
繰り返し荷重下の平板および防撓板の
座屈・塑性崩壊挙動解析モデルの開発

(研究課題番号 10555342)

平成 10 年度～平成 12 年度
科学研究費補助金 (基盤研究(B)(2))
研究成果報告書

平成 13 年 3 月

研究代表者 藤久保 昌彦
(広島大学工学部教授)

繰り返し荷重下の平板および防撓板の
座屈・塑性崩壊挙動解析モデルの開発

(研究課題番号 10555342)

平成 10 年度～平成 12 年度
科学研究費補助金 (基盤研究(B)(2))
研究成果報告書

平成 13 年 3 月

研究代表者 藤久保 昌彦
(広島大学工学部教授)

目次

はしがき

研究組織

研究経費

研究成果の概要

研究成果論文一覧

研究成果

- (1) 資料1：繰り返し荷重下の鋼材の応力～ひずみ挙動とその定式化
- (2) 資料2：薄肉アングル柱の繰り返し座屈崩壊挙動
- (3) 資料3：繰り返し面内荷重下の矩形板の座屈・塑性崩壊挙動
- (4) 研究論文1：ISUM Rectangular Plate Element with New Lateral Shape Function (1st Report), - Longitudinal and Transverse Thrust -
- (5) 研究論文2：ISUM Rectangular Plate Element with New Lateral Shape Function (2nd Report), - Stiffened Plate under Biaxial Thrust -
- (6) 資料4：理想化構造要素法による矩形板の繰り返し座屈崩壊挙動の解析

は し が き

近年、船体構造には高張力鋼が広く使用され、船体を構成するパネルの板厚は減少する傾向にある。一般に、船体の重大損傷は、大波あるいはこれによるスラミング荷重が船体に繰り返し作用する中で、船体を構成する平板および防撓板に座屈・塑性崩壊が逐次進行することにより生じる。平板および防撓板の座屈・塑性崩壊挙動については、すでに多くの研究が行われている。しかしながら、従来の研究では、単調負荷条件下での挙動が検討されており、上記のような繰り返し荷重下での挙動については、負荷サイクルの進行に伴う最終強度や剛性の変化、防撓材溶接部などのひずみ集中部からの亀裂の発生および伝播の影響を含めて、ほとんど明らかになっていないのが現状である。さらに、このような塑性域にわたるひずみの繰り返しを受ける構造部材の弾塑性解析では、繰り返し荷重下での材料の応力～ひずみ関係を正確に考慮できるひずみ硬化則を適用することが重要である。

一方、計算機能力の急速な向上とともに、近年では有限要素法による船体の一体解析も可能になってきている。しかしながら、現実の設計現場においては、その適用は依然として弾性解析の範囲にとどまっている。船体のような大規模かつ複雑な構造物の座屈・塑性崩壊挙動を解析するためには、有限要素法よりも格段に効率の優れた解析手法の開発が望まれる。

以上の背景のもとに、本研究ではまず代表的な船体用鋼材について繰り返し引張・圧縮材料試験を行い、繰り返し応力下の応力～ひずみ関係を明らかにする。さらに、二曲面モデルによる非線形繰り返しひずみ硬化則を用いて、繰り返し荷重下での応力～ひずみ関係を良好な精度で再現できることを示す。つぎに基本的な構造要素として薄肉アンクル柱を取り上げ、両端単純支持条件のもとでの繰り返し座屈試験を行う。そして変形およびひずみの累積挙動を明らかにする。さらに、二曲面硬化則を用いた弾塑性大たわみ FEM 解析を実施し、繰り返し座屈挙動を良好な精度で解析できることを示す。ついで、船体構造で重要となる薄板矩形板に繰り返し面内荷重が作用する場合の座屈塑性崩壊挙動を、ひずみの累積挙動を含めて FEM 解析により明らかにする。最後に、繰り返し荷重下の平板および防撓板の強度および変形挙動を効率的に推定するための理想化構造要素モデルを開発する。本解析法は、板および防撓パネルの座屈・塑性崩壊挙動を通常の有限要素法に比べて極めて短時間に解析することができる。繰り返し荷重下の平板に本解析法を適用し、その有効性を明らかにする。

研究組織

研究代表者： 藤久保 昌 彦 (広島大学工学部教授)
研究分担者： 矢 尾 哲 也 (大阪大学大学院工学研究科教授,
研究申請当時広島大学工学部教授)
研究分担者： 藤 本 由紀夫 (広島大学工学部教授)
研究分担者： 北 村 充 (広島大学工学部教授)
研究分担者： 柳 原 大 輔 (広島大学工学部助手)

研究経費

平成 10 年度 2,700 千円
平成 11 年度 1,900 千円
平成 12 年度 1,300 千円

計 5,900 千円

研究成果発表論文一覧

- [1] 藤久保昌彦, Patrick Kaeding, 矢尾哲也 : ISUM Rectangular Plate Element with New Lateral Shape Function (1st Report), - Longitudinal and Transverse Thrust -, 日本造船学会論文集, 第 187 号 (2000), pp.209-219.
- [2] 藤久保昌彦, Patrick Kaeding : ISUM Rectangular Plate Element with New Lateral Shape Function (2nd Report), - Stiffened Plate under Biaxial Thrust -, 日本造船学会論文集, 第 188 号 (2000), pp.479-487.

研究成果の概要

(1) 繰り返し荷重下の鋼材の応力～ひずみ挙動とその定式化

(資料1 参照)

Dafalias and Popov により提案された二曲面繰り返し硬化モデルの適用性を明らかにするため、SS400 材に対する引張・圧縮の繰り返し材料試験を行い、除荷、再負荷過程を含めて、繰り返し荷重下の応力～ひずみ関係を精度良く再現できることを確認した。さらに線形硬化則および二曲面非線形硬化則のそれぞれの場合について、多軸応力場の弾塑性応力～ひずみ関係を定式化した。

(2) 薄肉アングル柱の繰り返し座屈崩壊挙動

(資料2 参照)

基本的な構造要素として薄肉アングル材を取り上げ、両端単純支持条件下での繰り返し座屈・塑性崩壊試験を実施した。また、二曲面硬化モデルを用いた弾塑性大たわみ FEM 解析を実施し、実験結果との比較を行うと共に、変形およびひずみの累積挙動について調べた。その結果、以下の知見を得た。

- 1) 開発した有限要素解析プログラムにより、繰り返し荷重下の薄肉アングル柱の座屈・塑性崩壊挙動を、全体変形から局部座屈挙動に至るまで良好に追跡できる。
- 2) 局部座屈が生じる部分では、変形の局所化により塑性関節を形成し、荷重の繰り返しと共にその部分にひずみが集中する。
- 3) 座屈により曲げ変形を生じた箇所に繰り返し面内が作用すると、曲げの圧縮側の方が引張側よりも大きなひずみ振幅を受ける。このことと、圧縮側では引張側に比べて材料が脆化することの2つの理由により、座屈後の亀裂は圧縮側から発生しやすい。

(3) 繰り返し面内荷重下の矩形板の座屈・塑性崩壊挙動

(資料3 参照)

アスペクト比が 0.8 の薄板および厚板矩形板について、周辺単純支持条件のもとでの繰り返し座屈・塑性崩壊解析を線形硬化則および二曲面硬化則のそれぞれを用いて行った。その結果、以下の知見を得た。

使用する硬化則によって、荷重の各繰り返しサイクルにおける最大耐荷力、剛性、除荷時の残留変形に大きな違いが生じる。材料の繰り返し硬化特性をより忠実に再現できる二曲面硬化則を使用する必要がある。

- 1) 船体のように多数の矩形パネルが連続する構造では、面内変位の連続条件から矩形板の各辺は直線を保ちながら面内変位する。この場合、座屈後の大たわみの影響によって、非載荷辺中央部では、境界辺に直角方向の引張膜ひずみが発生する。繰り返し荷重下では、荷重の各サイクルでこの膜ひずみが累積し、亀裂発生の要因となる。
- 2) 防撓パネルでは、非載荷辺の隅肉溶接部に局所的な曲げひずみが重畳するため、亀裂評価においては、この部分のひずみの累積挙動の把握が重要となる。

(4) 平板および防撓板の座屈・塑性崩壊挙動解析モデルの開発（新しいたわみ形状関数を用いた平板理想化構造要素の開発とその防撓板への応用）

（研究論文[1], [2]参照）

薄板構造物の効率的最終強度解析法として理想化構造要素法（Idealized Structural Unit Method, ISUM）が提案されている。これは、材料および幾何学的非線形挙動を理想化することにより、通常の有限要素法に比べて格段に効率的に座屈・塑性崩壊挙動を解析できる方法である。しかしながら、従来の ISUM 板要素はたわみ形状関数の精度に問題があった。そこで、板の崩壊モードを考慮した新しいたわみ関数を提案し、これにより平板要素の精度を大きく改善できることを示した。さらにこの板要素と梁・柱要素を組み合わせた防撓板解析モデルを開発し、その精度の高い適用性を示した。本解析法に要する計算時間は、通常の有限要素法の 1/100 程度である。

(5) 理想化構造要素法による矩形板の繰り返し座屈崩壊挙動の解析

（資料 4 参照）

(4) で開発した理想化構造要素法を、繰り返し荷重を受ける平板に適用し、その有効性を明らかにした。ここでは基本的な場合として、材料の繰り返し硬化を考慮しない解析のみ行うが、本解析法は 2 曲面硬化を考慮する場合や防撓板解析に容易に適用可能である。また、計算時間は、(4) で述べたと同様に有限要素法の 1/100 程度であり、繰り返し荷重下の大規模構造物の崩壊挙動解析を大きく効率化できる。

1. 繰り返し荷重下の鋼材の応力～ひずみ挙動とその定式化

繰り返し荷重下の構造部材の座屈・塑性崩壊挙動を解析するためには、繰り返し硬化の影響を考慮した応力～ひずみ関係を使用する必要がある。ここでは、まず Dafalias and Popov による 2 曲面繰り返し硬化モデル [1] を用いて弾塑性構成方程式を定式化する。つぎに、SS400 材に対する引張・圧縮の繰り返し材料試験を行い、2 曲面繰り返し硬化モデルを用いて、除荷、再負荷過程を含めて、繰り返し荷重下の応力～ひずみ関係を精度良く再現できることを示す。

1.1 弾塑性構成方程式の一般式

1.1.1 降伏条件と硬化係数

一般に、金属材料の降伏条件は、次式の形で表すことができる。

$$f(\sigma_{ij} - \alpha_{ij}) - F(H) = 0 \quad (1.1)$$

ここで、 σ_{ij} : 応力
 α_{ij} : 背応力
 H : 塑性履歴を表すパラメータ

また負荷状態では、つぎの適応条件式 (consistency condition) が満たされねばならない。

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \dot{\sigma}_{ij} - \frac{\partial f}{\partial \alpha_{ij}} \dot{\alpha}_{ij} - F' \dot{H} = 0 \quad (1.2)$$

一方、塑性ひずみ速度は、関連流れ則 (associate flow law) にしたがつと、次式で与えられる。

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \dot{\lambda} n_{ij} \quad (1.3)$$

ここで、 n_{ij} は降伏曲面上の単位法線ベクトルを表す。

$$n_{ij} = \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}}{\left\| \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right\|} \quad (1.4)$$

いま、 α_{ij} の発展式を次式のようにおく。

$$\dot{\alpha}_{ij} = \dot{\lambda} m_{ij} \quad (1.5)$$

また、 \dot{H} は $\dot{\varepsilon}^p$ を 1 次の同次形で含むもので、式 (1.3) より、 $H = \dot{\lambda} h$ と表せる。したがって、式 (1.2) は、

$$\sigma_{ij} n_{ij} - m_{ij} n_{ij} \dot{\lambda} - \frac{F' h \dot{\lambda}}{\left\| \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right\|} = 0 \quad (1.6)$$

$\dot{\lambda}$ について解くと、

$$\dot{\lambda} = \frac{\sigma_{ij} n_{ij}}{\frac{F' h}{\left\| \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right\|} + m_{ij} n_{ij}} = \frac{\dot{\sigma}}{K} \quad (1.7)$$

ここで K は全硬化係数を表し、次式となる。

$$K = \frac{F' h}{\left\| \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right\|} + m_{ij} n_{ij} \quad (1.8)$$

右辺第 1 項が等方硬化係数を、また第 2 項が移動硬化係数を表す。

1.1.2 弾塑性構成方程式

式 (1.7) より、適応条件式は次式のように表せる。

$$\sigma_{ij} n_{ij} - K \dot{\lambda} = 0 \quad (1.9)$$

また弾性の応力～ひずみ関係および全ひずみ速度は、

$$\dot{\sigma}_{ij} = E_{ijkl} \dot{\varepsilon}_{kl}^e \quad (1.10)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p \quad (1.11)$$

式 (1.3) および式 (1.11) を式 (1.10) 式に代入すると、

$$\dot{\sigma}_{ij} = E_{ijkl} (\dot{\varepsilon}_{kl} - \dot{\lambda} n_{kl}) \quad (1.12)$$

さらに、式 (1.12) を式 (1.9) に代入すると、

$$n_{ij}E_{ijkl}(\dot{\epsilon}_{kl} - \dot{\lambda}n_{kl}) - K\dot{\lambda} = 0 \quad (1.13)$$

これより、

$$\dot{\lambda} = \frac{n_{rs}E_{rskl}\dot{\epsilon}_{kl}}{K + n_{pq}E_{pqrs}n_{rs}} \quad (1.14)$$

これを (1.12) に再代入して、

$$\dot{\sigma}_{ij} = \left(E_{ijkl} - \frac{E_{ijpq}n_{pq}n_{rs}E_{rskl}}{K + n_{pq}E_{pqrs}n_{rs}} \right) \dot{\epsilon}_{kl} = E_{ijkl}^p \dot{\epsilon}_{kl} \quad (1.15)$$

したがって、式 (1.5) の移動硬化に関する α_{ij} の発展式と、等方硬化に関するパラメータ h が与えられれば、硬化係数 K が決まり、弾塑性構成方程式が求められる。本研究では、これらの硬化係数を二曲面硬化モデルに基づいて決定する。その詳細は、1.3 節で述べる。

1.1.3 硬化係数 K と単軸応力～ひずみ関係の塑性接線係数 E_p の関係 相当塑性ひずみ速度を

$$\bar{\sigma}\dot{\bar{\epsilon}}^p = \sigma_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}^p \quad (1.16)$$

と定義する。ここで、降伏関数が実二次形式の場合、次式が成り立つことを考慮すると、

$$\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \sigma_{ij} = f = \bar{\sigma} \quad (1.17)$$

つぎの関係を得る。

$$\sigma_{ij}\dot{\epsilon}_{ij}^p = \frac{\dot{\sigma}}{K} n_{ij} \sigma_{ij} = \frac{\dot{\sigma}}{K} \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \sigma_{ij}}{\left\| \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right\|} = \frac{\dot{\sigma}}{K} \frac{\bar{\sigma}}{\left\| \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right\|} \quad (1.18)$$

式 (1.16) および式 (1.18) より、

$$\dot{\bar{\epsilon}}^p = \frac{\dot{\sigma}}{K} \frac{1}{\left\| \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right\|} \quad (1.19)$$

一方、 $\dot{\sigma}_{ij}$ と $\dot{\bar{\sigma}}$ の関係は、

$$\dot{\sigma} = \dot{\sigma}_{ij} n_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} \frac{\frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}}{\left\| \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right\|} = \frac{\dot{f}}{\left\| \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right\|} = \frac{\dot{\bar{\sigma}}}{\left\| \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right\|} \quad (1.20)$$

式 (1.20) を式 (1.19) に代入すると,

$$\dot{\epsilon}^p = \frac{\dot{\sigma}}{K \left\| \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right\|^2} \quad (1.21)$$

という関係が得られる。

材料試験から得られる単軸応力～ひずみ関係の塑性接線係数 E_p と相当応力および相当塑性ひずみはつぎのように関係づけられる。

$$\dot{\epsilon}^p = \frac{\dot{\sigma}}{E_p} \quad (1.22)$$

式 (1.21) と式 (1.22) より,

$$E_p = K \left\| \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right\|^2 \quad (1.23)$$

なお, Mises の降伏条件を適用する場合,

$$f(\sigma_{ij}) = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}} \quad \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} = \frac{3}{2f} \sigma'_{ij} \quad (1.24)$$

より,

$$\left\| \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \right\|^2 = \left(\frac{3}{2f} \right)^2 \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} = \frac{3}{2} \quad (1.25)$$

したがって

$$K = \frac{2}{3} E_p \quad (1.26)$$

1.2 二曲面硬化モデルの適用

1.2.1 Dafalias と Popov の実験

Dafalias と Popov は、正のひずみ域での単軸圧縮・引張材料試験を行い、つぎのような結果を得た。

1. 負荷・再負荷サイクルの各弾性域の大きさはほぼ同じである。
2. ヒステリシス・ループは、上下2本の限界線に漸近する。
3. 弾性状態から塑性状態への変化は、極めて非線形である。
4. 限界線には1つ前のサイクルで生じた塑性ひずみが大きいほど低い硬化率で近づく。

Fig.1.1(a)に、応力～ひずみサイクルの一つを模式的に示す。A → Bは弾性除荷過程を、またB → C間が非線形硬化域を表す。上下2本の限界線は、直線B₁とB₂で表されている。Fig.1.1(b)は、応力 σ と塑性ひずみ ε^p の関係として表した図である。DafaliasとPopovは、Fig.1.1(b)において弾性範囲を越えた非線形硬化域の応力～塑性ひずみ関係を、次式のように表した。

$$\dot{\sigma} = E_p \dot{\varepsilon}^p \quad (1.27)$$

$$E_p = E_{p0} \left(1 + h \frac{\delta}{\delta_{in} - \delta} \right) \quad (1.28)$$

ここで、

- E_p : ひずみ硬化係数
- E_{p0} : 限界線 B₁, B₂ の硬化係数
- δ_{in} : 降伏点 B と同じ ε^p での、限界線上の応力との差
- δ : 現応力点と同じ ε^p での、限界線上の応力との差

式(1.27)を用いると、点Bで除荷後の再降伏が生じた時点 ($\delta = \delta_{in}$) では $E_p = \infty$ であり、また限界線上に応力が達した時 ($\delta=0$) の E_p は $E_p = E_{p0}$ となり、応力～ひずみ曲線が限界線に暫近する挙動を再現できる。hは、この間の $\sigma - \varepsilon^p$ 曲線の形状を表すパラメータであり、hが小さいほど、カーブの曲がり方は緩やかになる。本研究では、DafaliasとPopovにより提案された次式のhを使用する。

$$h = \frac{a}{1 + b \left(\frac{\delta_{in}}{\sigma_{ref}} \right)^m} \quad (1.29)$$

a, b, m, σ_{ref} は実験定数であり、また σ_{ref} としては二本の限界線間の距離が一般にとられる。

1.2.2 多軸応力場への展開

Fig.1.1(b)において弾性範囲 AB の距離が不変とすると移動硬化モデルが成立し、B から C への応力 σ の変化 $d\sigma$ は、AB 間の midpoint の移動量 $d\alpha$ で表される。また 2 本の限界曲線が平行で、その間の距離が不変とすると、 ε^p による限界線上の応力 σ_b の変化量 $d\sigma_b$ は、AG 間の midpoint の移動量 $d\beta$ で表せる。このことは σ_b についても移動硬化モデルが適用可能であることを意味する。なお、 $E_p \geq E_{p0}$ より $d\alpha \geq d\beta$ が成立する。すなわち、

$$\dot{\alpha} = \dot{\sigma} = E_p \dot{\varepsilon}^p \quad (1.30)$$

$$\begin{aligned} \dot{\beta} &= E_{p0} \dot{\varepsilon}^p = \{E_p - (E_p - E_{p0})\} \dot{\varepsilon}^p \\ &= \dot{\alpha} - (E_p - E_{p0}) \dot{\varepsilon}^p \end{aligned} \quad (1.31)$$

となる。

ここで、Fig.1.1(c) に示すように弾性範囲 AB に相当する大きさの降伏曲面と、その外側に 2 本の限界線の間隔に相当する大きさの限界曲面を仮定する。そして、初期降伏後あるいは逆負荷による再降伏が生じた後は、降伏曲面は限界曲面に内接する方向に移動すると考える。また内接後は、両曲面が接しながら移動する、すなわち降伏曲面は限界曲面と同じ硬化率で移動すると考える。

一般に限界曲面は、繰り返し硬化および軟化の影響で膨張・収縮するが、本研究では第一近似として、降伏曲面、限界曲面とも、大きさを変えずに移動硬化のみ生じると仮定する。

1.2.3 降伏・限界曲面の発展式

式 (1.3) および式 (1.5) より、

$$\dot{\sigma} = K \dot{\lambda} = K \sqrt{\dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p} \quad (1.32)$$

移動硬化の場合は、

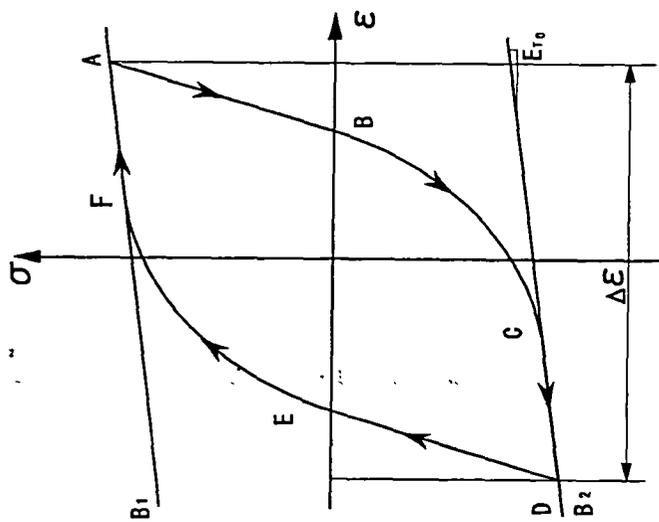
$$\dot{\sigma} = \dot{\sigma}_{ij} n_{ij} = \dot{\alpha}_{ij} n_{ij} = \dot{\alpha} = K \sqrt{\dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p} \quad (1.33)$$

限界面の移動量 $\dot{\beta}_{ij}$ についても同様のことがいえる。すなわち、

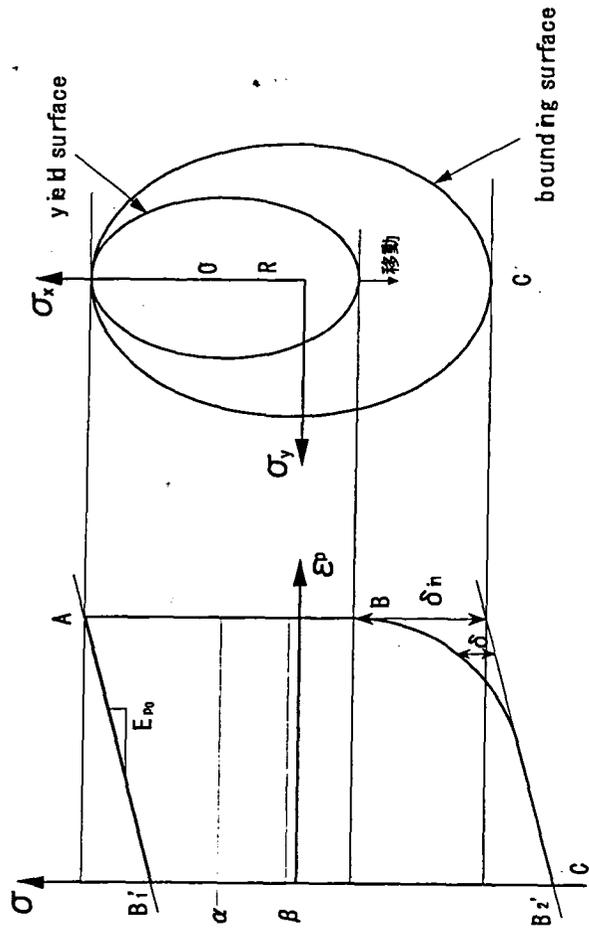
$$\dot{\beta} = \dot{\beta}_{ij} n_{ij} = K_0 \sqrt{\dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p} \quad (1.34)$$

α_{ij} の発展式は、式 (1.5) と式 (1.7) で等方硬化を無視すると ($h = 0$)、単位テンソル m_{ij} を用いてつぎのように表される。

$$\dot{\alpha}_{ij} = \frac{\sigma_{ij} n_{ij}}{m_{ij} n_{ij}} m_{ij} = \frac{\dot{\sigma}}{m_{ij} n_{ij}} m_{ij} \quad (1.35)$$



(a) Stress-strain curve



(b) Stress-plastic strain curve

(c) Stress space

Fig.1.1 Schematic illustration of stress-strain relationship under cyclic load

β_{ij} の発展式も同様に

$$\dot{\beta}_{ij} = x\theta_{ij} \quad (\theta_{ij}: \text{単位テンソル}) \quad (1.36)$$

とにおいて、式(1.34)に代入すると、

$$x = \frac{\dot{\beta}}{\theta_{ij}n_{ij}} = \frac{K_0}{K} \frac{\dot{\sigma}}{\theta_{ij}n_{ij}} \quad (1.37)$$

よって、(1.36)式は、

$$\dot{\beta}_{ij} = \frac{K_0}{K} \frac{\dot{\sigma}}{\theta_{ij}n_{ij}} \theta_{ij} \quad (1.38)$$

と表せる。

本研究では、降伏曲面の発展として Mroz 則を使用する。すなわち、降伏曲面は、Fig.1.2 に示すように、現時点の応力 σ_{ij} およびこれと同じ法線ベクトルを持つ限界曲面上の応力 σ_{bij} を結ぶベクトルの方向に移動すると考える。

単位テンソル m_{ij} を、

$$m_{ij} = \mu_{ij} = \frac{\sigma_{bij} - \sigma_{ij}}{\|\sigma_{bij} - \sigma_{ij}\|} \quad (1.39)$$

と置く。このとき、限界曲面の移動ベクトル θ_{ij} も μ_{ij} の方向に移動すると仮定すると、降伏曲面と限界曲面の非交叉条件が満足される。 $\dot{\alpha}_{ij}$ と $\dot{\beta}_{ij}$ の関係は次式のようになる。

$$\dot{\beta}_{ij} = \frac{K_0}{K} \dot{\alpha}_{ij} \quad (1.40)$$

降伏曲面が限界曲面に接触して以後は、つぎの Prager 則を適用する。

$$m_{ij} = \mu_{ij} = n_{ij} \quad (1.41)$$

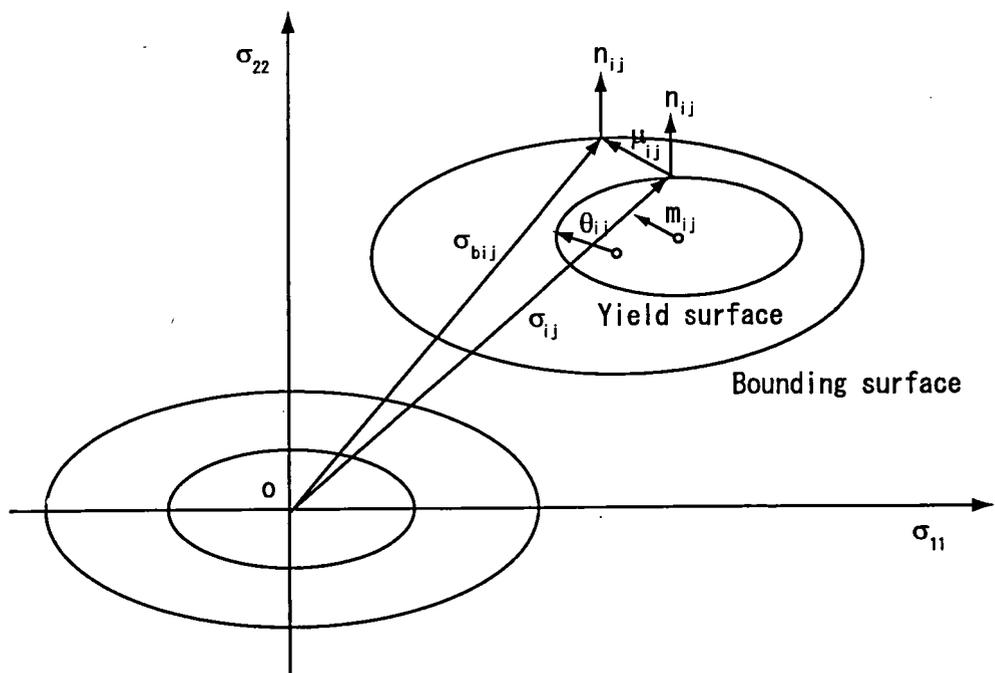


Fig.1.2 Two surface model

1.3 繰り返し圧縮・引張材料試験

圧縮・引張の繰り返し荷重下における材料の応力～ひずみ挙動の観察と、二曲面硬化モデルの適用性の検証のため、材料試験を実施した。

1.3.1 供試材および試験方法

試験には、板厚 29mm の JIS 一般構造用圧延鋼材 SS400（一般船体用軟鋼板と同等）を使用した。ミルシートによる化学成分と機械的性質を Table 1.1 に示す。

Table.1.1 Chemical compositions and mechanical properties of tested steel plate (SS400)

Chemical Compositions (%)						Mechanical Properties		
C	SI	Mn	P	S	Al	Y.P. (kgf/mm^2)	T.S.	El. (%)
0.17	0.14	0.90	0.013	0.004	0.017	28.0	44.5	28

Fig. 1.3 に試験片の形状を示す。両端部を試験機のつかみ具に固定して、引張、圧縮の繰り返し軸荷重を加えた。平行部の長さは 34mm、直径は 10mm である。試験は広島大学工学部 C2-122 実験室の 10 トン油圧サーボ式疲労試験機を用いて実施した。平行部に伸び計を取り付け、伸び制御で荷重を加えた。計測された荷重およびひずみは動ひずみ計、A/D 変換を介してパソコンに収録した。

1.3.2 試験結果

Fig. 1.4 に実験で得られた応力～ひずみ線図を破線で示す。初期降伏応力は、 $\sigma_Y = 24.5kgf/mm^2$ 、ヤング率は、 $E = 22044.4kgf/mm^2$ である。初期降伏後、ひずみ約 0.0014mm/mm まで塑性流れが生じ、やがてひずみ硬化域に入る。その後除荷すると、ヤング率 E の弾性範囲が存在するが、その応力範囲はバウシinger効果によって、処女材の弾性応力範囲よりも小さい。ただしいずれの負荷・再負荷サイクルでも、弾性応力範囲はほぼ等しい。再降伏後は、剛性が徐々に低下し、非線形な硬化特性が認められる。またいずれのヒステリシスループも上下 2 本の限界線に漸近する傾向が見られる。さらに限界線には、一つ前の負荷サイクルで生じた塑性ひずみが大きいほど、低

い効果率で近づく。すなわち、1.3で述べた Dafalias と Popov の観察結果と同様の挙動が得られている。

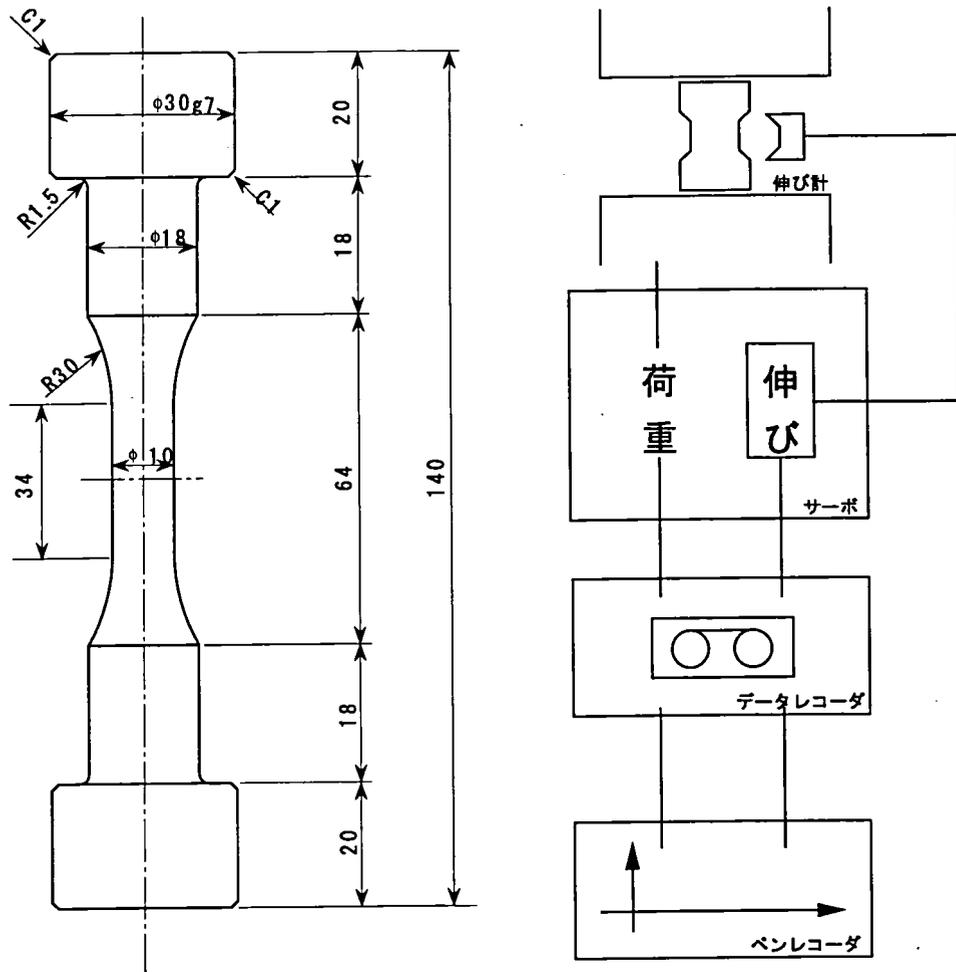
つぎに、Fig.1.4(a) の実線は、実験結果の第1および2サイクルのカーブに、2曲面理論による推定値ができるだけ一致するように、式(1.29)のパラメータ a, b, m を同定して得られた応力～ひずみ曲線である。 a, b および m の値を Table 1.2 に示す。Fig.1.4(a) によると、参照値とした第1および2サイクルは実験結果と良く一致しているが、ひずみが大きい第5ループ等では、実験値と推定値にかなりの差が見られる。これは等方硬化や繰返し硬化の影響と考えられる。

一方、Fig.1.4(b) の実線は、実験結果の第5サイクルを用いて、パラメータ a, b, m を同定した場合の結果である。こちらの方が、全般に実験と推定値の一致が良い。そこで、資料2および3のアンクル柱および平板の座屈塑性崩壊解析では、Fig.1.4(b) の場合のパラメータを使用することにする。

以上の結果、Dafalias と Popov の観察した繰返し応力～ひずみ挙動の特徴が確認されるとともに、この挙動を二曲面理論を用いて良好な精度で再現できることが明らかとなった。

Table 1.2 Parameters of two-surface model identified by experiment

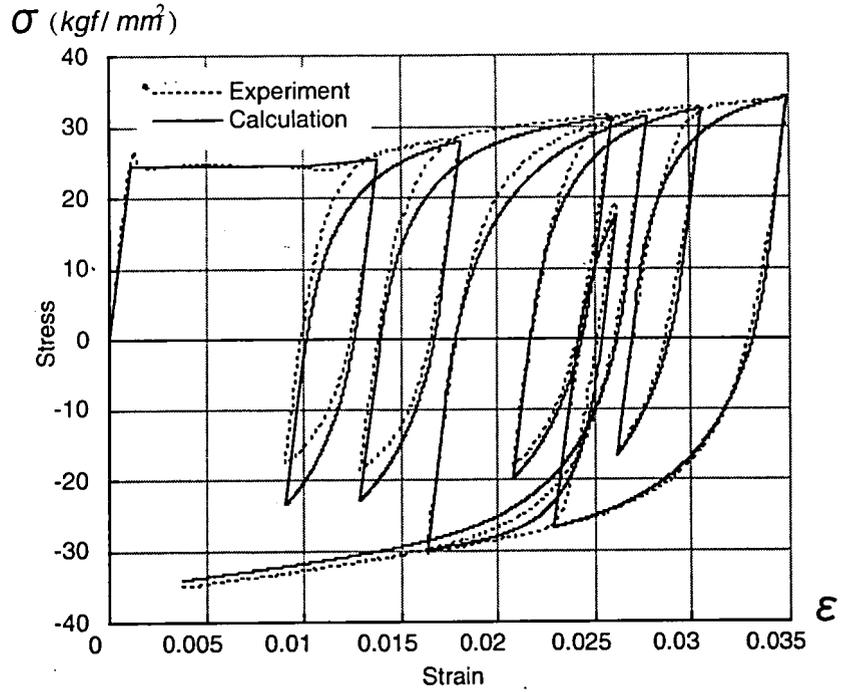
Cycle	a	b	m	$E_{p0}(kgf/mm^2)$
1st and 2nd	207.4	24.8	2	294.1
5th	124.1	5.1	1	294.1



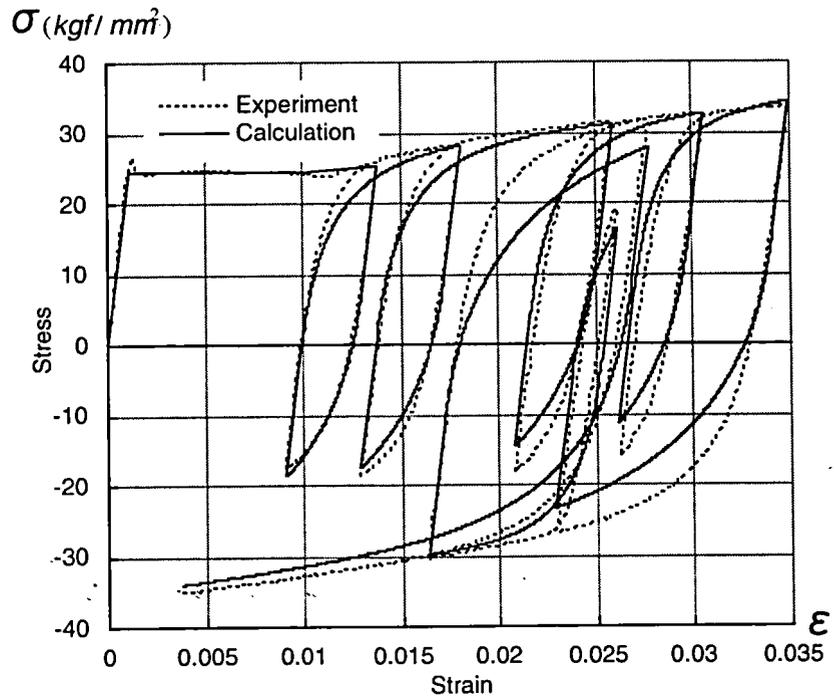
(a) Test specimen

(b) Control and measurement systems

Fig.1.3 Test specimen and control/measurement systems



(a) Identification of parameters based on the 1st and 2nd cycles



(b) Identification of parameters based on the 5th cycle

Fig.1.4 Stress-strain curve under cyclic load

2. 薄肉アングル柱の繰り返し座屈崩壊挙動

基本的な構造要素として薄肉アングル材を取り上げ、両端単純支持条件下での繰り返し座屈・塑性崩壊試験を実施する。また、二曲面硬化モデルを用いた弾塑性大たわみ FEM 解析を実施し、実験結果との比較を行うと共に、変形およびひずみの累積挙動について調べる。

2.1 試験体および試験装置

Fig.2.1 に、アングル柱試験体の形状と寸法を示す。また Fig.2.2 に試験装置を示す。試験体の両端を単純支持し、圧縮・引張の軸荷重を負荷する。本試験体および試験装置は、岩井ら [1,2] が初めて使用したものであり、柱としての全体座屈と断面 2 辺の板としての局部座屈の両者を調べることが可能である。

試験体は、資料 1 の丸棒試験片と同じ材料の厚さ 29mm の SS400 材から、Fig.2.1(b) に示すように切削加工により製作した。試験体の全長は 484mm、試験部の長さは 328mm、またアングル断面の辺長は 36.5mm、厚さは 3mm である。

Fig.2.2 の載荷装置は、内側と外側の 2 つのフレームから成り、外側フレームは載荷装置に固定されている。内側フレームは、図に示すように回転が可能であり、これにより両端支持状態を実現する。アングル柱試験体の端部は、治具によって内側フレームに固定される。固定部は、荷重の偏心量の微調整が可能になっている。

試験は広島大学工学部 C2-122 実験室の 10 トン油圧サーボ式疲労試験機を用いて実施した。Fig.2.2 の装置を用いて、アクチュエーターの軸変位 Δl を制御する定速度繰り返し載荷を行った。Fig.2.3 に示すように、圧縮変位を加えて除荷し、つぎに引張荷重を加えて除荷するまでを 1 サイクルと定義する。まず平均軸ひずみ $\Delta l/l$ を -2% から +0.5% の振幅で 5 サイクル繰り返した。その後のサイクルでは引張側の軸変位振幅を 0.5% から 0.75% に増加させた。試験は同じ荷重条件で 2 体行い、再現性を確かめた。また、アングル材が中心圧縮載荷によって座屈変形する時、Fig.2.4 に示すように自由辺が曲げの圧縮側となるよう、荷重点に約 2mm の偏心を与えた。

2.2 計測方法

計測対象は、アクチュエーターの軸方向変位 Δl (引張を正とする)、荷重 P (引張を正とする)、試験体中央部のたわみ w 、およびひずみゲージの出力である。軸方向変位 Δl には、治具の部分の変形も含まれているため、試験体部分の軸ひずみを正確に計測できない。そこで、Fig.2.5 に示すように、試験体両端の回転軸中心の位置から滑車を介してワイヤーを張り、試験機に固定した変位計により、試験対象範囲 (回転軸間) の平均軸変形量を計測した。また、試験体中央部に横たわみ計測用の変位計を設けた。なお、载荷制御変位にはアクチュエーターの軸方向変位 Δl を用いているため、試験対象範囲の平均軸変形量とは異なるものとなっている。

試験体中央部の局部ひずみを計測するために、ゲージ長 2mm のひずみゲージ (東京測器, YEFLA-2) を Fig.2.6 に示すように、断面 2 辺の表裏に貼付した。データはデータレコーダー (共和電業製 RTP610M) に連続的に記録した。Fig.2.7 に試験装置の写真を示す。

2.3 試験結果および考察

Fig.2.8 に、試験で得られた軸荷重と平均軸ひずみの関係、および軸荷重と部材中央の横たわみの関係を示す。軸圧縮変位を加えると、荷重約 4.5 トンで柱としての全体座屈が生じ、最終強度に達する。その後、耐荷力が徐々に低下した後、部材中央の塑性関節部に板としての局部座屈が発生して、耐荷力がさらに低下する。除荷過程の軸剛性は、座屈によって生じた曲げ変形の影響によって、初期剛性に比べて大きく低下している。その後引張荷重を加えると、曲げ変形が減少するとともに、軸剛性がやや回復する。やがて引張荷重による再降伏が生じると、剛性は再び低下する。

Fig.2.9 に局部座屈部の写真を示す。局部座屈は、部材軸に対して非対称なモードで生じている。これは、Fig.2.5 の下側载荷フレームに結合されているシリンダヘッドの回転が完全に拘束されておらず、この拘束条件の下では、非対称モードの方が対称モードよりも低い耐荷力を与えるためである。

第 2 サイクル以降に注目すると、圧縮最終強度が第 1 サイクルに比べて低下している。これは、第 1 サイクル終了時の残留たわみが初期たわみとして影響することによる。また第 1 サイクル終了時の残留応力も力学的偏心量の増加と再降伏強度の低下をもたらす、最終強度を低下させる要因となる。第 2 サイクル以降も最終強度の低下は続くが、これらも上述の因子、とりわけ残留たわみの累積によるものと考えられる。

つぎに、局部座屈部近傍のひずみの挙動を Fig.2.10 に示す。縦軸は軸荷重をとっている。ゲージ 1 とゲージ 3、およびゲージ 2 とゲージ 6 が、それぞれ同位置の表裏のひずみを表している。Fig.2.10(a) と (c) のゲージ 1 とゲージ 3 に注目すると、まず、第 1 サイクルで全体座屈によって最終強度に達した後、しばらくして表裏でひ

ずみの増加が正負逆転し、局部座屈による曲げ変形の発生を示している。圧縮側に位置するゲージ1では、第1サイクルで最大約4%の圧縮ひずみが発生している。その後、圧縮・引張を繰り返すにつれて、ヒステリシスループの大きさが次第に減少するが、これは基本的に耐荷力が低下するために、荷重振幅が減少するためである。

つぎに、Fig.2.10(a)と(c)で各サイクルにおける局部座屈の圧縮側と引張側のひずみの変動幅を比較してみると、圧縮側(ゲージ1, Fig.2.10(a))の方が引張側(ゲージ3, Fig.2.10(c))よりも変動幅が大きいことが分かる。これは、局部座屈の圧縮側では、軸荷重によるひずみと局部的な曲げ変形によるひずみが、圧縮・引張いずれの場合も加算されるのに対して、局部座屈の引張側では、互いに打ち消し合うためである。このことから、一旦局部座屈が生じると、その後の圧縮、引張の荷重の繰り返しにおいて、座屈による曲げ変形の圧縮側の方が常に大きなひずみ変動を受けることが分かる。以上の挙動は、ゲージ2とゲージ6においても同様である。なお、上述の非対称な局部座屈波形のために、これらのゲージ位置では、ゲージ3の対称位置であるゲージ6の方が曲げの圧縮側となっている。

その他、特徴的な現象として、いずれのゲージ位置においても、サイクルを重ねるたびに、ひずみの変動域が引張側にシフトすることが挙げられる。これは、ここで対象としている一定軸変位振幅による繰り返し負荷では、各サイクルで生じる引張塑性ひずみの方が圧縮の塑性ひずみより全般に大きく、引張塑性ひずみが累積することを示している。亀裂強度を考える上でこのことは重要である。

実験では46サイクル目で、局部座屈部に亀裂が発生し、その数サイクル後に前出のFig.2.9に示すような貫通亀裂に達した。亀裂は局部座屈部の曲げ圧縮側から発生した。一般に金属材料が圧縮の塑性ひずみを受けると、その後の引張に対する延性が低下して、亀裂強度が低下することが知られている[3]。また、上述のように、座屈部では、曲げの圧縮側の方が引張側よりも常に大きなひずみ変動を受ける。局部座屈の圧縮側から亀裂が生じたのは、このような材料自体の劣化と、ひずみ振幅の違いの2つの理由によると考えられる。なお、破断部分の残留変形から指定した残留ひずみは約20%であった。

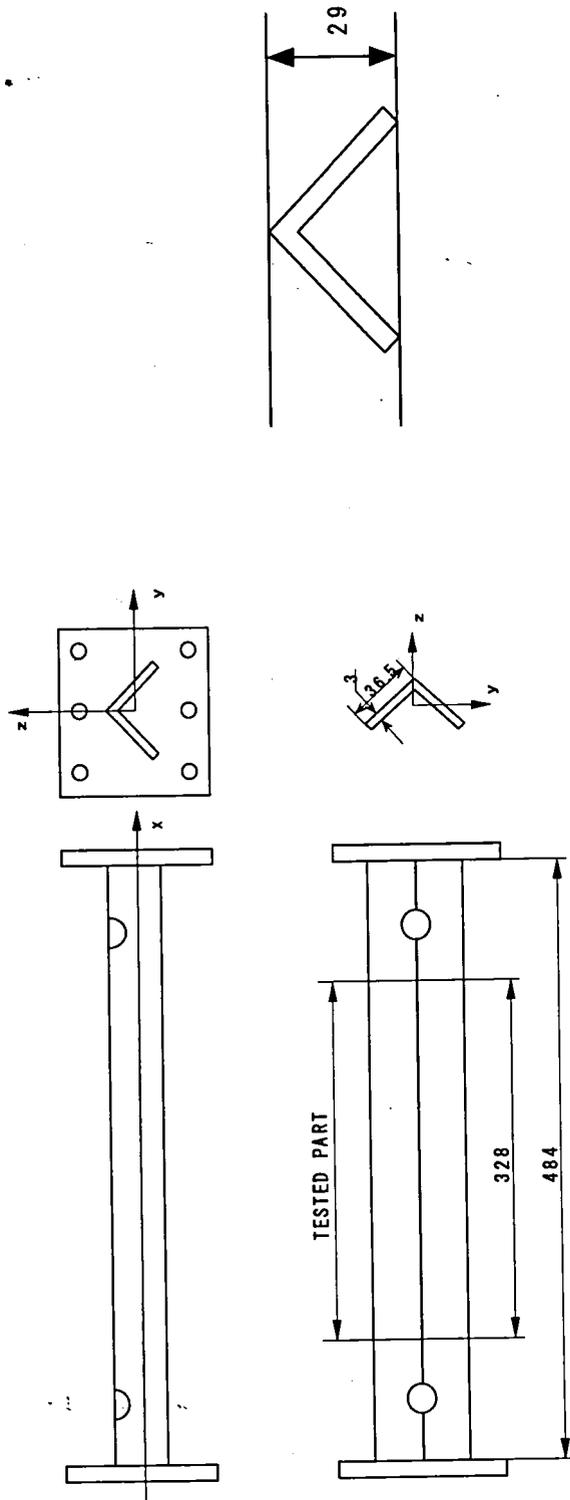


Fig.2.1 Angle-bar specimen

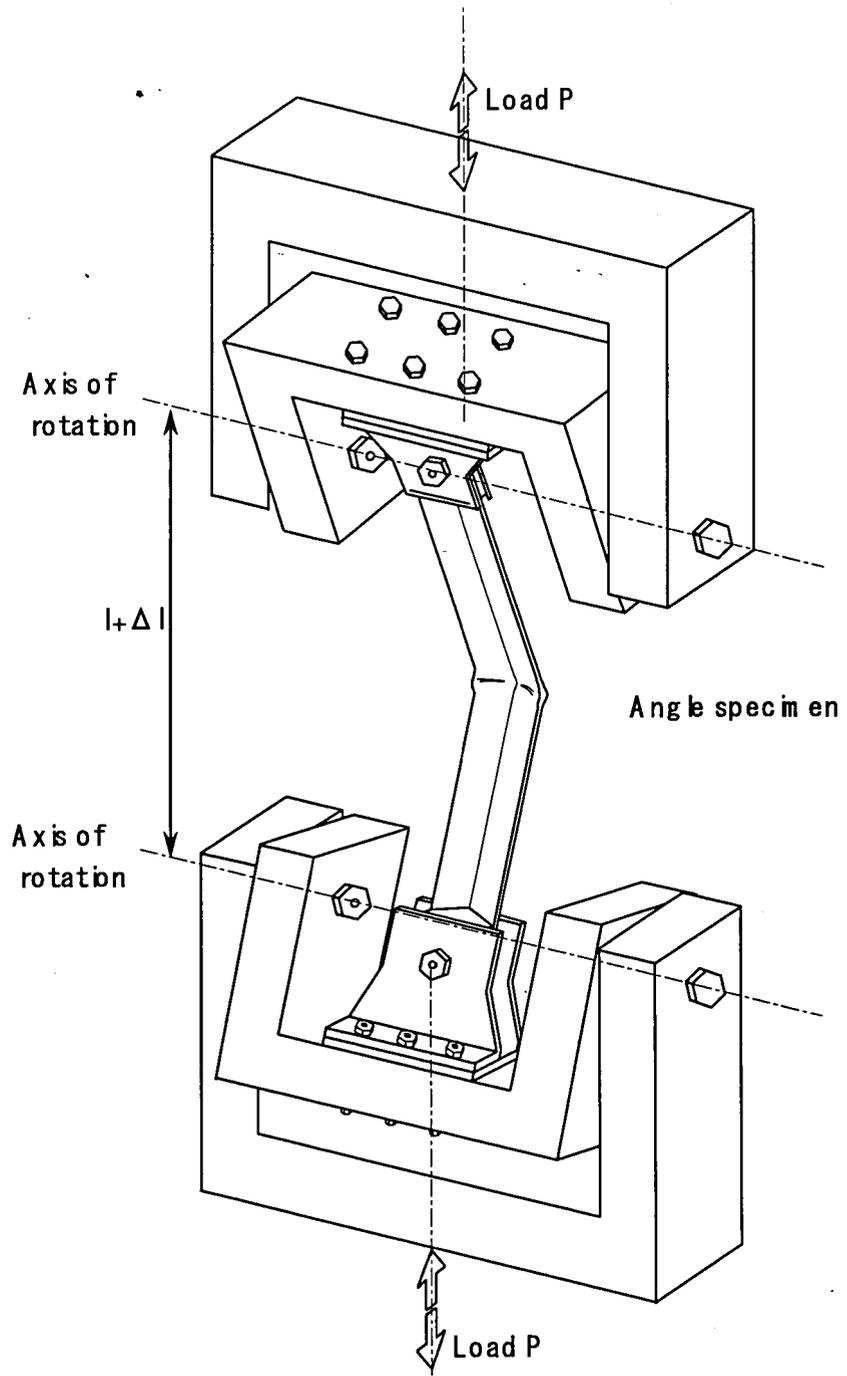


Fig.2.2 Loading jig

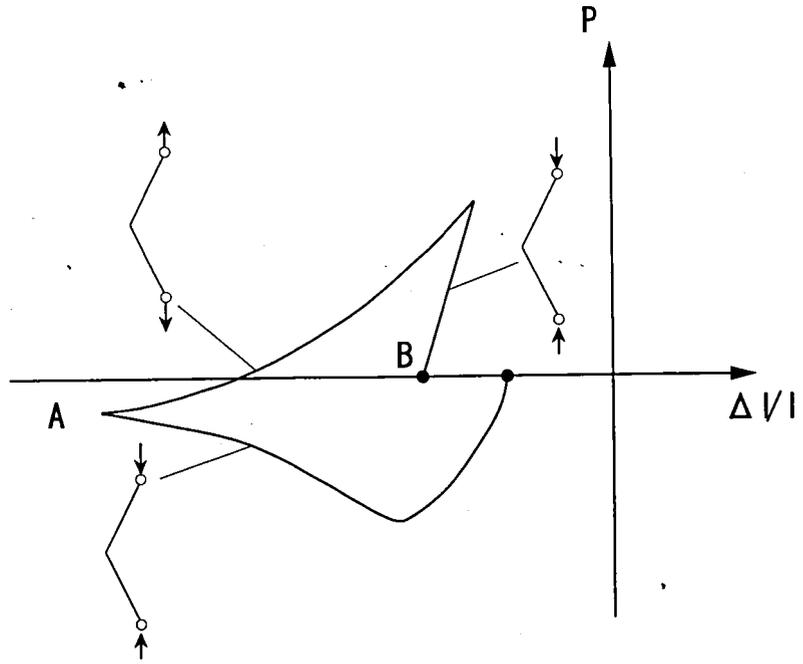


Fig.2.3 One loading cycle

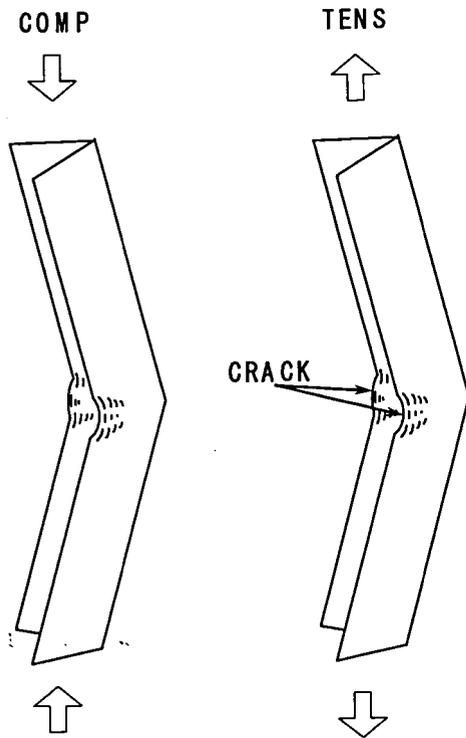


Fig.2.4 Deformation mode of both-end simply supported angle-bar specimen

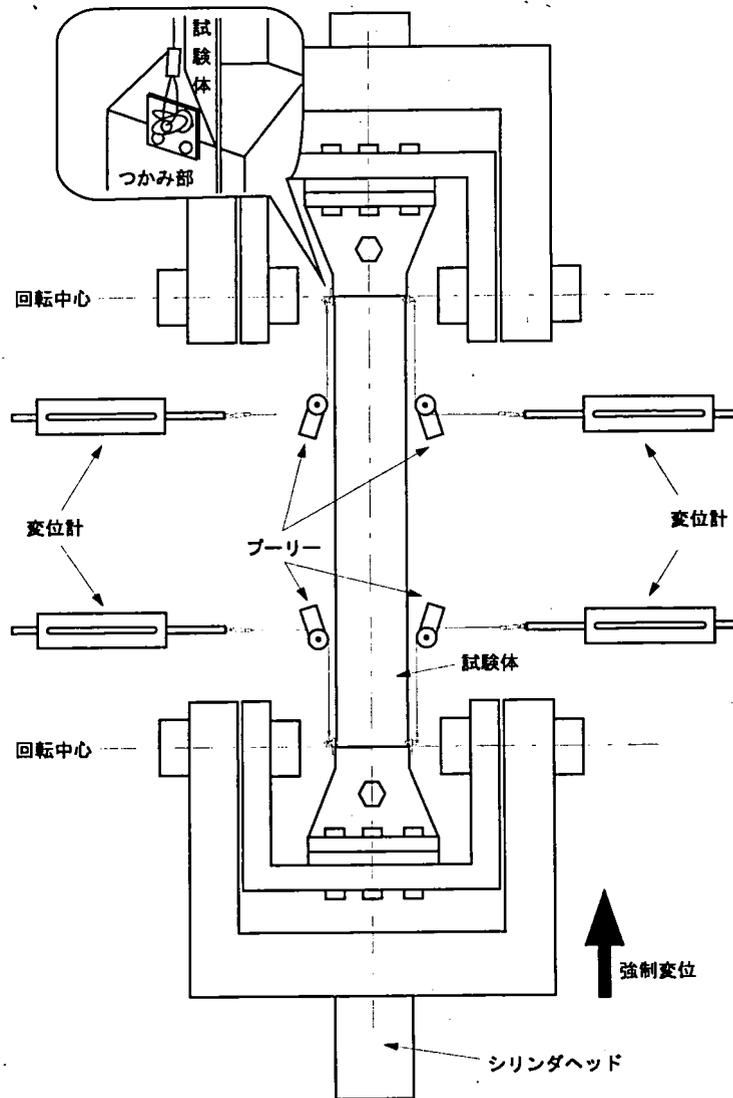


Fig.2.5 Measurement of axial displacement

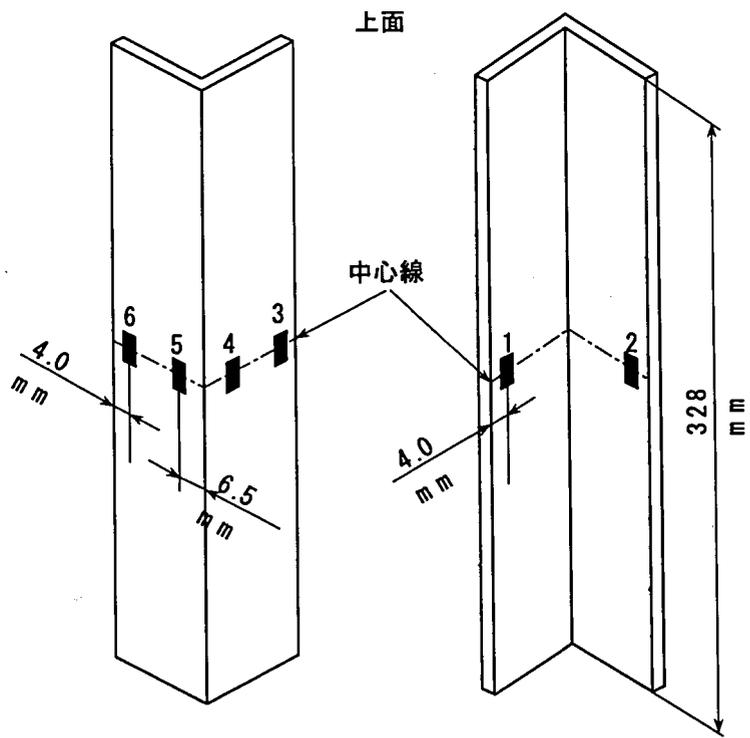


Fig.2.6 Location of strain gauge

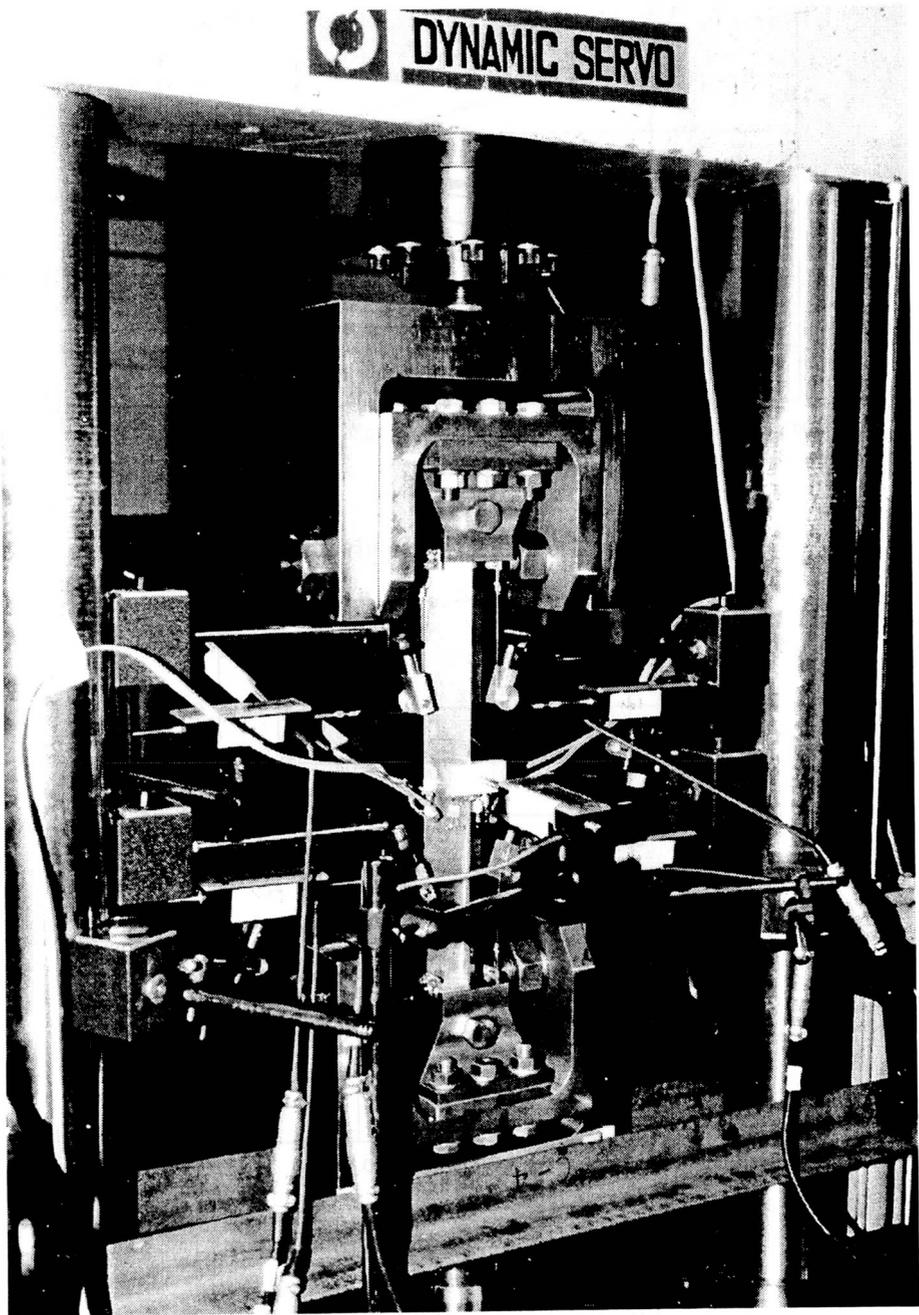
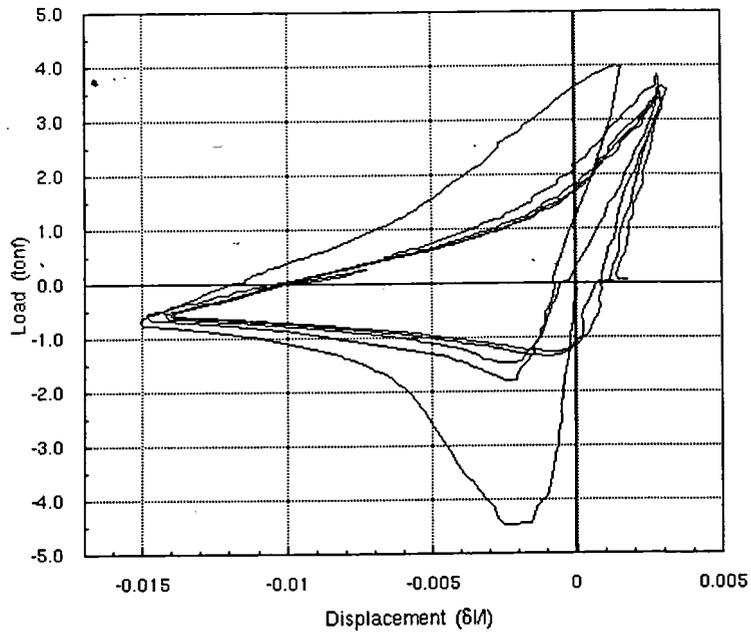
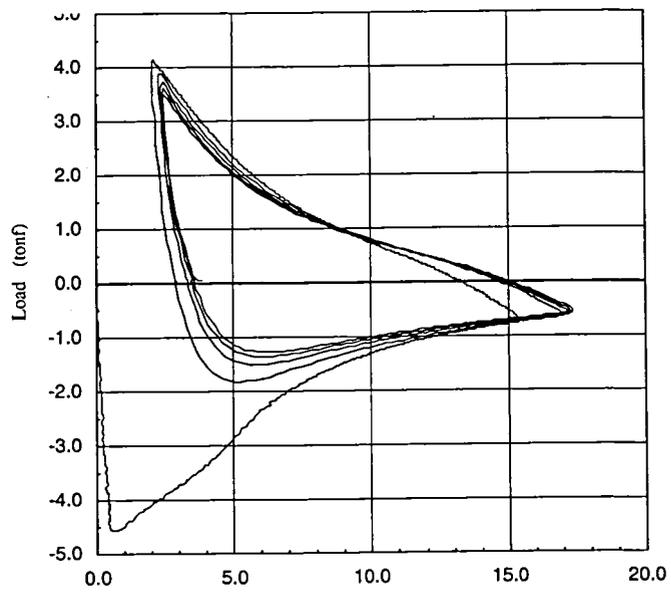


Fig.2.7 Test setup



(a) Load-displacement relationship



(b) Load-deflection relationship

Fig.2.8 Results of experiment

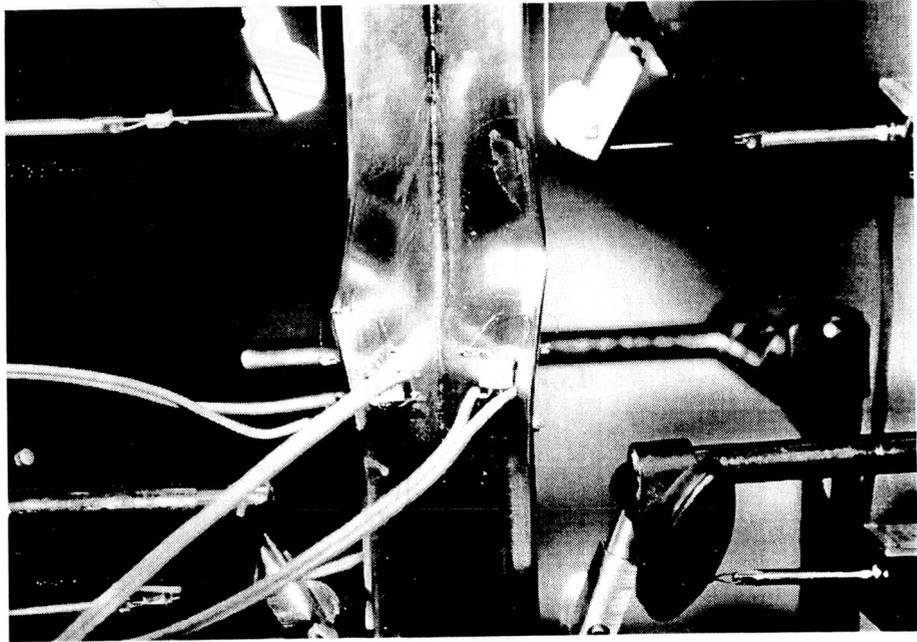
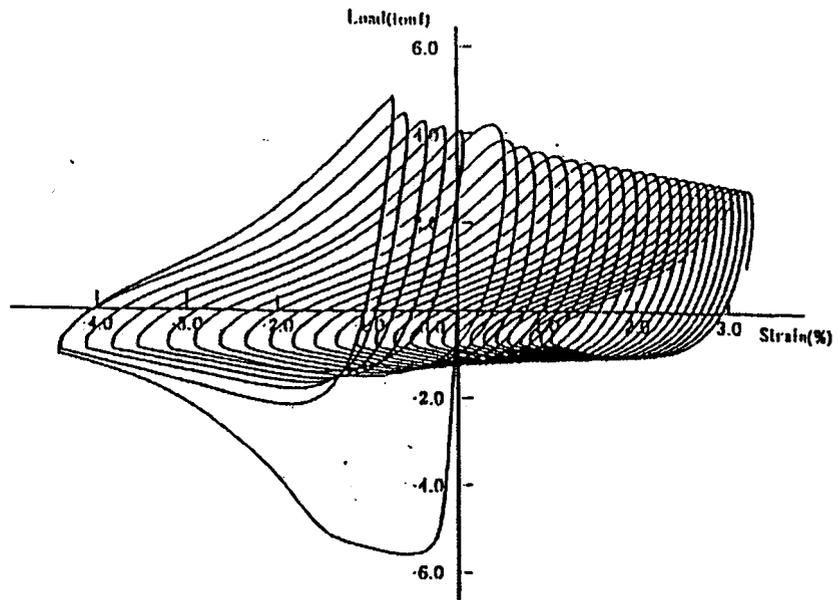
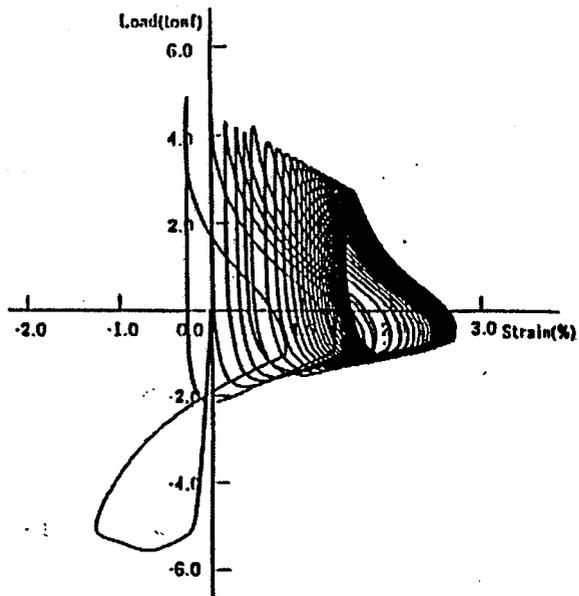


Fig.2.9 Local buckling deformation of specimen

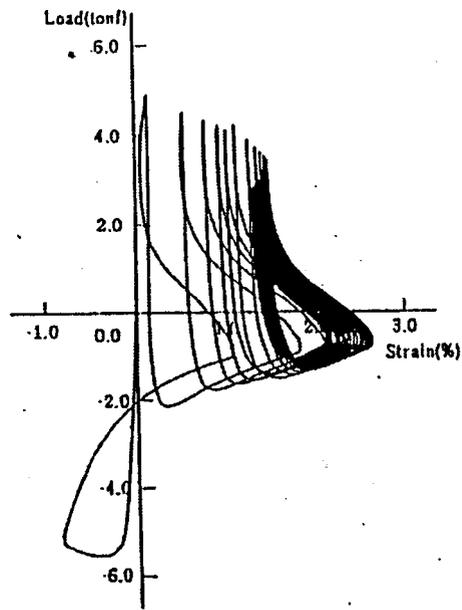


(a) Strain gauge No.1

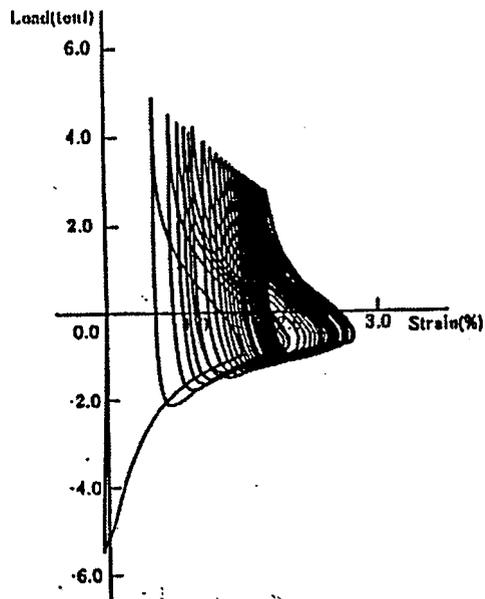


(b) Strain gauge No.2

Fig.2.10 Load-strain relationship

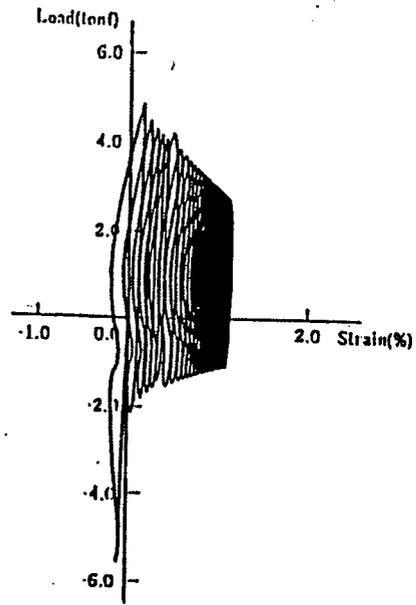


(c) Strain gauge No.3

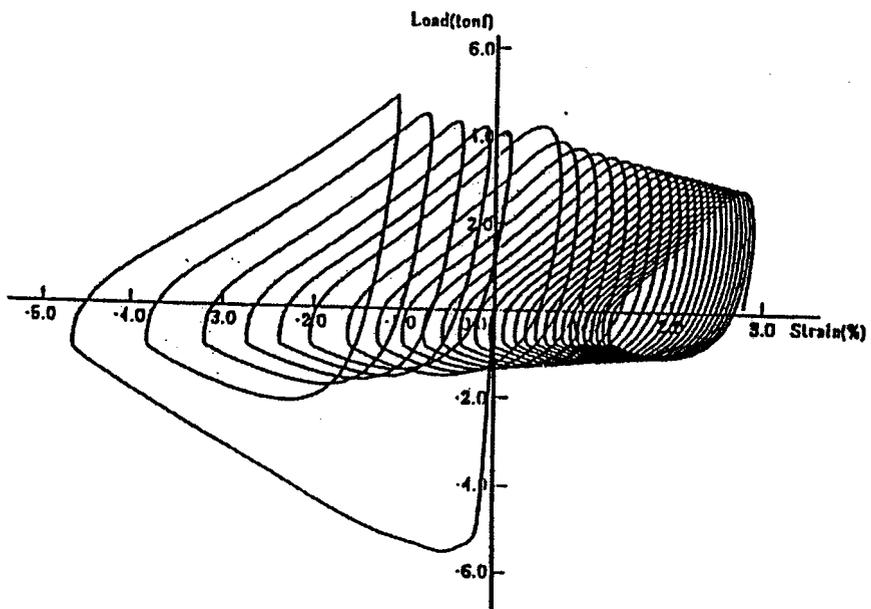


(d) Strain gauge No.4

Fig.2.10 Load-strain relationship



(e) Strain gauge No.5



(f) Strain gauge No.6

Fig.2.10 Load-strain relationship

2.4 弾塑性大たわみ FEM 解析

2.4.1 解析プログラム

繰り返し荷重下の構造部材の座屈・塑性崩壊挙動を解析するため、資料1に示した二曲面硬化モデルを取り入れたシェル有限要素解析プログラムを開発した。本プログラムは、広島大学第四類（建設系）構造強度研究室で開発されたシェル弾塑性 FEM 解析プログラム ULSAS を改良したものである。使用要素は、次数低減積分法に基づく4節点アイソパラメトリック要素であり、以下の特徴を有する [4]。

- (1) 双一次型変位関数を仮定する。
- (2) Updated Lagrangian Approach による増分法を適用し、各ステップ毎に Kirchhoff 応力増分を Jaumann 応力増分に変換する。
- (3) 応力変換時に平面応力状態を保持するように、板厚方向の直ひずみを決定する。
- (4) 面内回転自由度に対する仮想剛性、およびアワーグラスモードに対処する仮想剛性を付加する。

弾塑性の取り扱いについては、まず層分割法により、要素の板厚方向の層毎に弾塑性状態の判別を行う。また、降伏関数には von-Mises の降伏条件を使用する。

2.4.2 解析モデル

Fig.2.11 に解析モデルの図を示す。実験での荷重条件を満足するために、治具の部分に相当する剛な要素を取り付ける。また試験体部分と治具の部分の要素は、境界面で断面が平面を保持するとの仮定のもとに結合する。圧縮・引張の強制変位は、治具の部分に実験時の荷重の偏心を考慮して加える。実験結果との比較のため、圧縮域で降伏ひずみの約14倍、引張域で1~2倍程度の振幅で約5サイクル繰り返す。寸法および材料特性は、以下の通りである。

長さ (試験体)	: 328.0mm
治具部分の長さ	: 78.0mm
幅	: 35.0mm
板厚	: 3.0mm
降伏応力	: 24.5kgf/mm ²
ヤング率	: 22044.4kgf/mm ²
E_{P0}	: 290.1kgf/mm ²
a	: 124.1
b	: 5.1
m	: 1

a, b, m は、資料1の材料試験より求めた、式(1.29)の二曲面硬化モデルのパラメータである。

2.4.3 解析結果

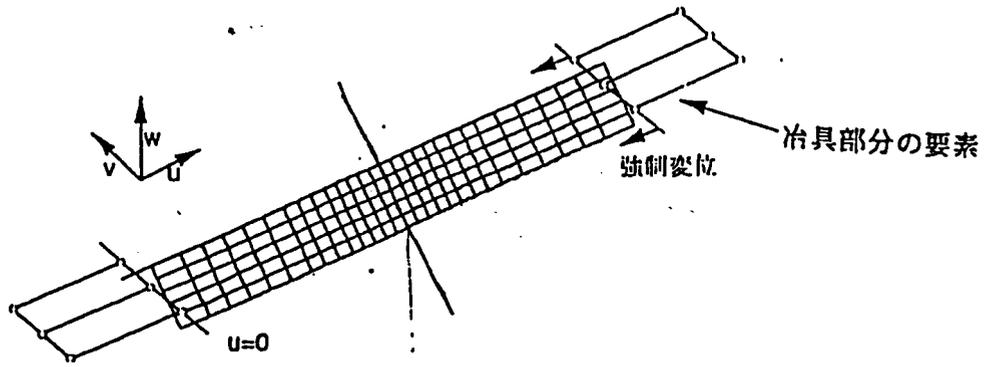
Fig.2.12に1策サイクル目の解析で得られた変形を示す。始めに柱としての全体座屈が生じ、その後局部座屈が生じる挙動が良好に再現されている。最大引張時にも局部的な塑性変形と残留たわみが残っていることが分かる。Fig.2.3に平均軸応力と平均軸ひずみの関係を、またFig.2.14に平均応力と中央のたわみの関係をそれぞれ示す。平均応力は降伏応力で、平均ひずみは降伏ひずみで、またたわみはアングル柱の断面高さでそれぞれ無次元化している。

試験対象箇所の変形量の計測方法を工夫したことにより、初期載荷時の軸剛性は、実験結果と非常によく一致している。ただし最終強度は実験結果の方が大きい。これは、実験における回転軸部分の摩擦の影響と考えられる。この様に実験と解析でやや相違が見られるが、繰り返し荷重下での軸変位とたわみの累積、およびこれに伴う圧縮最終強度の低下など、基本的な挙動は良好にシミュレートされている。

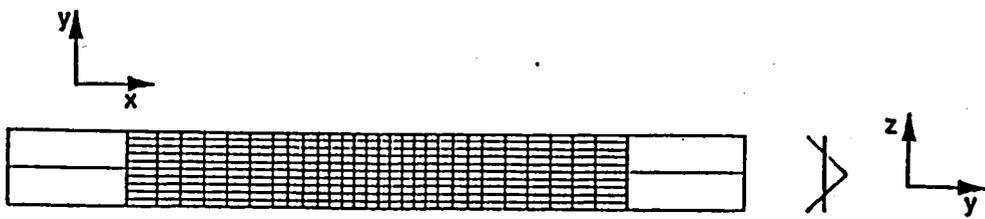
つぎに、Fig.2.15に、平均軸応力といくつかのゲージ位置におけるひずみの関係を比較した結果を示す。同図(a)は、アングル柱の角部に近いNo.4ゲージ付近の要素の軸ひずみを、また(b)は局部座屈部に相当するNo.1およびNo.3ゲージ付近の要素の軸ひずみを示している。また各図の破線が曲げの圧縮側、実線が曲げの引張側のひずみを表す。

Fig.2.15(a),(b)から、荷重の繰り返しとともに、引張ひずみが累積する様子がわかる。局部座屈発生の様子を含めて、実験結果と挙動は良好に一致している。一方、Fig.5.5(c)は、実験ではひずみゲージ位置の関係で計測できなかった局部座屈部の局部たわみ最大の箇所における、表裏両面のひずみ挙動を示している。Fig.2.15(a),(b)の破線に比べて、曲げ圧縮側のひずみ変動幅が大きく、引張側では引張ひずみの累積が最も著しい。これらが、材料劣化と亀裂発生の要因となったと考えられる。

以上のことから、本解析によって繰り返し荷重下の構造部材の座屈崩壊挙動を、ひずみ挙動を含めて良好にシミュレートできることが検証された。



アングル材の有限要素モデル



z方向から見たモデル



y方向から見たモデル

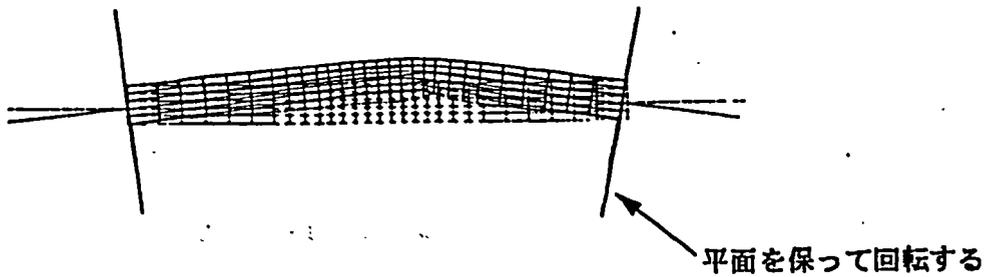


Fig.2.11 FEA model

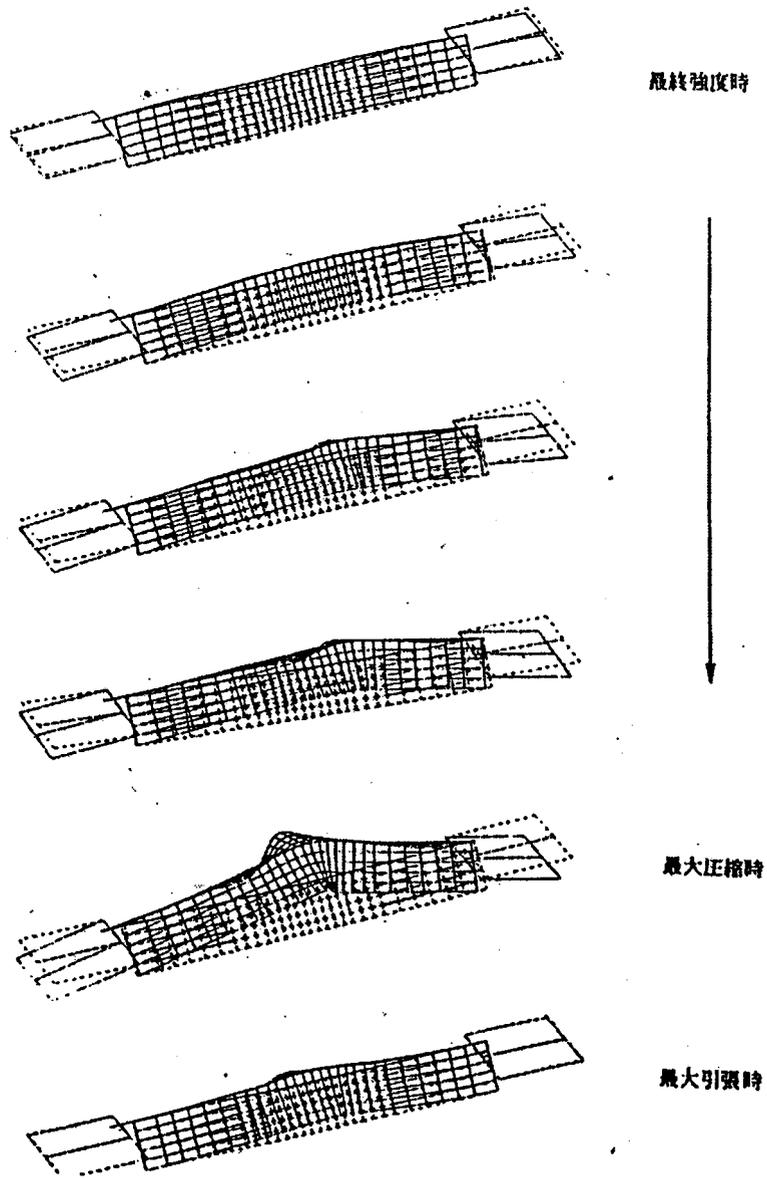
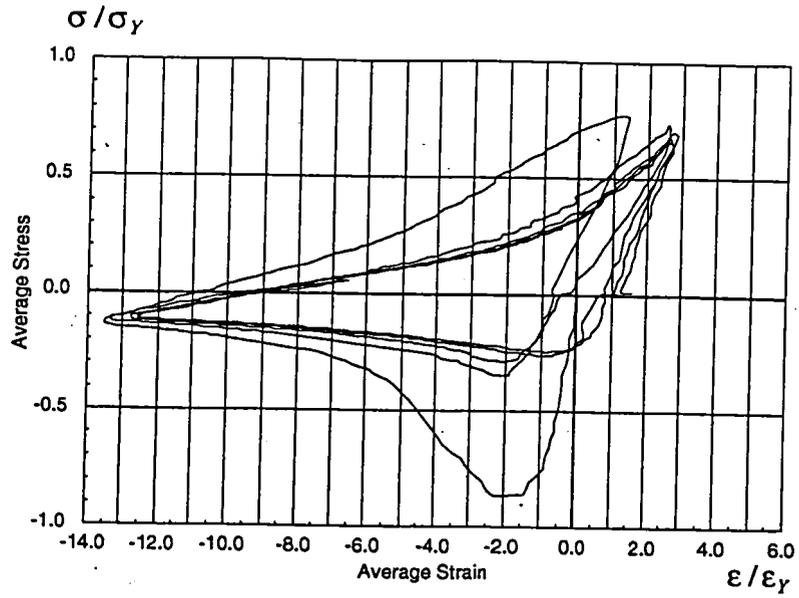
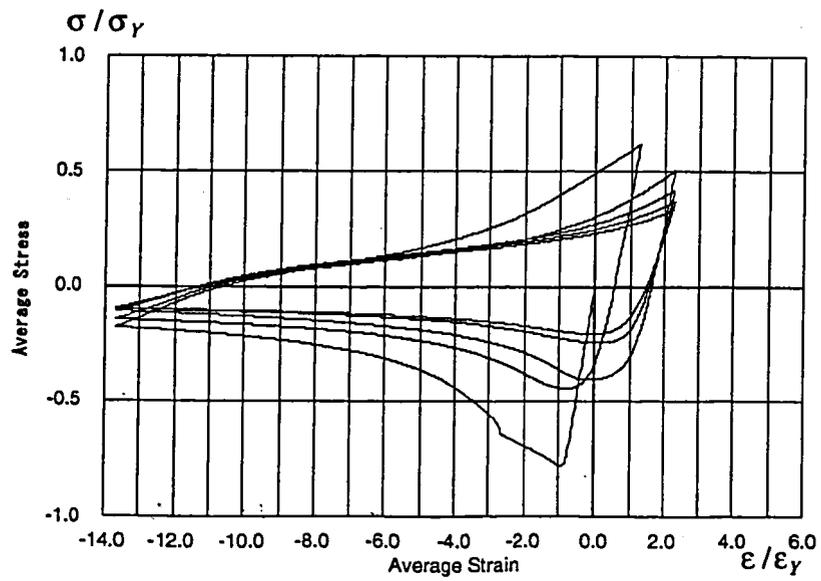


Fig.2.12 Deformation mode

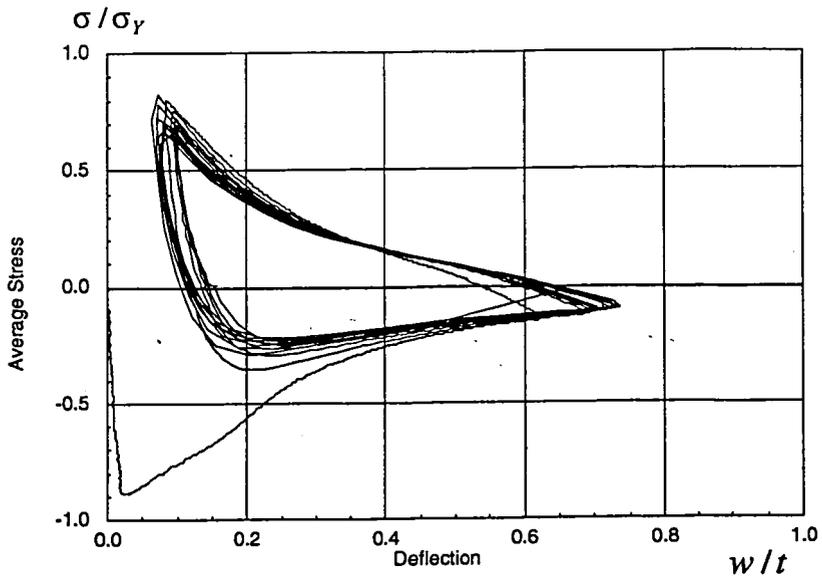


(a) Experiment

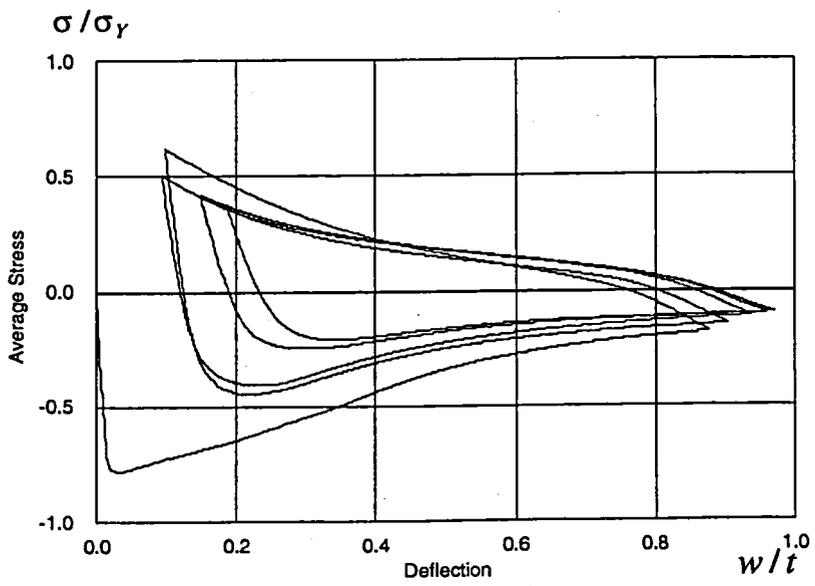


(b) FEA

Fig.2.13 Average stress-average strain relationship

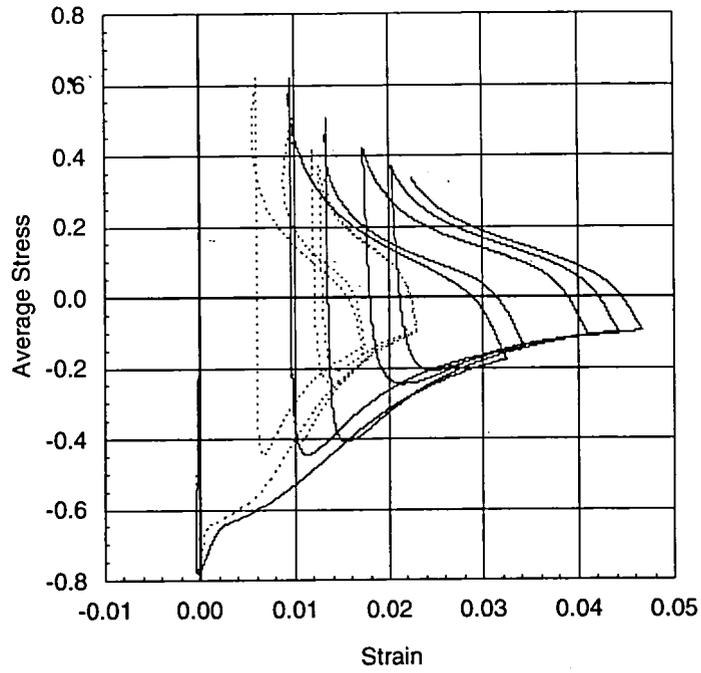


(a) Experiment

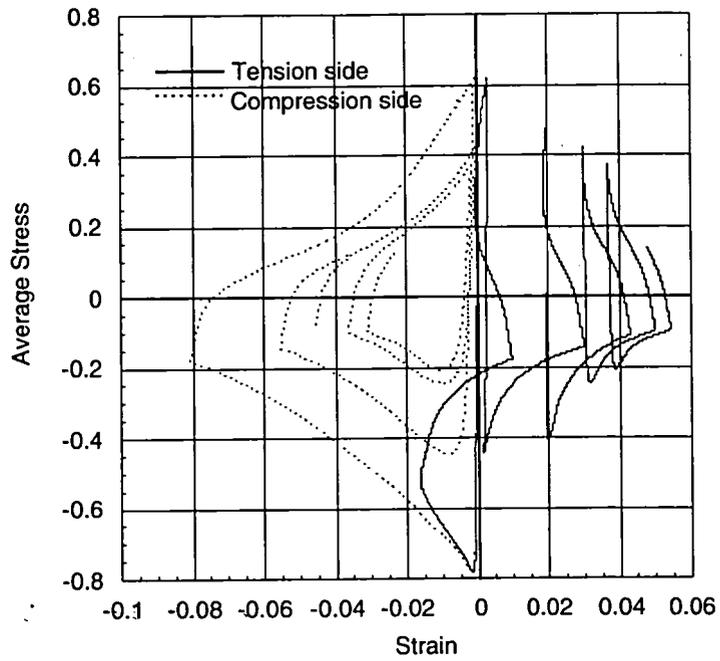


(b) FEA

Fig.2.14 Average stress-deflection relationship

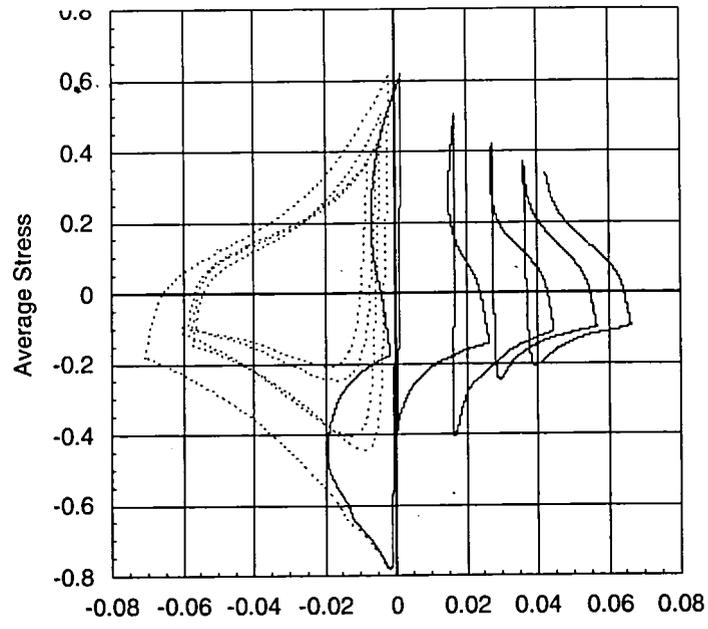


(a) Gauge No. 4



(b) Gauge No. 1 and No. 3

Fig.2.15 Average stress-strain relationship



(c) Location at the maximum compressive strain

2.5 結論

圧縮、引張の繰り返し軸荷重を受ける両端単純支持薄肉アングル柱について、実験および二曲面ひずみ硬化則を用いたFEM解析を行い、以下の知見を得た。

- (1) 開発した有限要素解析プログラムにより、繰り返し荷重下の薄肉アングル柱の座屈・塑性崩壊挙動を、全体変形から局部座屈挙動に至るまで良好に追跡できる。
- (2) 局部座屈が生じる部分では、変形の局所化により塑性関節を形成し、荷重の繰り返しと共にその部分にひずみが集中する。
- (3) 座屈により曲げ変形を生じた箇所に繰り返し面内が作用すると、曲げの圧縮側の方が引張側よりも大きなひずみ振幅を受ける。このことと、圧縮側では引張側に比べて材料が脆化することの2つの理由により、座屈後の亀裂は圧縮側から発生しやすいと考えられる。

参考文献

- [1] 岩井 哲, 朴 鍊洙, 野中 泰二郎, 亀田 弘幸: 山形鋼部材の極低サイクル疲労破壊実験, 日本建築学会構造系論文集, 第 445 号, 1993, pp.139-149
- [2] 岩井 哲, 朴 鍊洙, 野中 泰二郎, 亀田 弘幸: 鋼部材の極低サイクル繰り返し載荷による亀裂発生と損傷の評価のための有限要素解析, 京都大学防災研究所年報, 第 37 号 B-2, 1994, pp.69-87
- [3] 山本元道, 東田幸四郎, 藤久保昌彦, 矢尾哲也, 矢島浩: 座屈により大きな圧縮歪を受けた鋼構造部材の亀裂強度に関する研究 (その 1), 日本造船学会論文集, 第 178 号, 1995, pp.565-573.
- [4] 都井 裕, 弓削 康平, 川井 忠彦: 構造要素の衝突圧壊強度に関する研究 (第 1 報) -有限要素法による超大変形解析-, 日本造船学会論文集, 第 159 号, 1986, pp.248-257.

3. 繰り返し面内荷重下の矩形板の座屈・塑性崩壊挙動

アスペクト比が 0.8 の薄板および厚板矩形板について、周辺単純支持条件のもとでの繰り返し座屈・塑性崩壊挙動を線形移動硬化則および二曲面硬化則のそれぞれを用いて解析する。そして、繰り返し荷重下での変形およびひずみ挙動と、硬化則による解析結果の違いについて調べる。

2.1 3.1 解析モデル

3.1.1 板の寸法および材料特性

船体のような連続防撓パネル構造から取り出した矩形板を対象として、一方向に圧縮・引張の繰り返し面内荷重が作用する場合の座屈・塑性崩壊解析を実施する。これらの板部材は、縦曲げ荷重の下で、圧縮・引張の繰り返し面内荷重を受けるため、その座屈・塑性崩壊挙動を明らかにすることは、船体の安全性を検討する上で非常に重要である。

板の解析部分のアスペクト比には 0.8 を選ぶ。これは、このアスペクト比が、一方向面内圧縮を受ける矩形板の最終強度が最も低くなるアスペクト比であること、および防撓パネルに関する研究成果でも、防撓材の全体曲げ・振り変形と連成して崩壊するパネル部の領域が、アスペクト比 0.8 近傍であることが明らかにされているためである。

Fig.3.1 に解析に用いる矩形板の形状と寸法および材料特性を示す。初期不整として初期たわみを考慮する。この寸法での安定なたわみ波形は、正弦波 1 半波であるため、初期たわみ形状も次のように仮定する。

$$w_0 = A_0 \sin \frac{\pi x}{a} \sin \frac{\pi y}{b} \quad (2.1)$$

初期たわみの最大値 A_0 は、板厚の 1/100 とする。板厚は、弾性座屈が生じる板厚 10mm の薄板と、塑性座屈が生じる板厚 20mm の厚板の 2 ケースを取り上げる。細長比 $\beta = b/t\sqrt{\sigma_Y/E}$ は、それぞれ 3.78, 1.89 である。

解析モデルの矩形板の寸法および材料特性は、つぎの通りである。

長さ	: $a = 800mm$
幅	: $b = 1,000mm$
板厚	: $t = 10mm, 20mm$
降伏応力	: $\sigma_Y = 30kgf/mm^2$
ヤング率	: $E = 21,000kgf/mm^2$
移動硬化率	: $420kgf/mm^2$
a	: 207.4
b	: 24.8
m	: 2
弾性範囲	: $\sigma_Y \times 0.6$

a, b, m は、式 (1.29) の二曲面硬化モデルのパラメータを表す。

3.1.2 境界条件および荷重条件

面外変形に対する境界条件は、周辺単純支持とする。また、連続防撓パネルにおける面内変位の連続性を考慮して、境界辺は直線を保持して面内変位すると仮定する。強制変位は、載荷辺の節点の軸方向変位として与える。対称性を考慮して、Fig.3.1 に網掛け部分で示す 1/4 の範囲のみを考え、この領域を 6×6 要素に分割する。使用解析コードは、資料 2 のアングル柱の解析と同じである (2.4.1 参照)。

圧縮・引張の強制変位は、平均ひずみで $-2.0 \leq \epsilon/\epsilon_Y \leq 2.0$ の範囲とし、10 サイクル繰り返す。

3.2 解析結果および考察

3.2.1 薄板の繰り返し座屈・塑性崩壊挙動

(1) 座屈変形挙動および強度・剛性

、Fig.3.2 に、線形移動硬化則を用いて得られた平均応力と平均ひずみの関係、および平均応力と板中央のたわみの関係を示す。同様に Fig.3.3 に、二曲面硬化則による結果を示す。平均ひずみは降伏ひずみで、たわみは板厚で、また平均応力は降伏応力でそれぞれ無次元化している。

平均応力～平均ひずみ関係について、線形移動硬化則と二曲面硬化則を比較すると、初期圧縮過程において、弾性座屈を生じ最終強度に達した後、徐々に耐荷力が低下したところで荷重方向を反転させる所までの挙動は両者共同じであるが、その後の引張過程では、再降伏強度の違いから二曲面硬化モデルの方が早く剛性が低下

し、挙動はより滑らかになる。その後、サイクルを重ねるに連れて、剛性、強度共に低下していくが、その低下量は二曲面硬化則の方が大きい。

平均応力～たわみ関係については、第2サイクル終了までの挙動に大きな差は見られないが、3サイクル目以降は、その傾向がかなり異なっている。すなわち、線形硬化則ではヒステリシスループが次第に収束していくのに対し、二曲面硬化則では、ヒステリシスループの収束が遅く、圧縮荷重除荷時の残留たわみもサイクルとともに累積していく。

このような挙動の差をさらに詳しく調べるため、Fig.3.4とFig.3.5に線形硬化則と二曲面硬化則で得られた最大引張時および最大圧縮時の変形図をそれぞれ示す。いずれの硬化則についても、3サイクル目と7サイクル目の変形を示している。最大圧縮時には、板中央でたわみが最大となるが、最大引張時は、圧縮載荷時に最も塑性変形が生じる非載荷辺近傍でたわみが最大となっている。このような残留変形は、線形硬化則の結果よりも二曲面硬化則の結果の方が大きく、これがFig.3.2における剛性および最終強度の差の原因となっていると考えられる。

(2) 局所ひずみの累積挙動

つぎに、塑性変形の集中部におけるひずみ挙動を、両硬化モデルで比較する。ここでは、板中央 (Fig.3.1の $x = a/2, y = b/2$ の位置) の荷重方向のひずみと、非載荷辺中央部分 ($x = a/2, y = b$ の位置) の幅方向ひずみを考える。後者は、境界辺が直線を保持するという連続性の条件によって、たわみの増加とともに y 方向に引張の膜ひずみが発生し、さらに現実の防撓パネルにおいては、隅肉溶接部に当たるため、たわみによる局所的な曲げひずみが発生する箇所である。

Fig.3.6に、平均応力と板中央のひずみの関係、またFig.3.7に平均応力と非載荷辺中央のひずみの関係を示す。各図で(a)が線形移動硬化則、(b)が二曲面硬化則の結果である。また各図には板の曲げ圧縮側と引張側のそれぞれのひずみを示している。

いずれのひずみについても、二曲面硬化則の結果の方が、線形移動硬化則よりも繰り返しによるひずみの累積の度合いが大きい。また一つのサイクルで生じるひずみ範囲も大きめである。これは、基本的に二曲面硬化モデルの方が、線形硬化則に比べて応力～ひずみ曲線における線形弾性範囲が小さいため、同程度の応力振幅に対しては、より大きく塑性変形が発生することに起因すると考えられる。このように硬化則によって、ひずみの累積挙動が大きく異なることから、繰り返し荷重下の崩壊挙動の解析では、二曲面硬化モデルを用いる必要がある。

Fig.3.6とFig.3.7で、二曲面硬化則の結果を比較すると、ひずみの変動範囲、引張ひずみの累積の度合いとも、非載荷辺中央の方が著しい。上述のようにこの部分には隅肉溶接部が存在し、局所的な曲げひずみも発生するため、亀裂発生強度については、特に非載荷辺中央部に注目する必要がある。

3.2.2 厚板の繰り返し座屈・塑性崩壊挙動

(1) 座屈変形挙動および強度・剛性

Fig.3.8 に、線形移動硬化則を用いて得られた板厚 20mm の厚板の平均応力と平均ひずみの関係、および平均応力と板中央のたわみの関係を示す。同様に Fig.3.9 に、二曲面硬化則による結果を示す。

初期負荷時の挙動は、薄板の場合と異なり、塑性座屈の後すぐに最終強度に達し、耐荷力が低下していく。除荷後の線形硬化、二曲面硬化両者の挙動は、薄板の時と同様の傾向を示している。すなわち、二曲面硬化の方が塑性変形の累積の度合いが大きい。

Fig.3.10 および Fig.3.11 に最大引張時および最大圧縮時の変形図を示す。厚板の圧縮崩壊は、薄板に比べて曲げによる降伏の影響が大きい。そのため、最大引張時の変形から分かるように、薄板に比べて板の広い領域に残留たわみが生じている。残留たわみの大きさは、同じサイクルで比較すると、二曲面硬化則の結果の方が線形硬化則に比べて大きい。理由は、薄板の場合と同様に、線形弾性範囲が線形硬化則に比べて小さいことによると考えられる。

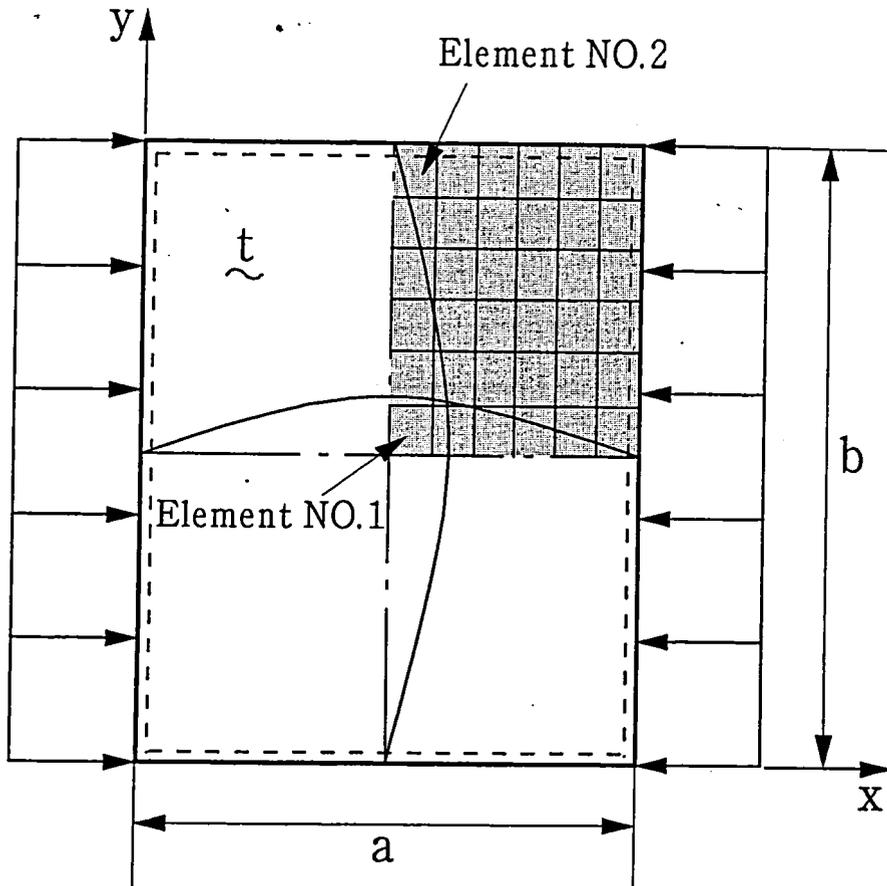
(2) 局所ひずみの累積挙動

つぎに、Fig.3.12 に、平均応力と板中央のひずみの関係、また Fig.3.13 に平均応力と非載荷辺中央のひずみの関係を示す。各図で (a) が線形移動硬化則、(b) が二曲面硬化則の結果である。また各図には板の曲げ圧縮側と引張側のそれぞれのひずみを示している。薄板の場合と同様に、二曲面硬化則の結果の方が、線形移動硬化則よりも繰り返しによるひずみの累積の度合いが大きい。また一つのサイクルで生じるひずみ範囲も大きめである。これらの結果からも、繰り返し座屈による強度・剛性の低下やひずみ挙動を正確に推定するためには、線形硬化則では不十分であることが分かる。

3.3 結論

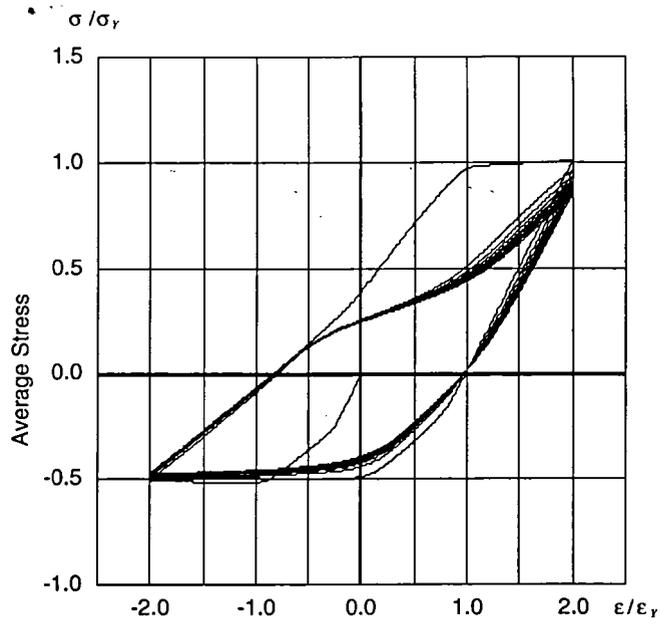
圧縮，引張の繰り返し面内荷重を受ける周辺単純支持平板について，線形硬化則と二曲面硬化則を用いたFEM解析を行い，以下の知見を得た。

- (1) 使用する硬化則によって，荷重の各繰り返しサイクルにおける最大耐荷力，剛性，除荷時の残留変形に大きな違いが生じる。材料の繰り返し硬化特性をより忠実に再現できる二曲面硬化則を使用する必要がある。
- (2) 船体のように多数の矩形パネルが連続する構造では，面内変位の連続条件から矩形板の各辺は直線を保ちながら面内変位する。この場合，座屈後の大たわみの影響によって，非載荷辺中央部では，境界辺に直角方向の引張膜ひずみが発生する。繰り返し荷重下では，荷重の各サイクルでこの膜ひずみが累積し，亀裂発生の要因となる。
- (3) 防撓パネルでは，非載荷辺の隅肉溶接部に局所的な曲げひずみが重畳するため，亀裂評価においては，この部分のひずみの累積挙動の把握が重要となる。

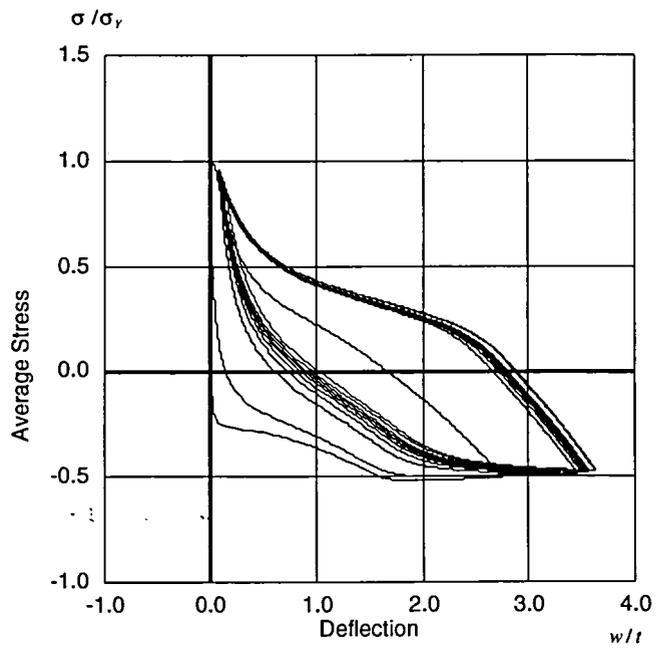


Length	: $a = 800\text{mm}$
Breadth	: $b = 1000\text{mm}$
Thickness	: $t = 10\text{mm}, 20\text{mm}$
Yield stress	: $\sigma_Y = 30\text{kgf/mm}^2$
Youngs modulus	: $E = 21000\text{kgf/mm}^2$
Kinematic hardening rate	: $H'_k = 420\text{kgf/mm}^2$
Two surface model	
Parameter a	: 207.4
Parameter b	: 24.8
Parameter m	: 2
Yield surface/Bounding surface	: 0.6

Fig.3.1 Simply-supported rectangular plate under uniaxial thrust

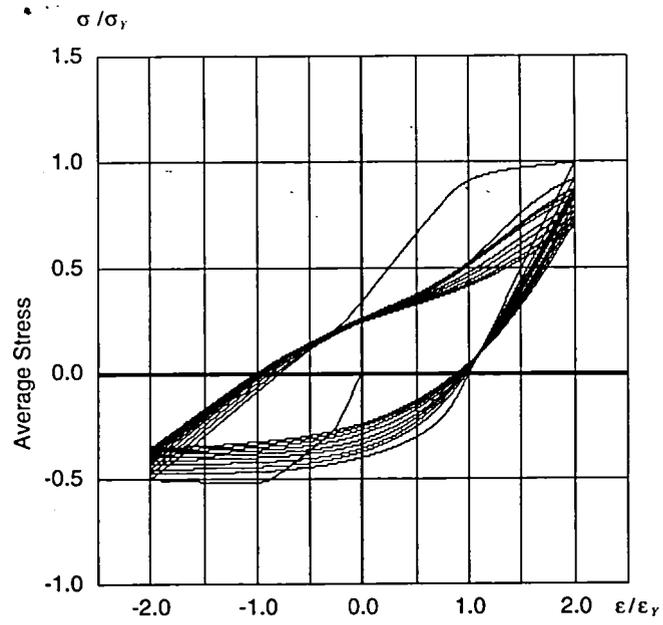


(a) Average stress-average strain relationship

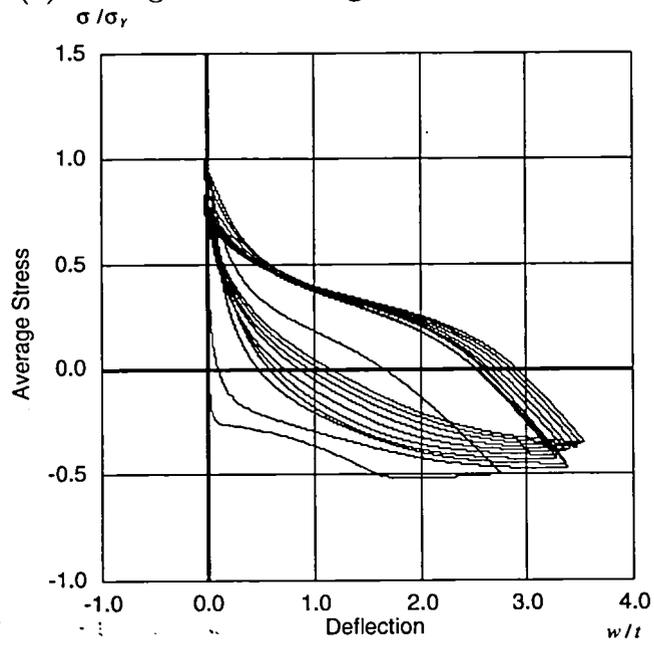


(b) Average stress-deflection relationship

Fig.3.2 Results of FEA (Linear kinematic hardening model, $t = 10\text{mm}$)

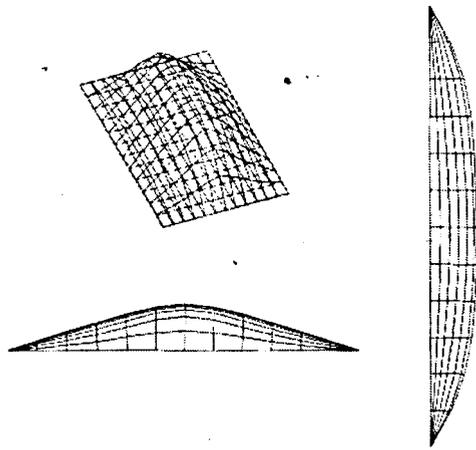


(a) Average stress-average strain relationship

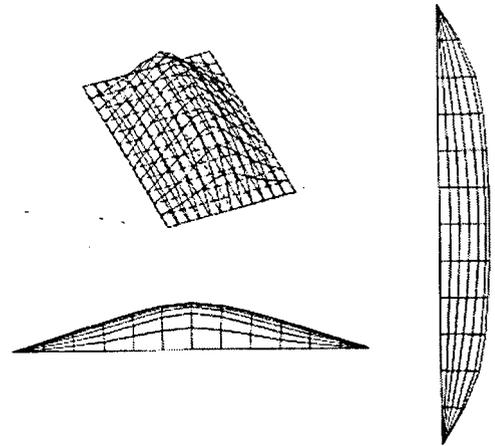


(b) Average stress-deflection relationship

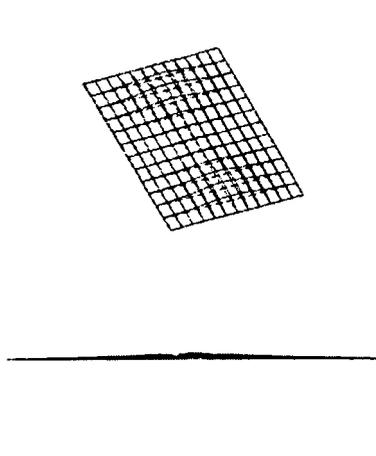
Fig.3.3 Results of FEA (Two surface model, $t = 10\text{mm}$)



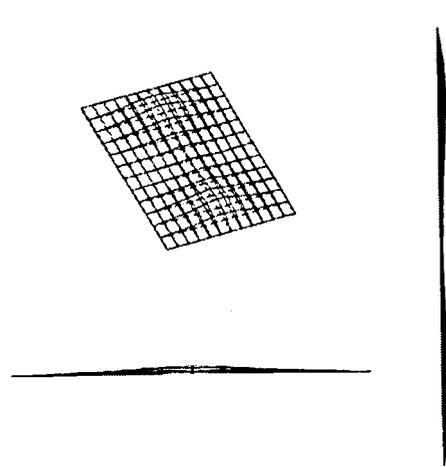
(a) Maximum compression in 3rd cycle



(b) Maximum tension in 3rd cycle



(c) Maximum compression in 7th cycle



(d) Maximum tension in 7th cycle

Fig.3.4 Deformation of a rectangular plate under cyclic loads
(Linear kinematic hardening model, $t = 10\text{mm}$)

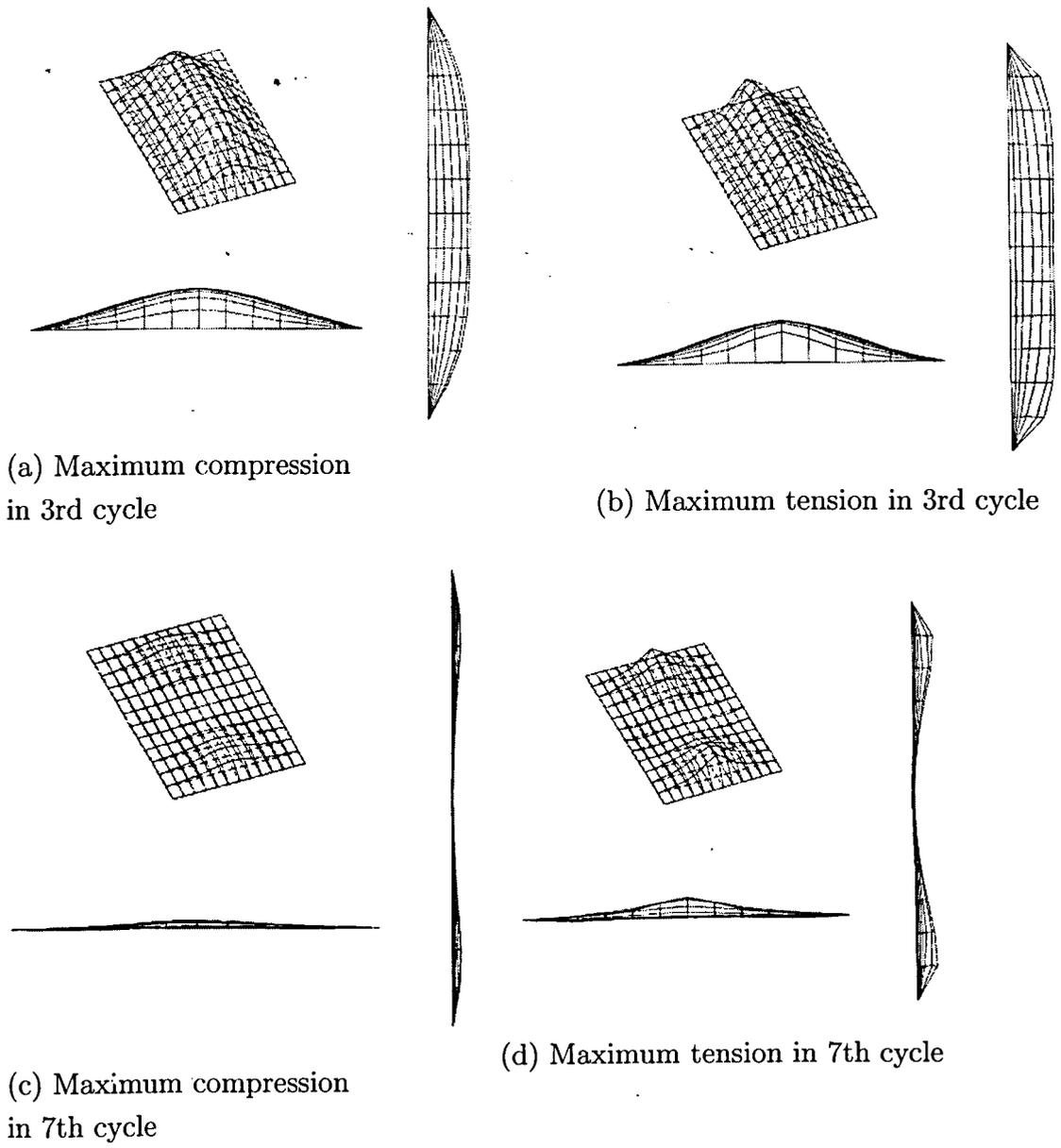
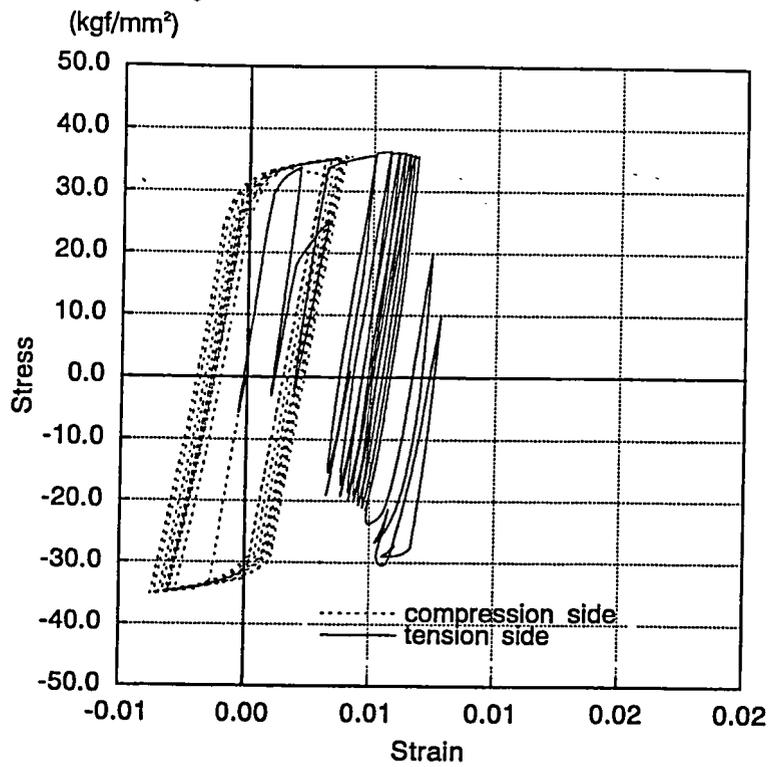
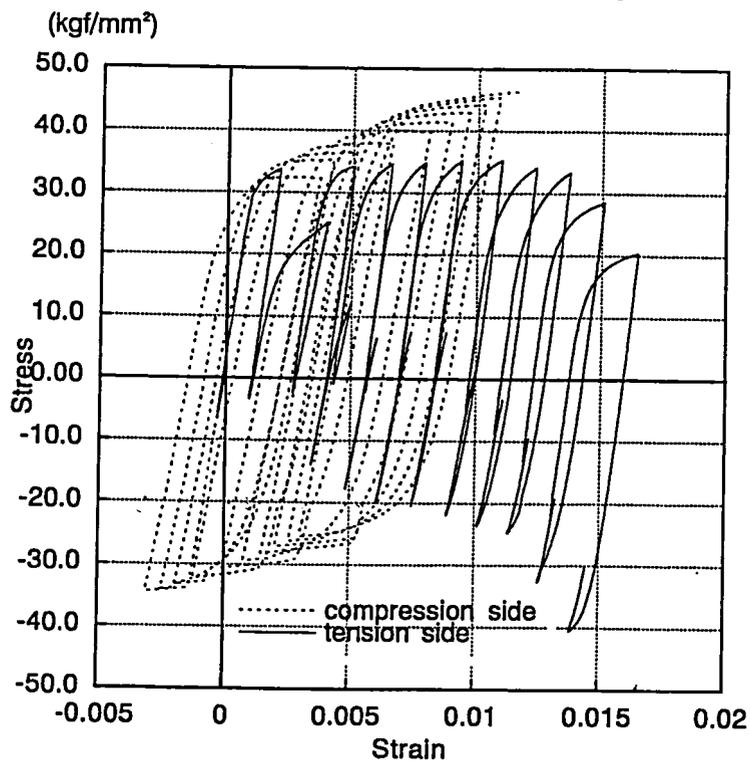


Fig.3.5 Deformation of a rectangular plate under cyclic loads
 (Two surface model, $t = 10\text{mm}$)



(a) Linear kinematic hardening model



(b) Two surface model

Fig.3.6 Average stress-strain relationship at the center of plate ($t = 10\text{mm}$)

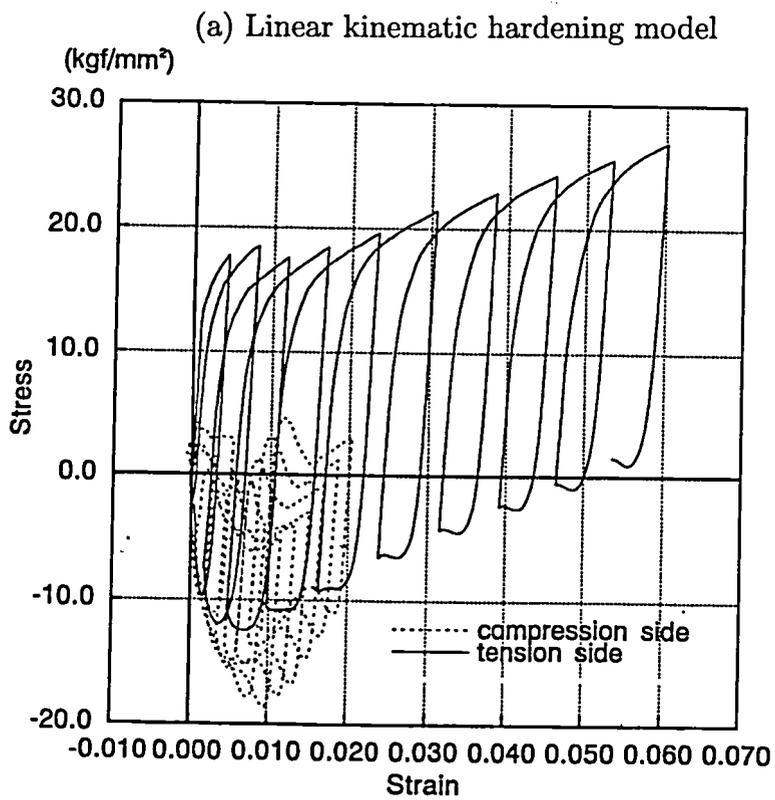
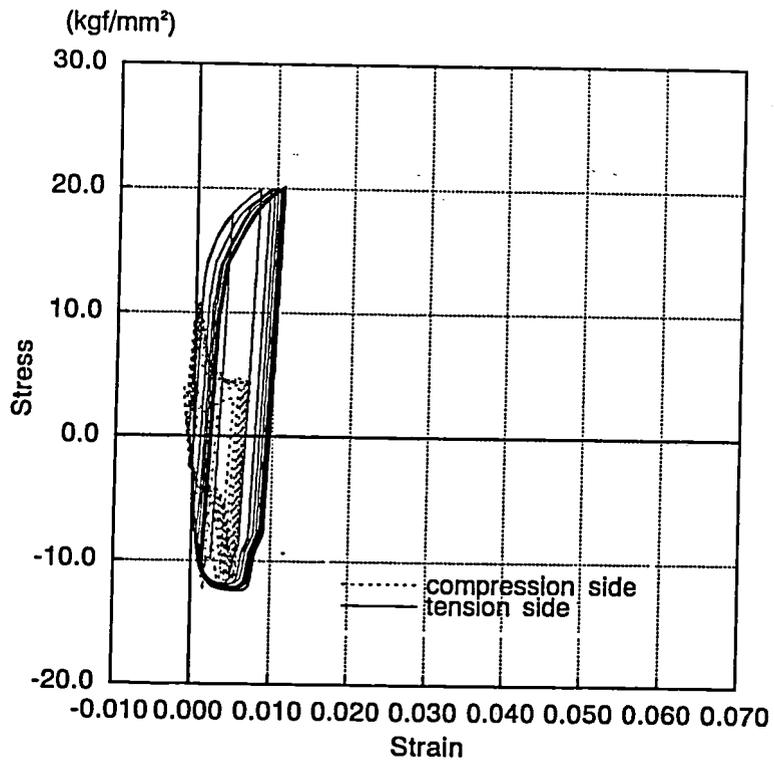
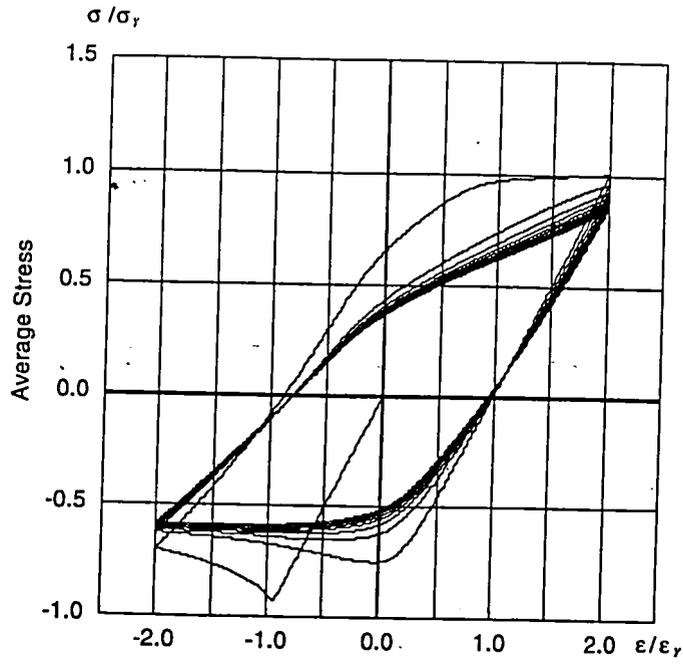
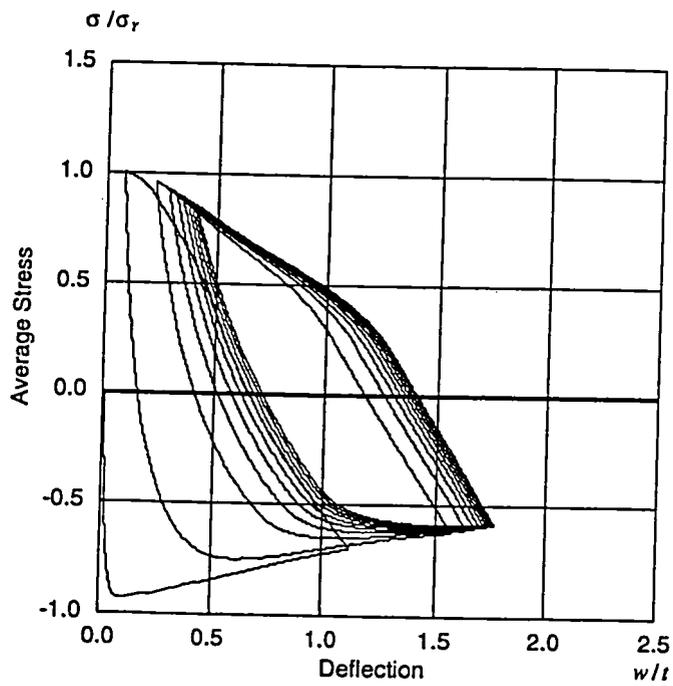


Fig.3.7 Average stress-strain relationship at the unloaded edge of plate ($t = 10\text{mm}$)

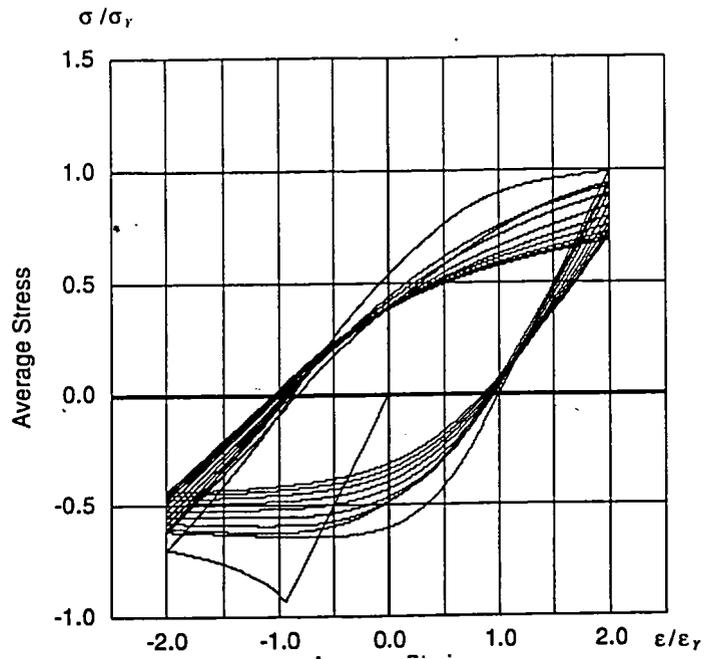


(a) Average stress-average strain relationship

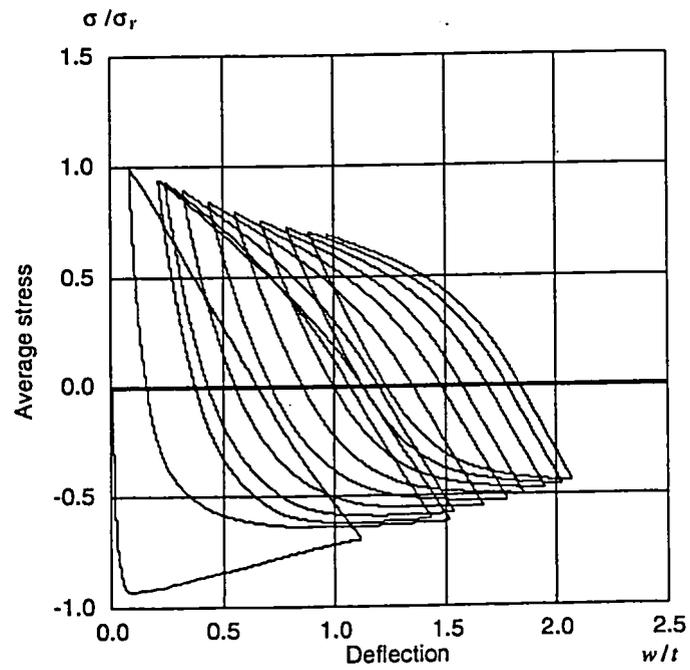


(b) Average stress-deflection relationship

Fig.3.8 Results of FEA (Linear kinematic hardening model; $t = 20\text{mm}$)



(a) Average stress-average strain relationship



(b) Average stress-deflection relationship

Fig.3.9 Results of FEA (Two surface model, $t = 20\text{mm}$)

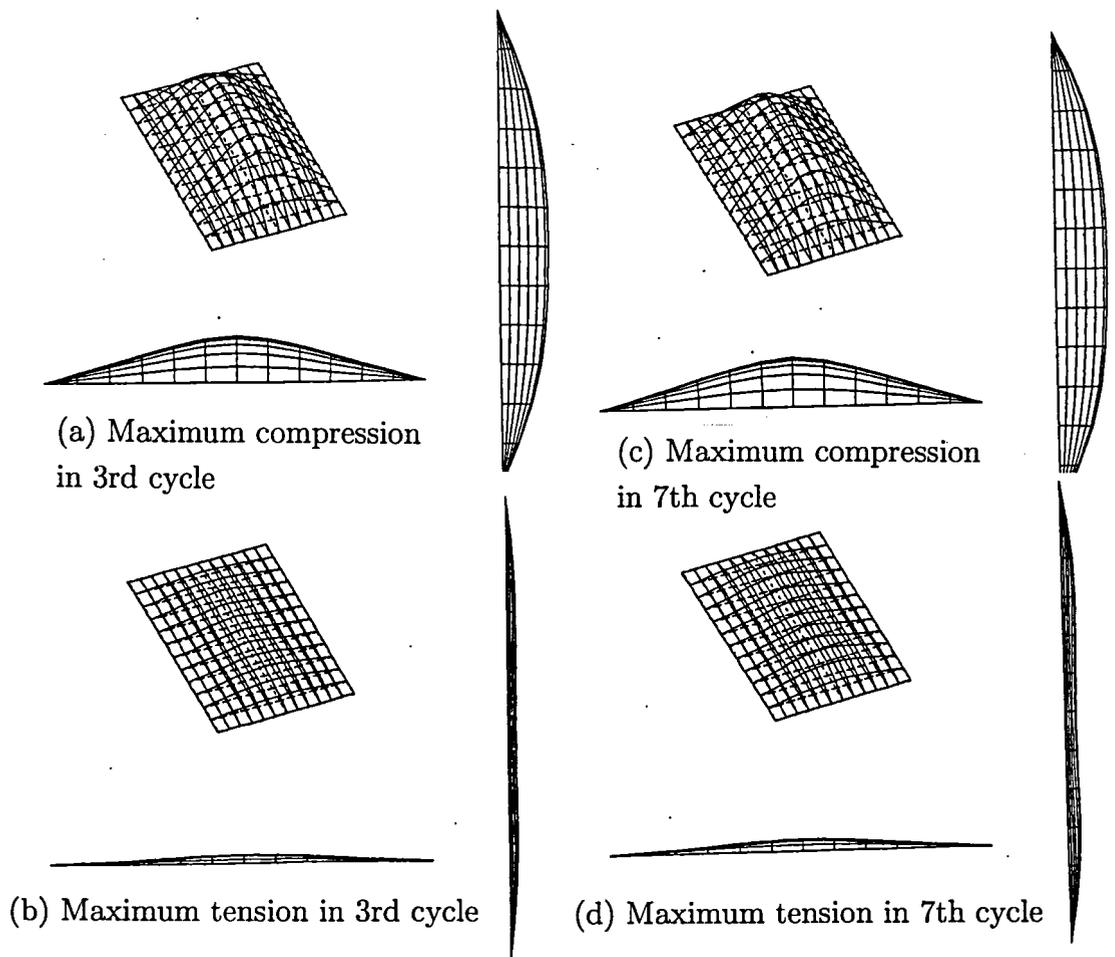


Fig.3.10 Deformation of a rectangular plate under cyclic loads
 (Linear kinematic hardening model, $t = 20\text{mm}$)

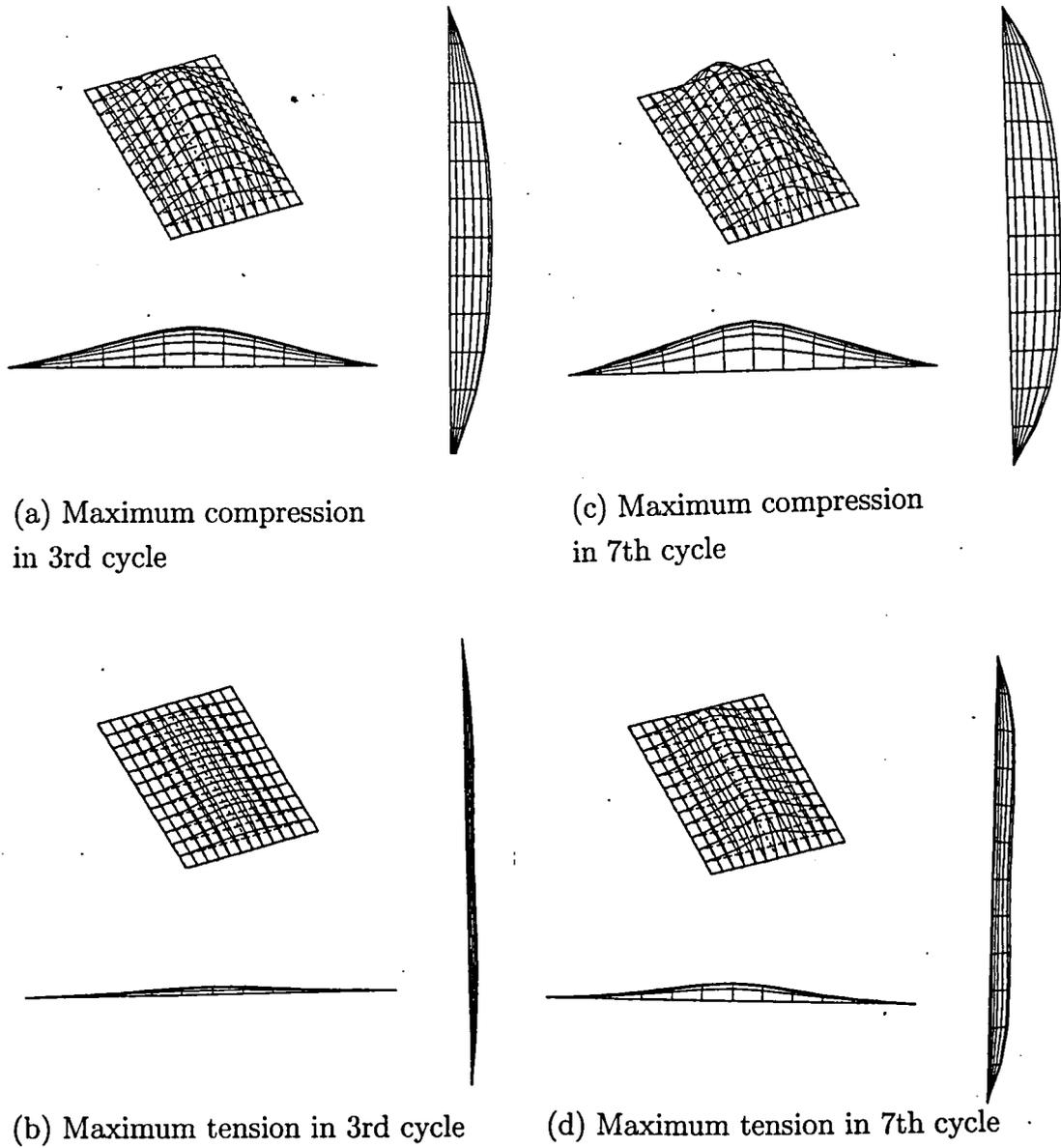


Fig.3.11 Deformation of a rectangular plate under cyclic loads
(Two surface model, $t = 20\text{mm}$)

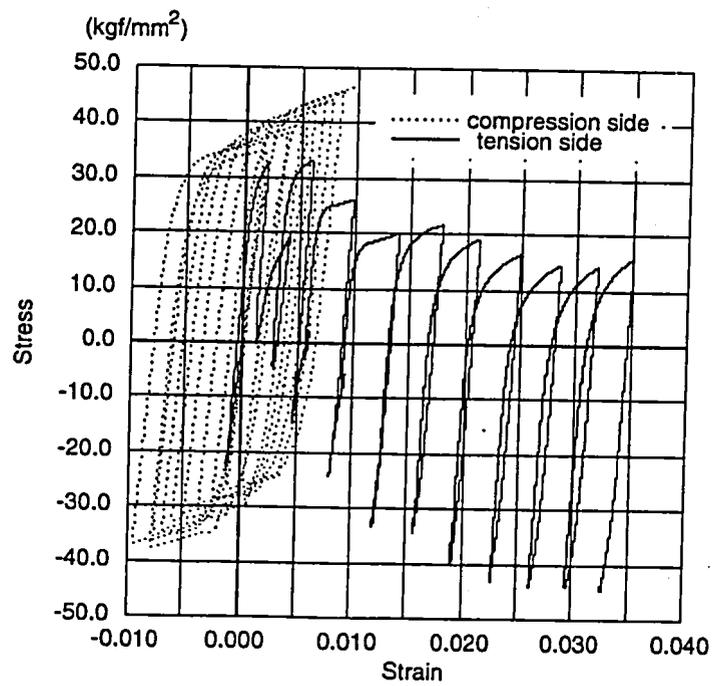
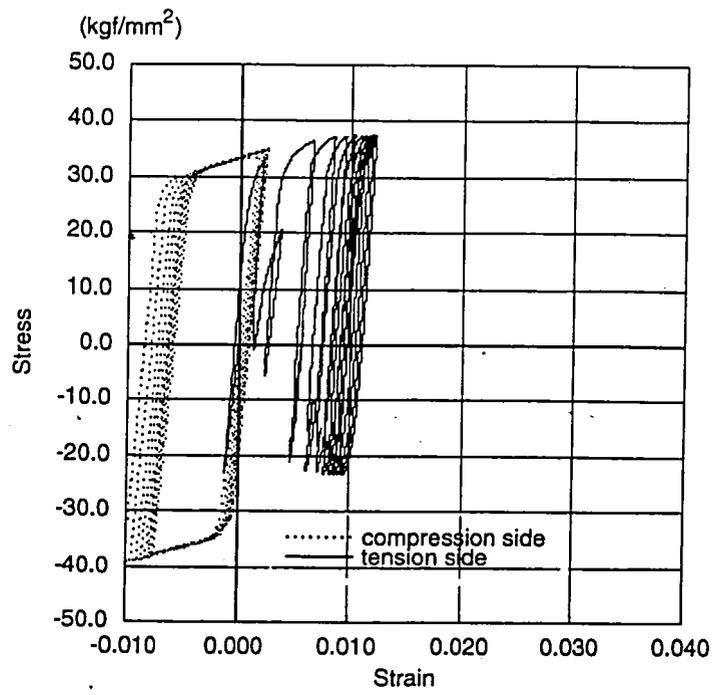
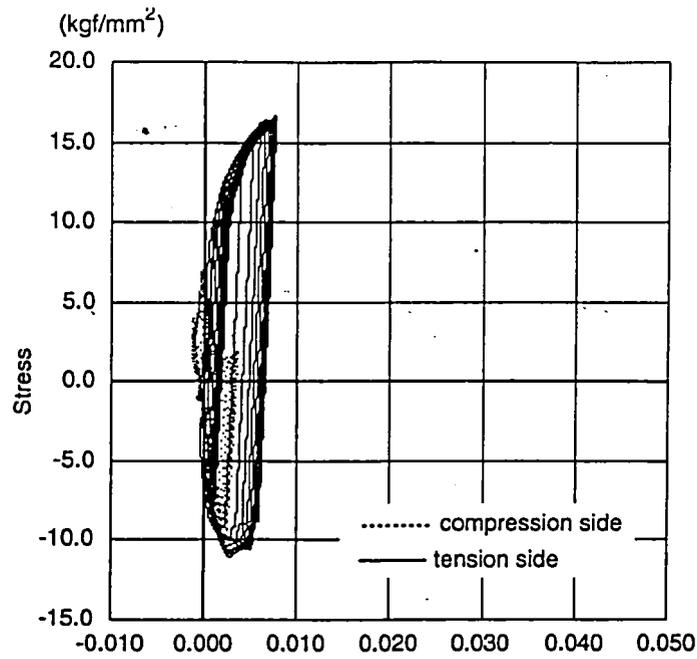
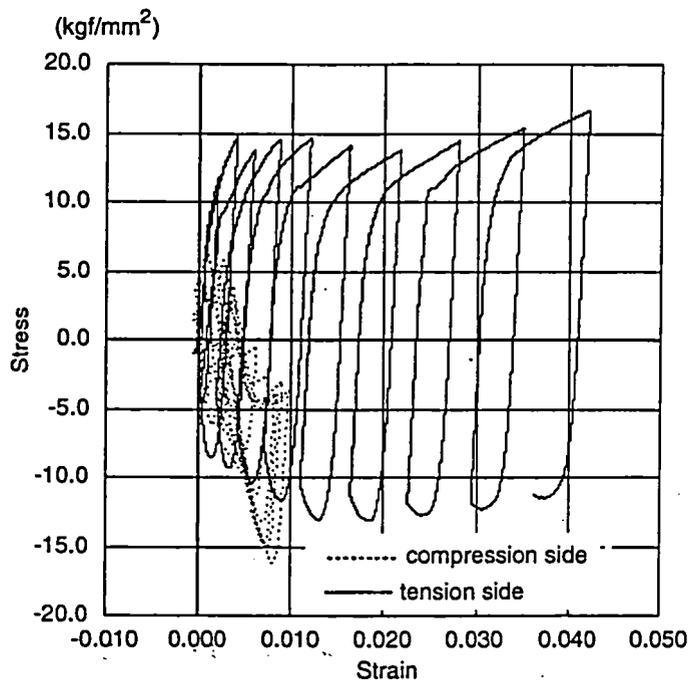


Fig.3.12 Average stress-strain relationship at the center of plate
($t = 20\text{mm}$)



(a) Linear kinematic hardening model



(b) Two surface model

Fig.3.13 Average stress-strain relationship at the unloaded edge of plate
($t = 20\text{mm}$)