s_v] \{\dot{v}^{ij}\} \right) + [\bar{k}_v^{pq}] \{v^{pq}\} - [s_v] \{v^{ij}\} = \{0\} \quad (6.2)$$

ここに、

$$[s_v] = \begin{bmatrix} K_i^v & & & \text{Sym.} \\ 0 & K_i^{\theta_z} & & \\ 0 & 0 & K_j^v & \\ 0 & 0 & 0 & K_j^{\theta_z} \end{bmatrix}, \quad \{v^{pq}\}^T = [v_p \quad \theta_{zp} \quad v_q \quad \theta_{zq}], \quad \{v^{ij}\}^T = [v_i \quad \theta_{zi} \quad v_j \quad \theta_{zj}]$$

(6.2)式をさらに書き換えると、

$$\begin{aligned} & [m_v^{pq}] \left(\{\ddot{v}^{pq}\} - [\bar{k}_v^{pq}]^{-1} [s_v] \{\dot{v}^{ij}\} \right) + \frac{2h_1}{\omega_1} [\bar{k}_v^{pq}] \left(\{\dot{v}^{pq}\} - [\bar{k}_v^{pq}]^{-1} [s_v] \{\dot{v}^{ij}\} \right) \\ & + [\bar{k}_v^{pq}] \left(\{v^{pq}\} - [\bar{k}_v^{pq}]^{-1} [s_v] \{v^{ij}\} \right) = -[m_v^{pq}] [\bar{k}_v^{pq}]^{-1} [s_v] \{\dot{v}^{ij}\} \end{aligned} \quad (6.3)$$

ここで、(6.3)式の右辺は十分小さいと仮定して0と置くと、次式となる。

$$\{\ddot{v}\} = [T_v] \{\ddot{v}^{ij}\}, \quad \{\dot{v}\} = [T_v] \{\dot{v}^{ij}\}, \quad \{v\} = [T_v] \{v^{ij}\} \quad (6.4)$$

ここに、

$$[T_v] = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ [\bar{k}_v^{pq}]^{-1} [s_v] \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}_{8 \times 4}$$

なお、集中質量系の解析では(6.3)式の右辺は0となり、縮約誤差は生じない。(6.4)式を用いて(6.1)式をエネルギー的に変換すると、次式の縮約された運動方程式が得られる。

$$[T_v]^T [m_v] [T_v] \{\ddot{v}^{ij}\} + \frac{2h_1}{\omega_1} [T_v]^T [k_v] [T_v] \{\dot{v}^{ij}\} + [T_v]^T [k_v] [T_v] \{v^{ij}\} = [T_v]^T \{f_y\} \quad (6.5)$$

また、剛接を含む場合は、次式

$$[k_v] \{v^{pq}\} - [s_v] \{v^{ij}\} = \{0\} \quad (6.6)$$

の段階で $v_p = v_i \dots$ 等の剛接の条件を満足するように $[k_v]$, $[s_v]$ を書き換えた後に $[T_v]$ を作成する。y 軸まわりの曲げ変形, 軸方向変形, ねじり変形に関しても同様に定式化できる。

6.2.2 地震応答解析法

前節で導いた要素の運動方程式を座標変換を行って重ね合わせると地震力を受ける骨組全体の運動方程式が次式で与えられる。

$$[M] \{\ddot{d}\} + [C] \{\dot{d}\} + [K(t)] \{d\} = -[M] \{1\} \ddot{d}_0 \quad (6.7)$$

ただし、減衰マトリックス $[C]$ は初期剛性に対する剛性比例型とし、時間には依存しないものとする。また \ddot{d}_0 は地動加速度である。

(6.7)式の解析を Newmark の β 法によって行う。この場合、増分変位ベクトル $\{\Delta d\}$, 増分速度ベクトル $\{\Delta \dot{d}\}$, 増分加速度ベクトル $\{\Delta \ddot{d}\}$ はそれぞれ次式で表される⁷⁾。

$$\{\Delta d\} = \{\dot{d}_n\} \Delta t + \frac{1}{2} \{\ddot{d}_n\} \Delta t^2 + \beta \{\Delta \ddot{d}\} \Delta t^2 \quad (6.8)$$

$$\{\Delta \dot{d}\} = \{\ddot{d}_n\} \Delta t + \frac{1}{2} \{\Delta \ddot{d}\} \Delta t \quad (6.9)$$

$$\{\Delta \ddot{d}\} = -[M]^{-1} [C] \{\Delta \dot{d}\} - [M]^{-1} [K(t)] \{\Delta d\} - \{1\} \Delta \ddot{d}_0 \quad (6.10)$$

ここに,

$$\begin{aligned} \{\Delta d\} &= \{d_{n+1}\} - \{d_n\}, \quad \{\Delta \dot{d}\} = \{\dot{d}_{n+1}\} - \{\dot{d}_n\} \\ \{\Delta \ddot{d}\} &= \{\ddot{d}_{n+1}\} - \{\ddot{d}_n\}, \quad \Delta \ddot{d}_0 = \ddot{d}_{0n+1} - \ddot{d}_{0n} \end{aligned}$$

(6.8)~(6.10)式を増分変位ベクトル $\{\Delta d\}$ について解くことにより次式が得られる。

$$\{\Delta d\} = \left([K(t)] + \frac{1}{2\beta\Delta t} [C] + \frac{1}{\beta\Delta t^2} [M] \right)^{-1} \{\overline{\Delta P}\} \quad (6.11)$$

ここに,

$$\{\overline{\Delta P}\} = -[M]\{1\}\Delta\ddot{d}_0 + [M]\left(\frac{1}{\beta\Delta t}\{d_n\} + \frac{1}{2\beta}\{\ddot{d}_n\}\right) + [C]\left(\frac{1}{2\beta}\{d_n\} + \left(\frac{1}{4\beta} - 1\right)\{\ddot{d}_n\}\Delta t\right)$$

また, $\{\Delta d\}$, $\{\Delta\dot{d}\}$ は(6.11)式の $\{\Delta d\}$ を用いて次式より得られる。

$$\{\Delta\dot{d}\} = \frac{1}{2\beta\Delta t}\{\Delta d\} - \frac{1}{2\beta}\{d_n\} - \left(\frac{1}{4\beta} - 1\right)\{\ddot{d}_n\}\Delta t \quad (6.12)$$

$$\{\Delta\ddot{d}\} = \frac{1}{\beta\Delta t^2}\{\Delta d\} - \frac{1}{\beta\Delta t}\{d_n\} - \frac{1}{2\beta}\{\ddot{d}_n\} \quad (6.13)$$

(6.11)~(6.13)式の手順を繰り返すことにより順次解を求めていく。

6.2.3 弾塑性剛性マトリックスの計算方法

本研究では, 柱端部および梁端の半剛接合部の曲げ変形によって降伏が生じるものと仮定する。柱材の弾塑性特性は, 曲げモーメント-曲率 ($M - \phi$) 関係で与えられ, 梁端の半剛接特性は, 曲げモーメントと接合部の相対回転角 ($M - \theta$) の関係で与えられるものとする。ただし, ϕ と θ は 6.2.1 節の定義では $\phi = d^2u/dz^2$, $\theta = \theta_i - \theta_p$ または $\theta = \theta_q - \theta_j$ で与えられる。また, 柱および梁端接合部の弾塑性特性は Bi-linear で近似する。

このとき, 柱材の弾性剛性を K_e , 塑性剛性を K_p とすると, これに対応する柱端部のバネ剛性 K_s^c は次のように定められる。すなわち, 柱材が弾性の場合は $K_s^c = \infty$, 柱材が塑性化するると次の関係式

$$\frac{1}{K_p} = \frac{1}{K_e} + \frac{1}{K_s^c} \quad (6.14)$$

から, 次式によってバネ剛性が求められる。

$$K_s^c = \frac{\lambda}{1-\lambda} K_e, \quad \lambda = \frac{K_p}{K_e} \quad (6.15)$$

なお, (6.15)式の λ は前章で定義した接合係数と同じである。また, 柱の降伏曲率 ϕ_y は M_{py}/EI_z で計算して与える。ここに M_{py} , EI_z は柱材の降伏曲げモーメントと曲げ剛性である。

一方, 梁端の半剛接合部のバネ剛性 K_s^b は文献 8), 9) に示されている実験データをもとに,

図 6-2 に示す 6 種の接合形式に対して、図 6-3 に示すような接合部の $M - \theta$ 関係を設定し、解析ではそれらを、第 5 章とは異なり、図 6-4 に示すような Bi-linear 型復元力特性で扱う。ここに M_{sp} は梁材の全塑性曲げモーメントである。また、表 6-1 に各接合形式の初期剛性、 $\theta = 0.01$ における M/M_{sp} の値、降伏相対回転角 θ_y 、全塑性相対回転角 θ_p を示す。

以上のようにして、各部材の材端バネの剛性を各時間ステップで計算し、(6.11) 式の $[K(t)]$ を作成する。

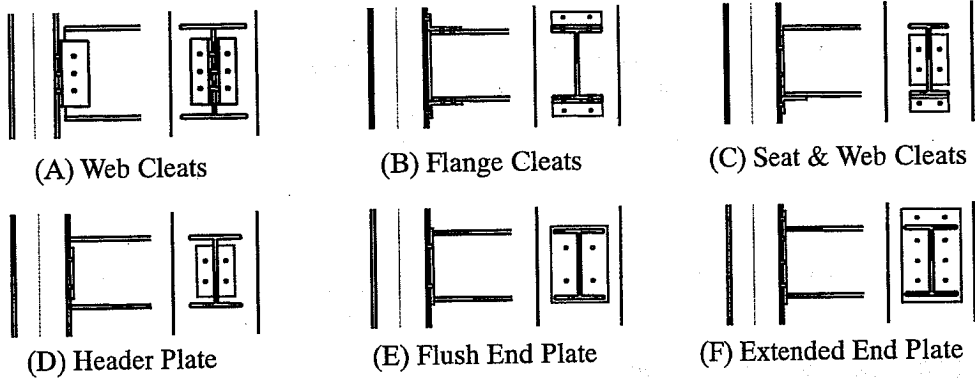


図 6-2 接合形式

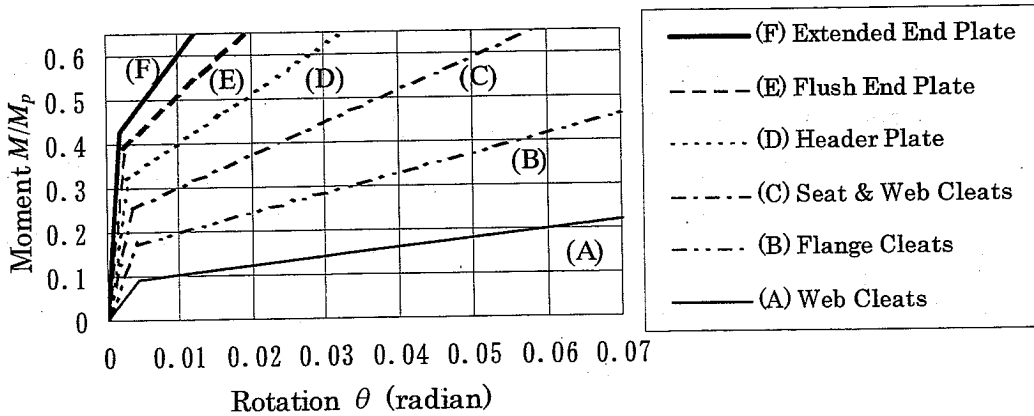


図 6-3 接合部の $M - \theta$ 関係

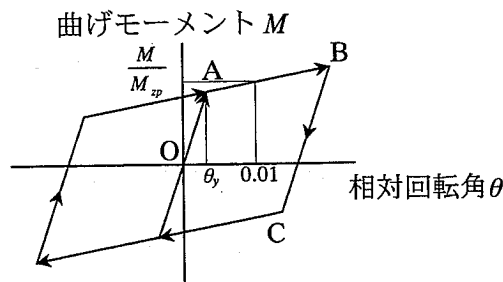


図 6-4 接合部の復元力特性

表 6-1 各接合形式の特性値

	初期剛性 (t·cm/rad)	M/M_{zp} at $\theta = 0.01$	θ_y (rad)
F	3.314×10^6	0.6	0.0020
E	1.662×10^6	0.5	0.0025
D	1.168×10^6	0.4	0.0030
C	7.807×10^5	0.3	0.0035
B	4.696×10^5	0.2	0.0040
A	2.139×10^5	0.1	0.0045

初期剛性 : 2次剛性 = 10 : 1

6.3 解析例と考察

解析例として、第5章と同様に、文献10)に掲載されている6層鉄骨造建物を採用した。図6-5および表6-2、表6-3に建物の概要と使用鋼材を示している。本解析では、A-B構面のすべての梁端に半剛接合部を仮定し、地震応答解析を行った。梁端の接合形式は図6-2に示す6種の半剛接合部(F~A)と剛接合の計7種とした。各層の重量は、図6-5に示すように各節点に分配し、集中質量系として解析した。また、床の拘束効果は梁断面積を100倍にすることで評価し、ペントハウスは屋上に載せられた荷重として扱った。運動方程式の数値積分はNewmarkの β 法($\beta=1/4$)によって行った。地震波はEl-Centro 1940 NS波、Taft 1952 EW波、Hachinohe 1968 EW波、神戸海洋気象台 1995 NS波の4種を最大速度50cm/sec(レベル2)として与えた(表6-4)。地震波の継続時間は30秒とした。表6-5はそれぞれの接合形式に対する建物の1次固有周期を示したものである。建物の1次固有周期に対する減衰定数 h_1 は0.02とした。また、柱材の剛性低下率 λ は0.1とした。

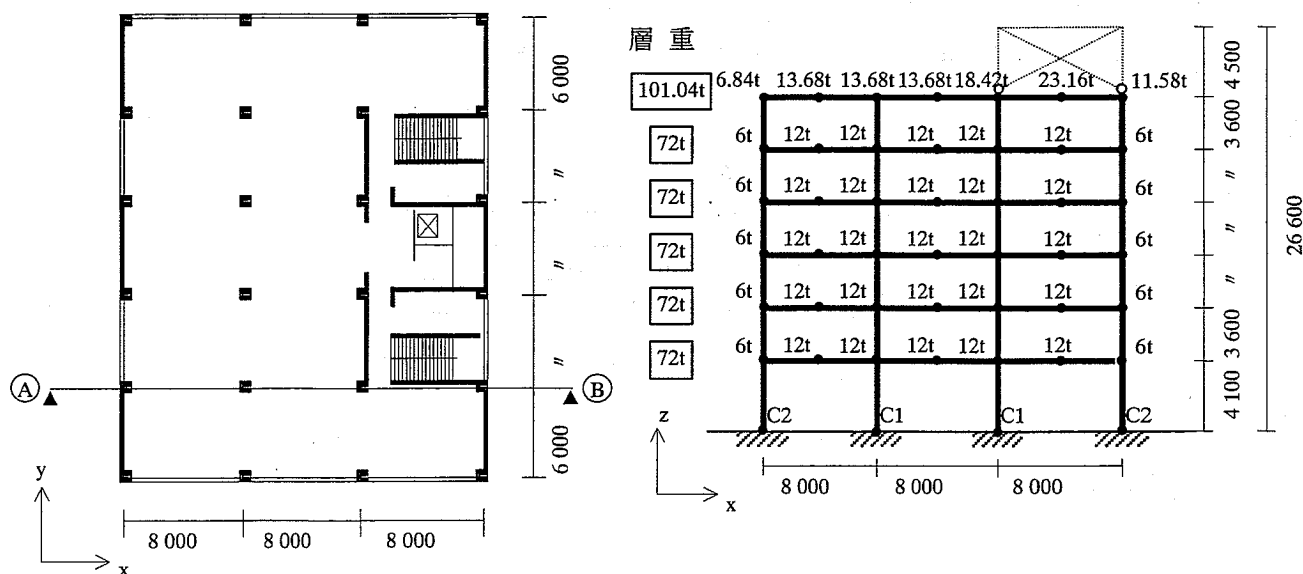


図 6-5 解析モデル

表 6-2 柱断面表

	C1	C2
5~6階	H-400×400×13×21	H-400×400×13×21
3~4階	H-414×405×18×28	H-400×400×13×21
1~2階	H-428×407×20×35	H-428×407×20×35

表 6-3 梁断面表

6~R階	H-496×199×9×14
4~5階	H-488×300×11×18
2~3階	H-588×300×12×20

表 6-4 各地震波の最大加速度と最大速度の対応

地震波名	最大加速度 (cm/s^2)	最大速度 (cm/s)	50 cm/s 対応 加速度(cm/s^2)
El-Centro 1940 NS	341.7	33.4	511
Taft 1952 EW	175.9	17.7	497
Hachinohe 1968 EW	182.9	35.9	255
神戸海洋気象台 1995 NS	818.0	90.5	452

表 6-5 固有周期

接合形式	固有周期(sec)
A (Web Cleats)	2.309
B (Flange Cleats)	1.801
C (Seat & Web Cleats)	1.561
D (Header Plate)	1.416
E (Flush End Plate)	1.318
F (Extended End Plate)	1.246
Rigid	1.031

表 6-6 に以下の図 6-6~図 6-10 の各グラフの記号の対応を示す。図 6-6~図 6-8 は建物頂部の変位，速度，加速度の最大値をプロットしたものである。これらの図より，変位に関しては梁端接合部の剛性が弱くなるほど大きくなり，速度，加速度に関しては逆に接合部の剛性が弱くなるほど小さくなる傾向にあることがわかる。

表 6-6 グラフの各記号

—○—	El-Centro 1940 NS
.....◆.....	Taft 1952 EW
.....△.....	Hachinohe 1968 EW
.....×.....	神戸海洋気象台 1995 NS

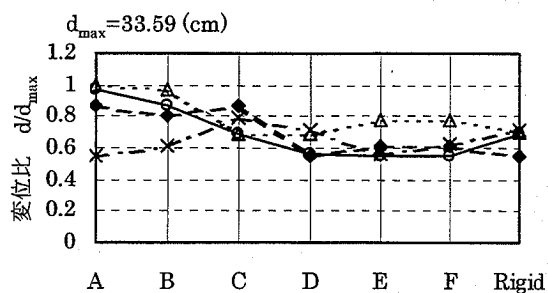


図 6-6 頂部最大変位比

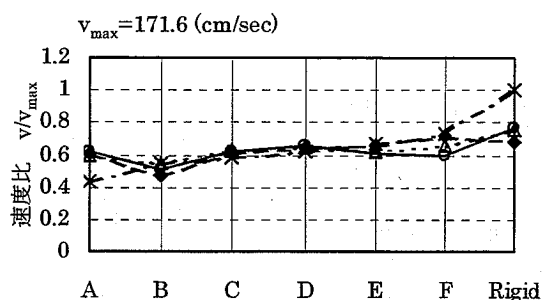


図 6-7 頂部最大速度比

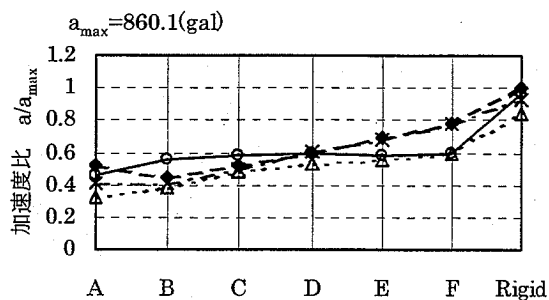


図 6-8 頂部最大加速度比

図 6-9, 図 6-10 は1階左側外柱のせん断力, 脚部の曲げモーメントの最大値を示したものである。これらの図より, いずれの断面力も梁端が剛接の場合に比較して半剛接の場合の値は小さくなる傾向にあることがわかる。この傾向は文献5)に示される結果と一致する。この要因として, 接合部の剛性低下により建物の固有周期が長くなったため, 建物の加速

度応答が低減されたことが考えられる。

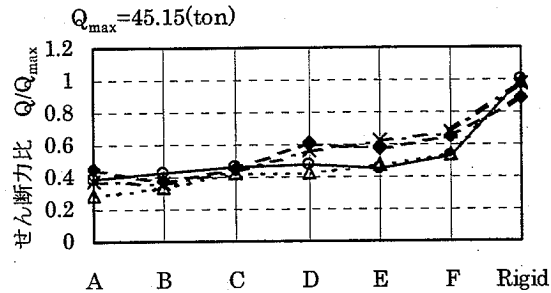


図 6-9 1階左側外柱の最大せん断力比

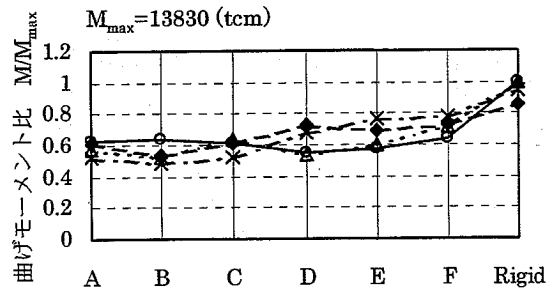


図 6-10 1階左側外柱の最大曲げモーメント比

図 6-11 は El-Centro NS 波を入力したときの、各層の最大層間変形角を示したものである。図より、Pin, Web Cleats, Flange Cleats に関しては、剛接合に比べて大きな層間変形角となっており、特に Web Cleats 接合の場合は建物上層部で過大な層間変形角が生じていることがわかる。また、Seat & Web Cleats, Header Plate, Flush End Plate, Extended End Plate に関しては、最上層の層間変形角は剛接合に比較して大きくなるが、それ以下の層では剛接合の場合と同程度かそれより小さくなっていることがわかる。

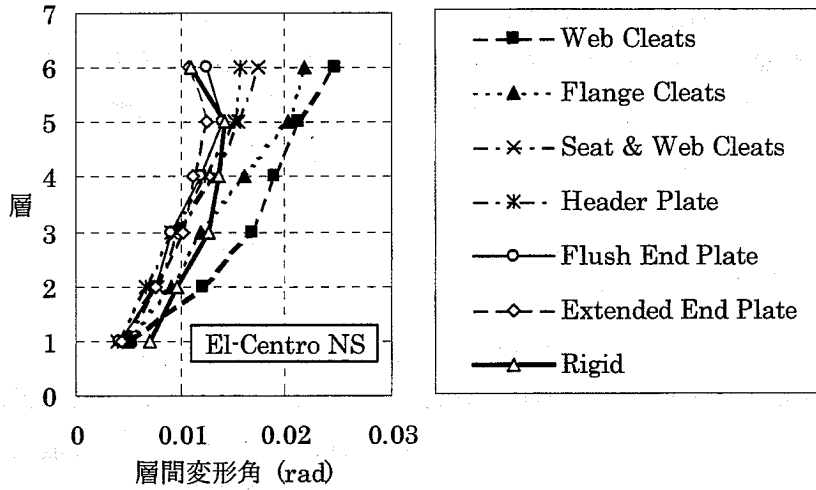


図 6-11 各層の最大層間変形角

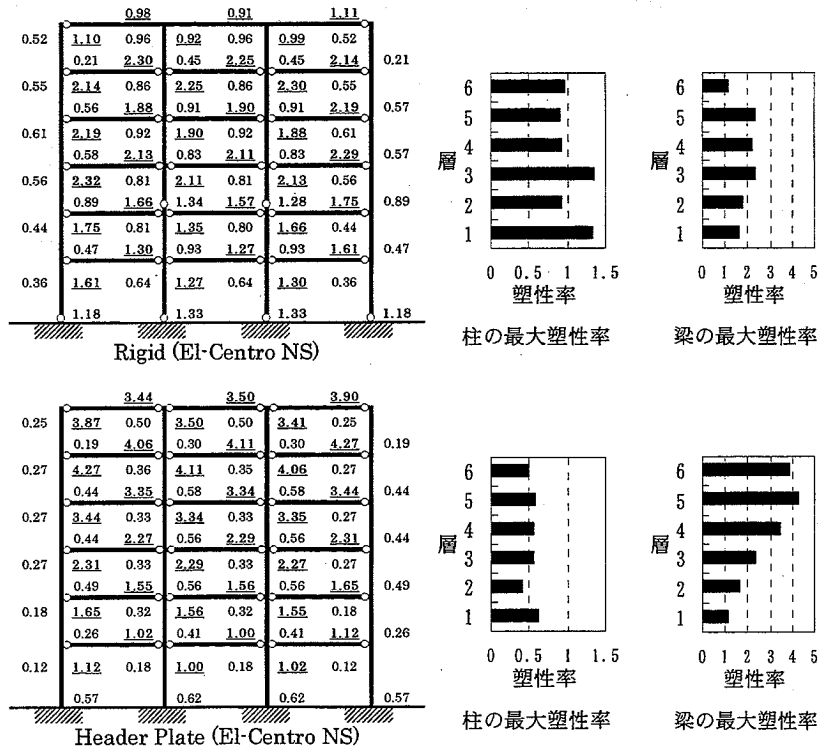


図 6-12 塑性化の状態

図 6-12 は El-Centro NS 波で、接合形式を Rigid, Header Plate とした場合の柱, 梁部材の塑性化の状態を示したものである。図中の数値は塑性率 (剛接合: ϕ_{max}/ϕ_y , 半剛接合: θ_{max}/θ_y) を示しており、アンダーラインのあるものは梁, ないものは柱の値である。図中

右側の図は柱、梁それぞれの塑性率をグラフ化したものである。図より、梁端が剛接の場合は1階柱脚部および3階柱脚部が塑性化しているが、半剛接合の場合は、剛接の場合に比較して柱の塑性率は小さくなり、柱は塑性化していないことがわかる。また、接合部の剛性が低下すると、特に上層部の梁に大きな塑性率が生じることがわかる。

6.4 まとめ

本章では、第3章に示した手法をさらに発展させ、半剛接合部を有する骨組の弾塑性地震応答解析法を示した。

本方法を利用して、梁端の接合形式を6種の半剛接合と剛接合の計7種に設定して、レベル2の4種の地震波に対する6層鉄骨骨組の地震応答解析を行った。その結果、半剛接合部の剛性が弱くなると建物の最大変位は大きくなる傾向にあるが、建物の最大加速度と柱のせん断力、曲げモーメントは小さくなる傾向にあり、半剛接合部は大地震に対する応答に関して必ずしも不利なものとはならないことが示された。また、接合部剛性が低下すると上層部の層間変形角は大きくなること、柱・梁部材の塑性率に関しては、接合部剛性が低下すると、柱の塑性率は小さくなり、梁の塑性率は特に上層部が大きくなることがわかった。

6.5 参考文献

- 1) 林暁光, 大井謙一, 高梨晃一, 嶋脇興助: 部分構造法による半剛接鉄骨骨組の地震応答実験, 鋼構造年次論文報告集, 第3巻, pp.77-82, 1995年
- 2) 大井謙一: 半剛接ディテールと耐震効果, 建築技術, No.565, pp.136-141, 1997年4月
- 3) Faris G. A. Al-Bermani and Sritawat Kitipornchai : Elastoplastic Nonlinear Analysis of Flexibly Jointed Space Frames, Journal of Structural Engineering, Vol.118, No.1, pp.108-127, 1992.1
- 4) 修行稔, 岡延夫, 李劍平: 半剛接接合部を有する鋼立体骨組の弾塑性非線形解析, 日本建築学会構造系論文集, 第480号, pp.89-94, 1996.2
- 5) Guo-Qiang Li and Zu-Yan Shen : A Unified Matrix Approach for Nonlinear Analysis of Steel Frames Subjected to Wind or Earthquakes, Computers & Structures, Vol.54, No.2, pp.315-325, 1995
- 6) L. E. Suarez, M. P. Singh, and E. E. Matheu : Seismic Response of Structural Frameworks with Flexible Connections, Computers & Structures, Vol.58, No.1, pp.27-41, 1996
- 7) 柴田明德: 最新耐震構造解析, 森北出版, pp. 97-112, 1981年
- 8) K. M. Abdalla and Wai-Fah Chen : Expanded Database of Semi-rigid Steel Connections, Computers & Structures, Vol.56, No.4, pp.553-564, 1995
- 9) J. B. Davison, P. A. Kirby, and D. A. Nethercot : Rotational Stiffness Characteristics of Steel Beam-to-Column Connections, J. Construct. Steel Research Vol.8, pp.17-54, 1987
- 10) 日本建築学会: 鋼構造塑性設計指針, 丸善, pp.209-254, 1982年

第7章

建築骨組の最小重量解析

7.1 はじめに

最近、骨組の最適設計に関する多くの研究が報告されている^{1),2),3)}。本章では、建築骨組構造の最小重量設計問題を取り上げる。このような建築構造物の設計では、まず構造計画の段階で、総高さ、階高、スパン長などの建物の概形を決めた後に、与えられた外力に対して部材に発生する応力が許容応力度以下になるように、また、各層の層間変形角が指定した値以下におさまるように、はりや柱の部材の断面形を試行錯誤的に決定している。断面決定に際しては、これまでの設計例などを参考にしたり、設計者の経験をもとに行われているが、この作業は、熟練した構造技術者であってもかなりの時間を要するものである。したがって、建築構造設計において、効率よく最適な部材断面を自動算定するいわゆる最適設計プログラムの開発が望まれるところである。

建築構造物の最適設計に関する研究として、文献 4)に有限要素法に基づいた多層多スパンラーメンの最小重量設計問題の定式化および数値計算例が示されている。この研究では、1つの部材断面が各部材の応力に及ぼす感度係数および各層の層間変形角に及ぼす感度係数を陽な形の式で求めている。このことはコンピュータで計算を行う上では、その式の形をそのままプログラム化すればよいので有利ではあるが、式が異常に複雑であるために実務設計者には受け入れられないように思われる。そこで、本章では、コンピュータ解析を前提にしているので、この感度解析においても陽な形の複雑な解析的感度係数を導いて計算を行うのではなくて、数値的感度係数を使用する方法を用いる。この数値的感度係数計算法では、1つの感度係数を求めるにあたり全体構造物の通常の応力変形解析が1回必要となるものの、本章で取り上げた例題の全体の計算時間は Intel PentiumPro (200MHz)の CPU を持つパソコンで約 10 秒であり、あまり問題になっていない。

本章では、剛接鉄骨骨組構造を対象にした最適設計プログラムの開発に必要な理論および計算法の概要を示し、最小重量設計における局所解の発生パターンについて検討を行う。そのとき、本計算法は、逐次線形計画法 (Sequential Linear Programming Method: SLP 法) を使用しているため、初期値に依存して異なる局所解に収束する場合がある。この局所解は

建物の形状によってさまざまな傾向を示すが、本章では、5層3スパン骨組構造モデルを例にとり、初期断面と局所解の関連性についての検討を行う。

7.2 建築骨組の最適設計

いま、骨組部材（はり、柱）にH形鋼または角形鋼管を用いた鉄骨骨組構造を長期荷重（自重+積載荷重）および短期荷重（自重+積載荷重+水平荷重）に対して設計する問題を考える。次の諸量はあらかじめ与えられているものとする。

- (1) 骨組のスパン数とスパン長、階数と階高
- (2) はり、柱を構成する材料定数（鋼材のヤング係数など）
- (3) 最下層柱脚の支持条件（固定支持、又はピン支持）
- (4) 長期荷重と短期荷重の大きさ

この骨組構造を設計するために、次のような制約条件が課せられているものとする。この δ_j （層間変形角）と γ_i （断面内応力度比）が状態変数である。

- (1) 各層の層間変形角 δ_j が許容値 δ_{aj} 以下であること
- (2) 長期荷重および短期荷重下におけるはり、柱の断面内応力度比 γ_i が許容値 γ_{ai} 以下であること

決定すべき諸量は次のものである。すなわち、これらが設計変数となる。

- (1) はりの断面寸法
- (2) 柱の断面寸法

なお、このときに、すべてのはり、柱を独立な変数とすることもできるが、施工性や建築構造計画から、いくつかのはり、柱をまとめて同じ断面寸法で設計する場合もある。このような場合は、設計変数の数を減らすことになり解析時間が短縮される。

制約条件を満たす解は無数にあるが、求めたい解は次のものである。

- (1) 制約条件を満たす解のうち建物重量を最小にするもの
- (2) または、コストを最小にするもの

全部材をすべて鋼材で設計する場合は、建物重量の最小化とコストの最小化の相関性が大きく、ここでは同じものとしている。

以上のことをコンピュータで自動的に処理するため、以下に示す骨組構造解析法や最適解析法を適用した。

7.3 建築骨組構造解析法

7.3.1 有限要素法による骨組構造解析

建築骨組構造の解析には変位型有限要素法を用いる。本章では平面骨組の定式化を示すものとし、骨組要素は図 7-1 に示すもので、各節点に3自由度を有する。

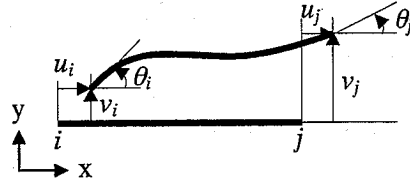


図 7-1 要素の座標系と節点変位成分

この要素剛性方程式は次式となる。

$$[k]\{d\} = \{f\} \quad (7.1)$$

ここに、

$$\{d\}^T = [u_i \quad v_i \quad \theta_i \quad u_j \quad v_j \quad \theta_j], \quad \{f\}^T = [N_i \quad Q_i \quad M_i \quad N_j \quad Q_j \quad M_j]$$

ただし、 u, v は局所座標系（部材に設定した座標系）の x, y 軸方向の変位で、 θ は回転角である。

この骨組要素の要素剛性マトリックスは、軸方向変形および曲げ変形に関する次のような 6×6 のものである。

$$[k] = \begin{bmatrix} \frac{EA}{l} & & & & & \\ & \frac{12EI}{(1+\bar{\phi})l^3} & & & & \\ & \frac{6EI}{(1+\bar{\phi})l^2} & \frac{(4+\bar{\phi})EI}{(1+\bar{\phi})l} & & & \\ -\frac{EA}{l} & 0 & 0 & \frac{EA}{l} & & \\ & \frac{12EI}{(1+\bar{\phi})l^3} & -\frac{6EI}{(1+\bar{\phi})l^2} & 0 & \frac{12EI}{(1+\bar{\phi})l^3} & \\ & \frac{6EI}{(1+\bar{\phi})l^2} & \frac{(2-\bar{\phi})EI}{(1+\bar{\phi})l} & 0 & \frac{6EI}{(1+\bar{\phi})l^2} & \frac{(4+\bar{\phi})EI}{(1+\bar{\phi})l} \end{bmatrix} \quad \text{Sym.} \quad (7.2)$$

ここに、

$$\bar{\phi} = \frac{12EI}{G\kappa Al^2}$$

ただし、 A は骨組部材の断面積、 I は断面 2 次モーメント、 l は要素長である。また、 E は部材のヤング係数、 G はせん断弾性係数、 κ は部材断面の有効せん断係数である。

局所座標軸の全体座標軸に対する方向余弦で組み立てられる座標変換マトリックスを用いると、(7.2)式の局所座標系表示の要素剛性マトリックスは全体座標系表示の要素剛性マトリックスに変換される。この全体座標系表示の要素剛性マトリックスを用いて任意形の平面骨組構造の解析ができる。

また、解析では、剛床仮定が成り立つものとし、はりの軸方向変形に関する自由度を縮約した。

7.3.2 骨組部材の応力の制約条件

(1) はり部材の制約条件

はり部材は軸力の影響を無視し、曲げ応力度 σ_b とせん断応力度 τ に対する検討を行う。せん断応力はウェブで負担させる。

a) 曲げ応力度の確認

$$\gamma = \left| \frac{\sigma_b}{f_b} \right| \leq 1.0 \quad (7.3)$$

ここに、 $\sigma_b = \frac{M}{Z}$

曲げモーメント M ははり両端と中央の 3 個所で確認する。(Z: 断面係数, f_b : 許容曲げ応力度)

b) せん断応力度の確認

$$\gamma = \left| \frac{\tau}{f_s} \right| \leq 1.0 \quad (7.4)$$

ここに、 $\tau = \frac{Q}{A_w}$

せん断力 Q ははり両端の 2 個所で確認する。(A_w: ウェブの断面積, f_s : 許容せん断応力度)

(2) 柱部材の制約条件

柱に関しては、曲げ応力度 σ_b と軸方向応力度 σ_c の組合せ応力度、およびせん断応力度 τ に関する検討を行う。

a) 曲げ応力度と軸方向応力度の組合せに対する安全性の確認

$$\gamma = \left| \frac{\sigma_b}{f_b} + \frac{\sigma_c}{f_c} \right| \leq 1.0 \quad (7.5)$$

ここに、 $\sigma_b = \frac{M}{Z}$, $\sigma_c = \frac{N}{A}$

曲げモーメント M は柱両端の 2 個所、軸力 N は 1 個所で確認する。(A: 全断面積, f_c : 許容圧縮応力度)

b) せん断応力度に対する安全性の確認

$$\gamma = \left| \frac{\tau}{f_s} \right| \leq 1.0 \quad (7.6)$$

ここに、 $\tau = \frac{Q}{A_w}$ (強軸) 又は $\tau = \frac{Q}{2A_f}$ (弱軸), A_f : フランジの断面積

せん断力 Q は柱両端の 2 個所で確認する。

上式の許容曲げ応力度 f_b , 許容せん断応力度 f_s , 許容圧縮応力度 f_c は長期荷重下では次式で与えられる。

$$f_b = \frac{F}{15}, \quad f_s = \frac{1}{15} \frac{F}{\sqrt{3}} \quad (7.7)$$

$$f_c = \begin{cases} F \times \frac{1 - 0.4(\lambda_s/\Lambda)^2}{\frac{3}{2} + \frac{2}{3}(\lambda_s/\Lambda)^2} & (\lambda_s \leq \Lambda) \\ F \times \frac{0.277}{(\lambda_s/\Lambda)^2} & (\lambda_s > \Lambda) \end{cases} \quad (7.8)$$

ここに,

$$\Lambda = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{0.6F}}, \quad \lambda_s = \frac{l_b}{i_r}$$

短期荷重下ではそれぞれの 1.5 倍である。ここに、 Λ は限界細長比、 λ_s は部材の細長比、 l_b は座屈長さ (本解析では部材長さとする)、 $i_r (= \sqrt{I/A})$ は断面 2 次半径、 F は基準強度である。

7.3.3 設計変数

建築骨組の最適設計は、(7.2)式の要素剛性マトリックスを用いて骨組の構造解析を行い、得られた変位解や(7.3)~(7.6)式の部材応力解を制約値以下になるように解析が進められる。これらの式より、最適な骨組断面を決定するためには、断面積 A , 断面 2 次モーメント I , 断面係数 Z , ウェブ断面積 A_w , フランジ断面積 A_f , 有効せん断係数 κ を設計変数としなければならない。

ところが、H 形断面においては、 I , Z , A_w , A_f の大きさは断面積 A と相関があり⁴⁾、これらの断面定数の、断面積 A に関する相関関係式は次式で与えられる。なお、これらの相関関係式は文献 2) の鋼材断面データをもとに求めたものであり、H 形鋼中幅系列 (1/2<幅/せい<1, および、せい \geq 700mm) の場合は 150 \times 100 シリーズから、900 \times 300 シリーズまで、計 29 種類の鋼材から算定した。また、 κ はこれらの部材の平均値を用いるものとする。

一般用 H 形鋼材（中幅系列）の相関関数

$$\begin{aligned} I &= 0.3694A^{2.397}, & Z &= 0.5683A^{1.677} \\ A_w &= 0.1240A^{1.196}, & A_f &= 0.5052A^{0.9062} \\ \kappa &= 0.4274 \end{aligned} \quad (7.9)$$

正方形薄肉角形鋼管の相関関数

$$\begin{aligned} I &= 0.9762A^{2.025}, & Z &= 0.7718A^{1.512} \\ A_w &= 0.4755A^{1.008}, & A_f &= 0.2611A^{1.005} \\ \kappa &= 0.4167 \end{aligned} \quad (7.10)$$

これらの相関関数を用いることによって、部材の断面積だけを設計変数として解析することができる。すなわち、 $A, I, Z, A_w, A_f, \kappa$ のうちの A のみを独立変数として扱い、他の断面定数は A の従属変数として扱う。これにより部材の断面決定を1つの設計変数で処理することができるだけでなく、断面定数のうち断面積のみが部材体積すなわち部材重量に関係するので、断面積を設計変数とすると都合がよい。

7.4 最適設計解析法

7.4.1 問題の設定

7.2 節に示した最適設計問題を式で表現すると次のようになる。

次の制約条件：

$$\delta_j(A_1, A_2, \dots, A_m) \leq \delta_{aj} \quad (j = 1, 2, \dots, f) \quad (7.11)$$

$$\gamma_i(A_1, A_2, \dots, A_m) \leq \gamma_{ai} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (7.12)$$

のもとで、目的関数：

$$W(A_1, A_2, \dots, A_m) = \rho \sum_{i=1}^m A_i L_i \quad (7.13)$$

が最小になるような、解 (A_1, A_2, \dots, A_m) を求めよ。

ここに、 δ_j は j 層の層間変形角、 γ_i は i 部材グループ内の最大の長期および短期の応力度比、 f は建物の層数、 m は部材グループの総数である。 δ_{aj} は、 j 層の許容層間変形角 ($\delta_{aj} = 1/200$)、 γ_{ai} は i 部材グループの許容応力度比 ($\gamma_{ai} = 1.0$) である。また、 ρ は鋼材の単位体積重量であり、 L_i は部材グループ別総長さである。

この問題の最適解を求めるため、次節に示すような数理計画法を適用する。

7.4.2 逐次線形計画法

最適設計問題を解くにあたり、以下に示すように逐次、線形解を求めながら解析を進めていく方法をとる。

まず、単に制約条件だけを満たす各骨組部材の断面積が得られているとし、これを

$A^\circ = (A_1^\circ, A_2^\circ, \dots, A_m^\circ)$ で表す。そして A° の近傍の断面積 $A = (A_1, A_2, \dots, A_m)$ との差を増減量 $\Delta A = (\Delta A_1, \Delta A_2, \dots, \Delta A_m)$ とすると、このときの各層の層間変形角 $\delta_i(A)$ や各部材の断面内応力度比 $\gamma_i(A)$ の大きさは次式で計算することができる。

$$\delta_i(A) = \delta_i(A^\circ) + \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial \delta_i(A)}{\partial A_j} \Big|_{A=A^\circ} \times \Delta A_j \right) \quad (i = 1, 2, \dots, f) \quad (7.14)$$

$$\gamma_i(A) = \gamma_i(A^\circ) + \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial \gamma_i(A)}{\partial A_j} \Big|_{A=A^\circ} \times \Delta A_j \right) \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (7.15)$$

このとき、各層の層間変形角 δ_j および各部材の長期および短期の応力度比 γ_i がそれぞれ許容値 δ_{aj}, γ_{ai} を越えないようにしなくてはならない。また、増減量 ΔA_i は次式の制約条件を満足するものとする。

$$A_i^L \leq A_i^\circ + \Delta A_i \leq A_i^U \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (7.16)$$

ここに、 A_i^L と A_i^U は断面積の下限値と上限値であり、ユーザーにより指定する。

さらに、 ΔA_i の微小増分間における解の線形性を保つため、 ΔA_i は次式の制約条件を満足するものとする。

$$-\varepsilon_i \leq \Delta A_i \leq \varepsilon_i \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (7.17)$$

ここに $\varepsilon_i = A_i^\circ / 10$ とする。

このとき、 ΔA_i は、次式で表される建物全体重量が、より小さくなるような断面積増減量でなくてはならない。

$$W(A) = W^\circ(A) + \rho \sum_{i=1}^m \Delta A_i L_i \quad (7.18)$$

この計算ステップで、建物重量をより小さくする最適な各断面積の増減量 ΔA_i が求まると、 A_i にこの増減量を加えた $A_i + \Delta A_i$ を新しく A_i° とおいて、計算を繰り返す。

7.4.3 シンプレックス法の適用

前節に示した線形計画問題をシンプレックス法によって一般的に解くために、文献 42) と同様の手法により、この問題の設計変数 ΔA_i を非負化し、無次元化する。そのために次式の

ような無次元化設計変数 $\Delta \bar{A}_i$ を導入する。

$$\Delta \bar{A}_i = \frac{\Delta A_i}{A_i^o} + \bar{\varepsilon}_i, \quad \bar{\varepsilon}_i = \frac{\varepsilon_i}{A_i^o} \quad (i = 1, 2, \dots, m) \quad (7.19)$$

(7.19)式の関係式を用いて(7.14)式～(7.17)式を $\Delta \bar{A}_i$ で整理し、マトリックス表記すると次式となる。

$$\{r^L\} \leq [S] \{\Delta \bar{A}\} \leq \{r^U\} \quad (7.20)$$

ここに、

$$\{\Delta \bar{A}\}^T = [\underbrace{\Delta \bar{A}_1, \dots, \Delta \bar{A}_m}_m]$$

$$\{r^L\}^T = [-\infty, \dots, -\infty, \underbrace{\bar{A}_1^L, \dots, \bar{A}_m^L}_m, \underbrace{0, \dots, 0}_m]$$

$$\{r^U\}^T = [\underbrace{\bar{\delta}_{a1}, \dots, \bar{\delta}_{af}}_f; \underbrace{\bar{\gamma}_{a1}, \dots, \bar{\gamma}_{am}}_m; \underbrace{\bar{A}_1^U, \dots, \bar{A}_m^U}_m, \underbrace{2\bar{\varepsilon}_1, \dots, 2\bar{\varepsilon}_m}_m]$$

$$[S] = \begin{bmatrix} \frac{\partial \delta_1}{\partial A_1} A_1^o & \dots & \frac{\partial \delta_1}{\partial A_m} A_m^o \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \delta_f}{\partial A_1} A_1^o & \dots & \frac{\partial \delta_f}{\partial A_m} A_m^o \\ \frac{\partial \gamma_1}{\partial A_1} A_1^o & \dots & \frac{\partial \gamma_1}{\partial A_m} A_m^o \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial \gamma_m}{\partial A_1} A_1^o & \dots & \frac{\partial \gamma_m}{\partial A_m} A_m^o \\ A_1^o & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & A_m^o \\ 1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 1 \end{bmatrix}$$

ただし、 $\bar{\delta}_{ai}, \bar{\gamma}_{aj}$ は比負化と無次元化による各ステップごとの修正許容値で、 \bar{A}_i^L と \bar{A}_i^U は断面積の修正下限値と修正上限値であり、次式となる。

$$\bar{\delta}_{ai} = \delta_{ai} - \delta_i(A^o) + \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial \delta_i(A)}{\partial A_j} \Big|_{A=A^o} \times A_j^o \bar{\varepsilon}_j \right) \quad (7.21)$$

$$\bar{\gamma}_{ai} = \gamma_{ai} - \gamma_i(A^0) + \sum_{j=1}^m \left(\frac{\partial \gamma_i(A)}{\partial A_j} \Big|_{A=A^0} \times A_j^0 \bar{\varepsilon}_j \right) \quad (7.22)$$

$$\bar{A}_i^L = A_i^L - A_i^0(1 - \bar{\varepsilon}_i) \quad (7.23)$$

$$\bar{A}_i^U = A_i^U - A_i^0(1 - \bar{\varepsilon}_i) \quad (7.24)$$

また、(7.19)式の関係式を用いて(7.18)式を無次元化設計変数 $\Delta \bar{A}$ で表し、その関係項のみを取り出した次式を新たな目的関数とし、この式を最小にする $\Delta \bar{A}$ を求める。

$$[A_i^0 L_1, \dots, A_m^0 L_m] \{ \Delta \bar{A} \} \rightarrow \text{Min.} \quad (7.25)$$

以上により求めた $\Delta \bar{A}$ から、最適断面積増減量 ΔA を求める。

7.4.4 感度係数の実用的計算法

(7.20)式を組み立てるには、マトリックス $[S]$ 中の係数 $\frac{\partial \delta_i}{\partial A_j}, \dots, \frac{\partial \gamma_i}{\partial A_j}, \dots$ の値を計算しておく

ねばならない。この係数は感度係数とよばれるものである。この感度係数は、その計算ステップにおける全状態変数の全設計変数による微分値である。つまり、いま、部材がある大きさの断面積となっている状態において、各部材の断面積の微小変化に対する各層の層間変形角の変化量および各部材の応力の変化量である。一般の骨組構造物に対して、これらの感度係数を数値的に求める手法は種々ある。また、要素レベルの微分のみには差分法を用い、システムレベルの再解析を行わない半解析的方法なども試みられているが、ここでは、感度係数をシステム全体の再解析による差分法に基づき、次式により数値的に求めることにした⁵⁾。この方法は、従来から用いられているものであり、工学的にも十分な精度を有している。

i 層の層間変形角 δ_i に対する j 番目の設計変数 A_j の感度

$$\frac{\partial \delta_i(A)}{\partial A_j} = \frac{\delta_i(A_1, \dots, A_j + \delta A_j, \dots, A_m) - \delta_i(A_1, \dots, A_j, \dots, A_m)}{\delta A_j} \quad (7.26)$$

i 番目の部材応力度比に対する j 番目の設計変数 A_j の感度

$$\frac{\partial \gamma_i(A)}{\partial A_j} = \frac{\gamma_i(A_1, \dots, A_j + \delta A_j, \dots, A_m) - \gamma_i(A_1, \dots, A_j, \dots, A_m)}{\delta A_j} \quad (7.27)$$

ここに、 δA_j は差分増分量であり、後述の計算例ではテスト解析結果から $\frac{A_j}{10^4}$ としている。

7.4.5 収束計算法

計算ステップが進むにつれて一般に建物総重量を小さくするために、各部材の断面積は減少していくが、あるステップ(n)で逆にある部材 j の断面積が増加に転じることがある。この部材の断面積が増加に転じた段階から許容変動量 $\bar{\varepsilon}_j (= \varepsilon_j / A_j)$ の値をさらに次のように小さくしていき、徐々に収束解へ導いていく⁴⁾。

総重量が増加に転じてから、10ステップまで

$$\bar{\varepsilon}_j^{(n)} = \frac{\bar{\varepsilon}_j^{(n-1)}}{1.1} \quad (7.28)$$

10ステップから20ステップまで

$$\bar{\varepsilon}_j^{(n)} = \frac{\bar{\varepsilon}_j^{(n-1)}}{1.15} \quad (7.29)$$

20ステップ以上

$$\bar{\varepsilon}_j^{(n)} = \frac{\bar{\varepsilon}_j^{(n-1)}}{1.5} \quad (7.30)$$

7.5 最適解から部材選択を行う方法

計算された最適解から、実際の部材を選択するにあたり、得られた最適解 A, I, Z, A_w, A_f と実際の規格部材断面の $\hat{A}, \hat{I}, \hat{Z}, \hat{A}_w, \hat{A}_f$ との間の差を計算し、次式で表されるそれらの誤差の2乗の和の平方根 E_{RR} が最小となる部材を選択する。

$$E_{RR} = \sqrt{e_{rr}} \quad (7.31)$$

ここに、

$$e_{rr} = (\alpha_A E_A)^2 + (\alpha_I E_I)^2 + (\alpha_Z E_Z)^2 + (\alpha_{A_w} E_{A_w})^2 + (\alpha_{A_f} E_{A_f})^2$$

$$E_A = \frac{\hat{A} - A}{A}, E_I = \frac{\hat{I} - I}{I}, E_Z = \frac{\hat{Z} - Z}{Z}, E_{A_w} = \frac{\hat{A}_w - A_w}{A_w}, E_{A_f} = \frac{\hat{A}_f - A_f}{A_f}$$

このとき $\alpha_A, \alpha_I, \alpha_Z, \alpha_{A_w}, \alpha_{A_f}$ は規格部材から危険側部材を選択しないようにするための誤差の重み係数である。これらの値は一般ユーザーに委ねられているが、本解析では、 $E_A, E_I, E_Z, E_{A_w}, E_{A_f}$ が正の場合はその係数の値を1とし、負となる場合は100に設定して大きなペナルティを与えるものとする。

7.6 解析例

本章では、解析モデルとして図7-2に示す5層3スパンの剛接鉄骨骨組構造の最小重量設計を行う。このときの解析条件を表7-1にまとめる。部材の初期断面は

表 7-2 に示すはり、柱それぞれに関して中断面、大断面の 2 通りとする。このとき初期断面の配置パターンは図 7-3 に示す 16 通りのパターンとし、図中の細線は中断面、太線は大断面を示している。それらそれぞれのパターンについて解析を行い、局所解の発生パターンを調査する。なお、本解析例では、長期応力と短期応力の両方の制約条件を同時に満たす最適解を求めている。

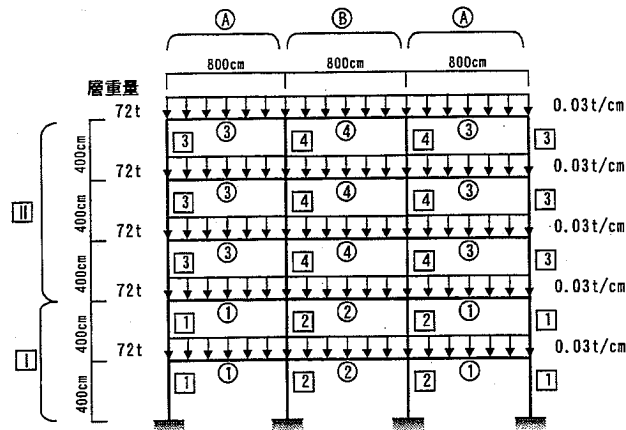


図 7-2 解析モデル

表 7-1 解析条件

建物形状	5 階建て, 3 スパン 階高 4m, 各層重量 72t
部材種別	はり: H形鋼中幅系, 柱: 角形鋼管
部材種類	はり 4 種類(1,2 層の内はりとおよび 3~5 層の内はりとおよび外はり) 柱 4 種類(1,2 層の内柱とおよび 3~5 層の内柱とおよび外柱)
荷重条件	鉛直荷重: 長方形分布荷重 (図 7-2 参照) 水平荷重: 標準層せん断力係数 0.2 地震力は A_i 分布
制約条件の許容値, 材料定数および敷地条件	許容層間変形角 1/200 許容応力度比 1.0 はり断面積の下限值 20cm^2 , 上限値 400cm^2 柱断面積の下限值 20cm^2 , 上限値 1200cm^2 地域係数 1.0, 第 2 種地盤 鋼材ヤング率 2100t/cm^2 ポアソン比 0.3, F 値 2.4t/cm^2

表 7-2 部材の初期断面（括弧内は断面積）

部材	中断面	大断面
はり	H494-302-13-21 (191.4cm ²)	H918-303-19-37 (391.3cm ²)
柱	□500-500-32-32 (555.1cm ²)	□1000-1000-32-32 (1195cm ²)

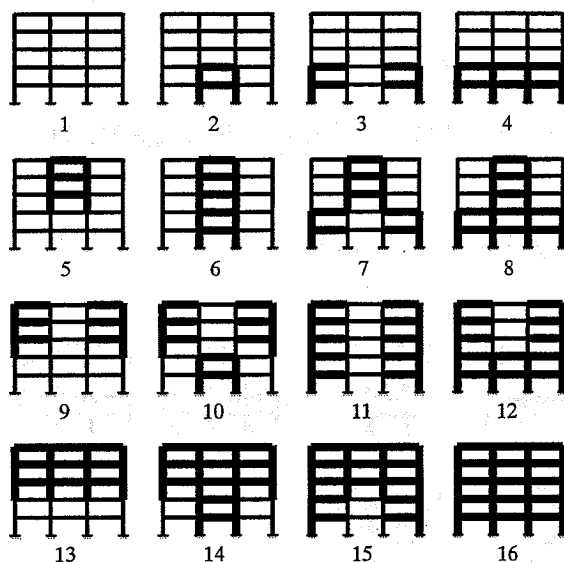


図 7-3 初期断面の組合せパターン

7.4 節で説明した最適設計手法で解析した結果、タイプ1（中央コア型）、タイプ2（中央・外側混合コア型）、タイプ3（外側コア型）の3タイプの局所解が求まった。この3つの局所解について以下に説明する。

7.6.1 タイプ1（中央コア型）

図 7-4 に局所解タイプ1の最終断面積分布状況を示す。図は線の太さで断面積の大きさを表現している。この解は鋼材総重量 W_{opt} が 26.071t と3つの局所解の中で最も鋼材総重量が小さい解であり、この問題の最適解である。

100.7cm ²	211.0cm ²	100.7cm ²	74.61cm ²
74.61cm ²	291.8cm ²	291.8cm ²	
100.7cm ²	211.0cm ²	100.7cm ²	74.61cm ²
74.61cm ²	291.8cm ²	291.8cm ²	
100.7cm ²	211.0cm ²	100.7cm ²	74.61cm ²
74.61cm ²	291.8cm ²	291.8cm ²	
95.72cm ²	319.7cm ²	95.72cm ²	79.20cm ²
79.20cm ²	317.2cm ²	317.2cm ²	
95.72cm ²	319.7cm ²	95.72cm ²	79.20cm ²
79.20cm ²	317.2cm ²	317.2cm ²	

図 7-4 最終断面積分布状況 ($w_{opt}=26.071 t$)

図 7-5 に示す初期断面パターン 2,6,8,10,13,14 はタイプ 1 に収束した初期断面パターンである。

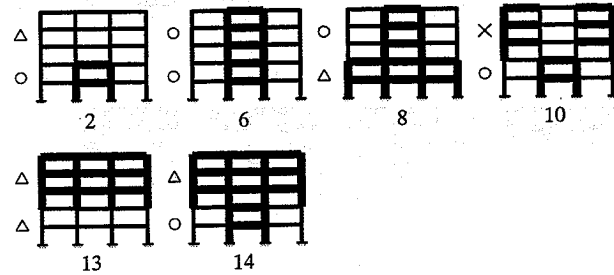
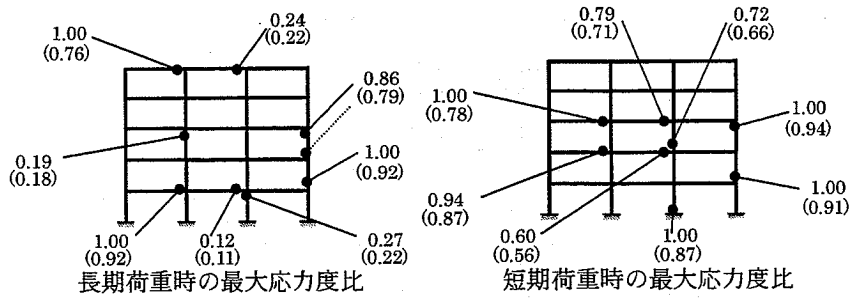


図 7-5 タイプ 1 に収束した初期断面パターン

図中左に記した○△×は、骨組を上層部と下層部に分け、初期断面を与えたパターンが図 7-4 の収束パターンと同じになれば○、逆転すれば×、その他を△で判定表示したものである。この判定図より、与えた初期断面パターンと収束パターンはほぼ順当に対応しており、パターン 6 のように初期断面パターンと収束パターンがかなり近いものもある。

図 7-6 にタイプ 1 の部材種別ごとの長期および短期荷重時の最大応力度比の発生位置と大きさを示す。長期、短期ともにはりに関しては(7.3)式、柱に関しては(7.5)式から計算された応力度比が最大となった。括弧内は部材選択後の最大応力度比である。



() 内は部材選択後の最大応力度比

図 7-6 最大応力度比 (タイプ 1)

表 7-3 に図 7-4 で示したタイプ 1 の最終断面積分布から(7.31)式の誤差関数を用いて規格部材を選択したときの部材を示す。

表 7-3 選択した規格部材 (タイプ 1)

	㉔ (外はり, 外柱)	㉕ (内はり, 内柱)
㉖ (3~5 層)	H386-299-9-14 (120.1cm ²) □250-250-8-8 (75.79cm ²)	H692-300-13-20 (211.5cm ²) □450-450-19-19 (318.3cm ²)
㉗ (1, 2 層)	H340-250-9-14 (101.5cm ²) □250-250-9-9 (84.67cm ²)	H816-303-17-34 (339.9cm ²) □450-450-25-25 (398.2cm ²)

図 7-7, 図 7-8, 図 7-9 は表 7-3 に示す選択部材を用いて短期応力解析を行ったときの軸力図, せん断力図, 曲げモーメント図である。これらの図より, 内はりや内柱に大きな断面力が生じていることがわかる。

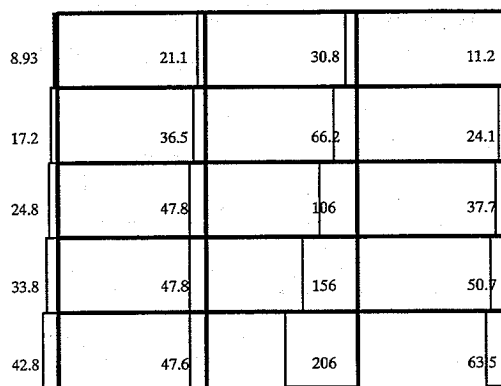


図 7-7 短期荷重時の軸力図 (単位: t)

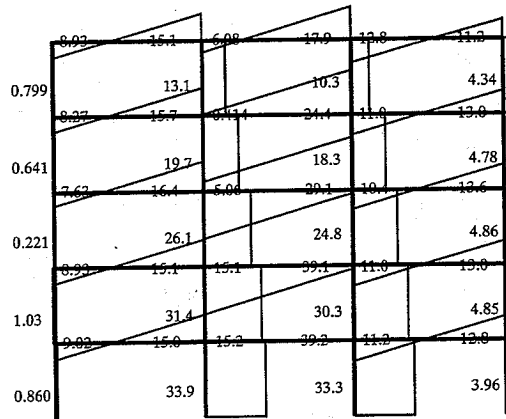


図 7-8 短期荷重時のせん断力図 (単位 : t)

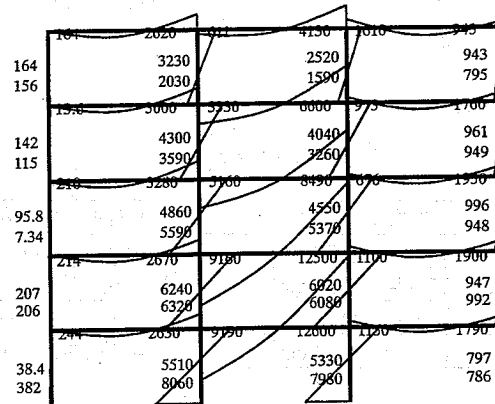


図 7-9 短期荷重時の曲げモーメント図 (単位 : tcm)

7.6.2 タイプ2 (中央・外側混合コア型)

図 7-10 に局所解タイプ2の最終断面積分布状況を示す。図は線の太さで断面積の大きさを表現している。この解は鋼材総重量 W_{opt} が 27.476t と3つの局所解の中で2番目に鋼材総重量が小さい解である。また、2階内柱よりも3階内柱の方が大きい部材断面積となっている。

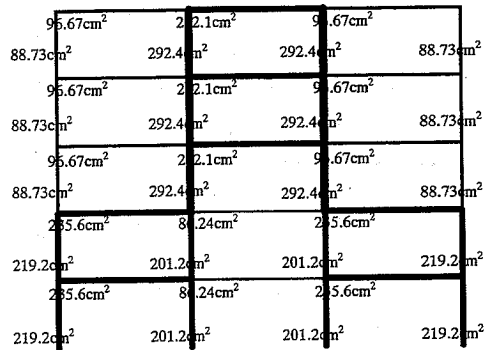


図 7-10 最終断面積分布状況 ($w_{opt}=27.476$ t)

図 7-11 に示す初期断面パターン 5,7,15 はタイプ 2 に収束した初期断面パターンである。この判定表示をみると、×印がなく初期断面と収束パターンは比較的よい対応をしている。

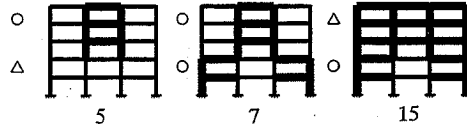
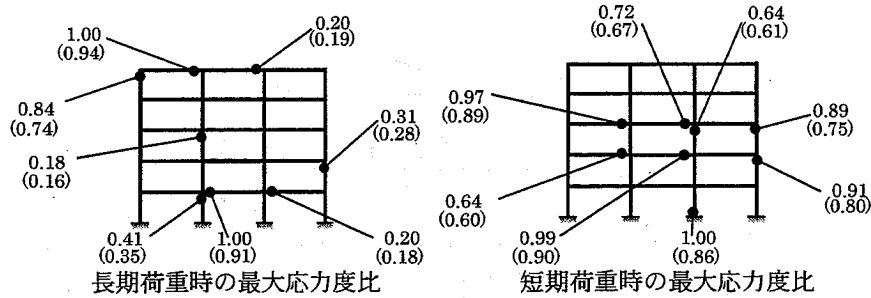


図 7-11 タイプ 2 に収束した初期断面パターン

図 7-12 にタイプ 2 の部材種別ごとの長期および短期荷重時の最大応力度比の発生位置と大きさを示す。



() 内は部材選択後の最大応力度比

図 7-12 最大応力度比 (タイプ 2)

表 7-4 に図 7-10 で示したタイプ 2 の最終断面積分布から(7.31)式の誤差関数を用いて規格部材を選択したときの部材を示す。

表 7-4 選択した規格部材 (タイプ 2)

	㉔ (外はり, 外柱)	㉕ (内はり, 内柱)
II (3~5層)	H 340-250-9-14 (101.5cm ²) □ 250-250-12-12 (110.5cm ²)	H 700-300-13-24 (235.5cm ²) □ 450-450-19-19 (318.3cm ²)
I (1, 2層)	H 700-300-13-24 (235.5cm ²) □ 400-400-16-16 (239.2cm ²)	H 336-249-8-12 (88.15cm ²) □ 400-400-16-16 (239.2cm ²)

図 7-13, 図 7-14, 図 7-15 は表 7-4 に示す選択部材を用いて短期応力解析を行ったときの軸力図, せん断力図, 曲げモーメント図である。これらの図より, 下層外はりおよび外柱および上層内はりおよび内柱に大きな断面力が生じていることがわかる。

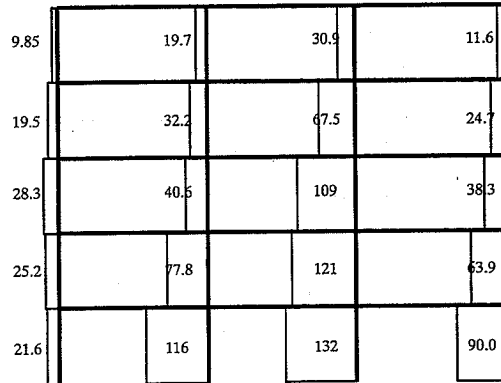


図 7-13 短期荷重時の軸力図 (単位: t)

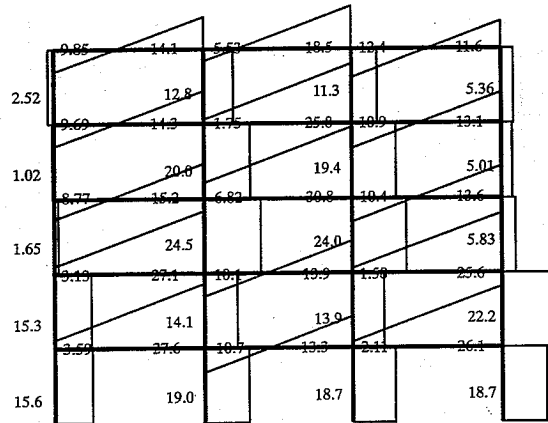


図 7-14 短期荷重時のせん断力図 (単位: t)

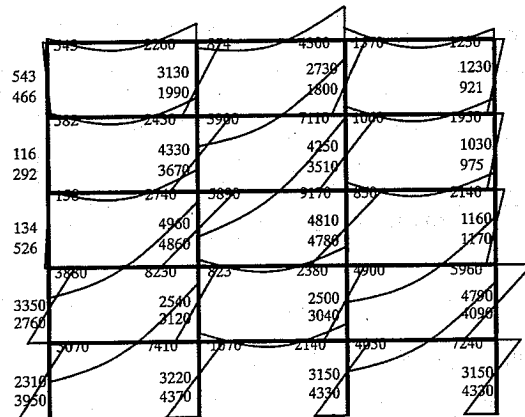


図 7-15 短期荷重時の曲げモーメント図 (単位: tcm)

7.6.3 タイプ3 (外側コア型)

図 7-16 に局所解タイプ3の最終断面積分布状況を示す。図は線の太さで断面積の大きさを表現している。この解の鋼材総重量 W_{opt} は 28.407 t と3つの局所解の中では3番目に鋼材総重量が小さい解である。

171.3cm ²	88.88cm ²	171.3cm ²	
207.3cm ²	211.8cm ²	211.8cm ²	207.3cm ²
171.3cm ²	88.88cm ²	171.3cm ²	
207.3cm ²	211.8cm ²	211.8cm ²	207.3cm ²
171.3cm ²	88.88cm ²	171.3cm ²	
207.3cm ²	211.8cm ²	211.8cm ²	207.3cm ²
239.6cm ²	86.34cm ²	239.6cm ²	
169.5cm ²	251.0cm ²	251.0cm ²	169.5cm ²
239.6cm ²	86.34cm ²	239.6cm ²	
169.5cm ²	251.0cm ²	251.0cm ²	169.5cm ²

図 7-16 最終断面積分布状況 ($w_{opt}=28.407$ t)

図 7-17 に示す初期断面パターン 1,3,4,9,11,12,16 はタイプ3に収束した初期断面パターンである。この場合も判定表示には×印がなく、初期断面と収束パターンは相関があると考えられる。

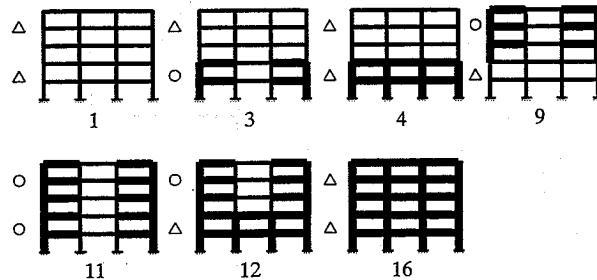
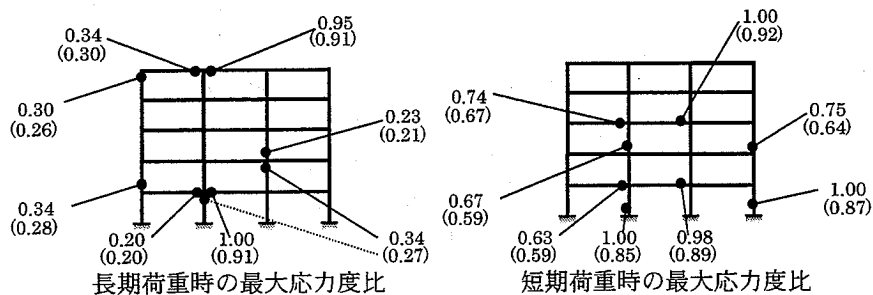


図 7-17 タイプ3に収束した初期断面パターン

図 7-18 にタイプ3の部材種別ごとの長期および短期荷重時の最大応力度比の発生位置と大きさを示す。



() 内は部材選択後の最大応力度比

図 7-18 最大応力度比 (タイプ3)

表 7-5 に図 7-16 で示したタイプ 3 の最終断面積分布から(7.31)式の誤差関数を用いて規格部材を選択したときの部材を示す。

表 7-5 選択した規格部材 (タイプ 3)

	㊸ (外はり, 外柱)	㊹ (内はり, 内柱)
II (3~5層)	H582-300-12-17(174.5cm ²)	H336-249-8-12(88.15cm ²)
	□400-400-16-16(239.2cm ²)	□400-400-16-16(239.2cm ²)
I (1, 2層)	H700-300-13-24(235.5cm ²)	H336-249-8-12(88.15cm ²)
	□350-350-16-16(207.2cm ²)	□400-400-22-22(316cm ²)

図 7-19, 図 7-20, 図 7-21 は表 7-5 に示す選択部材を用いて短期応力解析を行ったときの軸力図, せん断力図, 曲げモーメント図である。これらの図より, 外はりと柱に大きな断面力が生じていることがわかる。

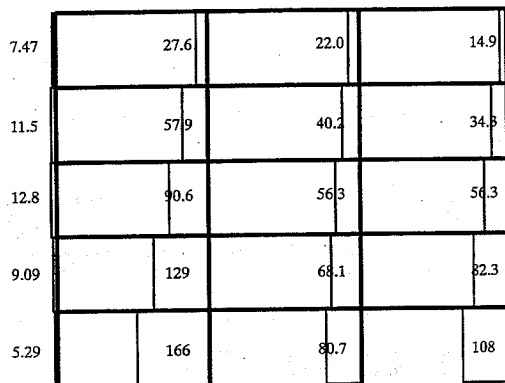


図 7-19 短期荷重時の軸力図 (単位: t)

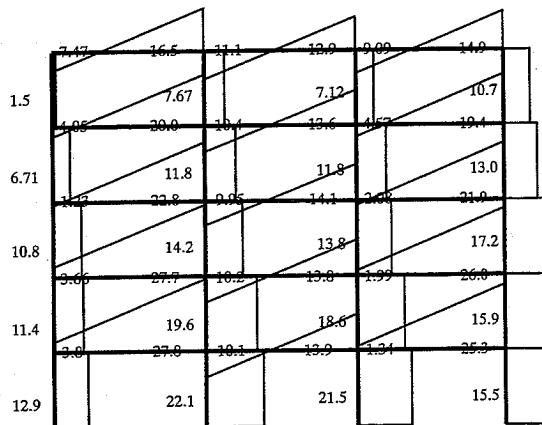


図 7-20 短期荷重時のせん断力図 (単位: t)

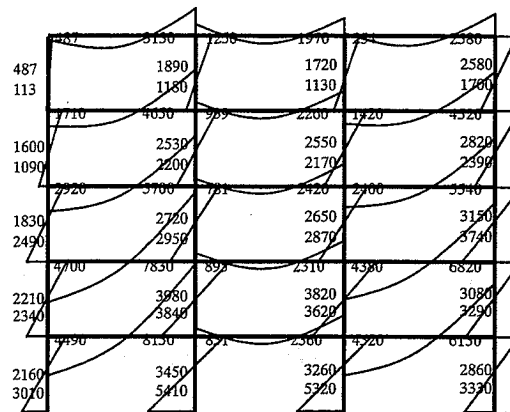


図 7-21 短期荷重時の曲げモーメント図 (単位: tcm)

図 7-22 にタイプ 1, 2, 3 の層間変形角の比較を示す。左図は最終収束断面 (数学的解), 右図は選択部材断面 (実用的解) の短期荷重時の層間変形角である。左図より次のことがわかる。タイプ 1, 2, 3 とともに 3 層の層間変形角が制約値いっぱいとなっている。タイプ 1 は上層が下層に比べて大きな層間変形角が生じている。タイプ 2 は逆に下層が上層に比べて大きな層間変形角となっている。タイプ 3 は上層の層間変形角はタイプ 1 と同程度, 下層はタイプ 2 と同程度となっている。

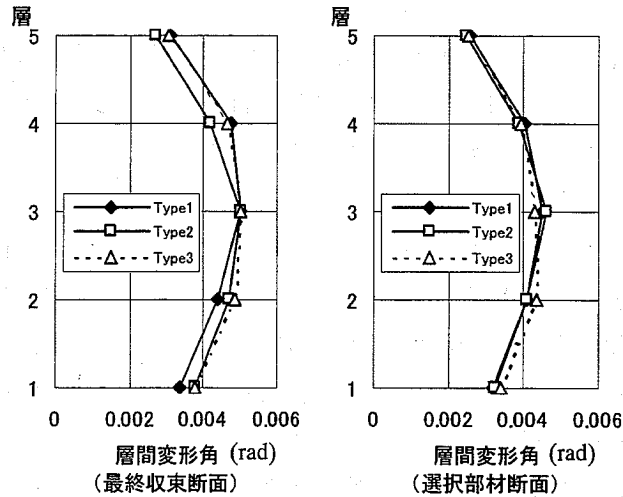


図 7-22 層間変形角の比較

図 7-23 に下層外はりの断面積の収束状況を示す。この図はタイプ 1 に収束した初期断面パターン 2,6,8,10,13,14 の収束状況である。図より, これらの断面積は, 一部増加するものがあるものの, 初期断面積よりも小さな値に収束していることがわかる。

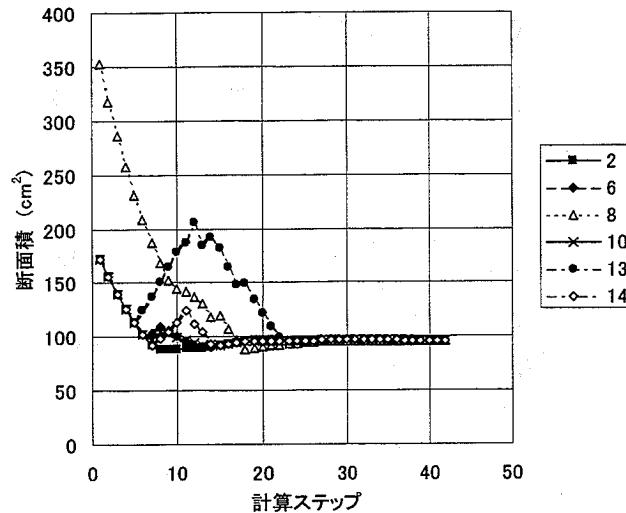


図 7-23 下層外はりの断面積の収束状況

7.7 まとめ

本章では、鉄骨骨組構造を対象にした最適設計プログラムの開発に必要な理論および計算法の概要と、剛接鉄骨建物の最小重量設計における局所解の発生パターンについての検討を行い、その1例を示した。

この解析例では16通りの初期断面を与えて計算を行ったところ局所解は3つのパターンに分類され、それぞれの総重量は最小重量解に対する相対誤差が9%以内であった。これら局所解の収束断面の分布は、初期断面の分布とおおよそ対応している。また必ず外側、あるいは中央部分にコアを作り応力を集中させていることがわかる。そのなかでも全層にわたって中央部分にコアを作った場合にこの解析例では最小重量解となることが確認できた。

また局所解として上階の柱断面が下階より大きい解やはり断面が同階で極端に異なる解が得られる場合も見られた(タイプ2の解)。これらは、初期断面パターンからの最適化の途中過程で生じた全体的な力の流れに対応する応力集中部分が、最終収束状態においても大きく変化しなかったために生じたものと思われるが、この最終収束断面は、本章で対象とする1次設計での制約条件を満足しているものである。これらの局所解は制約条件を増やすことで最適解に絞り込むことができる。例えば、施工上、あるいは設備機器等の収まりを考慮する場合、はりせいや柱幅を制約条件に加えることにより、算出される部材断面を制限し、これらの解を回避することが可能である。また、遺伝的アルゴリズムを用いた方法⁹⁾などのように、直接的に大域的最適解を自動的に求める方法を検討することも重要であろう。しかしながら本解析結果は、この3つの局所解を参考にして、それぞれに対応した構造設計を行うことができることを示唆しており、これらの局所解を建築構造計画に十分生かすことができるものと思われる。

7.8 参考文献

- 1) Konstantinos V. Spiliopoulos : On the Automation of the Force Method in the Optimal Plastic Design of Frames, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.141, pp.141-156, 1997
- 2) M. P. Saka, Optimum Design of Steel Frames with Tapered Members, Computers & Structures, Vol.63, No.4, pp.797-811, 1997
- 3) M. Zhou and G. I. Rozvany : An Improved Approximation Technique for the DCOC Method of Sizing Optimization, Computers & Structures, Vol.60, No.5, pp.763-769, 1996
- 4) 中村恒善著：建築骨組の最適設計，第10章，丸善，1980年1月
- 5) 山川宏：最適化デザイン，培風館，1993年4月
- 6) 岡田康男，小川幸雄：最適信頼性設計へのGAの適用に関する研究，日本建築学会構造系論文集，第470号，pp.29-34，1995年4月

第8章

半剛接合部を有する建築骨組の最小重量設計

8.1 はじめに

第7章では、剛接鉄骨建物の最小重量解を逐次線形計画法によって求め、初期部材断面と求められる最適部材断面との関係を調査した。本章では、第7章に示した解析法をさらに発展させ、半剛接合部を有する建築骨組の最小重量設計を示す。

半剛接合部を有する建築建物の最小重量設計は、接合部の剛性と部材断面積を設計変数とし、建物の鋼材総重量を目的関数として、逐次線形計画法によって解析する方法（以下、解析法1と記述する）と、接合部の剛性を数種の離散値とし、その組み合わせ最適問題を遺伝的アルゴリズムによって求める方法（以下、解析法2と記述する）の2通りの解析法を示す。なお、解析法2では、解析法1と同様に鋼材総重量を目的関数とし、接合部剛性を既知とした場合の部材断面積を逐次線形計画問題を解くことで求める。本章では、剛接建物と半剛接建物の解を比較することで、最小重量設計における半剛接合部の最適配置と最適剛性を調査する。なお、本解析では、接合部は弾性的に変化するものとする。したがって、第5章や第6章ではトリリニアやバイリニアとして扱ったが、本章では、接合部に関する制約条件は接合部剛性のみとし、回転角等の接合部の変形に関する制約条件は考慮しないものとする。

8.2 半剛接合部のモデル化

本解析では、半剛接合部を有するはりを、図8-1に示す有限要素でモデル化する。このとき、接合部のバネ剛性は、(8.1)式の接合係数 λ を用いて表す。

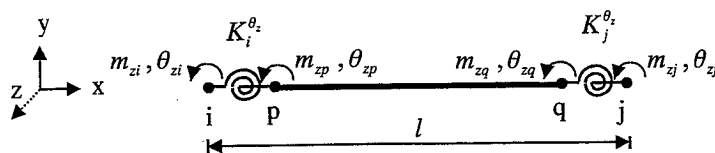


図 8-1 半剛接はりモデル

$$K^{\theta} = \frac{\lambda}{1-\lambda} \frac{4EI}{l} \quad (8.1)$$

ここに、 E は鋼材のヤング係数、 I は梁部材の断面2次モーメント、 l は部材長である。このとき、 $\lambda=1$ は剛接合、 $\lambda=0$ はピン接合となり、その間が半剛接合となる。

図8-1の内節点 p, q の自由度は、要素の段階で、静的縮約法によって縮約する。なお、分布荷重が作用する場合にも同様の縮約を行うことができる。このような縮約により、本要素は、他の骨組要素と同じ自由度となり、プログラムの扱いが容易となる。

8.3 逐次線形計画法による半剛接合部の最適配値設計（解析法1）

8.3.1 定式化

はり端の接合部剛性は連続値として扱い、(8.1)式の接合係数 λ によってその剛性を評価する。目的関数は、鋼材総重量 W とし、その最小化問題を考える。設計変数は、接合係数 λ と断面積 A であり、それらには、それぞれ、次のような制約条件が課せられているものとする。

$$0 \leq \lambda_i \leq 1 \quad (i=1, 2, \dots, N_b) \quad (8.2)$$

$$A_i^L \leq A_i \leq A_i^U \quad (i=1, 2, \dots, N_b + N_c) \quad (8.3)$$

$$\delta_j(A) \leq \delta_{aj} \quad (j=1, 2, \dots, f) \quad (8.4)$$

$$\gamma_i(A) \leq \gamma_{ai} \quad (i=1, 2, \dots, N_b + N_c) \quad (8.5)$$

ここに、 A_i^L, A_i^U は断面積の下限値と上限値である。このとき、 λ と A を連続値として扱うために、 A に従属する他の断面定数（断面2次モーメント I 、断面係数 Z 、ウェブ面積 A_w 、フランジ面積 A_f 、断面の有効せん断係数 k ）はデータベースによって作成された近似関数を用いて計算する。 δ_j は j 層の層間変形角、 f は建物の層数、 γ_i は i 部材グループ内の最大の長期および短期の応力度比、 N_b, N_c は、はり、柱の部材種別数である。 δ_{aj} は j 層の許容層間変形角（ $\delta_{aj}=1/200$ ）、 γ_{ai} は i 部材種別の許容応力度比（ $\gamma_{ai}=1.0$ ）である。以上を一般的に定式化すると次式のようになる。

目的関数

$$\text{Min } W(\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{N_b}, A_1, A_2, \dots, A_{N_b+N_c}) \quad (8.6)$$

制約条件

$$0 \leq \lambda_i \leq 1 \quad (i=1, 2, \dots, N_b) \quad (8.7)$$

$$A_i^L \leq A_i \leq A_i^U \quad (i=1, 2, \dots, N_b + N_c) \quad (8.8)$$

$$\delta_j(A) \leq \delta_{aj} \quad (j=1, 2, \dots, f) \quad (8.9)$$

$$\gamma_i(A) \leq \gamma_{ai} \quad (i=1, 2, \dots, N_b + N_c) \quad (8.10)$$

8.3.2 逐次線形計画法の適応

(8.6)式の目的関数は λ と A の関数であり、この λ と A は互いに独立な設計変数となるため、(8.6)式が最小となるような、 λ と A を同時に求める最適設計問題は難解となる。そこで、 λ を既知量 $\bar{\lambda} = \{\bar{\lambda}_1, \dots, \bar{\lambda}_{N_b}\}$ としたときの A の最適解を求める副最適設計解析を行い、 λ の鋼材総重量に対する感度解析に用いる。このとき、感度解析は差分法によって行う。また、副最適解析は、最終的に鋼材総重量を最小とする最適解 λ 、 A の最適計算にも用いる。本解析法では、(8.6)式～(8.10)式に示した最適化問題に逐次線形計画法を適用する。そのとき、各設計変数の増分値 $\Delta\lambda = \{\Delta\lambda_1, \dots, \Delta\lambda_{N_b}\}$ 、 $\Delta A = \{\Delta A_1^B, \dots, \Delta A_{N_b}^B, \Delta A_{N_b+1}^C, \dots, \Delta A_{N_b+N_c}^C\}$ を新たな設計変数として、以上を書きあらためると次式のようなになる。

主最適解析 (λ の最適分布解析)

目的関数

$$\text{Min } W(\lambda) = W(\lambda^0) + \sum_{i=1}^{N_b} \left(\frac{\partial W(\lambda)}{\partial \lambda_i} \Big|_{\lambda=\lambda^0} \times \Delta\lambda_i \right) \quad (8.11)$$

制約条件

$$0 \leq \lambda_i^0 + \Delta\lambda_i \leq 1 \quad (i=1, 2, \dots, N_b) \quad (8.12)$$

$$-\varepsilon_i^\lambda \leq \Delta\lambda_i \leq \varepsilon_i^\lambda \quad (i=1, 2, \dots, N_b) \quad (8.13)$$

副最適解析 (A の最適分布解析)

((8.11)式の感度 $\frac{\partial W(\lambda)}{\partial \lambda_i}$ の差分計算に用いる)

(最適解 λ のときの A の最適計算に用いる)

$$\text{Min } W(\bar{\lambda}, A) = W(A^0) + \rho \sum_{i=1}^{N_b+N_c} \Delta A_i L_i \quad (8.14)$$

制約条件

$$A_i^L \leq A_i^0 + \Delta A_i \leq A_i^U \quad (i=1, 2, \dots, N_b + N_c) \quad (8.15)$$

$$-\varepsilon_i^A \leq \Delta A_i \leq \varepsilon_i^A \quad (i=1, 2, \dots, N_b) \quad (8.16)$$

$$\delta_j(A) = \delta_j(A^0) + \sum_{k=1}^{N_b+N_c} \left(\frac{\partial \delta_j(A)}{\partial A_k} \Big|_{A=A^0} \times \Delta A_k \right) \leq \delta_{aj} \quad (j=1, 2, \dots, f) \quad (8.17)$$

$$\gamma_i(A) = \gamma_i(A^0) + \sum_{k=1}^{N_b+N_c} \left(\frac{\partial \gamma_i(A)}{\partial A_k} \Big|_{A=A^0} \times \Delta A_k \right) \leq \gamma_{ai} \quad (i=1, 2, \dots, N_b + N_c) \quad (8.18)$$

このとき、解の線形性を確保するために、各設計変数の増分値 $\Delta\lambda, \Delta A$ は、(8.13)式、(8.16)

式の制約条件を満足するような許容変動量 $\varepsilon_i^A, \varepsilon_i^A$ 内で変動するものとする。本解析法では、(8.11)式～(8.18)式の線形計画問題をシンプレックス法によって解く。

8.3.3 解析の概要

本解析法のフローチャートを図 8-2 に示す。本解析では設計条件として、建物階数、階高、スパン長、長期荷重と短期荷重の大きさ、はり、柱の材料定数と断面定数を入力する。このとき、規格部材データベースから、ユーザーの要求に応じて部材系列を抽出し、各断面定数（断面 2 次モーメント I 、断面係数 Z 、ウェブ面積 A_w 、フランジ面積 A_f 、断面の有効せん断係数 k ）を断面積 A の連続関数で近似する。そのとき、規格部材データベースは JIS 規格部材をもとに作成した。そして、接合係数のある初期値 ($\lambda=0.9$) に設定し、接合部剛性を既知としたときの建物の最小重量解析を行う。そして、差分法によって接合部剛性の変化に対する鋼材総重量の感度を求め、逐次線形計画法を適用することで最適な接合部剛性を求める。なお、本解析では、剛床仮定が成り立つものとし、はりの軸方向変形に関する自由度は縮約する。また、はり両端の接合部剛性は同一のものとする。

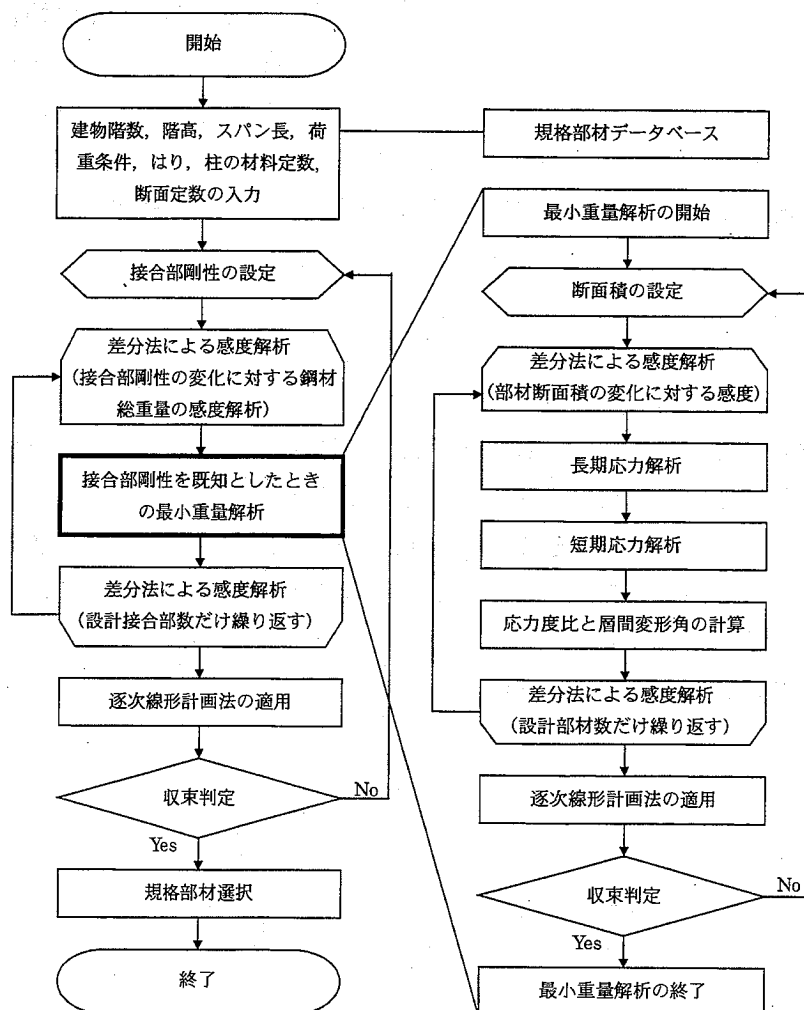


図 8-2 解析法 1 のフローチャート

8.4 遺伝的アルゴリズムによる半剛接合部の最適配値設計（解析法 2）

8.3 節では、数理計画法によって、半剛接合部の剛性を連続的な変化量として評価し、鋼材の最小重量を目的関数とした半剛接鉄骨骨組構造物の最適設計を行った。それに対し、本節では、接合部の剛性を数種類の離散的な値として評価し、そのいくつかの組み合わせの中から、鋼材重量を最も軽く設計できる接合部配置を遺伝的アルゴリズムによって求める。そのとき、遺伝的アルゴリズムにおいて用いる適応度は、鋼材の最小重量解で評価し、接合部の剛性が既知のときの半剛接建物における部材の最適設計重量を、第 7 章に示した手法（あるいは解析法 1）と同様に逐次線形計画法によって求める。

本節では、遺伝的アルゴリズムを用いた解析法によって得られた解を、前節の解析結果と比較することによって、半剛接合部を有する骨組の最小重量設計プログラムの局所解の有無の判断材料にすると共に、最適解の妥当性の検討に用いる。

8.4.1 解析の概要

接合部の曲げ剛性は解析法 1 と同様に接合係数 λ を用いて表す。ただし、本解析法では、接合部は剛接（ $\lambda=1.0$ ）および 3 種の異なる弾性剛性（ $\lambda=0.9, 0.7, 0.5$ ）の半剛接合形式を考える。解析法 1 と同様、1 つの梁種別の両端の接合形式は同じものとし、それぞれの異なる梁種別において、異なる接合部剛性を選択できるものとする。そして、これらの剛性の異なる半剛接合部をはじめは、各梁種別に適当に配置し、次式の最小重量解がより小さくなるような半剛接合部の最適配置を遺伝的アルゴリズム^{1),2),3)}によって探索する。

$$W_{opt}(\lambda_1, \dots, \lambda_{N_b}) \tag{8.19}$$

ただし、 λ_i は i 番目梁種別の梁両端の接合係数で、この場合は 4 種の接合形式の接合係数 $\bar{\lambda}_k$ ($k=1, 2, 3, 4$) から選択する。 N_b は梁の部材種別数である。なお、接合部剛性が与えられたときの最小重量解 W_{opt} の計算法は、解析法 1 と同様である。

遺伝的アルゴリズムでは、それぞれの梁の接合形式を 2 ビットの遺伝子 (00, 01, 10, 11) で表し、梁種別数 \times 2 ビットの遺伝子長をもつ骨組全体の半剛接配置染色体を作成する (図 8-3 参照)。この場合、遺伝子が 00 なら $\bar{\lambda}_1$ の剛性、01 なら $\bar{\lambda}_2$ の剛性というようにそれぞれの梁種別に対する接合部剛性が決定される。

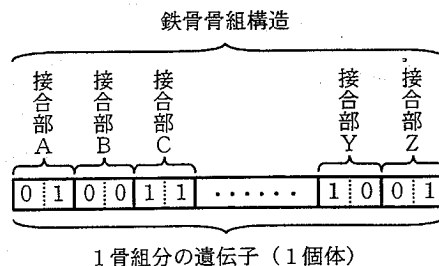


図 8-3 半剛接骨組の染色体遺伝子構成

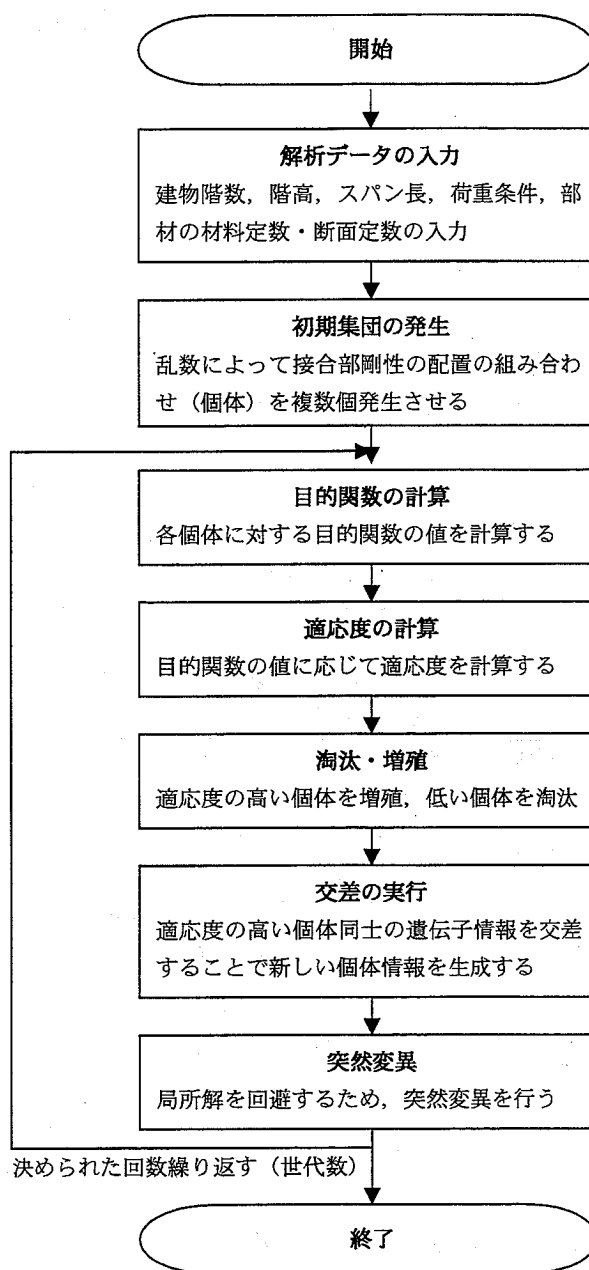


図 8-4 解析法 2 のフローチャート

そして、図 8-4 に示す計算フローにより、最小重量解 W_{opt} がより小さくなる接合部の配置集団を求めていく。すなわち、まず乱数により適当に遺伝子を組み込んだ染色体の初期集団を作り、それぞれの染色体に対応する接合部剛性をもつ半剛接骨組に対して、最小重量解 W_{opt} を求める。そして、 W_{opt} の大きい接合部配置を淘汰し、 W_{opt} の小さい接合部配置を増殖する。次に、遺伝子型を交差し、若干の突然変異を生じさせる。このようにして生成された新しい染色体集団に対して、再度 W_{opt} を計算し、同様の操作を決められた回数（世

代数) まで繰り返す。ただし、本解析法では、接合部剛性配置の違いによる W_{opt} の変化が非常に小さい場合があるため、適応度の評価にシグマスケールリング技法を用いている³⁾。また、遺伝子型の交差には、多点交差を用いる。

8.5 解析例

本解析例では、5 層 3 スパン、5 層 5 スパン、5 層 7 スパン、10 層 3 スパン、10 層 5 スパン、10 層 7 スパンの 6 通りの解析モデルを用いて、それぞれ剛接建物と半剛接建物の最小重量解析を行い解を比較する。なお、半剛接建物の解析は 8.3 節に示した逐次線形計画法による解析法（解析法 1）と、8.4 節に示した遺伝的アルゴリズムによる解析法（解析法 2）の 2 通りの解を示す。表 8-1 に本解析モデルの基本設計条件をまとめる。

表 8-1 基本設計条件

建物形状	階高 400cm, スパン長 600cm 各層重量 100t
部材種別	はり H形鋼中幅系列 柱 角形鋼管
材料定数	鋼材ヤング係数 2100t/cm ² ポアソン比 0.3 F値 3.3t/cm ²
制約条件	許容層間変形角 1/200 許容応力度比 1.0
荷重条件	鉛直荷重 はり：長方形分布荷重 0.08t/cm 外柱：集中荷重 10t 内柱：集中荷重 2t 水平荷重 標準せん断力係数 0.2 地震力は A_i 分布
地盤条件	地域係数 1.0 第 2 種地盤
その他	はりの断面 2 次モーメント増大率 2.0

本解析例では、はり部材に用いる H 形鋼中幅系列は JIS の H 形鋼中幅系列 20 種からなる部材系列とし、次式のように断面定数を断面積 A の連続関数で近似する。ここに、 I は断面 2 次モーメント、 Z は断面係数、 A_f はフランジ面積、 A_w はウェブ面積である。

$$\begin{aligned}
 I &= 0.597A^{2.326} \\
 Z &= 0.702A^{1.646} \\
 A_f &= 0.466A^{0.919} \\
 A_w &= 0.163A^{1.154}
 \end{aligned}
 \tag{8.20}$$

解析法 1 では、接合部剛性を連続値として、逐次線形計画法によって最適剛性を求めるのに対し、解析法 2 では接合部剛性を、接合係数 $\lambda=1.0, 0.9, 0.7, 0.5$ の 4 種の離散値とし、

その組み合わせを遺伝的アルゴリズムで探索する。そのときの遺伝的アルゴリズムの解析条件は表 8-2 に示す通りであり、世代数 20、個体数 10、交差率 0.8、突然変異率 0.02 とする。

表 8-2 遺伝的アルゴリズムの解析条件

世代数	個体数	交差率	突然変異率
20	10	0.8	0.02

(1) 解析モデル 1 (5 層 3 スパンモデル)

解析モデル 1 では、図 8-5 に示すような 5 層 3 スパンの鉄骨造建物を解析モデルとする。このとき、部材種類は 1~2 層と 3~5 層で分け、さらに外側と内側で分類し、はり種類 4 種類、柱 4 種類とした。

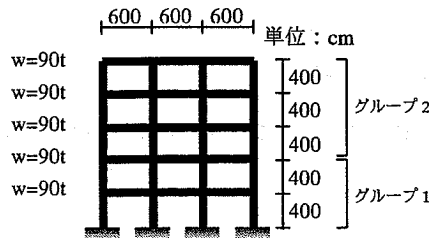


図 8-5 解析モデル 1

図 8-6 に解析モデル 1 の最適部材断面積と接合係数を示す。図は線の太さで部材断面積の大きさを表現している。また、図中の数字は、接合係数 λ の値であり、 W は鋼材総重量を示す。

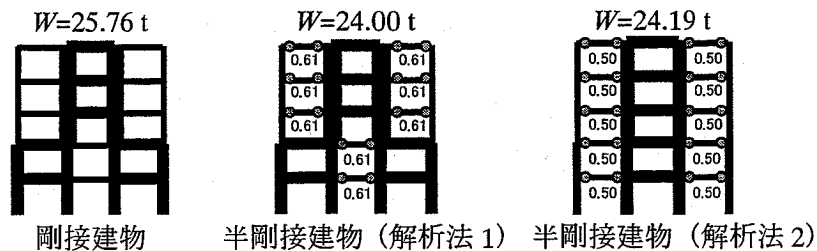


図 8-6 最適部材断面積と接合係数 (解析モデル 1)

表 8-3 に剛接建物と半剛接建物の最適部材断面と鋼材総重量を示す。表中には解析法 1 による最適解と解析法 2 による最適解を示す。鋼材総重量は、選択部材の鋼材総重量と、数理計画法によって求めた数学的解の両方を示す。

表 8-3 解析モデル1の最適部材断面

		剛接建物	A (cm ²)	半剛接建物 (解析法1)	A (cm ²)	λ	半剛接建物 (解析法2)	A (cm ²)	λ
グループ2	外柱	□300-12	133.3	□250-9	83.98	-	□250-9	83.98	-
	内柱	□450-19	309	□450-22	351.7	-	□450-22	360	-
	外梁	H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.16	0.61	H340-250-9-14	99.53	0.50
	内梁	H582-300-12-17	174.5	H700-300-13-24	231.5	1.00	H594-302-14-23	222.4	1.00
グループ1	外柱	□350-19	239.2	□400-14	209.4	-	□300-12	133.3	-
	内柱	□400-19	271	□400-16	237	-	□500-19	347	-
	外梁	H588-300-12-20	187.2	H594-302-14-23	222.4	1.00	H396-199-7-11	72.16	0.50
	内梁	H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.16	0.61	H800-300-14-26	263.5	1.00
鋼材総重量	選択部材		25.76 t		24.00 t			24.19 t	
	数学的解		22.57 t		22.29 t			22.15 t	

以上の図表より、解析法1、解析法2ともに半剛接建物は剛接建物に比べ鋼材総重量 W が小さくなることがわかる。また、解析法1の方が W の値が小さくこの問題の最適解であることがわかる。このとき、半剛接合部は下層の内はりおよび上層の外はりに用いられていることがわかる。

(2) 解析モデル2 (5層5スパンモデル)

解析モデル2では、図 8-7 に示すような5層5スパンの鉄骨造建物を解析モデルとする。このとき、部材種類は1~2層と3~5層で分け、さらに柱1~3、はり1~3で分類し、はり種類6種類、柱6種類とした。

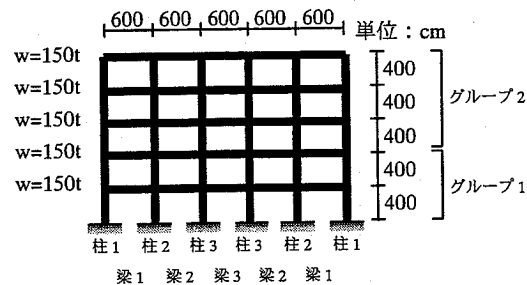


図 8-7 解析モデル2

図 8-8 に解析モデル2の最適部材断面積と接合係数を示す。図は線の太さで部材断面積の大きさを表現している。また、図中の数字は、接合係数 λ の値であり、 W は鋼材総重量を示す。

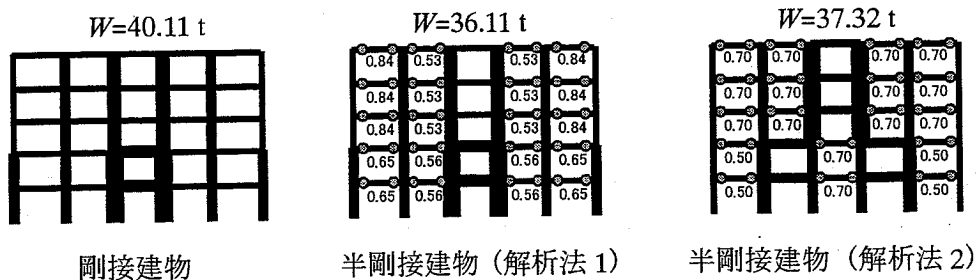


図 8-8 最適部材断面積と接合係数 (解析モデル2)

表 8-4 に剛接建物と半剛接建物の最適部材断面と鋼材総重量を示す。表中には解析法 1 による最適解と解析法 2 による最適解を示す。

表 8-4 解析モデル 2 の最適部材断面

		剛接建物		半剛接建物 (解析法1)		半剛接建物 (解析法2)			
		A (cm ²)	A (cm ²)	A (cm ²)	λ	A (cm ²)	λ		
グループ2	柱1	□250-12	109.3	□250-12	109.3	-	□250-9	83.98	-
	柱2	□300-16	173	□250-12	109.3	-	□250-12	109.3	-
	柱3	□500-19	347	□550-22	439.7	-	□500-28	488.3	-
	梁1	H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.16	0.84	H396-199-7-11	72.16	0.70
	梁2	H488-300-11-18	159.2	H396-199-7-11	72.16	0.53	H396-199-7-11	72.16	0.70
	梁3	H588-300-12-20	187.2	H800-300-14-26	263.5	1.00	H792-300-14-22	243.4	1.00
グループ1	柱1	□300-12	133.3	□300-12	133.3	-	□300-12	133.3	-
	柱2	□350-14	181.4	□300-14	153.4	-	□450-22	351.7	-
	柱3	□500-22	395.7	□550-25	492.8	-	□400-22	307.7	-
	梁1	H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.16	0.65	H396-199-7-11	72.16	0.50
	梁2	H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.16	0.56	H800-300-14-26	263.5	1.00
	梁3	H912-302-18-34	360.1	H912-302-18-34	360.1	1.00	H396-199-7-11	72.16	0.70
鋼材総重量	選択部材		40.11 t			36.11 t		37.32 t	
	数学的解		35.38 t			34.06 t		34.36 t	

以上の図表より、解析法 1 の鋼材総重量 W が最も小さくこの問題の最適解であることがわかる。このとき、半剛接合部は下層および上層の外はりに用いられていることがわかる。

(3) 解析モデル 3 (5 層 7 スパンモデル)

解析モデル 3 では、図 8-9 に示すような 5 層 7 スパンの鉄骨造建物を解析モデルとする。このとき、部材種類は 1~2 層と 3~5 層で分け、さらに柱 1~4、はり 1~4 で分類し、はり種類 8 種類、柱 8 種類とした。

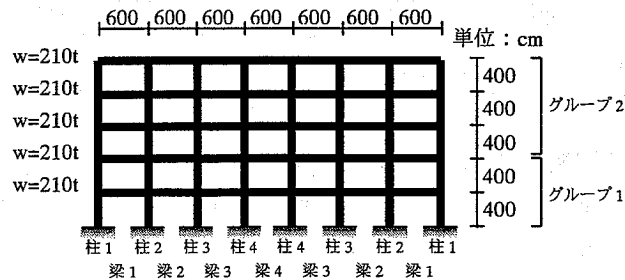


図 8-9 解析モデル 3

図 8-10 に解析モデル 3 の最適部材断面積と接合係数を示す。図は線の太さで部材断面積の大きさを表現している。また、図中の数字は、接合係数 λ の値であり、 W は鋼材総重量を示す。

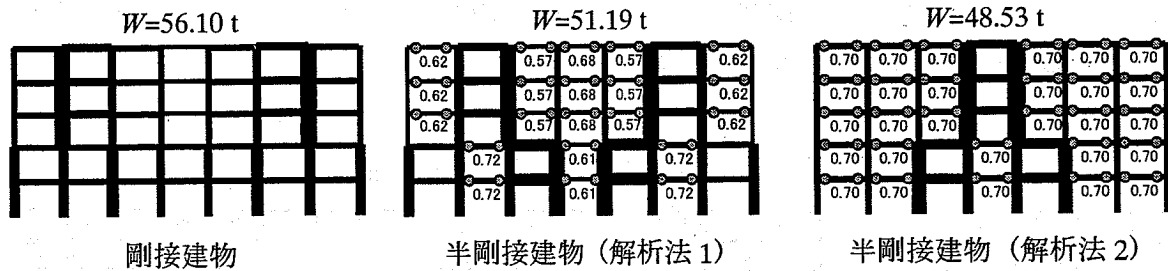


図 8-10 最適部材断面積と接合係数（解析モデル 3）

表 8-5 に剛接建物と半剛接建物の最適部材断面と鋼材総重量を示す。表中には解析法 1 による最適解と解析法 2 による最適解を示す。

表 8-5 解析モデル 3 の最適部材断面

		剛接建物	A (cm ²)	半剛接建物 (解析法1)	A (cm ²)	λ	半剛接建物 (解析法2)	A (cm ²)	λ
グループ2	柱1	□350-12	157.3	□250-9	83.98	-	□250-12	109.3	-
	柱2	□500-22	395.7	□400-22	307.7	-	□250-12	109.3	-
	柱3	□400-16	237	□550-22	439.7	-	□250-12	109.3	-
	柱4	□250-12	109.3	□250-12	109.3	-	□550-28	544.3	-
	梁1	H482-300-11-15	145.5	H396-199-7-11	72.16	0.62	H396-199-7-11	72.16	0.70
	梁2	H588-300-12-20	187.2	H700-300-13-24	231.5	1.00	H396-199-7-11	72.16	0.70
	梁3	H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.16	0.57	H396-199-7-11	72.16	0.70
	梁4	H340-250-9-14	99.53	H396-199-7-11	72.16	0.68	H900-300-16-28	305.8	1.00
グループ1	柱1	□400-16	237	□350-12	157.3	-	□300-12	133.3	-
	柱2	□450-16	269	□400-14	209.4	-	□350-12	157.3	-
	柱3	□400-22	307.7	□400-16	237	-	□500-22	395.7	-
	柱4	□350-19	239.2	□500-19	353.2	-	□450-19	309	-
	梁1	H700-300-13-24	231.5	H482-300-11-15	145.5	1.00	H396-199-7-11	72.16	0.70
	梁2	H488-300-11-18	159.2	H396-199-7-11	72.16	0.72	H396-199-7-11	72.16	0.70
	梁3	H482-300-11-15	145.5	H890-299-15-23	266.9	1.00	H900-300-16-28	305.8	1.00
	梁4	H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.16	0.61	H396-199-7-11	72.16	0.70
鋼材総重量	選択部材		56.10 t		51.19 t			48.53 t	
	数学的解		50.42 t		49.16 t			46.01 t	

以上の図表より、解析法 1 よりも解析法 2 の方が鋼材総重量 W が小さく、この問題の最適解であることがわかる。このことより、解析法 1 は、スパン数が多くなると局所解に収束する場合があることが示された。

(4) 解析モデル 4 (10 層 3 スパンモデル)

解析モデル 4 では、図 8-11 に示すような 10 層 3 スパンの鉄骨造建物を解析モデルとする。このとき、部材種類は 1~2 層と 3~5 層, 6~8 層と 9, 10 層で分け、さらに外側と内側で分類し、はり種類 8 種類, 柱 8 種類とした。

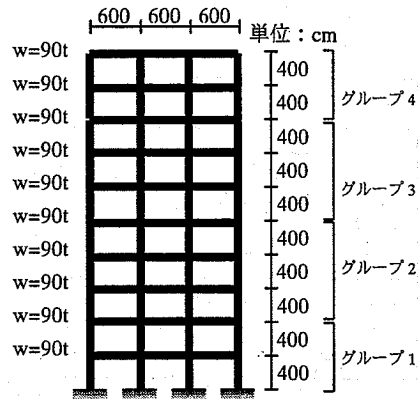


図 8-11 解析モデル 4

図 8-12 に解析モデル 4 の最適部材断面積と接合係数を示す。図は線の太さで部材断面積の大きさを表現している。また、図中の数字は、接合係数 λ の値であり、 W は鋼材総重量を示す。

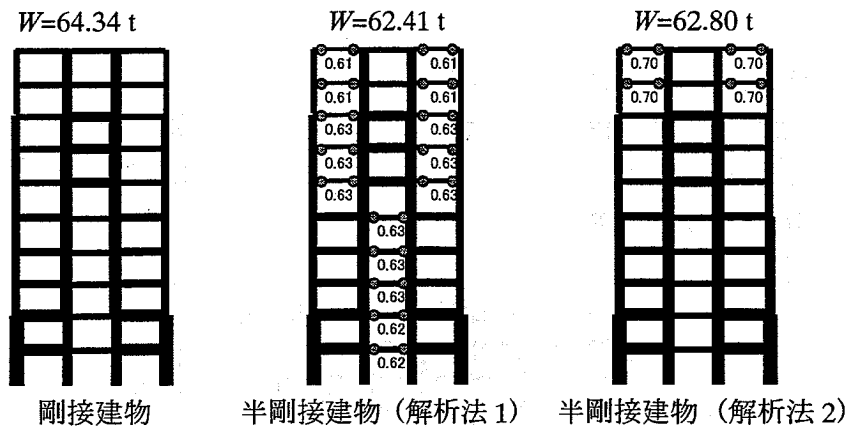


図 8-12 最適部材断面積と接合係数 (解析モデル 4)

表 8-6 に剛接建物と半剛接建物の最適部材断面と鋼材総重量を示す。表中には解析法 1 による最適解と解析法 2 による最適解を示す。

表 8-6 解析モデル 4 の最適部材断面

		剛接建物		半剛接建物 (解析法1)		半剛接建物 (解析法2)			
		A (cm ²)	A (cm ²)	λ	A (cm ²)	λ	A (cm ²)	λ	
グループ4	外柱	□250-9	83.98	□200-12	85.3	-	□250-8	75.24	-
	内柱	□450-19	309	□450-22	351.7	-	□450-19	309	-
	外梁	H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.16	0.61	H340-250-9-14	99.53	0.70
	内梁	H488-300-11-18	159.2	H582-300-12-17	174.5	1.00	H582-300-12-17	174.5	1.00
グループ3	外柱	□300-16	173	□300-12	133.3	-	□300-16	173	-
	内柱	□500-22	395.7	□500-28	488.3	-	□500-22	395.7	-
	外梁	H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.16	0.63	H390-300-10-16	133.3	1.00
	内梁	H800-300-14-26	263.5	H900-300-16-28	305.8	1.00	H890-299-15-23	266.9	1.00
グループ2	外柱	□450-19	309	□450-22	351.7	-	□450-19	309	-
	内柱	□450-25	392.8	□450-22	351.7	-	□450-22	360	-
	外梁	H700-300-13-24	231.5	H792-300-14-22	243.4	1.00	H700-300-13-24	231.5	1.00
	内梁	H488-300-11-18	159.2	H396-199-7-11	72.16	0.63	H390-300-10-16	133.3	1.00
グループ1	外柱	□500-22	395.7	□500-22	404	-	□500-22	395.7	-
	内柱	□500-19	347	□500-19	347	-	□500-19	347	-
	外梁	H792-300-14-22	243.4	H792-300-14-22	243.4	1.00	H792-300-14-22	243.4	1.00
	内梁	H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.16	0.62	H390-300-10-16	133.3	1.00
鋼材総重量	選択部材	64.34 t		62.41 t		62.80 t			
	数学的解	58.03 t		57.58 t		57.84 t			

以上の図表より、解析法 1、解析法 2 とともに半剛接建物は剛接建物に比べ鋼材総重量 W が小さくなることがわかる。また、解析法 1 と解析法 2 を比べると、解析法 1 の方が鋼材総重量 W の値が小さくこの問題の最適解であることがわかる。このとき、半剛接合部は下層の内はりおよび上層の外はりに用いられていることがわかる。

(5) 解析モデル 5 (10 層 5 スパンモデル)

解析モデル 5 では、図 8-13 に示すような 10 層 5 スパンの鉄骨造建物を解析モデルとする。このとき、部材種類は 1~2 層と 3~5 層、6~8 層と 9、10 層で分け、さらに柱 1~3、はり 1~3 で分類し、はり種類 12 種類、柱 12 種類とした。

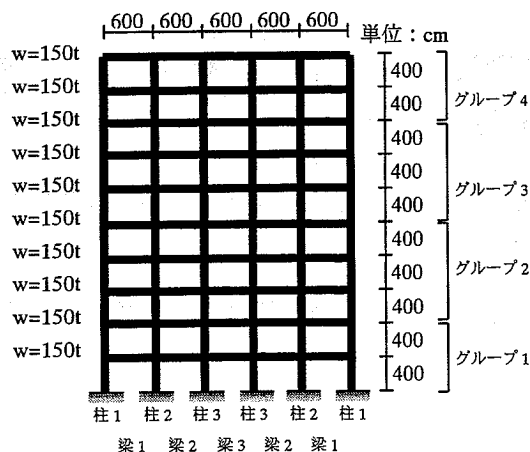


図 8-13 解析モデル 5

図 8-14 に解析モデル 5 の最適部材断面積と接合係数を示す。図は線の太さで部材断面積の大きさを表現している。また、図中の数字は、接合係数 λ の値であり、 W は鋼材総重量を

示す。

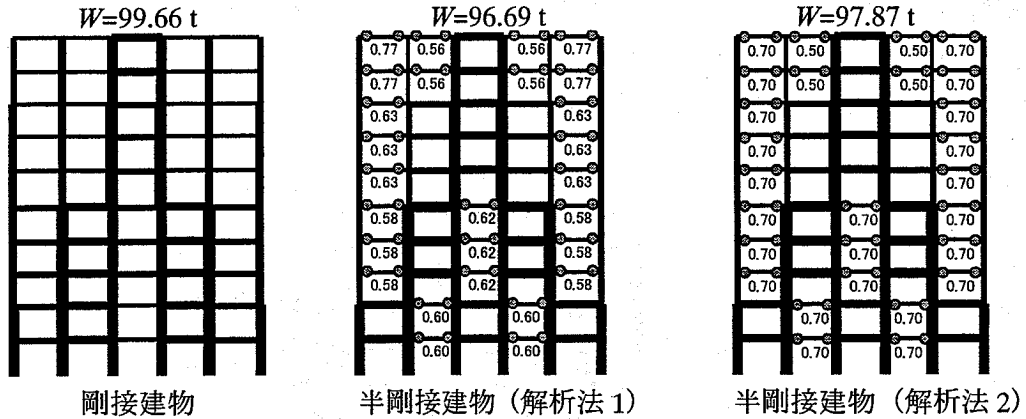


図 8-14 最適部材断面積と接合係数 (解析モデル 5)

表 8-7 に剛接建物と半剛接建物の最適部材断面と鋼材総重量を示す。表中には解析法 1 による最適解と解析法 2 による最適解を示す。

表 8-7 解析モデル 5 の最適部材断面

		剛接建物	A (cm ²)	半剛接建物 (解析法1)	A (cm ²)	λ	半剛接建物 (解析法2)	A (cm ²)	λ
グループ4	柱1	□250-8	75.24	□200-12	85.3	-	□250-8	75.24	-
	柱2	□300-12	133.3	□250-8	75.24	-	□250-8	75.24	-
	柱3	□500-19	347	□500-28	488.3	-	□500-28	488.3	-
	梁1	H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.16	0.77	H340-250-9-14	99.53	0.70
	梁2	H488-300-11-15	145.5	H396-199-7-11	72.16	0.56	H396-199-7-11	72.16	0.50
	梁3	H594-302-14-23	222.4	H700-300-13-24	231.5	1.00	H700-300-13-24	231.5	1.00
グループ3	柱1	□300-12	133.3	□300-12	133.3	-	□300-12	133.3	-
	柱2	□400-14	209.4	□400-14	209.4	-	□400-14	209.4	-
	柱3	□550-25	492.8	□550-28	544.3	-	□550-25	492.8	-
	梁1	H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.16	0.63	H340-250-9-14	99.53	0.70
	梁2	H488-300-11-18	159.2	H488-300-11-15	145.5	1.00	H488-300-11-18	159.2	1.00
	梁3	H800-300-14-26	263.5	H900-300-16-28	305.8	1.00	H900-300-16-28	305.8	1.00
グループ2	柱1	□350-19	239.2	□350-16	205	-	□350-19	239.2	-
	柱2	□500-22	395.7	□550-25	492.8	-	□550-25	492.8	-
	柱3	□500-22	395.7	□500-19	347	-	□500-19	347	-
	梁1	H488-300-11-18	159.2	H396-199-7-11	72.16	0.58	H340-250-9-14	99.53	0.70
	梁2	H700-300-13-24	231.5	H912-302-18-34	360.1	1.00	H912-302-18-34	360.1	1.00
	梁3	H700-300-13-24	231.5	H396-199-7-11	72.16	0.62	H396-199-7-11	72.16	0.70
グループ1	柱1	□400-19	277.2	□500-19	347	-	□500-19	347	-
	柱2	□600-25	542.8	□550-22	439.7	-	□550-22	439.7	-
	柱3	□500-19	347	□500-19	347	-	□500-19	347	-
	梁1	H488-300-11-18	159.2	H900-300-16-28	305.8	1.00	H890-299-15-23	266.9	1.00
	梁2	H800-300-14-26	263.5	H396-199-7-11	72.16	0.60	H396-199-7-11	72.16	0.70
	梁3	H390-300-10-16	133.3	H700-300-13-24	231.5	1.00	H594-302-14-23	222.4	1.00
鋼材総重量	選択部材		99.66 t		96.69 t			97.87 t	
	数学的解		91.33 t		89.83 t			90.14 t	

以上の図表より、解析法 1、解析法 2 とともに半剛接建物は剛接建物に比べ鋼材総重量 W が小さくなるのがわかる。また、解析法 1 の方が鋼材総重量 W の値が若干小さいものの、両解析結果はほぼ同様の傾向であることがわかる。

(6) 解析モデル 6 (10 層 7 スパンモデル)

解析モデル 6 では、図 8-15 に示すような 10 層 7 スパンの鉄骨造建物を解析モデルとする。このとき、部材種類は 1~2 層と 3~5 層、6~8 層と 9, 10 層で分け、さらに柱 1~4, はり 1~4 で分類し、はり種類 16 種類、柱 16 種類とした。

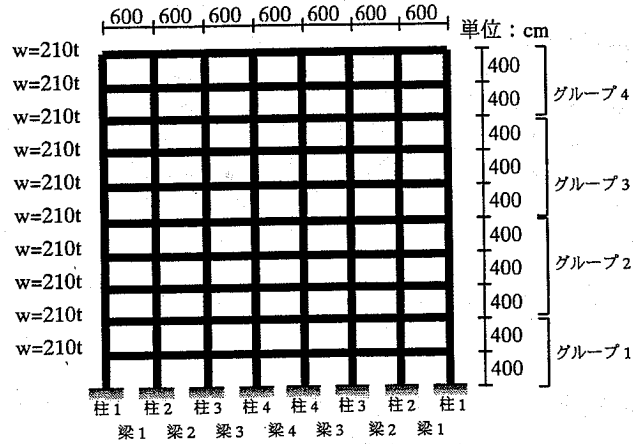


図 8-15 解析モデル 6

図 8-16 に解析モデル 6 の最適部材断面積と接合係数を示す。図は線の太さで部材断面積の大きさを表現している。また、図中の数字は、接合係数 λ の値であり、 W は鋼材総重量を示す。

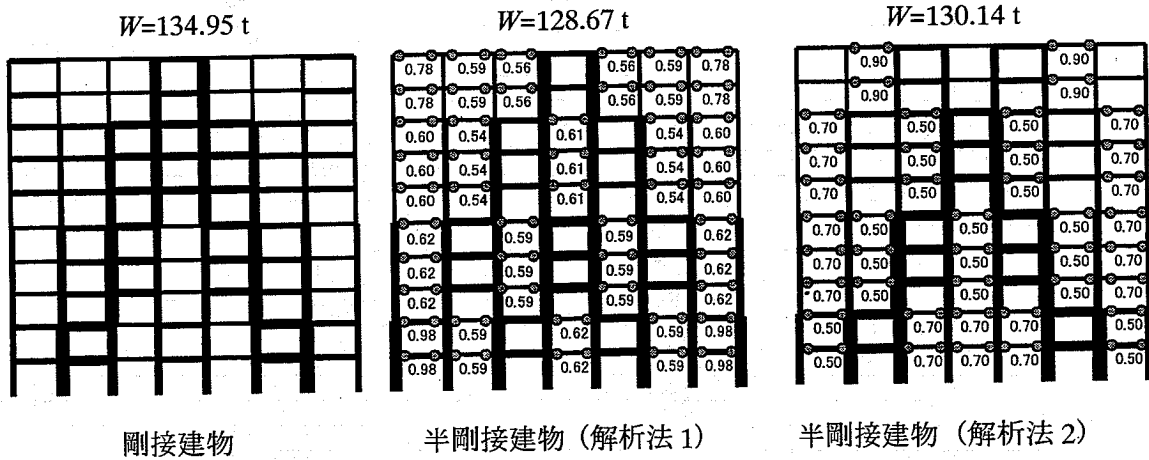


図 8-16 最適部材断面積と接合係数 (解析モデル 6)

表 8-8 に剛接建物と半剛接建物の最適部材断面と鋼材総重量を示す。表中には解析法 1 による最適解と解析法 2 による最適解を示す。

表 8-8 解析モデル 6 の最適部材断面

		剛接建物	A (cm ²)	半剛接建物 (解析法1)	A (cm ²)	λ	半剛接建物 (解析法2)	A (cm ²)	λ
グループ4	柱1	□250-8	75.24	□250-8	75.24	-	□250-8	75.24	-
	柱2	□250-9	83.98	□250-8	75.24	-	□250-12	109.3	-
	柱3	□250-9	83.98	□200-12	85.3	-	□400-14	209.4	-
	柱4	□550-22	439.7	□550-25	492.8	-	□500-22	404	-
	梁1	H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.16	0.78	H390-300-10-16	133.3	1.00
	梁2	H340-250-9-14	99.53	H396-199-7-11	72.16	0.59	H390-300-10-16	133.3	0.90
	梁3	H340-250-9-14	99.53	H396-199-7-11	72.16	0.56	H588-300-12-20	187.2	1.00
	梁4	H800-300-14-26	263.5	H890-299-15-23	266.9	1.00	H390-300-10-16	133.3	1.00
グループ3	柱1	□300-12	133.3	□300-12	133.3	-	□300-12	133.3	-
	柱2	□350-14	181.4	□350-12	157.3	-	□350-12	157.3	-
	柱3	□500-19	347	□550-22	439.7	-	□350-14	181.4	-
	柱4	□550-22	439.7	□500-28	488.3	-	□650-25	592.8	-
	梁1	H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.16	0.60	H396-199-7-11	72.16	0.70
	梁2	H482-300-11-15	145.5	H396-199-7-11	72.16	0.54	H482-300-11-15	145.5	1.00
	梁3	H700-300-13-24	231.5	H900-300-16-28	305.8	1.00	H396-199-7-11	72.16	0.50
	梁4	H700-300-13-24	231.5	H396-199-7-11	72.16	0.61	H912-302-18-34	360.1	1.00
グループ2	柱1	□350-19	239.2	□350-14	181.4	-	□350-12	157.3	-
	柱2	□500-19	347	□450-22	360	-	□400-19	271	-
	柱3	□550-25	492.8	□450-25	392.8	-	□600-28	600.3	-
	柱4	□450-19	309	□550-28	544.3	-	□500-25	442.8	-
	梁1	H488-300-11-18	159.2	H396-199-7-11	72.16	0.62	H390-300-10-16	133.3	0.70
	梁2	H588-300-12-20	187.2	H792-300-14-22	243.4	1.00	H396-199-7-11	72.16	0.50
	梁3	H800-300-14-26	263.5	H396-199-7-11	72.16	0.59	H912-302-18-34	360.1	1.00
	梁4	H390-300-10-16	133.3	H912-302-18-34	360.1	1.00	H396-199-7-11	72.16	0.50
グループ1	柱1	□400-19	271	□400-19	277.2	-	□350-16	205	-
	柱2	□600-25	542.8	□500-19	347	-	□600-25	542.8	-
	柱3	□500-28	488.3	□600-25	542.8	-	□550-28	544.3	-
	柱4	□450-19	309	□500-25	442.8	-	□450-22	351.7	-
	梁1	H482-300-11-15	145.5	H582-300-12-17	174.5	0.98	H396-199-7-11	72.16	0.50
	梁2	H912-302-18-34	360.1	H396-199-7-11	72.16	0.59	H912-302-18-34	360.1	1.00
	梁3	H390-300-10-16	133.3	H912-302-18-34	360.1	1.00	H396-199-7-11	72.16	0.70
	梁4	H582-300-12-17	174.5	H396-199-7-11	72.16	0.62	H594-302-14-23	222.4	0.70
鋼材総重量	選択部材		134.95 t		128.67 t			130.14 t	
	数学的解		123.38 t		120.52 t			121.81 t	

以上の図表より、解析法 1、解析法 2 とともに半剛接建物は剛接建物にくらべ鋼材総重量 W が小さくなることがわかる。また、解析法 1 と解析法 2 を比べると、解析法 1 の方が鋼材総重量 W の値が小さくなっており、この問題の最適解であることがわかる。また、解析法 1 と解析法 2 では半剛接合部の配置は異なるものの、建物上方に向かって山型にコアを作る配置となる傾向は同じであることがわかる。

各解析結果の比較

各解析モデルにおける重量低減率（半剛接建物と剛接建物の鋼材総重量の相対誤差）を図 8-17 に示す。図には、規格部材を選択する前の数学的解から求めた重量低減率と規格部材を選択した後の選択部材から求めた重量低減率の両方を示す。図より、5 層建物は 10 層建物に比べて、重量低減率が高いことがわかる。また、スパン数が多くなるほど重量低減率は高くなる傾向にあることがわかる。よって、半剛接合部は低層の多スパン建物においてより有効であると言える。

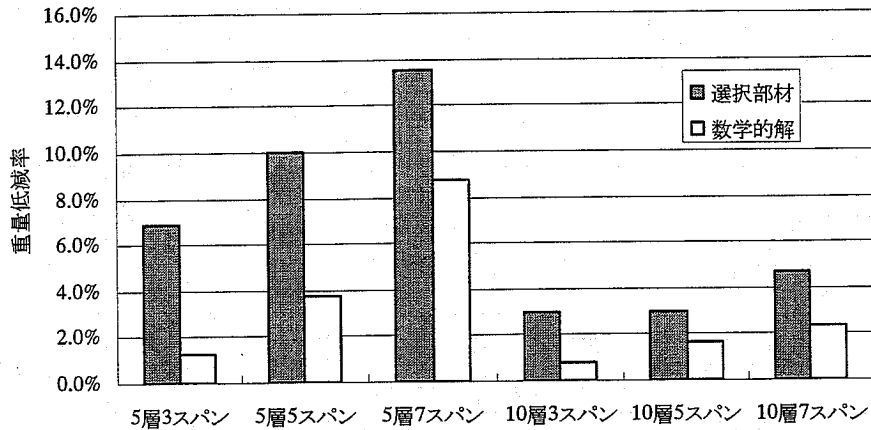


図 8-17 半剛接建物の重量低減率

8.6 まとめ

本章では、第7章の結果を踏まえ、それらをさらに発展させ、半剛接合部を有する建築骨組の最小重量設計を解析法1、解析法2の2通りの解析法で行い、建物重量を最小にする半剛接合部の最適配置を求めた。そのとき、解析法1は接合部の剛性と部材の断面積を設計変数とし、建物の鋼材総重量を目的関数として、逐次線形計画法によって解析する最適設計法、解析法2は、接合部の剛性を数種の離散値とし、その組み合わせ最適問題を遺伝的アルゴリズムによって求める最適設計法である。

その結果、解析法1は、スパン数が多くなると局所解に収束してしまう場合があるものの、それを除けば、ほぼ最適解を求めることができることを確認した。また、5層3スパン～10層7スパンの鉄骨建物における半剛接合部の最適設計を行った結果、上層の外はりや下層の外はりまたは内はりに半剛接合部を用いて、各層に必ずコアを作るような配置が最適解となる傾向にあることが示された。また、剛接建物と半剛接建物の鋼材総重量を比べると、半剛接合部を用いることによる重量低減率は、10層建物より5層建物の方が高く、半剛接合部を用いる際、5層建物の方がより有効であることが示された。またスパン数が多くなるほど重量低減率は高くなり、このモデルの中では5層7スパン建物が半剛接の使用がもっとも有効であった。

8.7 参考文献

- 1) 石田良平, 村瀬治比古, 小山修平: パソコンで学ぶ遺伝的アルゴリズムの基礎と応用, 森北出版社, 1997年
- 2) 安居院猛, 長尾智晴: ジェネティックアルゴリズム, 昭晃堂, 1993年
- 3) 伊庭斉志: 遺伝的アルゴリズムの基礎, オーム社, 1994年

第9章

建物骨組のはり成を制約した最小重量設計

9.1 はじめに

第8章では、半剛接合部を有する建築骨組の最小重量設計を示した。本最適解析法は、長期荷重および短期荷重に対して生じる各部材の応力と各層の層間変形角を制約した最小重量設計を行っている。そのため、多スパン建築骨組の問題において、各スパンごとにはり部材を独立な設計変数とすると、外はりとはり内はりで極端にはり成が異なる部材断面が求まる場合があり、実務設計者が提示する仮定断面と異なる場合がある。この主な原因を考えると、実務設計では最初の仮定断面を決める際、部材種類をなるべく少なくし、はり成を同一層あるいは全層において固定する傾向がある。また、幅厚比を制限することもある。これは施工性、保有耐力など1次設計の制約条件には考慮されていない事項をあらかじめ設計者が考慮しているためである。最適設計プログラムを有効に活用するためには、設計者が経験的に用いている制約条件をプログラムに反映させる必要がある。そこで、JIS規格部材¹⁾に加え、3社の鉄鋼メーカー^{2),3),4)}の鋼材データベースを作成し、そのデータベースからユーザーが自由に使用部材系列を作成、選択できるようにすることで、解析プログラムに設計者が経験的に用いている部材の制約条件を考慮できるような改良を加えた。そして、本章の解析例では、はり成と幅厚比の制約を行った建築骨組の最小重量設計を示す。

9.2 断面性能間の関係式

本解析に用いる規格部材データベースは、JIS規格¹⁾と3社の鉄鋼メーカーの鋼材断面データ^{2),3),4)}をもとに作成し、H形鋼に関しては計345種類のデータを入力した。

本章の解析例ではこのデータベースから表9-1に示す抽出条件を満たす鋼材データを抽出し、その部材系列ごとに断面性能間の関係式を求めて解析に用いる。抽出されたデータはH形鋼中幅系列の場合20種類、H500系列は53種類、H600系列とH700系列は67種類である。また、本解析プログラムでは、デフォルト部材系列として、H形鋼(H広幅、H中幅、H細幅、H500~H700:50きざみ)以外にも、角形鋼管(正方形、長方形)、円形鋼管の合計11種の部材系列を用意している。

表 9-1 部材系列の抽出条件

部材系列	抽出条件
H形鋼中幅系列	$1/2 < \text{幅}/\text{せい} < 1$, および, はり成 $\geq 700\text{mm}$
H500 系列	はり成が 500mm のもの
H600 系列	はり成が 600mm のもの
H700 系列	はり成が 700mm のもの

図 9-1～図 9-4 に H 形鋼中幅系列の断面積 A に対する断面 2 次モーメント I , 断面係数 Z , ウェブ断面積 A_w , フランジ断面積 A_f の各関係式を示す。また, 図 9-5～図 9-8 に H500 系列, 図 9-9～図 9-12 に H600 系列, 図 9-13～図 9-16 に H700 系列の場合における同様の図をそれぞれ示す。また, 断面の有効せん断係数 κ は部材系列の平均値を用いるものとし, H 形鋼中幅系列の場合は $\kappa = 0.427$, H500 系列の場合は $\kappa = 0.387$, H600 系列の場合は $\kappa = 0.376$, H700 系列の場合は $\kappa = 0.353$ である。

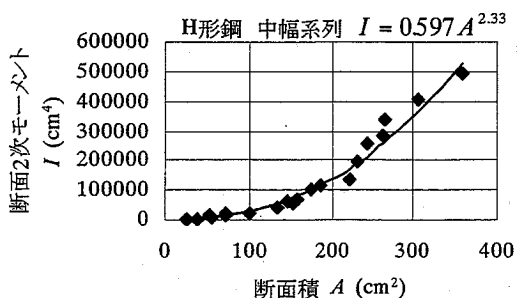


図 9-1 断面積と断面 2 次モーメントの関係式

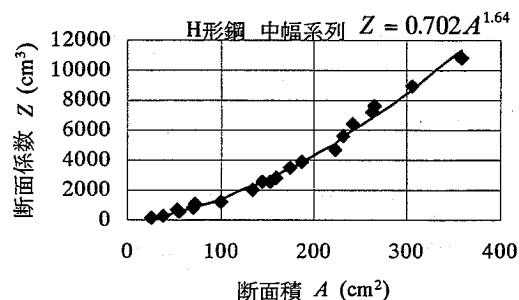


図 9-2 断面積と断面係数の関係式

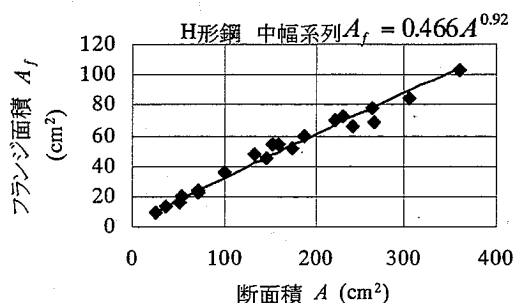


図 9-3 断面積とフランジ面積の関係式

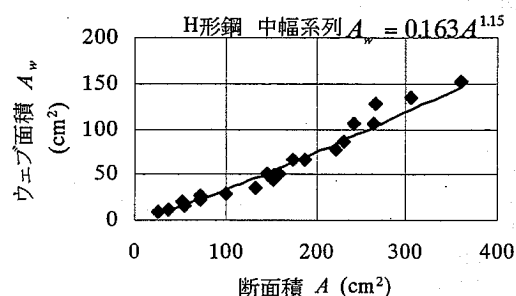


図 9-4 断面積とウェブ面積の関係式

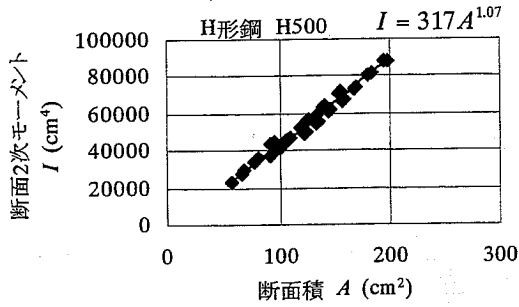


図 9-5 断面積と断面 2 次モーメントの関係式

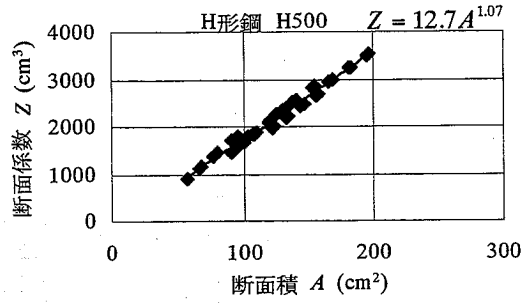


図 9-6 断面積と断面係数の関係式

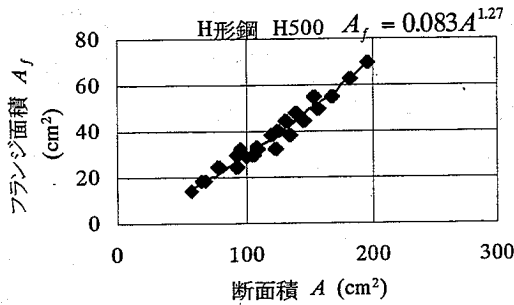


図 9-7 断面積とフランジ面積の関係式

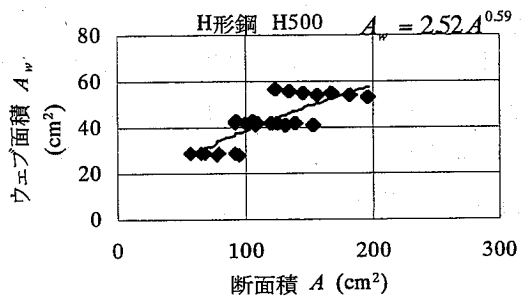


図 9-8 断面積とウェブ面積の関係式

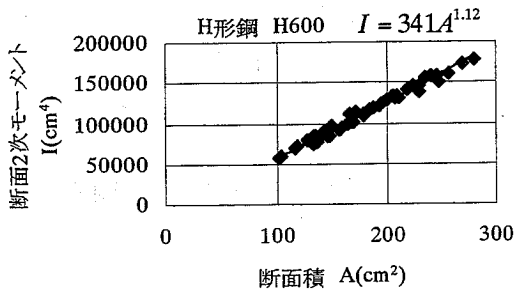


図 9-9 断面積と断面 2 次モーメントの関係式

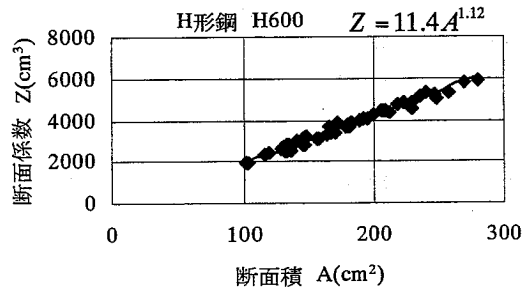


図 9-10 断面積と断面係数の関係式

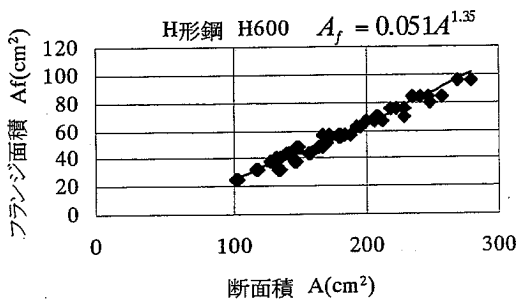


図 9-11 断面積とフランジ面積の関係式

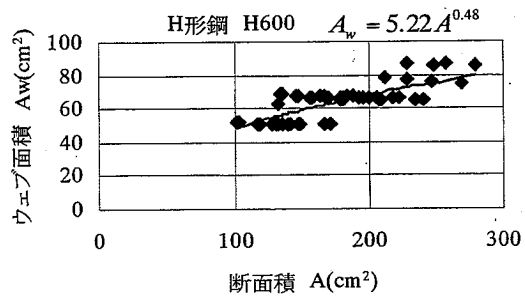


図 9-12 断面積とウェブ面積の関係式

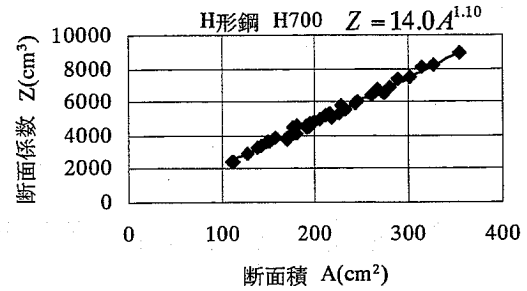
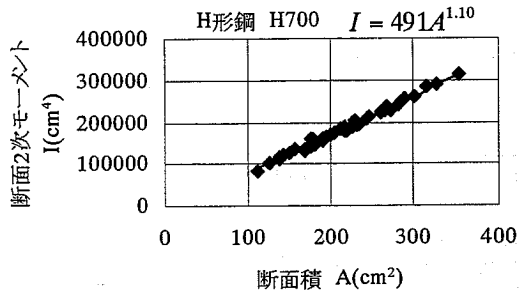


図 9-13 断面積と断面 2 次モーメントの関係式

図 9-14 断面積と断面係数の関係式

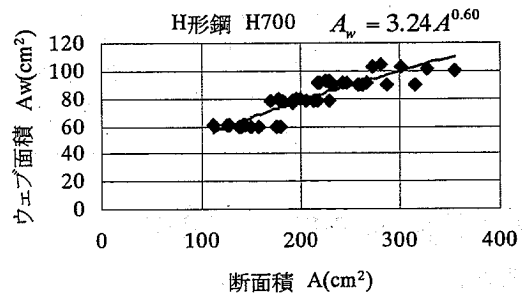
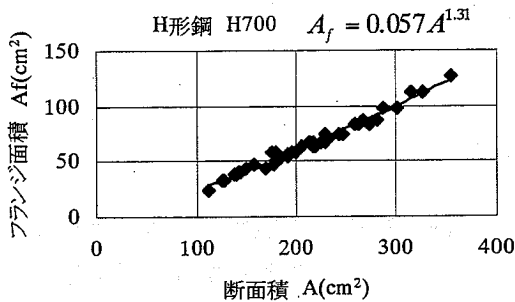


図 9-15 断面積とフランジ面積の関係式

図 9-16 断面積とウェブ面積の関係式

9.3 解析例 1

解析例 1 として図 9-17 に示す 5 層 3 スパンの鉄骨骨組構造の最小重量設計を行う。解析は、各層のはりの部材系列が H 形鋼中幅系列である解析モデル 1, H500 系列である解析モデル 2, H600 系列である解析モデル 3, H700 系列である解析モデル 4 の 4 通りとする。このときの解析条件を表 9-2 にまとめる。

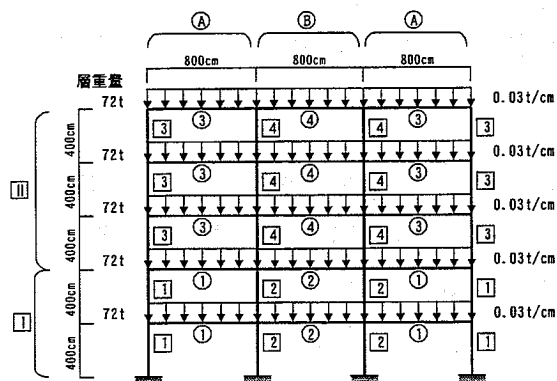


図 9-17 解析モデル

表 9-2 解析条件

建物形状	5階建て, 3スパン 階高 4m, 各層重量 72t
部材種別	はり: H形鋼中幅系列, H500系列, H600系列, H700系列 柱: 角形鋼管
部材種類	はり 4種類(1,2層の内はりとおよび3~5層の内はりとおよび外はり) 柱 4種類(1,2層の内柱とおよび3~5層の内柱とおよび外柱)
荷重条件	鉛直荷重: 長方形分布荷重 (図 9-17 参照) 水平荷重: 標準層せん断力係数 0.2 地震力は A_i 分布
制約条件の許容値, 材料定数および敷地条件	許容層間変形角 1/200 許容応力度比 1.0 はり断面積の下限值 20cm^2 , 上限値 400cm^2 柱断面積の下限值 20cm^2 , 上限値 1200cm^2 地域係数 1.0, 第2種地盤 鋼材ヤング率 2100t/cm^2 ポアソン比 0.3, F 値 2.4t/cm^2

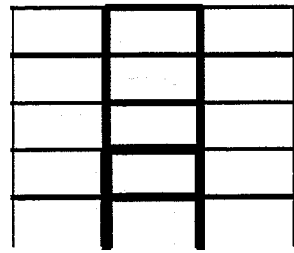
はり, 柱の断面積の上下限値は, 選択する規格部材断面積の上下限値を設定するべきであるが, ここでは, 一律にはりの断面積の下限値は 20cm^2 , 上限値は 400cm^2 , 柱の断面積の下限値は 20cm^2 , 上限値は 1200cm^2 とする。

図 9-18, 図 9-20, 図 9-22, 図 9-24 にそれぞれ, はり部材に H 形鋼中幅系列, H500 系列, H600 系列, H700 系列を用いた場合の最終断面積分布状況を示す。これらの図は線の太さで各部材の断面積の大きさを表している。また, 選択された規格部材を右表に示す。 W_{opt} の値は最適解の鋼材総重量であり, 括弧内の数値は選択された規格部材の鋼材総重量である。

図 9-19, 図 9-21, 図 9-23, 図 9-25 は長期荷重時および短期荷重時に生じる部材の最大応力度比とその発生位置である。ここに, 図中の括弧内の数値は選択規格部材の値である。各数値の前添え字 M, Q はそれぞれ, はりに関しては曲げ応力度による応力度比とせん断応力度による応力度比であり, 柱に関しては, 曲げ応力度と軸方向応力度の組合せ応力度による応力度比とせん断応力度による応力度比であることを表している。各モデルの解析結果について, 以下に述べる。

(1) 解析モデル 1 (はり部材に H 形鋼中幅系列を用いた場合)

図 9-18 にはり部材に H 形鋼中幅系列を用いた場合の最終断面積分布状況を示す。この解は, はり成を制約した解析ではないため, 外はりとおよび内はり, はり成が極端に異なる解が求まることがわかる。



		外梁・外柱	内梁・内柱
3~5層	梁	H 390-300-10-16 (133.3cm ²)	H 700-300-13-24 (231.5cm ²)
	柱	□250-250-8-8 (75.24cm ²)	□450-450-19-19 (309.0cm ²)
1.2層	梁	H 390-300-10-16 (133.3cm ²)	H 912-302-18-34 (360.1cm ²)
	柱	□250-250-9-9 (83.98cm ²)	□450-450-25-25 (392.8cm ²)

$W_{opt}=25.666 \text{ t} (30.483 \text{ t})$

図 9-18 最終断面積分布状況 H 形鋼中幅系列

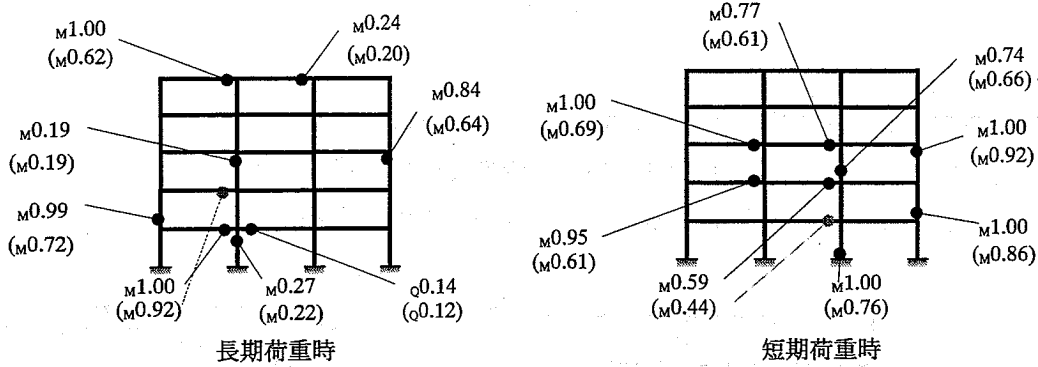
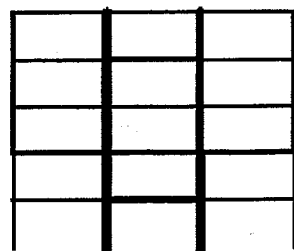


図 9-19 最大応力度比 H 形鋼中幅系列

(2) 解析モデル 2 (はり部材に H500 系列を用いた場合)

図 9-20 にはり部材に H500 系列を用いた場合の最終断面積分布状況を示す。この解は、外はりど内はりで同一のはり成 500mm となっている。しかしながら、図 9-21 より、短期荷重時の最大応力度比において、1 階外はりの選択規格部材の応力度比は 1.0 をこえていることがわかる。これは、H500 系列のデータ中に H500-250-12-28 部材よりも断面積が大きな部材がないため、やむを得ず危険側の部材が選択されているためであるが、数学的解の応力度比は 1.0 以下となっている。



		外梁・外柱	内梁・内柱
3~5層	梁	H 500-200-9-16 (107.6cm ²)	H 500-200-12-25 (155.5cm ²)
	柱	□300-300-14-14 (153.4cm ²)	□500-500-19-19 (347.0cm ²)
1.2層	梁	H 500-200-9-19 (119.0cm ²)	H 500-250-12-28 (196.7cm ²)
	柱	□300-300-9-9 (102.0cm ²)	□450-450-25-25 (392.8cm ²)

$W_{opt}=28.824 \text{ t} (28.086 \text{ t})$

図 9-20 最終断面積分布状況 H500 系列

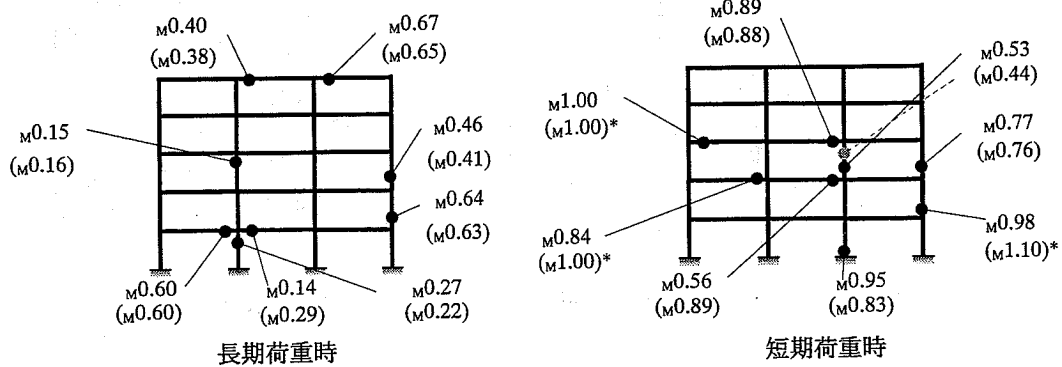
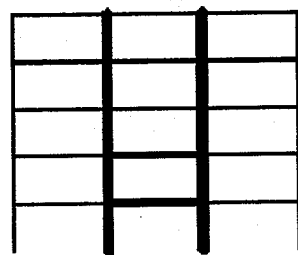


図 9-21 最大応力度比 H500 系列

(3) 解析モデル 3 (はり部材に H600 系列を用いた場合)

図 9-22 にはり部材に H600 系列を用いた場合の最終断面積分布状況を示す。この解も外はりとはり部材で同一のはり成 600mm となっていることがわかる。



		外梁・外柱	内梁・内柱
3~5層	梁	H 600-200-9-16 (116.6cm ²)	H 600-200-9-16 (116.6cm ²)
	柱	□ 300-300-12-12 (133.3cm ²)	□ 450-450-22-22 (351.7cm ²)
1.2層	梁	H 600-200-9-12 (101.3cm ²)	H 600-300-16-32 (279.2cm ²)
	柱	□ 250-250-14-14 (125.4cm ²)	□ 450-450-22-22 (351.7cm ²)

$W_{opt}=25.255 \text{ t} (27.771 \text{ t})$

図 9-22 最終断面積分布状況 H600 系列

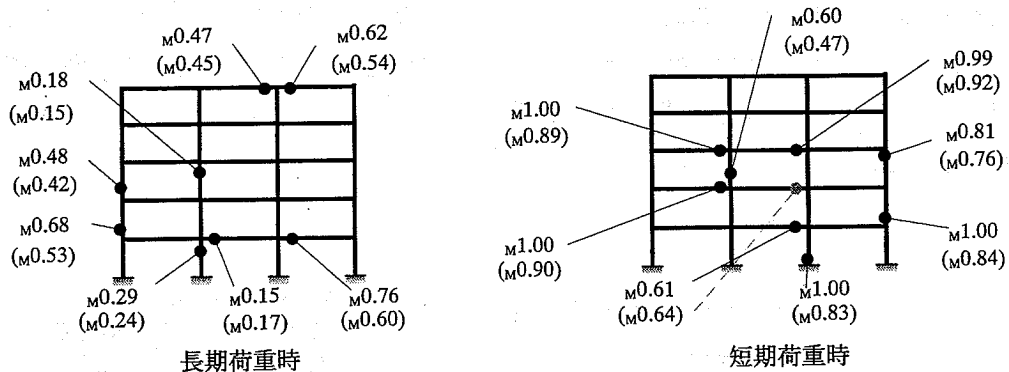


図 9-23 最大応力度比 H600 系列

(4) 解析モデル 4 (はり部材に H700 系列を用いた場合)

図 9-24 にはり部材に H700 系列を用いた場合の最終断面積分布状況を示す。この解の鋼材総重量 W_{opt} は 22.942 t であり、4つの解析モデル中最も軽く、この問題の最適解であった。

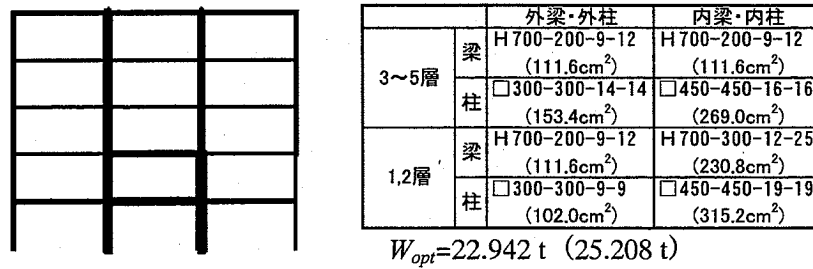


図 9-24 最終断面積分布状況 H700 系列

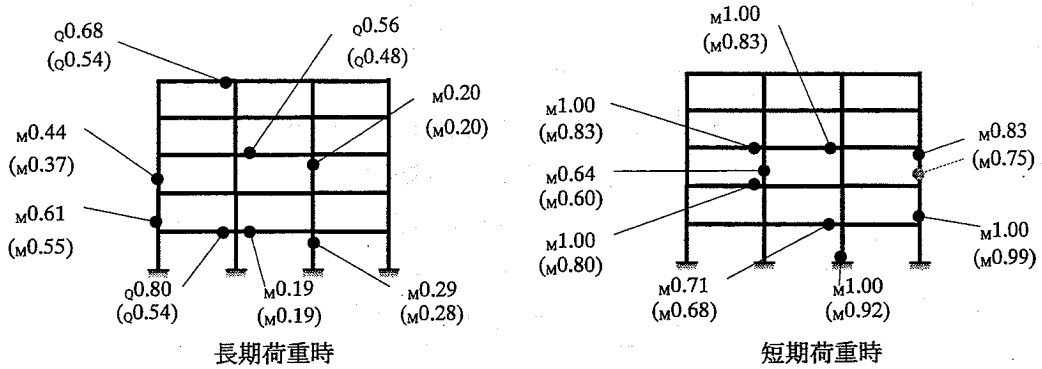


図 9-25 最大応力度比 H700 系列

9.4 解析例 2

解析例 2 では、第 8 章と同様の解析モデルを用いて、はり成と幅厚比を制約した解析例を示す。はり部材には、H 形鋼を用い、はり成は 600mm に制約する。そして、FA ランクの部材のみを使用することで、幅厚比を制約する。そして、第 8 章の解析例と同様に、解析法 1 (逐次線形計画法による解析法, 8.3 節参照) と解析法 2 (遺伝的アルゴリズムによる解析法, 8.4 節参照) によって、それぞれ剛接建物と半剛接建物の最小重量解析を行い解を比較する。このときの解析モデルの基本設計条件を表 9-3 にまとめる。はり、柱の断面積の上限値は、選択する規格部材断面積の上限値とする。

本解析例では、3 社の鉄鋼メーカーの鋼材表データベースから、はり成 600mm かつ FA ランクの抽出条件で抽出された 43 種の H 形鋼をはり部材に用いる。そして、その抽出された部材系列より、部材断面積に対する各断面定数の近似関数を求めて解析に用いる。その断面定数の近似関数は次式となる。ここに、 A は部材断面積 I は断面 2 次モーメント、 Z は断面係数、 A_f はフランジ面積、 A_w はウェブ面積である。

$$\begin{aligned}
 I &= 216.792A^{1.199} \\
 Z &= 7.226A^{1.199} \\
 A_f &= 0.023A^{1.493} \\
 A_w &= 20.146A^{0.234}
 \end{aligned}
 \tag{9.1}$$

表 9-3 基本設計条件

建物形状	階高 400cm, スパン長 600cm 各層重量 100t
部材種別	はり H形鋼はり成 600 系列 FA ランク 柱 角形鋼管
材料定数	鋼材ヤング係数 2100t/cm ² ポアソン比 0.3 F値 3.3t/cm ²
制約条件	許容層間変形角 1/200 許容応力度比 1.0
荷重条件	鉛直荷重 はり：長方形分布荷重 0.08t/cm 外柱：集中荷重 10t 内柱：集中荷重 2t 水平荷重 標準せん断力係数 0.2 地震力は A _i 分布
地盤条件	地域係数 1.0 第 2 種地盤
その他	はりの断面 2 次モーメント増大率 2.0

解析法 1 では、接合部剛性を連続値として、逐次線形計画法によって最適剛性を求めるのに対し、解析法 2 では接合部剛性を、接合係数 $\lambda=1.0, 0.9, 0.7, 0.5$ の 4 種の離散値とし、その組合せを遺伝的アルゴリズムで探索する。そのときの遺伝的アルゴリズムの解析条件は表 9-4 に示す通りであり、世代数 20, 個体数 10, 交差率 0.8, 突然変異率 0.02 とする。

表 9-4 遺伝的アルゴリズムの解析条件

世代数	個体数	交差率	突然変異率
20	10	0.8	0.02

(1) 解析モデル 5 (5 層 3 スパンモデル)

解析モデル 5 では、図 9-26 に示すような 5 層 3 スパンの鉄骨造建物を解析モデルとする。このとき、部材種類は 1~2 層と 3~5 層で分け、さらに外側と内側で分類し、はり種類 4 種類、柱 4 種類とした。

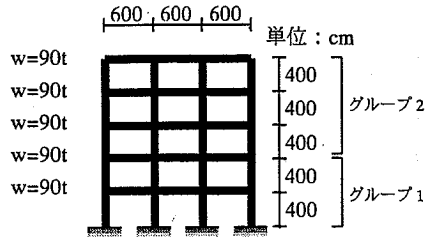


図 9-26 解析モデル 5

図 9-27 に解析モデル 5 の最適部材断面積と接合係数を示す。図は線の太さで部材断面積の大きさを表現している。また、図中の数字は、接合係数 λ の値であり、 W は鋼材総重量を示す。

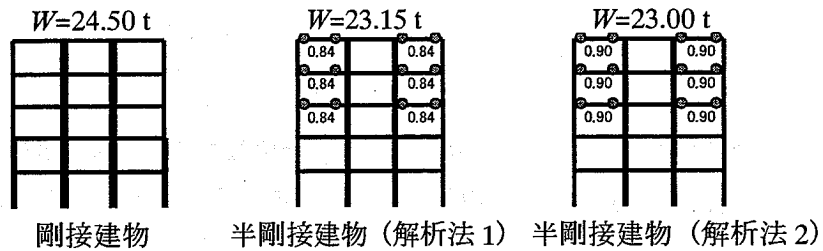


図 9-27 最適部材断面積と接合係数 (解析モデル 5)

表 9-5 に剛接建物と半剛接建物の最適部材断面と鋼材総重量を示す。表中には解析法 1 による最適解と解析法 2 による最適解を示す。鋼材総重量は、選択部材の鋼材総重量と、数理計画法によって求めた数学的解の両方を示す。

表 9-5 解析モデル 5 の最適部材断面

		剛接建物	A (cm ²)	半剛接建物 (解析法1)	A (cm ²)	λ	半剛接建物 (解析法2)	A (cm ²)	λ
グループ2	外柱	□300-14	153.4	□300-12	133.3	-	□300-12	133.3	-
	内柱	□400-22	307.7	□450-16	269	-	□450-16	269	-
	外梁	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	0.84	H600-200-12-16	133.6	0.90
	内梁	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-19	144.9	1.00	H600-200-12-16	133.6	1.00
グループ1	外柱	□350-16	205	□350-14	181.4	-	□350-14	181.4	-
	内柱	□400-19	277.2	□450-16	269	-	□450-16	269	-
	外梁	H600-200-12-19	144.9	H600-200-12-16	133.6	1.00	H600-200-12-16	133.6	1.00
	内梁	H600-200-12-19	144.9	H600-200-12-25	167.5	1.00	H600-200-12-25	167.5	1.00
鋼材総重量	選択部材		24.50 t		23.15 t			23.00 t	
	数学的解		21.14 t		21.08 t			21.09 t	

これらの図表より、解析法 1 と解析法 2 の解はほぼ同様であり、半剛接合部は、上層の外はりに用いられていることがわかる。また、鋼材総重量を比較すると、選択部材による鋼材総重量は半剛接建物が若干小さな値となっているものの、数学的解で比較すると、半剛接建物と剛接建物は、ほぼ同程度であることがわかる。

(2) 解析モデル6 (5層5スパンモデル)

解析モデル6では, 図 9-28 に示すような5層5スパンの鉄骨造建物を解析モデルとする。このとき, 部材種類は1~2層と3~5層で分け, さらに柱1~3, はり1~3で分類し, はり種類6種類, 柱6種類とした。

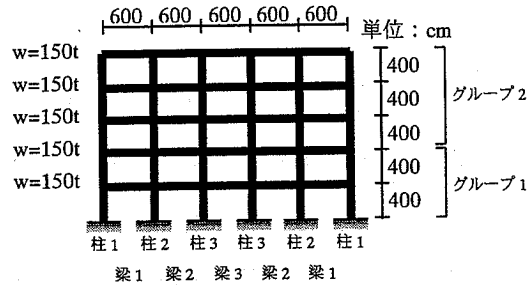


図 9-28 解析モデル6

図 9-29 に解析モデル6の最適部材断面積と接合係数を示す。図は線の太さで部材断面積の大きさを表現している。また, 図中の数字は, 接合係数 λ の値であり, W は鋼材総重量を示す。

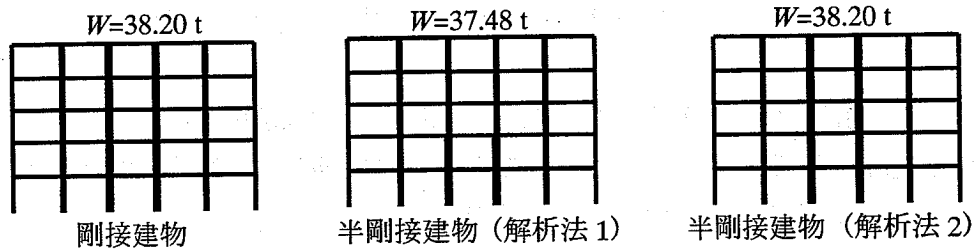


図 9-29 最適部材断面積と接合係数 (解析モデル6)

また, 表 9-6 に剛接建物と半剛接建物の最適部材断面と鋼材総重量を示す。表中には解析法1による最適解と解析法2による最適解を示し, 鋼材総重量は, 選択部材の鋼材総重量と, 数理計画法によって求めた数学的解の両方を示す。

表 9-6 解析モデル6の最適部材断面

		剛接建物	A (cm ²)	半剛接建物 (解析法1)	A (cm ²)	λ	半剛接建物 (解析法2)	A (cm ²)	λ
グループ2	柱1	□250-16	141	□300-12	133.3	-	□250-16	141	-
	柱2	□400-16	237	□400-16	237	-	□400-16	237	-
	柱3	□450-19	309	□450-16	269	-	□450-19	309	-
	梁1	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	1.00	H600-200-12-16	133.6	1.00
	梁2	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	1.00	H600-200-12-16	133.6	1.00
	梁3	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	1.00	H600-200-12-16	133.6	1.00
グループ1	柱1	□350-14	181.4	□350-12	157.3	-	□350-14	181.4	-
	柱2	□450-16	269	□400-19	271	-	□450-16	269	-
	柱3	□400-19	271	□450-19	309	-	□400-19	271	-
	梁1	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	1.00	H600-200-12-16	133.6	1.00
	梁2	H600-200-12-22	158.2	H600-200-12-16	133.6	1.00	H600-200-12-22	158.2	1.00
	梁3	H600-200-12-16	133.6	H600-250-12-22	180.2	1.00	H600-200-12-16	133.6	1.00
鋼材総重量	選択部材		38.20 t		37.48 t			38.20 t	
	数学的解		33.90 t		33.87 t			33.90 t	

以上の図表より、このモデルでは、半剛接合部は使用されないことがわかる。また、解析法1は、若干、鋼材総重量 W が小さくなっているが、解析におけるムーブリミットの絞込みによって生じる誤差であると考えられ、これら3つの解は、同一解であると言える。

(3) 解析モデル7 (5層7スパンモデル)

解析モデル7では、図 9-30 に示すような5層7スパンの鉄骨造建物を解析モデルとする。このとき、部材種類は1~2層と3~5層で分け、さらに柱1~4、はり1~4で分類し、はり種類8種類、柱8種類とした。

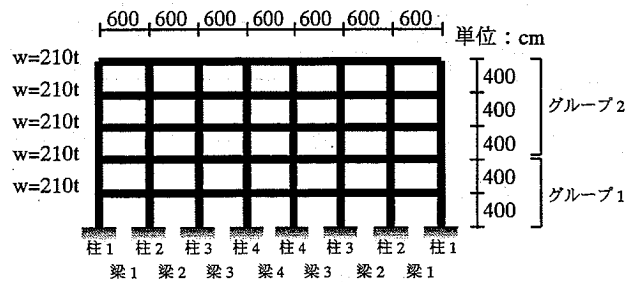


図 9-30 解析モデル7

図 9-31 に解析モデル7の最適部材断面積と接合係数を示す。図は線の太さで部材断面積の大きさを表現している。また、図中の数字は、接合係数 λ の値であり、 W は鋼材総重量を示す。

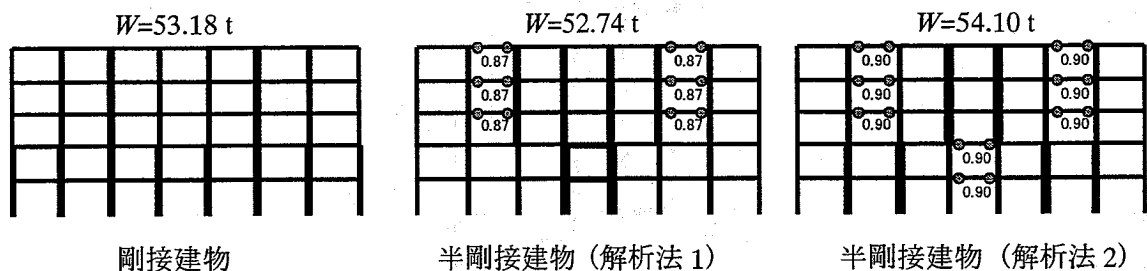


図 9-31 最適部材断面積と接合係数 (解析モデル7)

表 9-7 に剛接建物と半剛接建物の最適部材断面と鋼材総重量を示す。表中には解析法1による最適解と解析法2による最適解を示す。

表 9-7 解析モデル7の最適部材断面

		剛接建物		半剛接建物 (解析法1)		λ	半剛接建物 (解析法2)		λ
		部材	A (cm ²)	部材	A (cm ²)		部材	A (cm ²)	
グループ2	柱1	□300-12	133.3	□300-12	133.3	-	□300-12	133.3	-
	柱2	□400-14	209.4	□400-14	209.4	-	□350-19	239.2	-
	柱3	□400-22	307.7	□400-19	271	-	□400-16	237	-
	柱4	□450-16	269	□450-19	309	-	□450-22	360	-
	梁1	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	1.00	H600-200-12-16	133.6	1.00
	梁2	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	0.87	H600-200-12-16	133.6	0.90
	梁3	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-19	144.9	1.00	H600-200-12-16	133.6	1.00
	梁4	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	1.00	H600-200-12-22	156.2	1.00
グループ1	柱1	□350-19	239.2	□350-12	157.3	-	□350-12	157.3	-
	柱2	□450-19	309	□400-16	237	-	□400-19	271	-
	柱3	□400-16	237	□400-16	237	-	□450-22	351.7	-
	柱4	□400-19	271	□500-19	347	-	□400-16	237	-
	梁1	H600-200-12-19	146.9	H600-200-12-16	133.6	1.00	H600-200-12-16	133.6	1.00
	梁2	H600-200-12-19	144.9	H600-200-12-16	133.6	1.00	H600-200-12-19	146.9	1.00
	梁3	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	135.6	1.00	H600-200-12-22	158.2	1.00
	梁4	H600-200-12-19	144.9	H600-250-12-28	206.7	1.00	H600-200-12-16	133.6	0.90
鋼材総重量	選択部材	53.18 t		52.74 t			54.10 t		
	数学的解	46.88 t		46.68 t			46.84 t		

以上の図表より、半剛接合部は、上層の中間部に用いられているものの、鋼材総重量はほぼ同じ値であることがわかる。

(4) 解析モデル8 (10層3スパンモデル)

解析モデル8では、図9-32に示すような10層3スパンの鉄骨造建物を解析モデルとする。このとき、部材種類は1~2層と3~5層、6~8層と9, 10層で分け、さらに外側と内側で分類し、はり種類8種類、柱8種類とした。

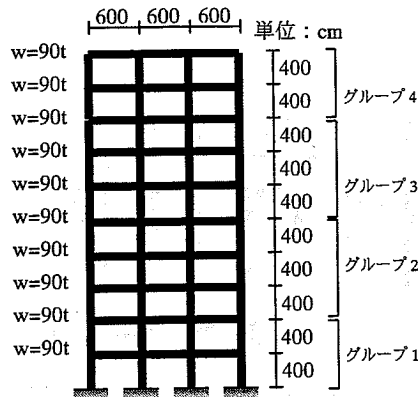


図 9-32 解析モデル8

図9-33に解析モデル8の最適部材断面積と接合係数を示す。図は線の太さで部材断面積の大きさを表現している。また、図中の数字は、接合係数 λ の値であり、 W は鋼材総重量を示す。

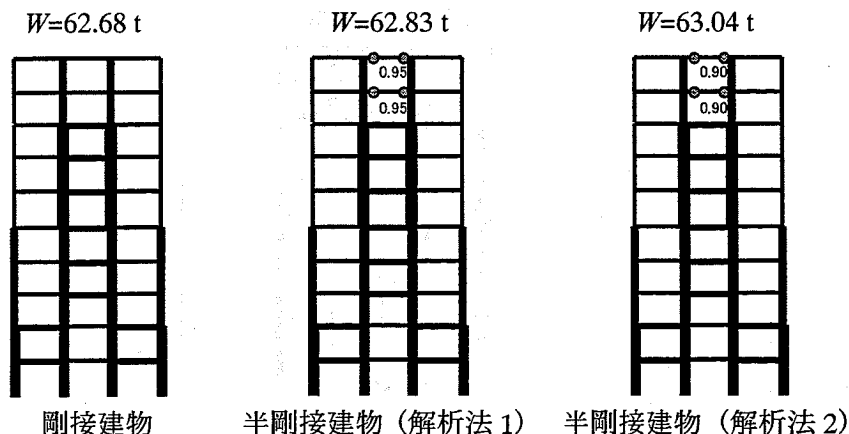


図 9-33 最適部材断面積と接合係数 (解析モデル 8)

表 9-8 に剛接建物と半剛接建物の最適部材断面と鋼材総重量を示す。表中には解析法 1 による最適解と解析法 2 による最適解を示す。

表 9-8 解析モデル 8 の最適部材断面

		剛接建物		半剛接建物 (解析法1)		半剛接建物 (解析法2)			
		部材	A (cm ²)	部材	A (cm ²)	λ	部材	A (cm ²)	λ
グループ4	外柱	□300-14	153.4	□300-14	153.4	-	□300-16	173	-
	内柱	□400-19	271	□400-19	271	-	□400-19	271	-
	外梁	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	1.00	H600-200-12-16	133.6	1.00
	内梁	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	0.95	H600-200-12-16	133.6	0.90
グループ3	外柱	□350-14	181.4	□350-14	181.4	-	□350-14	181.4	-
	内柱	□500-25	442.8	□500-25	442.8	-	□500-25	442.8	-
	外梁	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	1.00	H600-200-12-16	133.6	1.00
	内梁	H600-250-12-25	192.5	H600-250-12-25	194.4	1.00	H600-250-12-25	192.5	1.00
グループ2	外柱	□450-19	309	□450-19	309	-	□450-19	309	-
	内柱	□500-22	395.7	□500-22	395.7	-	□500-22	395.7	-
	外梁	H600-200-12-25	167.5	H600-200-12-28	178.7	1.00	H600-200-12-28	178.7	1.00
	内梁	H600-250-12-25	192.5	H600-200-12-28	178.7	1.00	H600-250-12-22	178.2	1.00
グループ1	外柱	□500-19	347	□500-19	347	-	□500-19	347	-
	内柱	□500-22	395.7	□500-22	395.7	-	□500-22	395.7	-
	外梁	H600-250-12-28	206.7	H600-250-12-28	206.7	1.00	H600-250-12-28	206.7	1.00
	内梁	H600-200-12-19	144.9	H600-200-12-19	144.9	1.00	H600-200-12-19	144.9	1.00
鋼材総重量	選択部材		62.68 t		62.83 t			63.04 t	
	数学的解		57.42 t		57.42 t			57.42 t	

以上の図表より、解析法 1、解析法 2 とともに半接合部は最上層内はりに若干用いられていることがわかる。しかし、鋼材総重量 W の値は各解析ともほぼ同じであることがわかる。

(5) 解析モデル 9 (10 層 5 スパンモデル)

解析モデル 9 では、図 9-34 に示すような 10 層 5 スパンの鉄骨造建物を解析モデルとする。このとき、部材種類は 1~2 層と 3~5 層、6~8 層と 9、10 層で分け、さらに柱 1~3、はり 1~3 で分類し、はり種類 12 種類、柱 12 種類とした。

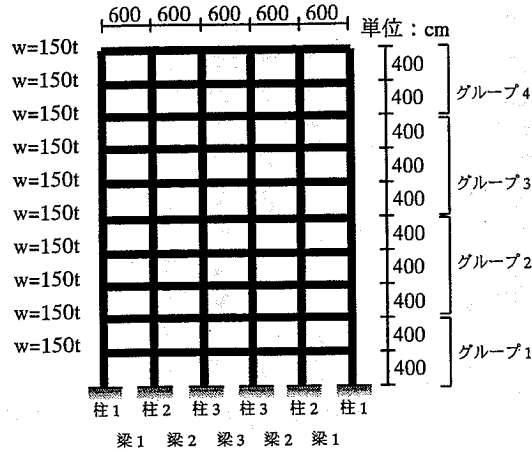


図 9-34 解析モデル 9

図 9-35 に解析モデル 9 の最適部材断面積と接合係数を示す。図は線の太さで部材断面積の大きさを表現している。また、図中の数字は、接合係数 λ の値であり、 W は鋼材総重量を示す。

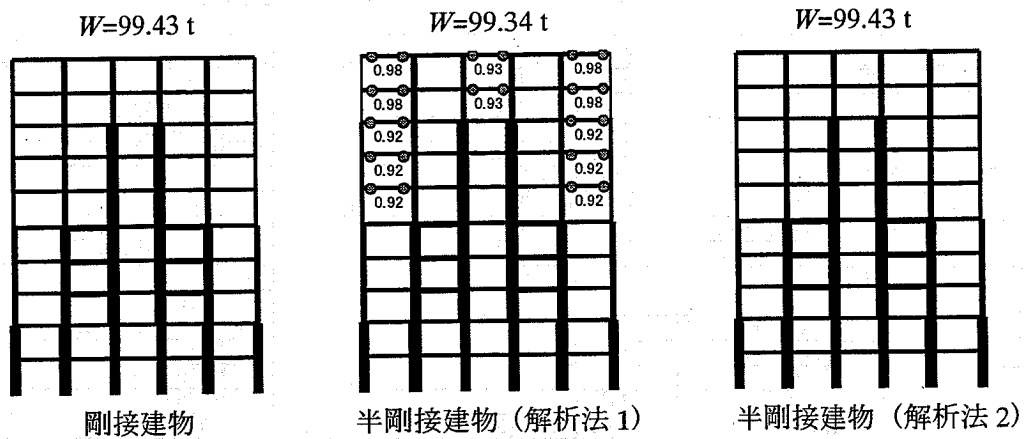


図 9-35 最適部材断面積と接合係数 (解析モデル 9)

表 9-9 に剛接建物と半剛接建物の最適部材断面と鋼材総重量を示す。表中には解析法 1 による最適解と解析法 2 による最適解を示す。

表 9-9 解析モデル9の最適部材断面

		剛接建物		半剛接建物 (解析法1)			半剛接建物 (解析法2)		
			A (cm ²)		A (cm ²)	λ		A (cm ²)	λ
グループ4	柱1	□300-12	133.3	□250-12	109.3	-	□300-12	133.3	-
	柱2	□400-19	271	□400-19	277.2	-	□400-19	271	-
	柱3	□400-14	209.4	□400-16	237	-	□400-14	209.4	-
	梁1	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	0.98	H600-200-12-16	133.6	1.00
	梁2	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	1.00	H600-200-12-16	133.6	1.00
	梁3	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	0.93	H600-200-12-16	133.6	1.00
グループ3	柱1	□300-16	173	□300-14	153.4	-	□300-16	173	-
	柱2	□450-16	269	□450-16	269	-	□450-16	269	-
	柱3	□550-22	439.7	□550-22	439.7	-	□550-22	439.7	-
	梁1	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	0.92	H600-200-12-16	133.6	1.00
	梁2	H600-200-12-25	167.5	H600-200-12-25	167.5	1.00	H600-200-12-25	167.5	1.00
	梁3	H600-250-12-25	194.4	H600-250-12-28	206.7	1.00	H600-250-12-25	194.4	1.00
グループ2	柱1	□400-16	237	□400-16	237	-	□400-16	237	-
	柱2	□500-22	404	□500-22	404	-	□500-22	404	-
	柱3	□500-28	488.3	□500-25	442.8	-	□500-28	488.3	-
	梁1	H600-200-12-22	156.2	H600-200-12-22	156.2	1.00	H600-200-12-22	156.2	1.00
	梁2	H600-250-12-28	206.7	H600-250-12-28	206.7	1.00	H600-250-12-28	206.7	1.00
	梁3	H600-250-12-25	192.5	H600-250-12-25	192.5	1.00	H600-250-12-25	192.5	1.00
グループ1	柱1	□450-22	351.7	□450-22	351.7	-	□450-22	351.7	-
	柱2	□550-22	439.7	□550-25	492.8	-	□550-22	439.7	-
	柱3	□500-22	395.7	□500-22	395.7	-	□500-22	395.7	-
	梁1	H600-200-12-25	167.5	H600-200-12-28	178.7	1.00	H600-200-12-25	167.5	1.00
	梁2	H600-250-12-25	194.4	H600-250-12-25	192.5	1.00	H600-250-12-25	194.4	1.00
	梁3	H600-200-12-25	167.5	H600-200-12-25	167.5	1.00	H600-200-12-25	167.5	1.00
鋼材総重量	選択部材		99.43 t		99.34 t			99.43 t	
	数学的解		90.26 t		90.28 t			90.26 t	

以上の図表より、解析法1では、半剛接合部は上層部にいくつか使用されているが、いずれの接合係数λの値も剛接の1.0に近い値であり、ほぼ、剛接建物の最適解と等しい解となっている。数学的な鋼材総重量を比べると、解析法1の解が一番大きな値の90.28 tであり、これは、解析法1の解析誤差であり、半剛接合部を用いない解が最適解であった。

(6) 解析モデル10 (10層7スパンモデル)

解析モデル10では、図9-36に示すような10層7スパンの鉄骨造建物を解析モデルとする。このとき、部材種類は1~2層と3~5層、6~8層と9、10層で分け、さらに柱1~4、はり1~4で分類し、はり種類16種類、柱16種類とした。

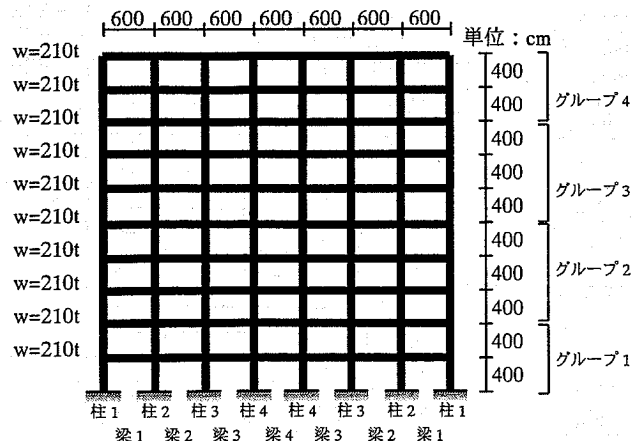


図 9-36 解析モデル10

図 9-37 に解析モデル 10 の最適部材断面積と接合係数を示す。図は線の太さで部材断面積の大きさを表現している。また、図中の数字は、接合係数 λ の値であり、 W は鋼材総重量を示す。

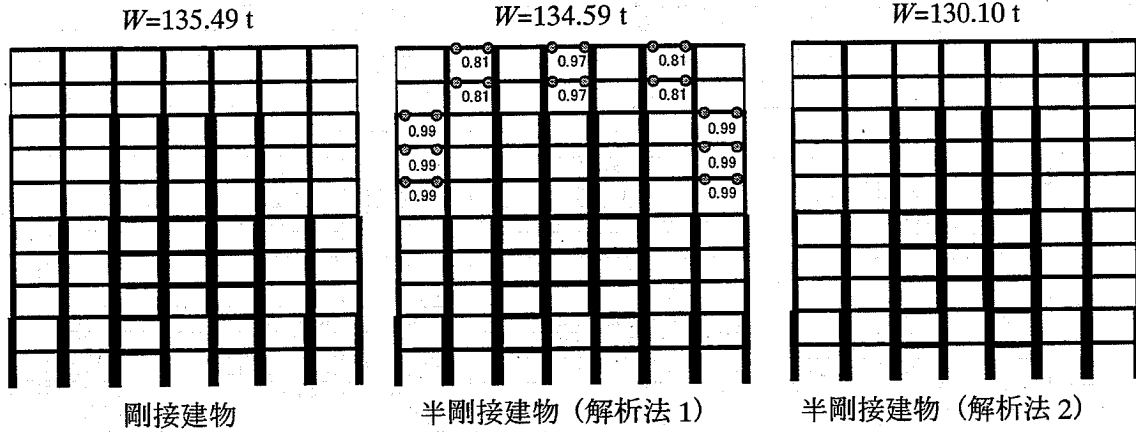


図 9-37 最適部材断面積と接合係数 (解析モデル 10)

表 9-10 に剛接建物と半剛接建物の最適部材断面と鋼材総重量を示す。表中には解析法 1 による最適解と解析法 2 による最適解を示す。

表 9-10 解析モデル 10 の最適部材断面

		剛接建物		半剛接建物 (解析法1)		半剛接建物 (解析法2)			
		部材	A (cm ²)	部材	A (cm ²)	λ	部材	A (cm ²)	λ
グループ4	柱1	□300-9	102	□200-12	85.3	-	□300-9	102	-
	柱2	□450-16	269	□400-14	209.4	-	□450-16	269	-
	柱3	□400-14	209.4	□400-19	271	-	□400-14	209.4	-
	柱4	□350-19	239.2	□400-19	271	-	□350-19	239.2	-
	梁1	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	1.00	H600-200-12-16	133.6	1.00
	梁2	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	0.81	H600-200-12-16	133.6	1.00
	梁3	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	1.00	H600-200-12-16	133.6	1.00
	梁4	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	0.97	H600-200-12-16	133.6	1.00
グループ3	柱1	□300-16	173	□300-16	173	-	□300-16	173	-
	柱2	□400-19	271	□400-19	271	-	□400-19	271	-
	柱3	□450-25	392.8	□500-19	347	-	□450-25	392.8	-
	柱4	□550-22	439.7	□550-22	439.7	-	□550-22	439.7	-
	梁1	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	0.99	H600-200-12-16	133.6	1.00
	梁2	H600-200-12-19	144.9	H600-200-12-22	156.2	1.00	H600-200-12-19	144.9	1.00
	梁3	H600-200-12-28	178.7	H600-200-12-25	167.5	1.00	H600-200-12-28	178.7	1.00
	梁4	H600-250-12-25	192.5	H600-250-12-25	192.5	1.00	H600-250-12-25	192.5	1.00
グループ2	柱1	□400-14	209.4	□400-14	209.4	-	□400-14	209.4	-
	柱2	□450-22	351.7	□450-22	351.7	-	□450-22	351.7	-
	柱3	□550-22	439.7	□550-22	439.7	-	□550-22	439.7	-
	柱4	□550-22	439.7	□550-22	439.7	-	□550-22	439.7	-
	梁1	H600-200-12-16	133.6	H600-200-12-16	133.6	1.00	H600-200-12-16	133.6	1.00
	梁2	H600-200-12-28	178.7	H600-200-12-28	178.7	1.00	H600-200-12-28	178.7	1.00
	梁3	H600-250-12-28	206.7	H600-250-12-28	206.7	1.00	H600-250-12-28	206.7	1.00
	梁4	H600-250-12-28	206.7	H600-250-12-25	194.4	1.00	H600-250-12-28	206.7	1.00
グループ1	柱1	□450-19	315.2	□450-19	309	-	□450-19	315.2	-
	柱2	□550-22	439.7	□550-22	439.7	-	□550-22	439.7	-
	柱3	□550-22	439.7	□550-22	439.7	-	□550-22	439.7	-
	柱4	□500-22	395.7	□500-22	395.7	-	□500-22	395.7	-
	梁1	H600-200-12-25	167.5	H600-200-12-25	167.5	1.00	H600-200-12-25	167.5	1.00
	梁2	H600-200-12-28	178.7	H600-200-12-28	178.7	1.00	H600-200-12-28	178.7	1.00
	梁3	H600-250-12-28	206.7	H600-250-12-28	206.7	1.00	H600-250-12-28	206.7	1.00
	梁4	H600-200-12-25	167.5	H600-250-12-25	167.5	1.00	H600-200-12-25	167.5	1.00
鋼材総重量	選択部材		135.49 t		134.59 t			135.49 t	
	数学的解		123.49 t		123.53 t			123.49 t	

以上の図表より、解析法2の半剛接建物の解は剛接建物と同じであった。また、解析法1の解は、選択部材から計算される鋼材総重量は最小であるが、数学的解から計算される鋼材総重量は最小解ではなく、この問題の最適解は、剛接建物の解であることがわかる。

各解析結果の比較

各解析モデルにおける重量低減率（半剛接建物と剛接建物の鋼材総重量の相対誤差）を図9-38に示す。図には、規格部材を選択する前の数学的解から求めた重量低減率と規格部材を選択した後の選択部材から求めた重量低減率を示す。図より、はり成を制約した解析の場合、半剛接建物にすることによる重量低減率は非常に小さいことがわかる。

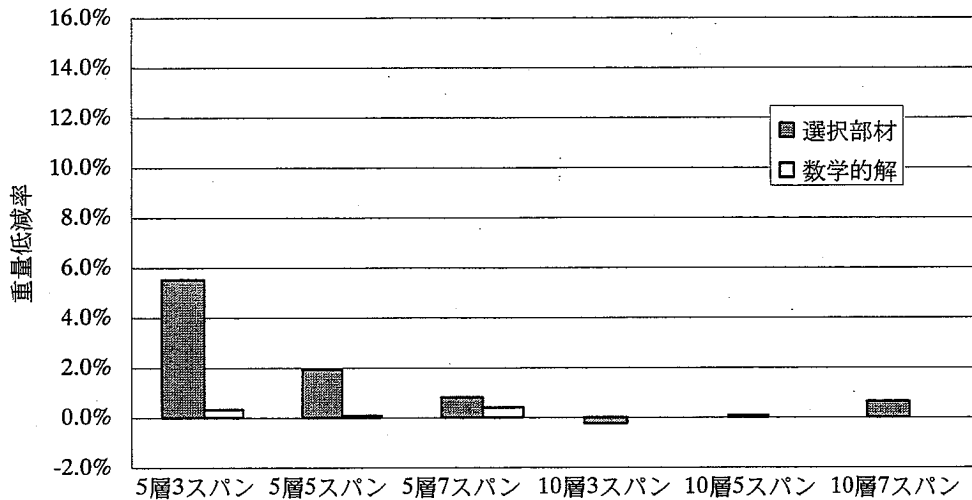


図 9-38 半剛接建物の重量低減率

9.5 まとめ

本章では、第8章までに示した解析法をさらに発展させ、施工上の観点から生じるはり成と幅厚比の制約を骨組構造の最小重量設計に考慮する方法を示し、建築骨組のはり成を制約した最小重量設計を示した。

その結果、本解析法によって、ユーザーの要求に応じたはり成の制約が行えることが確認できた。しかしながら、制約を厳しくしすぎた条件でユーザーが解析した場合、解析に用いる部材系列によっては、部材選択時に最適解に適した規格部材が見つけれず、危険側の部材が選択される可能性があるため、はり、柱の断面積の上限値は、選択する規格部材の断面積の上限値とするなどの考慮が必要であることが示された。また、第8章と同様の解析モデルを用いてはり成と幅厚比を制約した解析を行った結果、半剛接合部を用いても、建物の鋼材総重量の低減は少ないことが示された。

9.6 参考文献

- 1) 日本建築学会：鋼構造設計基準，1970年5月
- 2) 日本鋼管株式会社，鋼構造設計ハンドブック，1997年7月
- 3) 新日本製鐵株式会社：建設用資材ハンドブック，1994年1月
- 4) 川崎製鐵株式会社：鋼構造設計便覧，1998年3月

第10章

接合部のコストを考慮した半剛接鉄骨建物の最小コスト解析

10.1 はじめに

日本では兵庫県南部地震により、溶接接合部で破断が生じた建物が多く発生した¹⁾。溶接接合部の破断は建物の大破、倒壊につながる可能性が高いため、最近では比較的、施工、品質管理が容易な高力ボルト接合を用いた工法の開発が行われている²⁾。また高力ボルト接合のような半剛接骨組の動的な応答性状においては、減衰の効果等により必ずしも不利ではないことが最近の研究で確かめられている³⁾。また、金物を介して柱にボルト接合する半剛接合部は、部材の解体作業も容易で、リサイクル問題にも有効であり、このような接合形式を積極的に用いることは重要であると思われる。

半剛接合部に関する実験的研究は数多く行われており、最近では閉断面部材の外側からだけの締め付け施工が可能な、高力ワンサイドボルトを用いた接合部に関する研究が行われ、すでに数件の実建築物で実施されている⁴⁾。また半剛接合部に関する解析的研究では、要素の幾何学的非線形性や材料非線形性を考慮した立体骨組の弾塑性非線形解析までに発展している⁵⁾。また、半剛接合部の最適設計に関する研究も盛んに行われており、海外では、弾性設計において半剛接骨組は剛接骨組よりも鋼材総重量を低減できるという報告もある⁶⁾。ただし、この論文では水平力を考慮していないため、そのまま我が国に適用できない。また、接合部コストまで考慮した建設コストを目的関数とした半剛接鉄骨建物の最適設計が行われ、剛接建物よりも低コストで設計可能であるという報告もある⁷⁾。しかし、この論文では、部材をいくつかのセグメントに分割し、そのセグメントに離散的部材断面を割り当て、部材断面の代わりにセグメント長を新たな設計変数とすることで、離散的な部材断面を連続値として扱っているため、多くのバリエーションを持つ部材選択の扱いが難しい。

一方、第2章では骨組の部材要素端にせん断、曲げ、引張、圧縮、ねじりの任意自由度のバネ特性を導入できる有限要素を提案し⁸⁾、第6章では、半剛接骨組の動的弾塑性解析を行い、その応答特性を調査した⁹⁾。また、第8章では、建物の鋼材総重量の最小化を目的関

数とした半剛接骨組の最小重量設計を行い、半剛接と剛接を組み合わせることによって、剛接骨組よりも鋼材の総重量を低減できる場合があることを確認した^{10),11)}。この研究では、設計に接合部のコストが考慮されていないため、鋼材重量は最小となる解ではあるが、実際の建設コストは、部材費、施工費、ボルトや金具の価格等によって決まるため、必ずしも最も経済的な設計とは限らなかった。

そこで本章では、接合部コストまで含めた建設コストの最小化を目的関数とし、長期及び短期荷重下における各部材の応力度比と各層の層間変形角が許容値を満足するような最適設計問題を定式化する。設計変数は、連続値の接合部剛性と離散値の部材断面であるが、本手法は、規格部材データベースを構築し、そこからユーザーの要求に応じた部材系列を抽出して各断面定数を断面積の連続関数として近似的に求めるため、設計者が経験的に用いている部材の制約条件を容易に最適設計プログラムに考慮させることができる。そして本手法は、数理計画法により求めた解から、部材系列の中で最も誤差の少ない離散値を再び選ぶことで最終的に離散値の最適部材断面を求める。本章では、半剛接鉄骨建物の最小コスト解析の定式化を示し 5 層および 10 層の 3 スパンと 5 スパンの鉄骨建物の計 4 つの解析例によって、コストを最小にする半剛接合部の最適剛性と配置を調査する。

10.2 半剛接合部のモデル化

本解析では、半剛接合部を有するはりをも、図 10-1 に示す有限要素でモデル化する。このとき、接合部のバネ剛性は、次式の接合係数 λ を用いて表す。

$$K^{\theta} = \frac{\lambda}{1-\lambda} \frac{4EI}{l} \quad (10.1)$$

ここに、 E は鋼材のヤング係数、 I は梁部材の断面 2 次モーメント、 l は部材長である。このとき、 $\lambda=1$ は剛接合、 $\lambda=0$ はピン接合となり、その間が半剛接合となる。

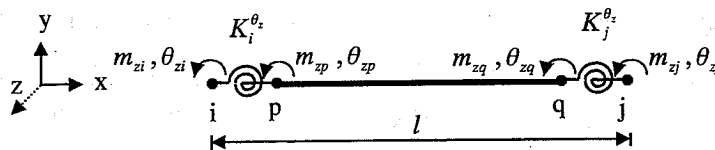


図 10-1 半剛接はりモデル

図 10-1 の内節点 p,q の自由度は、要素レベルの段階で、静的縮約法によって縮約する。なお、分布荷重が作用する場合にも同様の縮約を行うことができる。このような縮約により、本要素は、他の骨組要素と同じ自由度となり、プログラムの扱いが容易となる。

本解析では、梁両端の接合部剛性は同じものとして解析を行う。また、接合部は弾性と

して扱い許容耐力は考慮しないものとする。

10.3 半剛接骨組の最小コスト問題の定式化

10.3.1 コスト関数

本解析では、はり端の接合部剛性は連続値として扱い、(10.1)式の λ によってその剛性を評価する。目的関数には、接合部コストを考慮したコスト関数を用いる。そのとき、半剛接合部は剛接に比べて、コストが安価になることを考慮し、文献 7)を参考に、材端がピン接合($\lambda=0$)されたはり部材は、剛接合($\lambda=1$)された部材に比べてコストが6割になると仮定し、剛接との間を線形補間したものを半剛接合のコスト関数とする。そして、次式のようにコスト関数を接合係数 λ 、梁コスト係数 α 、柱コスト係数 β を用いて表現する。

$$Z(\lambda, A) = \rho \sum_{i=1}^{N_b} (0.4\lambda_i + 0.6) A_i^B L_i^B \alpha_i + \rho \sum_{i=N_b+1}^{N_b+N_c} A_i^C L_i^C \beta_i \quad (10.2)$$

ここに、

ρ : 鋼材の単位体積重量	A_i^C : 柱の断面積
A_i^B : 梁の断面積	L_i^C : 柱の部材グループ別総長さ
L_i^B : 梁の部材グループ別総長さ	β_i : 柱コスト係数
λ_i : 接合係数	N_b : 梁の部材グループ数
α_i : 梁コスト係数	N_c : 柱の部材グループ数

ただし、 $A = \{A_1^B, \dots, A_{N_b}^B, A_{N_b+1}^C, \dots, A_{N_b+N_c}^C\}$ 、 $\lambda = \{\lambda_1, \dots, \lambda_{N_b}\}$ である。

鋼構造建物で使用される部材には様々な形状のものがあり、多くの接合部ディテールが考えられるが、それらのコストに関する厳密なデータは少なく、本解析では、係数 α 、 β はともに220,000円/tとして、その特性を調査する。

また、設計変数は、接合係数 λ と断面積 A であり、それらは、それぞれ、次のような制約が課せられているものとする。

$$0 \leq \lambda_i \leq 1 \quad (i=1, 2, \dots, N_b) \quad (10.3)$$

$$A_i^L \leq A_i \leq A_i^U \quad (i=1, 2, \dots, N_b + N_c) \quad (10.4)$$

$$\delta_j(A) \leq \delta_{aj} \quad (j=1, 2, \dots, f) \quad (10.5)$$

$$\gamma_i(A) \leq \gamma_{ai} \quad (i=1, 2, \dots, N_b + N_c) \quad (10.6)$$

ここに、 A_i^U, A_i^L は、断面積の上下限值である。 λ と A は連続値として扱う。 A に従属する他の断面定数(断面2次モーメント I 、断面係数 Z 、ウェブ面積 A_w 、フランジ面積 A_f 、断面の有効せん断係数 κ)は、データベースによって作成された近似関数を用いて計算する。 δ_j

は j 層の層間変形角, f は建物の層数, γ_i は i 部材グループ内で最大の長期および短期の応力度比, N_b, N_c は梁, 柱の部材グループ数である。 δ_{aj} は, j 層の許容層間変形角 ($\delta_{aj}=1/200$), γ_{ai} は i 部材グループの許容応力度比 ($\gamma_{ai}=1.0$) である。以上を一般的に定式化すると次式となる。

最適解析

目的関数

$$\text{Min } Z(\lambda, A) = \rho \sum_{i=1}^{N_b} (0.4\lambda_i + 0.6) A_i^B L_i^B \alpha_i + \rho \sum_{i=N_b+1}^{N_b+N_c} A_i^C L_i^C \beta_i \quad (10.7)$$

制約条件

$$0 \leq \lambda_i \leq 1 \quad (i=1, 2, \dots, N_b) \quad (10.8)$$

$$A_i^L \leq A_i \leq A_i^U \quad (i=1, 2, \dots, N_b + N_c) \quad (10.9)$$

$$\delta_j(A) \leq \delta_{aj} \quad (j=1, 2, \dots, f) \quad (10.10)$$

$$\gamma_i(A) \leq \gamma_{ai} \quad (i=1, 2, \dots, N_b + N_c) \quad (10.11)$$

10.3.2 逐次線形計画法の適用

(10.7) 式の目的関数は λ と A の関数であり, この λ と A は互いに独立な設計変数となるため, (10.7) 式が最小となるような, λ と A を同時に求める最適設計問題は難解となる。そこで, λ を既知量 $\bar{\lambda} = \{\bar{\lambda}_1, \dots, \bar{\lambda}_{N_b}\}$ としたときの, A の最適解を求める副最適解析を行い, λ のコスト関数に対する感度解析に用いる。このとき, 感度解析は簡単のため, 差分法によって行う。また, 副最適解析は, 最終的にコスト関数を最小とする最適解 λ, A の最適計算にも用いる。本解析では, (10.7) 式~(10.11) 式に示した最適化問題に逐次線形計画法を適用する。そのとき, 各設計変数の増分値 $\Delta\lambda = \{\Delta\lambda_1, \dots, \Delta\lambda_{N_b}\}$, $\Delta A = \{\Delta A_1^B, \dots, \Delta A_{N_b}^B, \Delta A_{N_b+1}^C, \dots, \Delta A_{N_b+N_c}^C\}$ を新たな設計変数として, 以上を書きあらためると次式となる。

主最適解析 (λ の最適分布解析)

目的関数

$$\text{Min } Z(\lambda) = Z(\lambda^0) + \sum_{i=1}^{N_b} \left(\left. \frac{\partial Z(\lambda)}{\partial \lambda_i} \right|_{\lambda=\lambda^0} \times \Delta\lambda_i \right) \quad (10.12)$$

制約条件

$$0 \leq \lambda_i^0 + \Delta\lambda_i \leq 1 \quad (i=1, 2, \dots, N_b) \quad (10.13)$$

$$-\varepsilon_i^\lambda \leq \Delta\lambda_i \leq \varepsilon_i^\lambda \quad (i=1, 2, \dots, N_b) \quad (10.14)$$

副最適解析 (A の最適分布解析)

((10.12)式の感度 $\frac{\partial Z(\lambda)}{\partial \lambda_i}$ の差分計算に用いる)

(最適解 λ のときの A の最適計算に用いる)

ただし,

$$\text{Min } Z(\bar{\lambda}, A) = Z(A^0) + \rho \sum_{i=1}^{N_b + N_c} \phi_i \Delta A_i L_i \quad (10.15)$$

$$1 \leq i \leq N_b : \phi_i = (0.4\bar{\lambda}_i + 0.6)\alpha_i \quad (\text{はりに対して})$$

$$N_b < i \leq N_b + N_c : \phi_i = \beta_i \quad (\text{柱に対して})$$

制約条件

$$A_i^L \leq A_i^0 + \Delta A_i \leq A_i^U \quad (i = 1, 2, \dots, N_b + N_c) \quad (10.16)$$

$$-\varepsilon_i^A \leq \Delta A_i \leq \varepsilon_i^A \quad (i = 1, 2, \dots, N_b + N_c) \quad (10.17)$$

$$\delta_j(A) = \delta_j(A^0) + \sum_{k=1}^{N_b + N_c} \left(\left. \frac{\partial \delta_j(A)}{\partial A_k} \right|_{A=A^0} \times \Delta A_k \right) \leq \delta_{aj} \quad (j = 1, 2, \dots, f) \quad (10.18)$$

$$\gamma_i(A) = \gamma_i(A^0) + \sum_{k=1}^{N_b + N_c} \left(\left. \frac{\partial \gamma_i(A)}{\partial A_k} \right|_{A=A^0} \times \Delta A_k \right) \leq \gamma_{ai} \quad (i = 1, 2, \dots, N_b + N_c) \quad (10.19)$$

このとき、解の線形性を確保するために、各設計変数の増分値 $\Delta\lambda, \Delta A$ は、(10.14)式、(10.17)式の制約条件を満足するような許容変動量 $\varepsilon_i^A, \varepsilon_i^A$ 内で変動するものとする。本解析では、(10.12)式～(10.19)式の線形計画問題をシンプレックス法によって解く。

10.4 解析法の概要

本解析法のフローチャートを図 10-2 に示す。本解析ではまず、設計条件として、建物階数、階高、スパン長、長期及び短期荷重算定のための荷重条件、はり、柱の材料定数と断面定数を入力する。このとき、規格部材データベースから、ユーザーの要求に応じて部材系列を抽出し、各断面定数（断面 2 次モーメント I 、断面係数 Z 、ウェブ面積 A_w 、フランジ面積 A_f 、断面の有効せん断係数 κ ）を断面積 A の連続関数で近似する。そのとき、規格部材データベースは JIS 規格部材¹²⁾と 3 社の鉄鋼メーカーの鋼材断面データ^{13),14),15)}をもとに作成した。そして、接合部剛性のある初期値($\lambda=0.9$)に設定し、接合部剛性を既知としたときの建物の最小コスト解析を行う。そして、差分法によって接合部剛性の変化に対するコスト関数の感度を求め、逐次線形計画法を適用することで最適な接合部剛性を求める。なお、本解析では、剛床仮定が成り立つものとし、はりの軸方向変形に関する自由度は縮約する。

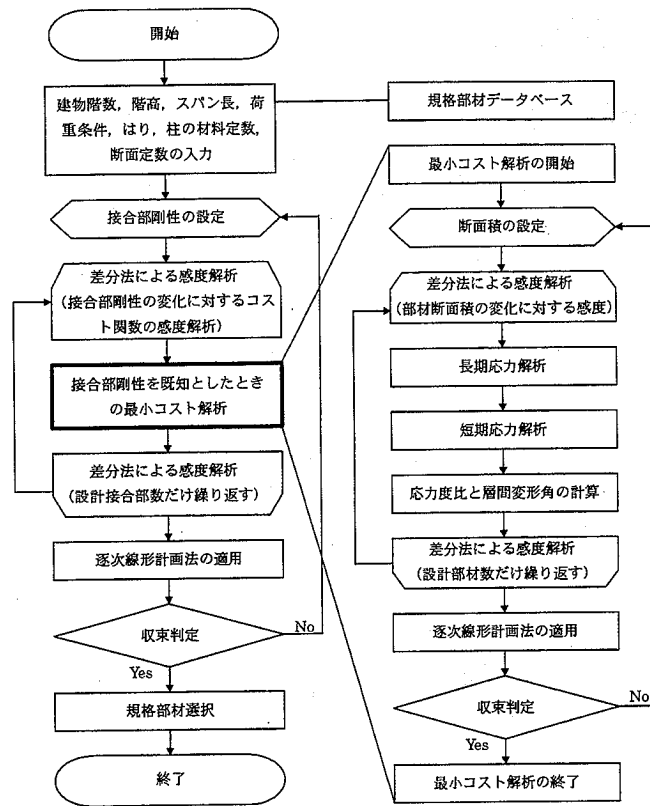


図 10-2 解析のフローチャート

数理計画法によって求められた最適解は、設定された部材系列における連続した近似関数によって求められる。実在する部材系列の断面定数は離散値であるため、実際の部材を選択するにあたり、得られた最適解 A, I, Z, A_w, A_f と実際の規格部材断面の A', I', Z', A'_w, A'_f との間の差を計算し、次式で表される E_{RR} が最小となる部材を最終的な最適解として選択する。

$$E_{RR} = \sqrt{e_{rr}} \tag{10.20}$$

ここに、

$$e_{rr} = (\alpha_A E_A)^2 + (\alpha_I E_I)^2 + (\alpha_Z E_Z)^2 + (\alpha_{A_w} E_{A_w})^2 + (\alpha_{A_f} E_{A_f})^2$$

$$E_A = \frac{A' - A}{A}, E_I = \frac{I' - I}{I}, E_Z = \frac{Z' - Z}{Z}$$

$$E_{A_w} = \frac{A'_w - A_w}{A_w}, E_{A_f} = \frac{A'_f - A_f}{A_f}$$

このとき $\alpha_A, \alpha_b, \alpha_z, \alpha_{A_w}, \alpha_{A_f}$ は規格部材から危険側部材を選択しないようにするための誤

差の重み係数である。これらの値は一般ユーザーに委ねられているが、本解析では、 E_A 、 E_B 、 E_Z 、 E_{Aw} 、 E_{Af} が正の場合はその係数の値を 1 とし、負となる場合は 10^5 に設定して大きなペナルティを与えるものとする。

10.5 解析例

本解析例では、5 層 3 スパン、5 層 5 スパン、10 層 3 スパン、10 層 5 スパンの 4 通りの解析モデルを用いて、それぞれ剛接建物と半剛接建物の最小コスト解析を行い、解を比較する。ただし、剛接建物の場合は、コストの最小化と重量の最小化が同じになる。本解析モデルの基本設計条件を表 10-1 にまとめる。

表 10-1 基本設計条件

建物形状	階高 400cm, スパン長 600cm 各層重量 100t
部材種別	はり H 形鋼中幅系列 柱 角形鋼管
材料定数	鋼材ヤング係数 2100t/cm ² ポアソン比 0.3 F 値 3.3t/cm ²
制約条件	許容層間変形角 1/200 許容応力度比 1.0
荷重条件	鉛直荷重 はり：長方形分布荷重 0.08t/cm 外柱：集中荷重 10t 内柱：集中荷重 2t 水平荷重 標準せん断力係数 0.2 地震力は A_i 分布
地盤条件	地域係数 1.0 第 2 種地盤
その他	はりの断面 2 次モーメント増大率 2.0

はりの部材系列

解析例ではり部材に用いる H 形鋼中幅系列は JIS の H 形鋼中幅系列 20 種からなる部材系列である。その部材系列の断面積に対する断面 2 次モーメントの関係式は次式で表される。

$$I = 0.597A^{2.326} \quad (10.21)$$

そのときの関係をグラフに示すと図 10-3 となる。

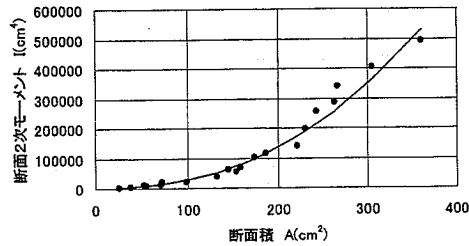


図 10-3 断面積に対する断面 2 次モーメントの近似関数

解析例 1 (5 層 3 スパン鉄骨造建物)

解析例 1 では、図 10-4 に示すような 5 層 3 スパンの鉄骨造建物を解析モデルとする。このとき、部材種類は 1~2 層と 3~5 層で分け、さらに外側と内側で分類し、計梁 4 種類、柱 4 種類とした。

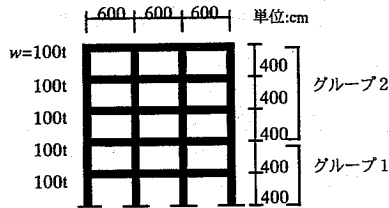


図 10-4 解析モデル 1

図 10-5 に最適部材断面積と接合係数を示す。図は線の太さで部材断面積の大きさを表現している。また、図中の数字は、接合係数 λ の値である。図より、半剛接合部は下層の内はり及び上層の外はりに用いられていることがわかる。

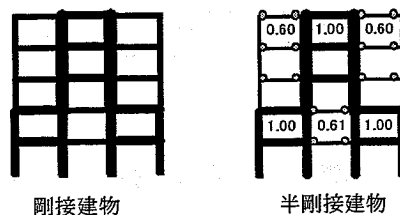


図 10-5 最適部材断面積と接合係数

表 10-2 に剛接建物と半剛接建物の各部材断面とコストを示す。また、表中には鋼材総重量を示し、コスト、鋼材総重量ともにカッコ内の値は数理計画法によって求めた規格部材を選択する前の数学的解である。表より半剛接建物のコストは 5,371,800 円であり、剛接のコスト 5,770,600 円に比べて約 6.9% 安く設計できることがわかる。なお、数学的解でコストを比較した場合は、剛接建物に比べ半剛接建物は約 3.5% 安であった。

表 10-2 部材断面

		剛接建物	A (cm ²)	半剛接建物	A (cm ²)	?
グループ2	外柱	□300-12	133.3	□250-9	84.0	-
	内柱	□450-19	309.0	□500-19	347.0	-
	外梁	H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.2	0.60
	内梁	H588-300-12-20	187.2	H700-300-13-24	231.5	1.00
グループ1	外柱	□400-14	209.4	□400-16	237.0	-
	内柱	□400-19	271.0	□400-19	271.0	-
	外梁	H594-302-14-23	222.4	H700-300-13-24	231.5	1.00
	内梁	H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.2	0.61
コスト*1		5,770,600 円(5,225,000円)		5,371,800円 (5,043,100円)		
鋼材総重量*1		26.23t (23.75t)		24.85t (23.42t)		

*1 カッコ内は数学的解

解析例 2 (5 層 5 スパン鉄骨造建物)

解析例 2 では、図 10-6 に示すような 5 層 5 スパンの鉄骨造建物を解析モデルとする。このとき、部材種類は 1~2 層と 3~5 層で分け、さらに柱 1~3、梁 1~3 で分類し、計梁 6 種類、柱 6 種類とした。

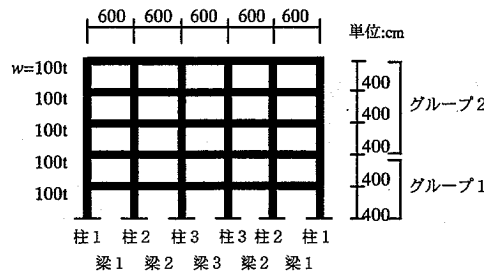


図 10-6 解析モデル 2

図 10-7 に最適部材断面積と接合係数を示す。図より、半剛接合部は下層及び上層ともに外はりに用いられていることがわかる。

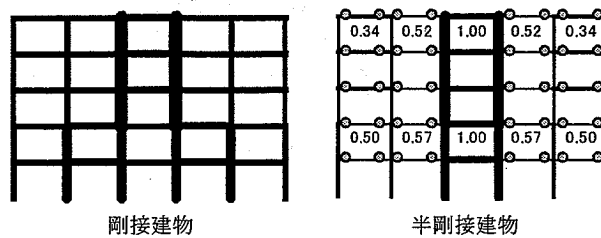


図 10-7 最適部材断面積と接合係数

また、表 10-3 に剛接建物と半剛接建物の各部材断面とコストを示す。表より半剛接建物のコストは 6,777,900 円であり、剛接のコスト 7,717,600 円に比べて約 12%安く設計できる

ことがわかる。なお、数学的解でコストを比較した場合は、剛接建物に比べ半剛接建物は約6.8%安であった。

表 10-3 部材断面

		剛接建物	A (cm ²)	半剛接建物	A (cm ²)	?
グループ2	柱1	□250-12	109.3	□250-9	84.0	-
	柱2	□300-12	133.3	□250-9	84.0	-
	柱3	□400-22	307.7	□450-25	392.8	-
	梁1	H390-300-10-16	133.3	H390-300-10-16	133.3	0.34
	梁2	H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.2	0.52
	梁3	H582-300-12-17	174.5	H594-302-14-23	222.4	1.00
グループ1	柱1	□300-12	133.3	□300-12	133.3	-
	柱2	□400-16	237.0	□300-14	153.4	-
	柱3	□350-19	239.2	□500-19	347.0	-
	梁1	H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.2	0.50
	梁2	H582-300-12-17	174.5	H396-199-7-11	72.2	0.57
	梁3	H390-300-10-16	133.3	H890-299-15-23	266.9	1.00
コスト*1		7,717,600円 (6,551,600円)		6,777,900円 (6,108,100円)		
鋼材総重量*1		35.08t (29.78t)		32.71t (29.43t)		

*1 カッコ内は数学的解

解析例3 (10層3スパン鉄骨造建物)

解析例3では、図10-8に示すような10層3スパンの鉄骨造建物を解析モデルとする。このとき、部材種類は1~2層と3~5層6~8層と9~10層で分け、さらに外側と内側で分類し、計梁8種類、柱8種類とした。

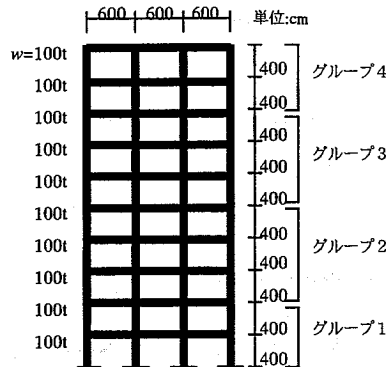


図 10-8 解析モデル3

図10-9に最適部材断面積と接合係数を示す。図より、半剛接合部は下層の内はり及び上層の外はりに用いられていることがわかる。

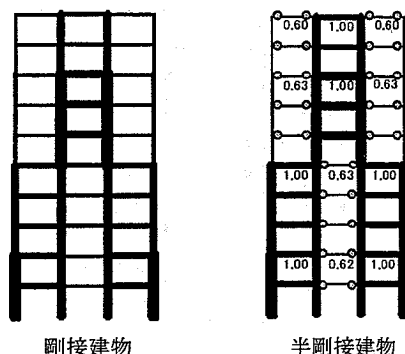


図 10-9 最適部材断面積と接合係数

また、表 10-4 に剛接建物と半剛接建物の各部材断面とコストを示す。表より半剛接建物のコストは 14,354,800 円であり、剛接のコスト 14,938,000 円に比べて約 3.9%安く設計できることがわかる。なお、数学的解でコストを比較した場合は、剛接建物に比べ半剛接建物は約 2.3%安であった。

表 10-4 部材断面

		剛接建物	A (cm ²)	半剛接建物	A (cm ²)	?
グループ4	外柱	□250-12	109.3	□200-12	85.3	-
	内柱	□450-19	315.2	□500-19	347.0	-
	外梁	H482-300-11-15	145.5	H340-250-9-14	99.5	0.60
	内梁	H488-300-11-18	159.2	H594-302-14-23	222.4	1.00
グループ3	外柱	□350-12	157.3	□300-12	133.3	-
	内柱	□500-28	488.3	□550-22	439.7	-
	外梁	H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.2	0.63
	内梁	H900-300-16-28	305.8	H912-302-18-34	360.1	1.00
グループ2	外柱	□450-19	309.0	□450-25	392.8	-
	内柱	□500-19	347.0	□450-22	360.0	-
	外梁	H700-300-13-24	231.5	H800-300-14-26	263.5	1.00
	内梁	H582-300-12-17	174.5	H396-199-7-11	72.2	0.63
グループ1	外柱	□500-28	488.3	□500-28	488.3	-
	内柱	□500-19	347.0	□500-19	347.0	-
	外梁	H800-300-14-26	263.5	H800-300-14-26	263.5	1.00
	内梁	H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.2	0.62
コスト*1		4,938,000円 (13,483,800円)		14,354,800円 (13,178,100円)		
鋼材総重量*1		67.90t (61.29t)		66.11t (60.72t)		

*1 カッコ内は数学的解

解析例 4 (10 層 5 スパン鉄骨造建物)

解析例 4 では、図 10-10 に示すような 10 層 3 スパンの鉄骨造建物を解析モデルとする。このとき、部材種類は 1~2 層と 3~5 層 6~8 層と 9~10 層で分け、さらに柱 1~3、梁 1~3 で分類し、計梁 12 種類、柱 12 種類とした。

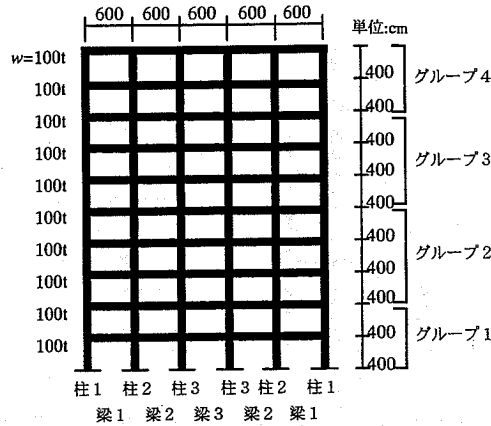


図 10-10 解析モデル 4

図 10-11 に最適部材断面積と接合係数を示す。図より、半剛接合部は建物に山型のコアを形成するように配置されることがわかる。

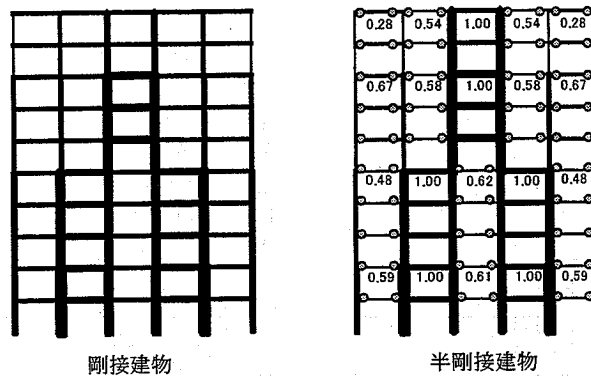


図 10-11 最適部材断面積と接合係数

また、表 10-5 に剛接建物と半剛接建物の各部材断面とコストを示す。表より半剛接建物のコストは 17,364,800 円であり、剛接建物のコスト 18,785,800 円に比べて、約 7.6%安く設計できることがわかる。なお、数学的解でコストを比較した場合は、剛接建物に比べ半剛接建物は約 3.7%安であった。

表 10-5 部材断面

	剛接建物	A (cm ²)	半剛接建物	A (cm ²)	?
グループ4	柱1 □250-8	75.2	□200-8	59.2	-
	柱2 □350-12	157.3	□200-9	66.0	-
	柱3 □400-14	209.4	□450-25	392.8	-
	梁1 H390-300-10-16	133.3	H390-300-10-16	133.3	0.28
	梁2 H482-300-11-15	145.5	H396-199-7-11	72.2	0.54
	梁3 H390-300-10-16	133.3	H588-300-12-20	187.2	1.00
グループ3	柱1 □300-12	133.3	□300-12	133.3	-
	柱2 □350-14	181.4	□350-12	157.3	-
	柱3 □500-19	347.0	□500-25	442.8	-
	梁1 H390-300-10-16	133.3	H340-250-9-14	99.5	0.67
	梁2 H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.2	0.58
	梁3 H792-300-14-22	243.4	H900-300-16-28	305.8	1.00
グループ2	柱1 □350-19	239.2	□350-12	157.3	-
	柱2 □450-22	351.7	□500-19	347.0	-
	柱3 □450-19	309.0	□450-22	351.7	-
	梁1 H482-300-11-15	145.5	H396-199-7-11	72.2	0.48
	梁2 H594-302-14-23	222.4	H792-300-14-22	243.4	1.00
	梁3 H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.2	0.62
グループ1	柱1 □400-16	237.0	□350-19	239.2	-
	柱2 □500-22	404.0	□550-25	492.8	-
	柱3 □450-22	351.7	□450-22	360.0	-
	梁1 H482-300-11-15	145.5	H396-199-7-11	72.2	0.59
	梁2 H594-302-14-23	222.4	H792-300-14-22	243.4	1.00
	梁3 H390-300-10-16	133.3	H396-199-7-11	72.2	0.61
コスト*1	8,785,800円 (16,550,600円)		17,364,800円 (15,932,400円)		
鋼材総重量*1	85.39t (75.23t)		81.54t (74.88t)		

*1 カッコ内は数学的解

各解析モデルの比較

半剛接合を高力ボルト接合、剛接合を溶接接合とすると、各モデルの半剛接合個所の比率は表 10-6 のようになる。表より、半剛接合部を最適に用いることで、建物の溶接接合個所を 5 割から 8 割減らすことができることがわかる。

表 10-6 半剛接合個所の比率

	溶接接合	高力ボルト接合
5 層 3 スパン	47%	53%
5 層 5 スパン	20%	80%
10 層 3 スパン	33%	67%
10 層 5 スパン	30%	70%

各解析モデルの鋼材総重量を図 10-12 に示す。図より、半剛接合部を最適に用いることで、鋼材総重量は剛接建物とほぼ同様か、3%~7%軽く設計ができることがわかる。ただし、数学的解で鋼材総重量を比較した場合には、0.5%~1.4%程度の低減であるので、数学的解を規格部材へ離散化したときの影響にも注意を払う必要がある。

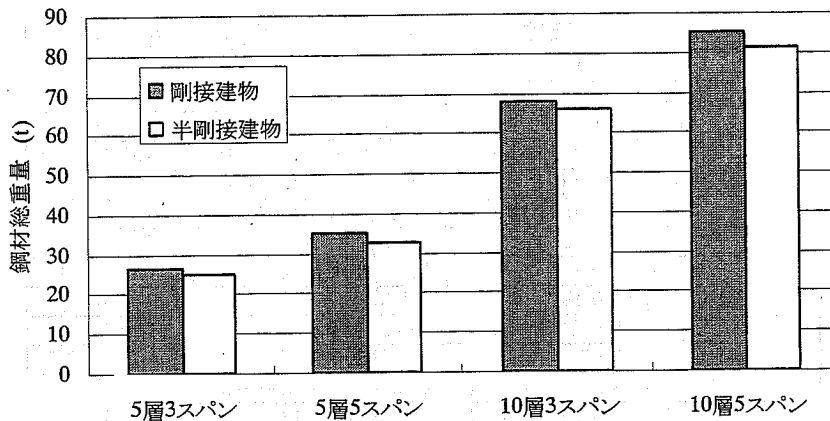


図 10-12 重量の比較

また、各解析モデルのコストを図 10-13 に示す。半剛接合部を最適に用いることで、コストは剛接建物に比べ最大 12%低減できることがわかる。なお、これらの値は、数学的解を規格部材へ離散化した場合の結果で、数学的解でコストを比較した場合、2.3%~6.8%程度の低減率となる。しかし、すべての解析モデルにおいて半剛接建物のコストは剛接建物のコストに比べて低い値になっている。

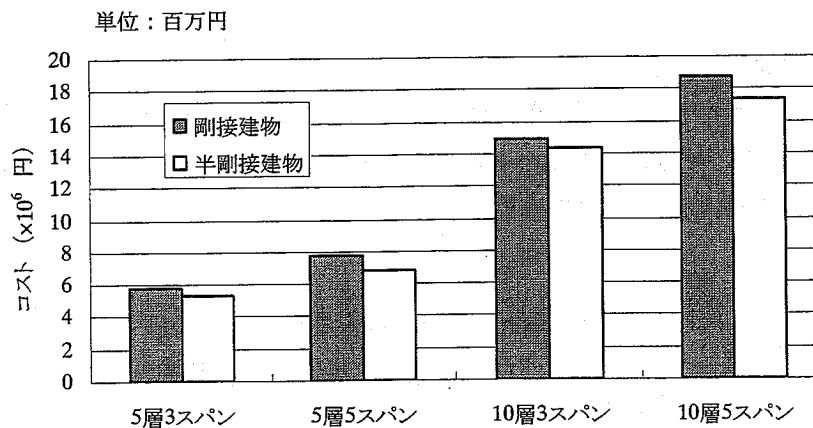


図 10-13 コストの比較

本解析では簡単のため、(10.2)式のようなコスト関数を仮定したが、参考のために、接合係数 $\lambda=0.5$ 以下の半剛接合のコストは一律に剛接合コストの6割(ピン接合と同じコスト)になると仮定し、接合係数に対する接合部コストをより安価に評価したコスト関数で解析をしたところ、各ケース、すべての接合部に半剛接合部が用いられ、半剛接建物は剛接建物

に比べて鋼材総重量(数学的解)は約10%~15%増加するものの約6%~12%のコスト(数学的解)の低減が得られた。よって、接合部のコスト関数が安値に評価されれば、剛接建物に比べて半剛接建物の鋼材総重量は増加しても目的関数であるコストが最小となる解が求められる場合があることを確認した。

また、本解析例に示した4種類のラーメン架構の最適解は、下層部では外側、上層部では内側部分の部材に応力を集中させて、全体的に山型のコア部分を形成する傾向にあることが認められる。これらの解は、集中荷重を受ける片持ち平板の位相最適化問題の解¹⁶⁾とほぼ同様の傾向を示しており、力学的にも正しいと考えられる。

10.6 まとめ

本章では、次のような仮定の下で、接合部のコストを考慮した半剛接鉄骨建物の最小コスト解析を逐次線形計画法によって行い、剛接建物と半剛接建物の解を比較した。

仮定 1) 接合部コストはピン接合($\lambda=0$)から剛接合($\lambda=1$)まで、 λ の変化に対して線形補間したコスト関数を用いた。このとき、ピン接合は剛接合に比べて接合部コストが4割低減すると仮定した。

仮定 2) 接合部の剛性は、はり端のバネのみで評価し、接合される柱の剛性とは無関係であるとした。

その結果、本解析モデルでは、半剛接合と剛接合を5割から8割程度の比率で組み合わせることで、剛接建物に比べて鋼材総重量は3%~7%程度軽く設計ができ、コストでは、同程度から最大12%程度の低減が可能であることが示された。

なお、これらの解析結果はコスト関数の設定に依存して様々な傾向を示すことが考えられる。コスト関数の設定に関してはさらに多くの研究が必要であるため、本章ではコスト関数の大域的な影響を考察するための基本的な検討を行った。そのとき、本章で設定したコスト関数による最適解は、第8章に示した鋼材総重量の最小化を目的関数とした場合の最適解と、ほぼ同様の傾向を示したため、本解析例では、第9章に示したような、はり成を制約した解析は示さなかった。

10.7 参考文献

- 1) 長谷川 隆：兵庫県南部地震における鉄骨造建物の被害状況分析，「鉄骨構造の耐震安全性向上を目指して」シンポジウム，1998年
- 2) 田中直樹：柱通し型柱—梁接合部の力学性能，「鉄骨構造の耐震安全性向上を目指して」シンポジウム，1998年
- 3) 大井謙一：半剛接ディテール利用の可能性とその耐震性能，「鉄骨構造の耐震安全性向上を目指して」シンポジウム，1998年
- 4) 田中直樹，澤本佳和，佐伯俊夫，志村保美：高力ワンサイドボルトを用いた角形鋼管柱・H形はり接合部の構造特性，日本建築学会構造系論文集，第505号，pp.123-130，1998年3月
- 5) 修行稔，岡延夫，李劍平：半剛接接合部を有する鋼立体骨組の弾塑性非線形解析，日本建築学会構造系論文集，第480号，pp.89-94，1996.2
- 6) E. S. B. Machaly : Optimum Weight Analysis of Steel Frames with Semirigid Connections, Computers & Structures, Vol.23, No.4, pp.461-474, 1986
- 7) L. M. C. Simões : Optimization of Frames with Semi-rigid Connections, Computers & Structures, Vol.60, No.4, pp.531-539, 1996
- 8) 藤谷義信，藤井大地，井上剛史：接合部に半剛接バネを有する骨組の有限要素解析，鋼構造年次論文報告集，第3巻，pp.69-76，1995年11月
- 9) 松本慎也，藤井大地，藤谷義信：半剛接合部を有する骨組の弾塑性地震応答解析，鋼構造年次論文報告集，第4巻，pp.339-346，1996.11
- 10) 春日康博，藤井大地，谷口元，藤谷義信：半剛接鉄骨造建物の最適設計（その1.数理計画法による半剛接合部の剛性評価），計算工学講演会論文集，Vol.3, pp.641-644, 1998.5
- 11) 松本慎也，春日康博，藤井大地，藤谷義信：半剛接鉄骨造建物の最適設計（その2.遺伝的アルゴリズムによる半剛接合部の最適配置計画），計算工学講演会論文集，Vol.3, pp.645-648, 1998年5月
- 12) 日本建築学会：鋼構造設計基準，1970年5月
- 13) 日本鋼管株式会社，鋼構造設計ハンドブック，1997年7月
- 14) 新日本製鐵株式会社：建設用資材ハンドブック，1994年1月
- 15) 川崎製鉄株式会社：鋼構造設計便覧，1998年3月
- 16) K. Suzuki and N. Kikuchi : A homogenization method for shape and topology optimization, Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, Vol.93, pp.291-318,1991

第11章

結論

本研究は、半剛接合部を有する建築骨組の構造解析を効率よく行うための有限要素モデルを提案するとともに、半剛接合部を有する建築骨組の構造解析における諸問題について考察し、建築骨組における半剛接合部の最適設計問題の一端を論じたものである。

本研究では、半剛接合部を考慮することによって生じる内節点の付加自由度を縮約し、通常のはり要素と同じ自由度で扱える半剛接要素の定式化を行い、解析プログラムのアルゴリズムを明快に構築することのできる手法を示した。そして、半剛接合部を有する建築骨組の静的応力、固有振動、座屈、静的および動的弾塑性、最適設計の各解析例を示した。各章の概要と得られた知見をまとめると、以下のようになる。

第1章では、本研究の背景および半剛接合部に関する既往の研究を示し、本研究の目的および概要について述べた。

第2章では、半剛接合部を有する骨組の剛性方程式の導出法において、内節点自由度を増加させることなく扱える半剛接要素の定式化を代表的な4通りの導出法によって示した。以下、4通りの定式化の方法と利点についてまとめる。

導出法1. 「静的縮約法による半剛接合部の定式化」：この方法は、はり要素端部に長さ0のバネ要素を付加し、はり要素とバネ要素の接合節点（内節点）の自由度を節点力の釣合条件を用いて縮約する方法である。この方法の利点は、内節点の釣合条件に基づいて定式化が行われるため、はり要素に分布荷重等の中間荷重が作用し、内節点での力の釣合に外力項が存在する場合にも同様の手順で定式化を行えば、容易にそのような荷重に対する等価節点力を導出できることにある。

導出法2. 「たわみ性関係式を用いる方法」：この方法は、はり要素と半剛接要素のたわみ性マトリックスを利用し、釣合マトリックスを用いて部材を直列結合する方法である。この方法の利点は、はり部材の部材端に剛域を考慮する場合には、釣合マトリックスに剛域の関係式を考慮することで、容易に剛域を考慮したはり要素の定式化を行うことができる。

点にある。

導出法 3. 「伝達方程式を用いる方法」：この方法は、要素 i 端の情報を伝達マトリックスを利用し、要素 j 端に伝達する関係式を求めることで、はり要素全体の剛性マトリックスを導く方法である。この方法の利点は、内節点自由度が自動的に縮約されるため、動的解析の場合に生じる縮約誤差を含まない形で定式化できる点にある。

導出法 4. 「流れ則を用いる方法」：この方法は、一般的な骨組の弾塑性解析法である塑性ヒンジ法の定式化に用いられる流れ則において、各自由度の塑性変形は連成せず独立なものとして仮定することで、半剛接合部の剛性方程式を導出する方法である。この方法の利点は、定式化の段階で、流れ則の基本式にかえれば、各自由度のバネ剛性の連成効果を考慮できる可能性がある点にある。

また、第 2 章では、基本的な数種の静的応力解析を行い、接合部に曲げバネおよびせん断バネを有する骨組の断面力と変形の基本特性を調査した。

第 3 章では、半剛接合部を有するはりの固有振動解析および座屈解析を行った。本解析法は、半剛接合部によって生じる付加自由度は静的縮約法によって縮約するため、固有振動解析では、分布質量系の解析の場合に縮約誤差を生じる。また、座屈解析でも、縮約誤差を生じるため、半剛接合部を有するはりの固有振動解析と座屈解析を行い、これらの縮約誤差の影響を調査した。

その結果、固有振動解析では、縮約誤差は、式の上では要素長と断面形状に依存するものであり、この内、数値解析上では、要素長の影響が大きく、断面形状の影響は通常の部材断面ではほとんど影響を与えないことが示された。また、高次振動の解析を行う場合は、少なくとも 1 要素に半波以上の振動モードの変化が生じないように適切に要素分割を行えば、特に問題はないことが示された。

座屈解析では、縮約誤差の影響係数のオーダーが固有振動解析よりも小さいことと、また通常座屈問題では 1 次モードのみが必要となることから、近似的に静的縮約を行っても問題はないと言える。

以上の点に注意した解析を行えば、本解析法は、静変形解析と同様に固有振動解析や座屈解析にも有効に利用することができることを示した。

第 4 章では、半剛接骨組の動的解析に利用できる部材端にバネとダッシュポットを有する有限要素の定式化を示し、静的縮約法による内節点自由度の縮約によって生じる誤差の検討を行った。

その結果、せん断バネに関しては、分布質量に関する縮約誤差もダッシュポット減衰に関する縮約誤差も小さく、接合部減衰が極端に大きい場合以外は、工学的に無視できる範囲の誤差であることがわかった。

一方、曲げバネに関しては、接合部が大きく変形するような振動モードが生じる場合に

分布質量の縮約誤差が大きくなることが示された。しかし、骨組の半剛接梁では、このような大きな曲げ振動が生じないため、この縮約誤差は工学的に無視できることがわかった。また、ダッシュポット減衰に関しては40%以上の接合部減衰を考える場合には、大きな縮約誤差が生じることがわかった。したがって、曲げバネの半剛接を考慮する場合は、以上のことに注意し、大きな誤差が予想される場合は分割数を増やすか、半剛接合部を有する要素の長さを短くすることで、本要素はこれらの解析に適用できることが示された。

第5章では、半剛接合部の非線形特性を考慮した建築骨組の静的弾塑性解析を示した。そのとき、接合部の非線形特性はRichardらによって提案されているべき乗関数によって評価し、塑性ヒンジ法に基づく骨組の静的弾塑性解析を行った。接合部は、既往の実験的研究によって得られている代表的な6種類の半剛接合部を用いるものとした。そして、それらの接合部を6層3スパンの鉄骨造建物のすべてのはり端に仮定し、 A_1 分布より算出した地震力を比例増分荷重として静的弾塑性解析を行った。

その結果、以下の結論を得た。

1. 本研究で取り扱った剛接建物では、塑性ヒンジは、はじめに5層のはり端部に生じ、続いて3層のはり端部に発生した後、5層内柱、3層内柱の順に発生するのに対し、半剛接建物では、はじめに1層柱脚部に塑性ヒンジが発生した後、3層のはり端部に発生し、はり降伏型の崩壊機構を形成することが示された。
2. 接合部の剛性低下は構造物全体の剛性を低下させ、接合部耐力が大きくなれば、構造物の耐力も大きくなり、構造物が崩壊に至るまでの変形が大きくなり、靱性が增大することが示された。

第6章では、第3章に示した手法をさらに発展させ、半剛接合部を有する骨組の弾塑性地震応答解析法を示した。

本方法を利用して、梁端の接合形式を6種の半剛接合と剛接合の計7種に設定して、レベル2の4種の地震波に対する6層鉄骨骨組の地震応答解析を行った。その結果、半剛接合部の剛性が弱くなると建物の最大変位は大きくなる傾向にあるが、建物の最大加速度と柱のせん断力、曲げモーメントは小さくなる傾向にあり、半剛接合部は大地震に対する応答に関して必ずしも不利なものとはならないことが示された。また、接合部剛性が低下すると上層部の層間変形角は大きくなること、柱・梁部材の塑性率に関しては、接合部剛性が低下すると、柱の塑性率は小さくなり、梁の塑性率は特に上層部が大きくなることがわかった。

第7章では、鉄骨骨組構造を対象にした最適設計プログラムの開発に必要な理論および計算法の概要と、剛接鉄骨建物の最小重量設計における局所解の発生パターンについての検討を行い、その1例を示した。

この解析例では 16 通りの初期断面を与えて計算を行ったところ局所解は 3 つのパターンに分類され、それぞれの総重量は最小重量解に対する相対誤差が 9% 以内であり、いずれもほぼ同様の重量解であった。これら局所解の収束断面の分布は、初期断面の分布とおおよそ対応しており、必ず外側、あるいは中央部分にコアを作り応力を集中させる傾向にあることが示された。

また、これらの解の中には、上階の柱断面が下階より大きい解や、はり断面が同階で極端に異なる解が得られる場合も見られ、このような解は、本章で対象とする 1 次設計での制約条件を満足しているものの、実務設計者には受け入れにくく、本解析法の制約では、このような解が求まる場合があることが示された。このような問題を回避する方法としては、部材ごとの設計変数を同一のものとした解析を行うことや、制約条件をさらに増やす方法などが考えられるが、本解析結果は、建築骨組の最適設計問題を考察する上で重要な特性を示しており、これらの解は建築構造計画に十分生かすことができるものと思われる。

第 8 章では、第 7 章の結果を踏まえ、それらをさらに発展させ、半剛接合部を有する建築骨組の最小重量設計を解析法 1、解析法 2 の 2 通りの解析法で行い、建物重量を最小にする半剛接合部の最適配置を求めた。そのとき、解析法 1 は接合部の剛性と部材の断面積を設計変数とし、建物の鋼材総重量を目的関数として、逐次線形計画法によって解析する最適設計法、解析法 2 は、接合部の剛性を数種の離散値とし、その組み合わせ最適問題を遺伝的アルゴリズムによって求める最適設計法である。

その結果、解析法 1 は、スパン数が多くなると局所解に収束してしまう場合があるものの、それを除けば、ほぼ最適解を求めることができることを確認した。また、5 層 3 スパン～10 層 7 スパンの鉄骨建物における半剛接合部の最適設計を行った結果、上層の外はりや下層の外はりまたは内はりに半剛接合部を用いて、各層に必ずコアを作るような配置が最適解となる傾向にあることが示された。また、剛接建物と半剛接建物の鋼材総重量を比べると、半剛接合部を用いることによる重量低減率は、10 層建物より 5 層建物の方が高く、半剛接合部を用いる際、5 層建物の方がより有効であることが示された。またスパン数が多くなるほど重量低減率は高くなり、このモデルの中では 5 層 7 スパン建物が半剛接の使用がもっとも有効であった。

第 9 章では、第 8 章までに示した解析法をさらに発展させ、施工上の観点から生じるはり成と幅厚比の制約を骨組構造の最小重量設計に考慮する方法を示し、建築骨組のはり成を制約した最小重量設計を示した。

その結果、本解析法によって、ユーザーの要求に応じたはり成の制約が行えることが確認できた。しかしながら、制約を厳しくしすぎた条件でユーザーが解析した場合、解析に用いる部材系列によっては、部材選択時に最適解に適した規格部材が見つけれず、危険側の部材が選択される可能性があるため、はり、柱の断面積の上限値は、選択する規格

部材の断面積の上限値とするなどの考慮が必要であることが示された。また、第8章と同様の解析モデルを用いてはり成と幅厚比を制約した解析を行った結果、半剛接合部を用いても、建物の鋼材総重量の低減は少ないことが示された。

第10章では、次のような仮定の下で、接合部のコストを考慮した半剛接鉄骨建物の最小コスト解析を逐次線形計画法によって行い、剛接建物と半剛接建物の解を比較した。

仮定1)接合部コストはピン接合($\lambda=0$)から剛接合($\lambda=1$)まで、 λ の変化に対して線形補間したコスト関数を用いた。このとき、ピン接合は剛接合に比べて接合部コストが4割低減すると仮定した。

仮定2)接合部の剛性は、はり端のバネのみで評価し、接合される柱の剛性とは無関係であるとした。

その結果、本解析モデルでは、半剛接合と剛接合を5割から8割程度の比率で組み合わせることで、剛接建物に比べて鋼材総重量は3%~7%程度軽く設計ができ、コストでは、同程度から最大12%程度の低減が可能であることが示された。

以上を総括すると、本研究では、半剛接合部を有する骨組の構造解析を行う際に必要とされる、より一般的で汎用性の高い半剛接骨組要素を提案し、半剛接合部を有する建築骨組の静的応力解析、固有振動解析、座屈解析、動的弾塑性解析の一連の解析法を開発し、建築骨組における半剛接合部の力学的特性を調査した。また、応力と変形の制約条件下における半剛接建築骨組の最適設計法を確立し、半剛接合部の最適配置および最適剛性の調査を行い、建築骨組における半剛接合部の適応性について論じた。

本研究で開発した半剛接はり要素は、任意自由度（曲げ、せん断、軸方向、ねじり）の半剛接バネを考慮することができ、建築骨組の構造解析に非常に有効なものであり、また、解析結果も半剛接合部の重要な特性を示唆しているものと思われる。

本研究で得られた結果は、理想的な接合部の工学モデルに基づく数値解析によるものであり、これらの結果を実際の構造設計に取り入れるためには、数多くの実験および実測データと解析値の比較・照合、あるいは、より詳細なモデル化等によるさらなる検討が必要であろう。このような現段階では扱えなかった事象については、今後さらに研究を進めてゆきたい。

謝辞

本論文は、博士課程前期・後期の5年間を通して行った研究をまとめたものである。この研究を進めるにあたって、藤谷義信先生には、卒業論文から終始一貫した指導をしていただき、研究の基礎から徹底した御指導をいただいた。近藤一夫先生には、懇切丁寧な御指導と多くの貴重な御助言を賜り、常に温かく見守っていただいた。吉田長行先生には、的確なアドバイスと常に温かい御支援をいただいた。藤井大地先生には、解析プログラムの作り方から論文の書き方に至るまでの研究の進め方をゼロから徹底的に教えていただいた。

嶋津孝之先生、中村雄治先生、北川良和先生をはじめとする広島大学建設構造工学の諸先生方には、講義や講演、その他を通じて幅広い御指導をいただいた。また、北川良和先生、富永晃司先生、松尾彰先生には、論文審査を通じて貴重な御助言を賜った。

大学および大学院生時代には、多くの先輩や友人にお世話になった。中でも、大学院博士課程後期で共に学んだ友永芳男君には、研究のことなど様々なことを教えていただいた。また、船越宙君には、博士課程前期のときに、研究をはじめ公私ともに色々とお世話になり、上杉義則君には、共同研究者として大変お世話になった。また、本研究を学位論文としてまとめるにあたり、同研究室の藤原亮二君にお世話になった。

ここに記して深く感謝いたします。

2000年2月



松本慎也

付録

本論文での単位は、工学単位を用いているが、国際的な標準単位には SI 単位が用いられるため、ここにその対応表を示す。

工学単位(重力単位)と SI 単位の対応

	工学単位	SI 単位
力	kgf (キログラム重) =1kg (SI 単位) の質量に重力加速度 (9.8m/s ²) を生じさせるような力 (慣用として kg と書く)	N (Newton) =1kg (SI 単位) の質量に 1m/s ² の加 速度を生じさせるような力
	1kgf=9.8N 1tonf=9.8kN	
質量	kgf·s ² /m (kg·s ² /m, 慣用)	kg
	1 kgf·s ² /m=9.8kg (1/9.8) kgf·s ² /m=1kg (従来の工学単位で 1 キログラムの重量 (1kgf) の物体の SI 単位の質量 は 1kg である)	
剛性	kgf/m (kg/m, 慣用)	N/m
	1kgf/m=9.8N/m	
ニュートンの法則 (力=質量×加速度)	kgf=[kgf·s ² /m]·[m/s ²]	N=kg·[m/s ²]
応力	kgf/m ² (kg/m ² , 慣用)	Pa (Pascal) =N/m ²
	1kgf/m ² =9.8N/m ² =9.8Pa 1kgf/cm ² =9.8×10 ⁴ Pa=98kPa 1tonf/cm ² =98×10 ³ kN/m ² =98MPa 例 : 鋼の降伏点 2.4×10 ³ kgf/cm ² =235MPa ヤング係数 2.1×10 ⁶ kgf/cm ² =206GPa	
エネルギー, 仕事	kgf·m	J (Joule) =N·m
	1kgf·m=9.2J	

	工学単位	SI 単位
仕事率	kgf·m/s	W(Watt)=J/s
	1kgf·m/s = 9.8W	
1 質点系	 <p>質量 1 kgf, 質量 $\frac{1 \text{ kgf} \cdot \text{s}^2}{9.8 \text{ m}}$ 剛性 1 kgf/m 振動数 f $= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\text{剛性}/\text{質量}}$ $= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{1 \text{ kgf/m}}{(1/9.8) \text{ kgf} \cdot \text{s}^2/\text{m}}}$ $= 0.5 \text{ Hz}(1/\text{s})$</p>	 <p>質量 1 kg 剛性 9.8N/m 振動数 f $= \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{9.8 \text{ N/m}}{1 \text{ kg}}}$ $= 0.5 \text{ Hz}(1/\text{s})$</p>