繰り込み群によるＱＣＤの改良された作用

(10640272)

平成12年度科学研究費補助金
(基盤研究(C)(1))

研究成果報告書

平成13年3月

研究代表者　中村　純
(広島大学・総合科学部・教授)

研究組織

研究代表者： 中村 純 （広島大学・総合科学部・教授）

研究分担者： 宮村 修 （広島大学・理学研究科・教授）

研究分担者： 酒井 淳 （山形大学・教育学部・教授）

研究分担者： 橋本 貴明 （福井大学・工学部・助教授）

研究分担者： 日置 慎治 （帝塚山大学・経営情報学部・助教授）

研究分担者： 高石 哲弥 （広島経済大学・経済学部・講師）

研究経費

平成10年度： 1,500千円

平成11年度： 800千円

平成12年度： 700千円

計 ： 3,000千円

研究発表

1. 学会誌等 p2

研究成果

1. 要約 p5
2. Grib ov Am biguity i n non-perturbativ e Gauge Theories p12
   ここでは、QCD において最も基本的な量であるグルーオンのゼロ温度、有限温度での振舞いについて調べる。
3. Impr oved Gauge Actions on Anisotropic Lattices p27
   改良された作用の非等方格子への応用を議論する。
4. Renormalization group flow of SU(3) lattice gauge theory p48
   要旨で述べた繰り込み群による改良された作用の研究についての詳細を述べる。
5. Meson correlators in finite temperature lattice QCD p65
   有限温度でのハドロンの振舞いについて議論する。

研究発表 (学会誌等)

1. QCD-TARO Collaboration
   MESON CORRELATORS IN FINITE TEMPERATURE LATTICE QCD.
   Phys.Rev. D63 (2001) 054501 . (e-Print Archive: hep-lat/0008005)

2. QCDTARO Collaboration: Ph.deForcrand, M.García Pérez, T.Hashimoto, S.Hioki, H.Matsufuru, O.Miyamura, A.Nakamura, I.O.Stamatescu, T.Takaishi
   Renormalization group flow of SU(3) lattice gauge theory - Numerical studies in a two coupling space -
   Nucl.Phys. B577, (2000) 263-278

3. F. Shoji, T. Suzuki, H. Kodama, A. Nakamura
   NEW GAUGE FIXING METHOD FOR ABELIAN PROJECTION.
   Phys.Lett. B476, (2000) 199-204

4. S. Sakai, T. Saito , A. Nakamura
   ANISOTROPIC LATTICE WITH IMPROVED GAUGE ACTIONS. 1. STUDY OF FUNDAMENTAL PARAMETERS IN WEAK COUPLING REGIONS.
   Nucl.Phys. B584, (2000) 528-542

5. QCD-TARO Collaboration
   MONTE CARLO RENORMALIZATION GROUP ANALYSIS OF QCD IN TWO-DIMENSIONAL COUPLING SPACE.
   Nucl.Phys.(Proc.Suppl)83, (2000),872-874 (hep-lat/9910011)

6. QCD-TARO Collaboration
   A STUDY OF MESON CORRELATORS AT FINITE TEMPERATURE.
   Nucl.Phys.(Proc.Suppl)83, (2000), 411-413 (hep-lat/9911001)

7. QCD-TARO Collaboration
   EFFECTS OF CHEMICAL POTENTIAL ON HADRON MASSES IN THE PHASE TRANSITION REGION.
   Nucl.Phys.(Proc.Suppl)83, (2000), 408-410 (hep-lat/9911034)

8. Sunao Sakai , Atsushi Nakamura , Takuya Saito
ANISOTROPIC IMPROVED ACTIONS.
Nucl.Phys.(Proc.Suppl.)83, (2000), 399-401 (hep-lat/0001004)

9. Y. Liu, O. Miyamura, A. Nakamura , T. Takaishi
SIMULATION OF SU(2) DYNAMICAL FERMION AT FINITE CHEMICAL POTENTIAL AND AT FINITE TEMPERATURE.
To be published in the proceedings of International Workshop on Non-Perturbative Methods and Lattice QCD, Guangzhou, China, 15-21 May 2000.

10. S.Sakai, A.Nakamura and T.Saito
Anisotropic Improved Gauge Actions – Perturbative and Numerical Studies –
Nucl.Phys. B(Proc.Suppl.)73, 1999, 417-419

11. Ph. de Forcrand, M.Garcia Perez, T.Hashimoto, S.Hioki, H.Matsufuru, O.Miyamura, A.Nakamura, I.O.Stamatescu, T.Takaishi and T.Umeda
Finite Temperature QCD on Anisotropic Lattices
Nucl.Phys. B(Proc.Suppl.)73, 1999, 420-423

12. Ph. de Forcrand, M.Garcia Perez, T.Hashimoto, S.Hioki, H.Matsufuru, O.Miyamura, A.Nakamura, I.O.Stamatescu, T.Takaishi and T.Umeda
Effects of Chemical Potential on Hadron Masses at Finite Temperature
Nucl.Phys. B(Proc.Suppl.)73, 1999, 477-479

13. S.Hioki and A.Nakamura
QCDimMPI: MPI code for QCD with improved action
Nucl.Phys. B(Proc.Suppl.)73, 1999, 895-897

14. Ph. de Forcrand, M.Garcia Perez, T.Hashimoto, S.Hioki, H.Matsufuru, O.Miyamura, A.Nakamura, I.O.Stamatescu, T.Takaishi and T.Umeda
Scaling Analysis of Improved Actions for Pure SU(3) Gauge Theory
Nucl.Phys. B(Proc.Suppl.)73, 1999, 924-926

15. Atsushi Nakamura
Gribov Ambiguity in Non-Perturbative Gauge Theories
Acta Physica Hungarica HEAVY ION PHYSICS Volume 9, Numbers 2-3, 1999 "Gribov Memorial Volume", 121-132

16. A.Nakamura, T.Saito and S.Sakai
Numerical Results for Transport Coefficients of Quark Gluon Plasma with Iwasaki's Improved Action
Nucl.Phys. B(Proc.Suppl.)63, 1998, 424-426

17. S.Sakai, A.Nakamura and T.Saito
Transport Coefficients of Quark Gluon Plasma from Lattice Gauge Theory
Nucl.Phys. A638, 1998, 535c-538c

18. Ph. de Forcrand, M.Fujisaki, T.Hashimoto, S.Hioki, H.Matsufuru,O.Miyamura, A.Nakamura, M.Okuda, I.O.Stamatescu T.Takaishi, and Y.Tago,
Spectral analysis of mesonic channels at finite temperature on anisotropic lattices
Nucl.Phys. B(Proc.Suppl.)63, 1998, 460-462

19. Ph. de Forcrand, T.Hashimoto, S.Hioki, H.Matsufuru,O.Miyamura, A.Nakamura, M.Okuda, I.O.Stamatescu and T.Takaishi
Renormalization group flow of SU(3) gauge theory Nucl.Phys. B(Proc.Suppl.)63 1998, 928-930

20. A.Nakamura
Gluon Propagators and QCD Vacuum
Prog.Theor.Physics, Suppl.131, 1998, 585-596

研究成果

1　本研究の目的と要約
– 連続極限に向けての格子QCD –

ウイルソンの提唱した格子ゲージ理論においては、作用は格子上でゲージ不変な項の和によって表されるが、その形には不定性がある。これまで最も単純な形の作用によってシミュレーションが進められてきたが、それ以外の項を導入することにより、より連続極限に近い結果が得られることが近年明らかになってきた。格子ＱＣＤの数値シミュレーションは、強い相互作用の非摂動的な振る舞いの研究において非常に有用である。しかし、定量的に信頼できる結果を得るための、より連続極限に近いシミュレーションには膨大な計算コストが必要であることも分かってきた。

しかし、導入するべき項、また各項の係数の決定についてはいまだ模索状態が続いている。本研究の目的は、繰り込み変換を数値的に行い、繰り込まれた軌跡を求めることで、効率的なＱＣＤ作用を求めることである。

理論的には繰り込まれた軌跡の上で与えられる作用は離散化による影響を持たず、最も理想的な作用（完全作用）が求まることが期待されている。このことは古くから知られていたが、ＱＣＤに対し近似無しに繰り込み変換を行い、相互作用の変化を調べることはこれまで出来なかった。我々のグループ（ＱＣＤＴＡＲＯ）では、Schwinger-Dyson法やデーモン法のＱＣＤへの適用可能性のテストを続け、数値シミュレーションにより２パラメータ、３パラメータの場合について実際に繰り込み変換を行い、パラメータ空間での流れを調べてきた。その結果、２パラメータの場合にすでに繰り込まれた軌跡の兆候が現れ、Symanzik型の改良相互作用、Iwasaki型の改良相互作用との関係も明らかになってきた。そして、Wilson型から繰り込まれた軌跡に近づくにつれ重クォークポテンシャルにおける格子の離散化による影響は小さくなっていくことが見いだされた。

2　背景

Wilsonによる SU(2) ゲージ理論の繰り込み群的解析以来 [1]、多くの非摂動的モンテカルロ繰り込み群による β 関数の研究が行われてきた。こ

れらの研究では $\Delta\beta$ 等の、β 関数の間接的情報が得られてきた (文献 [3] および [2] 中の文献を参照)。近年の、格子計算の技術的進歩により、結合定数空間の繰り込み変換のフローを直接的に計算することが可能となってきた [4, 5, 6]。

本研究計画では、格子の運動量切断を変化させるブロッキング変換により、繰り込みの効果を研究する。ブロッキングされた変数 V の関数としての繰り込み変換後の作用 S' は、元の作用 $S(U)$ から次のように構成される。

$$e^{-S'(V)} = \int e^{-S(U)}\delta(V - P(U))DU, \tag{1}$$

ここで P は、ブロッキング変換を表す。結合定数空間において、ブロッキング変換は S を表す点から、S' を表す点への遷移と捉えることができる。このブロッキング変換を繰り返すことにより、結合定数空間の中において、「繰り込み群のフロー」と呼ばれる軌跡が得られる。この中でも、紫外固定点を始点とするものは、連続極限に対応する長距離での性質を保存し、特に「繰り込まれた軌跡」と呼ばれる。そして、この「繰り込まれた軌跡」の上の作用は、「完全作用」と呼ばれる [9]。もし、「繰り込まれた軌跡」をブロッキング変換によって見出すことができれば、連続極限での結果と同じものを与える作用を得られることになる。この観点から、Iwasaki は摂動論に基づいた Wilson ループのマッチングにより「繰り込まれた軌跡」を近似的に求め、「改良された作用」を提案した [8]。

本研究では、SU(3) 格子ゲージ理論の (β_{11}, β_{12}) の 2 パラメータ空間において、繰り込み変換を数値的に行い、繰り込み群のフローを求めていく。すなわち、以下の作用について考える：

$$S = \beta_{11}\sum_{plaq}(1 - \frac{1}{3}\mathrm{ReTr}P_{plaq}) + \beta_{12}\sum_{rect}(1 - \frac{1}{3}\mathrm{ReTr}P_{rect}) \tag{2}$$

ここで P_{plaq} と P_{rect} は、1×1 ループ、1×2 ループを表す。

3 ブロッキング変換と繰り込み効果の決定

格子上の SU(3)) ゲージ場の繰り込み変換のフローを調べるための基本的定式化を以下で構成する。まず、結合定数 $(\beta_{11}, \beta_{12}, \cdots)$ を持つ作用 S

によって場の配位を生成し、それにブロッキング変換を行う。次に、変換された配位を再現するような結合定数 $(\beta'_{11}, \beta'_{12}, \cdots)$ を持った作用 S' を決定する。

格子上でのブロッキング変換を行うために、ここでは Swendsen's によるファクター 2 ブロッキングを採用する [11]。SU(3) リンク変数 $U_\mu(n)$ に対して、ブロックされた変数は次のように与えられる。

$$Q_\mu(n) = U_\mu(n)U_\mu(n+\hat{\mu}) + c\sum_{\nu\neq\mu} U_\nu(n)U_\mu(n+\hat{\nu})U_\mu(n+\hat{\nu}+\hat{\mu})U^\dagger_\nu(n+2\hat{\mu}) \quad (3)$$

ここで c は、staple 状のパスの重みを決まるパラメータである。$Q_\mu(n)$ から SU(3) の変数 $V_\mu(n)$ へ射影は $Re\mathrm{Tr}(Q_\mu(n)V^\dagger_\mu(n))$ を最大化することで得られる。

ブロッキング後の変数 V での作用 S' を決定するために Schwinger-Dyson 法を採用する [4]。これは以下の恒等式に基づいている。

$$\langle \mathrm{ImTr}(\lambda^c V_l G^\alpha_l)\rangle = \frac{1}{Z}\int \mathcal{D}V \ \mathrm{Im\ Tr}\ (\lambda^c V_l G^\alpha_l) e^{-S'} \quad (4)$$

ここで λ^c は Gell-Mann 行列、G_l は staples の和 である。作用 S' は以下のような形を持つと仮定する。$\sum_l\ Re\ \mathrm{Tr} V_l G_l$. 本研究では γ は plaquette と rectangle に対応する。(4) 式は $V_l \to (1+i\epsilon\lambda^c)V_l$. という変換に対して不変である。$\epsilon$ の 1 次の項をゼロと置くことにより

$$\int DV[\mathrm{ReTr}((\lambda^c)^2 V_l G^\alpha_l) + \mathrm{ImTr}(\lambda^c V_l G^\alpha_l)\mathrm{ImTr}(\lambda^c V_l G_l)]e^{-S'} = 0. \quad (5)$$

を得る。この式を c について足すことにより Schwinger-Dyson 方程式を得る。

$$\frac{8}{3}\mathrm{Re}\langle \mathrm{Tr}(V_l G^\alpha_l)\rangle = \sum_\gamma \frac{\beta_\gamma}{6}\{-\mathrm{Re}\langle \mathrm{Tr}(V_l G^\alpha_l V_l G^\gamma_l)\rangle$$
$$+\mathrm{Re}\langle \mathrm{Tr}(G^\alpha_l (G^\gamma_l)^\dagger)\rangle - \frac{2}{3}\langle \mathrm{Im\ Tr}(V_l G^\alpha_l)\mathrm{Im\ Tr}(V_l G^\gamma_l)\rangle\}. \quad (6)$$

ここで以下の恒等式を使った。$\sum_{c=1}^8 \mathrm{Tr}(\lambda^c A)\mathrm{Tr}(\lambda^c B) = 2\mathrm{Tr}AB - \frac{2}{3}\mathrm{Tr}A\mathrm{Tr}B$. この式をブロッキングされた配位に適用し、両辺の $\langle\cdots\rangle$ の期待値を計算する。(6) 式は、β_γ を未知数とする線形 1 次方程式とみなすことができる。

ここでは 2 つの結合定数を持った場合の繰り込み変換を考えるので、その場合についての Schwinger-Dysona 方程式を具体的に書き下しておく。

$$\langle \mathrm{Re\ Tr}(P^i_{\mu\nu})\rangle \ = \frac{\beta^V_{11}}{16}\sum_{\sigma\neq\mu}[-\langle \mathrm{Re\ Tr}(P^i_{\mu\nu}P^{(1)}_{\mu\sigma})\rangle + \langle \mathrm{Re\ Tr}(P^i_{\mu\nu}P^{(1)\dagger}_{\mu\sigma})\rangle$$

$$
\begin{aligned}
&-\frac{2}{3}\langle \mathrm{Im\ Tr}(P^i_{\mu\nu})\mathrm{Im\ Tr}(P^{(1)}_{\mu\sigma})\rangle] \\
&+\frac{\beta^V_{12}}{16}\sum_{\sigma\neq\mu}[-\langle \mathrm{Re\ Tr}(P^i_{\mu\nu}P^{(2)}_{\mu\sigma})\rangle + \langle \mathrm{Re\ Tr}(P^i_{\mu\nu}P^{(2)\dagger}_{\mu\sigma})\rangle \\
&-\frac{2}{3}\langle \mathrm{Im\ Tr}(P^i_{\mu\nu})\mathrm{Im\ Tr}(P^{(2)}_{\mu\sigma})\rangle \\
&-\langle \mathrm{Re\ Tr}(P^i_{\mu\nu}P^{\Gamma}_{\mu\sigma})\rangle + \langle \mathrm{Re\ Tr}(P^i_{\mu\nu}P^{\Gamma\dagger}_{\mu\sigma})\rangle \\
&-\frac{2}{3}\langle \mathrm{Im\ Tr}(P^i_{\mu\nu})\mathrm{Im\ Tr}(P^{\Gamma}_{\mu\sigma})\rangle \\
&-\langle \mathrm{Re\ Tr}(P^i_{\mu\nu}P^{\Delta}_{\mu\sigma})\rangle + \langle \mathrm{Re\ Tr}(P^i_{\mu\nu}P^{\Delta\dagger}_{\mu\sigma})\rangle \\
&-\frac{2}{3}\langle \mathrm{Im\ Tr}(P^i_{\mu\nu})\mathrm{Im\ Tr}(P^{\Delta}_{\mu\sigma})\rangle], \qquad (7)
\end{aligned}
$$

ここで

$$
\begin{aligned}
P^1_{\mu\nu}(n) &= V_\mu(n)V_\nu(n+\hat\mu)V_{-\mu}(n+\hat\mu+\hat\nu)V_{-\nu}(n+\hat\nu) \qquad (8) \\
P^2_{\mu\nu}(n) &= V_\mu(n)V_\nu(n+\hat\mu)V_\nu(n+\hat\mu+\hat\nu) \\
&\quad V_{-\mu}(n+\hat\mu+2\hat\nu)V_{-\nu}(n+2\hat\nu)V_{-\nu}(n+\hat\nu) \qquad (9) \\
P^\Gamma_{\mu\nu}(n) &= V_\mu(n)V_\nu(n+\hat\mu)V_{-\mu}(n+\hat\nu) \\
&\quad V_{-\mu}(n-\hat\mu+\hat\nu)V_{-\nu}(n-\hat\mu)V_\mu(n-\hat\nu) \qquad (10) \\
P^\Delta_{\mu\nu}(n) &= V_\mu(n)V_\mu(n+\hat\mu)V_\nu(n+2\hat\mu) \\
&\quad V_{-\mu}(n+2\hat\mu+\hat\nu)V_{-\mu}(n+\hat\mu+\hat\nu)V_\nu(n+\hat\nu) \qquad (11)
\end{aligned}
$$

ただし $V_{-\mu}(n)=V^\dagger_\mu(n-\hat\mu)$

4 結果

前節の定式化を使い、2結合定数の場合についてのファクター2ブロッキングを行う。ブロッキングパラメータ c は 0.5 と取った。

モンテカルロシミュレーションは 8^4 と 16^4 のサイズの格子上で行った。ブロッキングは 30 以上の点において行った。各点では 100 スイープ離した約 100 配位を使って計算した。調査した領域は (β_{11},β_{12}) 空間の第4象現である。

結果は図1に示されている。

この図から多くの知見が得られる。もし、通常のプラケット作用 ($\beta_{12}=0$ line), からスタートすると負の β_{12} が得られる。このことは摂動論の計

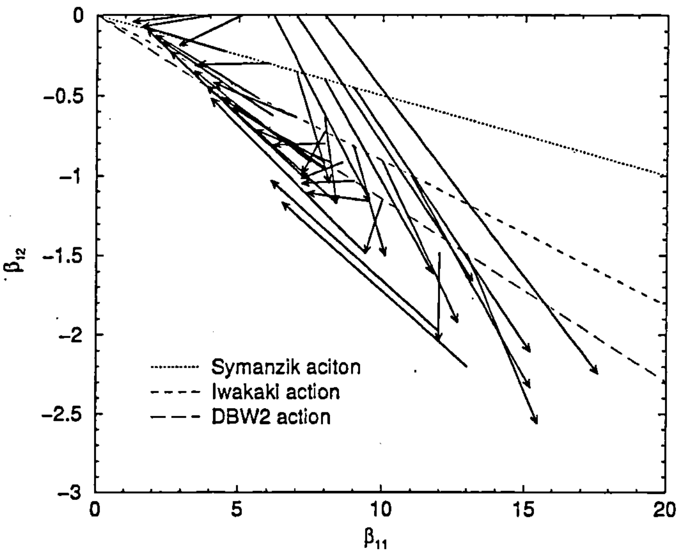

図 1: 2 結合定数空間での QCD の繰り込み変換フロー

算からも予想される。$\beta_{11} = 6 \sim 8$ あたりでは、繰り込みは非常に大きく β_{11} は β_{12} の 2 倍近くになる。ここで得られた結果はツリーレベルの Symanzik 作用よりはるかに下にある。一方、強結合領域である $\beta_{11} < 5$ あたりでは、β_{11} は繰り込みによって小さくなる。

ツリーレベル Symanzik 作用 $\beta_{12}/\beta_{11} = -0.05$ では繰り込みの結果は β_{12} をより負の値に変換する。このことは、ツリーレベルの Symanzik 作用はブロッキング不変の状態からは以前大きく離れていることを意味する。

Iwasaki 作用 $\beta_{12}/\beta_{11} = -0.09073$ からスタートするフローについて見てみる。繰り込みの結果は $(\beta_{11} + 8\beta_{12} \approx 2)$ あたりまでは、Iwasaki 作用の上にあるように見える。これより上の点では、フローは離れていく。

大局的に見ると、1 つの繰り込まれた軌跡が現れているように見える。2 結合定数空間で、繰り込まれた軌跡が見出されたことは驚くべきことである。

我々は、さらにこの近似的な繰り込まれた軌跡の上の作用について、スケーリングのテストを行い、その作用がよい回転対称性を持っていることを確認した。また、2 結合定数の上でのフローを記述する現象論的な式を見出した。これらの詳細については、文献 [?] に報告されている。

参考文献

[1] K.G. Wilson, in *Recent Developments in Gauge theories*, ed. G. t'Hooft (Plenum Press, New York, 1980) p.363.

[2] R. Gupta, The Renormalization Group and lattice QCD", *From Actions to Answers*, ed. T. DeGrand and D. Toussaint, World Scientific 1990; Scaling, the Renormalization Group and Improved Lattice Actions", *Quantum Fields on the Computer*, Ed. M. Creutz, World Scientific, 1992.

[3] QCD-TARO Collaboration, Phys.Rev.Letters,(1993) 71, 3963.

[4] A. Gonzalez-Arroyo and M. Okawa, Phys.Rev.D 35 (1987) 672; Phys.Rev.B 35 (1987) 2108.

[5] M. Hasenbusch, K. Pinn and C. Wieczerkowski, Phys. Lett. B338 (1994) 308.

[6] T. Takaishi, Mod. Phys. Lett. A10 (1995) 503.

[7] A.Patel and R.Gupta, Phys.Lett. B 183 (1987) 193.

[8] Y.Iwasaki, University of Tsukuba prerint, UTHEP-118, 1983.

[9] P. Hasenfratz, F. Niedermayer, Nucl.Phys.B414(1994)785

[10] QCD-TARO Collaboration, Nucl.Phys.B(Proc.Suppl.) 53 (1997) 938.

[11] R.H. Swendsen, Phys.Rev.Lett. 42 (1979) 859.

[12] M.Creutz, Phys.Rev.Lett. 50 (1983) 1441 ; M.Hasenbush, K.Pinn, and C.Wieczerkowski, Phys.Lett. B 338 (1994) 308.

[13] M. Creutz, Quarks, gluons and lattices", Cambridge Univ Press, 1985, Chapter 10.

[14] K.Symanzik, Nucl.Phys.B 226 (1983) 187,205.

[15] S. Itoh, Y. Iwasaki and T. Yoshie, Phys.Rev.D 33 (1986) 1806.

[16] T. Takaishi, Phys. Rev. D 54 (1996) 1050.

[17] I.R. McDonald and K. Singer, Discuss. Faraday, Soc. 43 (1967) 40.; A.M. Ferrenberg and R.H. Swendsen, Phys.Rev.Lett.61 (1988)2635.;63(1989)1195.

[18] G.S. Bali and K. Schilling, Phys.Rev.D 46(1992) 2636.

[19] Y. Iwasaki and K. Kanaya, K. Kaneko, T.Yoshié, Phys. Rev. D 56 (1997) 151.

[20] B. Beinlich, F. Karsch, E. Laermann and A. Peikert, Eur. Phys. J. C6 (1999) 133-140

[21] G. Boyd, J. Engels, F. Karsch, E. Laermann, C. Legeland, M. Lütgemeier and B. Petersson, Nucl.Phys.B 469 (1996) 419.

[22] F. Karsch with B. Beinlich, J. Engels, R. Joswig, E. Laermann, A. Peikert and B. Petersson, Nucl.Phys.B (Proc.Suppl.) 53 (1997) 413.

[23] Ph. de Forcrand et al., QCDTARO-collaboration , Nucl.Phys. B(Proc.Suppl.)63A-C (1998) 928-930.

[24] Ph. deForcrand et al., QCDTARO-collaboration , Proceedings of the LATTICE98, Colorado,1998, Nucl.Phys. B(Proc.Suppl.)73 (1998) 924.

[25] Ph. deForcrand et al., QCDTARO-collaboration , Proceedings of the LATTICE9p, Pisa,1999,

[26] Equation of state for pure SU(3) gauge theory with renormalization group improved action
M. Okamaoto et al., UTHEP-402, hep-lat/9905005, (1999)

[27] A.Borici and R.Rosenfelder, Nucl. Phys. B(Proc.Suppl.)63A-C (1998) 925.